

Es09: Misura della velocità del suono

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri
6 marzo 2022

Misura componenti dei circuiti

Resistenze [k Ω]	R	σR	Resistenze [k Ω]	R	σR
R_1	9.95	0.08	R_1	9.98	0.08

Tabella 1: Valori di resistenza misurate con il multimetro dei componenti dei due circuiti studiati.

Riportiamo per completezza anche il valore della tensione di alimentazione continua per il sensore a ultrasuoni misurata con il multimetro.

$$V_{CC} = 4.99 \pm 0.03V$$

Nota sul metodo di fit

Per determinare i parametri ottimali e le rispettive covarianze si è implementato in `Python` un algoritmo di fit basato sui minimi quadrati mediante la funzione `curve_fit` della libreria `SciPy`.

1 Misura velocità del suono

1.a Progettazione del circuito

Si è costruito il nostro apparato per la misura della velocità del suono secondo lo schema circuitale riportato in fig. 1.

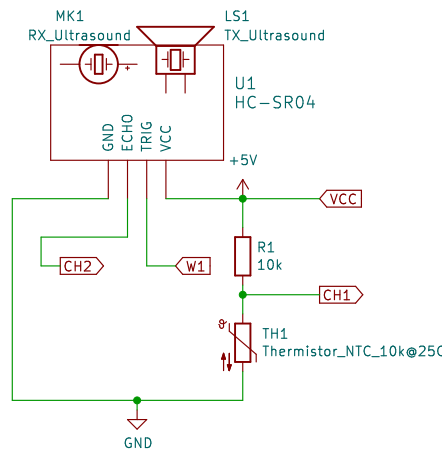


Figura 1: Schematica del circuito per la misurazione della velocità del suono e della temperatura. I due sotto-circuiti condividono la stessa tensione di alimentazione V_{CC} .

In cui si è cercato di mettere in evidenza la geometria del componente principale, il sensore ad ultrasuoni di tipo riflettente HC-SR04, in cui il trasmettitore ed il ricevitore sono separati di una distanza di circa 2 cm.

Nello stesso schema si riporta anche il sotto-circuito di misura della temperatura ambientale, costituito da un partitore di tensione/la serie di due resistori, il secondo dei quali ha valore di resistenza R_T dipendente dalla temperatura.

1.b Analisi del funzionamento dell'apparato

Il sensore ad ultrasuoni fornisce una stima del tempo di viaggio t in aria (andata e ritorno) di un'onda sonora dalla frequenza superiore alla soglia dell'udito umano ~ 20 kHz sotto forma di un impulso TTL di durata proporzionale a t .

Sempre per la convenzione TTL il sensore dev'essere alimentato da una differenza di potenziale di livello alto +5 V e per avviare il processo di misura al pin TRIG si deve inviare un segnale di trigger (un impulso che deve soddisfare le condizioni di ampiezza, durata e periodo specificate nel datasheet del componente). Nel nostro caso si è generata in W1 una serie di impulsi compresi tra 0 e 5 V di durata pari a 10 μ s e periodo di 50 ms, per permettere all'HC-SR04 di portare a termine il suo ciclo di misura (scelto in base alla durata massima del segnale di eco ~ 38 ms, corrispondente al caso in cui il ricevitore non rileva alcun ostacolo che riflette gli impulsi emessi) e torni ad essere pronto a ricevere un nuovo impulso di trigger da $W_2(t)$.

Sul fronte di discesa dell'impulso di trigger il sensore genera un segnale continuo alto nel pin ECHO e un'onda sonora costituita da un treno d'impulsi da $f = 40$ kHz nel trasmettitore. Questa si propaga finché non incontra un ostacolo piano e opaco da cui viene riflesso in modo da essere captato dal ricevitore piezoelettrico nel sensore al ritorno. Non appena il cristallo piezoelettrico riceve uno di questi impulsi di ritorno emessi ogni $1/f = 25$ ms il segnale alto presente nel pin ECHO torna ad essere 5V. Controllando quindi quest'ultimo pin tramite l'oscilloscopio è possibile osservare un gradino di tensione dalla durata direttamente proporzionale al tempo t che l'onda a ultrasuoni impiega a percorrere 2 volte la distanza D tra il sensore e l'oggetto riflettente.

