

Es06A: Oscillatore sinusoidale a ponte di Wien con Amplificatore Operazionale

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi

15 dicembre 2021

Misura componenti dei circuiti

Resistenze [k Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1	9.96	0.8	C_2	10.5	0.4
R_2	9.95	0.08	C_1	9.6	0.4
R_3	9.97	0.08			
R_4	9.97	0.08			
R_5	9.93	0.08			

Tabella 1: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Nota sul metodo di fit

Per determinare i parametri ottimali e le rispettive covarianze si è implementato in `Python` un algoritmo di fit basato sui minimi quadrati mediante la funzione `curve_fit` della libreria `SciPy`.

1 Misura del loop-gain βA_v

Dopo aver preparato i componenti ed averli correttamente misurati, si è montato il circuito per la misura del loop-gain $\beta(j\omega)\bar{A}$ tramite il circuito nello schema in fig. 11

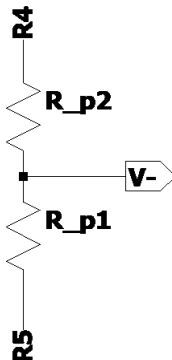


Figura 1: Schema circuitale di massima per il funzionamento del potenziometro POT_1 .

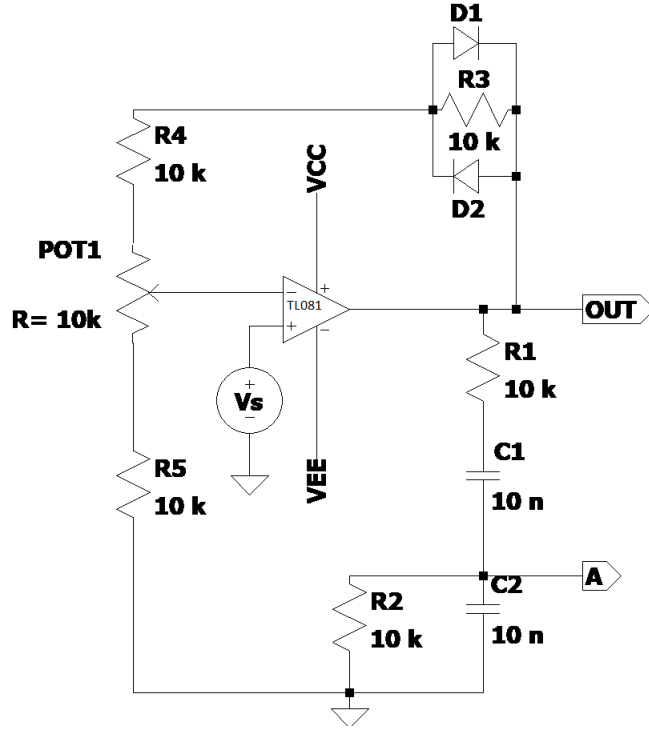


Figura 2: Schema circuitale per misurare il loop-gain.

Il circuito è formato da due sottocircuiti collegati in serie: il primo è un amplificatore non invertente formato dall'opAmp, R_3, R_4, POT_1 (che a sua volta può essere considerato come la somma di due resistenze in serie R_{p1} e R_{p2} , posizionati come in fig. 1) e R_5 ; si è trascurato l'effetto dei diodi dal momento in cui V_{R_3} sarà sempre molto inferiore al V_γ dei diodi $\approx 0.7V$, non permettendogli di andare in conduzione. Il guadagno di questo anello è quindi governato dalla legge

$$A = 1 + \frac{R_{p2} + R_3 + R_4}{R_{p1} + R_5} \quad (1)$$

Per completezza si è misurato anche la resistenza totale del potenziometro $R_{POT} = 9.84 \pm 0.08k\Omega$. Il secondo sottocircuito invece è una rete di feedback positivo costruito con due impedenze, una in serie e l'altra in parallelo

$$Z_S(R_1, C_1) = R_1 + \frac{1}{sC_1} = R_1 \frac{s + \frac{1}{C_1 R_1}}{s} \quad (2)$$

$$Z_P(R_2, C_2) = \frac{R_2}{1 + sR_2 C_2} = R_2 \frac{\frac{1}{C_2 R_2}}{s + \frac{1}{C_2 R_2}} \quad (3)$$

che definiscono un guadagno pari a

$$\beta = \frac{Z_P}{Z_S + Z_P} = \frac{1}{Z_S/Z_P + 1} \quad (4)$$

Chiamando $\omega_1 = 1/(R_1 C_1)$ e $\omega_2 = 1/(R_2 C_2)$ e sviluppando l'equazione, si ottiene

$$\beta(s) = \frac{1}{1 + Z_S/Z_P} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} \frac{(s + \omega_1)(s + \omega_2)}{s\omega_2}} = \frac{R_2}{R_1} \frac{s\omega_2}{\omega_1\omega_2 + s^2 + \left[\omega_1 + \omega_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right] s} \quad (5)$$

Per le condizioni di Barkhausen, sostituendo $s = j\omega$

$$\beta(j\omega) = \frac{R_2}{R_1} \frac{j\omega\omega_2}{\omega_1\omega_2 - \omega^2 + j\omega \left[\omega_1 + \omega_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right]} \in \mathbb{R}^+ \quad (6)$$

