

Es12: Misura del rapporto h/e per effetto fotoelettrico

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

24 marzo 2022

1 Scopo dell'esperienza

Scopo dell'esperienza è verificare l'effetto fotoelettrico e la dipendenza lineare tra energia e frequenza dei fotoni, dunque da questa ricavare una stima del rapporto tra la costante di Planck e la carica dell'elettrone h/e utilizzando il metodo del potenziale frenante (implementato per la prima volta da R.A. Millikan, 1914-16).

2 Metodo di misura del potenziale frenante

L'effetto fotoelettrico prevede che un elettrone può essere estratto da un metallo assorbendo un fotone con energia superiore al lavoro di estrazione W_0 e venire emesso con energia cinetica pari a

$$E = h\nu - W_0 \quad (1)$$

dove ν è la frequenza della radiazione elettromagnetica incidente sul metallo e $h\nu$ l'energia trasportata da ogni fotone di cui è costituita.

Nel nostro apparato sperimentale i *fotoelettroni*, i.e. gli elettroni estratti per effetto fotoelettrico dal catodo di una cella fotoelettrica Leybold 5587 determinano una *fotocorrente* verso l'anodo, che colleghiamo all'ingresso di un picoamperometro (mod. Keithley 595: Quasistatic C-V Meter) per riuscire a misurarne l'intensità I_{ph} .

Questi elettroni vengono 'frenati' da un campo elettrico di verso concorde al loro moto, generato da una tensione regolabile V_{bias} applicata tra anodo e catodo, al fine di trovare la differenza di potenziale critica V_0 per cui l'intensità di corrente $I_{ph}(V_{bias})$ si annulla. La barriera di potenziale eV_0 corrispondente alla tensione che arresta il flusso di fotoelettroni ci fornisce quindi una stima della massima energia cinetica da essi raggiunta, che possiamo mettere in relazione alla frequenza della radiazione incidente (per conservazione dell'energia eq. (1))

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e} \quad (2)$$

Questa è proprio la relazione lineare tra energia e frequenza che intendiamo verificare, tramite cui possiamo stimare il valore del rapporto h/e a partire dal coefficiente angolare della retta di best-fit.

2.1 Sovrapposizione di correnti spurie

La corrente $I(V_{bias})$ che misuriamo tra anodo e catodo in realtà è il risultato di una combinazione con altre correnti "inverse" (cioè associate alla migrazione di elettroni dall'anodo verso il catodo) alla fotocorrente catodica, che continuano a essere presenti anche per valori di $V_{bias} > V_0$.

Queste ci permettono al più di ricavare una stima preliminare dell'ordine di grandezza di V_0 , ricercando visivamente la transizione fra il regime in cui misuriamo $I > 0$ o $I \sim 0$ dalle curve corrente-tensione ottenute al variare della lunghezza d'onda (come in).

Ipotizziamo che queste correnti siano dovute alla sovrapposizione di vari effetti di natura diversa:

1. emissione di fotoelettroni dall'anodo, dovuta a imperfezioni nel sistema di illuminazione del catodo che può investire anche l'anodo (schematizzato in fig. 2);
2. estrazione di elettroni dall'anodo per effetto termoionico (corrente oscura).
3. connessione ohmica tra gli elettrodi dovuta al non perfetto isolamento delle guaine di rivestimento dei cavi ($R \sim 10^{11-12} \Omega$).

