

Aula 17  
Tabelas de Símbolos Ordenadas  
e Coleções em Java

**Algoritmos e Estruturas de Dados**

# Tabelas de símbolos

Ordenadas

- Tabelas de símbolos onde existe uma ordenação explícita das chaves
- Vantagens
  - Para além de pesquisa eficiente*
  - Permitem a implementação fácil e eficiente de um conjunto de métodos adicionais*

- Tabelas de símbolos onde existe uma ordenação explícita das chaves
- A árvore binária de pesquisa é uma tabela de símbolos ordenada
- Vantagens
  - Para além de pesquisa eficiente*
  - Permitem a implementação fácil e eficiente de um conjunto de métodos adicionais*

- Vantagens
  - Permitem a implementação eficiente de uma série de métodos de pesquisa

	<i>keys</i>	<i>values</i>
<code>min()</code> →	09:00:00	Chicago
	09:00:03	Phoenix
	09:00:13 →	Houston
<code>get(09:00:13)</code> →	09:00:59	Chicago
	09:01:10	Houston
<code>floor(09:05:00)</code> →	09:03:13	Chicago
	09:10:11	Seattle
<code>select(7)</code> →	09:10:25	Seattle
	09:14:25	Phoenix
	09:19:32	Chicago
	09:19:46	Chicago
<code>keys(09:15:00, 09:25:00)</code> →	09:21:05	Chicago
	09:22:43	Seattle
	09:22:54	Seattle
	09:25:52	Chicago
<code>ceiling(09:30:00)</code> →	09:35:21	Chicago
	09:36:14	Seattle
<code>max()</code> →	09:37:44	Phoenix
<code>size(09:15:00, 09:25:00) is 5</code>		
<code>rank(09:10:25) is 7</code>		

# Tabelas de Símbolos Ordenadas

---

```
public class ST<Key extends Comparable<Key>, Value>
```

ST()	<i>create an ordered symbol table</i>
void put(Key key, Value val)	<i>put key-value pair into the table (remove key from table if value is null)</i>
Value get(Key key)	<i>value paired with key (null if key is absent)</i>
void delete(Key key)	<i>remove key (and its value) from table</i>
boolean contains(Key key)	<i>is there a value paired with key?</i>
boolean isEmpty()	<i>is the table empty?</i>
int size()	<i>number of key-value pairs</i>
Key min()	<i>smallest key</i>
Key max()	<i>largest key</i>
Key floor(Key key)	<i>largest key less than or equal to key</i>
Key ceiling(Key key)	<i>smallest key greater than or equal to key</i>
int rank(Key key)	<i>number of keys less than key</i>
Key select(int k)	<i>key of rank k</i>
void deleteMin()	<i>delete smallest key</i>
void deleteMax()	<i>delete largest key</i>
int size(Key lo, Key hi)	<i>number of keys in [lo..hi]</i>
Iterable<Key> keys(Key lo, Key hi)	<i>keys in [lo..hi], in sorted order</i>
Iterable<Key> keys()	<i>all keys in the table, in sorted order</i>

---

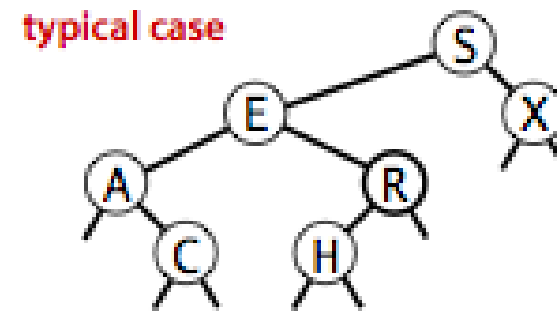
API for a generic ordered symbol table

# Operações

Baseadas na ordem

- Menor chave de uma BST

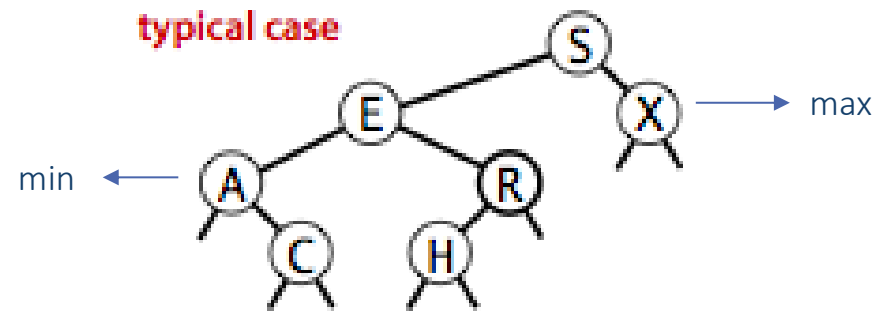
- Maior chave de uma BST





- Menor chave de uma BST

- Maior chave de uma BST



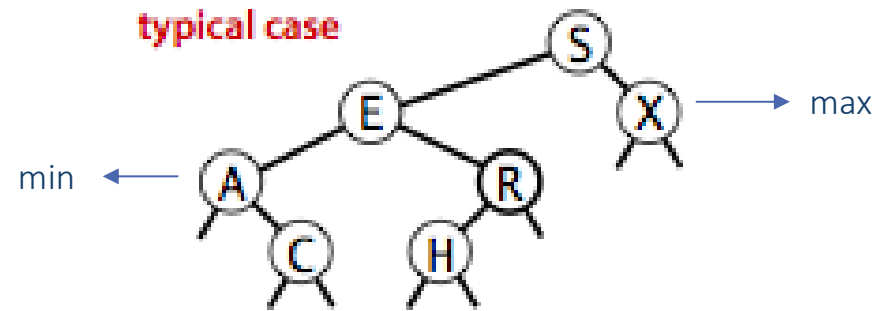
- Menor chave de uma BST
  - Elemento mais à esquerda
  - Avançar para a esquerda

