

Esperienze di ottica 2

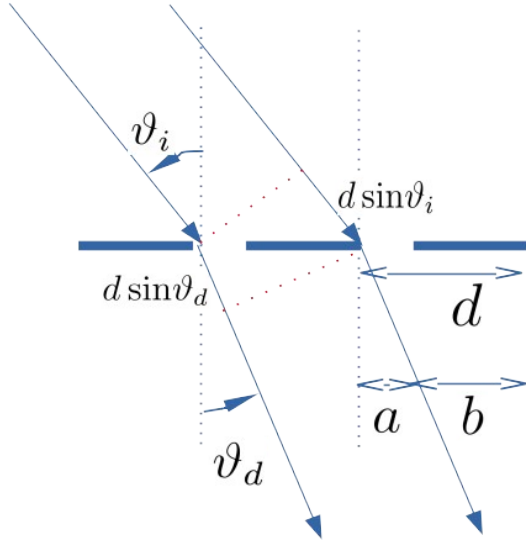
1. Misura della lunghezza d'onda di un laser a diodo mediante un reticolo di diffrazione
2. Misura della lunghezza d'onda di una riga di emissione di una lampada a mercurio mediante un interferometro di Michelson

Esperienza 1. Introduzione: reticolo di diffrazione (1/5)

Reticolo di diffrazione: in generale, superficie piana (ma puo' essere anche curva) sulla quale sono tracciate strutture periodiche, che incidono, modificandone l'ampiezza e/o la fase, sulla riflessione/trasmissione della luce

Assunzione "di base"

Principio di Huygens-Fresnel: Ogni punto di un fronte d'onda puo' essere considerato come origine di una sorgente (secondaria) di onde sferiche; i fronti d'onda del campo e.m. risultante sono dati dall'involuppo di queste onde (Huygens); il campo e.m. risultante risulta dall'interferenza di queste onde (Fresnel).



Differenza di cammino (ottico) tra due "fenditure" contigue

$$l = d (\sin \vartheta_i - \sin \vartheta_d)$$

Differenza di fase tra due "fenditure" contigue

$$\delta = k l = \frac{2\pi}{\lambda} d (\sin \vartheta_i - \sin \vartheta_d)$$

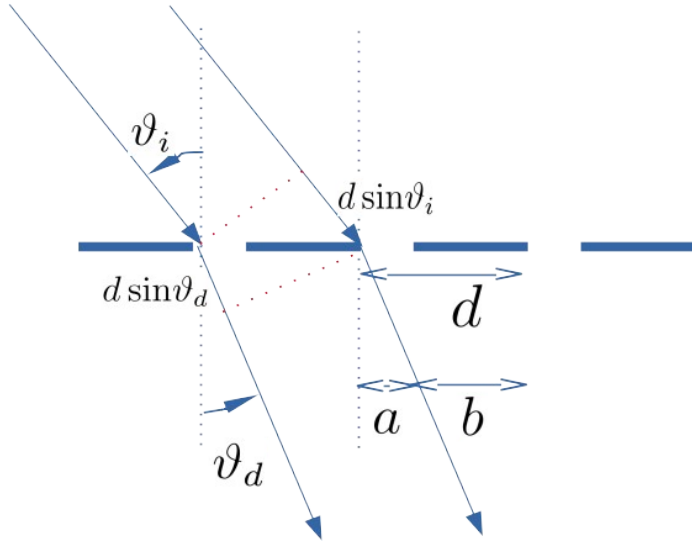
Se E_1 e' il campo elettrico "dovuto" alla prima fenditura, i campi dovuti alle altre fenditure sono

$$E_2 = E_1 e^{-i\delta}, E_3 = E_1 e^{-2i\delta}, \dots, E_N = E_1 e^{-(N-1)\delta}$$

Campo totale (sovrapposizione lineare)

$$E = E_1 \left(1 + e^{-i\delta} + e^{-2i\delta} + \dots + e^{-(N-1)\delta} \right) = E_1 \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}}$$

Esperienza 1. Introduzione: reticolo di diffrazione (2/5)