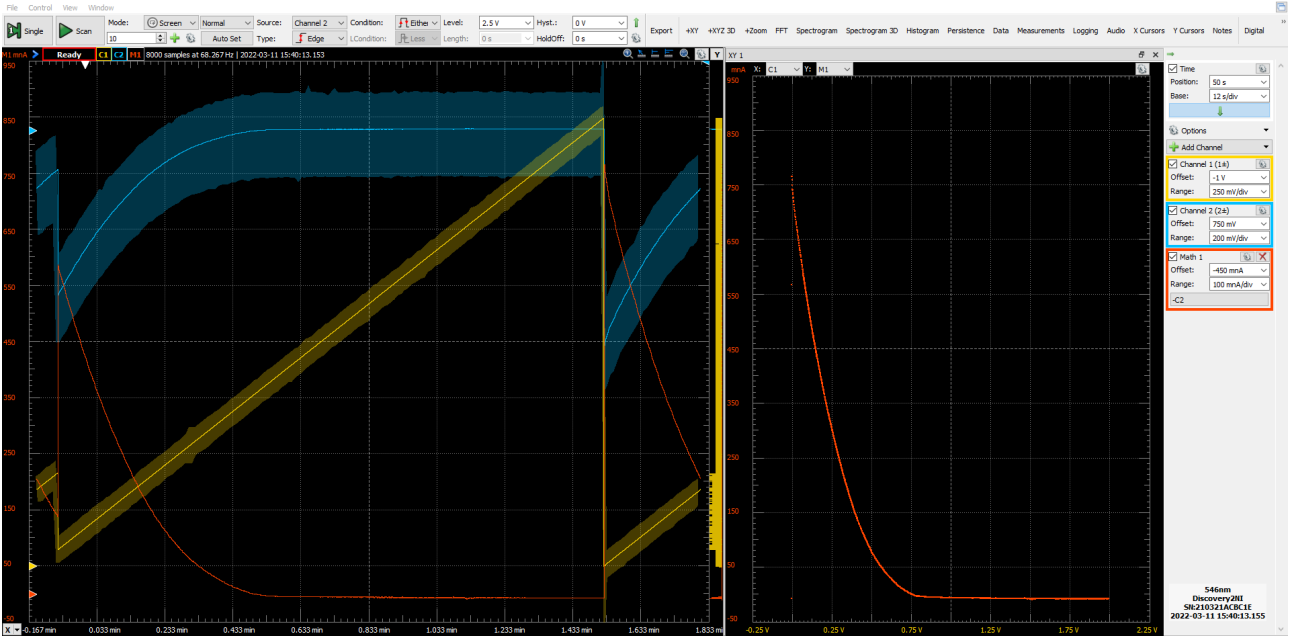


Figura 1: Acquisizione della curva tensione $V_{\text{bias}}(t)$ (CH1) corrente (Math1 in mA = pA) per lunghezza d'onda 546 nm, in cui si vede un ginocchio verso $I = 0$ intorno a $V_0 \approx 0.75$ V

Nonostante ci aspettiamo contributi di gran lunga minoritari rispetto alla fotocorrente in assenza di bias tra gli elettrodi, già da adesso notiamo come i primi due crescano con la tensione di frenamento (per questi elettroni il campo elettrico è accelerante) diventando sempre più significativi, specialmente per tensioni prossime a quella di azzeramento V_0 dove I_{ph} si estingue.

Per poter ovviare a queste contaminazioni date dalle correnti inverse $I = I_{ph} + I_{inv}$, ne teniamo conto misurandone l'intensità, la quale supponiamo per semplicità linearmente dipendente dalla tensione di bias

$$I_{inv} = bV + I_0 \quad (3)$$

per cui ci aspettiamo che i parametri b e I_0 non dipendano dalla frequenza della luce incidente, ma puramente dalle caratteristiche fisiche della cella fotoelettrica. Nel caso particolare la corrente inversa fosse di natura puramente ohmica ci aspettiamo proporzionalità diretta $I_{inv} \propto V_{\text{bias}}$ e offset I_0 nullo.

Assumendo una distribuzione di Fermi-Dirac per gli elettroni liberi nella banda di conduzione del catodo, senza tenere conto dell'interazione con i fotoni, possiamo modellare l'andamento della fotocorrente in funzione della tensione di frenamento come una legge di potenza che si annulla¹ in V_0

$$I_{ph} = (V_0 - V)^{3/2} \theta(V_0 - V)$$

Dunque possiamo ottenere una misura più attendibile della tensione di azzeramento -per ogni valore della lunghezza d'onda- tramite fit alla corrente complessiva, con un modello del tipo:

$$I(V) = I_{ph} + I_{inv} = a(V_0 - V)^\alpha \theta(V_0 - V) + bV + I_0 \quad (4)$$

Come prima è ragionevole assumere che l'esponente α sia indipendente dalle caratteristiche della luce incidente (visto che fisicamente dipende dalla densità degli stati elettronici del metallo nella banda di conduzione e da effetti legati all'interazione dei fotoelettroni con il bulbo della fotocella).

Mentre il parametro a , legato alla normalizzazione della fotocorrente, dovrebbe racchiudere la dipendenza dalla frequenza della luce incidente, poiché vi dipendono sia l'intensità spettrale della lampada nella banda di selezione del filtro, che la sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico alla corrispondente energia.

3 Descrizione delle misure

Nella realizzazione pratica dell'esperimento la radiazione luminosa è inizialmente emessa secondo uno spettro -praticamente- continuo da una lampada a LED, viene collimato da un diaframma circolare, dunque focalizzato da un paio di lenti convergenti prima di essere filtrato e incidere sul catodo della fotocella (come visto in fig. 2).

¹indicando con $\theta(x)$ la funzione gradino di Heaviside $\theta(x) := \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$

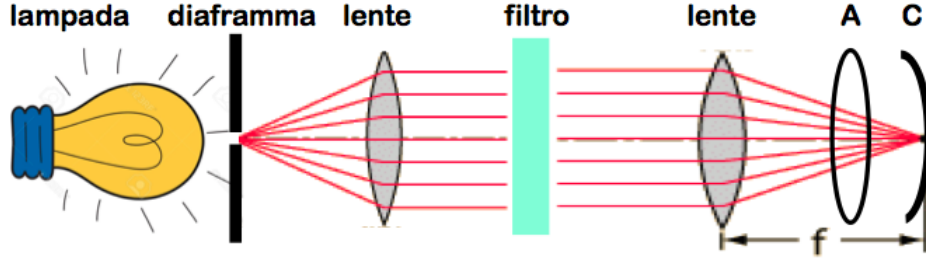


Figura 2: Rappresentazione schematica dell'apparato di illuminazione della fotocella

Per variare la frequenza ν della radiazione che illumina la cella fotoelettrica utilizziamo 4 filtri di tipo interferenziale, per cui la luce trasmessa non è monocromatica, ma viene dispersa intorno al valore nominale centrale secondo una distribuzione di intensità spettrale pressoché uniforme su intervalli di larghezza FWHM ≈ 10 nm attorno alla lunghezza d'onda centrale CWL.

Teniamo conto della dispersione dello spettro incidente associando alla lunghezza d'onda centrale (riportata nei rispettivi datasheet) un'incertezza pari alla deviazione standard della curva di trasmissione a partire dalla larghezza a metà altezza FWHM (anch'essa tabulata) secondo la formula

$$\lambda \pm \sigma_\lambda = \text{CWL} \pm \text{FWHM}/\sqrt{12}$$

Per variare la tensione $V_{\text{bias}} \in [0, 2]$ V, intervallo entro il quale ci aspettiamo di trovare la tensione di frenamento critica V_0 , generiamo in WG1 una rampa di tensione compresa tra i due estremi e la misuriamo con il CH1 dell'oscilloscopio di un AD2 secondo lo schema in fig. 3. Con il secondo canale misuriamo contemporaneamente quella generata dal convertitore corrente-tensione all'uscita del picoamperometro: nel nostro setup il fattore di conversione vale $\kappa = 1$ nA/V ($\pm 0.4\%$ dato dall'incertezza sulla lettura della corrente) per cui misuriamo $I = \kappa V_{CH2} = V \cdot 10^{-9}$ [A]

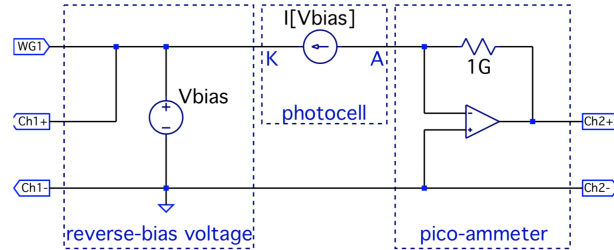


Figura 3: Schema del circuito equivalente per la misura dell'energia cinetica dei fotoelettroni.

