Ondas estacionárias numa corda

Guia de Laboratório para cursos de Ciências Exactas e Engenharia

José Mariano
Departamento de Física, FCT
Universidade do Algarve
`jmariano@ualg.pt`

1 Objectivo

Determinar a frequência dos vários modos de vibração de uma corda fixa entre dois pontos. Verificar se a dependência da frequência de vibração com a ordem do modo, o comprimento, a massa linear e tensão na corda está de acordo com a formula teórica.

2 Fundamento Teórico

Para uma descrição mais detalhada da teoria ler as secção 19.7 a 19.10 do livro ***Física****, R. Resnick e D. Halliday, Vol. 2, 4a edição, 1983.*

Quando um fio tenso, de comprimento L, fixo nas extremidades, é colocado em vibração, estabelecem-se no fio *ondas estacionárias*. Essas ondas correspondem a todos os pontos do fio executarem um movimento harmónico simples com a mesma frequência mas em que a

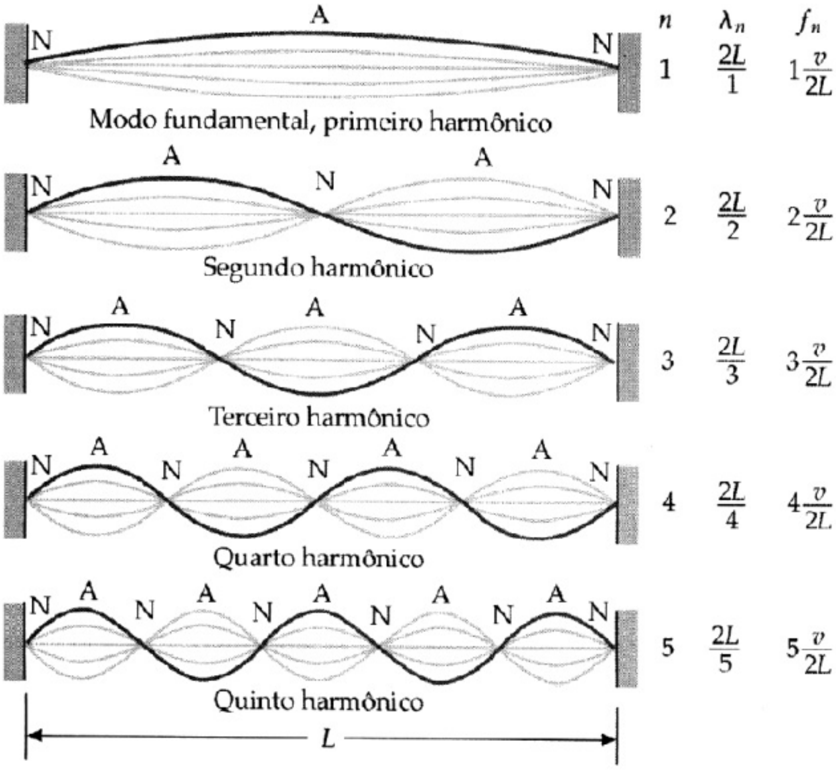

Figura 1: Uma corda, esticada entre dois suportes, é feita oscilar com padrões de ondas estacionárias. A figura representa alguns dos possíveis modos que se podem estabelecer na corda. Os *nodos* estão representados pela letra N.

amplitude do movimento varia de ponto para ponto. Em particular, existem pontos sobre a corda que se encontram em repouso. Esses pondos designam-se por *nodos.*

Há apenas alguns valores de frequência de vibração permitidos pelo sistema. Esses valores são dados pela expressão

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}},\ n = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

em que L é o comprimento do fio, f_n é a frequência em Hz, μ é a densidade linear do fio, em Kg/m, e T é a tensão do fio, em N. O índice n refere-se aos modos normais de vibração da corda, isto é, à ordem do modo. Portanto, a corda não tem apenas uma frequência natural, mas uma sequência de frequências naturais denominada *série harmónica.* Note-se que a ordem do *modo* n se relaciona com o número de *nodos* m através de

$$m = n + 1$$

A frequência para a qual $n = 1$ chama-se *frequência (ou harmónica) fundamental.* Todas as outras harmónicas são multiplos da frequência fundamental, isto é:

$$f_n = nf_1$$

Para a frequência fundamental, a Eq. 1 reduz-se a:

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{2}$$

3 Material utilizado

Gerador de ondas; dispositivo de vibração; 4 cordas com diferentes densidades lineares, roldana, conjunto de massas, suporte de massas, fita métrica, grampos e varões.

4 Procedimento experimental

Anote o erro de leitura da escala do gerador de ondas e da fita métrica. Serão usadas 4 cordas; uma de nylon (a mais fina), com densidade de massa linear μ =6,666$\times 10^{-5}$ kg/m; uma cinzenta, com densidade de massa linear μ =2,933$\times 10^{-4}$ kg/m; uma amarela, com μ =1,393$\times 10^{-3}$ kg/m e uma branca (a mais grossa) com μ =3,853$\times 10^{-3}$ kg/m. Neste procedimento, ir-se-á estudar a verificar a validade da Eq. 1, estudando a dependência de f com cada um dos parametros da equação (n, L, T, ν), variando um parametro de cada vez.

4.1 Frequência em função do modo vibração

Nesta alínea, determinar-se-á a frequência f_n para pelo menos os primeiros 5 modos de vibração, $n = 1$, 2, 3, 4 e 5, de acordo com a Eq. 1. Os parâmetros L, T (m) e μ manter-se-ão constantes, assumindo os valores L =1,200 m, m =300 g e μ =1,393$\times 10^{-3}$ kg/m (corda amarela).

