Universidade do Algarve Faculdade de Ciências e Tecnologia

Física I

Licenciaturas em Engenharia Informática e Bioengenharia 1º ano, 2º semestre

Série de problemas nº 11 Rolamento, Momento da Força e Momento Angular

Cap. 11 do Halliday & Resnick, 10^a Ed.

José Mariano Ano lectivo de 2024/2025 rampa, a partir do repouso. (a) Qual dos dois cilindros chega primeiro à base da rampa? (b) Se o cilindro de madeira é cortado para ficar com o mesmo comprimento do cilindro de latão, e uma cavidade é aberta ao longo do eixo central do cilindro de latão para que fique com a mesma massa que o cilindro de madeira, qual dos dois cilindros chega primeiro à base da rampa?

Problemas

- O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.
- Informações adicionais disponíveis em O Circo Voador da Física de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Módulo 11-1 Rolagem como uma Combinação de Translação e Rotação

- •1 Um carro se move a 80,0 km/h em uma estrada plana no sentido positivo de um eixo x. Os pneus têm um diâmetro de 66 cm. Em relação a uma mulher que viaja no carro e na notação dos vetores unitários, determine a velocidade \vec{v} (a) no centro, (b) no alto e (c) na base de cada pneu e o módulo a da aceleração (d) no centro, (e) no alto e (f) na base de cada pneu. Em relação a uma pessoa parada no acostamento da estrada e na notação dos vetores unitários, determine a velocidade \vec{v} (g) no centro, (h) no alto e (i) na base de cada pneu e o módulo da aceleração a (j) no centro, (k) no alto e (l) na base de cada pneu.
- •2 Os pneus de um automóvel que se move a 80 km/h têm 75,0 cm de diâmetro. (a) Qual é a velocidade angular dos pneus em relação aos respectivos eixos? (b) Se o carro é freado com aceleração constante e as rodas descrevem 30 voltas completas (sem deslizamento), qual é o módulo da aceleração angular das rodas? (c) Que distância o carro percorre durante a frenagem?

Módulo 11-2 As Forças e a Energia Cinética da Rolagem

- •3 Um aro de 140 kg rola em um piso horizontal de tal forma que o centro de massa tem uma velocidade de 0,150 m/s. Qual é o trabalho necessário para fazê-lo parar?
- •4 Uma esfera maciça, homogênea, rola para baixo em uma rampa. (a) Qual deve ser o ângulo de inclinação da rampa para que a aceleração linear do centro da esfera tenha um módulo de 0,10*g*? (b) Se um bloco sem atrito deslizasse para baixo na mesma rampa, o módulo da aceleração seria maior, menor ou igual a 0,10*g*? Por quê?
- •5 Um carro de 1000 kg tem quatro rodas de 10 kg. Quando o carro está em movimento, que fração da energia cinética total se deve à rotação das rodas em torno dos respectivos eixos? Suponha que as rodas tenham o mesmo momento de inércia que discos homogêneos de mesma massa e tamanho. Por que não é preciso conhecer o raio das rodas?
- ••6 A Fig. 11-30 mostra a velocidade escalar v em função do tempo t para um objeto de 0,500 kg e 6,00 cm de raio que rola suavemente para baixo em uma rampa de 30°. A escala do eixo das velocidades é definida por v_s = 4,0 m/s. Qual é o momento de inércia do objeto?

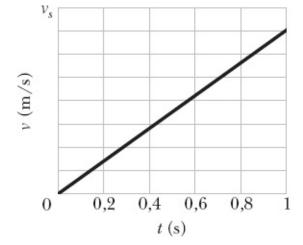


Figura 11-30 Problema 6.

••7 Na Fig. 11-31, um cilindro maciço com 10 cm de raio e massa de 12 kg parte do repouso e rola para baixo uma distância L=6.0 m, sem deslizar, em um telhado com uma inclinação $\theta=30^\circ$. (a) Qual é a velocidade angular do cilindro em relação ao eixo central ao deixar o telhado? (b) A borda do telhado está a uma altura H=5.0 m. A que distância horizontal da borda do telhado o cilindro atinge o chão?

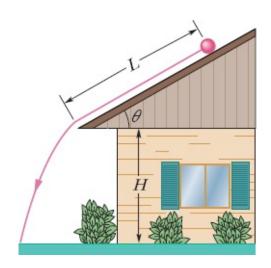


Figura 11-31 Problema 7.

••8 A Fig. 11-32 mostra a energia potencial U(x) de uma bola maciça que pode rolar ao longo de um eixo x. A escala do eixo U é definida por $U_s = 100$ J. A bola é homogênea, rola suavemente e possui uma massa de 0,400 kg. Ela é liberada em x = 7,0 m quando se move no sentido negativo do eixo x com uma energia mecânica de 75 J. (a) Se a bola pode chegar ao ponto x = 0 m, qual é sua velocidade nesse ponto? Se não pode, qual é o ponto de retorno? Suponha que, em vez disso, a bola esteja se movendo no sentido positivo do eixo x ao ser liberada em x = 7,0 m com 75 J. (b) Se a bola pode chegar ao ponto x = 13 m, qual é sua velocidade nesse ponto? Se não pode, qual é o ponto de retorno?

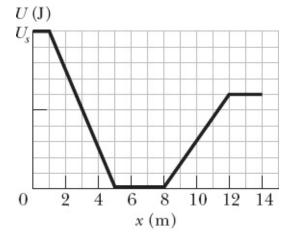


Figura 11-32 Problema 8.

•••9 Na Fig. 11-33, uma bola maciça rola suavemente a partir do repouso (começando na altura H = 6.0 m) até deixar a parte horizontal no fim da pista, a uma altura h = 2.0 m. A que distância horizontal do ponto A a bola toca o chão?

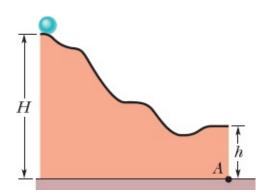


Figura 11-33 Problema 9.

••10 Uma esfera oca, com 0,15 m de raio e momento de inércia $I = 0,040 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ em relação a uma reta que passa pelo centro de massa, rola sem deslizar, subindo uma superfície com uma inclinação de 30° em relação à horizontal. Em determinada posição inicial, a energia cinética total da esfera é 20 J. (a) Quanto desta energia cinética inicial se deve à rotação? (b) Qual é a velocidade do centro de massa da esfera na posição inicial? Após a esfera ter se deslocado 1,0 m ao longo da superfície inclinada a partir da posição inicial, qual é (c) a energia cinética total e (d) qual é a velocidade do centro de massa?

