MATRIZES E DETERMINANTES

1. Matrizes

1.1 Definição

Denomina-se matriz do tipo m x n (lê-se matriz m por n) ao conjunto de números reais dispostos em uma tabela de m linhas (horizontais) e n colunas (verticais).

Exemplo: Seja a matriz 3 x 5

$$\begin{array}{c} \text{5 colunas} \\ \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \left.\vphantom{\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}}\right\} \text{3 linhas}$$

1.2 Representação de uma matriz

Algebricamente, uma matriz A pode ser representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

ou $\mathbf{A = (a_{ij})_{m \times n}}$ com $i \in \{ 1, 2, 3, ..., m \}$ que indica a linha.

$j \in \{ 1, 2, 3, ..., n\}$ que indica a coluna.

1.3 Matrizes especiais

a) Matriz linha

É aquela do tipo 1 x n, isto é, com apenas uma linha.

Exemplo: $A = [\, 4 \quad 3 \quad -1 \quad -3 \,]_{1 \times 3}$

b) Matriz coluna

É aquela do tipo m x 1, isto é, com apenas uma coluna.

Exemplo: $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}_{3x1}$

c) Matriz quadrada
É aquela do tipo n x n, isto é, com o número de linhas igual ao número de colunas. Neste caso dizemos que a matriz é de ordem n .

Exemplo:

diagonal secundária

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 5 & 10 & 30 \\ -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

diagonal principal

A é matriz de ordem 3.

d) Matriz nula
É aquela em que todos os elementos são nulos.

Exemplo: $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2x3}$ $A = 0_{2 \times 3}$

e) Matriz diagonal
É toda matriz quadrada onde todos os elementos que não estão na diagonal principal são nulos.

Exemplo: $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}_{3x3}$

f) Matriz identidade
É toda matriz quadrada onde os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são nulos, e escreve-se I_n onde n indica a ordem da matriz identidade.

Exemplo: $A = I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3x3}$

g) Matriz transposta
Chama-se matriz transposta da matriz A àquela cujas colunas, ordenadamente, são iguais as linhas de A e cujas linhas, ordenadamente, são iguais as colunas de A. Representa-se a matriz transposta de A por A^t.

Exemplo:

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$ então $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$

h) Matriz oposta

Chama-se matriz oposta de uma matriz A àquela obtida trocando-se o sinal de todos os elementos de A. Representa-se a matriz oposta de A por -A.

Exemplo: $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}_{2x3}$ então $-A = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -4 \\ -3 & -2 & -6 \end{bmatrix}_{2x3}$

EXERCÍCIOS

01. (UFPA) A matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$ é definida de tal modo que $a_{ij} =$

Então, A é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

02. (CESCEM-SP) A matriz transposta da matriz $A = (a_{ij})$, de tipo 3x2, onde $\mathbf{a_{ij} = 2i - 3j}$, é igual a:

a) $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}$

03. (UEL-PR) Uma matriz quadrada A diz-se simétrica se $A = A^t$.

Assim, se a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2y \\ x & 0 & z-1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ é simétrica, então x + y + z é igual a :

a) -2 b) -1 c) 1 d) 3 e) 5

04.(USF) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, onde $a_{ij} = i - j$. Se A^t é a matriz transposta de A e -A é a matriz oposta de A, então:

a) $A^t = -A$ c) $2.A^t = A$ e) $A^t.A = -A$
b) $A^t = A$ d) $2.A^t = -A$

1.4 Igualdade de matrizes

Duas matrizes A e B, do mesmo tipo m x n, são iguais se, e somente se, todos os elementos que ocupam a mesma posição são idênticos.

Exemplo: $A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$

Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$ e $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}_{3 \times 2}$ então a = 1, b = 3, c = 8, d = 2, e = 4, f = 6

1.5 Operações com matrizes

a) Adição

Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{m \times n}$, chama-se soma das matrizes A e B a matriz $C = (c_{ij})_{m \times n}$, tal que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, para todo $1 \leq i \leq m$ e todo $1 \leq j \leq n$.

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2} + \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 5+1 & 6+9 \\ 8+(-3) & 3+2 \\ -1+4 & 6+6 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 5 & 5 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

LEMBRE-SE: A + B existe se, e somente se, A e B são do mesmo tipo.

A adição de matrizes tem as propriedades:

- Associativa: (A + B) + C = A + (B + C)
- Comutativa: A + B = B + A
- Elemento Neutro: A + 0 = 0 + A = A
- Elemento Oposto: A + (-A) = (-A) + A = 0

b) Subtração

Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{m \times n}$, chama-se diferença das matrizes A e B a soma de A com a matriz oposta de B, isto é, A - B = A + (-B).

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 2} - \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+(-1) & 6+(-9) \\ -1+(-4) & 6+(-6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

c) Multiplicação de um número real por uma matriz

Dado um número real **k** e uma matriz **A** do tipo **m x n**, o produto de **k** por **A** é uma matriz do tipo **m x n**, obtida pela multiplicação de cada elemento de **A** por **k**, e representa-se **B = k A** .

Exemplo : $5.\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}_{3X2} = \begin{bmatrix} 5.1 & 5.3 \\ 5.8 & 5.2 \\ 5.4 & 5.6 \end{bmatrix}_{3X2} = \begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 40 & 10 \\ 20 & 30 \end{bmatrix}_{3X2}$

A multiplicação de um número real por uma matriz tem as propriedades:

 Associativa: k.(x.A) = (k.x) A

 Distributiva de um número real em relação a soma de matrizes: k.(A + B) = k.A + k.B

 Distributiva de uma matriz em relação a soma de dois números reais:

(k + x) . A = k.A + x.A

 Elemento Neutro: 1 . A = A

EXERCÍCIOS

05. (UFGO) Sejam as matrizes: $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} & a^2 \\ -27 & \log_3\left(\frac{1}{81}\right) \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2^b & 9 \\ a^3 & c \end{pmatrix}$

Para que elas sejam iguais, deve-se ter:

a) a = -3 e b = -c = 4
b) a = 3 e b = c = -4
c) a = 3 e b = -c = 4
d) a = -3 e b = c = -4
e) a = -3 e b = c^2 = 4

