

7.6 Resuelva cada uno de los siguientes programas lineales usando el método simplex. Grafique la región factible y dibuje la trayectoria simplex del origen al punto óptimo.

a)

$$\begin{array}{llllll} \text{Max} & 3x & + & y & & \\ \text{s.a.} & x & & & & \leq 5 \\ & & & y & & \leq 4 \\ & x & - & y & & \leq 3 \\ & & & x, y & \geq & 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{llllll} \text{Max} & 6x & + & 3y & & \\ \text{s.a.} & x & + & y & & \leq 4 \\ & 2x & + & y & & \leq 6 \\ & & & x, y & \geq & 0 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Max} & x & + & 2y & + & 3z & & \\ \text{s.a.} & x & & & & & & \leq 2 \\ & & & y & & & & \leq 2 \\ & & & & & z & & \leq 2 \\ & x & + & y & + & z & & \leq 5 \\ & & & & & x, y, z & \geq & 0 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Max} & & & y & + & 3z & & \\ \text{s.a.} & x & & & & & & \leq 2 \\ & & & y & & & & \leq 2 \\ & & & & & z & & \leq 2 \\ & x & + & y & & & & \leq 3 \\ & & & & & x, y, z & \geq & 0 \end{array}$$

7.7 En los siguientes programas lineales la región factible es no acotada y la función objetivo no alcanza su máximo. ¿Cómo podemos saber esto usando el método simplex?

a)

$$\begin{array}{llllll} \text{Max} & 3x & + & y & & \\ \text{s.a.} & -2x & + & y & \leq & 1 \\ & x & - & y & \leq & 2 \\ & & & x, y & \geq & 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{llllll} \text{Max} & -x & + & 2y & - & 3z \\ \text{s.a.} & x & & & & \leq 3 \\ & & & & z & \leq 1 \\ & x & + & & 3z & \leq 3 \\ & & & & x, y, z & \geq 0 \end{array}$$

7.8 Un gerente de producción está planeando cómo distribuir tres productos en dos máquinas. Para ser manufacturado cada producto requiere cierto tiempo (en horas) en cada una de las dos máquinas.

El tiempo requerido está resumido en la siguiente tabla:

Producto	Máquina	
	1	2
A	1	1
B	2	1
C	2	2

La máquina 1 está disponible 40 horas a la semana y la 2 está disponible 34 horas a la semana.

Si la utilidad obtenida al vender los productos A, B y C es de 2,3 y 5 pesos por unidad respectivamente, ¿cuál debe ser la producción semanal que maximiza las utilidades? ¿Cuál es la utilidad máxima?

7.9 Una compañía mueblera fabrica tres tipos de libreros: el "intelectual", el "juvenil" y el "ejecutivo". Cada librero es elaborado utilizando tres tipos de madera: roble, pino y caoba. El librero tipo "intelectual" requiere 2 unidades cuadradas de hoja de roble, 6 de pino y 4 de caoba. El librero tipo "juvenil" requiere respectivamente 1, 4 y 3 unidades cuadradas de hoja de roble, pino y caoba. Y el librero tipo "ejecutivo" requiere respectivamente 2, 2 y 8 unidades cuadradas de hoja de pino, roble y caoba.

La ganancia por librero vendido de los tipos "intelectual", "juvenil" y "ejecutivo" es respectivamente de \$20, \$5 y \$40.

Si la compañía dispone en sus bodegas de 100 unidades cuadradas de hoja de roble, 600 unidades de pino y 300 unidades de caoba, ¿cuántos libreros de cada tipo se deberán fabricar para maximizar la ganancia? ¿Cuál es la ganancia máxima?

7.10 Un "narco" tiene 31 hectáreas donde siembra marihuana y cocaína. Los gastos son de 120 dólares por hectárea de marihuana y de 480 dólares por hectárea de cocaína. La "cosecha" debe ser almacenada en latas especiales de Choco-Milk para ser introducida a los Estados Unidos. Por cada hectárea de marihuana se llenan 32 latas, mientras que por cada hectárea de cocaína sólo se llenan 8 latas. Cada hectárea de marihuana produce una ganancia de 400 dólares y cada hectárea de cocaína produce una ganancia de 500 dólares. Si el "narco" tiene sólo 800 latas y dispone de un capital de 12,000 dólares, ¿cómo debe distribuir su cosecha para maximizar su ganancia?

