

Medição de comprimentos, massas e tempos

Guia de Laboratório para cursos de Ciências Exactas e Engenharia

José Mariano
Departamento de Física, FCT
Universidade do Algarve
jmariano@ualg.pt

1 Objectivo

Pretende-se com este trabalho prático realizar medidas de diferentes grandezas físicas, nomeadamente diâmetros, volumes, áreas, massas volúmicas e intervalos de tempo. Para este efeito faz-se uso de instrumentos e de técnicas adequados.

2 Introdução teórica

Qualquer medida tem uma incerteza associada, o que se traduz na forma como os resultados de uma medição devem ser apresentados:

Medida = valor numérico \pm incerteza (unidade).

O valor da medida é estimado através do valor medido, no caso de se dispor de uma só medição, ou através do valor médio

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i^n x_i \quad (1)$$

no caso de se dispor de n medições. Por seu turno, a incerteza é estimada através da incerteza de leitura, quando se tem apenas uma medição, ou através do *desvio padrão da média*,

$$s_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2)$$

quando se tem mais que 10 medições.

Existem grandezas físicas, chamadas derivadas por oposição às fundamentais, que se calculam mediante os valores de outras grandezas. Como é óbvio, se as grandezas usadas no cálculo resultam de medidas afectadas de uma incerteza, então as grandezas calculadas virão também afectadas de alguma incerteza. Esta incerteza é calculada mediante fórmulas adequadas de *propagação de incertezas* ou *incertezas combinadas*.

Se considerarmos a grandeza física derivada, y , que é calculada através de uma fórmula $y = f(x_1, x_2, x_3)$ a partir das grandezas independentes x_1 , x_2 e x_3 , cada uma das quais é medida com uma incerteza (combinada) estimada $u(x_1)$, $u(x_2)$ e $u(x_3)$, então a incerteza na grandeza y é dada por:

$$u_c(y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 u(x_1)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 u(x_2)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^2 u(x_3)^2} \quad (3)$$

3 Material utilizado

Régua, craveira, palmer ou micrómetro, balança, cronómetro, proveta graduada, objectos de diferentes materiais e formas geométricas.

4 Procedimento experimental e análise dos resultados

4.1 Espessura de uma folha de papel

1. Determine a espessura de uma folha de papel A4 usando um palmer. Faça pelo menos 12 medidas em diferentes regiões da folha e por diferentes elementos do grupo. Não se esqueça de verificar o zero do palmer. Determine e registe a incerteza de leitura.
2. Calcule a média das medidas e estime a incerteza estatística.
3. Compare a incerteza de leitura com a incerteza estatística. Comente. O que pode dizer sobre a regularidade da espessura do papel?
4. Faça uma medida da espessura do papel com a craveira e compare com o resultado de uma medida do palmer. A espessura do papel pode ser correctamente determinada com a craveira? Porquê?

4.2 Diâmetro de um prego

1. Meça o diâmetro do prego com o palmer. Compare este valor com o obtido para a espessura do papel. Diferem de quantas ordens de grandeza?
2. Faça a mesma medida recorrendo a uma craveira. Compare com o resultado obtido anteriormente. O diâmetro do prego pode ser correctamente determinado com uma craveira? Porquê?

4.3 Medição do volume de uma esfera

Determine o volume de uma esfera medindo o seu diâmetro d com uma craveira. Calcule a incerteza associada ao volume, utilizando uma fórmula de propagação de erros adequada.

4.4 Medição do volume de um cilindro

1. Determine o volume de um cilindro de plástico. Meça a altura com uma régua graduada em milímetros e o diâmetro com a craveira (uma só medida). Calcule a incerteza associada ao volume utilizando a fórmula de propagação dos erros.

2. Repita o ponto anterior, medindo agora a altura com a craveira. Compare os dois valores de incerteza assim obtidos.

4.5 Densidade de um cilindro

Determine o volume do cilindro de metal, utilizando o mesmo método que no ponto anterior (faça uma só medição e use apenas a craveira). Determine a sua massa utilizando a balança. Calcule a densidade, indicando a incerteza que afecta a medida.

4.6 Densidade de um sólido com forma irregular

1. Determine a massa da peça com a balança.
2. Determine o volume de um parafuso (forma irregular) mergulhando-o numa proveta graduada semi-cheia de água e calculando a diferença entre os volumes medidos antes e depois de o mergulhar. Determine a incerteza que afecta a medida do volume.
3. Determine a densidade do parafuso e a respectiva incerteza.