Campo elettrico risultante

$$E = E_1 \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} = E_1 \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} e^{-i(N-1)\delta/2}$$

Ampiezza del campo elettrico risultante

$$A = A_1 \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

A_1 : ampiezza reale dell'onda dalla singola fenditura

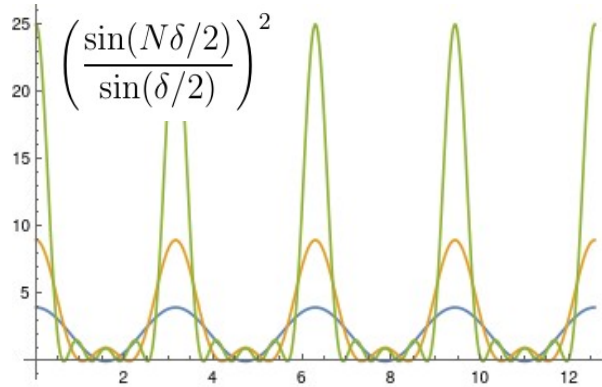
A : ampiezza reale dell'onda risultante

Intensità risultante

$$I = I_1 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2$$

$$\delta = k l = \frac{2\pi}{\lambda} d (\sin \vartheta_i - \sin \vartheta_d)$$

Esperienza 1. Introduzione: reticolo di diffrazione (3/5)



Intensita' risultante

$$I = I_1 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2$$

$$\delta = k l = \frac{2\pi}{\lambda} d (\sin\vartheta_i - \sin\vartheta_d)$$

Massimi (principali) per

$$\delta/2 = m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

ovvero

$$d (\sin\vartheta_i - \sin\vartheta_d) = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1)$$

In corrispondenza di questi massimi

$$I = N^2 I_1$$

Nelle direzioni che soddisfano la (1) si osservano massimi di intensita'; in queste direzioni l'intensita' e' N^2 volte piu' grande dell'intensita' dell'onda inviata da una sola fenditura nella stessa direzione

Tra due massimi principali si trovano $N-1$ minimi e $N-2$ massimi secondari; per N "grande", l'intensita' dei massimi secondari e' trascurabile

Esperienza 1. Introduzione: reticolo di diffrazione (4/5)

Osservazione 1. Non tutti gli ordini di diffrazione previsti dalla (1) sono permessi. Infatti:

$$|\sin \vartheta_d| \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \left| \sin \vartheta_i - \frac{m\lambda}{d} \right| \leq 1$$

Ad esempio, per incidenza normale,

$$|m| \leq d/\lambda$$

Osservazione 2. Per un reticolo “grossolano” (d grande rispetto alle lunghezze d’onda in gioco, come nel nostro caso in laboratorio), la (1) predice angoli di deviazione piccoli. Come si fa ad ottenere angoli di deviazione “osservabili”?

→ Incidenza radente. Dalla (1), sviluppando in serie di Taylor rispetto a

$$\xi = \frac{\vartheta_d - \vartheta_i}{\vartheta_i} \ll 1$$

si ottiene $d \cos \vartheta_i \cdot (\vartheta_i - \vartheta_d) = m\lambda$

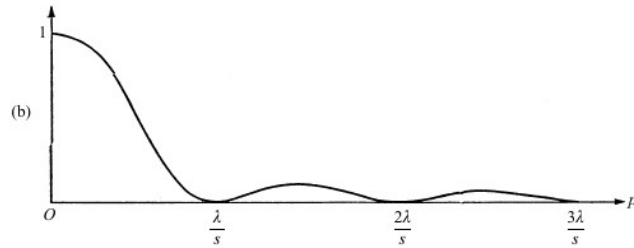
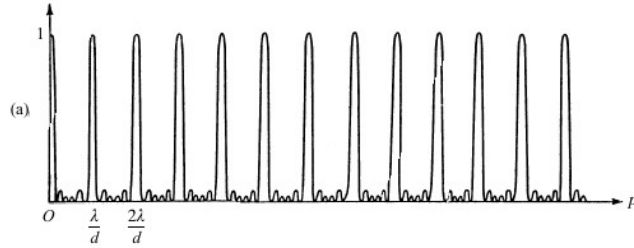
Questa formula ricorda quella originaria, con il passo d sostituito da $d \cos(\theta_i)$; utilizzare angoli di incidenza grandi (incidenza radente) equivale dunque a diminuire il passo. E’ quello che farete in laboratorio.