1. Fixe um dos extremos do fio amarelo na palheta do dispositivo de vibração e no outro extremo amarre o dispositivo de fixação das massas. Coloque neste último 3 massas de 100g e passe o fio pela roldana;

2. Afrouxe o parafuso do grampo de fixação da roldana e desloque-a de modo a que o comprimento do fio seja de 1,200 m;

3. Rode o botão de variação da frequência de 0,1 Hz, de modo que o visor marque zero nas casas decimais. Rode o botão de variação da frequência de 1,0 Hz de modo a fixar a frequência aproximadamente nos 9,0 Hz;

4. Aumente lentamente a frequência rodando o botão de 1,0 Hz, até visualizar na corda metade duma sinusoide. Rodando o botão de 0,1 Hz modifique a frequência de modo a obter uma onda estável com máxima amplitude. Assim terá obtido a frequência f_1, correspondente ao modo $n = 1$;

5. Repita o ponto anterior para pelo menos mais 4 modos. Tome em considerção que, de acordo com a teoria, espera-se que o modo n tenha uma frequência $f_n = nf_1$.

4.2 Frequência em função da tensão da corda

Nesta alínea ir-se-á verificar a dependência da frequência fundamental f_1 com a tensão na corda T, de acordo com a Eq. 2. L e μ manter-se-ão constantes, assumindo os valores L =1,2 m e μ =1,393$\times 10^{-3}$ kg/m (corda amarela).

1. Coloque uma massa de 100 g no suporte de massas;

2. No gerador, ajuste o valor da frequência de feição a obter o modo fundamental estável e com amplitude máxima;

3. Repita os pontos anteriores para massas m iguais a 150 g, 200 g, 250 g e 300 g. No final deverá obter 5 valores de f_1, um por cada uma das 5 massas.

4.3 Frequência em função do comprimento da corda

Nesta alínea, ir-se-á determinar a dependência de f_1 com o comprimento L, mantendo-se os restantes parâmetros constantes e iguais a m = 300g e μ =1,393×10^{-3} kg/m (corda amarela), de acordo com a Eq. 2.

1. Coloque 300g no suporte de massas;
2. Ajuste o comprimento do fio para 1,2 m;
3. Ajuste o gerador de forma a obter na corda o modo fundamental (estável)
4. Repita o procedimento para os comprimentos 1,0 m; 0,8 m; 0,6 m e 0,4 m. No final deverá obter 5 valores de f_1 para cada um dos 5 comprimentos

4.4 Frequência em função da densidade linear da corda

Nesta alínea, determinar-se-á a frequência fundamental f_1 para 4 valores de μ, i.e., para 4 cordas diferentes, de acordo com a Eq. 2. Para além de n, os parâmetros L e m manter-se-ão constantes, assumindo os valores $L = 1,2$ m e $m = 300$ g.

1. Fixe a corda amarela por forma a que o seu comprimento seja de 1,2 m;
2. Coloque 300g no suporte de massas;
3. Determine f_1;
4. Repita o procedimento para as restantes cordas. No final deverá obter 4 valores de f_1 para os 4 valores de μ.

5 Análise de resultados

Todos os gráficos devem ser traçados à mão em papel milimétrico!

5.1 Frequência em função do modo vibração

1. Trace em papel milimétrico um gráfico de f_n em função de n;
2. Ajuste uma reta à mão ao gráfico ($y = ax + b$) e determine o seu declive, a_n^e,
3. Atendendo a que a Eq. 1 pode ser escrita na forma:

$$f_n = \underbrace{\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}}_{a_n^t} \times \underbrace{n}_{x}, \tag{3}$$

   determine o valor esperado ("teórico") para o declive a_n^t, sabendo que, neste caso, L, m, μ e T são constantes, sendo esta última dada por $T = (m + m_s)g$, em que $m_s = 5$g é a massa do suporte;
4. Determine o erro relativo percentual de a_n^e em relação a a_n^t e comente.

5.2 Frequência em função da tensão da corda

1. Trace um gráfico em papel milimétrico de f_1 em função de $\sqrt{(m + m_s)g}$, ajuste uma recta manualmente e determine o seu declive a_T^e;
2. Calcule, com base na Eq. 2, o declive esperado a_T^t, sabendo que, neste caso, L e μ são constantes;
3. Calcule o erro percentual e comente

5.3 Frequência em função do comprimento da corda

1. Trace um gráfico em papel milimétrico de f_1 em função de $1/L$, ajuste uma recta à mão e determine o respectivo declive a_L^e
2. Calcule, com base na Eq. 2, o declive esperado a_L^t, sabendo que, neste caso, T e μ são constantes e que $T = (m + m_s)g$;
3. Calcule o erro percentual e comente

5.4 Frequência em função da densidade linear da corda

1. Trace um gráfico em papel milimétrico de f_1 em função de $1/\sqrt{\mu}$, ajuste uma recta à mão e determine o respectivo declive a_μ^e
2. Calcule, com base na Eq. 2, o declive esperado a_μ^t, sabendo que, neste caso, T e L são constantes e que $T = (m + m_s)g$;
3. Calcule o erro percentual e comente

Referências

[1] José Mariano, *Fundamentos de Análise de Dados*, Departamento de Física, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve.