

Es04A: Amplificatori operazionali e filtri attivi

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

17 novembre 2021

Misura componenti del circuito

Resistenze [Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1	998	8	C	50	2
R_2^a	7.04	0.06			
R_2^f	9.85 k	0.08 k			
R_S	998	8			

Tabella 1: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Resistenze [Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1	993	8	C	48	2
R_2^a	5.09 k	0.04 k			
R_2^f	9.94 k	0.08 k			
R_3	993	8			
R_S	992	8			

Tabella 2: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Riportiamo per completezza anche i valori delle tensioni di alimentazione continue misurate con il multimetro

$$V_{CC} = 4.99 \pm 0.03V$$

$$V_{EE} = -4.99 \pm 0.03V$$

1 Circuito amplificatore invertente

1.a Progettazione del circuito

Scegliamo di costruire un amplificatore invertente a partire da un op-amp TL081CP con impedenza in ingresso maggiore o uguale a 1 k Ω e guadagno $A_{v,atteso} = -\frac{R_2}{R_1}$ compreso (in valore assoluto) tra 5 e 10 come quello in figura 1

In condizione di op-amp ideale gli ingressi $+$, $-$ sono dei circuiti aperti, per cui la stessa corrente scorre attraverso R_1 ed R_2 : $V_+ = V_- \approx 0$. Questo implica che

$$R_{in} \approx R_1 \tag{1}$$

allora per soddisfare la richiesta $5 \leq A_v \leq 10$ basta imporre $5R_1 \leq R_2 \leq 10R_1$.

Dunque una volta fissata $R_1 = 1 \pm 1\%$ k Ω , dobbiamo avere $5 \text{ k}\Omega \leq R_2 \leq 10 \text{ k}\Omega$, di conseguenza scegliamo $R_2 = 5.1 \pm 1\%$ k Ω , che corrisponde ad un guadagno di centro banda $A_{v,atteso} = 5.1 \pm 2\%$

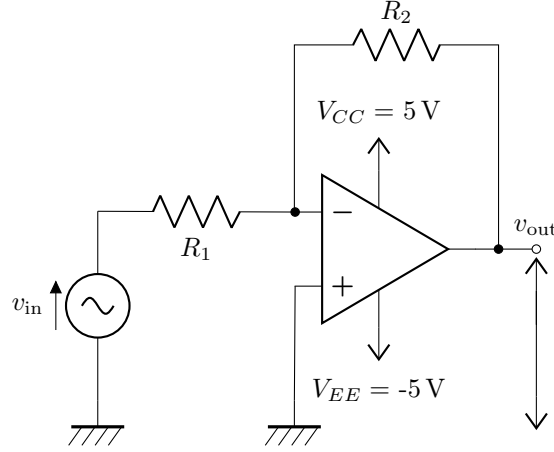


Figura 1: Schema di massima dell'amplificatore invertente costruito.

1.b Amplificazione di piccoli segnali

Si è inviato all'ingresso di entrambi i circuiti un segnale sinusoidale di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2$ mV ad una frequenza fissata 5.01 ± 0.05 kHz.

Dunque abbiamo misurato l'ampiezza del segnale in uscita dal circuito con $R_2^a = 5$ k Ω , che risulta $v_{out} = 1022 \pm 8$ mV, ottenendo così una stima del guadagno dell'amplificatore $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 5.11 \pm 0.06$.

Mentre per il circuito con $R_2^a = 7$ k Ω si trova $v_{out} = 1411 \pm 8$ mV, che corrisponde ad un guadagno di $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 7.06 \pm 0.06$.

Per quanto riguarda il segno del guadagno abbiamo controllato che i segnali in ingresso ed uscita fossero in opposizione di fase verificando che i passaggi per 0 con la stessa pendenza delle forme d'onda siano separati di circa un semi-periodo.

Misurando questa distanza con i cursori si è trovato

$$\Delta t = 100 \pm 1.2 \text{ } \mu\text{s}$$

$$\Delta \varphi = 2\pi f \Delta t = 3.14 \pm 0.04 \text{ rad}$$

mentre da una misura diretta dello sfasamento tramite la funzione "Measurements" definita con uno script di Wavegen risulta:

$$\varphi = 179.88 \pm 0.10^\circ$$

che sono entrambi compatibili con il valore atteso di $\Delta \varphi_{\text{exp}} = \pi$ rad, per cui l'amplificatore costruito è effettivamente invertente.

1.c Misure di guadagno al variare di v_{in}

Misurando con l'oscilloscopio l'ampiezza dei segnali in ingresso v_{in} e in uscita v_{out} dall'amplificatore possiamo ricavare una misura del guadagno del circuito dal rapporto $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$.

Con un fit lineare possiamo stimare il guadagno dell'amplificatore a partire dal grafico di $v_{out} = A_v v_{in}$ al variare di v_{in} . Riportiamo quanto trovato per il primo circuito: Da cui troviamo i seguenti parametri per la retta di best-fit

$$\begin{aligned} \text{intercetta} &= -0.6 \pm 0.4 \text{ mV} & \text{pendenza} &= 5.124 \pm 0.003 & \text{correlazione} &= -0.72 & \chi^2 &= 0.2 & d.o.f. &= 10 \\ \text{coefficiente angolare/senza intercetta} &= 5.120 \pm 0.002 & \chi^2 &= 0.2 & d.o.f. &= 11 \end{aligned}$$

Il valore atteso per il guadagno dal valore dei componenti in questa configurazione del circuito è pari a

$$A_{v,\text{exp}} = -\frac{R_2}{R_1} = -5.13 \pm 0.12$$

Questo è in ottimo accordo con quanto trovato sperimentalmente dalla nostra analisi.

Per completezza riportiamo in un grafico anche le misure che non abbiamo considerato nel fit perché oltre la regione in cui l'op-amp ha comportamento lineare

$v_{\text{in}}(\text{mV})$ (nom.)	$v_{\text{in}} \pm \sigma(v_{\text{in}})$ [mV]	$v_{\text{out}} \pm \sigma(v_{\text{out}})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$
50	50.0 ± 0.4	256 ± 2 m	5.12 ± 0.06
100	100.0 ± 0.8	511 ± 4 m	5.11 ± 0.06
150	150.0 ± 1.2	767 ± 6	5.11 ± 0.06
200	200 ± 1.6	1022 ± 8	5.11 ± 0.06
250	250 ± 2	1278 ± 11	5.11 ± 0.06
300	300 ± 2	1534 ± 12	5.11 ± 0.05
350	349 ± 3	1790 ± 14	5.13 ± 0.06
400	399 ± 3	2046 ± 16	5.13 ± 0.06
450	449 ± 4	2302 ± 18	5.13 ± 0.06
500	499 ± 4	2.56 ± 0.02	5.13 ± 0.06
550	549 ± 4	2.82 ± 0.02	5.13 ± 0.06
600	599 ± 5	3.07 ± 0.02	5.13 ± 0.06
700	699 ± 6	3.55 ± 0.03	5.07 ± 0.06
800	799 ± 6	3.82 ± 0.03	4.78 ± 0.05
900	899 ± 7	3.86 ± 0.03	4.28 ± 0.05
1 V	999 ± 8	3.86 ± 0.03	3.86 ± 0.04
1.2 V	1199 ± 9	3.86 ± 0.03	3.22 ± 0.04
1.4 V	1399 ± 11	3.88 ± 0.03	2.78 ± 0.03
1.6 V	1599 ± 12	3.89 ± 0.03	2.43 ± 0.03
1.8 V	1799 ± 14	3.90 ± 0.03	2.17 ± 0.02
2 V	1999 ± 15	3.92 ± 0.03	1.96 ± 0.02