7.11 Una compañía que produce frutas mezcladas tiene en almacén 10,000 kilos de peras, 12,000 kilos de duraznos y 8,000 kilos de cerezas. La compañía produce tres mezclas de frutas, que vende en latas de un kilo. La primera combinación contiene la mitad de peras y la mitad de duraznos. La segunda combinación contiene cantidades iguales de cada fruta. La tercera combinación tiene la mitad de duraznos y la mitad de cerezas. Las ganancias por lata vendida de cada combinación son de \$3, \$4 y \$5 respectivamente. ¿Cuántas latas de cada combinación deberán producirse con el objeto de maximizar ganancias? ¿Cuál es la ganancia máxima?

**7.12** Un fabricante de muebles necesita una hora para hacer un archivero, una hora para hacer una silla y cuatro horas para hacer una mesa. El fabricante estima que no podrá vender más de 15 archiveros, 10 sillas y 3 mesas a la semana. Además él no quiere trabajar más de 30 horas a la semana. Si sus ganancias son de \$25 por archivero, \$60 por silla y \$90 por mesa, ¿cuántos archiveros, sillas y mesas debe fabricar para maximizar ganancias? ¿Cuál es la ganancia máxima?

**7.13** Jimmy Carter tiene almacenadas 121 toneladas de cacahuete y 49 toneladas de nuez de la India. Produce dos mezclas. La barata consta de 80% de cacahuete y de 20% de nuez, mientras que la mezcla de lujo consta de 30% de cacahuete y de 70% de nuez. Si vende a 5,000 y 8,000 dólares la tonelada de cada una de estas mezclas, ¿qué cantidades de cada mezcla debe producir para maximizar sus ingresos? ¿Cuál es el ingreso máximo?

**7.14** Un empleado de una tienda de helados quiere crear la combinación más rica en calorías que quepa en un vaso de 12 onzas. Los ingredientes son jarabe, crema, soda y helado. Para que se vea como soda y sepa a soda la mezcla no debe contener más de 4 onzas de helado; debe tener al menos tanta soda como la cantidad total de jarabe y crema combinados, y no más de una onza más de jarabe que de crema. El número de calorías por onza en cada uno de los ingredientes es, respectivamente, jarabe 75, crema 50 y helado 40. La soda no contiene calorías. ¿Cuántas onzas de cada ingrediente debe usar? ¿Cuántas calorías tendrá el producto?

**7.15** Resuelva los siguientes programas lineales usando el método de las dos fases. En cada caso grafique la región factible y la trayectoria simplex.

a)

$$\begin{array}{llllll}
 \text{Max} & x & + & 5y & & \\
 \text{s.a.} & 2 & \leq & y & \leq & 3 \\
 & x & & & \geq & 1 \\
 & x & + & y & \leq & 5 \\
 & & & x,y & \geq & 0
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{llllll}
 \text{Max} & 2x & + & 4y & & \\
 \text{s.a.} & 3 & \leq & x & \leq & 5 \\
 & x & - & y & \leq & 2 \\
 & x & + & 2y & \leq & 13 \\
 & & & x,y & \geq & 0
 \end{array}$$

**7.16** Resuelva los siguientes programas lineales usando el método de las dos fases. En caso necesario transforme el programa lineal en uno equivalente de maximización y use el método simplex.

$$\begin{array}{llllll} \text{s.a.} & x & + & y & \leq & 4 \\ & 2x & + & 3y & \geq & 18 \\ & & & x, y & \geq & 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Min} & -x & + & 2y & - & 3z & & \\ \text{s.a.} & x & + & y & + & z & = & 6 \\ & -x & + & y & + & 2z & = & 4 \\ & & & & & z & \leq & 2 \\ & & & & & x, y, z & \geq & 0 \end{array}$$