06. (FGV-SP) Dadas as matrizes

$A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{pmatrix}$

e sendo 3A = B + C, então:

a) x + y + z + w = 11
b) x + y + z + w = 10
c) x + y - z - w = 0
d) x + y - z - w = -1
e) x + y + z + w > 11

07. (PUC-SP) Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

então a matriz X, de ordem 2, tal que $\frac{X-A}{2} = \frac{B+X}{3} + C$, é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 28 & 1 \\ 24 & 3 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 28 & 1 \\ 23 & 3 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 28 & 1 \\ 25 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 28 & 1 \\ 30 & 3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 28 & 1 \\ 22 & 3 \end{pmatrix}$

d) Multiplicação de Matrizes

Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ik})_{n \times p}$, chama-se produto de A por B a matriz $C = (c_{ik})_{m \times p}$, onde c_{ik} é a soma do produto de cada elemento da linha i da matriz A pelo elemento correspondente a coluna k da matriz B.

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \times \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 5.1 + 6.(-3) & 5.9 + 6.2 \\ 8.1 + 3.(-3) & 8.9 + 3.2 \\ -1.1 + 6.(-3) & -1.9 + 6.2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} -13 & 57 \\ -1 & 78 \\ -19 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

LEMBRE-SE: O produto de duas matrizes A x B existe se, e somente se, o número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B, e a matriz produto terá o número de linhas igual ao da matriz A e o número de colunas igual ao da matriz B.

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

iguais

ordem de C

A multiplicação de matrizes tem as propriedades:

- **Associativa**: (A.B).C = A. (B.C)
- **Distributiva** em relação a adição:

  A . (B + C) = AB + AC ou (A + B).C = AC + BC
- **Elemento Neutro**: $A.I_n = I_n . A = A$

1.6 Inversa de matrizes

Dada uma matriz A quadrada, de ordem n, quando existir uma matriz A^{-1}, de mesma ordem, tal que $\mathbf{A.A^{-1} = A^{-1}. A = I_n}$ então dizemos que A^{-1} é a matriz inversa de A.

EXERCÍCIOS

08. (UFMT) Sejam as matrizes $A = (a_{ij})_{2x3}$ tal que $a_{ij} = j - 3i$; $B = (b_{ij})_{3x2}$ tal que $b_{ij} = 2i + j^2$, e $C = (c_{ij})_{2x2}$ tal que $c_{ij} = i.j$. O elemento de maior módulo dentre os que formam a diagonal principal da matriz P, onde P = AB + 20C, é:

a) 20 b) 9 c) 0 d) –12 e) –16

09. (MACK-SP) Sejam as matrizes $\begin{cases} A = (a_{ij})_{4x3}, a_{ij} = i^j \\ B = (b_{ij})_{3x4}, b_{ij} = j^i \end{cases}$. Se C = AB, então C_{22} vale:

a) 3 b) 14 c) 39 d) 84 e) 258

10. (PUC-SP) São dadas as matrizes A = (a_{ij}) e B = (b_{ij}), quadradas de ordem 2, com $a_{ij} = 3i + 4j$ e $b_{ij} = -4i - 3j$. Se C = A + B, então C^2 é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

11. (ITA-SP) Sendo x um número real positivo, considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} \log_{\frac{1}{3}} x & \log_{\frac{1}{3}} x^2 & 1 \\ 0 & -\log_3 x & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & \log_{\frac{1}{3}} x^2 \\ 1 & 0 \\ -3\log_{\frac{1}{3}} x & -4 \end{pmatrix}.$$

A soma de todos os valores de x para os quais (AB)(AB) ^{t} é igual a:

a) $\frac{25}{3}$ b) $\frac{28}{3}$ c) $\frac{32}{3}$ d) $\frac{27}{2}$ e) $\frac{25}{2}$

12. (FMJ-SP) Se as matrizes A = $(a_{ij})_{2x3}$ em que $a_{ij} = \begin{cases} i - j \text{ se } i \le j \\ i + j \text{ se } i > j \end{cases}$

e B = $(b_{ij})_{2x2}$, em que $b_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se } i = j \\ 0 \text{ se } i \ne j \end{cases}$.

Se A^t é a matriz transposta de A, então a matriz-produto A^tB:

a) não está definida. c) é igual a $A^{t.}$ e) é igual a B^t.
b) é igual a A. d) é igual a B.

13. (FGV-SP) Considere as matrizes A = $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

A soma dos elementos da primeira linha de A .B é:

a) 20 b) 21 c) 22 d) 23 e) 24

14.(PUC-SP) Dadas as matrizes A = (a_{ij}) e B = (b_{ij}) quadradas de ordem 2, com $a_{ij} = 3i + 4j$ e $b_{ij} = -4i - 3j$, se C = A + B, então C^2 é igual a:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

15.FGV-SP) Dadas as matrizes A = $\begin{bmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, o elemento c_{12} da matriz C = A . B é:

a) -17 b) 7 c) -3 d) 3 e) -6

16.(FGV-SP) Considere a matriz A, do tipo 5x7 e a matriz B, do tipo 7x5. Assinale a alternativa correta.

a) A matriz A.B tem 49 elementos;
b) A matriz B.A tem 25 elementos;
c) A matriz $(A.B)^2$ tem 625 elementos;
d) A matriz $(B.A)^2$ tem 49 elementos;
e) A matriz (A.B) admite inversa.

17. ITA-SP) Seja a matriz A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, onde a = $2^{(1+\log_2 5)}$, b = $2^{\log_2 8}$, c = $\log_{\sqrt{3}} 81$ e d = $\log_{\sqrt{3}} 27$

Uma matriz real quadrada B, de ordem 2, tal que A .B é a matriz identidade de ordem 2, é:

a) $\begin{pmatrix} \log_{\sqrt{3}} 27 & 2 \\ 2 & \log_{\sqrt{3}} 81 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & \log_2 5 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} \log_2 5 & 3 \cdot \log_{\sqrt{3}} 81 \\ 5 & -2^{\log_2 81} \end{pmatrix}$

2. Determinantes

2.1 Definição

Determinante é um número associado a uma matriz quadrada.
Os determinantes facilitam cálculos matemáticos como:

- cálculo da matriz inversa;
- resolução de alguns tipos de sistemas de equações lineares.
- cálculo da área de um triângulo quando são conhecidos as coordenadas dos vértices desse triângulo.