Tabella 3: Misure di guadagno al variare della tensione in ingresso all'amplificatore con $R_2^a = 5.1 \text{ k}\Omega$. Oltre i 600 mV di ampiezza del segnale in ingresso la forma d'onda in uscita inizia a manifestare difetti dovuti al clipping dell'op-amp al di fuori del regime lineare.

$v_{\text{in}}(\text{mV})$ (nom.)	$v_{\text{in}} \pm \sigma(v_{\text{in}})$ [mV]	$v_{\text{out}} \pm \sigma(v_{\text{out}})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$
40	40.1 ± 0.2	283 ± 1.7 m	7.06 ± 0.06
60	59.8 ± 0.3	410 ± 2 m	6.86 ± 0.06
80	79.9 ± 1.1	564 ± 3 m	7.06 ± 0.06
100	100.1 ± 1.2	705 ± 4 m	7.04 ± 0.06
200	200 ± 2	1412 ± 8 m	7.06 ± 0.06
400	401 ± 3	2882 ± 17 m	7.04 ± 0.06
600	601 ± 5	4.24 ± 0.02	7.05 ± 0.06
800	801 ± 6	5.78 ± 0.03	7.21 ± 0.06
900	900 ± 6	6.32 ± 0.04	7.00 ± 0.06
1000	1000 ± 7	7.04 ± 0.04	7.02 ± 0.06

Tabella 4: Misure di guadagno al variare della tensione in ingresso all'amplificatore con $R_2^a = 7 \text{ k}\Omega$. Le ampiezze per questo circuito sono riportate per comodità in ampiezza picco-picco. A partire da valori di ampiezza (picco-picco) di 1 V del segnale in ingresso la parte inferiore dell'onda in uscita viene "tosata".

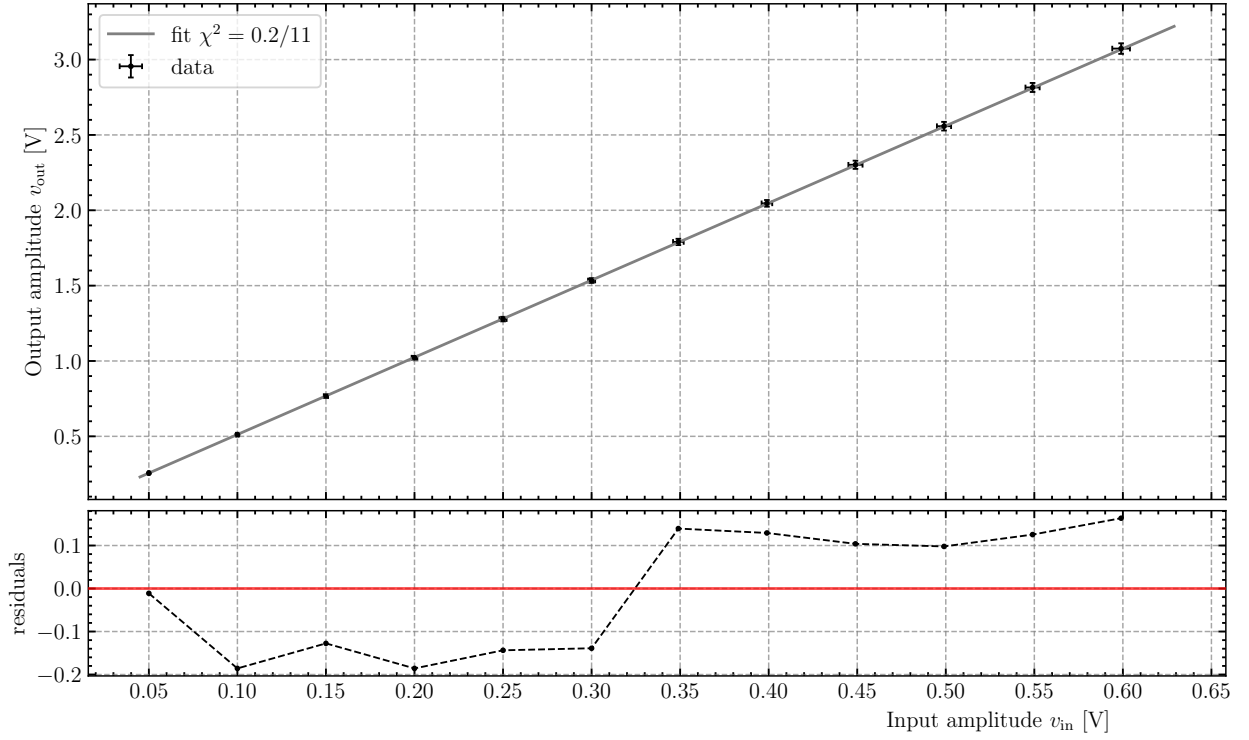


Figura 2: Fit lineare per l'andamento dell'ampiezza misurata in uscita rispetto all'ampiezza del segnale in ingresso.