Osservazione 3. Per $m=0$

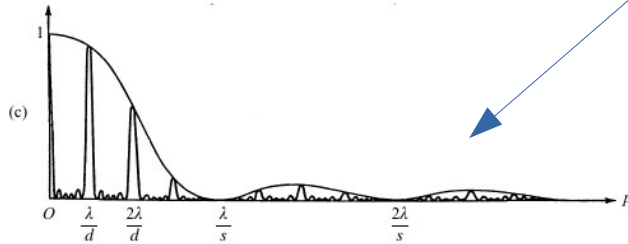
- a) la direzione del massimo non dipende dalla lunghezza d’onda
- b) riflessione speculare

Esperienza 1. Introduzione: reticolo di diffrazione (5/5)

Finora abbiamo considerato solo il termine derivante dall'interferenza tra i campi dalle varie fenditure...



$$I = I_1 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2$$



Questo e' il caso di fenditura piana rettangolare (ampiezza trasmessa ~funzione a gradino, fase trasmessa =0). Sagomando opportunamente il reticolo si puo' fare in modo di "modulare" l'intensita' nei vari ordini di diffrazione (*reticoli "blazed"*)

Esperienza 1. Misura della lunghezza d'onda di un laser a diodo

Scopo dell'esperienza: misurare la lunghezza d'onda di un laser a diodo utilizzando un reticolo di diffrazione costituito dalla scala graduata di un calibro

Device Name	CPS635R
Serial Number:	C191010-238
Peak Wavelength:	636.4 nm
Manufacturer:	Thorlabs GmbH

Tested by: Shirley Crawford
Date of Manufacturing: 24-Oct-2019
QA: PASS



Summary of Test Data (CW, Tcase ~25°C)

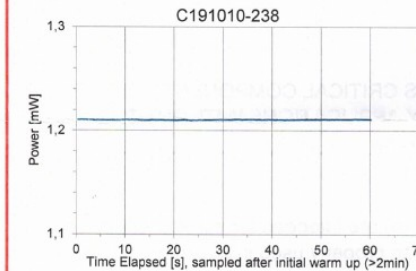
Parameter	Value	Unit
Output Power *	1.2	mW
Operating Current *	50	mA
Short term Power Stability **	0.1	%

* Average over 1 minute ** Defined as the ratio between the peak-to-peak Power Swing and Average Power within 1 minute.

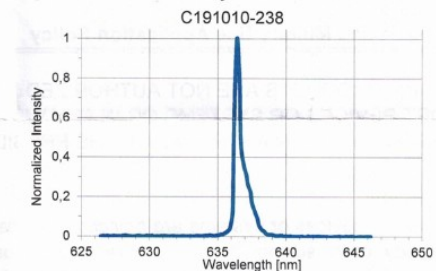
Operation Range

Parameter	Range	Unit
Operating Voltage	4.9 to 5.2	V
Storage Temperature	-30 to 70	°C
Operation Temperature	-10 to 50	°C

Output Power



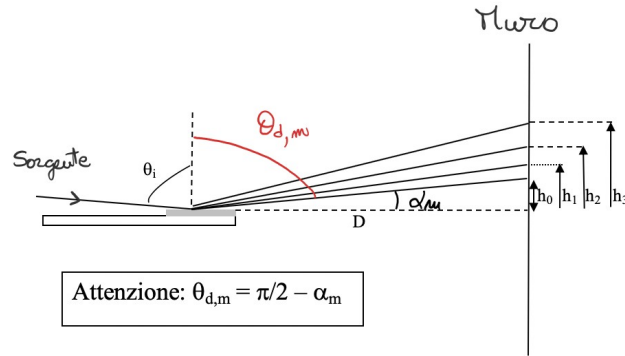
Spectrum measured by: CCS175



Esperienza 1. Setup sperimentale

Scala graduata del calibro: struttura regolare, con passo di 1mm (reticolo di diffrazione in riflessione)