*Até encontrar um nó sem filho esquerdo*

- Maior chave de uma BST
  - Elemento mais à direita
  - Avançar para a direita

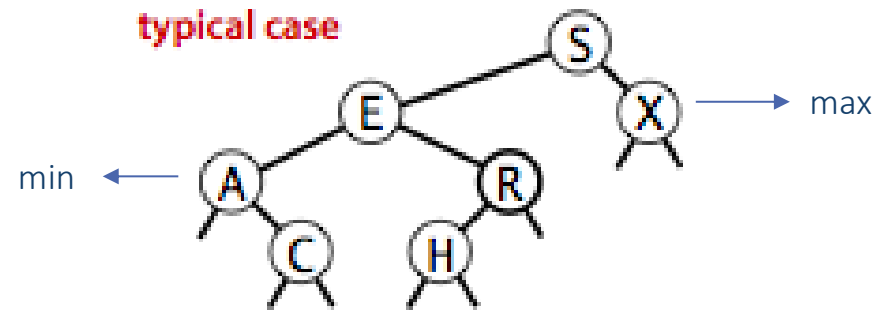
*Até encontrar um nó sem filho direito*

- Nem sequer precisamos de fazer comparações!!!!



```
public Key min()
{
    if(this.root == null) return null;
    return min(this.root);
}
```

```
private Key min(Node n)
{
    if(n.left == null) return n.key;
    return min(n.left);
}
```



- *Floor(k)*
  - Chave da árvore mais perto “por baixo”

*Qual a chave na árvore imediatamente antes de k, ou k?*

Maior chave  $c$ , tal que  $c \leq k$
- *Ceiling(k)*
  - Chave da árvore mais perto “por cima”

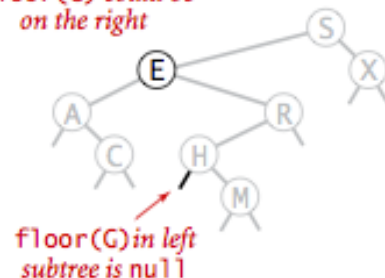
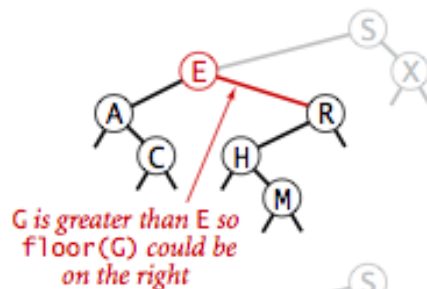
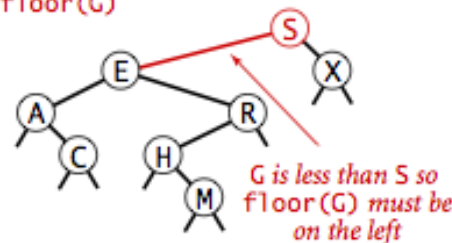
*Qual a chave na árvore imediatamente a seguir a k, ou k?*

Menor chave  $c$ , tal que  $c \geq k$

# Floor(k)

- Maior chave  $c$ , tal que  $c \leq k$
- Comparar  $k$  com chave do nó  $n$
- Se  $k = \text{nó}.c$   $c \leq k$  ✓  
*Encontrámos a chave, retornar*
- Se  $k < \text{nó}.c$   $c \not\leq k$   
*Este não é candidato válido*  
*Continuar à procura para a esquerda*
- Se  $k > \text{nó}.c$   $c \leq k$  ✓  
*Encontrámos um candidato possível!*  
*Mas pode haver outro melhor à direita*  
*Procurar à direita, mas se não encontrarmos, retornar nó.c*

finding floor(G)



Computing the floor function

# Floor(k)

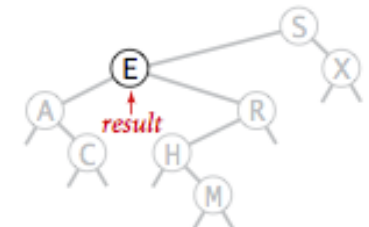
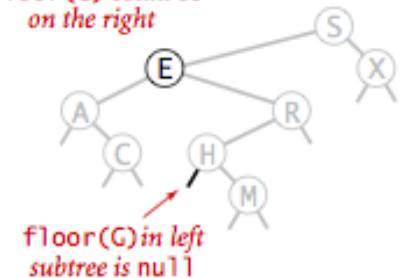
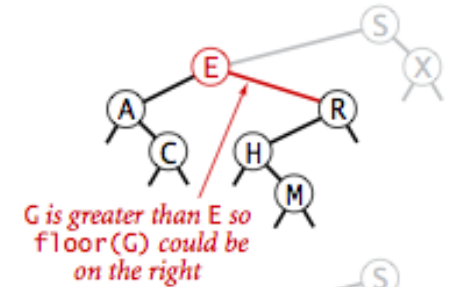
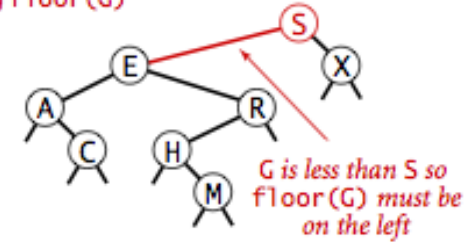
```

public Key floor(Key k)
{
    Node n = floor(this.root, k);
    if(n == null) return null;
    return n.key;
}

private Node floor(Node n, Key k)
{
    if(n == null) return null;
    int cmp = k.compareTo(n.key);

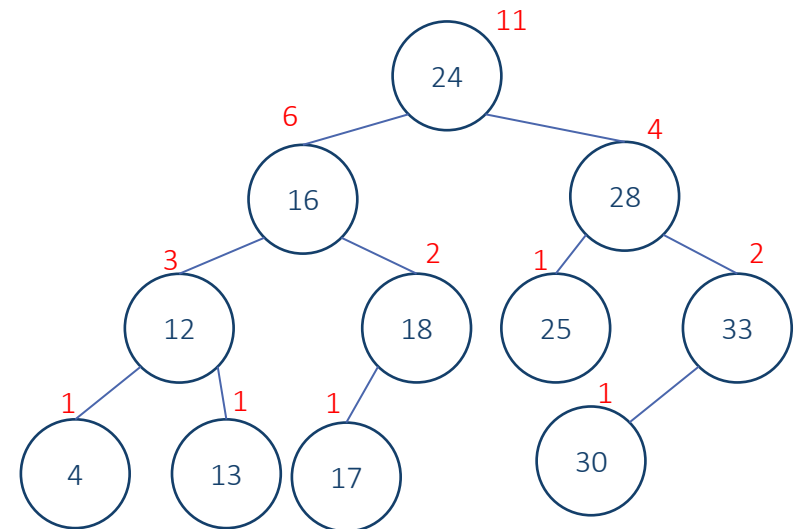
    //found the key
    if(cmp == 0) return n;
    //not valid candidate, continue left
    if (cmp < 0) return floor(n.left, k);
    //else this node is a valid candidate
    //but we still need to check if there
    //is another option to the right
    Node otherOption = floor(n.right, k);
    //if there is another option, return it
    if(otherOption != null) return otherOption;
    //if not, return this node (valid candidate)
    return n;
}
  