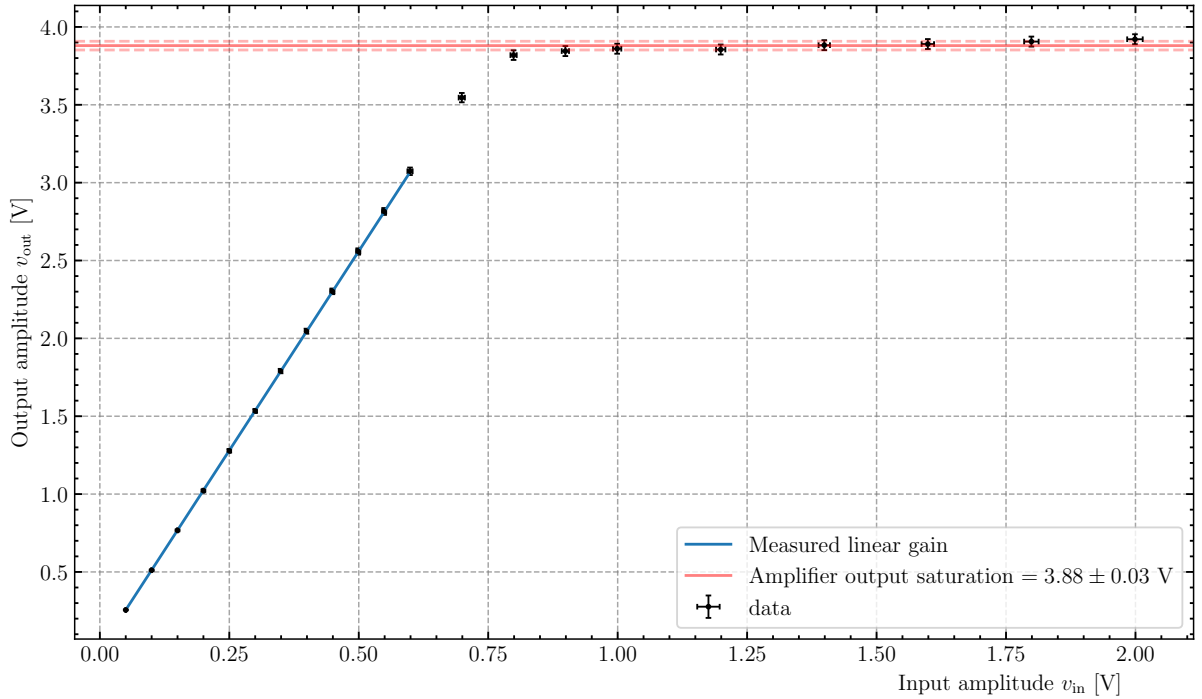


Figura 3: Andamento reale dell'ampiezza del segnale in uscita al variare dell'ampiezza del segnale in ingresso, anche oltre il regime lineare dell'amplificatore misurati per il circuito con $R_2^a = 5.1 \text{ k}\Omega$

1.d Impedenza in ingresso

Inserendo in serie al generatore una resistenza R_S dello stesso ordine di R_{in} attesa e misurando la tensione in uscita con o senza R_S è possibile dare una stima della resistenza in ingresso del circuito. Detta infatti V_1 la tensione V_{out} misurata senza R_S e V_2 la tensione misurata con R_S inserita, vale la relazione:

$$\frac{R_S}{R_{in}} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \quad (2)$$

Abbiamo preso per entrambi i circuiti come R_S un'altra resistenza da $1 \pm 10\%$ k Ω , come quella scelta per R_1 .

Dunque per l'amplificatore di guadagno 5.1 abbiamo misurato $V_1 = 1022 \pm 8$ mV e $V_2 = 512 \pm 4$ mV, cioè come resistenza in ingresso si ha:

$$R_{in} = \frac{R_S}{V_1/V_2 - 1} = 0.99 \pm 0.02 \text{ k}\Omega$$

Mentre per l'amplificatore di guadagno 7 si è trovato $V_1 = 1412 \pm 8$ mV e $V_2 = 2.822 \pm 0.017$ V, da cui ricaviamo come stima della resistenza in ingresso:

$$R_{in} = \frac{R_S}{V_1/V_2 - 1} = 1.00 \pm 0.02 \text{ k}\Omega$$

Il che risulta compatibile entro l'incertezza con il valore atteso dalla (1) per entrambi gli amplificatori invertenti.

2 Risposta in frequenza e slew rate

2.a Network analyzer

Con l'aiuto dei cursori abbiamo misurato come guadagno a centro banda per il circuito amplificatore con resistenza $R_2^a = 5.1$ k Ω $A_M = 14.18 \pm 0.09$ dB = 5.12 ± 0.05 dunque abbiamo ricavato una stima della frequenza di taglio dell'amplificatore invertente dal punto in cui il guadagno diminuisce di -3.01 dB rispetto ad A_M : $f_A = 388.0 \pm 1.1$ kHz

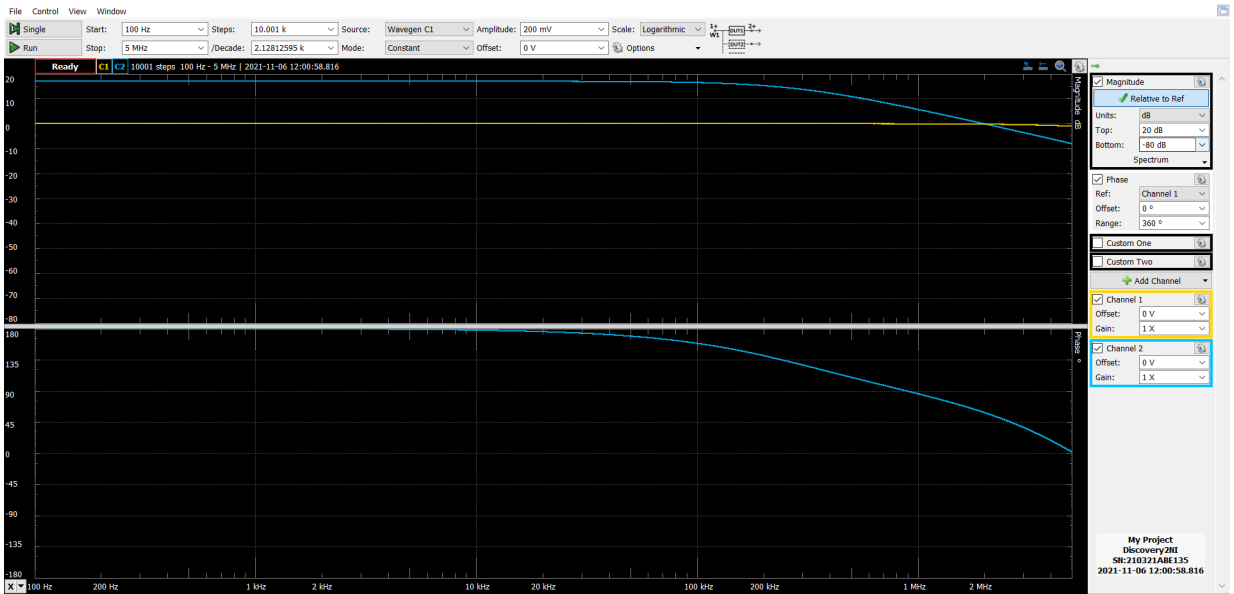


Figura 4: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore invertente di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

Per caratterizzare le frequenze di taglio misurate possiamo ricavare un valore atteso con cui confrontarle a partire dal valore del prodotto banda guadagno¹ (GBW) riportato nel datasheet dell'op-amp: 4 MHz

¹Assumendo che il prodotto banda-guadagno sia costante, come frequenza di taglio attesa in funzione del guadagno dell'amplificatore abbiamo $f_{A,exp} = GBW/A_v = \begin{cases} 4 \text{ MHz}/5.1 \approx 780 \text{ kHz} \\ 4 \text{ MHz}/7 \approx 570 \text{ kHz} \end{cases}$.