Come abbiamo visto sopra, per rendere più piccolo possibile il passo reticolare “apparente”, si lavora ad incidenza quasi radente (θ_i prossimo a 90°)



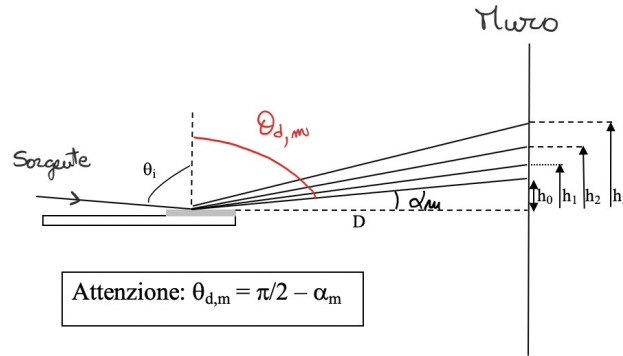
Poiché gli angoli di diffrazione sono comunque piccoli, l'osservazione delle frange si effettua sulla parete, a grande distanza



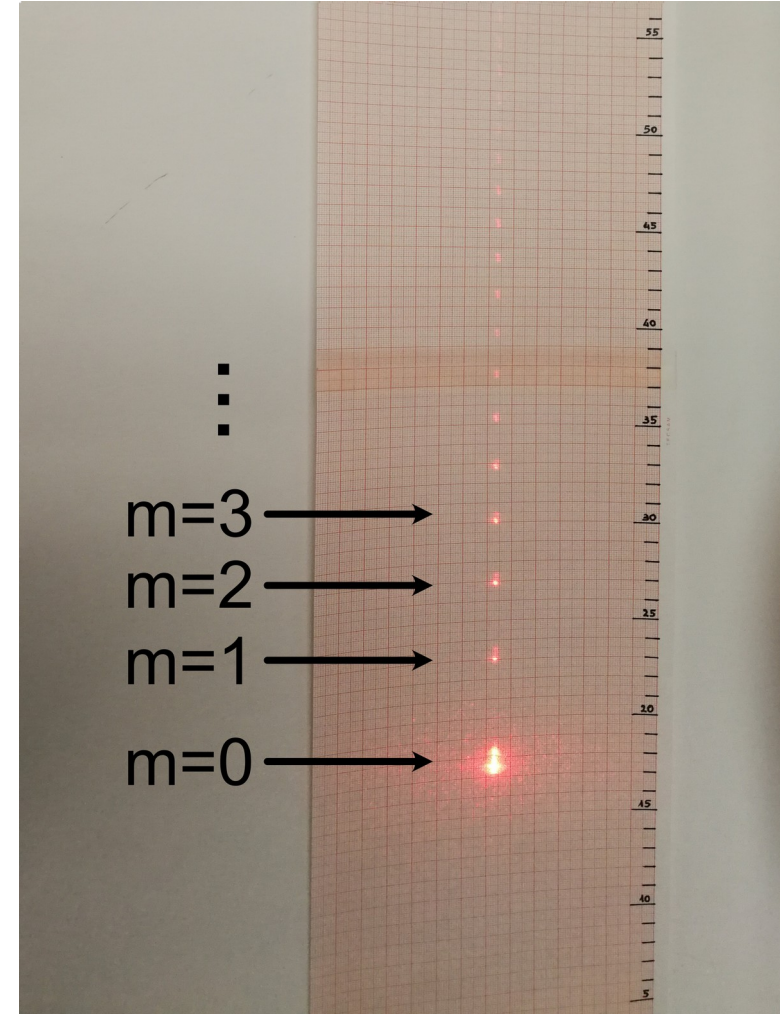
Esperienza 1. Setup sperimentale

Scala graduata del calibro: struttura regolare, con passo di 1mm (reticolo di diffrazione in riflessione)

