III - NÚMEROS PRIMOS E NÚMEROS COMPOSTOS

Múltiplos de um Número Natural

Numa multiplicação, o produto é múltiplo de cada um dos fatores. Assim, se quisermos determinar os múltiplos de um numero natural, devemos multiplicar esse número pela sucessão dos números naturais.

Como a sucessão dos números naturais é infinita, os múltiplos de um número natural também formam uma sucessão infinita.

Exemplo: Quais são os múltiplos de 7?

7 x 0 = 0
7 x 1 = 7
7 x 2 = 14
7 x 3 = 21
7 x 4 = 28
7 x $\vdots$ = $\vdots$

Os múltiplos de 7 são 0, 7, 14, 21, 28, 35 ....

Divisores de Números Naturais

Se dois números são naturais e a divisão do primeiro pelo segundo é um número natural, então:

- o primeiro é divisível pelo segundo;
- o segundo é o divisor do primeiro.

Exemplo: Quais são os divisores de 12?

12 : 1 = 12
12 : 2 = 6
12 : 3 = 4
12 : 4 = 3
12 : 5 = 2,4 (não é nº natural)
12 : 6 = 2
12 : 7 = 1,714285 (não é nº natural)
12 : 8 = 1,5 (não é nº natural)
12 : 9 = 1,333...(não é nº natural)
12 : 10 = 1,2 (não é nº natural)
12 : 11 = 1,090909...(não é nº natural)
12 : 12 = 1

Os divisores de 12 são 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c)
Máximo Divisor Comum (m.d.c)

Dados dois ou mais números inteiros e não nulos, denominamos:

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (m.m.c.) destes números ao menor número inteiro que é múltiplo, simultaneamente, de todos os números dados;

MÁXIMO DIVISOR COMUM (m.d.c.) destes números ao maior número inteiro que é divisor simultaneamente de todos os números dados.

Exemplo: Sejam os números 120 e 50, para determinar o m.m.c e m.d.c deve-se decompor estes números

120, 50	10
12, 5	2
6, 5	2
3, 5	3
1, 5	5
1, 1	10 . 2 . 2 . 3 . 5 = 600

m.m.c. (120,50) = 600
m.d.c. (120,50) = 10

Números Primos (definição em N)

Todo o número natural que é divisível somente por ele mesmo e por 1, é chamado de número primo.

Exemplos: 2, 5, 97, 101, ...

LEMBRE-SE:

– O número 2 é o único número natural primo par.
– O número 1 não é considerado número primo (possui somente um divisor).
– Existem infinitos números primos.

RECONHECIMENTO DE UM NÚMERO PRIMO

Existem dois processos para se saber se um número é primo ou não.

Processo 1: CRIVO DE ERATÓSTENES

Tem apenas valor histórico. Erastóstenes fez tabelas de números primos.

Processo 2: PROCESSO PRÁTICO

Divide-se o número dado pela sucessão dos números primos, a saber: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... Caso o quociente resultado dessa divisão seja menor ou igual ao divisor antes de se obter o resto nulo, diz-se que o número é primo.

Exemplo: Verificar se o número 113 é primo ou não.

Aplicando-se a regra prática, tem-se:

$$\begin{array}{r|l} 113 & 2 \\ \hline 13 & 56 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 113 & 3 \\ \hline 23 & 37 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 113 & 5 \\ \hline 13 & 22 \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 113 & 7 \\ \hline 43 & 16 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 113 & 11 \\ \hline 03 & 10 \\ 3 & \end{array}$$

Donde: Quociente menor que o divisor antes de obtido o resto nulo. Logo, 113 é primo.

LEMBRE-SE:

– Dois ou mais números inteiros são denominados **primos entre si** quando apresentam m.d.c. igual a 1 ou o m.m.c. igual ao produto entre eles.

Exemplo: 4 e 9 são números primos entre si porque m.d.c.(4,9) = 1 e
m.m.c.(4,9) = 36.

– Sempre m.d.c (A, B) . m.m.c (A, B) = A.B

Números compostos (definição em N)

É número composto todo número que admite <u>mais</u> do que dois divisores.

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

- DIVISIBILIDADE POR 2: todo número par (termina em 2, 4, 6, 8, ou 0) é divisível por 2**.**
Exemplos: 26, 124, 348, 1230, 45622 são pares, logo são divisíveis por 2.
15, 277, 4551, 14789 são ímpares, logo não são divisíveis por 2.

