

Análise Matemática II

Teste Modelo 3

LEI, BE

Todos os passos nas suas respostas requerem uma justificação, invocando os resultados explicados nas aulas e/ou apresentando os cálculos relevantes.

1. Seja $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2 \wedge x^2 - y^2 \geq 0\}$.

- (a) Esboce Ω , determinando e indicando explicitamente os pontos de intersecção relevantes. **(1pt)**
- (b) Calcule

$$\iint_{\Omega} \frac{y}{x^2 + 16} dy dx. \quad \textbf{(2pt)}$$

2. Seja

$$\int_0^2 \int_{x^2}^{9-x} f(x, y) dy dx,$$

onde f é uma função contínua $f(x, y)$ qualquer. Inverta a ordem de integração. **(3pt)**

3. Seja

$$R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 2, 2 - x \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4 - x - y\}.$$

- (a) Esboce R , calculando e indicando todos os pontos e retas de intersecção relevantes. **(2pt)**
- (b) Calcule o volume de R usando integrais triplos. **(2pt)**

4. Seja

$$\mathcal{I} = \iint_D \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dA,$$

onde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3 \wedge x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}$.

- (a) Esboce D em coordenadas cartesianas e descreva D em coordenadas polares. **(2pt)**
- (b) Calcule o valor de \mathcal{I} , usando coordenadas polares. **(3pt)**

5. Seja

$$R = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \leq 0, y \geq 0, \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq \sqrt{\frac{4}{3} - x^2 - y^2} \right\}.$$

- (a) Esboce R em coordenadas cartesianas e descreva R em coordenadas esféricas. **(2pt)**
- (b) Calcule o volume de R usando coordenadas esféricas. **(3pt)**