

PROBABILIDADES

Problema 1.

Considere a experiência aleatória que consiste no lançamento de uma moeda e de um dado.

- a) Descreva o espaço de resultados.
- b) Represente explicitamente os seguintes acontecimentos:
 $A = \{\text{saírem cara e um número par}\}$, $B = \{\text{sair um número primo}\}$,
 $C = \{\text{saírem coroa e um número ímpar}\}$.
- c) Represente explicitamente o acontecimento:
(i) A ou B ocorrem (ii) B e C ocorrem (iii) apenas B ocorre.

Problema 2.

Suponha uma experiência aleatória com espaço de resultados $S = \{a, b, c\}$ e

$$P(\{a, b\}) = 0.7 \quad P(\{b, c\}) = 0.6.$$

Determine as probabilidades de $\{a\}$, $\{b\}$ e $\{c\}$.

Problema 3.

Sejam A e B dois acontecimentos tais que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ e $P(A \cup B) = 0.6$. Determine $P(A \cap B)$, $P(\bar{A}|B)$ e $P(\bar{B}|A)$.

Problema 4.

Se $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.2$ e $P(A \cap B) = 0.1$, determine as seguintes probabilidades:

- a) $P(\bar{A} \cap B)$.
- b) $P(\overline{(A \cup B)})$.
- c) $P(\bar{A} \cup B)$.

Problema 5.

Sejam A e B dois acontecimentos tais que $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ e $P(B) = p$.

- a) Determine p sendo A e B mutuamente exclusivos.
- b) Determine p sendo A e B independentes.
- c) Determine p sendo A um subconjunto de B .

Problema 6.

- a) Suponha que os eventos A_1 , A_2 , A_3 e A_4 são mutuamente exclusivos e exaustivos. Determine $P(A_1 \cup A_2)$, sabendo que $P(A_2) = 0.3$, $P(A_3) = 0.4$ e $P(A_4) = 0.2$.
- b) Sejam A e B dois acontecimentos tais que $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$ e $P(A \cup B) = 0.65$. Os acontecimentos A e B são independentes?

Problema 7.

Determine a probabilidade de um apostador, com uma única chave, ganhar o primeiro prémio do euromilhões. (O jogo consiste em escolher 5 números entre 1 e 50 e 2 estrelas numeradas de 1 a 9).

Problema 8.

Uma amostra aleatória de dimensão 10 é seleccionada de um conjunto de 20 artigos. Qual a probabilidade de um dado artigo vir a estar entre os 10 artigos seleccionados?

Problema 9.

Suponha que, numa caixa, se encontram 4 lâmpadas de 40 Watt, 5 de 60 Watt e 6 de 75 Watt. Três lâmpadas são seleccionadas aleatoriamente (sem reposição).

- Calcule a probabilidade de exactamente duas das lâmpadas seleccionadas serem de 60 Watt.
- Determine a probabilidade de todas as lâmpadas seleccionadas terem a mesma potência.

Problema 10.

Três homens e três mulheres estão numa fila de espera de um banco. Determine a probabilidade de:

- as três mulheres estarem de seguida.
- os homens e as mulheres estarem em posições alternadas.

Problema 11.

Suponha que 20 bolas brancas são dispostas em 4 filas de 5 bolas cada. Escolhem-se 4 destas bolas aleatoriamente e pintam-se de preto. Qual a probabilidade de todas as bolas pretas estarem em filas diferentes?

Problema 12.

Num colégio, 25% dos alunos reprovaram a matemática, 15% dos alunos reprovaram a português e 10% dos alunos reprovaram a matemática e português. Um aluno é seleccionado aleatoriamente.

- Determine a probabilidade do aluno ter reprovado a matemática ou português.
- Determine a probabilidade do aluno ter reprovado apenas a matemática.
- Determine a probabilidade do aluno não ter reprovado a matemática e português.

Problema 13.