Finalmente usiamo la funzionalità di plot XY dell'oscilloscopio per ottenere i grafici della corrente che attraversa la fotocella in funzione della tensione di bias (come riportato a destra di fig. 1 in rosso le ordinate Math1, sulle ascisse V_{bias} misurata da CH1).

3.1 Misura della corrente inversa

Per effettuare la misura della corrente inversa abbiamo acquisito i dati come sopra con la lampada accesa, con la sola differenza che il vano della fotocella è stato opportunamente oscurato con un setto opaco, ricavando così l'andamento della corrente inversa in funzione della tensione di bias nello stesso intervallo di misura della fotocorrente riportato in fig. 4

4 Analisi dati e stima del rapporto h/e

La stima del rapporto h/e è stata poi ottenuta in due modi diversi: dal coefficiente angolare della retta di *best-fit* da una stima preliminare e dal metodo della corrente inversa.

Assumendo $e = 1.602176634 \times 10^{-19}$ C e $h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ J s il valore atteso del loro rapporto è

$$\left(\frac{h}{e}\right)_{\text{exp}} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ V s} \quad (5)$$

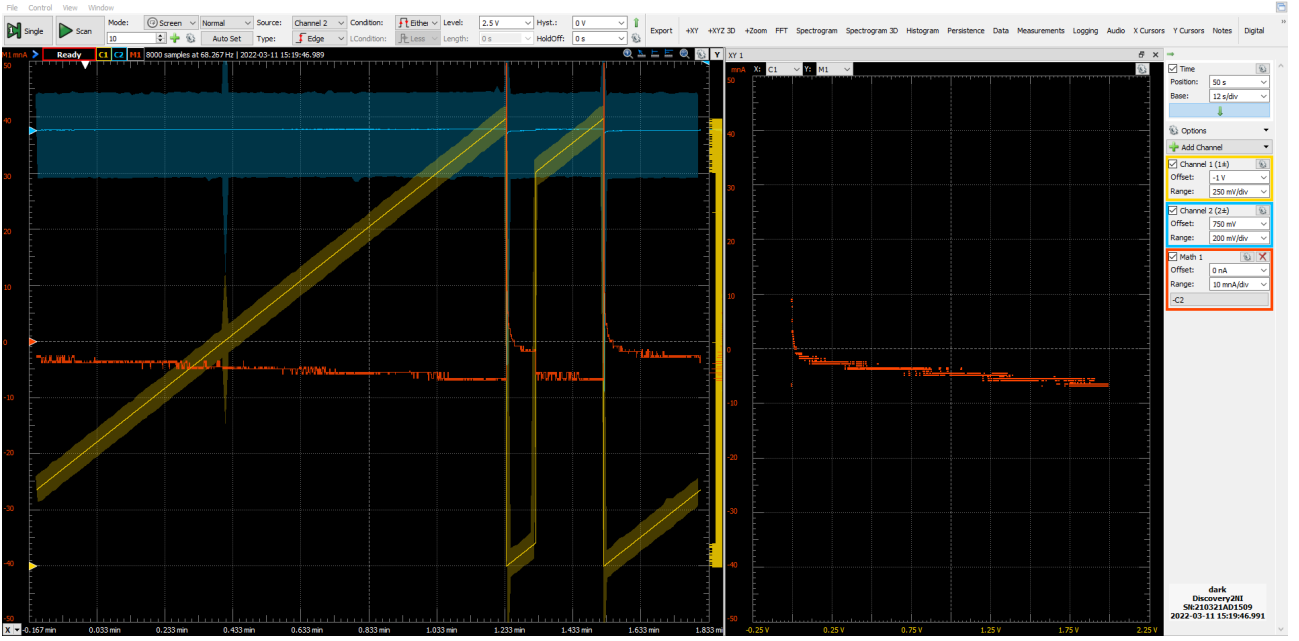


Figura 4: Stampa a schermo dell'oscilloscopio per la misura della corrente senza luce incidente sulla cella fotoelettrica. Una volta superato il transiente iniziale all'inizio della rampa di tensione è già possibile notare un andamento lineare dei dati.