••11 Na Fig. 11-34, uma força horizontal constante \vec{F} de módulo 10 N é aplicada a uma roda de massa 10 kg e raio 0,30 m. A roda rola suavemente na superfície horizontal, e o módulo da aceleração do centro de massa é 0,60 m/s². (a) Na notação dos vetores unitários, qual é a força de atrito que age sobre a roda? (b) Qual é o momento de inércia da roda em relação ao eixo de rotação, que passa pelo centro de massa?

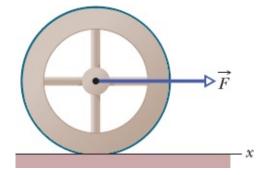


Figura 11-34 Problema 11.

••12 Na Fig. 11-35, uma bola maciça, de latão, de massa 0,280 g, rola suavemente ao longo do trilho quando é liberada a partir do repouso no trecho retilíneo. A parte circular do trilho tem um raio R = 14,0 cm e a bola tem um raio $r \ll R$. (a) Quanto vale h se a bola está na iminência de perder contato com o trilho quando chega ao ponto mais alto da parte curva do trilho? Se a bola é liberada a uma altura h = 6,00R, qual é (b) o módulo e (c) qual é a orientação da componente horizontal da força que age sobre a bola no ponto Q?

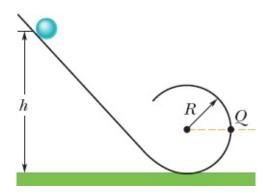


Figura 11-35 Problema 12.

•••13 Bola não homogênea. Na Fig. 11-36, uma bola, de massa M e raio R, rola suavemente, a partir do repouso, descendo uma rampa e passando por uma pista circular com 0,48 m de raio. A altura inicial da bola é h = 0,36 m. Na parte mais baixa da curva, o módulo da força normal que a pista exerce sobre a bola é 2,00Mg. A bola é formada por uma casca esférica externa homogênea (com uma certa massa específica) e uma esfera central, também homogênea (com uma massa específica diferente). O momento de inércia da bola é dado pela expressão geral $I = \beta MR^2$, mas β não é igual a 0,4, como no caso de uma bola homogênea. Determine o valor de β .

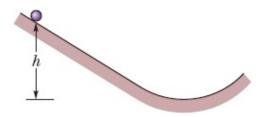


Figura 11-36 Problema 13.

 \cdots 14 Na Fig. 11-37, uma bola pequena, maciça, homogênea, é lançada do ponto P, rola suavemente em

uma superfície horizontal, sobe uma rampa e chega a um platô. Em seguida, deixa o platô horizontalmente para pousar em outra superfície mais abaixo, a uma distância horizontal d da extremidade do platô. As alturas verticais são h_1 = 5,00 cm e h_2 = 1,60 cm. Com que velocidade a bola deve ser lançada no ponto P para pousar em d = 6,00 cm?

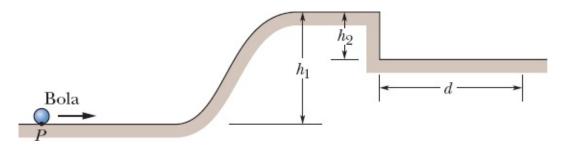


Figura 11-37 Problema 14.

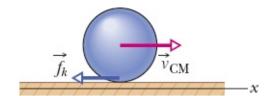


Figura 11-38 Problema 15.

•••16 •••16 Objeto cilíndrico não homogêneo. Na Fig. 11-39, um objeto cilíndrico de massa M e raio R rola suavemente descendo uma rampa, a partir do repouso, e passa para um trecho horizontal da pista. Em seguida, o objeto sai da pista, pousando no solo a uma distância horizontal d = 0,506 m do final da pista. A altura inicial do objeto é H = 0,90 m; a extremidade da pista está a uma altura h = 0,10 m. O objeto é composto por uma camada cilíndrica externa, homogênea (com uma certa massa específica), e um cilindro central, também homogêneo (com uma massa específica diferente). O momento de inércia do objeto é dado pela expressão geral I = βMR^2 , mas β não é igual a 0,5, como no caso de um cilindro homogêneo. Determine o valor de β .

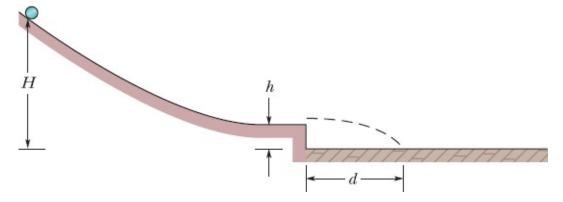


Figura 11-39 Problema 16.

Módulo 11-3 O loiô

- •17 Um ioiô possui um momento de inércia de 950 g · cm² e uma massa de 120 g. O raio do eixo é 3,2 mm e a corda tem 120 cm de comprimento. O ioiô rola para baixo, a partir do repouso, até a extremidade da corda. (a) Qual é o módulo da aceleração linear do ioiô? (b) Quanto tempo o ioiô leva para chegar à extremidade da corda? Ao chegar à extremidade da corda, (c) qual é a velocidade linear, (d) qual é a energia cinética de translação, (e) qual é a energia cinética de rotação e (f) qual é a velocidade angular?
- •18 Em 1980, na Baía de San Francisco, um grande ioiô foi solto de um guindaste. O ioiô de 116 kg era formado por dois discos homogêneos com 32 cm de raio, ligados por um eixo com 3,2 cm de raio. Qual foi o módulo da aceleração do ioiô (a) durante a descida e (b) durante a subida? (c) Qual foi a tração da corda? (d) A tração estava próxima do limite de resistência da corda, 52 kN? Suponha que você construa uma versão ampliada do ioiô (com a mesma forma e usando os mesmos materiais, porém maior). (e) O módulo da aceleração do seu ioiô durante a queda será maior, menor ou o igual ao do ioiô de San Francisco? (f) E a tração da corda?

Módulo 11-4 Revisão do Torque

- •19 Na notação dos vetores unitários, qual é o torque resultante em relação à origem a que está submetida uma pulga localizada nas coordenadas (0; –4,0 m; 5,0 m) quando as forças \vec{F}_1 = (3,0 N) \hat{k} e \vec{F}_2 = (–2,0 N) \hat{j} agem sobre a pulga?
- •20 Uma ameixa está localizada nas coordenadas (-2,0 m; 0; 4,0 m). Na notação dos vetores unitários, qual é o torque em relação à origem a que está submetida a ameixa se esse torque se deve a uma força \vec{F} cuja única componente é (a) F_x = 6,0 N, (b) F_x = -6,0 N, (c) F_z = 6,0 N, (d) F_z = -6,0 N?
- •21 Na notação dos vetores unitários, qual é o torque em relação à origem a que está submetida uma partícula localizada nas coordenadas (0; -4,0 m; 3,0 m) se esse torque se deve (a) a uma força \vec{F}_1 de componentes F_{1x} = 2,0 N, F_{1y} = F_{1z} = 0, e (b) a uma força \vec{F}_2 de componentes F_{2x} = 0, F_{2y} = 2,0 N, F_{2z} = 4,0 N?
- ••22 Uma partícula se move em um sistema de coordenadas xyz sob a ação de uma força. Quando o vetor posição da partícula é $\vec{r} = (2,00 \text{ m})\hat{\mathbf{i}} (3,00 \text{ m})\hat{\mathbf{j}} + (2,00 \text{ m})\hat{\mathbf{k}}$ a força é $\vec{F} = F_x\hat{\mathbf{i}} + (7,00 \text{ N})\hat{\mathbf{j}} (6,00 \text{ N})\hat{\mathbf{k}}$ e o torque correspondente em relação à origem é $\vec{\tau} = (4,00 \text{ N} \cdot \text{m})\hat{\mathbf{i}} + (2,00 \text{ N} \cdot \text{m})\hat{\mathbf{j}} (1,00 \text{ N} \cdot \text{m})\hat{\mathbf{k}}$.

Determine F_x .

- ••23 A força $\vec{F} = (2,0 \text{ N})\hat{\mathbf{i}} (3,0 \text{ N})\hat{\mathbf{k}}$ age sobre uma pedra cujo vetor posição é $\vec{r} = (0,50 \text{ m})\hat{\mathbf{j}} (2,0 \text{ m})\hat{\mathbf{k}}$ em relação à origem. Em termos dos vetores unitários, qual é o torque resultante a que a pedra está submetida (a) em relação à origem e (b) em relação ao ponto (2,0 m; 0; -3,0 m)?
- ••24 Na notação dos vetores unitários, qual é o torque em relação à origem a que está submetido um vidro de pimenta localizado nas coordenadas (3,0 m; -2,0 m; 4,0 m) (a) devido à força $\vec{F}_1 = (3,0 \text{ N})\hat{i} (4,0 \text{ N})\hat{j} + (5,0 \text{ N})\hat{k}$, (b) devido à força $\vec{F}_2 = (3,0 \text{ N})\hat{i} (4,0 \text{ N})\hat{j} (5,0 \text{ N})\hat{k}$ e (c) devido à soma vetorial de \vec{F}_1 e \vec{F}_2 ? (d) Repita o item (c) para o torque em relação ao ponto de coordenadas (3,0 m; 2,0 m; 4,0 m).
- ••25 A força $\vec{F} = (-8,0 \text{ N})\hat{i} + (6,0 \text{ N})\hat{j}$ age sobre uma partícula cujo vetor posição é $\vec{r} = (3,0 \text{ m})\hat{i} + (4,0 \text{ m})\hat{j}$. (a) Qual é o torque em relação à origem a que está submetida a partícula, em termos dos vetores unitários? (b) Qual é o ângulo entre \vec{r} e \vec{F} ?

Módulo 11-5 Momento Angular

•26 No instante da Fig. 11-40, uma partícula P de 2,0 kg tem um vetor posição \vec{r} de módulo 3,0 m e ângulo θ_1 = 45° e uma velocidade \vec{v} de módulo 4,0 m/s e ângulo θ_2 = 30°. A força \vec{F} , de módulo 2,0 N e ângulo θ_3 = 30°, age sobre P. Os três vetores estão no plano xy. Determine, em relação à origem, (a) o módulo e (b) a orientação do momento angular de P e (c) o módulo e (d) a orientação do torque que age sobre P.

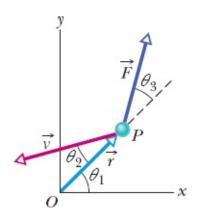


Figura 11-40 Problema 26.

- •27 Em certo instante, a força $\vec{F} = 4.0\hat{i}$ N age sobre um objeto de 0,25 kg cujo vetor posição é $\vec{r} = (2.0\hat{i} 2.0\hat{k})$ e cujo vetor velocidade é $\vec{v} = (-5.0\hat{i} + 5.0\hat{k})$ m/s. Em relação à origem e na notação dos vetores unitários, determine (a) o momento angular do objeto e (b) o torque que age sobre o objeto.
- •28 Um objeto de 2,0 kg, que se comporta como uma partícula, se move em um plano com componentes de velocidade $v_x = 30$ m/s e $v_y = 60$ m/s ao passar por um ponto de coordenadas (3,0; -4,0) m. Nesse instante, na notação dos vetores unitários, qual é o momento angular do objeto em relação (a) à origem e (b) ao ponto (-2,0;-2,0) m?
- •29 No instante da Fig. 11-41, duas partículas se movem em um plano xy. A partícula P_1 tem massa de 6,5

kg e velocidade v_1 = 2,2 m/s e está a uma distância d_1 = 1,5 m do ponto O. A partícula P_2 tem massa de 3,1 kg e velocidade v_2 = 3,6 m/s e está a uma distância d_2 = 2,8 m do ponto O. (a) Qual é o módulo e (b) qual é a orientação do momento angular resultante das duas partículas em relação ao ponto O?

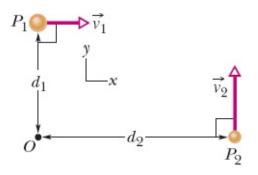


Figura 11-41 Problema 29.

••30 No instante em que o deslocamento de um objeto de 2,00 kg em relação à origem é $\vec{d} = (2,00 \text{ m})\hat{i} + (4,00 \text{ m})\hat{j} - (3,00 \text{ m})\hat{k}$ a velocidade do objeto é $\vec{v} = -(6,00 \text{ m/s})\hat{i} + (3,00 \text{ m/s})\hat{j} + (3,00 \text{ m/s})\hat{k}$ e o objeto está sujeito a uma força $\vec{F} = (6,00 \text{ N})\hat{i} - (8,00 \text{ N})\hat{j} + (4,00 \text{ N})\hat{k}$. Determine (a) a aceleração do objeto, (b) o momento angular do objeto em relação à origem, (c) o torque em relação à origem a que está submetido o objeto e (d) o ângulo entre a velocidade do objeto e a força que age sobre ele.

