Pêndulo Simples

Guia de Laboratório para cursos de Ciências Exactas e Engenharia

José Mariano
Departamento de Física, FCT
Universidade do Algarve
jmariano@ualg.pt

1 Objectivo

Pretende-se com este trabalho prático verificar experimentalmente que um pêndulo simples, que é um sistema constituído por uma massa suspensa na extremidade de um fio, e que oscila livremente em torno de um fulcro, verifica o princípio de conservação da energia mecânica.

2 Fundamento Teórico

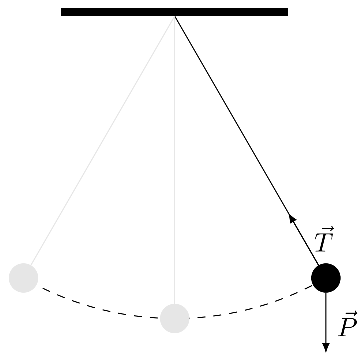

Figura 1: Diagrama de forças num pêndulo.

Considere-se um *pêndulo simples*, que é um sistema constituído por uma massa m, suspensa na extremidade de um fio inextensível de massa negligenciável, sob acção da força gravítica. Se a massa for afastada de um ângulo θ da sua posição vertical de equilíbrio, irá oscilar livremente, realizando um movimento pendular em torno da posição de equilíbrio.

Se desenharmos o diagrama de forças (ver Fig. 1) que estão aplicadas à massa, facilmente se observa que a resultante dessas forças não é constante no tempo. Basta para tanto reparar que se o peso $\vec{P} = m\vec{g}$ se mantém constante, a tensão $\vec{T}$ varia consoante a posição do pêndulo. Por este motivo, torna-se um pouco mais difícil recorrer ao formalismo newtoniano para descrever o movimento do pêndulo. Assim, este sistema é, muitas vezes, estudado com base no *Princípio de Conservação da Energia Mecânica*.

De acordo com o princípio de conservação da energia mecânica, tem-se que

$$E_M = E_C + E_P = \text{constante} \tag{1}$$

em qualquer ponto da trajectória, onde E_M é a energia mecânica total, $E_C = 1/2mv^2$ é a energia cinética e $E_P = mgh$ a energia potencial. Se se aplicar a equação anterior às posições mais alta (1) e mais baixa (2) da trajetória do pêndulo, vem

$$E_M(1) = E_M(2) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

e uma vez que $v_1 = 0$ e $h_2 = 0$[1], vem que

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_1$$

de onde se tira que

$$v_2^2 = 2gh_1 \tag{2}$$

Esta expressão relaciona assim a velocidade do pêndulo no ponto mais baixo da trajectória com a altura máxima da mesma.

3 Material utilizado

Relógio electrónico, detector fotoeléctrico, esfera, fio, régua graduada, fita métrica, craveira, bases e suportes, fios de ligação.

4 Procedimento experimental

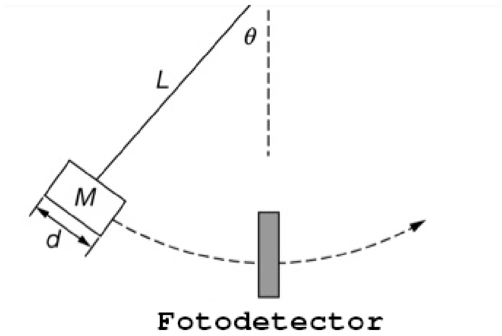

Figura 2: Medição do tempo de passagem do objecto de lardura d, ligado à massa, em frente do fotodetector.

O objectivo da experiência é verificar a validade da Eq. 2. Para tal, é necessário medir a velocidade no ponto mais baixo da trajectória, v_2. Para esse efeito, uma célula fotoeléctrica é colocada no ponto mais baixo da trajectória, medindo o tempo de passagem t_p, em frente ao feixe da célula, de um objecto de espessura d ligado à esfera (pode ser o diâmetro da esfera ou outro objecto a ela ligado). A velocidade da esfera no ponto mais baixo da trajectória é então dada por:

$$v_2 = \frac{d}{t_p} \tag{3}$$

[1]Considera-se que o ponto mais baixo da trajectória coincide com a origem do referencial.

Por forma a obter um resultado mais preciso, são realizadas várias medidas do tempo de passagem, sendo utilizado o seu valor médio $\bar{t}_p$ na expressão anterior.

4.1 Execução da experiência

Tenha o cuidado de anotar as incertezas de leitura das escala associadas a todos os aparelhos de medida que usar. Proceda da seguinte forma:

1. Determine as alturas mínima e máxima de largada da esfera;
2. Defina 10 alturas de largada diferentes igualmente espaçadas, entre a altura máxima e a mínima;
3. Meça com a craveira a espessura d do objecto que irá interromper o feixe da célula fotoeléctrica.
4. Largue a esfera 10 vezes da primeira altura h_1. De cada vez o relógio medirá automaticamente o tempo de passagem t_p da esfera pelo fotodetector;
5. Repita o procedimento anterior para as restantes alturas previamente determinadas, prefazendo um total de 10 alturas de largada.

5 Análise dos resultados

O processamento dos dados deve ser efectuado no computador, utilizando o *Excel* ou um programa semelhante. Deverão traçados dois gráficos, um no computador, outro à mão.

1. A partir dos resultados obtidos calcule os valores médios e estime os erros estatísticos associados às medidas de tempo de passagem t_p correspondentes a cada altura.
2. Utilizando a expressão 3, calcule os valores de v e as respectivas incertezas (ver Sec. A);
3. Calcule v^2 e a respectiva incerteza (Sec. A).
4. Trace no computador o gráfico de v^2 em função de h. Represente também, se possível, as barras de erro associadas a cada ponto. Trace o mesmo gráfico à mão;
5. Determine o declive e a ordenada na origem da recta que melhor se ajusta aos pontos experimentais do gráfico anterior, utilizando o *Excel*. Determine as incertezas dos parâmetros da recta.
6. Faça o mesmo que no ponto anterior para o gráfico traçado à mão. Determine as incertezas do declive e ordenada na origem e as respectivas incertezas.
7. Calcule o valor da aceleração da gravidade e respectiva incerteza a partir dos dois declives anteriormente determinados.
8. Compare os resultados e comente.

A Fórmulas de propagação de incertezas

Incerteza de v

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow u_c(v) = v \times \sqrt{\left(\frac{u^2(d)}{d^2} + \frac{u^2(t)}{t^2}\right)}$$

Incerteza de v^2

$$v^2 \Rightarrow u_c(v^2) = 2 \times v \times u(v)$$

Referências

[1] José Mariano, *Fundamentos de Análise de Dados*, Departamento de Física, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve.