

Análise Matemática II

LEI + BE

Segunda frequência

22 de abril de 2024

18:30-20:00

Todos os passos nas suas respostas têm que ser justificados, invocando os resultados explicados nas aulas e/ou apresentando os cálculos relevantes.

1. Descreva e represente graficamente o domínio da função

$$f(x, y) = \ln \left(\frac{x - y - 1}{x + y} \right). \quad (3)$$

2. Seja

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + 3x^2y^2 - 5y^4}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) Mostre que a função f é contínua em $(0, 0)$. (2,5)

(b) Calcule as duas derivadas parciais de f em $(0, 0)$. (2)

(c) Verifique se f é diferenciável em $(0, 0)$. (2,5)

3. Seja S a superfície em \mathbb{R}^3 de equação

$$z = x\sqrt{x^2 + y^2} + y^3.$$

Determine a equação do plano tangente a S no ponto $(-4, 3, 7)$. (3)

4. Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por

$$f(x, y) = 7x - 8y + 2xy - x^2 + y^3$$

- a) Determine os pontos estacionários de f . **(4)**.
- b) Classifique os pontos estacionários de f , i.e., determine se nesses pontos ocorrem máximos locais, mínimos locais ou pontos de sela. **(3)**.