••31 Na Fig. 11-42, uma bola de 0,400 kg é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial de 40,0 m/s. Qual é o momento angular da bola em relação a P, um ponto a uma distância horizontal de 2,00 m do ponto de lançamento, quando a bola está (a) na altura máxima e (b) na metade do caminho de volta ao chão? Qual é o torque em relação a P a que a bola é submetida devido à força gravitacional quando está (a) na altura máxima e (b) na metade do caminho de volta ao chão?

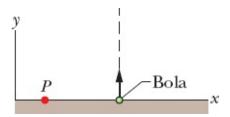


Figura 11-42 Problema 31.

Módulo 11-6 A Segunda Lei de Newton para Rotações

- •32 Uma partícula sofre a ação de dois torques em relação à origem: $\vec{\tau}_1$ tem um módulo de 2,0 N · m e aponta no sentido positivo do eixo x; $\vec{\tau}_2$ tem um módulo de 4,0 N · m e aponta no sentido negativo do eixo y. Determine $d\vec{\ell}/dt$, em que $\vec{\ell}$ é o momento angular da partícula em relação à origem, em termos dos vetores unitários.
- •33 No instante t = 0, uma partícula de 3,0 kg com uma velocidade $\vec{v} = (5,0 \text{ m/s})\hat{1} (6,0 \text{ m/s})\hat{1}$ está passando pelo ponto x = 3,0 m, y = 8,0 m. A partícula é puxada por uma força de 7,0 N no sentido negativo do eixo x. Determine, em relação à origem, (a) o momento angular da partícula, (b) o torque que age sobre a partícula e (c) a taxa com a qual o momento angular está variando.

- •34 Uma partícula se move em um plano xy, em torno da origem, no sentido horário, do ponto de vista do lado positivo do eixo z. Na notação dos vetores unitários, qual é o torque que age sobre a partícula se o módulo do momento angular da partícula em relação à origem é (a) 4,0 kg · m²/s, (b) 4,0 t^2 kg · m²/s, (c) 4,0 kg · m²/s e (d) 4,0/ t^2 kg · m²/s?
- ••35 No instante t, o vetor $\vec{r} = 4,0t^2\hat{\mathbf{i}} (2,0t + 6,0t^2)\hat{\mathbf{j}}$ fornece a posição de uma partícula de 3,0 kg em relação à origem de um sistema de coordenadas xy (\vec{r} está em metros e t em segundos). (a) Escreva uma expressão para o torque em relação à origem que age sobre a partícula. (b) O módulo do momento angular da partícula em relação à origem está aumentando, diminuindo ou permanece o mesmo?

Módulo 11-7 Momento Angular de um Corpo Rígido

•36 A Fig. 11-43 mostra três discos homogêneos acoplados por duas correias. Uma correia passa pelas bordas dos discos *A* e *C*; a outra passa por um cubo do disco *A* e pela borda do disco *B*. As correias se movem suavemente, sem deslizar nas bordas e no cubo. O disco *A* tem raio *R* e seu cubo tem raio 0,5000*R*; o disco *B* tem raio 0,2500*R*; o disco *C* tem raio 2,000*R*. Os discos *B* e *C* têm a mesma massa específica (massa por unidade de volume) e a mesma espessura. Qual é a razão entre o módulo do momento angular do disco *C* e o módulo do momento angular do disco *B*?

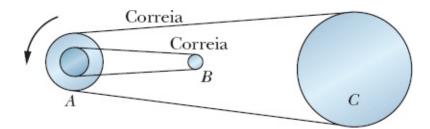


Figura 11-43 Problema 36.

•37 Na Fig. 11-44, três partículas de massa m = 23 g estão presas a três barras de comprimento d = 12 cm e massa desprezível. O conjunto gira em torno do ponto O com velocidade angular $\omega = 0.85$ rad/s. Determine, em relação ao ponto O, (a) o momento de inércia do conjunto, (b) o módulo do momento angular da partícula do meio e (c) o módulo do momento angular do conjunto.

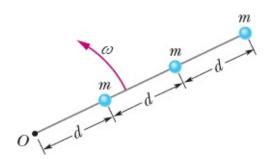


Figura 11-44 Problema 37.

•38 Um disco de polimento, com momento de inércia $1,2 \times 10^{-3}$ kg · m², está preso a uma broca elétrica cujo motor produz um torque de módulo 16 N · m em relação ao eixo central do disco. Com o torque aplicado durante 33 ms, qual é o módulo (a) do momento angular e (b) da velocidade angular do disco

em relação a esse eixo?

- •39 O momento angular de um volante com um momento de inércia de 0,140 kg · m² em relação ao eixo central diminui de 3,00 para 0,800 kg · m²/s em 1,50 s. (a) Qual é o módulo do torque médio em relação ao eixo central que age sobre o volante durante esse período? (b) Supondo uma aceleração angular constante, de que ângulo o volante gira? (c) Qual é o trabalho realizado sobre o volante? (d) Qual é a potência média do volante?
- ••40 Um disco com um momento de inércia de 7,00 kg · m^2 gira como um carrossel sob o efeito de um torque variável dado por t = (5,00 + 2,00t) N · m. No instante t = 1,00 s, o momento angular do disco é 5,00 kg · m^2 /s. Qual é o momento angular do disco no instante t = 3,00 s?
- ••41 A Fig. 11-45 mostra uma estrutura rígida formada por um aro, de raio R e massa m, e um quadrado feito de quatro barras finas, de comprimento R e massa m. A estrutura rígida gira com velocidade constante em torno de um eixo vertical, com um período de rotação de 2,5 s. Supondo que R = 0,50 m e m = 2,0 kg, calcule (a) o momento de inércia da estrutura em relação ao eixo de rotação e (b) o momento angular da estrutura em relação ao eixo.

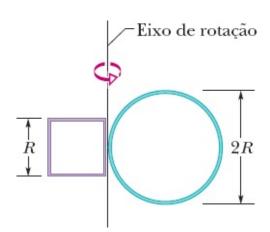


Figura 11-45 Problema 41.

••42 A Fig. 11-46 mostra a variação com o tempo do torque t que age sobre um disco inicialmente em repouso que pode girar como um carrossel em torno do centro. A escala do eixo t é definida por $t_s = 4,0$ N · m. Qual é o momento angular do disco em relação ao eixo de rotação no instante (a) t = 7,0 s e (b) no instante t = 20 s?

