Laboratório de Física – Cursos de Ciências Exactas e Engenharia

Folha de Resultados

Nome: Bernardo Cardeira Cozac	Nº: a 9 0 1 4 2	Classificação
Nome: Diogo Alexandre Botas Carvalho	Nº: a 9 0 2 4 7	
Nome: Diogo Coelho Freitas	Nº: a 9 0 1 4 7	
Nome:	Nº:	
Curso: EI Turma: P L 5 Grupo: 2	Data de Realização: 17 / 03 / 2025	

Medição de Comprimentos, Massas e Tempos

1. **Objectivo da Experiência**

O objetivo desta experiência é realizar medições de diversas grandezas físicas — como comprimentos, massas, volumes, áreas, densidades e intervalos de tempo — utilizando instrumentos adequados e técnicas apropriadas. Pretendemos, com isso, desenvolver a nossa capacidade de efetuar medições com rigor, interpretar os resultados obtidos e compreender a importância das incertezas associadas a cada medição. Esta atividade visa também familiarizar-nos com o uso prático de equipamentos de medição e com os métodos de tratamento e análise de dados experimentais.

1 – Espessuras de uma folha de papel

Incerteza do palmer : 0,005 mm Média = 0,11 mm Incerteza estatística, e = 0,00 mm

Medidas

0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm
0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	0,11 mm	-----------	-----------

Cálculos e comentários

As 12 medições resultaram exatamente no mesmo valor, o que mostra que o papel tem espessura extremamente uniforme, dentro da sensibilidade do palmer (0,005 mm).

$$x_i = \{0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11,\ 0{,}11\} \qquad n = 12$$

Cálculo da Média

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \bar{x} = \frac{1}{12}\cdot(12 \times 0{,}11) = \frac{1{,}32}{12} \qquad \bar{x} = 0{,}11\, mm$$

Cálculo da Incerteza Estatística

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad x_i - \bar{x} = 0 \ \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 0 \qquad S_m = \sqrt{\frac{0}{12\cdot 11}} = 0 \qquad S_m = 0\, mm$$

O facto de a incerteza estatística ser nula significa que todas as 12 medições deram exatamente o mesmo valor, ou seja, não foi detetada qualquer variação na espessura da folha dentro da sensibilidade do instrumento. Ainda assim, a presença de uma incerteza de leitura de 0,005 mm mostra que, mesmo quando os valores se repetem, existe sempre um limite associado à precisão do aparelho, o que nos obriga a considerar essa incerteza no resultado final.

Resultado Final

$$Medida = \bar{x} \pm incerteza\ (unidade) \qquad x = (0{,}11 \pm 0{,}005)\, mm$$

A craveira não permite medir com precisão a espessura de uma única folha de papel, porque não tem escala suficientemente sensível para detetar variações tão pequenas. Já o palmer, com maior resolução, é o instrumento mais adequado para este tipo de medição.

2 – Diâmetro do prego

Diâmetro com o palmer. d = (2,34 ± 0,005) mm Diâmetro com a craveira: **d = (**2,00 ± 0,025) mm

Cálculos e comentários:

$$\boldsymbol{D_{palmer}} = (2{,}34 \pm 0{,}005)\text{ mm} \qquad d_{papel} = (0{,}11 \pm 0{,}005)\ mm$$

Comparação com a espessura da folha de papel

$$\frac{\boldsymbol{D_{palmer}}}{d_{papel}} = \frac{\boldsymbol{2,34}}{\boldsymbol{0,11}} \approx \boldsymbol{21,27}$$

O diâmetro do prego é cerca de 21 vezes maior do que a espessura da folha de papel, ou seja, existe uma diferença de aproximadamente uma ordem de grandeza (10^1).

Medição com a craveira e comparação com o palmer

$$\boldsymbol{D_{craveira}} = (2{,}00 \pm 0{,}025)\text{ mm} \qquad \boldsymbol{D_{palmer}} = (2{,}34 \pm 0{,}005)\text{ mm}$$

A craveira apresenta um valor mais arredondado devido à sua menor resolução. Embora seja capaz de medir o prego, não tem sensibilidade para captar variações pequenas, sendo por isso menos fiável para medições rigorosas.