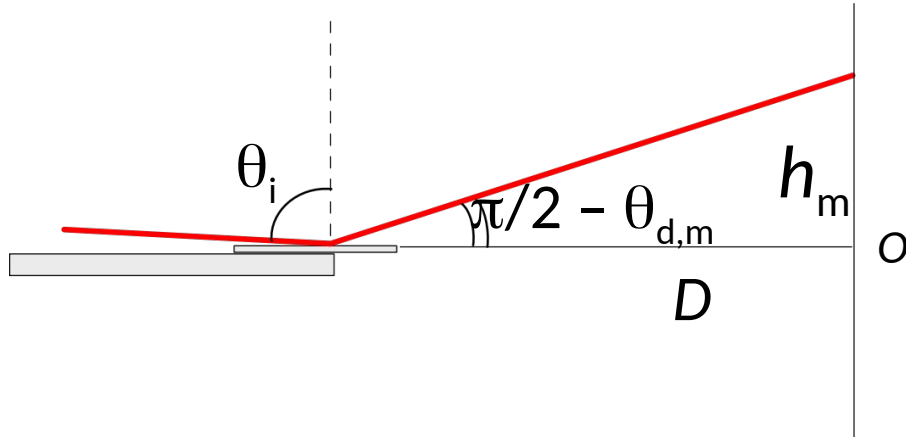
Come abbiamo visto sopra, per rendere più piccolo possibile il passo reticolare “apparente”, si lavora ad incidenza quasi radente (θ_i prossimo a 90°)



Poiché gli angoli di diffrazione sono comunque piccoli, l'osservazione delle frange la si effettua sulla parete, a grande distanza (utilizzando carta millimetrata)



Esperienza 1. Procedimento da seguire



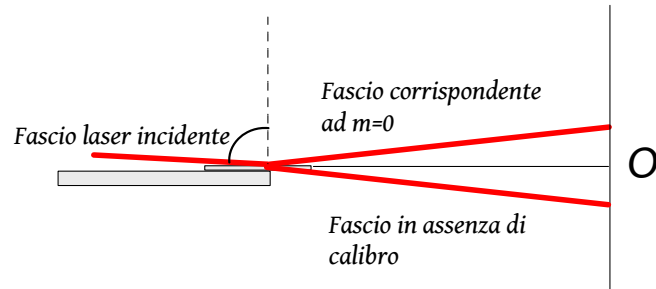
1. Misurare l'angolo di diffrazione per diversi ordini

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_{d,m}\right) = \frac{h_m}{D} \quad \Rightarrow \quad \sin \vartheta_{d,m} = \sqrt{\frac{1}{1 + (h_m/D)^2}}$$

2. Utilizzare la relazione (che deriva dalla (1))

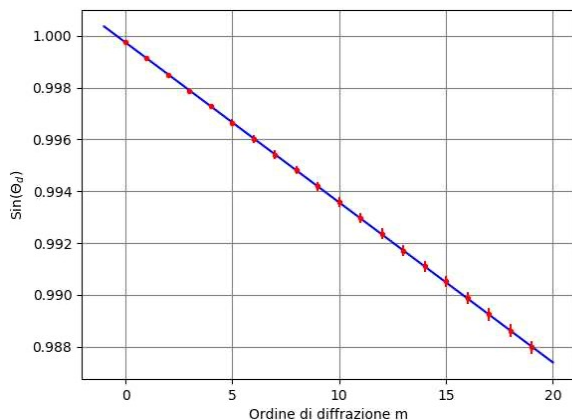
$$\sin \vartheta_{d,m} = -m \left(\frac{\lambda}{d}\right) + \sin \vartheta_i$$

per ricavare la lunghezza d'onda mediante un fit lineare



Osservazione. Come si ricava il punto O, rispetto al quale sono misurate le altezze? Considerando quanto detto sopra (per $m=0$ si ha riflessione speculare), lo si può ricavare come punto di mezzo tra l'ordine zero (primo spot in presenza del calibro) e il fascio in assenza del calibro (il calibro è posto al bordo del tavolo)