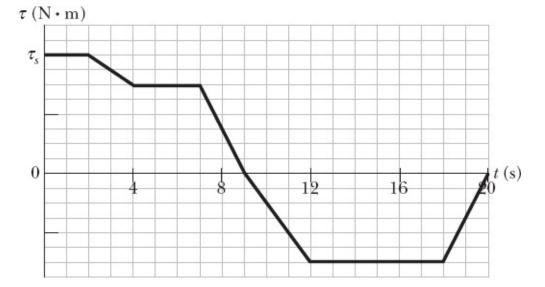


Figura 11-46 Problema 42.

Módulo 11-8 Conservação do Momento Angular

•43 Na Fig. 11-47, duas patinadoras com 50 kg de massa, que se movem com uma velocidade escalar de 1,4 m/s, se aproximam em trajetórias paralelas separadas por 3,0 m. Uma das patinadoras carrega uma vara comprida, de massa desprezível, segurando-a em uma extremidade, e a outra se agarra à outra extremidade ao passar pela vara, o que faz com que as patinadoras passem a descrever uma circunferência em torno do centro da vara. Suponha que o atrito entre as patinadoras e o gelo seja desprezível. Determine (a) o raio da circunferência, (b) a velocidade angular das patinadoras e (c) a energia cinética do sistema das duas patinadoras. Em seguida, as patinadoras puxam a vara até ficarem separadas por uma distância de 1,0 m. Nesse instante, (d) qual é a velocidade angular das patinadoras e (e) qual é a energia cinética do sistema? (f) De onde vem a energia cinética adicional?

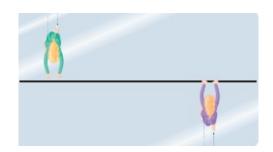


Figura 11-47 Problema 43.

- •44 Uma barata, de massa 0,17 kg, corre no sentido anti-horário na borda de um disco circular de raio 15 cm e momento de inércia $5,0 \times 10^{-3}$ kg · m², montado em um eixo vertical com atrito desprezível. A velocidade da barata (em relação ao chão) é 2,0 m/s, e o disco gira no sentido horário com uma velocidade angular ω_0 = 2,8 rad/s. A barata encontra uma migalha de pão na borda e, obviamente, para. (a) Qual é a velocidade angular do disco depois que a barata para? A energia mecânica é conservada quando a barata para?
- •45 Um homem está de pé em uma plataforma que gira (sem atrito) com uma velocidade angular de 1,2 rev/s; os braços do homem estão abertos e ele segura um tijolo em cada mão. O momento de inércia do

sistema formado pelo homem, os tijolos e a plataforma em relação ao eixo vertical central da plataforma é $6.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Se, ao mover os braços, o homem reduz o momento de inércia do sistema para $2.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, determine (a) a nova velocidade angular da plataforma e (b) a razão entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética inicial. (c) De onde vem a energia cinética adicional?

- •46 O momento de inércia de uma estrela que sofre uma contração enquanto gira em torno de si mesma cai para 1/3 do valor inicial. Qual é a razão entre a nova energia cinética de rotação e a energia antiga?
- •47 Uma pista é montada em uma grande roda que pode girar livremente, com atrito desprezível, em torno de um eixo vertical (Fig. 11-48). Um trem de brinquedo, de massa m, é colocado na pista e, com o sistema inicialmente em repouso, a alimentação elétrica do brinquedo é ligada. O trem adquire uma velocidade de 0,15 m/s em relação à pista. Qual é a velocidade angular da roda se esta tem massa de 1,1m e raio de 0,43 m? (Trate a roda como um aro e despreze a massa dos raios e do cubo da roda.)



Figura 11-48 Problema 47.

•48 Uma barata está no centro de um disco circular que gira livremente como um carrossel, sem torques externos. A barata caminha em direção à borda do disco, cujo raio é R. A Fig. 11-49 mostra a velocidade angular ω do sistema barata-disco durante a caminhada. A escala do eixo ω é definida por ω_a = 5,0 rad/s e ω_b = 6,0 rad/s. Qual é a razão entre o momento de inércia do inseto e o momento de inércia do disco, ambos calculados em relação ao eixo de rotação, quando a barata chega à borda do disco?

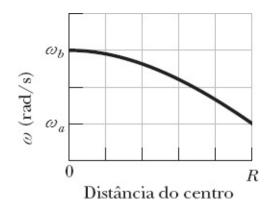


Figura 11-49 Problema 48.

•49 Dois discos estão montados (como um carrossel) no mesmo eixo, com rolamentos de baixo atrito, e podem ser acoplados e girar como se fossem um só disco. O primeiro disco, com um momento de inércia de 3,30 kg · m² em relação ao eixo central, é posto para girar no sentido anti-horário a 450 rev/min. O segundo disco, com um momento de inércia de 6,60 kg · m² em relação ao eixo central, é posto para girar no sentido anti-horário a 900 rev/min. Em seguida, os discos são acoplados. (a) Qual é a velocidade angular dos discos após o acoplamento? Se, em vez disso, o segundo disco é posto para girar a 900

rev/min no sentido horário, qual é (b) a velocidade angular e (c) qual o sentido de rotação dos discos após o acoplamento?

- •50 O rotor de um motor elétrico tem um momento de inércia $I_m = 2.0 \times 10^{23} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ em relação ao eixo central. O motor é usado para mudar a orientação da sonda espacial na qual está montado. O eixo do motor coincide com o eixo central da sonda; a sonda possui um momento de inércia $I_p = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ em relação a esse eixo. Calcule o número de revoluções do rotor necessárias para fazer a sonda girar 30° em torno do eixo central.
- •51 Uma roda está girando livremente com uma velocidade angular de 800 rev/min em torno de um eixo cujo momento de inércia é desprezível. Uma segunda roda, inicialmente em repouso e com um momento de inércia duas vezes maior que a primeira, é acoplada à mesma haste. (a) Qual é a velocidade angular da combinação resultante do eixo e duas rodas? (b) Que fração da energia cinética de rotação inicial é perdida?
- ••52 Uma barata de massa m está na borda de um disco homogêneo de massa 4,00m que pode girar livremente em torno do centro como um carrossel. Inicialmente, a barata e o disco giram juntos com uma velocidade angular de 0,260 rad/s. A barata caminha até metade da distância ao centro do disco. (a) Qual é, nesse instante, a velocidade angular do sistema barata-disco? (b) Qual é a razão K/K_0 entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética antiga? (c) Por que a energia cinética varia?
- ••53 Uma barra fina, homogênea, com 0,500 m de comprimento e 4,00 kg de massa, pode girar em um plano horizontal em torno de um eixo vertical que passa pelo centro da barra. A barra está em repouso quando uma bala de 3,0 g é disparada, no plano de rotação, em direção a uma das extremidades. Vista de cima, a trajetória da bala faz um ângulo $\theta = 60,0^{\circ}$ com a barra (Fig. 11-50). Se a bala se aloja na barra e a velocidade angular da barra é 10 rad/s imediatamente após a colisão, qual era a velocidade da bala imediatamente antes do impacto?

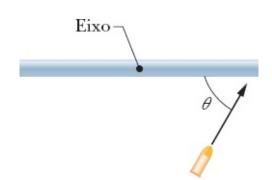


Figura 11-50 Problema 53.

•••54 A Fig. 11-51 mostra a vista, de cima, de um anel que pode girar em torno do centro como um carrossel. O raio externo R_2 é 0,800 m, o raio interno R_1 é R_2 /2,00, a massa M é 8,00 kg e a massa da cruz no centro é desprezível. Inicialmente, o disco gira com uma velocidade angular de 8,00 rad/s, com um gato, de massa m = M/4,00, na borda externa, a uma distância R_2 do centro. De quanto o gato vai aumentar a energia cinética do sistema gato-disco se rastejar até a borda interna, de raio R_1 ?

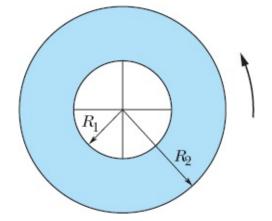


Figura 11-51 Problema 54.

•••55 Um disco de vinil, horizontal, de massa 0,10 kg e raio 0,10 m, gira livremente em torno de um eixo vertical que passa pelo centro com uma velocidade angular de 4,7 rad/s. O momento de inércia do disco em relação ao eixo de rotação é 5,0 × 10⁻⁴ kg · m². Um pedaço de massa de modelar, de massa 0,020 kg, cai verticalmente e gruda na borda do disco. Qual é a velocidade angular do disco imediatamente após a massa cair?

No salto em distância, o atleta deixa o solo com um momento angular que tende a girar o corpo para a frente. Essa rotação, caso não seja controlada, impede que o atleta chegue ao solo com a postura correta. O atleta evita que ela ocorra girando os braços estendidos para "absorver" o momento angular (Fig. 11-18). Em 0,700 s, um dos braços descreve 0,500 rev e o outro descreve 1,000 rev. Trate cada braço como uma barra fina, de massa 4,0 kg e comprimento 0,60 m, girando em torno de uma das extremidades. Qual é o módulo do momento angular total dos braços do atleta em relação a um eixo de rotação comum, passando pelos ombros, no referencial do atleta?

••57 Um disco homogêneo, de massa 10m e raio 3,0r, pode girar livremente como um carrossel em torno do centro fixo. Um disco homogêneo, menor, de massa m e raio r, está sobre o disco maior, concêntrico com ele. Inicialmente, os dois discos giram juntos com uma velocidade angular de 20 rad/s. Em seguida, uma pequena perturbação faz com que o disco menor deslize para fora em relação ao disco maior até que sua borda fique presa na borda do disco maior. Depois disso, os dois discos passam novamente a girar juntos (sem que haja novos deslizamentos). (a) Qual é a velocidade angular final do sistema em relação ao centro do disco maior? (b) Qual é a razão K/K_0 entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética inicial?

••58 Uma plataforma horizontal na forma de um disco circular gira sem atrito em torno de um eixo vertical que passa pelo centro do disco. A plataforma tem uma massa de 150 kg, um raio de 2,0 m e um momento de inércia de 300 kg · m² em relação ao eixo de rotação. Uma estudante de 60 kg caminha lentamente, a partir da borda da plataforma, em direção ao centro. Se a velocidade angular do sistema é 1,5 rad/s quando a estudante está na borda, qual é a velocidade angular quando ela está a 0,50 m de distância do centro?

 \cdots 59 A Fig. 11-52 é a vista, de cima, de uma barra fina, homogênea, de comprimento 0,800 m e massa M,

girando horizontalmente a 20,0 rad/s, no sentido anti-horário, em torno de um eixo que passa pelo centro. Uma partícula, de massa M/3,00, inicialmente presa a uma extremidade da barra, é liberada e assume uma trajetória perpendicular à posição da barra no instante em que a partícula foi liberada. Se a velocidade v_p da partícula é 6,00 m/s maior que a velocidade da barra imediatamente após a liberação, qual é o valor de v_p ?

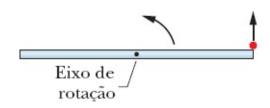


Figura 11-52 Problema 59.

··60 Na Fig. 11-53, uma bala de 1,0 g é disparada contra um bloco de 0,50 kg preso à extremidade de uma barra não homogênea, de 0,50 kg com 0,60 m de comprimento. O sistema bloco-barra-bala passa a girar no plano do papel, em torno de um eixo fixo que passa pelo ponto *A*. O momento de inércia da barra em relação a esse eixo é 0,060 kg · m². Trate o bloco como uma partícula. (a) Qual é o momento de inércia do sistema bloco-haste-bala em relação ao eixo que passa pelo ponto *A*? (b) Se a velocidade angular do sistema em relação ao eixo que passa pelo ponto *A* imediatamente após o impacto é 4,5 rad/s, qual é a velocidade da bala imediatamente antes do impacto?

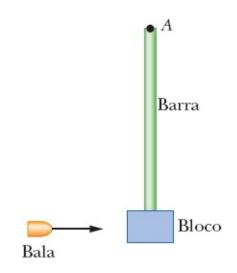


Figura 11-53 Problema 60.

••61 A barra homogênea (de 0,60 m de comprimento e 1,0 kg de massa) mostrada na Fig. 11-54 gira no plano do papel em torno de um eixo que passa por uma das extremidades, com um momento de inércia de 0,12 kg · m². Quando passa pela posição mais baixa, a barra colide com uma bola, de massa de modelar, de 0,20 kg, que fica grudada na extremidade da barra. Se a velocidade angular da barra imediatamente antes da colisão é 2,4 rad/s, qual é a velocidade angular do sistema barra-massa de modelar imediatamente após a colisão?

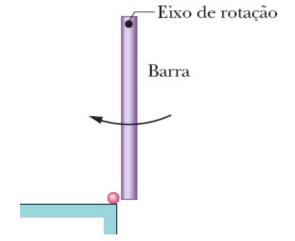


Figura 11-54 Problema 61.