O palmer revelou-se claramente mais adequado para medir o diâmetro do prego, fornecendo um valor mais preciso e com menor incerteza. A craveira, apesar de fornecer um valor próximo, arredondou a leitura e apresentou uma incerteza bastante maior.
Ainda assim, dado que o prego tem uma dimensão na ordem dos milímetros, a craveira é suficiente para uma estimativa razoável. A diferença entre os valores medidos com os dois instrumentos demonstra bem a importância de escolher o aparelho certo conforme o nível de precisão necessário.

3 - Medição do volume de uma esfera

Diâmetro d = (11,85 ± 0,025) mm Volume, V = (871,3 ± 5,5) mm^3

Cálculos e comentários:

$$\boldsymbol{d} = 11{,}85 \pm 0{,}025\text{ mm}$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{6}} \cdot \boldsymbol{d^3} \qquad \boldsymbol{V} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{6}} \cdot (11{,}85)^3 \Leftrightarrow \boldsymbol{V} \approx \boldsymbol{871,3\ mm^3}$$

O volume depende do cubo do diâmetro, o que significa que pequenas variações no diâmetro têm um impacto significativo no valor do volume. Por isso, é importante calcular corretamente a incerteza.

Propagação da incerteza

$$\boldsymbol{u_c(V)} = \left|\frac{\boldsymbol{dV}}{\boldsymbol{dd}}\right| \cdot \boldsymbol{u(d)}$$

$$\frac{\boldsymbol{dV}}{\boldsymbol{dd}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{6}} \cdot \boldsymbol{3d^2} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}} \cdot \boldsymbol{d^2} \qquad \boldsymbol{u_c(V)} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}} \cdot (11{,}85)^2 \cdot \boldsymbol{0,025} \qquad \boldsymbol{u_c(V)} \approx \boldsymbol{1,5708 \cdot 140,42 \cdot 0,025} \approx \boldsymbol{5,5\ mm^3}$$

$$\boldsymbol{V} = (871{,}3 \pm 5{,}5)\ \boldsymbol{mm^3}$$

A medição do diâmetro da esfera foi feita com a craveira, o que fornece uma boa estimativa, mas tem uma incerteza associada de 0,025 mm. Como o volume da esfera depende do cubo do diâmetro, mesmo uma pequena incerteza nesta medição tem um efeito amplificado no resultado final. Ainda assim, o valor obtido para o volume apresenta uma incerteza relativamente baixa face ao valor total, o que mostra que a medição é consistente e confiável, mesmo com um instrumento de resolução limitada como a craveira.
Este exemplo mostra bem a importância de considerar a propagação dos erros, especialmente quando lidamos com fórmulas onde a variável medida está elevada a potências.

4 - Medição do volume de um cilindro

	Régua	Craveira
Altura	(46 ± 0,5) mm	(46,8 ± 0,025) mm
Diâmetro	(13 ± 0,025) mm	
Volume	$(\boldsymbol{6105,69} \pm \boldsymbol{70,40})\ \boldsymbol{mm^3}$	$(\boldsymbol{6211,87} \pm \boldsymbol{24,12})\ \boldsymbol{mm^3}$

Cálculos e comentários:

Volume altura medida com a régua

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi d^2 h}{4} \qquad V = \frac{\pi \cdot 13^2 \cdot 46}{4}$$

$$V \approx 6105,69\ mm^3$$

Propagação da Incerteza medida com a régua

$$u_c(V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial d} \cdot u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} \cdot u(h)\right)^2$$

Derivadas parciais

$$\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{\pi \cdot d \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 13 \cdot 46}{2} \approx 939,34\ mm^2 \qquad \frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi \cdot d^2}{2} = \frac{\pi \cdot 169}{2} \approx 132,73\ mm^2$$

Incerteza combinada

$$u(d) = 0,025\ mm \quad u(h) = 0,05\ mm \qquad u_c(V)^2 = (938,34 \cdot 0,025)^2 + (132,73 \cdot 0,05)^2 = 4960,03$$

$$u_c(V) = \sqrt{4960,03} \approx 70,40\ mm^3 \qquad V = (6105,69 \pm 70,40)\ mm^3$$

Volume altura medida com a Craveira

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi d^2 h}{4} \qquad V = \frac{\pi \cdot 13^2 \cdot 46,8}{4}$$

$$V \approx 6211,87\ mm^3$$

Propagação da Incerteza medida com a Craveira

$$u_c(V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial d} \cdot u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} \cdot u(h)\right)^2$$