2.2 Cálculo do determinante

a) Determinante de 1ª ordem

Seja uma matriz de 1ª ordem A = (a_{11}), chama-se determinante associado a matriz A ao número real a_{11} e representa-se por detA = $|a_{11}| = a_{11}$

Exemplo: A = [6] então detA = 6 ou | 6| = 6

b) Determinante de 2ª ordem

Seja uma matriz de ordem 2, A = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, por definição, o determinante associado a essa matriz é dado pelo produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

Exemplo: A = $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 9 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 1.2 - 9.(-3) = 29$

c) Determinante de 3ª ordem

Seja uma matriz de ordem 3 A = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, o determinante associado a essa matriz é calculado pela regra prática, conhecida como regra de Sarrus.

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} & \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} & \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} & \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} \end{vmatrix}$$

det A = $a_{11}.a_{22}.a_{33} + a_{12}.a_{23}.a_{31} + a_{13}.a_{21}.a_{32} - a_{13}.a_{22}.a_{31} - a_{11}.a_{23}.a_{32} - a_{12}.a_{21}.a_{33}$

LEMBRE-SE: A regra de Sarrus só pode ser aplicada a determinantes de 3ª ordem.

2.3 Propriedades dos determinantes

Casos onde o determinante é nulo:

a) Se todos os **elementos de uma fila** da matriz quadrada forem **nulos**, então o determinante será nulo.

Exemplo : $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 8 \end{vmatrix} = 0$

b) Se uma matriz quadrada possui **duas filas iguais**, então o determinante será nulo.

Exemplo : $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 5 & 9 & 5 \end{vmatrix} = 0$

c) Se uma matriz quadrada possui **duas filas proporcionais**, então o determinante será nulo.

Exemplo : $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ 2a & 2b & 2c \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 4 \\ 5 & 10 & 5 \end{vmatrix} = 0$

d) Se **uma fila** de uma matriz quadrada **é combinação linear das demais filas paralelas**, então o determinante será nulo.

Exemplo : $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ a+x & b+y & c+z \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 6 & 12 & 6 \\ 5 & 9 & 4 \end{vmatrix} = 0$

Outras propriedades importantes

e) Se **todos** os elementos de uma fila forem multiplicados por um número real **k**, então o determinante **fica multiplicado por k**.

f) Se uma matriz quadrada de ordem n é multiplicada por um número real k, então o seu determinante fica multiplicado por k^n, ou seja, **det(kA) =** $\mathbf{k^n}$**.detA**.

g) O determinante de uma matriz quadrada é igual ao determinante de sua transposta, ou seja, **detA =** $\mathbf{detA^t}$.

h) Se A e B são matrizes quadradas da mesma ordem, **det(A.B) = detA . detB**

i) Se duas filas paralelas são trocadas de posição, o sinal do determinante deverá ser invertido.

Exemplo : $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$

2.4 Definições generalizadas de determinantes

a) Menor complementar
Menor complementar de um elemento a_{ij} de uma matriz quadrada é o determinante que se obtém eliminando-se a linha e a coluna que contém o elemento a_{ij}, e representa-se por D_{ij}.

b) Cofator ou complemento algébrico
Cofator de um elemento a_{ij} de uma matriz quadrada é o seu menor complementar multiplicado por $(-1)^{i+j}$, e representa-se por A_{ij}.

LEMBRE-SE: Se (i + j) for um número par → $A_{ij} = D_{ij}$.
Se (i + j) for um número ímpar → $A_{ij} = -D_{ij}$.

2.5 Teorema de Laplace

Seja a matriz quadrada de ordem indicada a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_n$$

. O determinante desta matriz é dado por:

$$\boxed{\mathbf{detA = a_{11}.A_{11} + a_{12}.A_{12} + a_{13}.A_{13} + \dots + a_{1n}.A_{1n}}}$$

onde $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}$ são os cofatores.

O determinante de uma matriz quadrada de ordem n, para n > 2, é igual a soma dos produtos dos elementos de uma linha ou coluna qualquer pelos seus respectivos cofatores.

2.6 Cálculo da matriz inversa usando determinantes

Para calcular a matriz inversa de uma matriz quadrada A de ordem n, é necessário definir a matriz dos cofatores e a matriz adjunta de A.

Matriz dos cofatores, representada por A', de uma matriz quadrada A de ordem n, é a matriz que se obtém de A substituindo-se cada elemento aij pelo seu cofator A_{ij}, isto é,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_n \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}_n$$

Matriz adjunta, representada por $\overline{A}$, de uma matriz quadrada A de ordem n, é a transposta da matriz dos cofatores de A'. $\overline{A} = (A')^t$

O **teorema para cálculo da inversa** diz que, se A é uma matriz quadrada de ordem n e determinante diferente de zero ($detA \neq 0$), então a inversa de A é dada por

$$A^{-1} = \frac{1}{detA} \cdot \overline{A}$$

LEMBRE-SE: - Se o $detA \neq 0$, então existe A^{-1} e a matriz A é dita inversível.
- Se o $detA = 0$, então não existe A^{-1} e a matriz A não é inversível. Neste caso a matriz A é dita **singular.**

EXERCÍCIOS

18. (FEI-SP) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

O determinante da matriz X, de 2ª ordem, tal que $AX = A + B^t$ é:

a) 13 b) 15 c) 17 d) 19 e) 21

19.(UEMP) Analisando a matriz quadrada de segunda ordem, com $a_{ij} = 2i - j^2$ e $k \in R$. O(s) valor(es) de k para que se tenha $det(A - k.I_2) = 6$, em que I_2 é a matriz identidade, será(ão):

a) 1 b) 0 ou 1 c) -1 ou 1 d) 0 e) -1 ou 0

20. (UFBA) O valor de $\begin{vmatrix} \left(\sqrt{2}\right)^{-1} & 2^{\frac{1}{2}} \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ é:

a) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{5\sqrt{2}}{2} - \sqrt{6}$

c) $\frac{\sqrt{10}}{10} - \sqrt{6}$

d) $2\sqrt{2}$

e) $\frac{5+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

21.(FATEC-SP) O módulo do determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & \frac{1}{3} \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ é:

a) $\frac{38}{3}$ b) $\frac{28}{3}$ c) $\frac{38}{9}$ d) $-\frac{38}{3}$ e) 38

22.(UFCE) Calcule o determinante da matriz P^2, onde P = $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$.