**7.17** Escriba el problema dual de cada uno de los siguientes programas lineales:

a)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Max} & 3x & + & 2y & - & z & & \\ \text{s.a.} & x & & & - & z & \leq & 5 \\ & 2x & + & y & & & \leq & 3 \\ & & & & & x, y, z & \geq & 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{llllll} \text{Min} & x & - & y & & \\ \text{s.a.} & 3x & - & y & \geq & 3 \\ & x & + & y & \geq & -8 \\ & & & y & \geq & 5 \\ & x & & & \geq & 3 \\ & & & x, y & \geq & 0 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{llllllll} \text{Max} & w & + & 2x & - & y & - & z \\ \text{s.a.} & & & x & & + & 2z & \leq & 5 \\ & w & & & + & 3y & & \leq & -2 \\ & & & & & & & w, x, y, z & \geq & 0 \end{array}$$

7.19 Resuelva el siguiente ejercicio utilizando dualidad:

Un fabricante produce dos alimentos a base de carbohidratos y proteínas. Cada kilogramo del primer alimento cuesta \$5 y contiene un 90% de carbohidratos. Cada kilogramo del segundo alimento cuesta \$10 y contiene un 60% de carbohidratos. ¿Qué cantidades de estos dos alimentos proporcionan dos kilos de carbohidratos y un kilo de proteínas a un costo mínimo? ¿Cuál es el costo por kilo de esta mezcla?

7.20 Una mujer quiere elaborar un programa semanal de ejercicios, el cual incluirá trote, ciclismo y natación. A fin de variar el ejercicio, ella planea dedicar al ciclismo por lo menos el mismo tiempo que le dedicará al trote y la natación combinados. Además quiere nadar al menos dos horas por semana. Si en el trote consume 600 calorías por hora, en el ciclismo 300 calorías por hora y en la natación 300 calorías por hora, ¿cuántas horas deberá dedicar a cada tipo de ejercicio, si quiere quemar en total al menos 3000 calorías semanales en el menor tiempo posible?

7.21 Un fabricante quiere producir latas de comida para perros. Desea que el contenido de una lata satisfaga el requerimiento mínimo diario de carbohidratos y proteínas de un perro promedio. Las carnes disponibles para la elaboración de este producto son bistec, carne de caballo e hígado. Un kilo de bistec cuesta \$15 y proporciona 500 gramos de proteínas. Un kilo de carne de caballo cuesta \$10 y proporciona 600 gramos de carbohidratos y 100 gramos de proteínas. Un kilo de hígado cuesta \$25 y proporciona 400 gramos de carbohidratos y 300 gramos de proteínas. Se estima que el requerimiento mínimo diario de un perro promedio es de 600 gramos de carbohidratos y 300 gramos de proteínas. ¿Qué combinación de las tres carnes deberá elegir el fabricante de manera que se satisfagan estos requerimientos a un costo mínimo? ¿Cuál será este costo?

7.22 El gerente de Aurrerá desea anunciarse en Excélsior y en El Heraldó. El anuncio en Excélsior le cuesta \$60,000 diarios y en El Heraldó \$50,000 diarios. Entre los suscriptores de dichos periódicos se estima que por cada día de permanencia del anuncio, éste será visto por 200,000 lectores si aparece en Excélsior y por 100,000 lectores si aparece en El Heraldó. Pero El Heraldó es más popular que Excélsior entre los no suscriptores, de tal suerte que por cada día de permanencia del anuncio, éste será leído por 300,000 no suscriptores de Excélsior y por 400,000 no suscriptores de El Heraldó. El gerente ha determinado que el anuncio debe ser visto al menos por 5 millones de suscriptores y al menos por 9 millones de no suscriptores. ¿Cuántos días debe colocar el anuncio en cada diario para que su costo sea mínimo?

7.23 El dietista del Reclusorio Sur planea el menú para los desayunos. El desayuno incluye pan, frijoles y huevo. Se tiene interés en proporcionar por lo menos 290 unidades internacionales de vitamina A, 200 unidades de vitamina B y 210 unidades de vitamina C. La siguiente tabla proporciona las cantidades de vitamina A, B y C que tiene cada porción de cada uno de estos alimentos, así como su costo:

	Vit. A	Vit. B	Vit. C	Costo
Pan	50	20	10	\$10
Frijoles	30	10	50	\$15
Huevo	20	30	20	\$12

¿Cuántas porciones de cada alimento se deben dar para obtener la dieta más barata que satisfaga los requerimientos nutritivos arriba mencionados?