Esperienza 1. Analisi dei dati ed errori



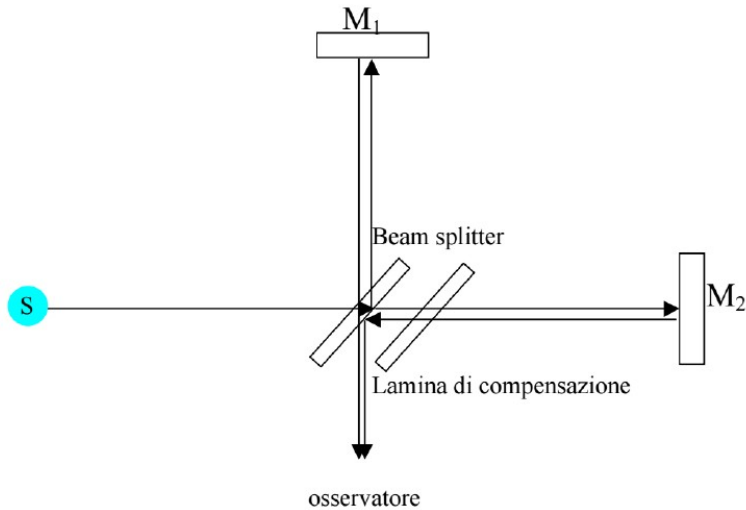
La procedura di fit fornirà un grafico come quello accanto.

Molto spesso accade che il valore di λ ottenuto dal fit non è accurato, discostandosi di svariati nm da quello nominale (molto più dell'incertezza sui parametri).

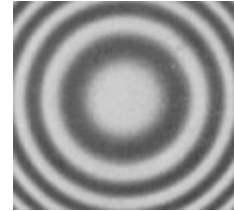
La discrepanza è dovuta a una non corretta valutazione dell'incertezza sulle misure, che non tiene conto dell'elevata incidenza degli errori sistematici rispetto a quelli strumentali.

- Gli errori sistematici sono la principale fonte di rischio in questo esperimento. Fonti principali di errore sistematico:
 - Determinazione del centro dello spot di incidenza sul calibro (circa 10 cm di lunghezza)
 - Determinazione del centro degli spot degli ordini di interferenza
 - Difficoltà di misurazione di D con il metro a nastro, ad esempio per un non corretto posizionamento dell'estremità del metro oppure per una cattiva angolazione.
 - Trattandosi di errore sistematico usare nel fit di Python il flag `absolute_sigma = True`.

Esperienza 2. Introduzione: interferometro di Michelson



Per M2 esattamente perpendicolare ad M1 si osserva un sistema di frange circolari



Per M2 non perpendicolare ad M1, il pattern e' piu' complesso. Lo specchio M2 e' dotato di due viti di regolazione dell'inclinazione (tilt) per effettuare questo allineamento

Una volta allineato l'interferometro, spostando lo specchio M1, e dunque modificando la differenza di cammino ottico tra i due bracci, si assiste, in un punto dello schermo (osservatore) preso come riferimento, al passaggio di un numero di frange (massimo/minimo) dato dalla relazione

$$2\Delta x = m\lambda$$

Il fattore 2 deriva dal fatto che uno spostamento Δx di M1 induce, nel braccio corrispondente, un cambiamento di cammino ottico $2 \Delta x$ (dovuto all'andata e ritorno del fascio)

Da questa relazione si puo' ricavare la lunghezza d'onda, contando il numero di frange corrispondenti ad uno spostamento di lunghezza nota

Esperienza 2. Scopo dell'esperienza

Misurazione della lunghezza d'onda di una riga spettrale (la più intensa) di una lampada Hg mediante un interferometro di Michelson