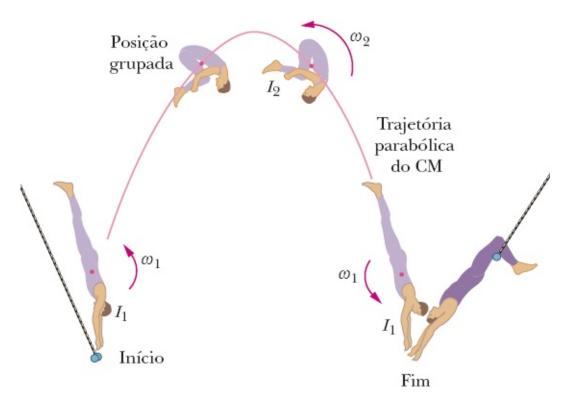


Figura 11-55 Problema 62.

•••63 Na Fig. 11-56, uma criança de 30 kg está de pé na borda de um carrossel estacionário, de raio 2,0 m. O momento de inércia do carrossel em relação ao eixo de rotação é 150 kg · m². A criança agarra uma bola, de massa 1,0 kg, lançada por um colega. Imediatamente antes de ser agarrada, a bola tem uma velocidade \vec{v} de módulo 12 m/s que faz um ângulo ϕ = 37° com uma reta tangente à borda do carrossel, como mostra a figura. Qual é a velocidade angular do carrossel imediatamente após a criança agarrar a bola?

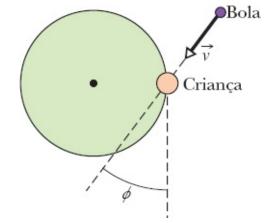


Figura 11-56 Problema 63.

•••65 Duas bolas, de 2,00 kg, estão presas às extremidades de uma barra fina, de 50,0 cm de comprimento e massa desprezível. A barra está livre para girar sem atrito em um plano vertical em torno de um eixo horizontal que passa pelo centro. Com a barra inicialmente na horizontal (Fig. 11-57), um pedaço de massa de modelar de 50,0 g cai em uma das bolas, atingindo-a com uma velocidade de 3,00 m/s e aderindo a ela. (a) Qual é a velocidade angular do sistema imediatamente após o choque com a massa de modelar? (b) Qual é a razão entre a energia cinética do sistema após o choque e a energia cinética do pedaço de massa de modelar imediatamente antes do choque? (c) De que ângulo o sistema gira antes de parar momentaneamente?

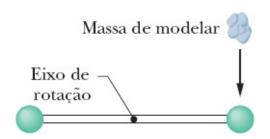


Figura 11-57 Problema 65.

•••66 Na Fig. 11-58, um pequeno bloco de 50 g desliza para baixo em uma superfície curva, sem atrito, a partir de uma altura h = 20 cm e depois adere a uma barra homogênea, de massa 100 g e comprimento 40 cm. A barra gira de um ângulo θ em torno do ponto O antes de parar momentaneamente. Determine θ .

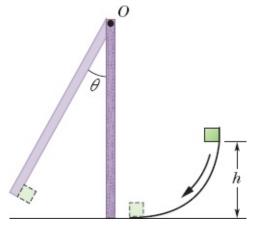


Figura 11-58 Problema 66.

•••67 A Fig. 11-59 é uma vista, de cima, de uma barra fina, homogênea, de comprimento 0,600 m e massa M, girando horizontalmente a 80,0 rad/s no sentido anti-horário em torno de um eixo que passa pelo centro. Uma partícula, de massa M/3,00, que se move horizontalmente com uma velocidade de 40,0 m/s, choca-se com a barra e fica presa. A trajetória da partícula é perpendicular à barra no momento do choque, que ocorre a uma distância d do centro da barra. (a) Para qual valor de d a barra e a partícula permanecem em repouso após o choque? (b) Em que sentido a barra e a partícula giram após o choque, se d é maior que o valor calculado em (a)?

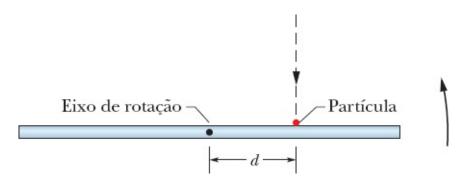


Figura 11-59 Problema 67.

Módulo 11-9 Precessão de um Giroscópio

- ••68 Um pião gira a 30 rev/s em torno de um eixo que faz um ângulo de 30° com a vertical. A massa do pião é 0,50 kg, o momento de inércia em relação ao eixo central é 5,0 × 10⁻⁴ kg · m² e o centro de massa está a 4,0 cm do ponto de apoio. Se a rotação é no sentido horário quando o pião é visto de cima, qual é (a) a taxa de precessão e (b) qual é o sentido da precessão quando o pião é visto de cima?
- ••69 Um giroscópio é formado por um disco homogêneo com 50 cm de raio montado no centro de um eixo, de 11 cm de comprimento e de massa desprezível. O eixo está na posição horizontal, apoiado em uma das extremidades. Se o disco está girando em torno do eixo a 1000 rev/min, qual é a taxa de precessão?

Problemas Adicionais

70 Uma bola maciça, homogênea, rola suavemente em um piso horizontal e depois começa a subir uma rampa com uma inclinação de 15,0°. A bola para momentaneamente após ter rolado 1,50 m ao longo da

rampa. Qual era a velocidade inicial?

71 Na Fig. 11-60, uma força horizontal constante \vec{F} de módulo 12 N é aplicada a um cilindro maciço, homogêneo, por meio de uma linha de pescar enrolada no cilindro. A massa do cilindro é 10 kg, o raio é 0,10 m e o cilindro rola suavemente em uma superfície horizontal. (a) Qual é o módulo da aceleração do centro de massa do cilindro? (b) Qual é o módulo da aceleração angular do cilindro em relação ao centro de massa? (c) Em termos dos vetores unitários, qual é a força de atrito que age sobre o cilindro?

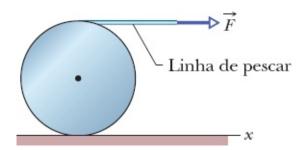


Figura 11-60 Problema 71.

