

# Análise Matemática II

Terceira Frequência

LEI e BE

28/05/2024

18h30 - 20h00

---

**Todos os passos nas suas repostas têm que ser justificados, invocando os resultados explicados nas aulas e/ou apresentando os cálculos relevantes.**

1. Seja  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y \leq 2 + |x|\}$ .

(a) Esboce  $D$ , determinando explicitamente todos os pontos de interseção relevantes. **(2)**

(b) Calcule

$$\iint_D 2y \, dA. \quad \mathbf{(2)}$$

2. Inverta a ordem de integração do seguinte integral duplo:

$$\int_{-3}^0 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 f(x, y) \, dy \, dx + \int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{-x+3} f(x, y) \, dy \, dx. \quad \mathbf{(4)}$$

3. Use coordenadas polares para calcular o seguinte integral duplo:

$$\iint_D \frac{x-y}{x^2+y^2} \, dA,$$

$$\text{onde } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \wedge y \geq |x|\}. \quad \mathbf{(4)}$$

4. Seja  $R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 8 - 2x - 4y \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0\}$ .

(a) Esboce o sólido  $R$ , determinando explicitamente pontos e retas de interseção relevantes. **(2)**

- (b) Calcule o volume do sólido  $R$  usando um integral triplo. **(2)**

5. Seja

$$R = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \leq 0, y \leq 0, \sqrt{3(x^2 + y^2)} \leq z \leq \sqrt{12 - x^2 - y^2} \right\}.$$

- (a) Esboce  $R$  determinando explicitamente o círculo de interseção relevante. **(1)**
- (b) Calcule o volume de  $R$  usando um integral triplo e coordenadas esféricas. **(3)**