

analise_filas

November 24, 2025

1 Análise de Teoria de Filas - Dados de Chegada e Atendimento

Este notebook analisa os dados de chegada e atendimento usando fórmulas gerais de teoria de filas. Os dados são extraídos dos arquivos CSV de chegada e atendimento.

1.1 Fórmulas Utilizadas

- Coeficiente **C_n**: $C_n = \prod_{k=1}^n \frac{\lambda_k}{\mu_k}$
- Probabilidade **P_n**: $P_n = C_n \cdot P_0$
- Probabilidade de normalização **P_0**: $P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n}$
- Número esperado de clientes no sistema (**L**): $L = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n$
- Número esperado de clientes na fila (**Lq**): $L_q = \sum_{n=s}^{\infty} (n-s) \cdot P_n$
- Taxa média de chegada (**λ**): $\lambda = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \cdot P_n$
- Tempo esperado no sistema (**W**): $W = \frac{L}{\lambda}$
- Tempo esperado na fila (**Wq**): $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$

```
[72]: # Importar bibliotecas necessárias
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from datetime import datetime
import seaborn as sns
from scipy import stats

# Configurar estilo dos gráficos
plt.style.use('seaborn-v0_8')
sns.set_palette('husl')
```

```
[73]: #primeiro é necessário limpar os csvs
df_chegada = pd.read_csv('dados-Rua Deputado Antônio Eduardo Vieira C.csv',
    ↪sep=';')
df_atendimento = pd.read_csv('dados-Rua Deputado Antônio Vieira A.csv', sep=';')

#eliminar todas as linhas de df_chegada que possuem valor da coluna chegada
    ↪maior do que a do que o valor da coluna chegada da linha com mesmo valor na
    ↪coluna elemento em df_atendimento e diminuir 1 do valor do elemento da
    ↪proxima linha de df_chegada
```

```
[74]: # Carregar os dados CSV
```

```
print("Estrutura dos dados de chegada:")
print(df_chegada.head())
print("\nEstrutura dos dados de atendimento:")
print(df_atendimento.head())
```

Estrutura dos dados de chegada:

	Tipo	Carimbo de Data/Hora	Tempo Total	Elemento \
0	arrival	10/11/2025, 07:28:52.826	0.00s	1
1	arrival	10/11/2025, 07:28:53.945	0.00s	2
2	arrival	10/11/2025, 07:28:55.622	0.00s	3
3	arrival	10/11/2025, 07:28:57.384	0.00s	4
4	arrival	10/11/2025, 07:29:00.962	0.00s	5

Chegando Saindo

0	10/11/2025, 07:28:52.826	--
1	10/11/2025, 07:28:53.945	--
2	10/11/2025, 07:28:55.622	--
3	10/11/2025, 07:28:57.384	--
4	10/11/2025, 07:29:00.962	--

Estrutura dos dados de atendimento:

	Tipo	Carimbo de Data/Hora	Tempo Total	Elemento \
0	service	10/11/2025, 07:30:08.339	12.72s	1
1	service	10/11/2025, 07:30:23.107	13.03s	2
2	service	10/11/2025, 07:30:37.347	10.09s	3
3	service	10/11/2025, 07:30:48.384	25.40s	4
4	service	10/11/2025, 07:31:14.876	14.40s	5

Chegando

Saindo

0	10/11/2025, 07:30:08.339	10/11/2025, 07:30:21.064
1	10/11/2025, 07:30:23.107	10/11/2025, 07:30:36.132
2	10/11/2025, 07:30:37.347	10/11/2025, 07:30:47.441
3	10/11/2025, 07:30:48.384	10/11/2025, 07:31:13.784
4	10/11/2025, 07:31:14.876	10/11/2025, 07:31:29.273

```
[75]: # Pré-processamento dos dados
```

```
# Converter colunas de data para datetime
df_chegada['Chegando'] = pd.to_datetime(df_chegada['Chegando'], format='%d/%m/%Y, %H:%M:%S.%f')
df_atendimento['Chegando'] = pd.to_datetime(df_atendimento['Chegando'],
format='%d/%m/%Y, %H:%M:%S.%f')
df_atendimento['Saindo'] = pd.to_datetime(df_atendimento['Saindo'], format='%d/%m/%Y, %H:%M:%S.%f')
```

```

# Ordenar por elemento (ID do cliente)
df_chegada = df_chegada.sort_values('Elemento')
df_atendimento = df_atendimento.sort_values('Elemento')

# Filtrar apenas elementos que existem em ambos os datasets
elementos_comuns = set(df_chegada['Elemento']).
    ↪ intersection(set(df_atendimento['Elemento']))
df_chegada = df_chegada[df_chegada['Elemento'].isin(elementos_comuns)]
df_atendimento = df_atendimento[df_atendimento['Elemento'].
    ↪ isin(elementos_comuns)]

print(f"Número de clientes analisados: {len(elementos_comuns)}")
print(f"Período de análise: {df_chegada['Chegando'].min()} até_
    ↪ {df_atendimento['Saindo'].max()}")