23.(MACK-SP) Se $\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ x & 4 \end{bmatrix}$, A = $\begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix}$ e B = A^t, então det(A . B) vale:

a) 8 b) 4 c) 2 d) -2 e) -4

24.(UFMG) Qual a afirmativa errada?

a) O determinante de uma matriz que tem duas linhas (ou colunas) iguais é igual a zero.
b) O determinante de uma matriz não se altera quando se trocam na matriz duas linhas (ou colunas) entre si.
c) O determinante de uma matriz fica multiplicado por K quando se multiplica uma linha (ou coluna) da matriz por K.
d) A adição de uma linha de uma combinação linear das demais não altera o valor de seu determinante.
e) O determinante de uma matriz que tem duas linhas (ou colunas) proporcionais é igual a zero.

25. (ITA-SP adaptada) Sendo A, B e C matrizes reais n x n, some os valores associados às afirmações corretas.

01. A(BC) = (AB)C
02. AB = BA
04. A + B = B + A
08. det(AB) = det(A).det(B)
16. det(A + B) = det(A) + det(B)

26. (UNIFAP) Se det A e det B são determinantes das matrizes A e B de ordem n, estão é verdadeiro afirmar que:

a) det (A+B) = det A + det B.
b) det 2 A = 2.det A.
c) det(3A – 2B) = det A^3 – det B^2.
d) det 5A = n^5.det A.
e) det (3B) = 3^n.det B.

27. (SANTA CASA - SP)   A equação $\begin{vmatrix} \sqrt{x} & 0 & 1 \\ \sqrt{x+4} & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

a) só admite uma solução real e ela é menor que -3
b) só admite uma solução real e ela é maior que 1
c) só admite a solução nula
d) admite duas soluções reais
e) não admite soluções reais

28. (PUCC-SP) Qual das igualdades é falsa?

a) $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{vmatrix} = acf$

b) $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 4 & 12 & 2 \end{vmatrix} = 0$

c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 \\ 1 & 17 & 15 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} a & a & a \\ b & c & a \\ a & b & b \end{vmatrix} = a.\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & c & a \\ a & b & b \end{vmatrix}$

29. (FESP) Dada a equação $\begin{vmatrix} 2x & -1 & 2 \\ 3 & 5x & 1 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 45$, o seu conjunto solução é:

a) {1, 2}   b) {3, 4}   c) {-1, 2}   d) {1, -2}   e) {-1. –2}

30. (FEI-SP) Seja a matriz A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e uma matriz B, também quadrada de ordem 3. Sabendo-se que det(AB) = 8, pode-se afirmar que:

a) det B = 64
b) det B = –64
c) det B = 8
d) det B = –8
e) impossível calcular det B.

31. (MACK - SP) O conjunto solução de $\dfrac{\begin{vmatrix} 1 & x \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x & 1 \end{vmatrix}} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x & 1 \end{vmatrix}$ é:

a) $\{x \in R \mid x \neq 1\}$ b) {0, 1} c) {1} d) {-1} e) {0}

32. (CEFET-PR) A solução da inequação $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & x \\ 0 & 1 & -1 \\ x & x+1 & x \end{vmatrix} \leq \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ é:

a) $x \leq -1$ ou $x \geq 4$
b) $x = -1$ ou $x = 4$
c) $-1 \leq x \leq 4$
d) $-1 \leq x \leq 4$ e $x \neq 0$
e) $x \neq 1$ e $x \neq 4$

33. (UNIFOR - CE) A inequação $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} < 0$ tem por conjunto solução:

a) $\{x \in R \mid 0 < x < 1\}$
b) $\{x \in R \mid x > 1 \text{ ou } x < 0\}$
c) R
d) $\varnothing$

34. (FEI - SP) Se $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -6$, então:

a) x = 0
b) x = 3
c) x = -1
d) x = -10
e) x = 5/2

35. (UFOP-MG) O determinante da matriz $\begin{bmatrix} \cos 2\pi & \text{sen}\frac{\pi}{2} & \text{sen}\,\pi \\ \log 1 & \log_2 2 & \text{tg}\frac{\pi}{4} \\ \text{sen}\frac{3\pi}{2} & \cos\pi & \log_3 27 \end{bmatrix}$ é igual a:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

36. (UFRGS) Na equação $\begin{vmatrix} 0 & \cos x & \text{sen}\,x \\ 0 & \text{sen}\,x & \cos x \\ \text{sen}^2 x + \cos^2 x & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1$ um possível valor para x é:

a) 0 b) $\dfrac{\pi}{6}$ c) $\dfrac{\pi}{4}$ d) $\dfrac{\pi}{3}$ e) $\dfrac{\pi}{2}$

37. (SANTO ANDRÉ) Se **f(x) = x(x -1) . (x - 2)**, então o determinante

$$\begin{vmatrix} f(0) & f(1) & f(2) & f(3) \\ f(1) & f(2) & f(3) & f(4) \\ f(2) & f(3) & f(4) & f(5) \\ f(3) & f(4) & f(5) & f(6) \end{vmatrix} \text{ é:}$$

a) 7200 b) -576 c) 576 d) -1296 e) 1296

38. (FUVEST - SP) A é uma matriz quadrada de ordem 2, inversível, e det (A) o seu determinante. Se det (2A) = det (A^2), então det (A) será igual a:

a) 0 b) 1 c) 1/2 d) 4 e) 16

39. (ITA-SP) Considere as matrizes $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Se X é solução de $M^{-1}NX = P$, então $x^2 + y^2 + z^2$ é igual a:

a) 35 b) 17 c) 38 d) 14 e) 29

40. (EEP-SP) O produto da matriz inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ pela matriz $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ é a matriz:

a) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

e) nda

41. (UFU-MG) Se A é uma matriz diagonal de ordem 2 tal que $A^3 = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$, então A^{-1} é a matriz:

a) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

3. Sistemas Lineares

3.1 Definição

Sistema linear é um conjunto de m (m ≥ 1) equações lineares com n incógnitas ($x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$).