Già dai nostri dati notiamo però come il prodotto $A_v \cdot f_H$ valga

$$A_M \cdot f_A = \{(5.12 \pm 0.05) \cdot (388.0 \pm 1.1) \text{ kHz} = 1.99 \pm 0.02 \text{ MHz}$$

che è circa la metà del valore tipico riportato senza incertezza per valori di tensioni di alimentazione $+15$ e -15 V. Possiamo supporre che questo sia dovuto all'aver preso come tensioni di alimentazione V_{CC} e V_{EE} pari a circa un terzo dei due valori tipici presi come riferimento nel datasheet.

Quindi ci aspettiamo al più che le frequenze trovate siano prossime alla metà dei loro valori attesi, ma assolutamente non compatibili entro l'incertezza con il valore ottenuto dal GBW tipico.

2.b Misura dello slew rate

Abbiamo inviato in ingresso all'amplificatore un'onda quadra di ampiezza 1999 ± 15 mV e frequenza 1000 ± 16 Hz, al fronte di discesa dell'onda abbiamo trovato una rampa come segnale in uscita. Questo permette di misurare lo slew rate dell'amplificatore direttamente dalla pendenza della rampa.

Misurando con l'oscilloscopio di quanto sale la tensione in uscita dall'amplificatore ΔV in un certo intervallo di tempo Δt (presi su una porzione lineare della rampa) otteniamo una stima dello slew rate dal loro rapporto; che rispettivamente per i circuiti con $R_2^a = 5.1$ e 7 risulta

$$\begin{aligned} \text{SR} &= \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{6.19 \pm 0.04 \text{ V}}{542 \pm 10 \text{ ns}} = 11.4 \pm 0.2 \text{ V}/\mu\text{s} \\ \text{SR} &= \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{4.10 \pm 0.03 \text{ V}}{354 \pm 10 \text{ ns}} = 11.6 \pm 0.2 \text{ V}/\mu\text{s} \end{aligned}$$

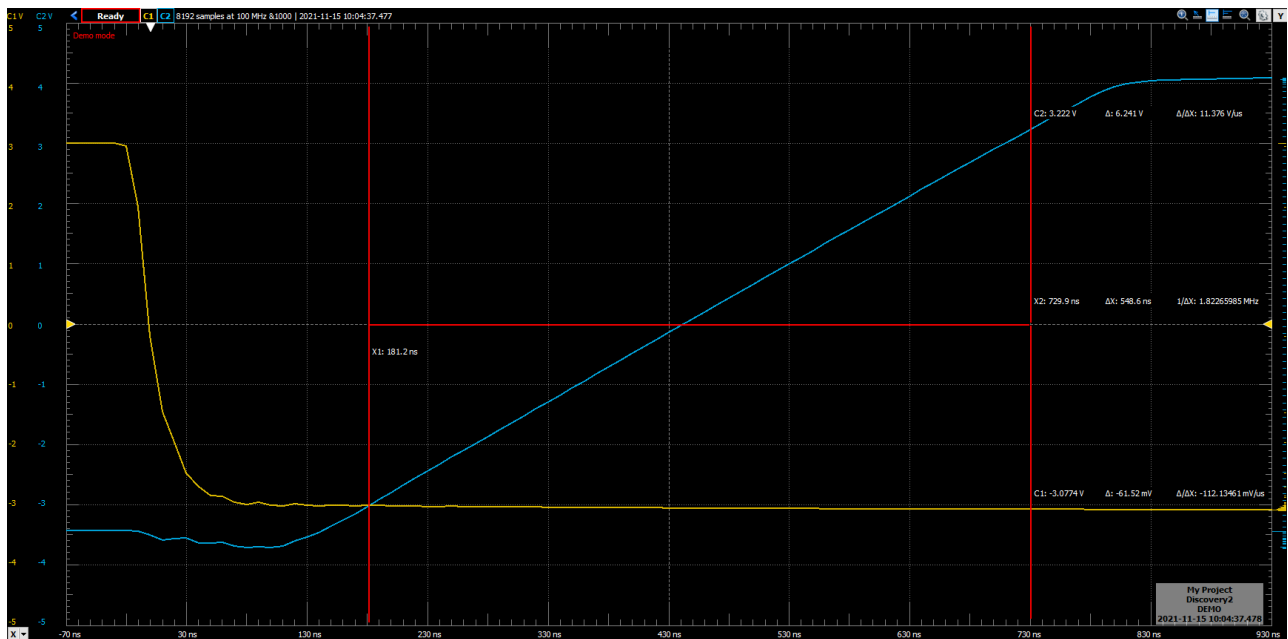


Figura 5: La traccia della rampa in uscita dall'amplificatore visualizzata all'oscilloscopio da cui abbiamo ottenuto la misura diretta dello slew rate.

Che di nuovo risultano sensibilmente inferiori rispetto al valore tipico riportato nel datasheet del TL081, $SR_{\text{exp}} = 10 \text{ V}/\mu\text{s}$, ma comunque compatibili con questo entro poco più del 10%. Come sopra possiamo ipotizzare che questo sia una conseguenza della scelta (forzata per limitazioni dell'AD2) delle tensioni di alimentazione V_{CC} e V_{EE} dell'op-amp minori rispetto ai valori tipici.

3 Circuito derivatore attivo

3.a Risposta in frequenza

Partendo da una misura con i cursori del guadagno a centro banda per i circuiti derivatori attivi

$$A_M = 20.02 \pm 0.09 \text{ dB}$$

$$A_M = 20.01 \pm 0.09 \text{ dB}$$

possiamo ottenere una stima del valore delle frequenze di taglio a bassa f_c e ad alta frequenza f_A dai punti in cui il guadagno diminuisce di un fattore $1/\sqrt{2}$, cioè di circa -3.01 dB rispetto ad A_M .