Da cui impongo (per fare in modo che le unità immaginarie si cancellino)

$$\omega_1\omega_2 - \omega_0^2 = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$$

Se però vado a sostituire i valori nominali, dato che tutte le resistenze sarebbero uguali tra di loro = $10k\Omega$ e anche le capacità = $10nF$, il guadagno complessivo $L(j\omega)$ diventa

$$\tilde{\omega} = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2} \implies \omega_0 = \tilde{\omega}$$

$$L(j\tilde{\omega}) = A\beta(j\tilde{\omega}) = A\frac{\tilde{\omega}}{3\tilde{\omega}} = \frac{A}{3}$$

Infine, dato che l'oscillazione deve autosostenersi ed essere stabile, c'è bisogno che il guadagno complessivo dei 2 anelli sia = 1, il che vuol dire che ci sarà bisogno di spostare il potenziometro affinché il guadagno dell'amplificatore invertente diventi = 3, e inoltre di trovare la frequenza ω_0 per cui il guadagno del loop di feedback sia = 3

1.a Risposta in frequenza e misura di ω_0

Utilizzando la funzione Network di Waveforms si è pilotato il circuito con un'onda sinusoidale di ampiezza picco-picco di 200mV, e abbiamo misurato la risposta in frequenza del circuito all'uscita A essendo

$$\frac{V_A}{V_s} = \beta(j\omega)\bar{A} = \bar{L}(j\omega)$$

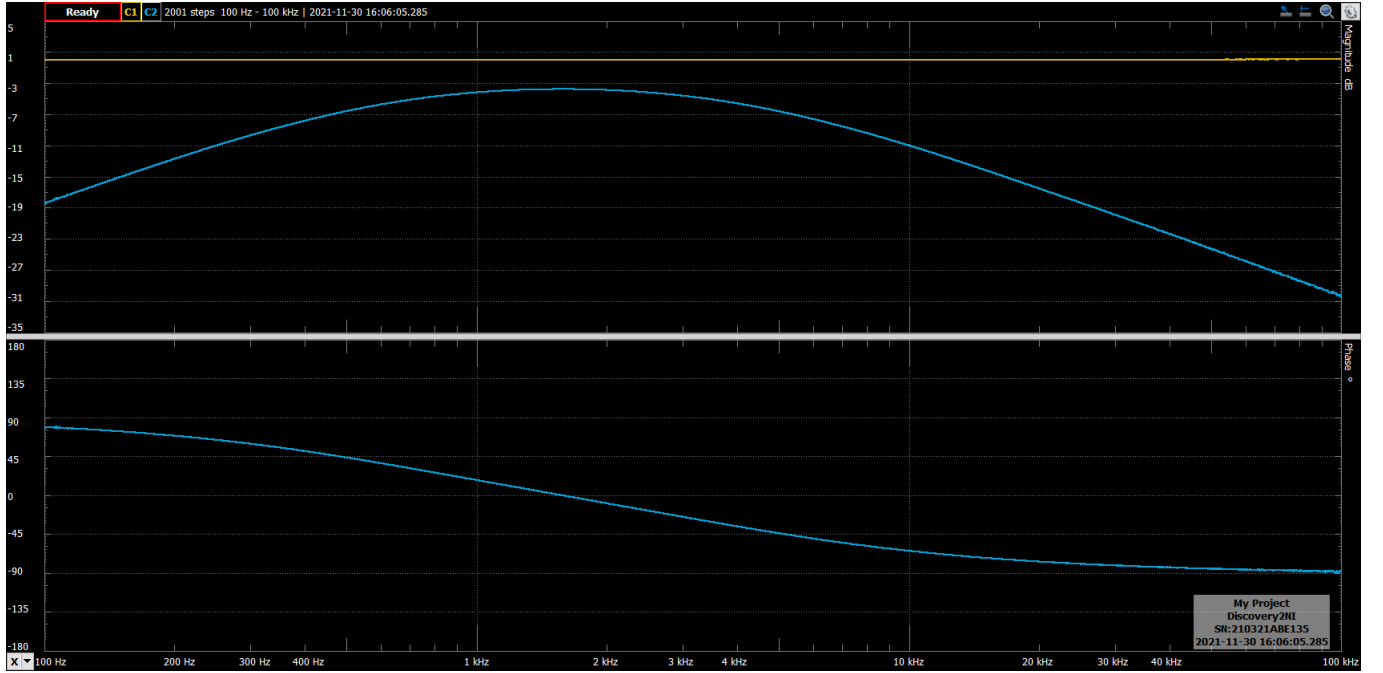


Figura 3: Plot di network tra 100 Hz e 100 kHz del circuito in fig. 11 in risposta ad un'onda sinusoidale di ampiezza picco-picco di 200 mV

Utilizzando poi i cursori che fornisce il programma abbiamo misurato la frequenza a cui lo sfasamento si annullava, ed abbiamo ricavato

$$f_0 = 1.58 \pm 0.02 \text{ kHz}$$

Teoricamente invece mi aspetto un valore di

$$f_0 = \frac{\sqrt{\omega_1\omega_2}}{2\pi} = 1.59 \pm 0.05 \text{ kHz}$$

Si vede subito che la misura è quindi perfettamente compatibile con quanto ci aspettavamo nella teoria. Infine abbiamo anche attivato il plot di Nyquist nello stesso modo con cui abbiamo visualizzato la risposta in frequenza.