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

3.2 Classificação

Os sistemas lineares são classificados quanto ao número de soluções, da seguinte forma:

SISTEMA LINEAR

- **Possível ou compatível** (quando admite solução)
  - **Determinado** (admite única solução)
  - **Indeterminado** (admite infinitas soluções)
- **Impossível ou incompatível** (quando não admite solução)

3.3 Expressão matricial de um sistema linear

Seja o sistema linear:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

Podemos associar ao sistema linear acima as seguintes matrizes:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

3.4 Regra de Cramer

Seja o sistema linear de n equações e n incógnitas

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

Este sistema será possível e determinado se, e somente se, o determinante da matriz dos coeficientes das incógnitas for diferente de zero, isto é:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \ldots & a_{mn} \end{vmatrix} \neq \mathbf{0}$$

Neste caso, o sistema tem uma única solução dada por:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} \quad , x_2 = \frac{D_2}{D} \quad , x_3 = \frac{D_3}{D} \quad , \ldots. , x_n = \frac{D_n}{D}$$

Em que: D_1, D_2, D_3 , ... , D_n são os determinantes que se obtém da matriz dos coeficientes das incógnitas, substituindo-se a coluna dos coeficientes da incógnita procurada pelos termos independentes b_1, b_2, b_3, ... , b_n.

3.5 Discussão de um sistema linear de n equações e n incógnitas

Discutir um sistema linear significa verificar se o sistema é possível ou impossível.
Utilizando a regra de Cramer, temos:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} \quad , x_2 = \frac{D_2}{D} \quad , x_3 = \frac{D_3}{D} \quad , \ldots. , x_n = \frac{D_n}{D} \quad \text{então:}$$

a) Sistema **possível** e **determinado** $\Rightarrow$ $\mathbf{D \neq 0}$
Admite uma única solução

b) Sistema **possível e indeterminado** $\Rightarrow$ $\mathbf{D = 0}$ **e** $\mathbf{D_1 = D_2 = \ldots = D_n = 0}$
Admite infinitas soluções.

c) Sistema **impossível** $\Rightarrow$ $\mathbf{D = 0}$ e pelo menos um $\mathbf{D_i \neq 0}$ para $i \in \{1, 2, ..., n\}$.

3.6 Discussão de um sistema linear com m equações e n incógnitas

TEOREMA DE ROUCHÉ-CAPELLI

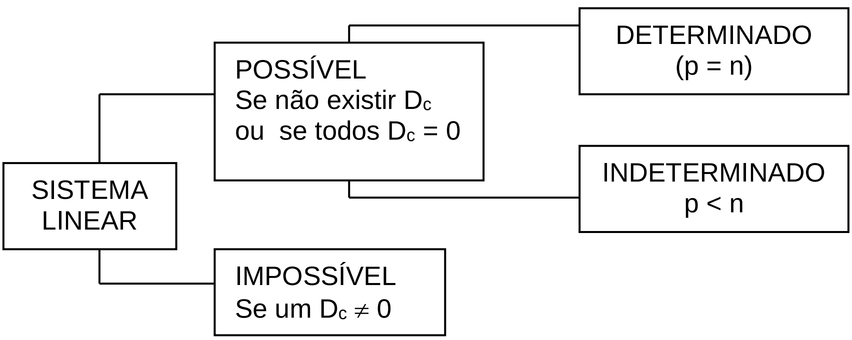
Este teorema permite discutir (classificar) um sistema linear de m equações e n incógnitas, sem que seja necessário resolvê-lo. Para tanto é necessário conhecer os conceitos de:

- **Matriz Incompleta** $\rightarrow$ é a matriz do tipo m x n, cujo elementos são so coeficientes das incógnitas.

- **Determinante principal (D_p)** $\rightarrow$ é o determinante de maior ordem, diferente de zero, que se pode extrair da matriz incompleta. O número p, ordem de D_p, também é chamado de característica da matriz incompleta.

- **Determinante característico (D_c)** $\rightarrow$ é o determinante que se obtém a partir do D_p, no qual se acrescenta mais uma coluna, que é a coluna dos termos independentes, e, para que a matriz continue quadrada, acrescenta-se mais uma linha que é formada pelos coeficientes da equação secundária, sendo que equações secundárias são as que não contribuíram para a formação do D_p. Existem tantos D_c quantas são as equações secundárias.

Dado um sistema linear formado por m equações a n incógnitas, então:



3.7 Discussão de um sistema linear homogêneo

Um sistema de equações lineares é dito homogêneo quando os termos independentes são todos nulos.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

Todo sistema linear homogêneo é, sempre, possível pois admite solução {0, 0, 0,...,0}, chamada de solução trivial. As soluções não triviais são chamadas **soluções próprias.**

Portanto para discutir um sistema linear homogêneo, é suficiente o estudo dos determinantes dos coeficientes das incógnitas, isto é:

Se D $\neq$ 0, o sistema é determinado;
Se D = 0, o sistema é indeterminado.

EXERCÍCIOS

42. Resolva o sistema a seguir utilizando a regra de Cramer: $\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ 3x - 2y + z = -2 \\ x + z = 0 \end{cases}$

43. (SANTA CASA - SP) O sistema $\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ 3ax + ay = 2 \end{cases}$, nas variáveis x e y,

a) é impossível, se a = 6
b) é determinado, se a $\neq$ 1
c) é indeterminado, se a = 2
d) é homogêneo
e) admite a solução (0; 0), se a = 0

44. (ITA - SP) Analisando o sistema $\begin{cases} 3x - 2y + z = 7 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + y - 2z = -1 \end{cases}$ concluímos que este é:

a) possível e determinado com xyz = 7
b) possível e determinado com xyz = -8
c) possível e determinado com xyz = 6
d) possível e indeterminado
e) impossível

45.(PUC-SP) Determine m para que o sistema linear $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + my - z = 0 \end{cases}$ admita

solução diferente da trivial.