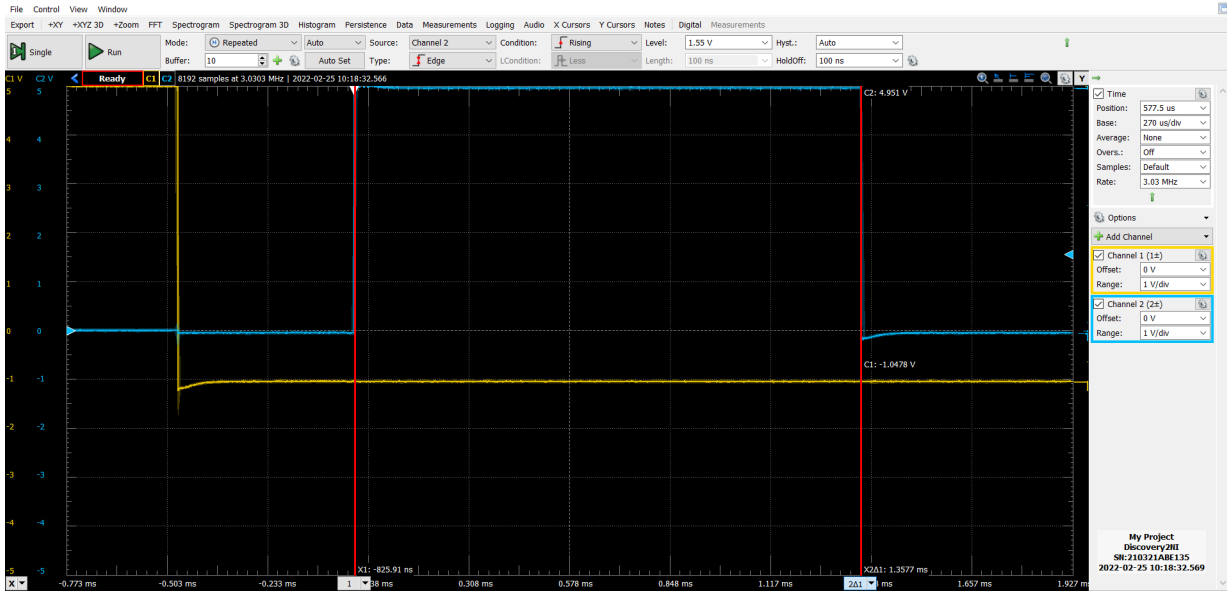


Figura 2: Acquisizione all'oscilloscopio dei segnali di trigger $W_2(t)$ (in giallo, su CH1) e $V_{\text{ECHO}}(t)$ (in blu, su CH2) per una misura con bersaglio a una distanza $D = 20$ cm.

In contemporanea al ciclo di misura dell'HC-SR04 si monitora la temperatura dell'aria circostante misurando l'uscita del partitore di tensione/la caduta di tensione ai capi del termistore V_T con $R_0 = 10 \pm 1$ % k Ω (tabulata da datasheet a temperatura ambiente ~ 25 °C).

1.c Raccolta e analisi dati

Dunque una volta misurata la distanza sensore-oggetto con un metro a nastro, è possibile ricavare la velocità del suono dalle misure di tempo fornite dal sensore tramite la eq. (1)

$$v = \frac{2D}{t} \quad (1)$$

Avendo cura di incidere su un oggetto quanto meno scabro, fisso e a distanza D abbastanza grande da poter trascurare la distanza $b \approx 2$ cm tra trasmettitore e ricevitore dell'HC-SR04 nel tragitto del segnale a ultrasuoni; si è proceduto con la misura dei tempi di viaggio al variare di D facendo avanzare l'apparato lungo delle guide rettilinee. In particolare si è scelto di ripetere la presa dati sia per distanze brevi (tra 15 e 25 cm) e distanze più lunghe (dai 25 ai 44 cm) ma comunque sotto i 50 cm per ridurre l'influenza di interferenza da parte di altri corpi lungo il percorso dell'onda trasmessa.

Nel primo caso (distanze brevi) per misurare correttamente la distanza e ridurre la sua incertezza associata, si è stimata la posizione del cristallo piezoelettrico nei canali del trasmettitore e del ricevitore inserendo una

piccola sonda all'interno dei due occhi del sensore. Da cui abbiamo ricavato che ci sono circa $h = 5 \pm 1$ mm di distanza tra il cristallo e la rete di protezione esterna, quindi si è scelto di prendere come incertezza sulla distanza percorsa 2 mm. Nell'altro esperimento si è invece misurata la distanza D a partire dal punto di mezzo dei canali di lunghezza $a = 15$ mm (dal datasheet), per cui si è associata un'incertezza $\sigma D = a/2$.

Per quanto riguarda le misure di t invece abbiamo sempre utilizzato i cursori sulla scala dei tempi dell'oscilloscopio per monitorare la durata dell'impulso in ECHO. Tutto questo controllando che la temperatura rimanesse costante durante le prese dati, sia grossolanamente con le termocoppie del multimetro, sia assicurandoci che la caduta di tensione ai capi del termistore rimanesse costante nel tempo entro l'incertezza.

Travel Time t (± 0.02) [ms]	Distance D (± 0.2) [cm]
0.86	15.0
0.92	16.0
0.98	17.0
1.03	18.0
1.10	19.0
1.15	20.0
1.21	21.0
1.27	22.0
1.32	23.0
1.39	24.0

Tabella 2: Distanze e tempi di viaggio misurati nell'esperimento su distanze brevi.

Travel time t (± 0.02) [ms]	Travel length $s = 2D$ (± 1.5) [cm]
1.44	50.4
1.50	52.4
1.56	54.0
1.60	56.4
1.65	58.2
1.71	60.0
1.74	62.2
1.83	64.4
1.88	66.4
1.94	68.2
2.00	70.0
2.05	72.0
2.11	74.0
2.18	75.6
2.23	78.4
2.29	80.0
2.33	82.0
2.41	84.0
2.47	86.0
2.51	88.0

Tabella 3: Distanze percorse e tempi di viaggio misurati nell'esperimento su distanze lunghe.

Infine si è eseguito un fit lineare a partire dal grafico delle distanze percorse $s(t) = 2D = v_s t + q$ in funzione del tempo per ricavarne dal coefficiente angolare la misura della velocità del suono v_s di nostro interesse.

In entrambi i casi abbiamo ottenuto un'intercetta compatibile con 0, che ci suggerisce che le distanze tra sensore e oggetto riflettente siano state stimate in maniera corretta entro l'incertezza.

I 2 esperimenti sono stati eseguiti all'interno di case diverse in città diverse, quindi con condizioni di umidità relative differenti. Nonostante questo sono risultate perfettamente compatibili tra di loro e con il valore di riferimento per la velocità del suono di 343 m/s a 20 °C entro meno di 3 barre d'errore.

1.d Jitter discreto nelle misure di tempo

Un fenomeno che ci è sembrato meritevole di particolare attenzione è la natura delle oscillazioni delle misure di tempo prese dal fronte di discesa del segnale in ECHO. Abbiamo notato che, pur mantenendo fisso l'apparato

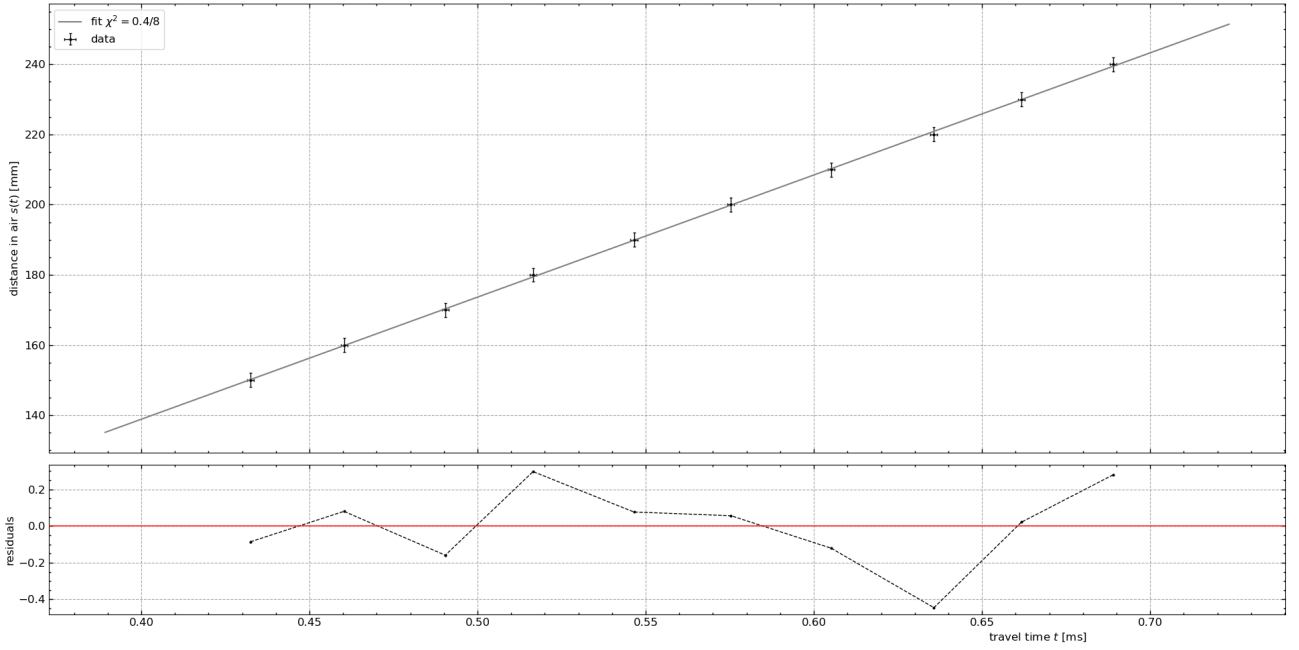


Figura 3: Fit lineare all'andamento delle distanze (corte) in funzione del tempo

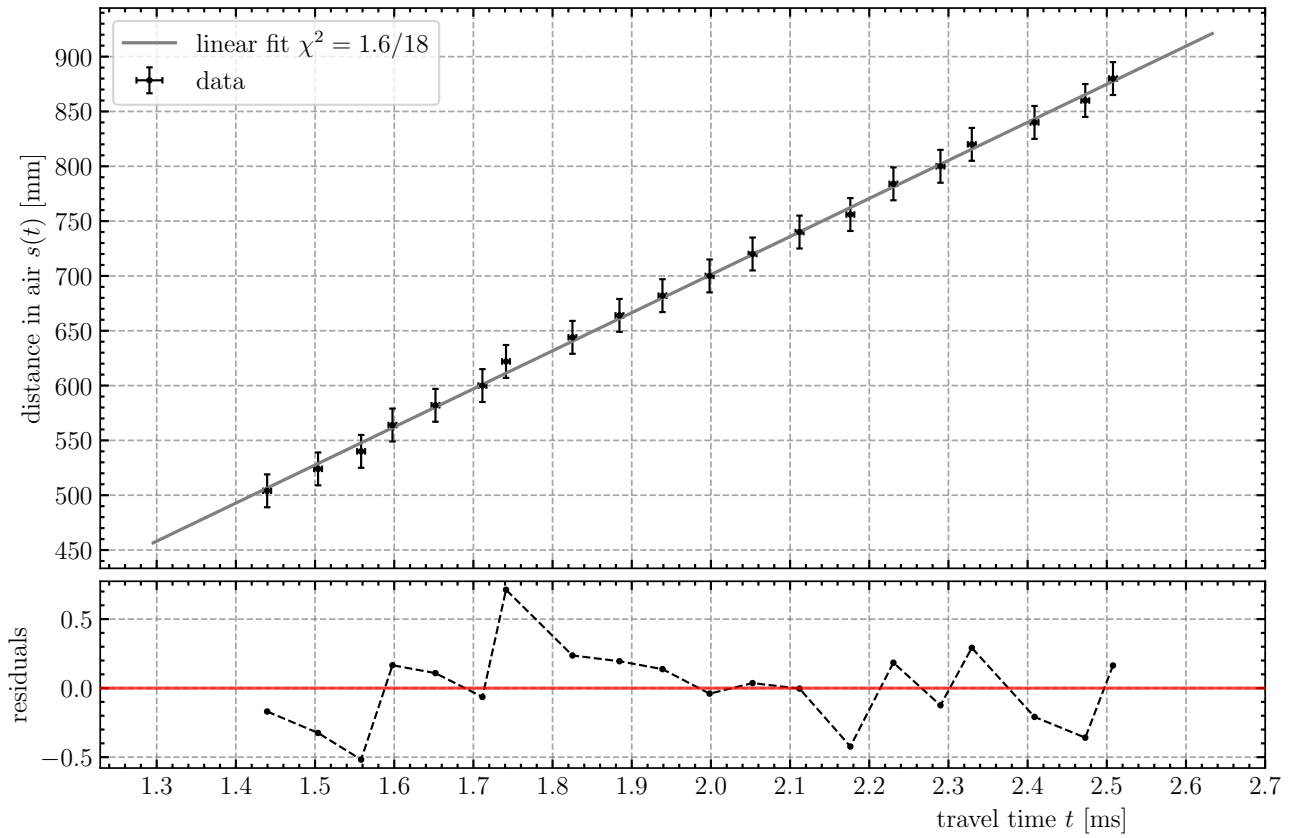


Figura 4: Fit lineare all'andamento delle distanze (lunghe) in funzione del tempo

v_s [m/s]	q [mm]	$\chi^2/\text{d.o.f}$	norm. cov.	Temperature T [°C]
348 ± 2	0.4 ± 1.0	0.4/6	-0.97	20 ± 1
347 ± 3	0 ± 6	1.6/18	-0.99	21 ± 1

Tabella 4: Risultati del fit lineare per la velocità del suono dalle misure su distanze brevi e lunghe rispettivamente

strumentale, il tempo in cui il segnale di eco torna ad essere 0 V dopo aver ricevuto l'onda riflessa tende a oscillare tra almeno un paio di valori tutti grossomodo separati di uno stesso tempo caratteristico.

Si è provato a dare una spiegazione di questo effetto di "jitter" discreto a partire dalla schematica completa dell'HC-SR04: questo è composto da 3 circuiti principali, denominati U1, U2 e U3. Il primo e l'ultimo sono impiegati per la generazione del segnale di eco e dell'onda sonora trasmessa, mentre U2 è dedicato a riconoscere il segnale acustico di ritorno. Quest'ultimo è costituito (oltre a vari altri componenti) principalmente da un filtro passa-banda e un amplificatore; per cui collegandoci al pin 10 dell'U2 è stato possibile osservare il segnale corrispondente all'arrivo treno d'impulsi a 40 kHz isolato e amplificato dal circuito.