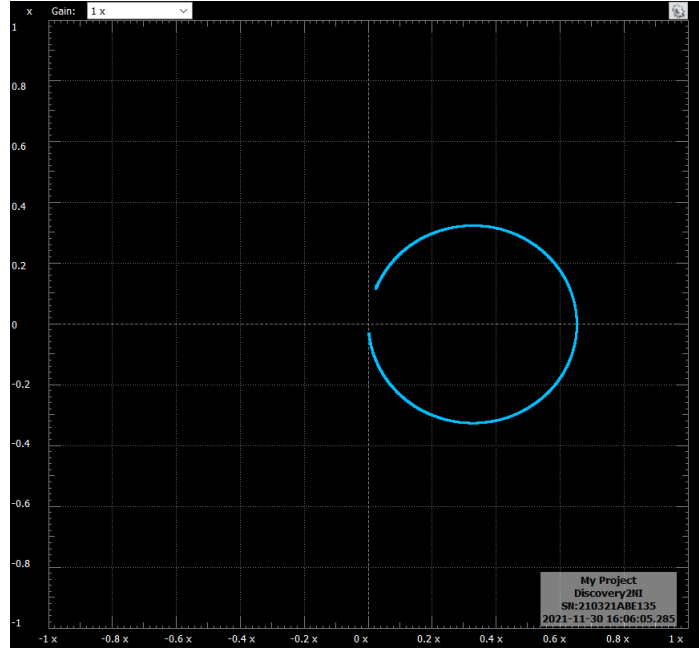


Figura 4: Plot di Nyquist tra 100 Hz e 100 kHz del circuito in fig. 11 in risposta ad un'onda sinusoidale di ampiezza picco-picco di 200 mV

1.b Dipendenza dal valore del potenziometro

Abbiamo misurato come il guadagno cambiasse in funzione della posizione del potenziometro (onde sinusoidali sempre con la stessa frequenza f_0 misurata al punto precedente), misurando le resistenza R_{p1} , R_{p2} , l'ampiezza dell'onda in entrata e in uscita da Out.

$R_{p1}[\Omega]$	$R_{p2}[\Omega]$	$V_s[\text{mV}]$	$V_A[\text{mV}]$	A_v
$9.32 \pm 0.08k$	827 ± 7	201 ± 2	409 ± 4	2.03 ± 0.03
$8.15 \pm 0.07k$	$1.99 \pm 0.02k$	201 ± 2	433 ± 4	2.15 ± 0.03
$7.42 \pm 0.06k$	$2.73 \pm 0.03k$	201 ± 2	450 ± 4	2.24 ± 0.03
$6.98 \pm 0.06k$	$3.17 \pm 0.03k$	201 ± 2	463 ± 4	2.30 ± 0.03
$4.91 \pm 0.04k$	$5.24 \pm 0.05k$	201 ± 2	527 ± 5	2.62 ± 0.03
$3.66 \pm 0.04k$	$6.49 \pm 0.06k$	201 ± 2	575 ± 5	2.86 ± 0.04
$2.70 \pm 0.03k$	$7.45 \pm 0.06k$	201 ± 2	619 ± 5	3.08 ± 0.04
1457 ± 12	$8.69 \pm 0.07k$	201 ± 2	687 ± 6	3.42 ± 0.04
909 ± 8	$9.32 \pm 0.08k$	201 ± 2	724 ± 6	3.60 ± 0.04
551 ± 5	$9.60 \pm 0.08k$	201 ± 2	749 ± 6	3.72 ± 0.05

Tabella 2: Misura del guadagno in funzione della posizione del potenziometro

Chiaramente si vede subito che come ci si aspettava dall'equazione (1) di A in funzione delle varie resistenze, cambiando il valore del potenziometro il guadagno non cambia linearmente: per verificare quanto detto si è condotto un fit basato sui minimi quadrati con python sulla stessa equazione, sostituendo $R_{p1} = pR_{pot}$ e $R_{p2} = (1 - p)R_{pot}$ e utilizzando $p \in [0, 1]$ come variabile, e R_{pot} come incognita.