```

finding floor(G)

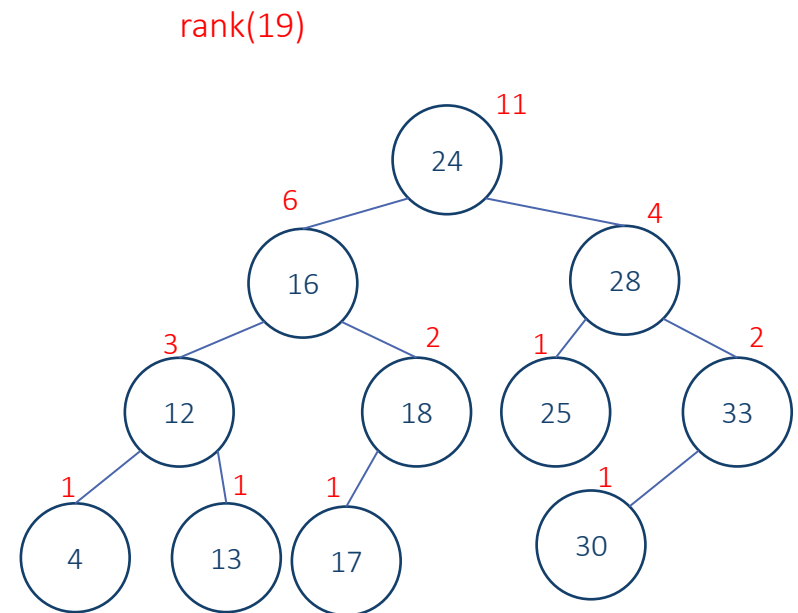


Computing the floor function

- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Cada nó tem um contador para o número de nós na subárvore

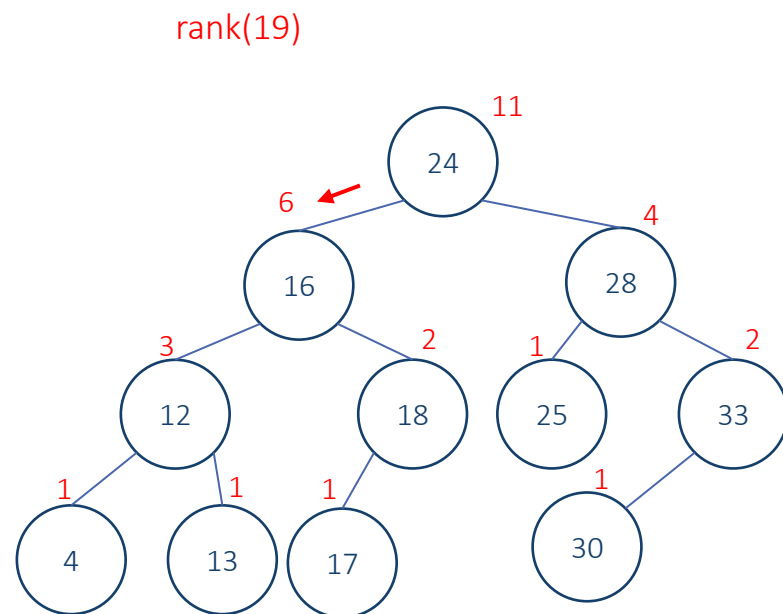


- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Se  $k = \text{nó.chave}$ 
  - retornar o número de nós do filho esquerdo
- Se  $k < \text{nó.chave}$ 
  - Continuar a procurar à esquerda
- Se  $k > \text{nó.chave}$ 
  - Contar todos os da esquerda + 1 + procurar na direita