$$f_c = 3.347 \pm 0.011 \text{ kHz}; \quad f_A = 209 \pm 2 \text{ kHz}$$

$$f_c = \pm \text{ Hz}; \quad f_A = \pm \text{ kHz}$$

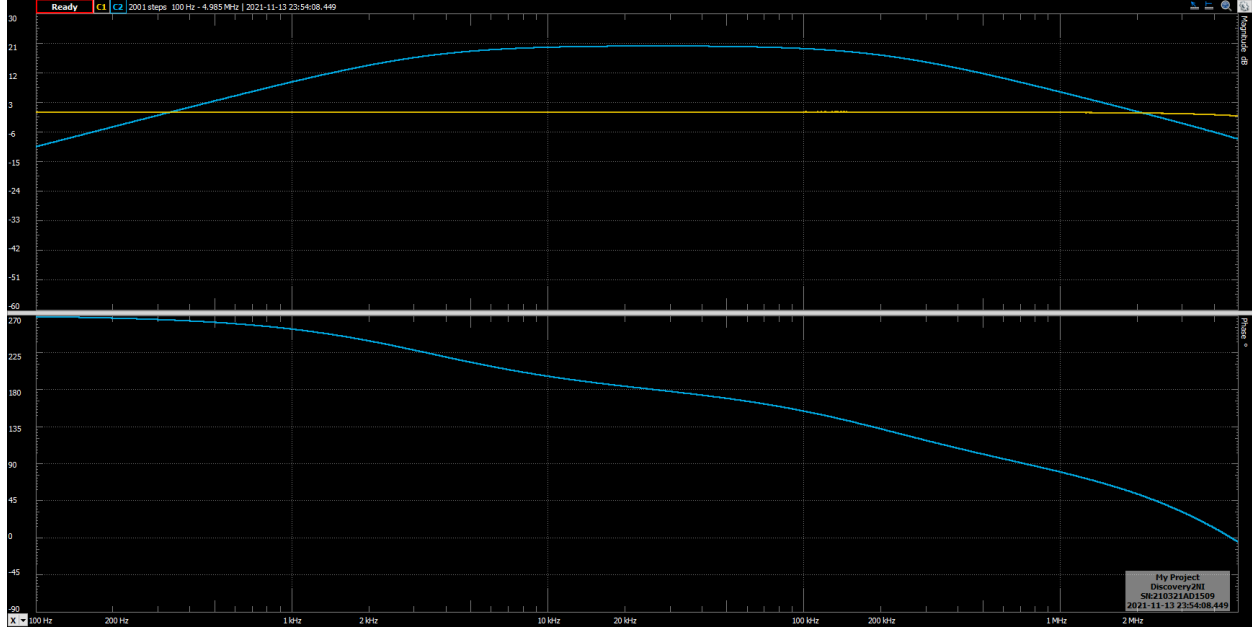


Figura 6: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso al derivatore RC attivo di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

La frequenza di taglio attesa per il filtro passa-alto calcolata a partire dai valori misurati dei componenti dei circuiti è pari a

$$f_{c,exp} = \frac{1}{2\pi R_1 C} = 3.34 \pm 0.13 \text{ kHz} \quad (3)$$

che risulta in ottimo accordo con le nostre misure della frequenza di taglio bassa f_c del circuito derivatore.

Assumendo che il prodotto banda-guadagno rimanga costante possiamo verificare che la frequenza di taglio alta sia dovuta alla limitazione di banda dell'op-amp reale, confrontandola con quella attesa per il guadagno A_M del passa-alto attivo $f_{A,exp} = GBW/A_M = (1.99 \pm 0.02 \text{ MHz})/(10.00 \pm 0.10) = 199 \pm 2 \text{ kHz}$. Questo è compatibile entro il 5% con il valore di frequenza f_A misurato, ma preferiamo controllare che la frequenza di taglio alta del passa-banda corrisponda proprio a quella di un amplificatore con guadagno 10 come ulteriore conferma.

Quindi, una volta realizzato un nuovo amplificatore invertente con la stessa resistenza R_2 del filtro (i.e. scollegando il condensatore) misuriamo dal plot di Bode la frequenza di taglio con i cursori $f_H = 207.8 \pm 1.3 \text{ kHz}$

Questa è compatibile entro l'incertezza con f_A misurata per il derivatore, per cui possiamo dire che il circuito si comporta come un passa-banda per via del limite in frequenza dell'op-amp, il quale determina la frequenza di taglio alta del filtro.

3.b Risposta ad un'onda triangolare

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-alto un segnale triangolare di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2 \text{ mV}$ e frequenza $f = 100.0 \pm 1.6 \text{ Hz}$.

In uscita dai due circuiti abbiamo trovato un'onda quadra, come in figura 8 di cui riportiamo le misure di ampiezza:

$$v_{out} = \pm \text{mV}$$

$$v_{out} = \pm \text{mV}$$

per cui effettivamente il segnale in uscita assume la forma della derivata del segnale in ingresso, con ampiezza ridotta di circa la metà $A_v = v_{out}/v_{in} = \pm$, in accordo con quanto ci aspettiamo.

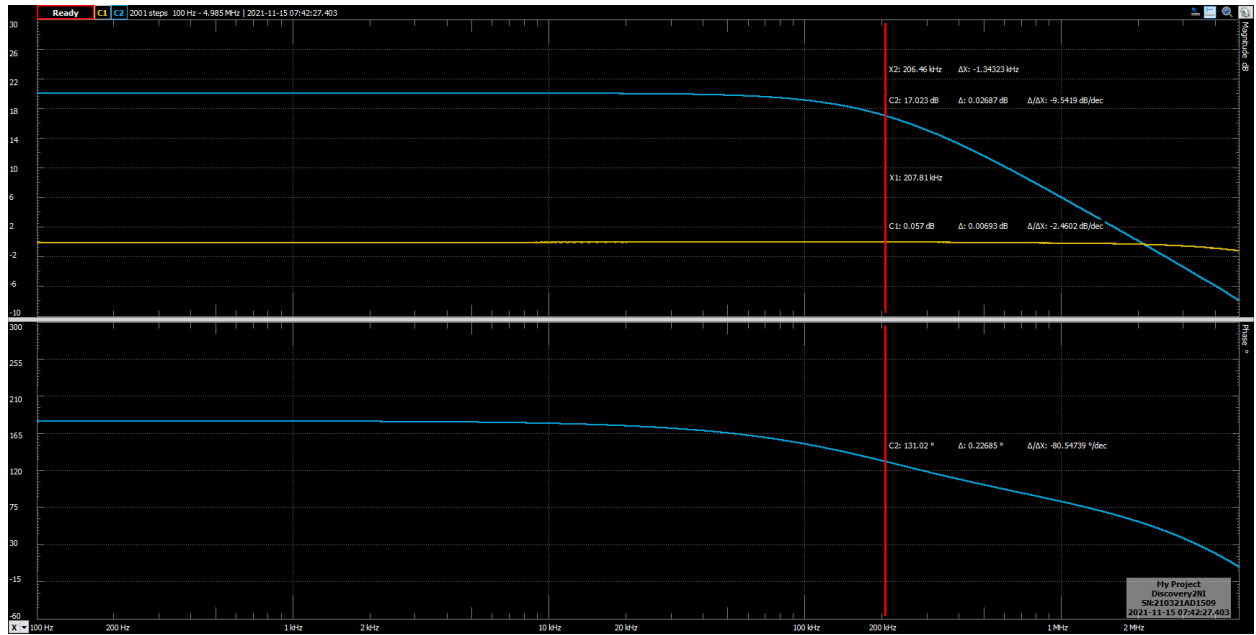


Figura 7: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore invertente (con $R_2^f = 10$) di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