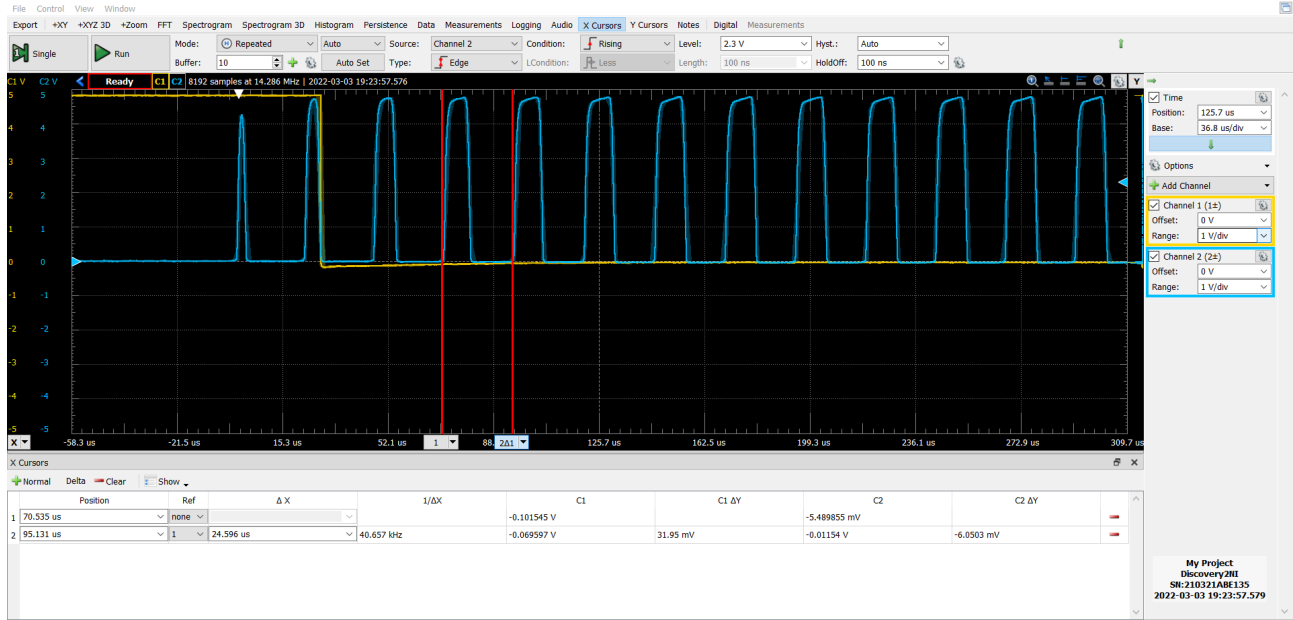


Figura 5: Acquisizione all'oscilloscopio del segnale in uscita dal pin 10 dell'integrato U2 (in blu su CH2) e dell'uscita in ECHO (in giallo su CH1)

Da questo ipotizziamo che il jitter discreto sia dovuto al fatto che il sensore abbassi la tensione dell'impulso in uscita da ECHO in maniera inconsistente quando, ad esempio, il primo fronte dell'onda di ritorno non genera nel trasduttore una differenza di potenziale sufficiente a farne registrare l'arrivo dai circuiti integrati. Misurando il ritardo tra il primo impulso e quello che fa effettivamente scattare il segnale in ECHO con i cursori si trova un valore perfettamente compatibile con $1/f = 25 \mu s$, pari al periodo dell'onda a ultrasuoni che non viene percepita dal ricevitore.

2 Dipendenza della velocità dalla temperatura

Sappiamo che la velocità del suono in aria non è costante, ma varia nelle nostre condizioni sperimentali principalmente a causa della temperatura e dell'umidità¹.

Non potendo monitorare né controllare le condizioni di umidità dell'aria possiamo solamente limitarci a dire che (a parità di temperatura) ci aspettiamo che la percentuale di umidità relativa contribuisca ad aumentare il valore di v_s misurato. Infatti, assumendo di poter esprimere la velocità del mezzo nella forma

$$v_s(\rho) = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (2)$$

sappiamo che la densità di massa per unità di volume ρ dell'aria diminuisce in presenza di molecole d'acqua poiché hanno massa minore di quelle d'aria. Ad ogni modo non ci aspettiamo una deviazione dai valori attesi (che assumono aria perfettamente secca/di umidità relativa 0 %) di più di $\sim SI2 \text{ m/s}$, quindi entro la nostra incertezza di misura.

2.a Descrizione del metodo di misura

In particolare quindi ci concentriamo sulla misura della dipendenza di v_s dalla temperatura tramite la misura indiretta della resistenza R_T di un termistore NTC (modello MF52D-103f-3950).