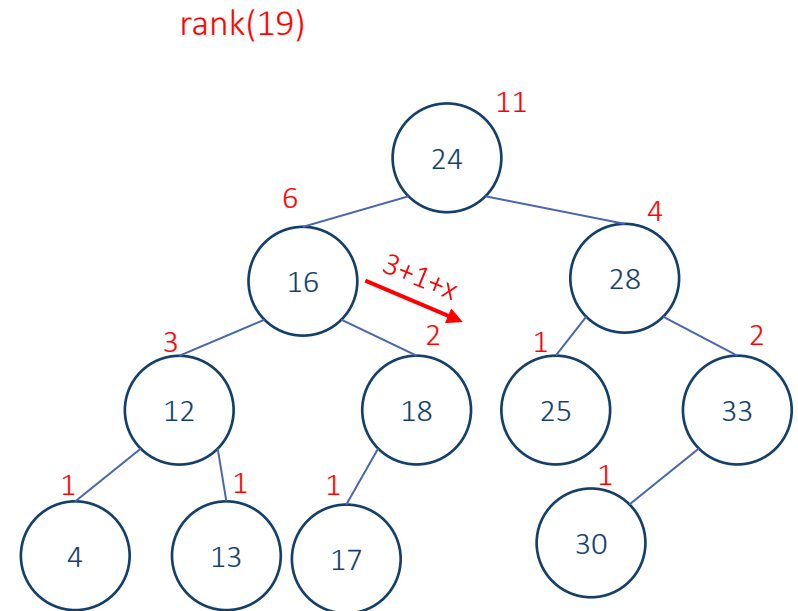




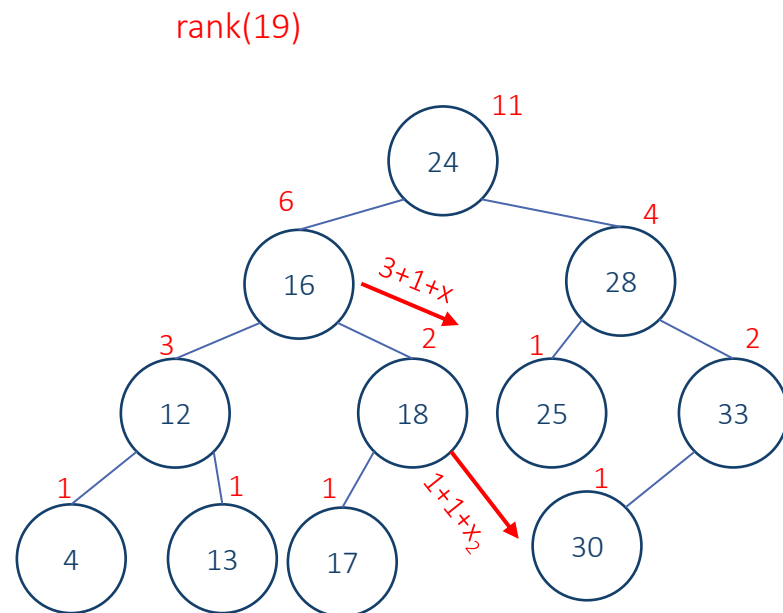
- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Se  $k = \text{nó.chave}$ 
  - retornar o número de nós do filho esquerdo
- Se  $k < \text{nó.chave}$ 
  - Continuar a procurar à esquerda
- Se  $k > \text{nó.chave}$ 
  - Contar todos os da esquerda + 1 + procurar na direita



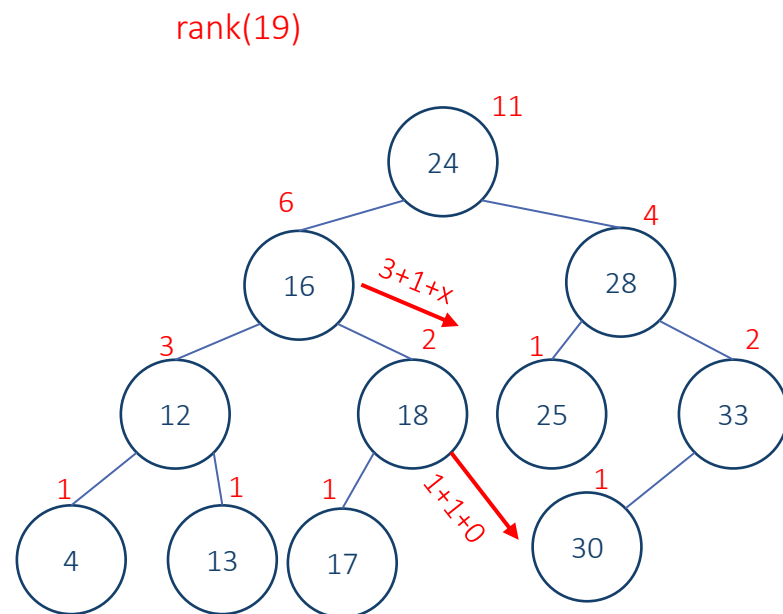
- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Se  $k = \text{nó.chave}$ 
  - retornar o número de nós do filho esquerdo
- Se  $k < \text{nó.chave}$ 
  - Continuar a procurar à esquerda
- Se  $k > \text{nó.chave}$ 
  - Contar todos os da esquerda + 1 + procurar na direita



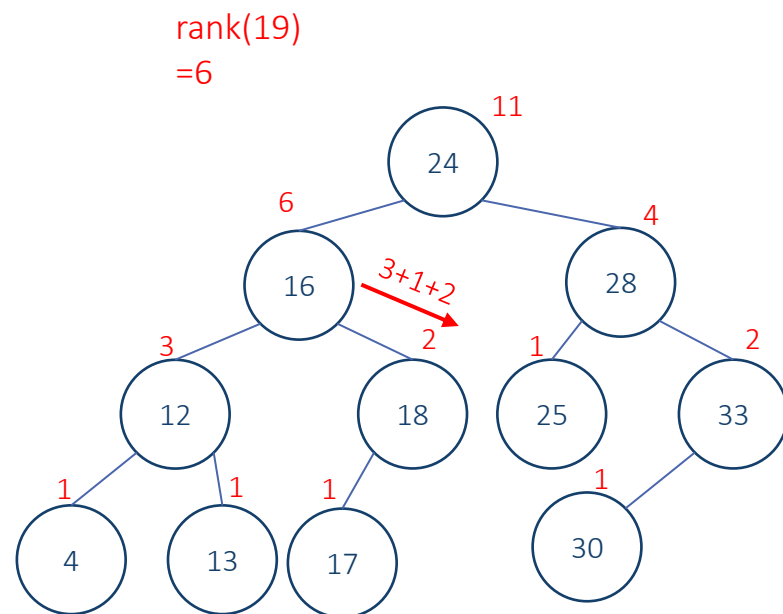
- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Se  $k = \text{nó.chave}$ 
  - retornar o número de nós do filho esquerdo
- Se  $k < \text{nó.chave}$ 
  - Continuar a procurar à esquerda
- Se  $k > \text{nó.chave}$ 
  - Contar todos os da esquerda + 1 + procurar na direita



- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Se  $k = \text{nó.chave}$ 
  - retornar o número de nós do filho esquerdo
- Se  $k < \text{nó.chave}$ 
  - Continuar a procurar à esquerda
- Se  $k > \text{nó.chave}$ 
  - Contar todos os da esquerda + 1 + procurar na direita



- Dada uma chave  $k$ , quantas chaves  $< k$  existem na árvore?
- Se  $k = \text{nó.chave}$ 
  - retornar o número de nós do filho esquerdo
- Se  $k < \text{nó.chave}$ 
  - Continuar a procurar à esquerda
- Se  $k > \text{nó.chave}$ 
  - Contar todos os da esquerda + 1 + procurar na direita



```

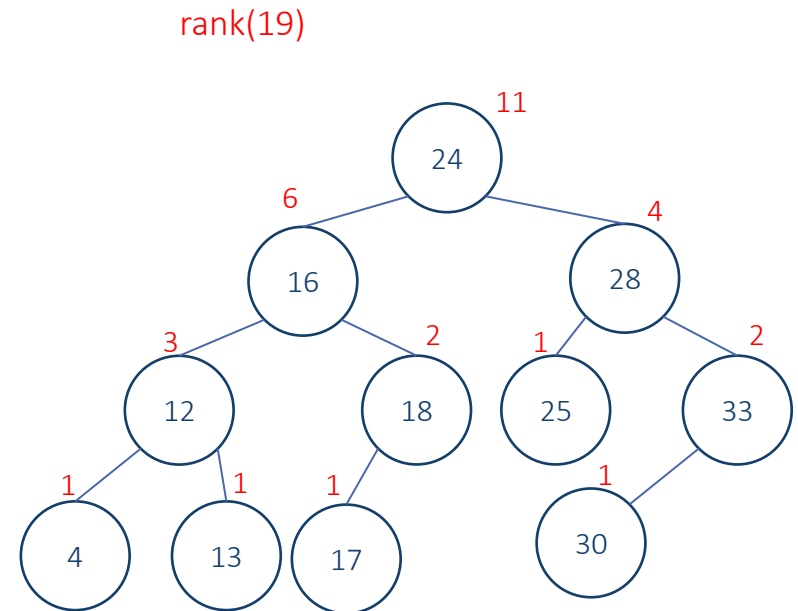
private int size(Node n)
{
    if(n==null) return 0;
    else return n.size;
}
  
```

```

public int rank(Key k)
{
    return rank(this.root,k);
}
  
```

```

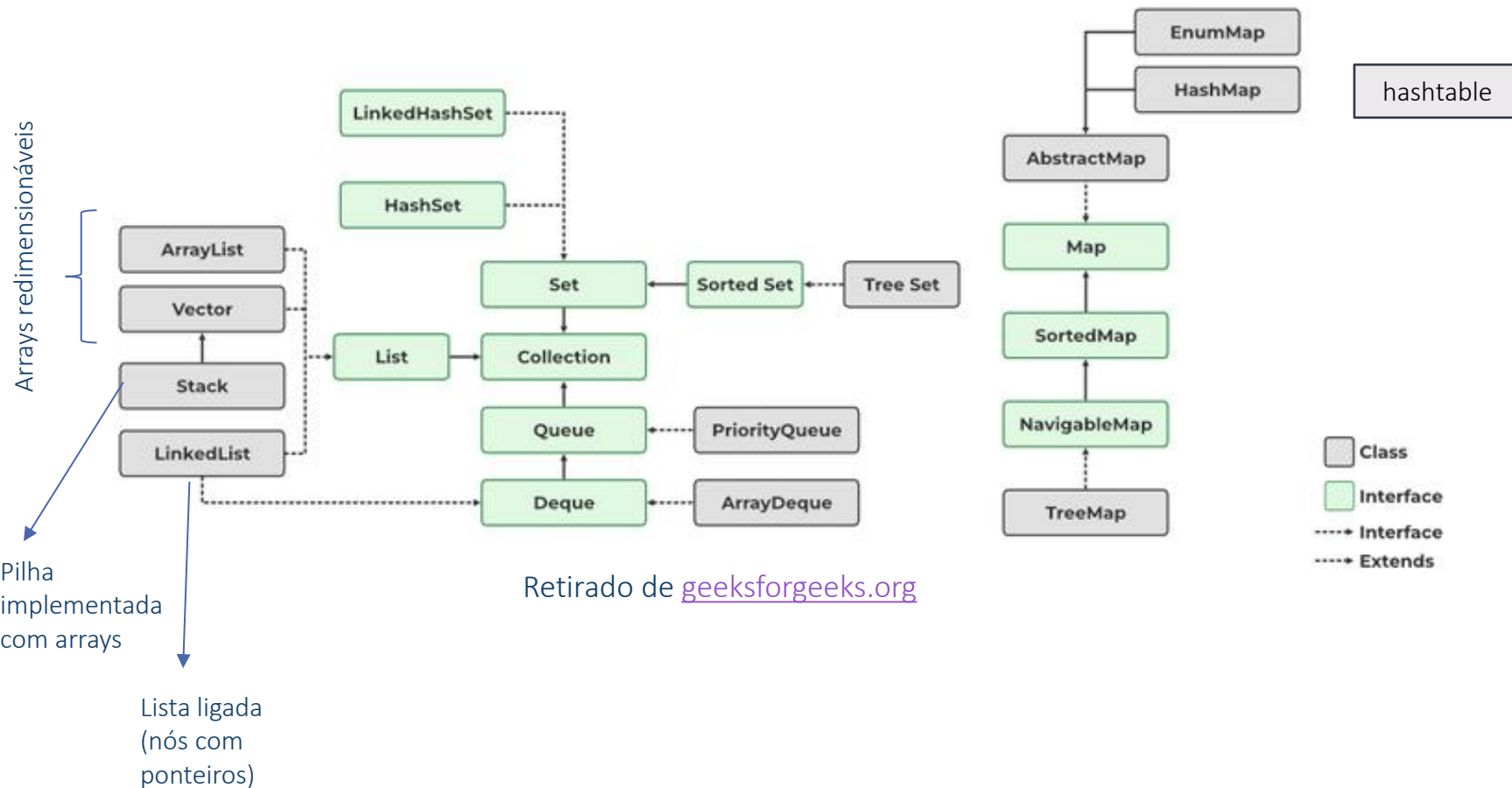
private int rank(Node n, Key k)
{
    if(n == null) return 0;
    int cmp = k.compareTo(n.key);
    if(cmp == 0) return size(n.left);
    if(cmp < 0) return rank(n.left, k);
    return 1 + size(n.left) + rank(n.right, k);
}
  