46. FUVEST-SP) O sistema linear $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 0 \\ y + mz = 0 \end{cases}$ é indeterminado para:

a) $\forall m \in R$.
b) nenhum $m \in R$
c) m =1
d) m = -1
e) m = 0

47.(UFBA) O sistema $\begin{cases}(m+1)\cdot x+7y=10\\ 4x+(m-2)\cdot y=0\end{cases}$ é impossível se m vale:

a) 0 ou 1 b) -1 ou 2 c) 6 ou -5 d) 7 ou 4 e) 9 ou 2

48.(UFES) O sistema linear $\begin{cases}2x+3y+4z=9\\ x-y+2z=2\\ x+4y+2z=7\end{cases}$

a) admite solução única.
b) admite infinitas soluções.
c) admite apenas duas soluções.
d) não admite solução
e) nda

49.(MACK-SP) O sistema $\begin{cases}2x-3y=4\\ 2x+ay=4\end{cases}$

a) tem infinitas soluções qualquer que seja a.
b) só tem solução se a = 3.
c) é impossível se a $\neq$ 3.
d) nunca é impossível.
e) tem solução única qualquer que seja a.

50. (UNIFOR-CE) Se o par ordenado (a, b) de números reais é solução do sistema $\begin{cases}3x-2y-2=0\\ 2x+3y+1=0\end{cases}$, então é verdade que:

a) a < b
b) a – b = 1
c) a = $-\frac{4}{7}b$
d) b = 13 a
e) b + a = $\frac{12}{13}$

51.(MACK-SP) O sistema $\begin{cases}x+y=-z\\ 2x+z=3y\\ 9y+z=-4x\end{cases}$ de variáveis x, y e z:

a) não é homogêneo.
b) apresenta três soluções distintas.
c) é impossível.
d) é possível e indeterminado.
e) é possível e determinado.

52.(UFPA) Dado o sistema $\begin{cases}2x+y+z=1\\ x+2y-z=5\\ x+y+2z=-2\end{cases}$ temos que x + y + z é igual a:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

53.(UFGO) Considerando o sistema S = $\begin{cases} 2x - y - 3z = -5 \\ x + 3y - z = 11 \\ x - 5z = 3 \end{cases}$, o valor da incógnita z na solução do sistema S é:

a) 1 b) -1 c) -2 d) 2 e) 3

54.(UFG-RJ) O sistema $\begin{cases} 3x + 2y + z = m \\ 4x + 5y + z = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$ será possível para:

a) m = -1
b) m = 1
c) $m \neq 3$
d) $m \neq 0$
e) qualquer que seja m.

55. Determine o valor de m para que o sistema $\begin{cases} 2x - y = 10 \\ 3x + 2y = 8 \\ x + my = 6 \end{cases}$ tenha uma única solução.

56. (EEP-SP) A dependência entre a e b para que o sistema de equações lineares $\begin{cases} x + y = 3 \\ 5x - 3y = 7 \\ ax + by = 5b \end{cases}$ tenha solução única é:

a) b = 2a
b) b = 3a
c) a = 2b
d) a = 3b
e) a = b

57.(MACK-SP) O valor de x no sistema $\begin{cases} 2^x + 2^y + 2^z = 6 \\ 2^x - 2.2^y + 2.2^z = 3 \\ 2.2^x + 2^y - 2^z = 1 \end{cases}$ é:

a) 2 b) -2 c) 1 d) -1 e) 0

58.(PUC-MG) O valor de m para que o sistema $\begin{cases} mx + y = 0 \\ 4x + y = 0 \end{cases}$ seja indeterminado é:

a) 0 b) 1 c) 23 d) 4

59. (UM - SP) Os valores de a para que o sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-ay+z=0 \\ ax-y-z=0 \end{cases}$ admita soluções diferentes da trivial são:

a) a = 0 e a = 1
b) a = -1 e a = 1
c) a = -1 e a = 0
d) a = 1, a = 0 e a = 1
e) n.d.a

60. (UFPR) Para que o sistema $\begin{cases} 2x+5y-z=0 \\ x+10y-2z=0 \\ 6x-15y+mz=0 \end{cases}$ admita solução única, deve-se ter:

a) $m \neq 1$ b) $m \neq 2$ c) $m \neq -2$ d) $m \neq 3$ e) $m \neq -3$

61. (UFSM) Dado o sistema de equações lineares $\begin{cases} x+y+z=\beta \\ x-y+\alpha z=1 \\ x-y-z=-1 \end{cases}$ com α, $\beta \in$ R, então:

a) se $\alpha \neq -1$, o sistema é possível e determinado.
b) se $\alpha = -1$ e $\beta \neq 1$, o sistema é possível e determinado.
c) se $\alpha \neq -1$, o sistema é impossível.
d) se $\alpha \neq -1$e $\beta = 1$, o sistema é possível e indeterminado.
e) se $\alpha = -1$ e $\beta = 1$, o sistema é possível e determinado.