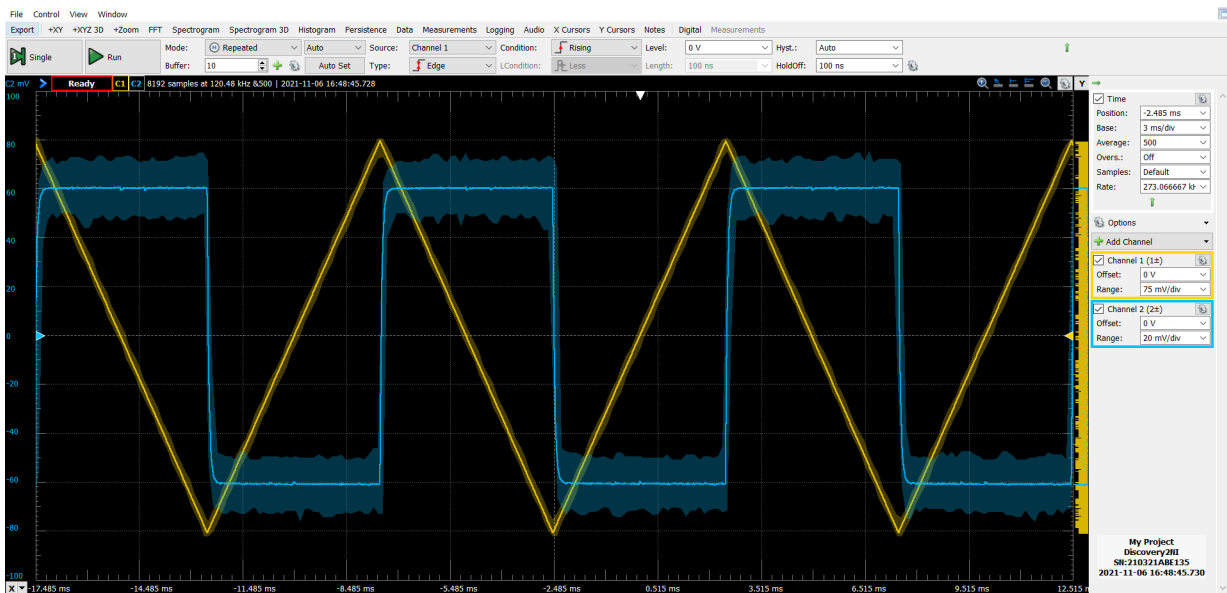


Figura 8: Risposta del circuito derivatore ad un segnale triangolare di ampiezza 200 mV e $f = 100$ Hz in ingresso.

Per frequenze $f \ll f_c$ il filtro è in regime di taglio, per cui si comporta come un derivatore, dunque la forma d'onda in uscita è un'onda quadra di ampiezza sempre minore al diminuire della frequenza.

Per frequenze $f_c \ll f \ll f_A$ come ci si aspetta, la forma d'onda in uscita rimane visivamente inalterata rispetto all'onda triangolare in ingresso, che risulta però amplificata in ampiezza di un fattore $A_M \sim 10$.

Nel regime intermedio $f \sim f_c$ all'uscita del filtro RC osserviamo un'onda "a pinna di squalo" caratteristica della carica e della scarica del condensatore con cui abbiamo costruito il nostro filtro passa-alto.

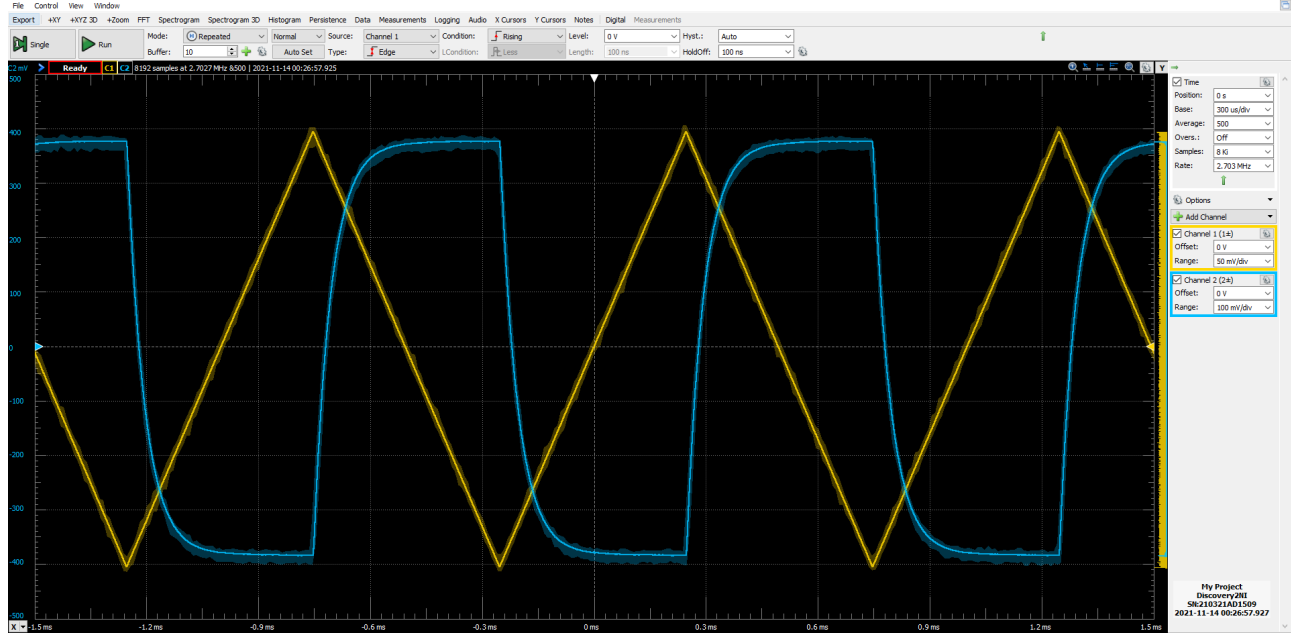


Figura 9: Onda a pinna di squalo in risposta ad un triangolo di ampiezza 200 ± 2 mV e $f = 1000 \pm 16$ Hz in ingresso al circuito derivatore.

Per frequenze $f \gg f_A$ il filtro torna in regime di taglio, ma ora si comporta grosso modo come un integratore, infatti la forma d'onda in uscita è costituita da una serie di parabole con concavità rivolte verso l'alto e verso il basso con ampiezza sempre minore all'aumentare della frequenza.

