

# Análise Matemática II

## LEI + BE

Segunda frequência (2ª chamada)

6 de maio de 2024

16:00-17:30

---

**Todos os passos nas suas respostas têm que ser justificados, invocando os resultados explicados nas aulas e/ou apresentando os cálculos relevantes.**

1. Descreva e represente graficamente o domínio da função

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}{\ln(y - x)}. \quad (3)$$

2. Seja

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3 + 5xy - 3y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) Mostre que a função  $f$  é contínua em  $(0, 0)$ . (2,5)

(b) Calcule as duas derivadas parciais de  $f$  em  $(0, 0)$ . (2)

(c) Verifique se  $f$  é diferenciável em  $(0, 0)$ . (2,5)

3. Sejam  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função de classe  $C^2$ , tal que

$$f'_x(1, 1) = 1 \quad \text{e} \quad f'_y(1, 1) = 0,$$

e  $g$  a função composta definida por  $g(r, \theta) := f(x(r, \theta), y(r, \theta))$ , onde

$$x(r, \theta) = r \cos(\theta) \quad \text{e} \quad y(r, \theta) = r \sin(\theta).$$

Determine  $g'_r(\sqrt{2}, \pi/4)$  e  $g'_\theta(\sqrt{2}, \pi/4)$ . (3)

4. Seja

$$f(x, y) = y^2 - 2xy + \frac{1}{3}x^3 - 3x.$$

- a) Determine os pontos estacionários de  $f$ . (4).
- b) Classifique os pontos estacionários de  $f$ , i.e., determine se nesses pontos ocorrem máximos locais, mínimos locais ou pontos de sela. (3).