Análise Matemática II
LEI + BE

Segunda frequência

21 de abril de 2023

17:00-18:30

Todos os passos nas suas respostas têm que ser justificados, invocando os resultados explicados nas aulas e/ou apresentando os cálculos relevantes.

1. Descreva e represente graficamente o domínio da função

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{2x+4y-12}{2x+3y-6}}. \qquad \textbf{(2,5pt)}$$

2. Seja

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+3x^2y^2-5y^3}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   (a) Mostre que a função f é contínua em $(0,0)$. **(2,5)**

   (b) Calcule a derivada direcional $f'_{\vec{u}}(0,0)$ para qualquer vetor unitário $\vec{u} = (u_1, u_2)$ in $\mathbb{R}^2$. **(2,5)**

   (c) Verifique se f é diferenciável em $(0,0)$. **(2,5)**

3. Seja S a superfície em $\mathbb{R}^3$ de equação

$$x^3 + 2x^2y - z = 2.$$

Determine todos os pontos $(a,b,c) \in S$ tais que

$$T_S(a,b,c) \perp (1,1,-1). \qquad \textbf{(3)}$$

4. Seja $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^2 cujo gradiente é dado por

$$\nabla f(x,y) = \Big(2xy + 4x, x^2 - y^2 + 6y\Big)\,.$$

   a) Determine os pontos estacionários de f. **(4)**.

   b) Classifique os pontos estacionários de f, i.e., determine se nesses pontos ocorrem máximos locais, mínimos locais ou pontos de sela. **(3)**.