Sejam A e B acontecimentos tais que $P(A) + P(B) = 0.6$ e $P(A \cap B) = 0.1$. Determine a probabilidade de:

- Não se realizar nenhum dos dois acontecimentos.
- Que se realize um e só um dos dois acontecimentos.
- Que se realize pelo menos um dos dois acontecimentos.
- Que se realize quanto muito um único acontecimento.

Problema 14.

Um estudante da Universidade do Algarve é seleccionado aleatoriamente. Sejam A o evento do estudante seleccionado ter um cartão de débito do banco "X" e B o evento do estudante ter um cartão de débito do banco "Y". Suponha que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$ e $P(A \cap B) = 0.25$.

- Qual a probabilidade do estudante ter pelo menos um dos dois cartões de débito?
- Qual a probabilidade do estudante seleccionado não ter nenhum dos cartões de débito?
- Qual a probabilidade do estudante ter um cartão de débito do banco "Y" e não ter um cartão de débito do banco "X"?

Problema 15.

Uma equipa de futebol ganha um jogo com probabilidade 0.6, perde com probabilidade 0.3 e empata com probabilidade 0.1. A equipa vai jogar 3 jogos na próxima semana.

- Determine a probabilidade da equipa ganhar pelo menos 2 jogos.
- Determine a probabilidade da equipa ganhar, empatar e perder um jogo.
- Sabendo que a equipa ganhou o primeiro jogo, qual a probabilidade de ganhar 2 jogos e não perder nenhum.

Problema 16.

Uma máquina com dois motores em paralelo (isto é, um dos motores é suficiente para a máquina poder funcionar) está operacional em 99% do tempo. No entanto, o seu motor principal está operacional em 95% do tempo e o seu motor secundário está operacional em apenas 80% do tempo. Calcule:

- A probabilidade de os dois motores estarem operacionais.
- A probabilidade de o motor secundário funcionar, se o motor principal falhar.
- A probabilidade de o motor secundário falhar mas o motor principal funcionar.

Problema 17.

Numa fábrica 4 máquinas (A, B, C e D) produzem o mesmo produto. A máquina A produz 10% da produção, a máquina B, 20% e a máquina C, 30%. A proporção de produtos defeituosos produzidos pelas 4 máquinas é a seguinte:

Máquina	A	B	C	D
Proporção	0.001	0.0005	0.005	0.002

- Qual a probabilidade de um produto seleccionado ao acaso ser defeituoso?
- Um produto seleccionado ao acaso é defeituoso. Qual é a probabilidade que esse produto tenha sido produzido pela máquina A? pela B? pela C? e pela D?

Problema 18.

Admita que é igualmente provável o nascimento de um rapaz ou rapariga. Se uma família tem 2 crianças, qual é a probabilidade que ambas sejam rapazes sabendo que pelo menos uma delas é um rapaz?

Problema 19.

Na avaliação preliminar de novos produtos de design é feita uma consulta prévia a clientes. No passado, 95% dos produtos com muito sucesso receberam boa avaliação, 60% dos produtos com sucesso moderado receberam boa avaliação e 10% dos produtos com pouco sucesso receberam boa avaliação. Em adição, 40% dos produtos têm tido muito sucesso, 35% sucesso moderado e 25% pouco sucesso.

- Qual é a probabilidade de um produto obter uma boa avaliação?
- Se um novo produto obteve uma boa avaliação, qual a probabilidade de ser um produto com muito sucesso?
- Se um produto não obteve uma boa classificação, qual a probabilidade de ser um produto com muito sucesso?

Problema 20.

Um saco contém uma bola branca e duas bolas vermelhas. Retira-se uma bola aleatoriamente. Se a bola retirada for branca então é colocada no saco juntamente com outra bola branca. Caso contrário, a bola vermelha retirada é colocada no saco juntamente com mais duas bolas vermelhas. Se a segunda bola extraída aleatoriamente for vermelha, qual a probabilidade de a primeira também ter sido vermelha?