- DIVISIBILIDADE POR 3: um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é um número múltiplo de 3.
Exemplo: 72 é divisível por 3 pois 7 + 2 = 9 (9 é múltiplo de 3)
138 é divisível por 3 pois 1 + 3 + 8 = 12 (12 é múltiplo de 3)
44021 não é divisível por 3 pois 4 + 4 + 0 + 2 + 1 = 11 (11 não é múltiplo de 3)

- DIVISIBILIDADE POR 4: um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou seus dois últimos algarismos formam um número múltiplo de 4.
Exemplo: 1500 é divisível por 4 pois termina em 00.
2628 é divisível por 4 pois 28 é múltiplo de 4.
530 não é divisível por 4 pois 30 não é múltiplo de 4.

- DIVISIBILIDADE POR 5: um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.
Exemplo: 1005 é divisível por 5 pois termina em 5.
4030 é divisível por 5 pois termina em 0.

- DIVISIBILIDADE POR 6: um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.
Exemplo: 1632 é divisível por 6 pois é par e 1+6+3+2=12 (12 é múltiplo de 3)
734 não é divisível por 6 pois é par, mas 7 + 3 + 4 = 14 (14 não é múltiplo de 3).

- DIVISIBILIDADE POR 8: um número é divisível por 4 quando termina em 000 ou seus três últimos algarismos formam um número múltiplo de 8.
Exemplo: 5000 é divisível por 8 pois termina em 000.
5184 é divisível por 8 pois 184 é múltiplo de 8 (184:8 = 23)
5302 não é divisível por 8 pois 302 não é múltiplo de 8 (302:8 = 37,75)

- DIVISIBILIDADE POR 9: um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é um número múltiplo de 9.
Exemplo: 72 é divisível por 9 pois 7 + 2 = 9 (9 é múltiplo de 9)
138 é divisível por 9 pois 7 + 3 + 8 = 18 (18 é múltiplo de 9)
64021 não é divisível por 9 pois 6+4+0+2+1 = 13 (11 não é múltiplo de 9).

- DIVISIBILIDADE POR 10: um número é divisível por 10 quando termina em 0.
Exemplos: 150, 1050, 5000, 30000 são números divisíveis por 10 pois terminam em 0.

EXERCÍCIOS

01. Escreva o conjunto dos números naturais que:
a) são múltiplos de 2;
b) são múltiplos de 5;
c) são múltiplos comuns de 2 e 5

02. Escreva o conjunto dos divisores comuns de:
a) 6 e 12
b) 12 e 15
c) 12 e 20
d) 10 e 15
e) 6, 12 e 15
f) 12, 20 e 24

02. Baseado nos resultados do exercício anterior, determine:
a) mdc (6, 12)
b) mdc (12, 15)
c) mdc (12 e 20)
d) mdc (10 e 15)
e) mdc (6, 12 e 15)
f) mdc (12, 20 e 24)

04. Determine:

a) m.m.c (2, 6)
b) m.m.c (15, 18)
c) m.m.c (30, 48, 120)
d) m.m.c (21, 28, 36)
e) m.d.c (9, 12, 18, 36)
f) m.d.c (32, 51, 68)

05. Verifique quais números a seguir são primos

a) 561
b) 773
c) 1137
d) 1343
e) 749
f) 890
g) 2343

06. Assinale verdadeiro V ou falso F nas afirmações a seguir:

( ) O número 5832 é divisível por 4 e por 6.
( ) O número 3741 é divisível por 3.
( ) O número 34721 é divisível por 3.
( ) O número 28412 é divisível por 4.
( ) O número 3813 é divisível por 9.
( ) O número 8136 é divisível por 9.
( ) O número 15260 é divisível por 5.
( ) Todo número divisível por 9 é também divisível por 3.
( ) Todo número divisível por 4 é também divisível por 8.
( ) Todo número divisível por um número par é necessariamente um número par.
( ) Todo número divisível por um número é também divisível por seus divisores.

07. Verifique quais grupos de números a seguir são primos entre si e justifique;

a) 8, 15
b) 64, 38
c) 39, 13
d) 15, 28

08. Três peças de tecido que medem 24 metros, 30 metros e 48 metros devem ser cortadas em pedaços, todos de mesmo comprimento e do maior tamanho possível, sem que haja sobra em cada uma delas. Cada pedaço deve medir:

a) 2 metros
b) 3 metros
c) 6 metros
d) 8 metros
e) 12 metros

09. (PUC-RJ) Um terreno retangular de 108 m x 51 m vai ser cercado com arame farpado fixado em estacas igualmente espaçadas. Se existe uma estaca em cada vértice, então o número mínimo de estacas a usar é:

a) 102
b) 104
c) 106
d) 108
e) 110

10. Um proprietário quer plantar palmeiras na frente e na lateral de um terreno de esquina cujas medidas são 140 m e 112 m. O proprietário deseja que a distância entre uma planta e a seguinte seja a maior possível. Então, qual o número de palmeiras necessárias para o plantio?