¹in linea di principio v_s dipende anche dalla frequenza dell'onda di pressione che si propaga in aria, ma stiamo considerando un unico valore di frequenza fissato da $f = 40 \text{ kHz}$

Dalla formula del partitore di tensione $R_1 + R_T$ possiamo ricavare una stima della resistenza del termistore misurando la caduta di tensione ai suoi capi V_T .

$$R_T = R_1 \frac{V_T}{V_{CC} - V_T} = \frac{R_1}{V_{CC}/V_T - 1} \quad (3)$$

Dunque possiamo ottenere la nostra misura della temperatura assoluta T (in Kelvin) dall'equazione di Steinhart-Hart

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{\ln\left(\frac{R_T}{R_0}\right)}{B} \quad (4)$$

da cui si vede ancora come la temperatura sia legata in maniera inversamente proporzionale alla resistenza R_T .

$$T = \frac{T_0 B}{B + T_0 \ln \frac{R}{R_0}} \quad (5)$$

Finalmente possiamo ottenere una stima del valore della velocità del suono a temperatura $T_C = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 289.15 \text{ K} := T_0$ dall'equazione che descrive l'andamento di v_s al variare di T_C (espressa in gradi Celsius)

$$v_s = v_0 \sqrt{\frac{T_C + 273.15}{273.15}} \quad (6)$$

2.b Raccolta e analisi dati

In questo caso abbiamo misurato il tempo t di percorrenza del segnale a ultrasuoni lasciando fissa la distanza $D = 252 \pm 2 \text{ mm}$ (sempre prendendo come punto di partenza delle onde $h = 5 \text{ mm}$ dalla fine dei canali del sensore) al variare della temperatura dell'aria nella stanza.

Per verificare il corretto funzionamento del circuito di misura della temperatura si è posizionato l'apparato a fianco di un termostato per eseguire una sorta di grossolana calibrazione del termistore. Da una misura con i cursori della caduta di tensione ai capi di R_T abbiamo ottenuto $V_T = 2.81 \pm 0.02 \text{ V}$, dunque dall'eq. (4) si ricava una misura di temperatura $T_C = 19.4 \pm 0.4 \text{ }^\circ\text{C}$, in ottimo accordo con la lettura indicata dal termostato di $19.5 \text{ }^\circ\text{C}$ (il quale ha risoluzione di 1 decimo di grado).

Da cui concludiamo che i valori dei parametri di costruzione del termistore $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$ e $B = 3950 \text{ K}$ riportati nel datasheet con relative tolleranze dell'1 % possono fornire una stima ragionevole della temperatura ambientale, una volta inserite nella eq. (4).

Nonostante basti lasciare il circuito in ciclo continuo di presa dati ed aspettare il cambiamento naturale di temperatura nel giorno, siamo riusciti a compiere le nostre misure entro un intervallo di soli $5 \text{ }^\circ\text{C}$ di escursione termica, compresi tra i 15 e i $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

In maniera del tutto analoga a prima abbiamo preso le misure dei tempi di volo t tramite cursori sulla scala dei tempi dell'oscilloscopio dalla durata dell'impulso in ECHO. In contemporanea si monitora la temperatura dell'aria con le termocoppie del multimetro, il termostato e dalla lettura di V_T con i cursori sull'altro canale dell'oscilloscopio.

Travel time t (± 0.02) [ms]	V_T (± 0.02) [V]	T_C (± 0.4) [$^\circ\text{C}$]	Termostato-DMM (± 1) [$^\circ\text{C}$]
1.49	3.11	14.3	15
1.49	3.03	15.6	16
1.48	2.98	16.6	17
1.48	2.93	17.5	18
1.47	2.88	18.3	19
1.47	2.83	19.2	20

Tabella 5: Misure dei tempi di volo al variare della temperatura ambientale registrata durante l'arco di una giornata.

Abbiamo nuovamente usato l'eq. (1) per ottenere le nostre misure di velocità, dunque a partire dalle misure di temperatura ricavate da eq. (4) si è potuto ricostruire l'andamento di v_s in funzione della temperatura T . Infine si è condotto un fit a questi dati con la legge di potenza eq. (6) per stimare v_0 e verificare l'accordo con l'andamento da questa previsto.

Dai risultati del fit abbiamo ottenuto $v_0 = 331 \pm 1 \text{ m/s}$ ($\chi^2/\text{d.o.f} = 1.8/5$) che risulta pienamente compatibile con il valore atteso per la velocità del suono in aria 331.45 m/s a temperatura $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$.