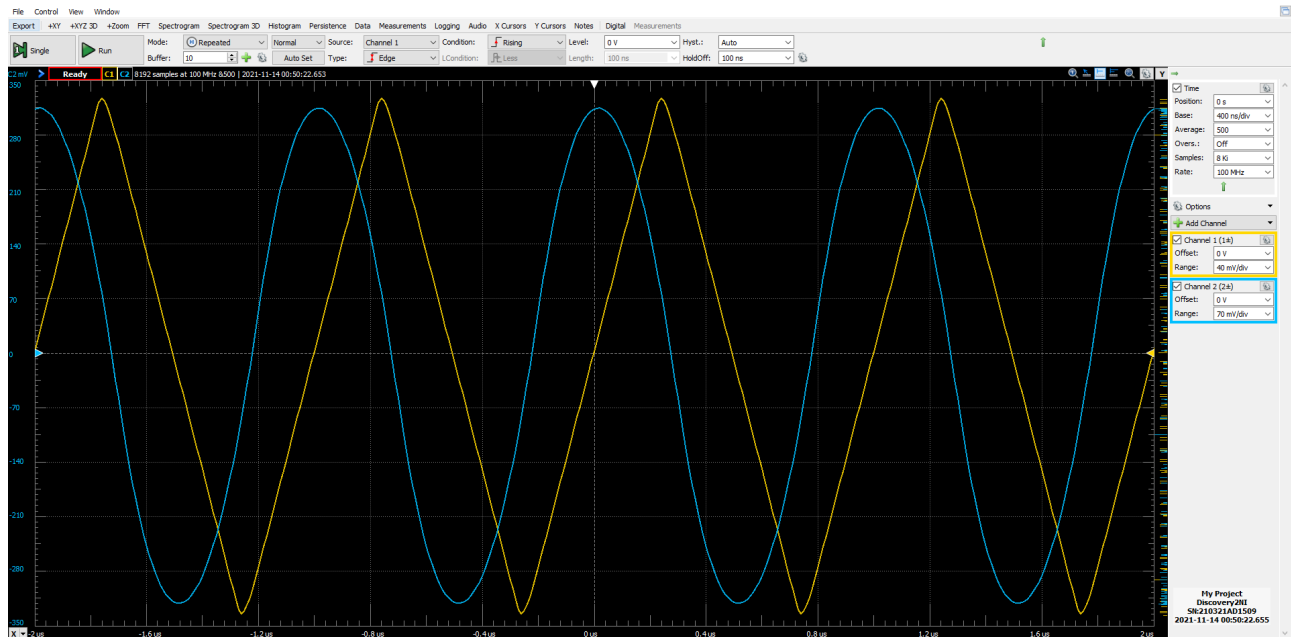


Figura 10: Parabole con concavità alternanti in risposta ad un triangolo di ampiezza 200 ± 2 mV e $f = 1.00 \pm 0.02$ MHz in ingresso al circuito derivatore.

3.c Confronto con i valori attesi

4 Circuito integratore attivo

4.a Risposta in frequenza

Di nuovo utilizzando i cursori abbiamo misurato come guadagno a centro banda per i circuiti integratori

$$A_M = 19.92 \pm 0.09 \text{ dB}$$

$$A_M = \pm \text{ dB}$$

Dunque abbiamo ricavato le nostre stime per le frequenze di taglio del filtro passa-basso dal punto in cui il guadagno diminuisce di -3.01 dB rispetto ad A_M :

$$f_c = 335 \pm 2 \text{ Hz}$$

$$f_c = \pm \text{ Hz}$$

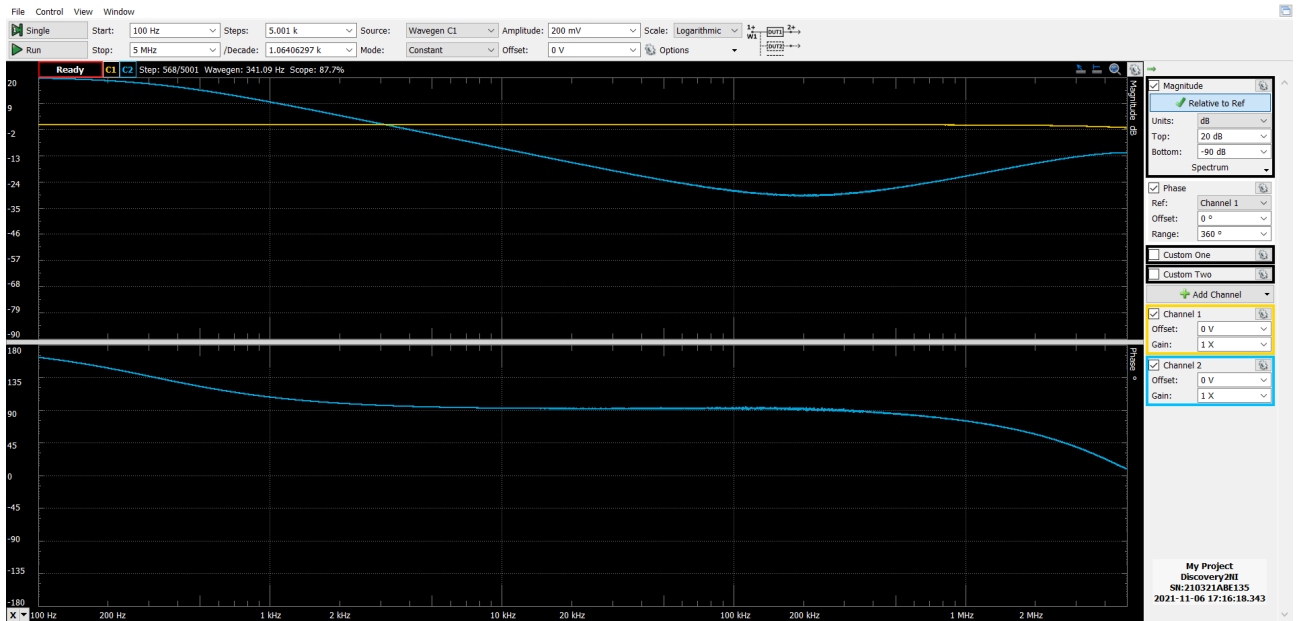


Figura 11: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 10 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'integratore RC attivo di ampiezza costante $v_{in} = 200 \text{ mV}$.

La frequenza di taglio attesa per il filtro passa-basso calcolata a partire dai valori misurati dei componenti dei circuiti risulta

$$f_{c,\text{exp}} = \frac{1}{2\pi R_2 C} = 334 \pm 13 \text{ Hz} \quad (4)$$

che risulta in ottimo accordo con le nostre misure della frequenza di taglio bassa f_c del circuito derivatore.

4.b Risposta ad un'onda quadra @ 10 kHz

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-basso un'onda quadra di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2 \text{ mV}$ e frequenza $10.02 \pm 0.12 \text{ kHz}$.

In uscita abbiamo trovato un'onda triangolare, come si vede in figura 12 di cui riportiamo le misure di ampiezza:

$$v_{\text{out}} = 107.3 \pm 1.3 \text{ mV}$$

$$v_{\text{out}} = \pm \text{ mV}$$

per cui effettivamente il segnale in uscita è la forma d'onda integrale di quella in ingresso, con ampiezza ridotta di circa la metà $A_v = v_{\text{out}}/v_{\text{in}} = 0.537 \pm 0.008$, in accordo con quanto ci aspettiamo.

Per frequenze $f \ll f_c$ come è ragionevole aspettarsi, la forma d'onda in uscita non è apprezzabilmente cambiata rispetto all'onda quadra in ingresso, ma risulta soltanto amplificata in ampiezza di un fattore $A_M \sim 10$.