Derivadas parciais

$$\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{\pi \cdot d \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 13 \cdot 46,8}{2} \approx 955,67\ mm^2 \qquad \frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi \cdot d^2}{2} = \frac{\pi \cdot 169}{2} \approx 132,73\ mm^2$$

Incerteza combinada

$$u(d) = 0,025\ mm \quad u(h) = 0,025\ mm \qquad u_c(V)^2 = (955,67 \cdot 0,025)^2 + (132,73 \cdot 0,025)^2 = 582,24$$

$$u_c(V) = \sqrt{582,24} \approx 24,12\ mm^3 \qquad V = (6211,87 \pm 24,12)\ mm^3$$

$$\mathit{Diferença\ entre\ incertezas} = \frac{70,40}{24,12} = 2,92$$

Esta experiência mostrou, de forma prática, como o instrumento escolhido afeta a precisão dos nossos resultados. Ao medir com a régua, a incerteza no volume foi bastante alta, o que é esperado, já que tem uma leitura menos precisa.
Quando usamos a craveira, conseguimos um resultado muito mais fiável, com uma incerteza quase três vezes menor. Isso mostra que, sempre que queremos medidas mais rigorosas, a craveira é claramente a melhor escolha.

5 – Densidade de um cilindro

Altura = (44,9 ± 0,025) mm Diâmetro = (9,4 ± 0,025) mm Massa = (8,48 ± 0,005) g

Volume do cilindro = $(3115,96 \pm 16,66)\ mm^3$ Densidade do cilindro = $(2,721 \pm 0,015)\ g/cm^3$

Cálculos e comentários:

<u>Volume altura medida com a Craveira</u>

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi d^2 h}{4} \qquad V = \frac{\pi \cdot 9,4^2 \cdot 44,9}{4}$$

$$V \approx 3115,96\ mm^3$$

<u>Propagação da Incerteza medida com a Craveira</u>

$$u_c(V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial d} \cdot u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} \cdot u(h)\right)^2$$

Derivadas parciais

$$\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{\pi \cdot d \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 9,4 \cdot 44,9}{2} \approx 662,97\ mm^2 \qquad \frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi \cdot d^2}{2} = \frac{\pi \cdot 9,4^2}{2} \approx 69,40\ mm^2$$

Incerteza combinada

$$u(d) = 0,025\ mm \quad u(h) = 0,025\ mm \qquad u_c(V) = \sqrt{(662,97 \cdot 0,025)^2 + (69,40 \cdot 0,025)^2} = 16,66\ mm^3$$

$$V = (3115,96 \pm 16,66)\ mm^3$$

<u>Cálculo da Densidade</u>

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{8{,}48}{3115,96} \approx 0,002721\ g/mm^3 \qquad \rho = 0,002721 \cdot 1000 = 2,721\ g/cm^3$$

<u>Incerteza na Densidade</u>

$$u(\rho) = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2}$$

$$u(\rho) = 0,002721 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,005}{8,48}\right)^2 + \left(\frac{16,66}{3115,96}\right)^2} \approx 0,0000146\ g/mm^3 \qquad u(\rho) = 0,0146\ g/cm^3$$

$$\rho = (2,721 \pm 0,015)\ g/cm^3$$

6 – Densidade de uma forma irregular (parafuso)

Volume = <u>(4,00 ± 0,71) *ml*</u> Massa = <u>(31,07 ± 0,005) g</u> Densidade = <u>(7,77 ± 1,37) *g/ml*</u>

Cálculos e comentários:

$$m = (31{,}07 \pm 0{,}005)\ \text{g} \qquad V_{\acute{a}gua} = (20 \pm 0{,}5)\ ml \qquad V_{total} = (24 \pm 0{,}5)\ ml$$

Volume do Parafuso

$$V = V_{total} - V_{\acute{a}gua} = 24 - 20 = 4\ ml$$

Incerteza no volume

$$u(V) = \sqrt{(0,5)^2 + (0,5)^2} = \sqrt{0,5} \approx 0,71\ ml$$

Cálculo da Densidade

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{31{,}07}{4} = 7,7675\ g/ml^3$$

