Tarea 4 Simulacion

Bernardo Mondragón Brozon, Diego García Santoyo, Rayan García Fabian, Karen Delgado Curiel

13 de octubre de 2018

Problema 1

Consideren el siguiente modelo de líneas de espera con un servidor. Los tiempos de interarribo, así como los tiempos de servicio son independientes $U(0,1)$. Sea A, el tiempo de interarribo entre los clientes $i-1$ e i, y S_i el tiempo de servicio del cliente $i.W_i$ es el tiempo de espera en fila del cliente i. La condición inicial es que el primer cliente en el sistema llega en el mismo tiempo 0. Entonces:$W_i = max[0, W_{i-1} + S_{i-1} - A_i]$, $i = 2, 3, ..., 100$, donde $W_1 = 0$. Escriban un programa para simular 5000 realizaciones del tiempo total de espera en la fila, junto con 5000 realizaciones antitéticas.

a) Usando un estimador combinado de las realizaciones primarias y antitéticas,estimar la esperanza del tiempo de espera de los 100 clientes y su error estándar estimado. Estimar el porcentaje de reducción de varianza.

b) Repetir el experimento cuando la duración del servicio es $U(0,2)$. ¿Porqué se alcanza una reducción de varianza mucho mejor aquí que en (a)?

Problema 2

Cinco elementos, numerados del 1 al 5 se acomodan inicialmente en un orden aleatorio. Esto es, el orden inicial es una permutación aleatoria de los números $[1, 2, 3, 4, 5]$. En cada estado del proceso, uno de los elementos es seleccionado y puesto en el frente de la lista. Por ejemplo, si el orden presente es $[2, 3, 4, 1, 5]$ y el elemento 1 se elige, entonces el nuevo orden es $[1, 2, 3, 4, 5]$. Supongan que cada selección es elemento i con probabilidad p_i, donde las $p_i^{'}s$ son $(\frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15})$. Sea L_j la variable que denota la posición del j-ésimo elemento seleccionado, y sea $L = \Sigma_{j=1}^{100} L_J$. Queremos usar simulación para estimar $E[L]$. *a. Expliquen cómo utilizarían simulación para estimar $E[L]$.* ***Solución:*** b. Calculen $E[N_i]$ donde N_i es el número de veces que el elemento i es elegido en 100 selecciones. **Solución:** *c. Sea $Y = \Sigma_{i=1}^{5} iN_i$. ¿Cómo se correlaciona Y con L?.* ***Solución:*** d. Desarrollen un estudio para estimar L usando Y como variable de control. **Solución:**

Problema 3

Sean X y Y dos independientes exponenciales con medias 1 y 2 respectivamente y supongan que queremos estimar $P(X + Y > 4)$. ¿Cómo utilizarían condicionamiento para reducir la varianza del estimador?. Digan si considerarían condicionar en X o en Y y por qué. **Solución:**

Problema 4

Supongan que queremos estimar $\theta = \int_0^1 e^2 dx$. Muestren que generar un número aleatorio u y usar el estimador $\frac{e^{u^2}(1+e^{1-2u})}{2}$, es mejor que generar dos números aleatorios u_1,u_2 y usar $\frac{(e^{u_1^2}+e^{u_2^2})}{2}$. **Solución:**

Problema 5

Explicar cómo se pueden usar variables antitéticas en la simulación de la integral

$$\theta = \int_0^1 \int_0^1 e^{(x+y)^2} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$

¿Es claro en este caso que usando variables antitéticas es más eficiente que generando nuevos pares de variables aleatorias? Dar una justificación a su respuesta.

Solución:

■

Problema 6

En ciertas situaciones una variable aleatoria X con media conocida, se simula para obtener una estimación de $Pr(X \leq a)$ para alguna constante a dada. El estimador simple de una simulación para una corrida es

$$I = \frac{\#\text{ simulaciones mayores que } a}{\text{total de simulaciones}}$$

1. Pene
2. vasgina
3. culo

Solución:

■