```

Número de clientes analisados: 715

Período de análise: 2025-11-10 07:28:52.826000 até 2025-11-10 09:29:33.161000

```

[76]: # Calcular tempos entre chegadas e tempos de serviço

# Tempos entre chegadas (em segundos)
df_chegada_sorted = df_chegada.sort_values('Chegando')
inter_arrival_times = df_chegada_sorted['Chegando'].diff().dt.total_seconds().
    ↪ dropna()

# Tempos de serviço (em segundos)
service_times = (df_atendimento['Saindo'] - df_atendimento['Chegando']).dt.
    ↪ total_seconds()

# Calcular taxas
lambda_arrival = 1 / inter_arrival_times.mean() # chegadas por segundo
mu_service = 1 / service_times.mean() # serviços por segundo

print(f"Taxa de chegada : {lambda_arrival:.6f} clientes/segundo")
print(f"Taxa de serviço : {mu_service:.6f} clientes/segundo")
print(f"Utilização : {lambda_arrival/mu_service:.4f}")

# Estatísticas dos tempos
print("\nEstatísticas dos tempos entre chegadas:")
print(inter_arrival_times.describe())
print("\nEstatísticas dos tempos de serviço:")
print(service_times.describe())

```

Taxa de chegada : 0.133570 clientes/segundo

Taxa de serviço : 0.113677 clientes/segundo

Utilização : 1.1750

Estatísticas dos tempos entre chegadas:

```
count      714.000000
mean        7.486718
std         11.012142
min         0.166000
25%         1.050500
50%         2.700500
75%         8.438000
max         59.543000
Name: Chegando, dtype: float64
```