11. Três fios que medem respectivamente 24 m, 84 m e 90 m foram cortados em pedaços iguais e do maior tamanho possível.
Pergunta-se:
a) Qual é o número de pedaços de fio obtido?
b) Qual é o tamanho do pedaço de fio?

12. Numa cesta há menos de 150 frutas. Elas podem ser contadas em grupos de 5, 8 e 12 sem que sobre nem falte nenhuma. Quantas frutas há na cesta?

13. Três torneiras estão com vazamento. Da primeira cai uma gota de 4 em 4 minutos; da segunda, uma de 6 em 6 minutos e da terceira, uma de 10 em 10 minutos. Exatamente às 2 horas cai uma gota de cada torneira. A que horas as três torneiras pingarão juntas novamente?

DESAFIO

1. Rosana tem entre 20 e 70 fitas. Se ela colocar suas fitas em pilhas de 6, vai sobrar uma fita. Mas, se ela colocar em pilhas de 7, aí não vai sobrar nenhuma. Descubra quantas fitas ela tem.

2. Determine o maior número formado por cinco algarismos distintos que é múltiplo de 2, 3, 5, 6, 9.

IV - OPERAÇÕES BÁSICAS

Regra dos Sinais

a) ADIÇÃO

Sinais iguais → somam-se os valores e conserva-se o sinal;
Sinais diferentes → diminuem-se os valores e dá-se o sinal do maior termo.
Exemplos: (–3) + (–5) = –8
(+3) + (–5) = –2

b) SUBTRAÇÃO

Inverte-se o sinal da segunda parcela (subtraendo) e aplica-se a regra da adição.
Exemplos: (–3) – (–5) = (–3) + (+5) = + 2
(+8) – (+3) = (+8) + (–3) = + 5
(-4) – (+7) = (-4) + (–7) = –11

c) MULTIPLICAÇÃO

Sinais iguais → o produto é positivo
Sinais diferentes → o produto é negativo
Exemplos: (–3) . (–5) = +15 (+3) . (+5) = +15
(–3) . (+5) = –15 (+3) . (–5) = –15

d) DIVISÃO

Sinais iguais → o quociente é positivo
Sinais diferentes → o quociente é negativo
Exemplos: (-–10) ÷ (–5) = +2 (+10) ÷ (+5) = +2
(–10) ÷ (+5) = –2 (+10) ÷ (– 5) = –2

Frações

a) ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Para adicionar ou subtrair frações é necessário que elas tenham o mesmo denominador. Para isto é necessário determinar frações equivalentes usando o princípio fundamental das frações, isto é, se multiplicamos o numerador e o denominador por um mesmo número, então o valor da fração não se altera.

Para determinar a fração equivalente de menor denominador calcula-se o m.m.c dos denominadores, divide-se o m.m.c. pelo denominador de cada fração e multiplica-se pelo respectivo numerador.

Exemplo: ${}^{5\times}\frac{5}{4} + {}^{4\times}\frac{3}{5} = \frac{25+12}{20} = \frac{37}{20}$

÷ ÷

b) MULTIPLICAÇÃO

Multiplica-se numerador com numerador e denominador com denominador.

Exemplo: $\frac{5}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$

c) DIVISÃO

Conserva-se a primeira fração e inverte-se a segunda, transformando a divisão em uma multiplicação.

Exemplo: $\frac{5}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5 \times 5}{4 \times 3} = \frac{25}{12}$

Números Decimais

a) ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Os números decimais formam um sistema posicional. Então, na adição e subtração destes números precisamos somar ou subtrair: centésimos com centésimos, décimos com décimos, unidades com unidades, dezenas com dezenas, etc. Por isso devemos escrever os números de forma que fique vírgula em baixo de vírgula, ficando as posições de mesmo valor uma sobre a outra.

Exemplo: 0,158 + 23,54 = 23,698

258,3 + 154,85 – 300 = 113,15

b) MULTIPLICAÇÃO

Para multiplicar dois números decimais, multiplicam-se os números da mesma forma que multiplicamos os números naturais. O número de casas decimais do produto será igual a soma dos números de casas decimais dos fatores.