62. (FGV-SP) Seja (a, b, c, d) a solução do sistema linear $\begin{cases} x+y-z+t=0 \\ x-y+z-t=2 \\ -x+y+z-t=-4 \\ x-y-z-t=-4 \end{cases}$, então o produto a.b.c.d vale:

a) 0 b)12 c) –12 d) 24 e) –24

63. (FGV-SP) Seja (a, b, c, d) a solução do sistema $\begin{cases} x+y+z+t=2 \\ x-y-2z-3t=8 \\ 2x+y-3z+t=5 \\ 3x-y-z-t=10 \end{cases}$. O valor de d é:

a) –2
b) –1
c) 0
d) 1
e) 2

TESTES DE FIXAÇÃO

246. Dada a matriz A = [a_{ij}] $_{2 \times 3}$ definida por $a_{ij} = \begin{cases} 3i + j & \text{se } i < j \\ 7 & \text{se } i = j \\ i^2 + j & \text{se } i > j \end{cases}$

o valor da expressão $2a_{23} + 3a_{22} - a_{21}$ é:

247.(PUC-SP) A é uma matriz 3 por 2, definida pela lei $a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ i^2, \text{ se } i \neq j \end{cases}$. Então A se escreve:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 1 & 1 & 9 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$

248. (FEI - SP) Se as matrizes A = (a_{ij}) e B = (b_{ij}) estão assim definidas:

$\begin{cases} a_{ij} = 1 & \text{se } i = j \\ a_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} b_{ij} = 1 & \text{se } i + j = 4 \\ b_{ij} = 0 & \text{se } i + j \neq 4 \end{cases}$

onde $1 \leq i, j \leq 3$, então a matriz A + B é:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

249. (UFPR) Resolvendo a equação $\begin{pmatrix} x & -4 \\ x^2 & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 2x-4 \\ x^3+y & 8 \end{pmatrix}$

encontramos para valores de x e y, respectivamente:

a) 3; 2 $\qquad$ b) $\pm\sqrt{\dfrac{1}{2}}$;- 5 $\qquad$ c) $-\dfrac{7}{3}$; $\dfrac{4}{5}$ $\qquad$ d) 6; $\pm\sqrt{3}$ $\qquad$ e) $\pm\sqrt{5}$; -2

250.(UFPA) Sendo A = $\begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, então a matriz X, tal que $\frac{X-A}{2} = \frac{X+2B}{3}$, é igual a:

a) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 9 & 17 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -7 & -8 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

251.(FATEC) Considere a seguinte matriz de 80 colunas, na qual os elementos de cada linha determinam uma progressão aritmética.

$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 12 & ... \\ 1 & 7 & 13 & ... \\ 2 & 8 & 14 & ... \\ 3 & 9 & 15 & ... \end{bmatrix}$. Nessa matriz, o número 421 é o elemento da:

a) linha 1, coluna 70
b) linha 1, coluna 71
c) linha 2, coluna 71
d) linha 3, coluna 70
e) linha 4, coluna 71

252. (ITA - SP) Sendo A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

então o elemento da terceira linha e primeira coluna, de sua inversa, será igual a:

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{9}{11}$ c) $\frac{6}{11}$ d) $-\frac{2}{13}$ e) $\frac{1}{13}$

253.(PUC-SP) Se A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, então $A^2 + 2A - 11.\ I_2$,onde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

254. (CESGRANRIO) A inversa da matriz $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ é:

a) $\begin{pmatrix} 1/4 & 1/3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

c) inexistente

d) $\begin{pmatrix} -1/4 & 1/3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

255. (FAAP-SP) Dadas as matrizes: A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, calcular $AB+A^{-1}$.

256. (UECE) Se P^{-1} é a inversa da matriz P = $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, então o valor do determinante da matriz $P + P^{-1}$ é:

a) 15 b) 20 c) 25 d) 30 e) n.d.a

257. (UFPA) Dadas as matrizes A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, qual o valor de **A . 2B**?

a) $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 14 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 14 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$

258.(FUVEST-SP) Considere as matrizes:

A = (a_{ij}), 4x7, definida por $a_{ij} = i - j$;

B = (b_{ij}), 7x9, definida por $b_{ij} = i$;

C = (c_{ij}), C = AxB.

O elemento c_{63} é igual a:

a) –112 b) –18 c) –9 d) 112 e) Não existe.

259. (FEI-SP) Dadas as matrizes A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, para A . B temos:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

260.(FGV-SP) Dadas as matrizes

A = $\begin{bmatrix} 2 & m \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}$ e C = $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$, e sabendo que A . B = C, podemos concluir que:

a) m + n = 10

b) m – n = 8

c) m . n = -48

d) $\frac{m}{n} = 3$

e) $m^n = 144$

261.(PUC-SP) Se $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$, então:

a) x = 5 e y = -7
b) x = -7 e y = -5
c) x = -5 e y = -7
d) x = -7 e y = 5
e) x = 7 e y = -5

262.(PUC-RS) Se $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ -2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$, então a + b é igual a:

a) 3
b) 5
c) 7
d) 9
e) 10

263.(FGV) Se A = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, então A . B é a matriz:

a) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 12 & 21 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 26 & 31 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 6 & 26 \\ 7 & 31 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 0 & 12 \\ 5 & 21 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$

264.(CESCEM-SP) O produto M . N da matriz M = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ pela matriz N = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$:

a) não se define.
b) é a matriz identidade de ordem 3.
c) é uma matriz de uma linha e uma coluna.
d) é uma matriz quadrada de ordem 3.
e) não é uma matriz quadrada.

265.(UCMG) O valor de x, para que o produto das matrizes:
A = $\begin{bmatrix} -2 & x \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja uma matriz simétrica, é:

a) –1
b) 0
c) 1
d) 2
e) 3

266.(FMU-SP) Dadas as matrizes A = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, então a matriz – 2AB é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 14 & 7 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 14 & 7 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} -8 & -2 \\ -14 & -7 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 14 & 7 \end{pmatrix}$
e) $\begin{pmatrix} -8 & 2 \\ -14 & -7 \end{pmatrix}$

267.(USF - 98) As ordens das matrizes M, N e P são, respectivamente 2xm; 2xn e 3xp. Se a ordem da matriz (M + N).P é 2x5, então m + n - p é igual a:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) 7

268.(CEFET-PR) Se A, B e C são matrizes do tipo 2 x 3, 3 x 1 e 1 x 4, respectivamente, então o produto A . B . C:

a) é matriz do tipo 4 x 2;
b) é matriz do tipo 2 x 4;
c) é matriz do tipo 3 x 4;
d) é matriz do tipo 4 x 3;
e) não é definido.