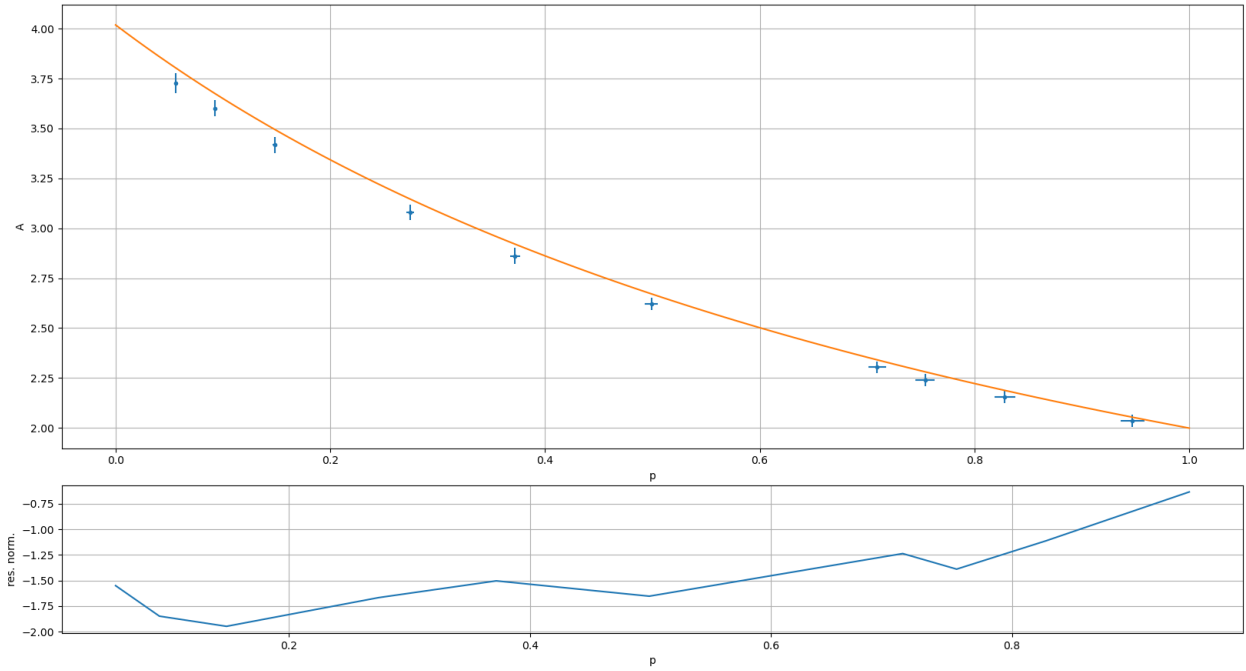


Figura 5: Fit dell'equazione (1)

Di seguito i valori che si sono riscontrati:

$$R_{pot} = 10.0 \pm 0.4 \text{ k}\Omega$$

$$\chi^2_{\text{red}} = 23.1$$

$$ndof = 9$$

Da questo si deduce che il modello è compatibile con le misure entro la prima barra di errore.

1.c Dipendenza dall'ampiezza dell'onda in ingresso

Come nella sezione precedente si è inviato al circuito un'onda di ampiezza variabile e frequenza fissata a f_0 , misurando di volta in volta l'ampiezza dell'onda in entrata e uscita da Out calcolandone il guadagno. Durante le misure si è tenuta fissata anche la posizione del potenziometro a $R_{p1} = 3.28 \pm 0.03 \text{ k}\Omega$ e $R_{p2} = 6.89 \pm 0.06 \text{ k}\Omega$

$V_s [\text{mV}]$	$V_A [\text{V}]$	A_v
201 ± 2	$593 \pm 5 \text{ m}$	2.95 ± 0.04
301 ± 3	$888 \pm 7 \text{ m}$	2.95 ± 0.04
401 ± 4	$1181 \pm 11 \text{ m}$	2.95 ± 0.04
501 ± 4	$1478 \pm 13 \text{ m}$	2.95 ± 0.04
601 ± 6	$1773 \pm 15 \text{ m}$	2.95 ± 0.04
702 ± 6	2.06 ± 0.02	2.94 ± 0.04
802 ± 7	2.35 ± 0.02	2.93 ± 0.04
902 ± 8	2.37 ± 0.02	2.92 ± 0.04
1002 ± 9	2.90 ± 0.03	2.90 ± 0.04
1103 ± 10	3.19 ± 0.03	2.88 ± 0.04

Tabella 3: Misura del guadagno in funzione dell'ampiezza dell'onda in ingresso con frequenza e posizione del potenziometro fissati

Da questi dati ne deduciamo subito che il guadagno tende a diminuire con l'aumentare dell'ampiezza dell'onda in ingresso. Questo perché finché il valore di V_{out} permette a V_{R_3} di essere inferiore alla tensione di soglia del diodo, l'amplificazione è lineare e costante (perché in questo caso i diodi, non essendo polarizzati direttamente, hanno una resistenza tale che il nodo possa esser schematizzato circa con solo la presenza di R_3), quando però V_{out} aumenta, aumenterà di conseguenza V_{R_3} , i diodi entreranno in polarizzazione diretta, la resistenza del diodo diminuisce insieme alla resistenza del nodo, e quindi diminuirà anche il guadagno dell'anello. L'uscita dell'opAmp resta quindi confinata nell'intervallo di linearità.