Exemplo: 0,25 x 1,15 = 0,2875

60 x 2,3 x 0,004 = 0,5520

c) DIVISÃO

Para dividir dois números decimais, iguale o número de casas decimais desses números, elimine as vírgulas; efetue a divisão.

Exemplo: 2,4 : 1,6 = 24 : 16 = 1,5

9,6 : 3,2 = 96 : 32 = 3,0

45 : 0,9 = 450 : 9 = 50

22,5 : 6,75 = 2250 : 675 = 3,333...

Expressões Numéricas

Chama-se expressão numérica a uma seqüência de operações matemáticas que resultam em um determinado número.

Por exemplo: na expressão numérica 8 + 5 . 3 – 2 aparecem uma adição, uma multiplicação e uma subtração. *Podemos começar as operações por qualquer uma delas?*

Vejamos:

Se começarmos pela adição o valor numérico da expressão seria:

8 + 5 . 3 – 2 = 13 . 3 – 2 = 39 – 2 = **37**

Se começarmos pela multiplicação o valor numérico da expressão seria:

8 + 5 . 3 – 2 = 8 + 15 – 2 = 23 – 2 = **21**

Se começarmos pela subtração o valor numérico da expressão seria:

8 + 5 . 3 – 2 = 8 + 5 . 1 = 13 . 1 = **13**

Qual deles estará correto?

Para evitar dúvidas desse tipo, os matemáticos criaram regras para efetuar as expressões numéricas, que são:

NUMA EXPRESSÃO NUMÉRICA, PRIMEIRO EFETUAMOS AS MULTIPLICAÇÕES E DIVISÕES NA ORDEM EM QUE ELAS APARECEM. SÓ DEPOIS EFETUAMOS AS ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES, TAMBÉM NA ORDEM EM QUE APARECEM.

Quando a situação requer uma seqüência de operações diferentes, a expressão numérica correspondente deverá conter os seguintes sinais:

( ) parênteses [ ] colchetes { } chaves

Estes são sinais usados para representar expressões numéricas dentro de uma expressão numérica maior.

NAS EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM PARÊNTESES, COLCHETES E CHAVES, PRIMEIRO EFETUAMOS OS CÁLCULOS DENTRO DOS PARÊNTESES; DEPOIS, OS CÁLCULOS DENTRO DOS COLCHETES; E, POR FIM, OS CÁLCULOS DENTRO DAS CHAVES.

Sempre que efetuamos os cálculos entre os sinais devemos seguir a seqüência das operações da regra anterior (primeiro multiplicação e divisão, depois adição e subtração).

Médias

MÉDIA ARITMÉTICA → É a solução da divisão da soma dos valores pelo números de valores.
Exemplo: Numa campanha para ajudar um doente, as doações foram R$ 8,00; R$ 7,00; R$ 6,00; R$ 5,00; R$ 4,00; R$ 5,00. Qual foi a média das doações?

M.A = $\frac{8+7+6+5+4+6}{6} = \frac{36}{6} = 6$

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA→ É o resultado obtido dividindo-se a soma dos produtos dos valores pelos seus respectivos pesos, pela soma dos pesos.
Exemplo: As notas nas provas de física foram 6,8 e 9. Qual será a média do aluno sabendo-se que as avaliações têm respectivamente os pesos 3, 2 e 5?

M.A.P. = $\frac{6.3+8.2+9.5}{10} = 7{,}9$

EXERCÍCIOS

01. Calcule o valor numérico das expressões a seguir:
a) $-10 : (-1 + 2 . 3) + 3$
b) $(-12) : (+2) . (-2 - 3 -5)$
c) $8 : (-8) + 2 . (-6) + 11$
d) $(-10) : (-2) - (-1) . (-3) . (+3)$
e) $-9 + 15 : (-3) - (-2) . 7$

02. Qual o valor da expressão $\frac{-5+4+7-1\cdot 1}{(-4):(-2)-1+5-7}$?

03. Assinale as alternativas que apresentam frações equivalente a $-\frac{1}{4}$

01. $\frac{-12}{48}$
02. $\frac{40}{-10}$
04. $\frac{2}{8}$
08. $-\frac{48}{12}$
16. $\frac{12}{-48}$