```



# Coleções em Java

- Agora que já temos um conhecimento muito mais aprofundado sobre coleções
- Podemos perceber que tipos de coleções diferentes existem em java, e quais as vantagens e desvantagens de cada uma dela







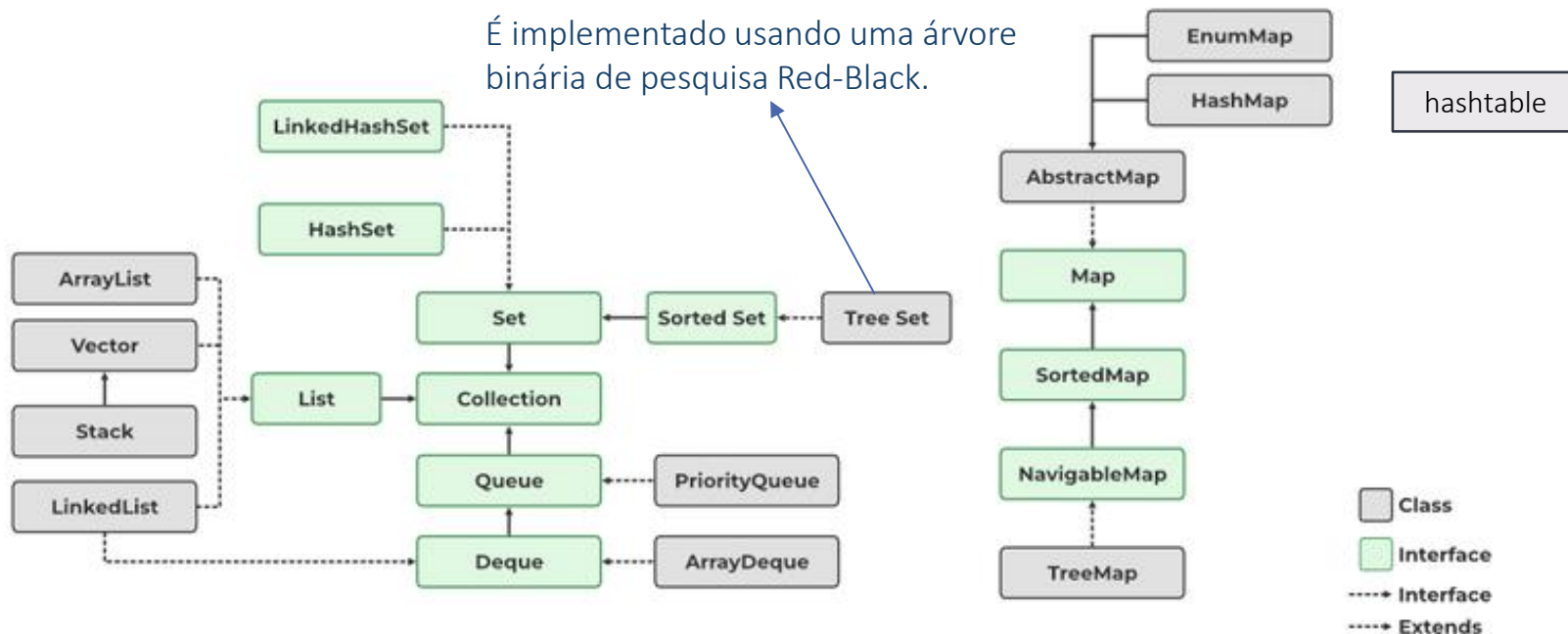
Um deque é uma double queue, uma fila que nos permite adicionar ou remover no fim ou no início da fila.

A implementação é feita usando um array para guardar os valores do heap.

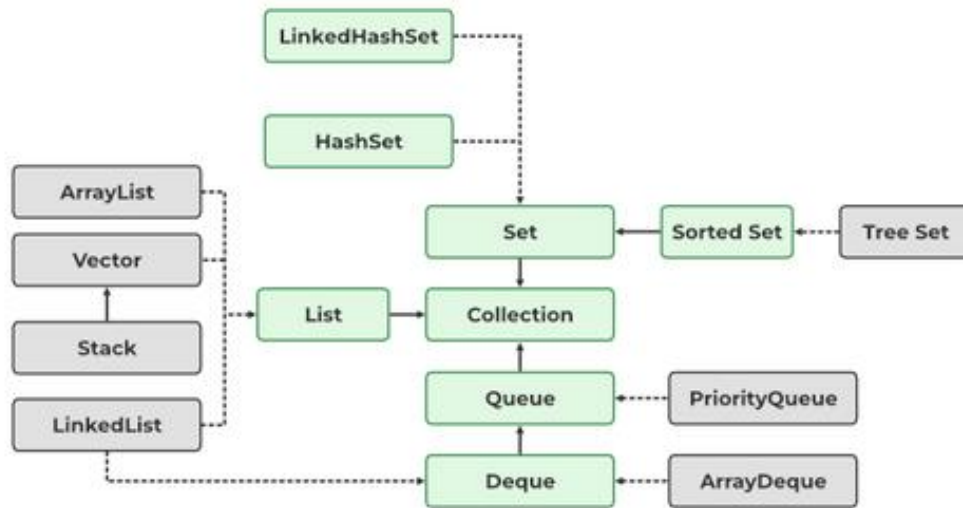
# Coleções em Java

TreeSet<T> é uma árvore binária de pesquisa que só guarda chaves.