2 Oscillatore

Connettendo il punto A con l'entrata non invertente dell'opAmp si è costruito l'oscillatore a ponte di Wien, come schematizzato in figura fig. 6

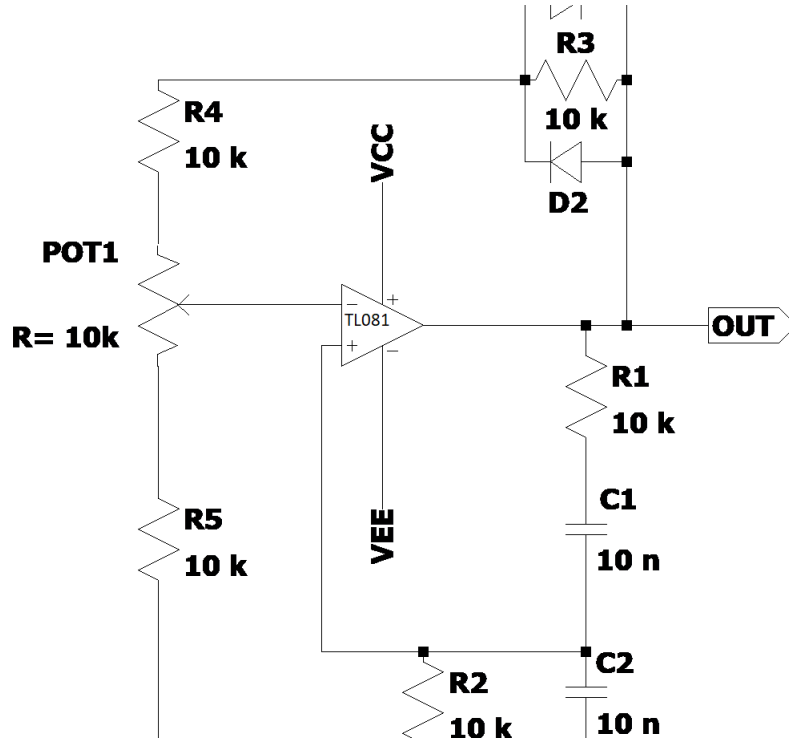


Figura 6: Schema circuitale dell'oscillatore a ponte di Wien.

2.a Dipendenza dal valore del potenziometro

Cambiando il valore del potenziometro cambia la forma dell'onda in V_{out} : quando il valore di R_{p2} è troppo elevato il guadagno dell'anello amplificatore tende a divergere fino alla saturazione; in questa condizione qualunque segnale stabile (anche nullo) finirebbe col divergere, infatti questo comportamento è quello che utilizzeremo come innesco.

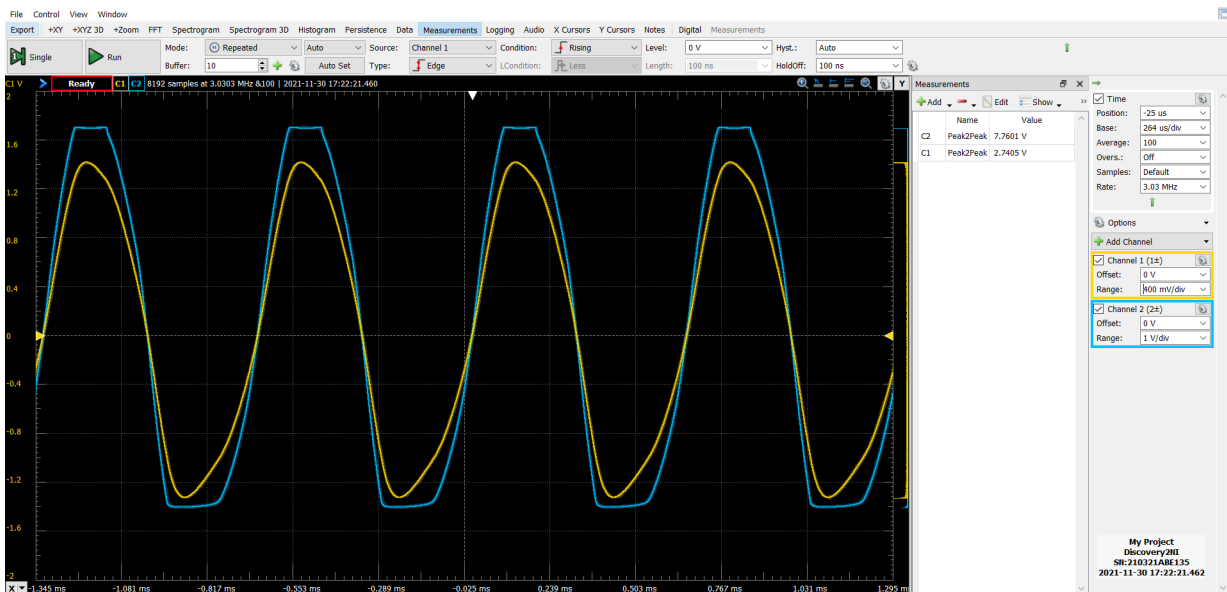


Figura 7: situazione in cui il guadagno ad anello chiuso diverge; $R_{p2} = 59.9 \pm 0.6\Omega$, il segnale diverge fino alla saturazione, poi si stabilizza perchè incontra il suo massimo.

Quando invece R_{p2} è troppo basso il segnale tende invece a convergere: qualunque segnale, di qualunque ampiezza, si attenua fino a scomparire. Un comportamento stabile (non saturato si intende) lo otteniamo in un intervallo limitato di valori per il potenziometro, per esempio quando $R_{p2} \approx 3\text{k}\Omega$: in questa situazione il guadagno dell'anello amplificatore è sufficientemente alto per innescare l'oscillazione, ma non è nemmeno eccessivamente alto da permettere al segnale di divergere fino a saturazione; ciò che si ottiene in questo caso è che il valore del guadagno cambia nel tempo (grazie ai 2 diodi simmetrici messi in parallelo a R_3 , come descritto prima) e oscilla vicino a 1. In questo modo otteniamo un'oscillazione sinusoidale stabile.

