

Ficha de exercícios nº 3: Equações não lineares

1. Considere as equações polinomiais seguintes:

- (a) $x^3 - 4x^2 - x - 1 = 0$;
- (b) $-x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 100 = 0$;
- (c) $x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x + 4 = 0$;
- (d) $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$;
- (e) $12x^6 - 300x^5 + 9x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 21x + 13 = 0$;
- (f) $-3x^7 - 4x^6 + 3x^4 + 12x^3 - 4x^2 - 13x + 1 = 0$.

- (1) Usando a **Regra dos sinais de Descartes**, indique o número de possíveis raízes reais de cada equação;
- (2) Usando o **Teorema de Newton para a Localização de Raízes**, determine um majorante e um minorante para as raízes de cada equação;
- (3) Indique intervalos onde exista uma e só uma raiz de cada equação.

2. Considere as equações seguintes:

- | | |
|--|------------------------------------|
| (a) $e^x - x^2 + 3x - 2 = 0$; | (c) $2x + 1 + 4 \sin(2x) = 0$; |
| (b) $e^x + 2^{-x} + 2 \cos(\pi x) - 6 = 0$; | (d) $\ln(1 + x^2) - \cos(x) = 0$. |

- (1) Por análise gráfica, indique o número, bem como um majorante e um minorante, das raízes reais de cada equação;
- (2) Indique intervalos onde exista uma e só uma raiz de cada equação.

3. Usando o **Método da Bissecção**, calcule as raízes das equações do Exercício 1:

- (a) Com tolerância absoluta $\varepsilon = 10^{-2}$;
- (b) Com tolerância relativa $\varepsilon = 10^{-2}$;
- (c) Até à iterada $n = 10$.

4. Usando o **Método da Bissecção**, calcule as raízes das equações do Exercício 2:

- (a) Com tolerância absoluta $\varepsilon = 10^{-3}$;
- (b) Com tolerância relativa $\varepsilon = 10^{-3}$;
- (c) Até à iterada $n = 10$.

5. Usando o **Método de Newton**, calcule as raízes das equações do Exercício 1:

- (a) Com tolerância absoluta $\varepsilon = 10^{-2}$;
- (b) Com tolerância relativa $\varepsilon = 10^{-2}$;
- (c) Até à iterada $n = 5$.

6. Usando o **Método de Newton**, calcule as raízes das equações do Exercício 2:

- (a) Com tolerância absoluta $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - (b) Com tolerância relativa $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - (c) Até à iterada $n = 5$.
7. Usando o **Método da Secante**, calcule as raízes das equações do Exercício 1:
- (a) Com tolerância absoluta $\varepsilon = 10^{-2}$;
 - (b) Com tolerância relativa $\varepsilon = 10^{-2}$;
 - (c) Até à iterada $n = 5$.
8. Usando o **Método da Secante**, calcule as raízes das equações do Exercício 2:
- (a) Com tolerância absoluta $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - (b) Com tolerância relativa $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - (c) Até à iterada $n = 5$.
9. Nos exercícios anteriores, compare os Métodos da Bissecção, Newton e Secante relativamente a:
- (a) O que foi atingido primeiro: a iterada máxima ou a tolerância requeridas?
 - (b) Em que ordem foi atingida a tolerância requerida?
 - (c) Convergência.