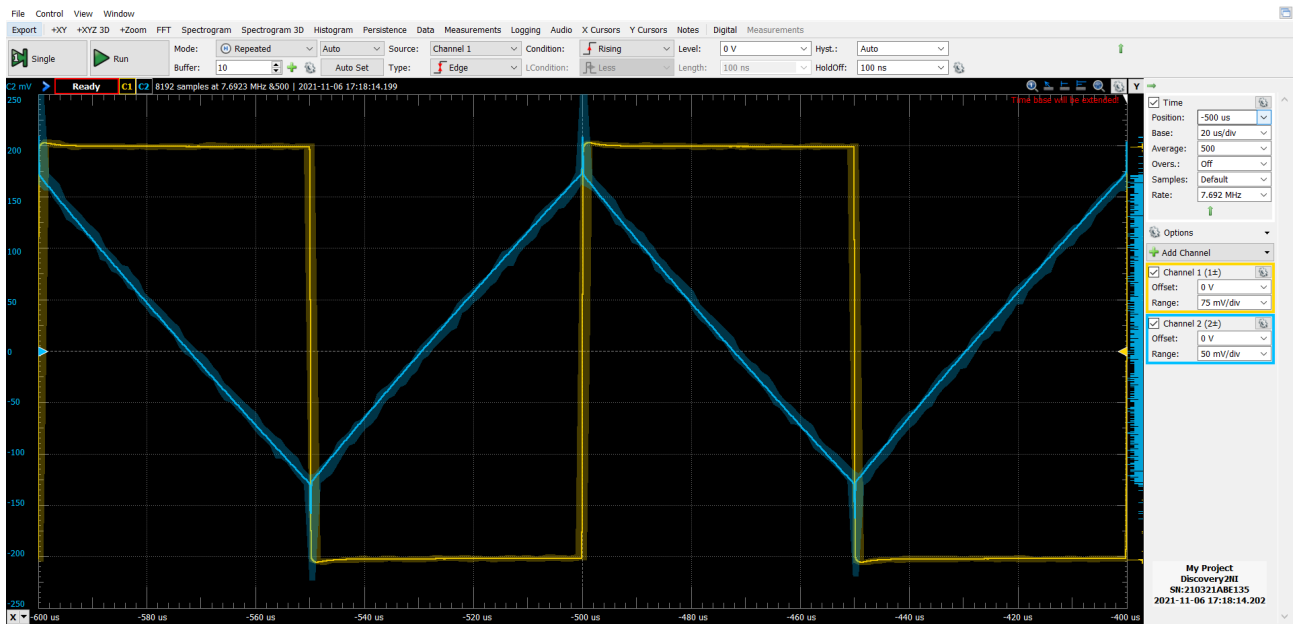


Figura 12: Risposta del circuito integratore ad un'onda quadra di ampiezza 200 mV e $f = 10$ kHz in ingresso.

Per frequenze $f \gg f_c$ il filtro è in regime di taglio, per cui si comporta come un integratore, dunque la forma d'onda in uscita è un'onda triangolare di ampiezza sempre minore al crescere della frequenza.

Nel regime intermedio $f \sim f_c$ all'uscita del filtro RC osserviamo un'onda "a pinna di squalo" che corrispondono alle curve di carica e scarica del condensatore al passaggio da basso ad alto e viceversa dell'onda quadra in ingresso.

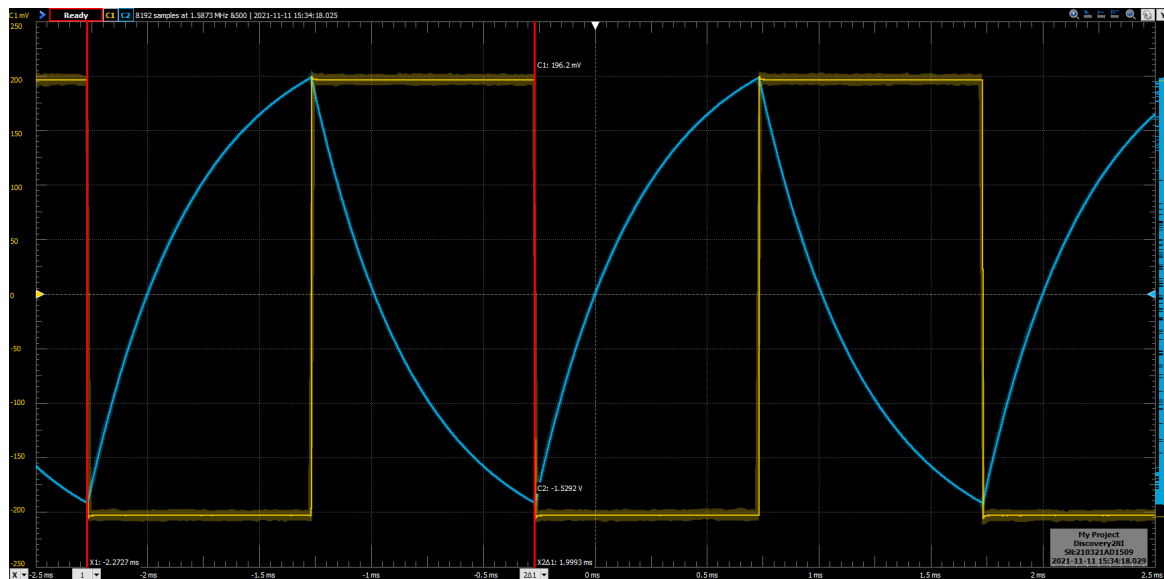


Figura 13: Onda a pinna di squalo in risposta ad un'onda quadra di ampiezza 200 mV e $f = 500 \pm 6$ Hz in ingresso al circuito integratore.

5 Circuito amplificatore non invertente

5.a Risposta in frequenza

5.b Misure di guadagno e frequenza di taglio

Partendo da una misura con i cursori del guadagno a centro banda, $A_V = 19.65 \pm 0.05$ dB = 9.65 ± 0.08 , possiamo ottenere una stima del valore delle frequenze di taglio a bassa f_L e ad alta frequenza f_H dai punti in

Figura 14: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore non-invertente di ampiezza costante $v_{\text{in}} = 200$ mV.

cui il guadagno diminuisce di un fattore $1/\sqrt{2}$, cioè di circa -3.01 dB rispetto ad A_V .

$$f_L = 80.77 \pm 0.12 \text{ Hz}$$
$$f_H = 646.1 \pm 0.5 \text{ kHz}$$

Figura 15: Sovrapposizione dei plot di Bode ottenuti per l'amplificatore non-invertente.

Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a costruire e studiare alcuni dei circuiti più comuni che si possono realizzare con un amplificatore operazionale, tra cui: due filtri attivi, passa-basso e passa-alto, un amplificatore di tensione invertente (e uno non). In particolare siamo riusciti ad apprezzare il differente comportamento dei circuiti (anche in regime non lineare) dare una stima di guadagno, impedenza di ingresso e frequenze caratteristiche della loro risposta in frequenza.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.