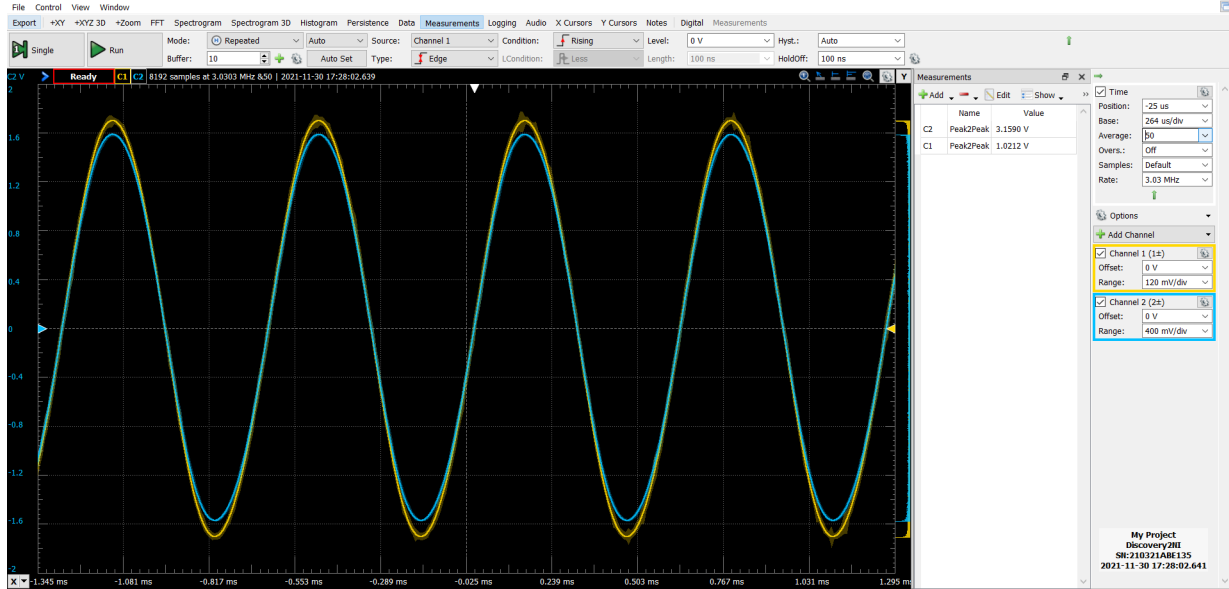


Figura 8: situazione in cui il guadagno ad anello chiuso risulta confinata in un intorno di 1; $R_{p1} = 2.36 \pm 0.03\text{k}\Omega$. Il segnale è stabile.

Utilizzando i cursori si è misurata la frequenza dell'oscillazione:

$$f = 1.57 \pm 0.01\text{kHz}$$

la quale non sembra essere influenzata molto dal valore del potenziometro, infatti si è utilizzata la funzione measurements di waveforms per vederne l'andamento, stando attenti a non finire nella regione di saturazione del segnale: abbiamo identificato quindi un massimo e minimo di frequenza, che si aggirano intorno a $f = 1578\text{Hz}$ e $f = 1568\text{Hz}$ rispettivamente. L'ampiezza al contrario risulta cambiare di molto a seconda delle resistenze in gioco: chiaramente l'ampiezza massima corrisponderà circa al valore di saturazione più vicino allo 0 (nel nostro caso risulta essere la tensione di saturazione negativa, pari a $V_{OL} = -3.43 \pm 0.04\text{V}$), l'ampiezza minima invece è l'ampiezza misurata al valore di soglia del potenziometro, a cui avviene l'innescio, la quale misura $858 \pm 9\text{mV}$. Quest'ultima, come tutte le altre misure effettuate sul valore di soglia per cui avviene l'innescio, sono molto approssimative, poiché il potenziometro non è facilmente controllabile.

2.b Innescio dell'oscillazione

Cortocircuitando un diodo e rilasciarlo successivamente ci dà l'opportunità di visualizzare l'innescio dell'oscillazione. Ci aspettiamo che per un valore più alto di R_{p2} l'oscillazione impieghi meno tempo per arrivare alla stabilità, perché maggiore è il guadagno dell'anello amplificatore, maggiore sarà la velocità a cui il circuito raggiunge il regime di funzionamento stabile (non nullo).