Incerteza na Densidade

$$u(\rho) = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2} = 7,7675 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,005}{31,07}\right)^2 + \left(\frac{0,71}{4}\right)^2} \approx 1,3731 g/ml$$

$$\rho = (7{,}77 \pm 1{,}37)\ g/ml$$

7 - Medição de áreas

	Placa A1 - regular	Placa A2 - Irregular
Comprimento	50 mm	-------------------------------------
Largura	50 mm	-------------------------------------
Massa	(19,950 ± 0,005) g	(17,050 ± 0,005) g
Área	$\mathbf{2500\ mm^2}$	$\mathbf{(2136,591\ \pm 0,824)\ mm^2}$

Cálculos e comentários:

Cálculo da Área da Placa Regular (A1)

$$A_1 = 50\ \times 50 = 2500\ mm^2$$

Cálculo da Área da Placa Irregular (A2)

$$A_2 = \frac{m_2}{m_1} \cdot A_1 \qquad A_2 = \frac{17{,}050}{19{,}950} \cdot 2500 \approx 2136{,}591\ mm^2$$

Incerteza na Área A2

$$u(A_2) = A_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{u(m_2)}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{u(m_1)}{m_1}\right)^2} \qquad u(A_2) = 2136{,}591 \cdot \sqrt{\left(\frac{0{,}005}{17{,}050}\right)^2 + \left(\frac{0{,}005}{19{,}950}\right)^2} \approx 0{,}824\ mm^2$$

$$A_2 = (2136{,}591\ \pm 0{,}824)\ mm^2$$

Este método de medição de áreas é um ótimo exemplo de como podemos aplicar proporcionalidade física para calcular grandezas que não conseguimos medir diretamente. Como as placas têm o mesmo material e espessura, a razão entre as suas massas corresponde diretamente à razão entre as áreas. A vantagem deste método é que não precisamos desenhar ou medir contornos complicados na placa irregular — basta comparar a sua massa com a de uma referência conhecida.