- **72** Um cano de paredes finas rola no chão. Qual é a razão entre a energia cinética de translação e a energia cinética de rotação em relação ao eixo central do cano?
- 73 Um carro de brinquedo, de 3,0 kg, se move ao longo de um eixo x com uma velocidade dada por $\vec{v} = -2.0t^3\hat{l}$ m/s, com t em segundos. Para t > 0, qual é (a) o momento angular \vec{L} do carro e (b) qual é o torque τ sobre o carro, ambos calculados em relação à origem? Qual é o valor (c) de \vec{L} e (d) de $\vec{\tau}$ em relação ao ponto (2,0 m; 5,0 m; 0)? Qual é o valor (e) de \vec{L} e (f) de $\vec{\tau}$ em relação ao ponto (2,0 m; -5,0 m; 0)?
- 74 Uma roda gira no sentido horário em torno do eixo central com um momento angular de 600 kg · m²/s. No instante t = 0, um torque, de módulo 50 N · m, é aplicado à roda para inverter a rotação. Em que instante t a velocidade angular da roda se anula?
- 75 Em um parquinho existe um pequeno carrossel com 1,20 m de raio e 180 kg de massa. O raio de giração do carrossel (veja o Problema 79 do Capítulo 10) é 91,0 cm. Uma criança com 44,0 kg de massa corre a uma velocidade de 3,00 m/s em uma trajetória tangente à borda do carrossel, inicialmente em repouso, e pula no carrossel. Despreze o atrito entre os rolamentos e o eixo do carrossel. Calcule (a) o momento de inércia do carrossel em relação ao eixo de rotação, (b) o módulo do momento angular da criança em relação ao eixo de rotação do carrossel e (c) a velocidade angular do carrossel e da criança após a criança saltar no carrossel.
- 76 Um bloco homogêneo, de granito, em forma de livro possui faces de 20 cm por 15 cm e uma espessura de 1,2 cm. A massa específica (massa por unidade de volume) do granito é 2,64 g/cm³. O bloco gira em torno de um eixo perpendicular às faces, situado a meia distância entre o centro e um dos cantos. O momento angular em torno desse eixo é 0,104 kg · m²/s. Qual é a energia cinética de rotação do bloco em torno desse eixo?
- 77 Duas partículas, de massa 2,90 \times 10^{-4} kg e velocidade 5,46 m/s, se movem em sentidos opostos ao

longo de retas paralelas separadas por uma distância de 4,20 cm. (a) Qual é o módulo L do momento angular do sistema das duas partículas em relação ao ponto médio da distância entre as duas retas? (b) O valor de L muda se o ponto em relação ao qual é calculado não está a meia distância entre as retas? Se o sentido de movimento de uma das partículas é invertido, qual é (c) a resposta do item (a) e (d) qual é a resposta do item (b)?

- **78** Uma roda com 0,250 m de raio, que está se movendo inicialmente a 43,0 m/s, rola 225 m até parar. Calcule o módulo (a) da aceleração linear e (b) da aceleração angular da roda. (c) Se o momento de inércia da roda em torno do eixo central é 0,155 kg · m², calcule o módulo do torque em relação ao eixo central devido ao atrito sobre a roda.
- 79 As rodas A e B na Fig. 11-61 estão ligadas por uma correia que não desliza. O raio da roda B é 3,00 vezes maior que o raio da roda A. Qual é a razão I_A/I_B entre os momentos de inércia das duas rodas, se elas têm (a) o mesmo momento angular em relação aos respectivos eixos centrais e (b) a mesma energia cinética de rotação?

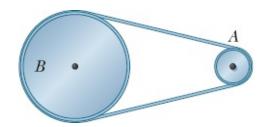


Figura 11-61 Problema 79.

- **80** Uma partícula de 2,50 kg que se move horizontalmente em um piso com uma velocidade de (-3,00 m/s)ĵ sofre uma colisão perfeitamente inelástica com uma partícula de 4,00 kg que se move horizontalmente no mesmo piso com uma velocidade de (4,50 m/s)ĵ. A colisão ocorre nas coordenadas (-0,500 m, -0,100 m). Após a colisão e em termos dos vetores unitários, qual é o momento angular do sistema das duas partículas em relação à origem?
- 81 Uma roda homogênea, de massa 10,0 kg e raio 0,400 m, está montada rigidamente em um eixo que passa pelo centro (Fig. 11-62). O raio do eixo é 0,200 m e o momento de inércia do conjunto roda-eixo em relação ao eixo é 0,600 kg · m^2 . A roda está inicialmente em repouso no alto de uma rampa que faz um ângulo $\theta = 30,0^{\circ}$ com a horizontal; o eixo está apoiado na rampa, enquanto a roda penetra em um sulco aberto na rampa, sem tocá-la. Depois de liberado, o eixo rola para baixo, suavemente e sem deslizamento, ao longo da rampa. Depois que o conjunto roda-eixo desce 2,00 m ao longo da rampa, (a) qual é a energia cinética de rotação e (b) qual a energia cinética de translação do conjunto?

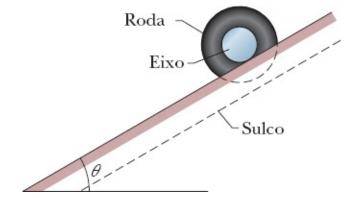


Figura 11-62 Problema 81.

- 82 Uma barra homogênea gira em um plano horizontal em torno de um eixo vertical que passa por uma das extremidades. A barra tem 6,00 m de comprimento, pesa 10,0 N e gira a 240 rev/min. Calcule (a) o momento de inércia da barra em relação ao eixo de rotação e (b) o módulo do momento angular em torno desse eixo.
- 83 Uma esfera maciça com 36,0 N de peso sobe rolando uma rampa com um ângulo de 30,0°. Na base da rampa, o centro de massa da esfera possui uma velocidade de translação de 4,90 m/s. (a) Qual é a energia cinética da esfera na base da rampa? (b) Que distância a esfera sobe ao longo da rampa? (c) A resposta do item (b) depende da massa da esfera?
- Suponha que o ioiô no Problema 17, em vez de rolar a partir do repouso, seja arremessado para baixo com uma velocidade inicial de 1,3 m/s. (a) Quanto tempo o ioiô leva para chegar à extremidade da corda? Nesse instante, qual é o valor (b) da energia cinética total, (c) da velocidade linear, (d) da energia cinética de translação, (e) da velocidade angular e (f) da energia cinética de rotação?
- 85 Uma menina, de massa M, está de pé na borda de um carrossel, sem atrito, de raio R e momento de inércia I, que está inicialmente em repouso. A menina joga uma pedra, de massa m, horizontalmente em uma direção tangente à borda do carrossel. A velocidade da pedra em relação ao chão é v. Depois disso, qual é (a) a velocidade angular do carrossel e (b) qual é a velocidade linear da menina?
- 86 Um corpo, de raio R e massa m, rola suavemente com velocidade v em uma superfície horizontal e depois sobe uma colina até uma altura máxima h. (a) Se $h = 3v^2/4g$, qual é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa? (b) Que corpo pode ser esse?