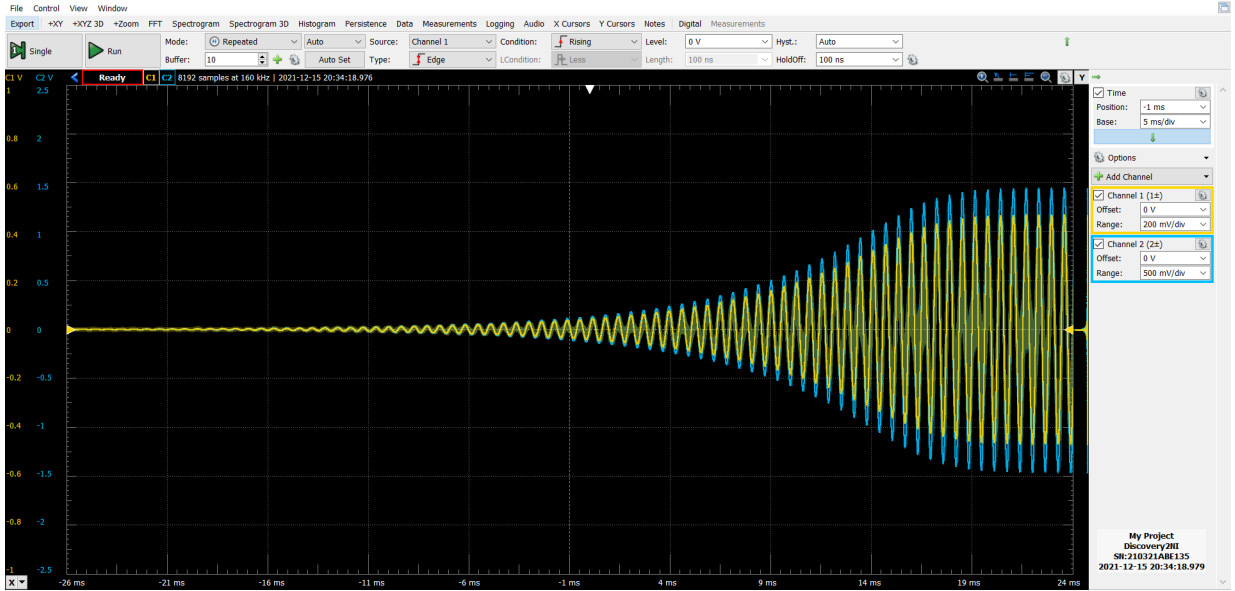


Figura 9: innesco dell'oscillazione con $R_{p2} = 7.26 \pm 0.06 \text{ k}\Omega$

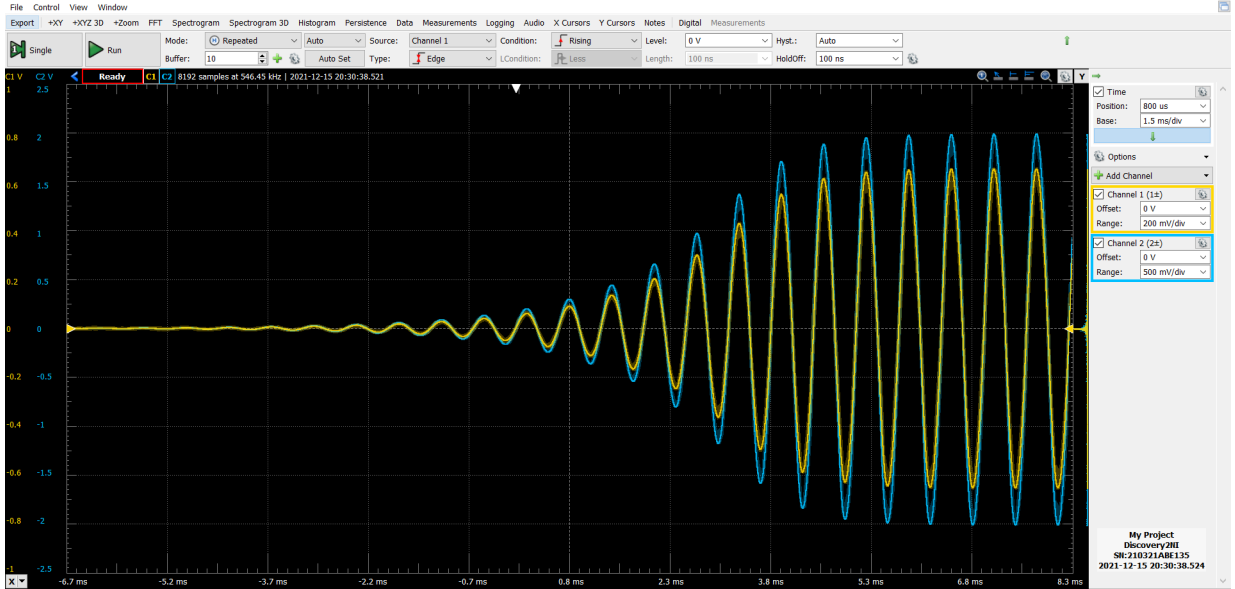


Figura 10: innesco dell'oscillazione con $R_{p2} = 7.63 \pm 0.06 \text{ k}\Omega$

Infatti mentre nel primo caso, con $R_{p2} = 7.26 \pm 0.06 \text{ k}\Omega$, il circuito impiega qualche decina di millisecondi per arrivare a regime, nel secondo caso, con $R_{p2} = 7.63 \pm 0.06 \text{ k}\Omega$, impiega solamente qualche millisecondo.

2.c Diodi

Senza l'ausilio dei diodi non è possibile trovare una posizione del potenziometro per cui il circuito sia stabile (né segnale nullo, né in saturazione), infatti le uniche alternative sono o la saturazione del segnale, nel caso in cui con R_{p2} sia troppo grosso, o la completa attenuazione del segnale, nel caso contrario.