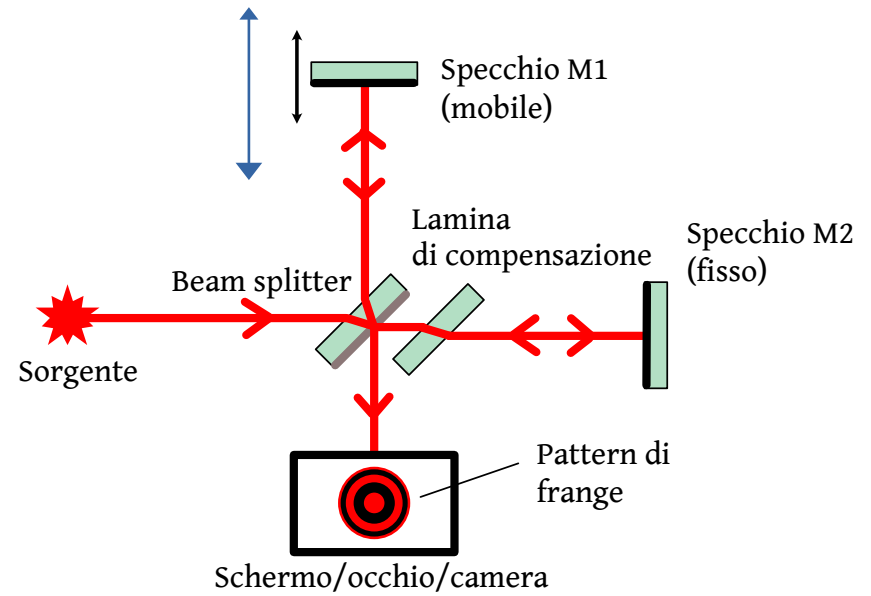
$$2\Delta x = m\lambda$$

Per lunghezze d'onda nel visibile, lo spostamento di una frangia corrisponde a variazioni di cammino ottico sub-micrometriche

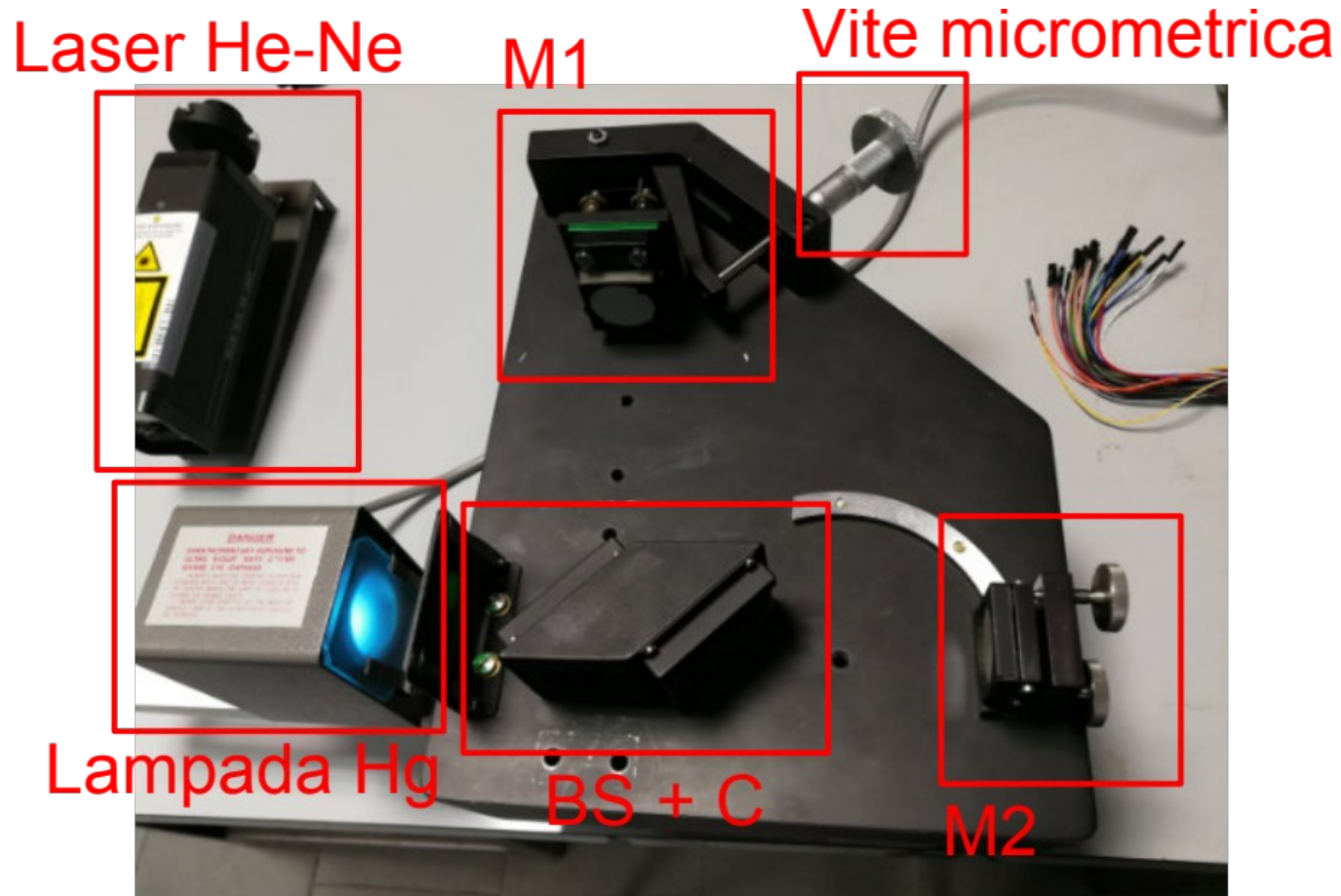
Per poter utilizzare viti micrometriche manuali, occorre un meccanismo di “demoltiplica”, che faccia corrispondere ad uno spostamento della vite di ~10micrometri spostamenti dello specchio più piccoli