4.7 Medição de áreas

Pretende-se determinar a área de uma placa metálica de forma irregular e espessura constante conhecendo a área de outra placa de forma regular feita do mesmo material e com a mesma espessura. O método baseia-se no seguinte: Considere-se duas placas 1 e 2 feitas do mesmo material, com a mesma espessura (e) e áreas A_1 , conhecida, e A_2 , que se pretende conhecer. Uma vez que o material é o mesmo, as densidades das duas placas ρ_1 e ρ_2 são iguais e pode-se escrever:

$$\rho_1 = \rho_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$$

em que V_1 e V_2 são os volumes da peça 1 e 2 respectivamente. Uma vez que $V = A \times e$ vem:

$$\frac{m_1}{A_1 e} = \frac{m_2}{A_2 e} \Leftrightarrow A_2 = \frac{m_2}{m_1} A_1 \quad (4)$$

A_2 é portanto proporcional a A_1 , sendo a constante de proporcionalidade dada pela razão entre as massas das placas.

4.7.1 Procedimento

1. Determine a área da placa rectangular utilizando a craveira.
2. Pese ambas as placas na balança.
3. Determine a área da placa irregular utilizando a equação 4, bem como a respectiva incerteza.

4.8 Medição de intervalos de tempo

1. Utilizando o pêndulo plano existente no laboratório, faça 3 medidas de 2 períodos¹ de oscilação do pêndulo, utilizando o cronómetro digital. Registe os valores obtidos no quadro da sala de aula. No fim da aula, passe todos os valores para a sua folha de resultados
2. Construa um histograma com as leituras, utilizando 10 classes.
3. Calcule a média e o desvio padrão. Compare os resultados e comente.
4. Procure explicar de uma forma simples e intuitiva o que observou e as incertezas evidenciadas neste tipo de medições.

Nota: O ângulo de lançamento deve ser sempre o mesmo.

5 Apêndice: Instrumentos de medida de comprimentos

Para se obter, na medida de comprimentos com uma régua graduada, uma precisão superior a meia divisão da escala principal associa-se a esta uma segunda régua: o *nónio*. No *nónio* estão marcadas n divisões cujo comprimento é igual ao de $n - 1$ divisões da escala principal. Desta forma, cada divisão do *nónio* y é menor que uma unidade a da escala principal, e o seu valor é dado por:

$$ny = (n - 1)a \text{ ou } y = \left[\frac{(n - 1)}{n} \right] a \quad (5)$$

A marca zero do *nónio* designa-se por *linha de fé*.

Quando se mede um comprimento que não coincide exactamente com uma divisão da régua, o valor da grandeza será um número inteiro de divisões da escala principal mais uma fracção de divisão a determinar. A figura ampliada de uma escala milimétrica exemplifica esta situação.



Figura 1: Nóvio

Se a régua tiver associado um *nónio*, x pode ser estimado com maior precisão observando o ponto em que uma divisão do *nónio* coincide com uma divisão da escala. Suponhamos que isso ocorre para a divisão l do *nónio*. Nesse ponto tem-se uma igualdade de dois comprimentos (indicados na figura), um que é dado por la na escala principal, e o outro que é $x + ly$ no *nónio*. Assim, atendendo ao valor das divisões do *nónio*, tem-se

$$x = l \frac{a}{n}$$

¹O período é o tempo necessário para que a massa suspensa passe duas vezes pela mesma posição e no mesmo sentido

Tudo se passa como se o nónio amplificasse a escala principal, dividindo a unidade a em n subdivisões, mas evitando o incómodo da leitura de um tão grande número de traços numa escala (alguns sistemas de medida possuem, por exemplo, uma lupa). Deve-se no entanto salientar que o nónio não permite obter uma precisão superior àquela com que os próprios traços das escalas são marcados. Por isso os nónios mais vulgares têm 10 ou 20 divisões. Encontrando-se ainda nónios de 50 divisões.

No exemplo da figura 1, temos um comprimento l com um valor entre 51 mm e 52 mm. Sem o auxílio do nónio ele seria medido como $l = 52$ mm. Com o auxílio do nónio, a medida passa a ser $l = 51,7$ mm. Este valor é obtido pela soma do número exacto de divisões na régua (51 mm) com a leitura do nónio de 0,7 mm. O valor obtido é preciso até à décima de milímetro.

A razão a/n é designada por *natureza do nónio* e é o menor comprimento que se pode medir exactamente com o nónio adaptado à régua. A situação mais vulgar é ter $a = 1$ mm e os nónios serem de décimas ($n = 10$) ou de vigésimas ($n = 20$). A incerteza de leitura de um nónio é metade da divisão da escala principal dividido pelo número de divisões do nónio, $u(l) = a/2n$. No exemplo da fig. 1, a unidade da escala principal é o milímetro e o nónio é de décimas, pelo que a incerteza vale $u(l) = 0,05$ mm. A expressão correcta das leituras efectuadas com e sem nónio são respectivamente $l = 51,70 \pm 0,05$ mm e $l = 52,0 \pm 0,5$ mm. Com o nónio a precisão é dez vezes superior.