269.(MACK-SP) Seja a matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & k \\ m & 2 \end{pmatrix}$. Se $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ -6 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$, então $\frac{m}{k}$ vale:

a) 4 b) 2 c) 0 d) -2 e) -4

270. (UFBA) O conjunto solução da equação $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & x \\ 1 & x & -1 \end{vmatrix} = 1$ é:

a) {1} b) {-1} c) {1, -1} d) R e) ∅

271.(MACK-SP) Sendo A = (a_{ij}) uma matriz quadrada de ordem 2 e $a_{ij} = j - i^2$, o determinante da matriz A é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

272.(FGV) Se $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0$, então o valor do determinante $\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ 0 & d & 1 \\ c & 0 & 2 \end{vmatrix}$ é:

a) 0 b) bc c) 2bc d) 3bc e) $(bc)^2$

273.(FEI) O valor do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \cos x & \operatorname{sen} x & 0 \\ 0 & \cos x & \operatorname{sen} x \end{vmatrix}$ é:

a) 0
b) 1
c) 2 sen x . cos x
d) –2 sen x. cos x
e) –1

274. (FATEC - SP) Os valores reais de x que satisfazem a equação

$$\begin{vmatrix} 2^x & 4^x & 8^x \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$ são números

a) pares
b) irracionais
c) inteiros consecutivos
d) inteiros negativos
e) racionais não inteiros

275. (FCC - SP) A solução real da equação $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & x \\ 1 & x & 3 \\ x & 3 & x+1 \end{vmatrix} = 0$ é um número m tal que:

a) m < -2
b) -2 < m < 0
c) 0 < m < 1
d) 1 < m < 2
e) m > 2

276.(USF - 98) Sendo $A = (a_{ij})_{2x3}$ onde $a_{i,j} = i - j$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, então det(AB) é igual a:

a) -31
b) -6
c) 6
d) 13
e) 31

277. (UFCE) Sabe-se que M é uma matriz quadrada de ordem 3 e que det(M) = 2. Então, det (3M) é igual a:

a) 2
b) 6
c) 18
d) 54

278. O valor do determinante da matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{sen}\left(\frac{\pi i}{3}\right) & \text{se} \quad i = j \\ \cos\left(\frac{\pi i}{3}\right) & \text{se} \quad i \neq j \end{cases}$$ é:

a) 1
b) $\frac{1}{2}\left(2-\sqrt{2}\right)$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

279. (FEI - SP) Se $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ x & x^2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$, então:

a) x = 1
b) x = 0
c) x = -2
d) x = -3
e) não existe x que satisfaça

280. (MACK - SP) Sejam A e B matrizes quadradas de mesma ordem, e as sentenças abaixo:

I. det (AB) = det (BA)
II. det (AB) = det A . det B
III. det A = det B ⇔ A = B
IV. A.B = B.A ⇔ detA = detB

Assinale:

a) se somente uma for verdadeira;
b) se somente duas forem verdadeiras;
c) se somente três forem verdadeiras;
d) se todas forem verdadeiras;
e) não sei.

281.(UFRN) Seja A = [a_{ij}], i e j = 1, 2, 3 a matriz para a qual a_{ij} = f(i) + f(j), em que f(x) = x – 1. Então podemos afirmar que det A^t é:

a) –2
b) –1
c) 0
d) 1
e) 2

282.(FUVEST-SP) O determinante da inversa da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1/5 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ é:

a) $-\frac{52}{5}$
b) $-\frac{48}{5}$
c) $-\frac{5}{48}$
d) $\frac{5}{52}$
e) $\frac{5}{48}$

283.(ITA-SP) Considere P a matriz inversa da matriz M = $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da diagonal principal da matriz P é:

a) $\frac{9}{4}$
b) $\frac{4}{9}$
c) 4
d) $\frac{5}{9}$
e) $-\frac{1}{9}$

284. (FGV - SP) O sistema de equações $\begin{cases} 2x+5y=10 \\ -x-2y=-3 \end{cases}$

é equivalente a:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix}$

285. (FGV - SP) O sistema linear $\begin{cases} x+y=m \\ m^2x+y=m \end{cases}$ é:

a) determinado para m = 1 ou m = -1
b) impossível para $m \neq 1$
c) indeterminado para m = 1 ou m = -1
d) impossível para m = -2
e) n.d.a

286. (UEMT- PR) Os valores de x e y que satisfazem a equação matricial
$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} y+1 \\ x-2 \end{pmatrix}$ são respectivamente:

a) -2 e -1
b) 1 e -2
c) -1 e -2
d) 1 e 2
e) 2 e 1

287. Os valores de x, y e z, solução do sistema $\begin{cases} x+2y+3z=14 \\ 4x+5y+6z=32 \\ 7x+8y+9z=a \end{cases}$ formam, nesta ordem, uma P.A. de razão 1. Qual é o valor de a?

288. Calcule o valor de m para que o sistema admita soluções diferentes da trivial: $\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-y+z=0 \\ 3x+my-z=0 \end{cases}$

289. (UFPR) Considere o seguinte sistema de equações, com incógnitas x, y, z, no qual m é um número real:

$$\begin{cases} 3x + my + z = 0 \\ mx + y - z = 0 \\ 6x + my + 2z = 0 \end{cases}$$. É correto afirmar que:

01. Qualquer que seja o valor de m, o sistema tem solução.
02. Se m = 0, o sistema tem infinitas soluções.
04. Se m = 3, o sistema tem somente uma solução.
08. Se m = -3 e z = 1, então se obtém um sistema de três equações nas incógnitas x e y, que tem uma única solução.

290. (FGV - SP) Dado o sistema linear $\begin{cases} (m-1)x + 2y = 0 \\ 4x + (m+1)y = 0 \end{cases}$ teremos:

a) Se m = 3 ou m = -3, o sistema é impossível.
b) Se m = 3, o sistema é possível e (3, 3) é uma solução.
c) Se m = -3, o sistema é possível e (2, 2) é uma solução.
d) Se m $\neq$ 3 ou m $\neq$ -3, o sistema tem uma única solução.
e) n.d.a.

291.(ACAFE) Sobre o sistema abaixo é correto afirmar que o mesmo é:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = m \\ 2x - my + z = 4 \end{cases}$$

a) possível e determinado somente para m = 1.
b) possível e determinado para qualquer m $\in$ R.
c) Impossível para qualquer m.
d) indeterminado para m = 1
e) homogêneo para m = 0