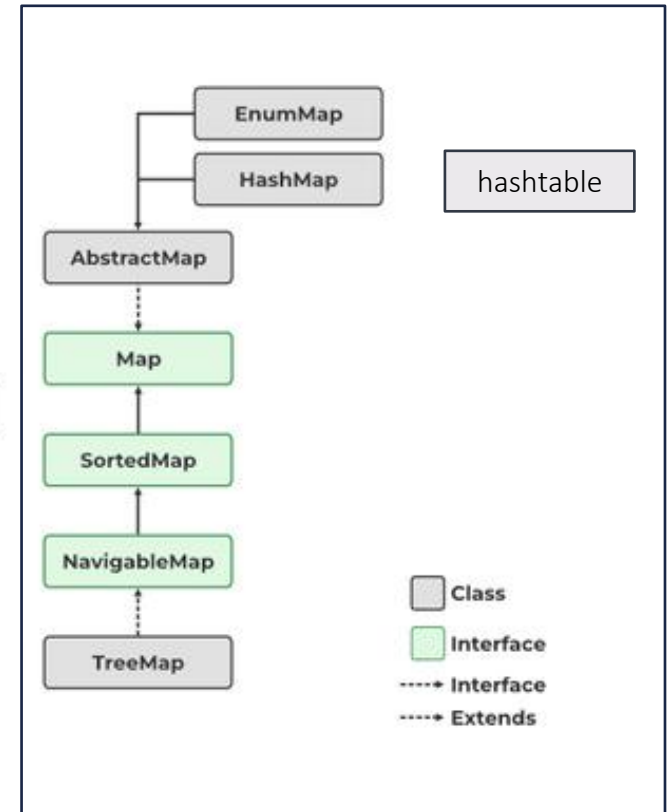
É implementado usando uma árvore binária de pesquisa Red-Black.



Retirado de [geeksforgeeks.org](http://geeksforgeeks.org)



Retirado de [geeksforgeeks.org](https://www.geeksforgeeks.org/)

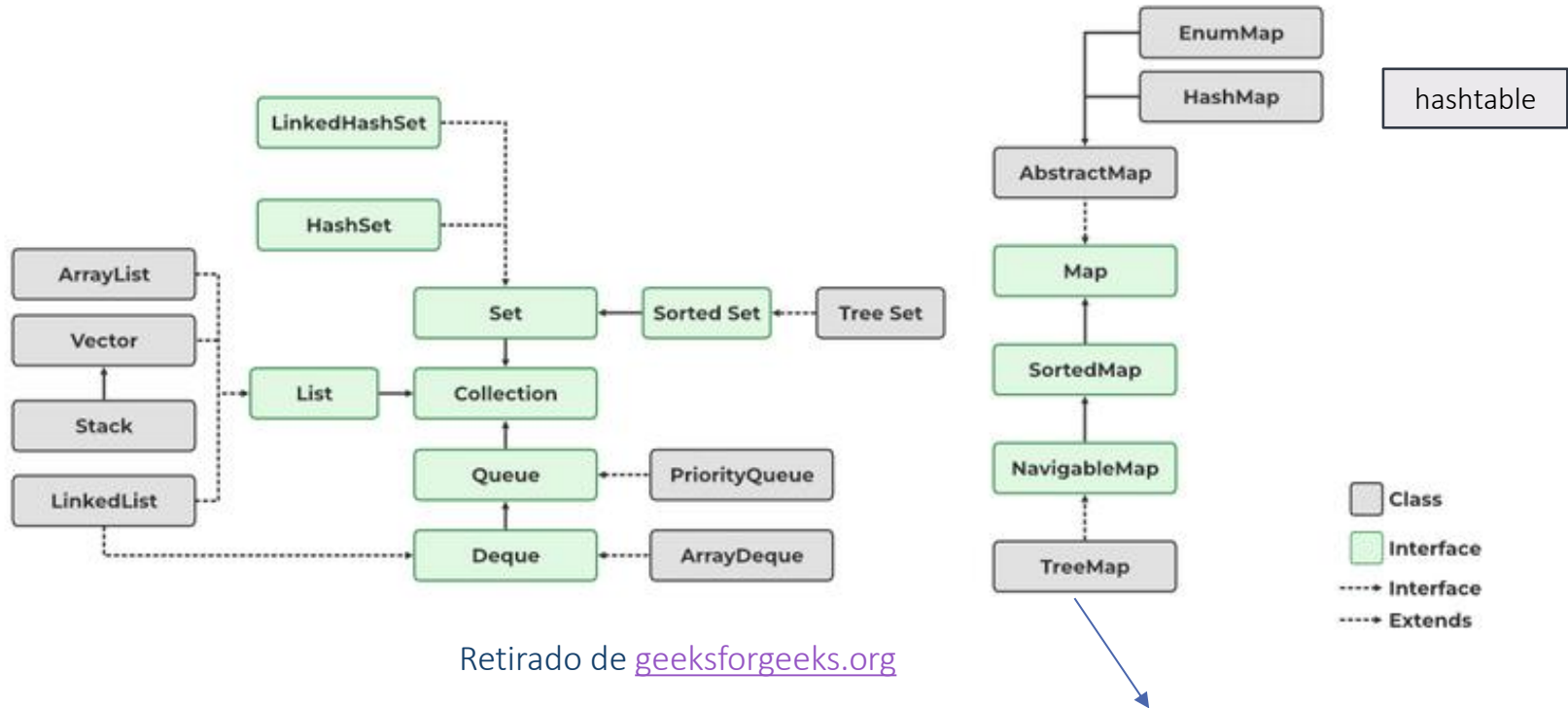


## Observação:

A interface Map em Java corresponde ao conceito de Tabela de Símbolos:

Uma estrutura de dados que guarda pares de <chave,valor> e que usa as chaves para guardar e procurar.