Esperienza composta di due fasi:

- 1) calibrazione dello spostamento effettivo dello specchio M1 in funzione della lettura sulla vite micrometrica
- 2) misura della lunghezza d'onda della riga verde della lampada Hg



Esperienza 2. Apparato sperimentale



Esperienza 2. Step 1.

1. Calibrazione dello spostamento effettivo dello specchio M1 in funzione della lettura sulla vite micrometrica

Si utilizza la formula già vista $2\Delta x = m\lambda$

con una lunghezza d'onda nota. In questo caso, si utilizza la riga rossa di un laser HeNe (632.8nm).

Se

$$\Delta x = f \cdot \Delta l$$

Spostamento (misurato) della vite micrometrica

Spostamento effettivo dello specchio

$$f = \left(\frac{m\lambda_{\text{HeNe}}}{2\Delta l} \right)$$

Dal punto di vista operativo:

- montare il laser HeNe
- montare la telecamera sul cavalletto ed ottimizzare l'interferometro in modo da vedere le frange
- contare le frange corrispondenti ad un dato spostamento della vite micrometrica,

- Errore strumentale di lettura della vite micrometrica (ris. 10 μm)
- Errore nella lettura delle frange passate ($Dm = 1-2$ frange?)
- Per minimizzare l'errore sistematico si effettuano letture da diversi operatori e si fa una statistica dei risultati ottenuti



Esperienza 2. Step 2.

2) Misura della lunghezza d'onda della riga verde della lampada Hg

Si utilizza ancora la consueta formula già vista

$$2\Delta x = m\lambda$$

con

$$\Delta x = f \cdot \Delta l$$

Spostamento (misurato) della vite micrometrica

Spostamento effettivo dello specchio

In questo caso si vuole calcolare la lunghezza d'onda:

$$\lambda_{Hg} = \frac{2 f \Delta l}{m}$$

Dal punto di vista operativo:

- montare la lampada a Hg, ed inserire il filtro che ne seleziona la riga verde (la lampada emette su un ampio spettro)
- montare la telecamera sul tavolo ed ottimizzare l'interferometro in modo da avere le frange sulla telecamera
- contare le frange corrispondenti ad un dato spostamento della vite micrometrica,



Esperienza 2. Osservazioni

Osservazione 1. La visibilità e la dimensione delle frange sono molto diverse nei due casi

Osservazione 2. La lunghezza di coerenza della riga della lampada Hg è molto piccola (mm), rispetto a quella della riga del laser HeNe. Se le lunghezze dei cammini ottici nei due bracci differiscono per più della lunghezza di coerenza, non si formano le frange.