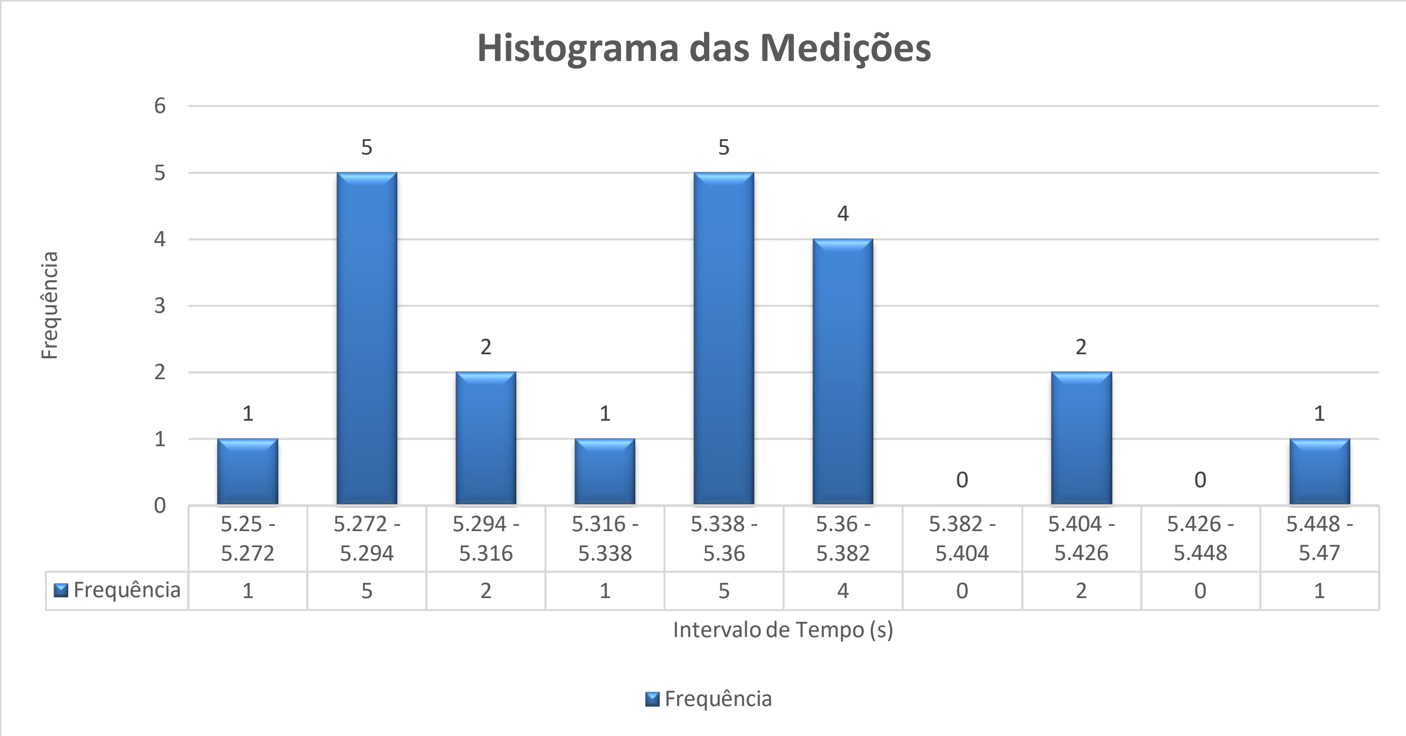
8 - Medição de intervalos de tempo

Incerteza do cronómetro 10 ms

Valores Medidos –

5,38 s	5,28 s	5,28 s	5,31 s	5,41 s	5,47 s	5,34 s	5,25 s	5,37 s	
5,37 s	5,28 s	5,34 s	5,34 s	5,34 s	5,31 s				
5,41 s	5,34 s	5,32 s	5,37 s	5,28 s	5,28 s				

Histograma



Cálculos e comentários

Média <u>5,337 s</u> Maior desvio em relação à média <u>0,133 s</u> Desv. Padrão da média <u>$\mathbf{0,054\ s}$</u>

$$x_i = \begin{Bmatrix} 5{,}38;\ 5{,}28;\ 5{,}28;\ 5{,}31;\ 5{,}41;\ 5{,}47;\ 5{,}34;\ 5{,}25;\ 5{,}37;\ 5{,}37;\ 5{,}28; \\ 5{,}34;\ 5{,}34;\ 5{,}34;\ 5{,}31;\ 5{,}41;\ 5{,}34;\ 5{,}32;\ 5{,}37;\ 5{,}28;\ 5{,}28 \end{Bmatrix} \qquad n = 21$$

<u>Cálculo da Média</u>

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \bar{x} = \frac{112{,}077}{21} \approx 5{,}337\ s \qquad \bar{x} = 5{,}337\ s$$

A média dos valores medidos foi de **5,337 segundos**. Isso quer dizer que, apesar das pequenas flutuações nas medições, os resultados estavam bastante centrados em torno desse valor. A média representa **o tempo mais provável** que obteríamos se repetíssemos a experiência muitas vezes.

<u>Maior Desvio em Relação à Média</u>

$$|x_i - \bar{x}| = 0{,}133\ s$$

Ao calcular o **desvio de cada valor em relação à média**, percebemos que o maior afastamento individual foi de **0,133 segundos**. Esse valor representa a medição mais "fora do padrão" em todo o conjunto.
Mesmo a medição mais fora do comum não se afastou muito. Isso mostra que **não houve erros grosseiros** ou valores fora do esperado. A variação está dentro de limites normais, considerando a intervenção manual do observador (início/paragem do cronómetro).

<u>Desvio Padrão</u>

$$\boldsymbol{s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad s \approx 0{,}054\ s}$$

O desvio padrão calculado foi de 0,054 segundos. Este valor mede o "espalhamento" dos dados em torno da média — ou seja, o quanto os valores flutuam naturalmente durante a repetição do mesmo procedimento.
O desvio é pequeno, o que é ótimo. Significa que as medições foram repetíveis e precisas, mesmo com alguma margem de erro natural do tempo de reação humano. O valor também confirma que o movimento do pêndulo é estável e previsível, como se espera num sistema físico simples.

Durante a experiência, ficou claro que o pêndulo oscila de forma muito regular — e isso ajudou a obter medições parecidas. No entanto, como o cronómetro foi controlado manualmente, cada valor medido dependia do nosso **tempo de reação**: por exemplo, há sempre um pequeno atraso entre vermos o pêndulo passar e carregarmos no botão. Este tipo de erro humano é inevitável, mas como repetimos o processo muitas vezes e analisámos os dados com cuidado, conseguimos compensar essas pequenas falhas. O desvio padrão ajuda-nos a perceber **quão fiáveis foram as nossas medições** e, neste caso, mostrou que fizemos um bom trabalho.