04. Efetue

a) $\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{7}\right)$

b) $\left(\frac{-1}{3}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{-1}{4}\right)$

d) $\left(\frac{-1}{3}\right)+\left(\frac{-4}{5}\right)$

e) $\left(\frac{5}{12}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)$

f) $\left(\frac{2}{15}\right)-\left(\frac{-1}{6}\right)$

g) $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{3}{5}\right)$

h) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{-4}{5}\right)$

i) $\left(\frac{5}{8}\right)\cdot\left(\frac{3}{5}\right)$

j) $\left(\frac{-4}{9}\right)\cdot\left(\frac{-7}{5}\right)$

l) $\left(\frac{-2}{-7}\right)\cdot\left(\frac{-7}{-2}\right)$

m) $\left(\frac{-3}{7}\right)\div\left(\frac{7}{5}\right)$

n) $\left(\frac{-4}{3}\right)\div\left(\frac{-5}{4}\right)$

o) $\left(\frac{5}{8}\right)\div\left(\frac{8}{5}\right)$

05. Calcule o valor das expressões

a) $\left(2-\frac{1}{4}\right)-\left(3-\frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{5}\right)$

c) $\left(5-\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{4}{3}-\frac{7}{15}+\frac{4}{3}\right)$

d) $5\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)$

e) $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\cdot(-3)$

f) $\left(-1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-2-\frac{3}{4}\right)$

g) $\dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\div\frac{2}{3}}$

f) $\dfrac{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-\frac{3}{8}}{2-\frac{1}{2}}$

g) $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$

06. Calcule o valor das expressões:

a) $3-\left[-\frac{1}{2}-\left(0{,}1+\frac{1}{4}\right)\right]$

b) $-\left\{-\left[-\left(-1-\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\right]\right\}$

c) –5 + $\left\{\frac{5}{6}\div 12\cdot\left[\frac{8}{12}+\frac{1}{4}\cdot\left(-5+\frac{1}{5}\right)+6\right]\right\}$

07. Escreva a expressão numérica que resolve cada problema dado a seguir. Só use parênteses, colchetes e chaves se eles forem necessários. Não efetuar cálculos.

a) Fui a um restaurante com quatro amigos. Nós 5 dividimos igualmente uma conta de R$ 435,00 reais. Paguei a minha parte e fiquei com R$ 13,00 reais. Quanto eu tinha quando entrei no restaurante.

b) Era Natal e num ônibus havia 19 adultos e 14 crianças. Papai Noel chegou e distribuiu R$ 700,00 reais entre eles. Não houve discriminação: todos receberam a mesma quantia. Que quantia cada um recebeu

c) Um livro tem 160 páginas e eu já li 92. Quero completar a leitura em 4 dias, lendo o mesmo número de páginas em cada dia. Quantas páginas preciso ler por dia?

d) Na bilheteria de um teatro, o responsável pelo caixa começou seu trabalho com R$ 53,00 em caixa. Ele vendeu 48 ingressos para estudantes a R$ 3,00 cada, e mais 35 ingressos a R$ 7,00 cada. Depois disso, quantos reais tinha no caixa?

08. (Uniube-MG) Comprei 5 doces a R$ 1,80 cada um, 3 doces a R$ 1,50 cada e 2 doces a R$ 2,50 cada. O preço médio, por doce, foi de:

a) R$ 1,75
b) R$ 1,85
c) R$ 1,93
d) R$ 2,00
e) 2,10

09. (FUVEST) A média aritmética dos 100 números de um conjunto é 56. Retirando-se os números 48 e 64 daquele conjunto, a média dos números restantes será:

a) 28
b) 38
c) 56
d) 48,5
e) 48

10. Precisando de média 7 para passar de ano sem recuperação em matemática, Manoel obtém notas 6,5 no primeiro trimestre, 5,0 no segundo semestre e 2,0 no terceiro trimestre. A média aritmética entre a média das notas dos três trimestres e a nota da prova de recuperação deve, então, ser 7, para que Manoel não seja reprovado. Quanto ele precisa obter na prova de recuperação para passar de ano?

11. Somar os números 32, 45, 71 e 110 é o mesmo que multiplicar qual número por 4?

12. (PUC-MG – 2005) Cada litro de álcool custa R$1,60 e cada litro de gasolina, R$3,00. Cada litro de certa mistura desses dois produtos, feita por uma distribuidora de combustível, custa R$2,72. Com base nesses dados, pode-se afirmar que a quantidade de álcool utilizada para fazer um litro dessa mistura é:

a) 100 ml
b) 200 ml
c) 300 ml
d) 400 ml
e) 500 ml

DESAFIO: Considere a expressão 60 : 3 + 2 . 6. Acrescente “um” parênteses a ela, de modo a obter o resultado máximo. Qual é esse resultado máximo?