5.1 Craveira

A *craveira*, *paquímetro* ou *peclise* é um instrumento que é utilizado para medir diâmetros externos, diâmetros internos e profundidades. Para esse efeito, a craveira dispõe de três anteparos A, B e C rigidamente ligados à escala principal e que servem de referência. Os anteparos móveis A', B' e C' devem coincidir perfeitamente com os fixos, na leitura do zero da escala. Para que estes bordos não se gastem com a utilização, o material da craveira deve ser um metal duro. Para medir diâmetros externos (a) usa-se a parte inferior dos anteparos AA' e para os internos (b) parte superior BB'. Para medir profundidades (c) faz-se deslizar o espigão C'. Para uma craveira (como a da figura 2) com a escala principal em milímetros e com uma escala de vigésimas associada, a precisão da medida é de 0,025 mm.

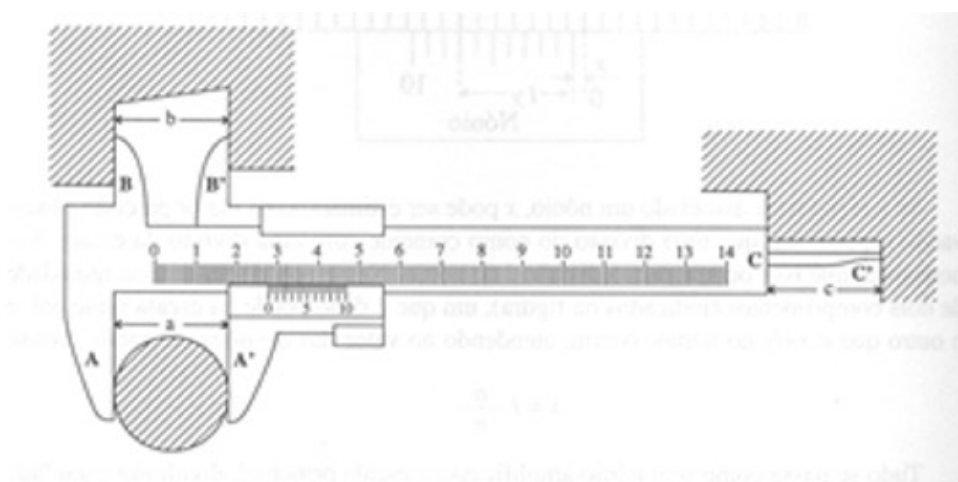


Figura 2: Representação de uma craveira

5.2 Palmer ou micrómetro

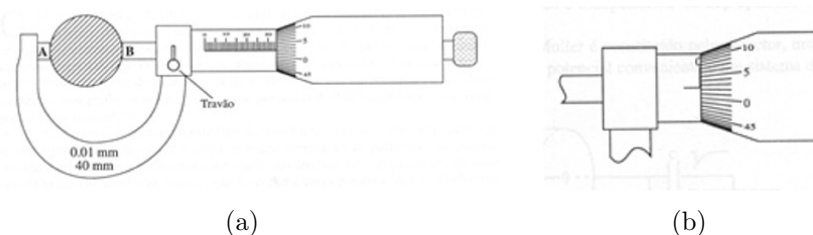


Figura 3: (a) Representação de um palmer, (b) pormenor.

Um *micrómetro* ou *palmer* é um instrumento mecânico que permite medidas precisas de pequenos comprimentos ou espessuras. Como se vê na figura 3, a escala principal gravada num cilindro tem associada uma manga com 50 divisões, que se desloca ao longo da escala principal por rotação. Este sistema de escalas está solidário com duas esperas (A e B na Fig. 3). Uma rotação completa da manga corresponde a uma abertura das esperas de 0,5 mm, e portanto cada divisão deste tambor vale 0,01 mm. O comprimento a medir é colocado entre as esperas e à leitura da escala principal deve adicionar-se o número de divisões da manga que passem o zero. Neste tipo de instrumento devemos ter em atenção se o zero do tambor coincide com o zero da escala principal quando as esperas estão em contacto. No caso de isto não suceder temos uma incerteza sistemática na medida, conhecido por *erro do zero*. No entanto esta incerteza não afectará o resultado final desde que seja medida e depois subtraída ou somada conforme o zero da manga está adiantado ou atrasado em relação à escala principal. Os comprimentos medidos com este aparelho possuem grande precisão. A incerteza de leitura no caso do palmer exemplificado é de 0,005 mm. Com uma régua normal graduada em milímetros a incerteza de leitura é 0,5 mm, donde com o palmer a medida ser 100 vezes mais sensível.