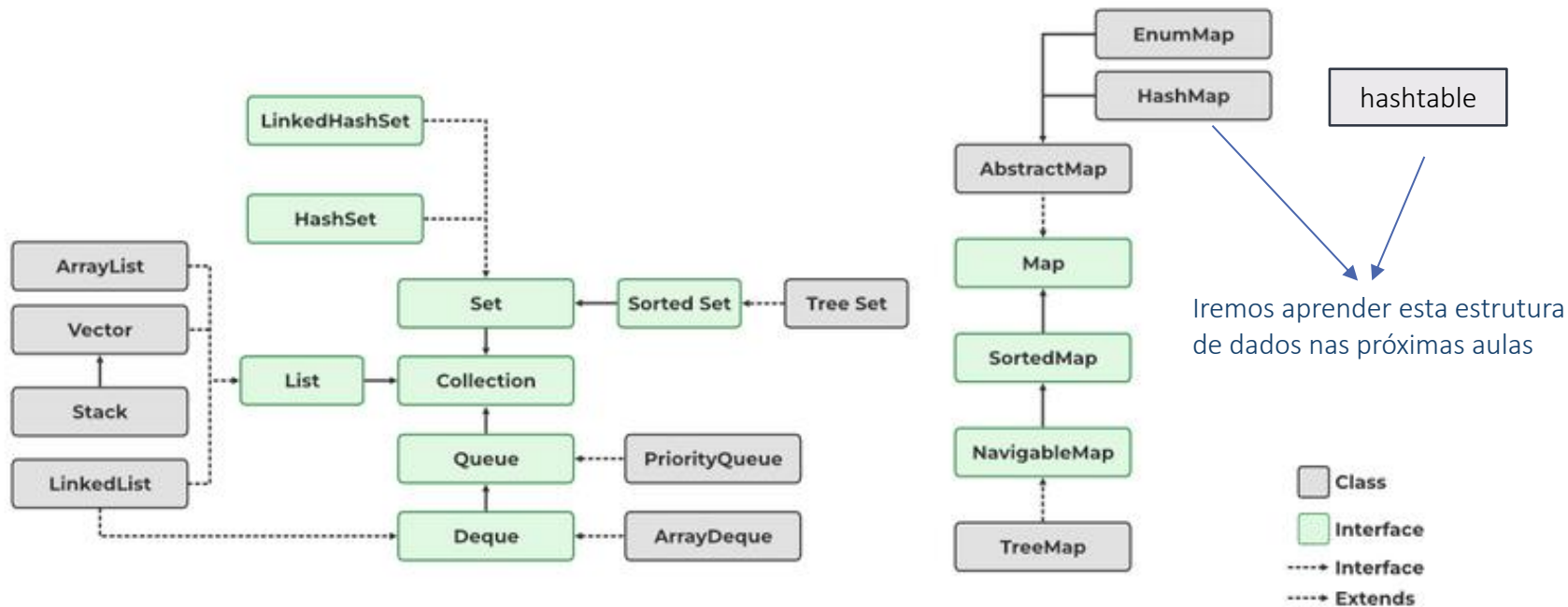
# Coleções em Java



TreeMap<Key,Value> é uma tabela de símbolos ordenada.

É implementada usando uma árvore binária de pesquisa Red-Black.

É igual a um TreeSet, mas guarda um valor para além da chave.



Retirado de [geeksforgeeks.org](https://www.geeksforgeeks.org/)

# Utilização de coleções

De forma eficiente

- O conhecimento sobre o funcionamento das coleções
  - Conhecimento sobre a sua complexidade temporal
- Permite-nos implementar código mais eficiente



```
public static List<String> getTeams(List<Submission> submissions)
{
    List<String> teams = new ArrayList<String>();

    for (Submission s : submissions)
    {
        if (!teams.contains(s.getNomeEquipa()))
        {
            teams.add(s.getNomeEquipa());
        }
    }

    teams.sort(null);
    return teams;
}
```



Dada uma lista de submissões (que entre outros dados contém o nome da equipa que fez a submissão),

este método devolve uma lista com todos os nomes de equipas, sem nomes duplicados, e a lista devolvida está ordenada.

```
public static List<String> getTeams(List<Submission> submissions)
{
    List<String> teams = new ArrayList<String>();    O(1)

    for (Submission s : submissions)  —————→ O(n)
    {
        if (!teams.contains(s.getNomeEquipa())) —→ O(n)
        {
            teams.add(s.getNomeEquipa()); —→ O(1)
        }
    }

    teams.sort(null); —————→ O(n log2 n)
    return teams;
}
```

$O(n^2)$

Esta é na realidade uma  
estimativa grosseira,

Uma aproximação tilde  
mais correta seria:

$$\sim \frac{n^2}{2}$$

$T(n) = O(n^2)$

```
public static List<String> getTeams(List<Submission> submissions)
{
    TreeSet<String> teams = new TreeSet<>();

    for (Submission s : submissions)
    {
        teams.add(s.getNomeEquipa());
    }

    return teams.stream().toList();
}
```

→ Não preciso de verificar se existe, porque pela definição de conjunto, o elemento só é adicionado se não existir

→ Não preciso de **ordenar**, porque o **TreeSet** já está **ordenado**.

```
public static List<String> getTeams2(List<Submission> submissions)
{
    TreeSet<String> teams = new TreeSet<>();           O(1)

    for (Submission s : submissions)                   O(n)
    {
        teams.add(s.getNomeEquipa());                 O(log2n)
    }
    }                                                     } O(n log2 n)

    return teams.stream().toList();                    O(n)
}
```

Se isto estiver bem implementado, é possível ser feito em tempo constante, “mascarando” uma árvore como lista

Alternativamente, se declarasse este método como retornando uma `Collection<String>` não precisaria sequer de transformar numa lista, e bastava retornar a árvore.

De qualquer forma, não tem impacto na complexidade assintótica do método

$$T(n) = O(n \log_2 n)$$