Estatísticas dos tempos de serviço:

```
count      715.000000
mean        8.796870
std         7.187552
min         0.262000
25%         2.418500
50%         7.108000
75%        13.254000
max        39.731000
dtype: float64
```

```
[77]: # Visualizações dos dados

fig, ((ax1, ax2), (ax3, ax4)) = plt.subplots(2, 2, figsize=(15, 10))

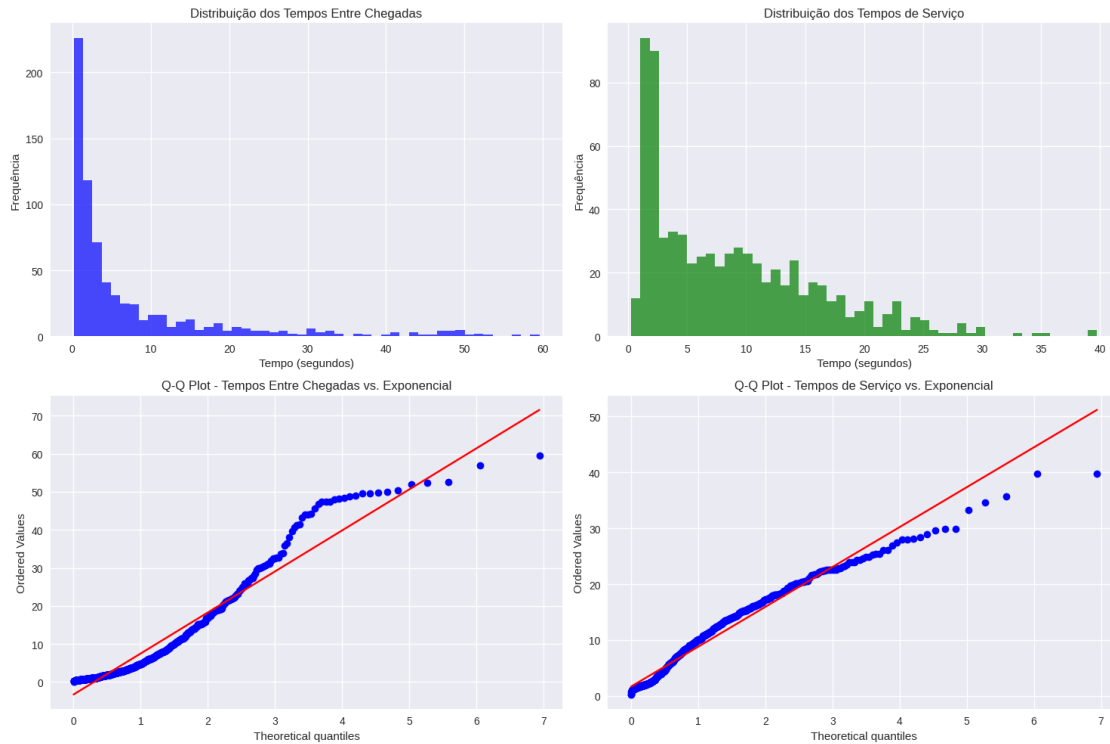
# Histograma dos tempos entre chegadas
ax1.hist(inter_arrival_times, bins=50, alpha=0.7, color='blue')
ax1.set_title('Distribuição dos Tempos Entre Chegadas')
ax1.set_xlabel('Tempo (segundos)')
ax1.set_ylabel('Frequência')

# Histograma dos tempos de serviço
ax2.hist(service_times, bins=50, alpha=0.7, color='green')
ax2.set_title('Distribuição dos Tempos de Serviço')
ax2.set_xlabel('Tempo (segundos)')
ax2.set_ylabel('Frequência')

# Q-Q plot para tempos entre chegadas
stats.probplot(inter_arrival_times, dist='expon', plot=ax3)
ax3.set_title('Q-Q Plot - Tempos Entre Chegadas vs. Exponencial')

# Q-Q plot para tempos de serviço
stats.probplot(service_times, dist='expon', plot=ax4)
ax4.set_title('Q-Q Plot - Tempos de Serviço vs. Exponencial')

plt.tight_layout()
plt.show()
```



```
[78]: # Análise de filas usando fórmulas gerais

# Assumindo sistema com taxas constantes ( $\lambda_k =$ ,  $\mu_k =$ ) e  $s=1$ 
s = 1
lambda_k = lambda_arrival # taxa de chegada constante
mu_k = mu_service # taxa de serviço constante
max_n = 100 # truncar em 50 estados para cálculo aproximado

# Calcular coeficientes  $C_n$ 
C = [1.0] #  $C_0 = 1$ 
for n in range(1, max_n + 1):
    C.append(C[-1] * (lambda_k / mu_k))

# Calcular  $P_0$ 
sum_C = sum(C[1:])
P0 = 1 / (1 + sum_C)

# Calcular probabilidades  $P_n$ 
probabilidades = [C[n] * P0 for n in range(max_n + 1)]

print(f"Probabilidade de sistema vazio (P0): {P0:.6f}")
print(f"Utilização aproximada: {1 - P0:.6f}")
```

```

# Calcular métricas de desempenho
L = sum(n * p for n, p in enumerate(probabilidades)) # Número esperado de
↳ clientes no sistema
Lq = sum((n - s) * p for n, p in enumerate(probabilidades) if n >= s) # Número
↳ esperado de clientes na fila
lambda_eff = sum(lambda_k * p for p in probabilidades) # Taxa média de chegada
↳ efetiva
W = L / lambda_eff # Tempo esperado no sistema
Wq = Lq / lambda_eff # Tempo esperado na fila

print(f"\nMétricas de Desempenho:")
print(f"L (clientes no sistema): {L:.4f}")
print(f"Lq (clientes na fila): {Lq:.4f}")
print(f"W (tempo no sistema): {W:.4f} segundos")
print(f"Wq (tempo na fila): {Wq:.4f} segundos")