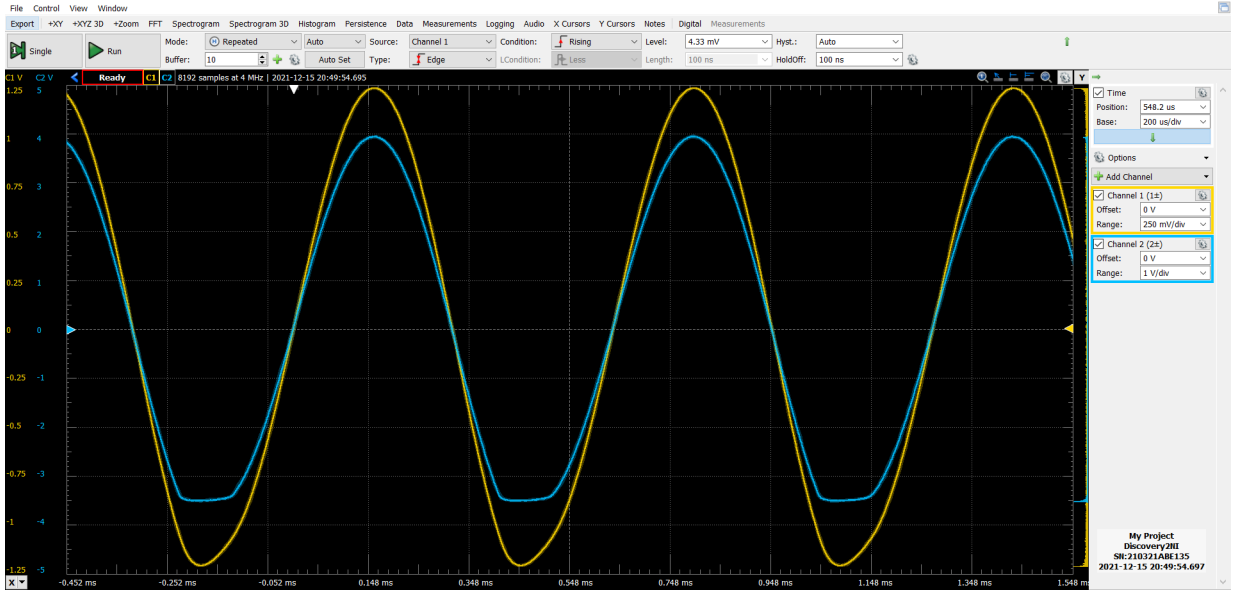


Figura 11: comportamento del circuito in assenza dei diodi: si nota come R_{p2} sia troppo elevata, di conseguenza il segnale è entrato nella zona di saturazione, per questo la parte inferiore dell'onda in uscita risulta essere tagliata alla tensione di saturazione negativa dell'opAmp.

La funzione dei diodi infatti è quella di variare dinamicamente il guadagno dell'anello: nel caso in cui il guadagno sia molto alto, per esempio all'innesco, la tensione ai capi dei diodi (e di R_3) aumenta; questo provoca la polarizzazione diretta dei diodi, la cui resistenza diminuisce, il che porta la resistenza costituita da D_1, D_2 e R_3 a diminuire, abbassando il guadagno dell'anello. Abbassando il guadagno però la resistenza dei diodi aumenta nuovamente, e di conseguenza quella del nodo, il che provoca un altro aumento del guadagno dell'anello; il ruolo è quindi quella di bilanciare il guadagno dell'amplificatore. Nel caso in cui una perturbazione provochi un cambiamento nel segnale, i diodi cercheranno autonomamente di riportare il circuito in uno stato stabile: per esempio se il segnale aumentasse la resistenza dei diodi diminuirebbe, provocando un'attenuazione nel guadagno, in modo che il segnale torni allo stato di stabilità. Senza questi sarebbe empiricamente impossibile trovare una situazione in cui il guadagno totale $L(j\omega)$ sia pari a 1, con l'uniche possibilità che il circuito o diverga fino a saturare, o si attenni fino al segnale nullo.

2.d Misura del guadagno A_v

Lasciando il potenziometro fisso al valore di soglia per cui il circuito innesca l'oscillazione, pari a $R_{p2} = 7.37 \pm 0.06 k\Omega$, si è disconnesso l'entrata non invertente dell'opAmp dal punto A, e si è collegata ad un generatore di segnali. Si è quindi inviato un segnale sinusoidale a frequenza $1.58 kHz$ e ampiezza $201 \pm 2 mV$. Abbiamo quindi misurato $V_{out} = 620 \pm 5 mV$ e un guadagno pari a

$$A = 3.10 \pm 0.04$$

Nonostante sia lontano 2 barre di errore dal valore aspettato, c'è da dire che il potenziometro non è uno strumento di precisione, perché anche al minimo tocco si può spostare la resistenza R_{p2} o R_{p1} che sia anche di 80 ohm, il che non ci permette di avvicinarci a sufficienza al valore di soglia; fatta questa premessa posso quindi dire che il valore misurato è compatibile con le aspettative.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.