λ [nm]	a [pA/V $^\alpha$]	V_0 [mV]	α [arb. un.]	b [pV]	I_0 [pA]	χ^2/ndof
450 ± 3	492 ± 3	1273 ± 2	2.264 ± 0.007	-4.4 ± 0.5	-0.6 ± 0.8	599/7817
499 ± 3	756 ± 4	1061 ± 2	2.441 ± 0.009	-3.1 ± 0.4	-2.5 ± 0.6	555/7817
546 ± 3	1066 ± 6	863 ± 3	2.547 ± 0.012	-2.6 ± 0.3	-2.9 ± 0.4	368/7817
577 ± 3	1595 ± 8	751 ± 3	2.603 ± 0.016	-2.4 ± 0.2	-3.2 ± 0.3	210/7817

4.1 Metodo della corrente inversa

Da un fit lineare alla corrente inversa si ricava $m = -2.58 \pm 0.10$ $q = -1.78 \pm 0.13$ Chi square/ndof = 92.4/7945
Equivalent resistance $1/m = 388.333157 \pm 15.527957$ Gohm corr = -0.8580018344212901

Da un primo fit con eq. (4) lasciando tutti i parametri liberi si trova

4.2 Stima dell'esponente α

Si è notato che la stima dei valori del potenziale frenante critico e dell'esponente α esibivano una apprezzabile dipendenza dall'intervallo di tensioni di bias considerate nel fit della fotocorrente.

Considerando valori di $V_{bias} \sim 0$, oltre a quelle vicine al ginocchio in V_0 , si è visto che il valore dell'esponente α assume un andamento monotono crescente in funzione della lunghezza d'onda in maniera analoga a quanto osservato finora per il parametro a .

Si è scelto quindi di fissare il valore di α come media pesata dei valori ottimali stimati dai fit prendendo in considerazione l'intero range di tensioni esplorato, dunque di eseguire un nuovo fit ai 4 dataset lasciando liberi solamente i restanti parametri dipendenti dalla frequenza della luce incidente: V_0 e a .

In particolare, dal fit con alpha libero si trova np.mean(alphas) Out[27]: 2.4806408028824034

np.mean(dalphas) Out[28]: 0.010212701821352213

1/pars[0] Out[29]: 3.568317911720477 Quindi un valore del rapporto h/e sottostimato di circa il 15% rispetto al valore atteso.

Mentre dai valori di V_0 ricavati fissando α proponiamo un fit lineare alla relazione inversa

$$\nu = \frac{e}{h} V_0 - W_0/h \quad (6)$$

da cui otteniamo come valore del rapporto $h/e = 4.19 \pm 0.13$ Vs, che è compatibile entro l'incertezza con il valore tabulato di 4.14.

5 Valutazione degli effetti sistematici

In realtà il nostro apparato è racchiuso da una scatola metallica per schermarlo dalla luce e dal rumore elettronico ambientale, ma la misura di h/e è affetta da diverse fonti di errore sistematico.

5.1 Effetto fotoelettrico sull'anodo

Dal datasheet della cella fotoelettrica sappiamo che questa è composta da un anodo in lega di platino e rodio, che è una spira di $ST3c$ m e da un catodo in potassio rivestito di ossido d'argento, costituito da un arco delle dimensioni di 4 cm.

Per minimizzare il contributo alla corrente inversa dato dall'emissione di fotoelettroni dall'anodo quando viene investito dagli aloni del fascio di luce incidente si è ridotta l'apertura del diaframma così che la sua immagine, messa a fuoco al centro del catodo, abbia dimensioni molto inferiori al raggio dell'anodo.