```

Probabilidade de sistema vazio (P0): 0.000000

Utilização aproximada: 1.000000

Métricas de Desempenho:

L (clientes no sistema): 94.2856

Lq (clientes na fila): 93.2856

W (tempo no sistema): 705.8899 segundos

Wq (tempo na fila): 698.4032 segundos

[79]: # Visualização das probabilidades de estado

```

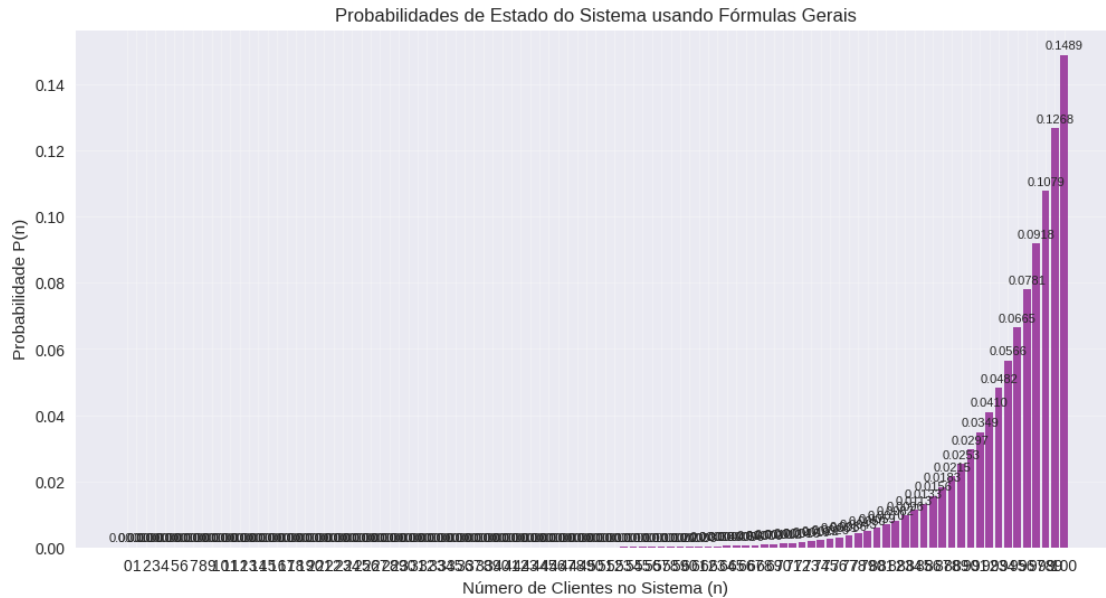
plt.figure(figsize=(12, 6))

# Gráfico de barras das probabilidades
n_values = list(range(len(probabilidades)))
plt.bar(n_values, probabilidades, alpha=0.7, color='purple')
plt.title('Probabilidades de Estado do Sistema usando Fórmulas Gerais')
plt.xlabel('Número de Clientes no Sistema (n)')
plt.ylabel('Probabilidade P(n)')
plt.xticks(n_values)
plt.grid(True, alpha=0.3)

# Adicionar valores nas barras
for i, v in enumerate(probabilidades):
    plt.text(i, v + 0.001, f'{v:.4f}', ha='center', va='bottom', fontsize=8)

plt.show()

```



```
[80]: # Salvar dados tratados separadamente em novos arquivos CSV
nome_arquivo_chegada = 'dados_chegada_tratados.csv'
nome_arquivo_atendimento = 'dados_atendimento_tratados.csv'

df_chegada.to_csv(nome_arquivo_chegada, index=False, sep=';')
df_atendimento.to_csv(nome_arquivo_atendimento, index=False, sep=';')

print(f"Dados de chegada tratados salvos em: {nome_arquivo_chegada}")
print(f"Número de registros: {len(df_chegada)}")
print(f"Dados de atendimento tratados salvos em: {nome_arquivo_atendimento}")
print(f"Número de registros: {len(df_atendimento)}")
```

```
Dados de chegada tratados salvos em: dados_chegada_tratados.csv
Número de registros: 715
Dados de atendimento tratados salvos em: dados_atendimento_tratados.csv
Número de registros: 715
```