

Es10: Misura del rapporto carica-massa dell'elettrone e/m_e

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

11 marzo 2022

1 Scopo dell'esperienza

Si vuole misurare il rapporto e/m attraverso la misura del raggio di curvatura della traiettoria circolare di un fascio di elettroni immersi in un campo magnetico uniforme (generato da bobine in configurazione di Helmholtz) accelerati da una differenza di potenziale nota.

Figura 1: Schema dei circuiti di emissione e rilevazione di intensità luminosa.

2 Metodo di misura

Consideriamo il campo magnetico prodotto da due bobine coassiali di raggio medio $r = 15.8$ cm, costituite da $N = 130$ spire collegate in serie e percorse da una stessa corrente di intensità I_{coil} da noi controllabile.

Si può calcolare il campo magnetico nella regione vicino al centro di ciascuna bobina dalla legge di Biot-Savart e, quando queste sono poste ad una distanza $a = r$ pari al loro raggio -cioè in configurazione di Helmholtz- si può ricavare un'espressione per il campo totale come sovrapposizione dei due campi

$$B = \frac{\mu_0 N r^2 I_{\text{coil}}}{\left[r^2 + \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N}{r} I_{\text{coil}}. \quad (1)$$

Nel piano parallelo alle spire passante per il punto medio dell'asse congiungente i centri delle bobine (ovvero il piano della traiettoria degli elettroni) il campo magnetico è parallelo all'asse z delle spire ed ha valore massimo della componente lungo lo stesso asse:

$$B_{z\text{MAX}} = 7.4010^{-4} I_{\text{coil}}$$

Un catodo, riscaldato da un filamento incandescente alimentato con una tensione $V_{\text{heat}} = 6$ V emette elettroni per effetto termoionico. Gli elettroni vengono accelerati da una d.d.p. V_{acc} compresa tra 150 e 250 V e, all'uscita dal cannone elettronico urtano gli atomi del gas rarefatto (He, a pressione di 10^{-1} Pa) presente nell'ampolla, i quali emettono la radiazione che consente di visualizzare il pennello e misurarne l'orbita.

Una volta liberati dal catodo, nella regione in cui supponiamo assente il campo elettrico V_{acc} , per la conservazione dell'energia vale

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = e V_{\text{acc}} \quad (2)$$

Per cui, assumendo che il campo magnetico sia statico e uniforme lungo z e che il fascio di elettroni abbia velocità ortogonale all'asse delle spire, ci aspettiamo che gli elettroni rimangano in moto circolare uniforme nel piano ortogonale $x - y$.

Dalla condizione di moto circolare di raggio R dovuto alla forza di Lorentz abbiamo che

$$m_e \frac{v^2}{R} = e v B \implies v = \frac{e}{m_e} B R$$

Combinando l'eq. (2) con la precedente troviamo

$$v^2 = 2 V_{\text{acc}} \frac{e}{m_e} \implies \left(\frac{e}{m_e} B R \right)^2 = 2 V_{\text{acc}} \frac{e}{m_e}$$

Da cui otteniamo l'equazione tramite cui vogliamo stimare il rapporto

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2\Delta V}{(BR)^2}. \quad (3)$$

Dal momento che tutte le variabili nel RHS sono direttamente controllabili configurando le tensioni di alimentazione e possiamo misurare il raggio della traiettoria R analizzando (come faremo ad esempio con un fit circolare) le fotografie del moto nel bulbo.

3 Descrizione delle misure

3.1 Orientazione delle bobine rispetto al campo magnetico terrestre

3.2 Mappatura del campo magnetico lungo l'asse delle bobine

3.3 Calibrazione dell'apparato per l'acquisizione delle traiettorie

3.4 Misura del raggio della traiettoria

Sulle foto sopra menzionate si è effettuato un campionamento dei punti sull'arco interno e sull'arco esterno. Le coordinate dei pixel così ricavate sono state interpolate con un *fit* circolare per ottenere una stima del raggio interno ed esterno. Si è poi assunto come valore efficace del raggio dell'orbita la media del raggio del cerchio interno e di quello esterno, e si è attribuito un errore pari alla semi-dispersione degli stessi. I raggi così ottenuti sono stati poi convertiti in unità fisiche come spiegato nella ??.

4 Analisi dati e stima del rapporto e/m

La stima del rapporto e/m_e è stata poi ottenuta in due modi diversi: come media pesata delle singole misure ottenute dalla (??) ed effettuando un *fit* lineare di $2\Delta V$ al variare di $(BR)^2$ e ottenendo e/m_e dal coefficiente angolare della retta di *best-fit*.

Prendendo come valori esatti $e = 2 \times 10^{11}$ C e $m_e = 9 \times 10^{-31}$ kg il valore atteso per il loro rapporto è

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_{\text{exp}} = 200 \times 10^9 \text{ C/kg} \quad (4)$$

5 Valutazione degli effetti sistematici

5.1 Spessore del pennello elettronico

5.2 Dipendenza della stima di e/m dal raggio dell'orbita R

5.3 Distorsione del bulbo di vetro

5.4 Campo magnetico terrestre

5.5 Disuniformità del campo magnetico sulla traiettoria

Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a dare una misura ragionevole del rapporto carica/massa dell'elettrone a partire da un'analisi delle fotografie della sua traiettoria elicoidale in presenza di un campo magnetico uniforme.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.

Riferimenti bibliografici

- [1] I. D. Coope, Circle fitting by linear and nonlinear least squares, Department of Mathematics, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, N.60, May, 1992, https://ir.canterbury.ac.nz/bitstream/handle/10092/11104/coope_report_no69_1992.pdf?sequence=1&isAllowed=y