Non solo: il potassio -come tipico per i metalli alcalini- ha lavoro di estrazione $W_{0,K} \approx 2.15$ V più basso di quello di altri metalli, come il platino $W_{0,Pt} \approx 5.29$ V con cui è stato realizzato l'anodo sempre per questo motivo.

5.2 Effetto termoionico e connessione ohmica tra gli elettrodi

A differenza del caso precedente ci sono due effetti che non possono essere soppressi altrettanto facilmente, per cui ci aspettiamo forniscano il contributo maggioritario alla corrente inversa:

- L'effetto termoionico si ha sia sul catodo che sull'anodo e diventa più significativo all'aumentare della tensione di *bias*. La corrente I_{inv} misurata per $V > V_0$ è principalmente attribuibile a questo contributo e dovrebbe essere osservabile (e quindi quantificabile in modo più preciso) anche in assenza di illuminazione;
- I cavi coassiali uscenti dalla scatola metallica in cui è contenuto l'apparato sono connessi al catodo e all'anodo e poi esternamente collegati rispettivamente in parallelo al voltmetro e in serie al picoamperometro. La scatola metallica scherma dal rumore elettronico, ma le guaine di rivestimento dei cavi non sono perfettamente isolanti e questo può comportare una ulteriore corrente inversa tra gli elettrodi, che per via dell'ordine di grandezza delle correnti in gioco, diventa non trascurabile.

5.3 Considerazioni sul metodo A

Nel metodo A si determina il valore della corrente inversa interpolando le misure nella regione $I \leq 0$ con un modello lineare. I parametri b e I_0 non dovrebbero dipendere dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente: considerando un modello del tipo equazione di Shockley per un diodo a giunzione per la fotocellula, il modello lineare dovrebbe essere uno sviluppo al primo ordine dell'equazione caratteristica nel range considerato, con b parametro nell'esponenziale e I_0 valore asintotico della corrente.

Tuttavia dalla (??) è possibile notare come I_{inv} abbia in realtà andamenti diversi al variare della lunghezza d'onda: per le lunghezze d'onda minori, quindi per fotoni più energetici, il potenziale di frenamento V_0 è più elevato e dunque la corrente tende più lentamente al valore asintotico. Questo comporta una deviazione significativa dall'andamento lineare e dunque i parametri del *fit* manifestano necessariamente una dipendenza dalla lunghezza d'onda impiegata.

5.4 Considerazioni sul metodo B

Nel metodo B si adopera l'equazione (??) e in tale caso i parametri b e I_0 risultano compatibili. Nella zona di transizione $V \sim V_0$, il parametro a tiene conto della dipendenza dalla lunghezza d'onda: dai parametri di *best-fit* si nota infatti che a cambia significativamente al variare della lunghezza d'onda ed è monotona crescente nella lunghezza d'onda.

L'origine fisica del parametro α nella legge di potenza può essere compresa descrivendo, in prima approssimazione, il gas di elettroni nella banda di conduzione del metallo alcalino di cui è costituito il catodo come un gas degenero di Fermi: ovviamente questo modello considera gli elettroni nel metallo come liberi e non tiene conto delle successive interazioni dei fotoelettroni con il bulbo della fotocella. Si ottengono infatti valori maggiori di $3/2$, gli α di *best-fit* non risultano compatibili tra loro e risultano monotoni crescenti nella lunghezza d'onda.

Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a dare una misura ragionevole del rapporto carica/massa dell'elettrone a partire da un'analisi delle fotografie della sua traiettoria elicoidale in presenza di un campo magnetico uniforme.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.

Riferimenti bibliografici

- [1] I. D. Coope, Circle fitting by linear and nonlinear least squares, Department of Mathematics, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, N.60, May, 1992, https://ir.canterbury.ac.nz/bitstream/handle/10092/11104/coope_report_no69_1992.pdf?sequence=1&isAllowed=y