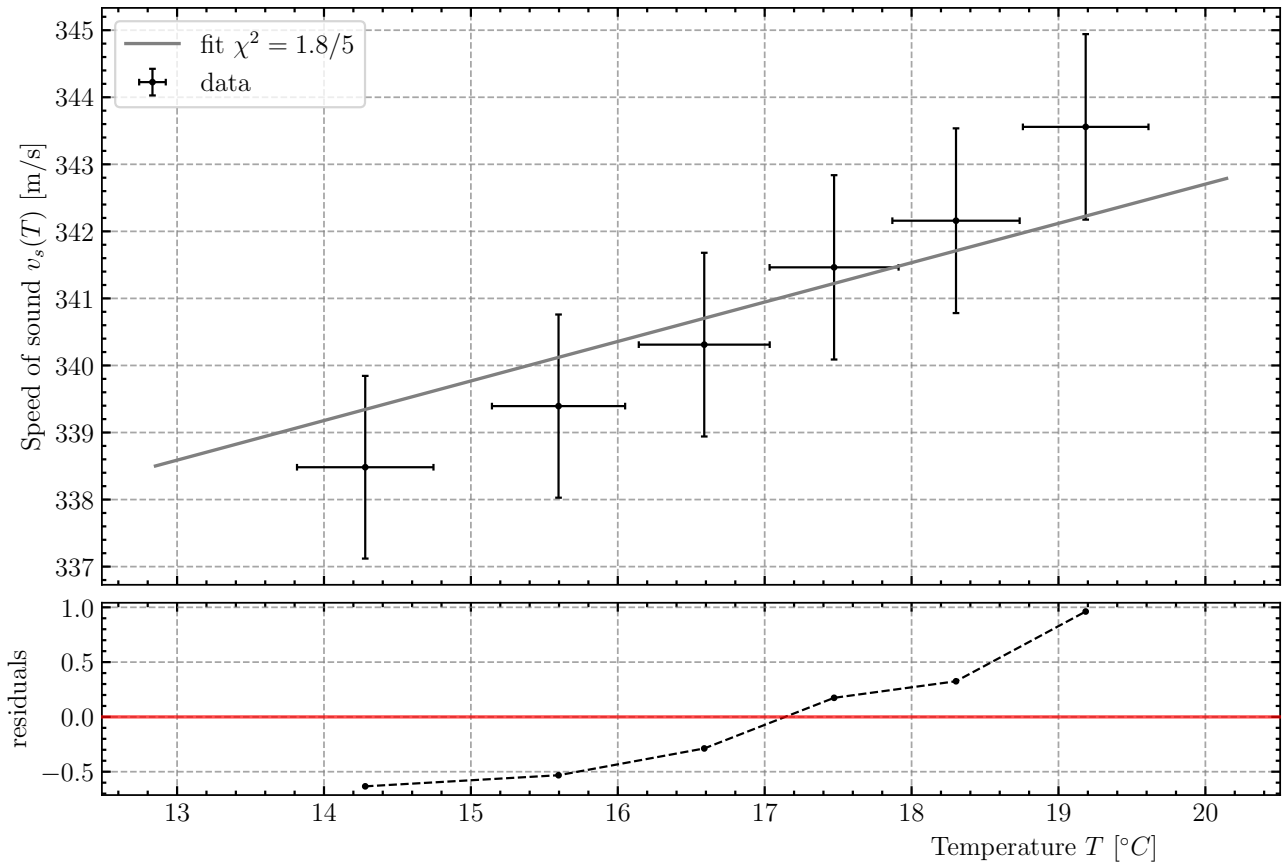


Figura 6: Grafico del fit e residui normalizzati per l'andamento della velocità del suono in funzione della temperatura

Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a dare una misura ragionevole della velocità del suono in aria e si è riusciti ad apprezzare la sua dipendenza dalla temperatura ambientale con un semplice sensore ad ultrasuoni ed un termistore.

Nonostante gli esperimenti siano stati svolti in luoghi e condizioni di temperatura, umidità e altitudine differenti; i risultati trovati risultano compatibili tra loro e con i valori attesi dalla teoria.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.