

Tarea 5 Simulación

Bernardo Mondragón Brozon 143743, Karen Delgado Curiel

Noviembre 27, 2018

Problema 1

Suponga que $Y|\theta \sim G(1, \theta)$ y que $\theta \sim IG(\alpha, \beta)$.

- Encuentre la distribución posterior de θ .
- Encuentre la media y la varianza posterior de θ .
- Encuentre la moda posterior de θ .
- Escriba dos ecuaciones integrales que se pueden resolver para encontrar el intervalo de 95% de colas simétricas para θ .

Solución:

$$f_{\theta|\underline{x}}(\theta) \propto L(\theta|\underline{x})f_{\theta}(\theta) = \theta^{-\alpha-n-1}e^{-\frac{1}{\theta}(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)}I_{[0, \infty]}^{(\theta)}$$

Por lo tanto $\theta|\underline{x} \sim IG(\alpha + n, \beta + \sum_{i=1}^n x_i)$, de manera que

$$E(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta + \sum_{i=1}^n x_i}{\alpha + n - 1},$$
$$Var(\theta|\underline{x}) = \frac{(\beta + \sum_{i=1}^n x_i)^2}{(\alpha + n - 1)^2(\alpha + n - 2)}$$

y

$$Moda = \frac{\beta + \sum_{i=1}^n x_i}{\alpha + n + 1}.$$

Sea (q_a, q_b) un intervalo de 95% de confianza de colas simétricas para $\theta|\underline{x}$, entonces se satisfacen las siguientes dos ecuaciones:

$$\frac{\alpha}{2} = \int_0^{q_a} \frac{(\beta + \sum_{i=1}^n x_i)^{\alpha+n}}{\Gamma(\alpha + n)} \theta^{-\alpha-n-1} e^{-\frac{1}{\theta}(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)} d\theta$$
$$\frac{\alpha}{2} = 1 - \int_0^{q_b} \frac{(\beta + \sum_{i=1}^n x_i)^{\alpha+n}}{\Gamma(\alpha + n)} \theta^{-\alpha-n-1} e^{-\frac{1}{\theta}(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)} d\theta$$

■

Problema 2

Los siguientes datos corresponden a las horas adicionales de sueño de 10 pacientes tratados con un somnífero B comparado con un somnífero A.

1.2, 2.4, 1.3, 1.3, 0, 1, 1.8, 0.8, 4.6, 1.4

Lleve a cabo un analisis bayesiano de estos datos y extraiga conclusiones, asumiendo que cada componente de la verosimilitud sea:

- Normal
- $t_{(3)}$
- $t_{(1)}$
- Bernoulli (de alguna manera que se les ocurra)

En este ejercicio, escriban un codigo que para manejar cualquier integracion necesaria y calculo de probabilidades marginales posteriores.