

# Es02A: Circuito RC – Filtri passivi

Gruppo 1.AC

Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

14 ottobre 2021

## Filtro passa-basso

### 1.a Progettazione circuito RC passa-basso

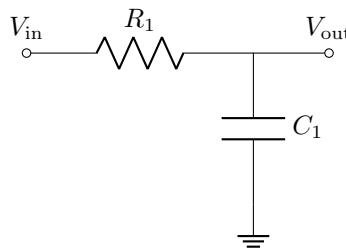


Figura 1: Schema di massima del passa-basso.

### 1.b Scelta della frequenza di taglio

La frequenza nominale di taglio è stata fissata a  $f_1 = 7337\text{Hz} \Rightarrow |A_v(3\text{kHz})| = 0.93 \quad |A_v(30\text{kHz})| = 0.23$

Abbiamo scelto  $f_{1\text{teo}} = 6.0\text{kHz}$ , così da attenuare il segnale a  $3.0\text{kHz}$  di un fattore  $\sim 1$  e quello a  $30\text{kHz}$  di un fattore  $1/\sqrt{1 + (30/6)^2} \simeq 1/5$ , per avere un fattore di soppressione di circa 4. Siamo giunti a questa scelta attraverso le seguenti considerazioni:

Dette  $f_l = 3.0\text{kHz}$  e  $f_h = 30\text{kHz}$  definiamo il fattore di soppressione del filtro come il rapporto tra le attenuazioni attese alle due frequenze di interesse:

$$\mathcal{S}^2(f_1) := \frac{|A(f_l)|^2}{|A(f_h)|^2} = \frac{f_1^2 + f_l^2}{f_1^2 + f_h^2}$$

questa è una funzione decrescente di  $f_1$  con massimo in  $f_1 = 0\text{Hz}$  pari a  $\mathcal{S}(f_1 = 0) = f_l/f_h$ ; Però la scelta  $f_1 = 0\text{Hz}$  oltre a non essere realizzabile praticamente avrebbe  $A(f) \sim 0$  per tutte le frequenze di nostro interesse ( $\geq 3\text{kHz}$ ) su cui il circuito avrebbe sempre lo stesso comportamento, che va contro a quanto vogliamo.

Idealmente vorremmo  $f_1$  il più “piccola” possibile, ma non minore di  $f_l$  per ridurre attenuazioni e sfasamenti indesiderati del segnale a bassa frequenza, ma “sufficientemente” minore di  $f_h$  affinché il segnale ad alta frequenza venga apprezzabilmente “tagliato”. Ovverosia  $f_l \ll f_1 \ll f_h$ ; però, dal momento che  $f_h = 10 \cdot f_l$  tra i due estremi di frequenza c’è solo un ordine di grandezza, siamo costretti a cercare un compromesso ragionevole:  $f_l \leq f_1 \leq f_h$ .

Visto che il filtro raggiunge un fronte di discesa di pendenza modesta ( $-20\text{dB/decade}$ ) soltanto quando  $f \gg f_1$  scegliamo  $f_1$  decisamente più lontana da  $f_h = 5 \cdot f_1$  che da  $f_l = \frac{1}{2}f_1$ : di modo che il segnale a  $f_l$  venga adeguatamente soppresso, mentre quello a  $f_l$  rimanga il più possibile indisturbato.

Infine la scelta tra i valori disponibili di  $R_1$  e  $C_1$  ci ha portato alla frequenza di taglio nominale più vicina a quella teorica di  $f_1 = 7.3 \pm 0.3\text{kHz}$ .

### 1.c,1.d Scelta dei componenti

I valori nominali scelti sono  $R_1 = 2 \pm 1\% \text{ k}\Omega$   $C_1 = 10 \pm 10\% \text{ nF}$ .

Affinché il passa basso non venga perturbato dal carico a valle  $R_L = 100\text{ k}\Omega$ , l’impedenza in uscita dal circuito  $Z_{\text{out}}(\omega)$  dev’essere trascurabile rispetto a quella del carico.

$$|Z_{\text{out}}| = \left| \left( \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)^{-1} \right| \ll R_L \implies R_1 \ll R_L \sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} = R_L \sqrt{1 + \left( \frac{f}{f_1} \right)^2}.$$

Dunque dobbiamo avere

$$R_1 \ll 100 \text{ k}\Omega \sqrt{1 + \left(\frac{f_l}{f_1}\right)^2} \approx 110 \text{ k}\Omega.$$

Abbiamo quindi scelto  $R_{1\text{teo}} = 2.0 \text{ k}\Omega$ . Per cui prendiamo  $C_{1\text{teo}} = \frac{1}{2\pi R_{1\text{teo}} f_{1\text{teo}}} \approx 8.0 \text{ nF}$ .

### 1.e Misura di $C_1$

$$C_1 = 10.9 \pm 0.4 \text{ nF}$$

Compatibile entro la tolleranza con il valore nominale.

### 1.f Calcolo della frequenza di taglio e delle attenuazioni attese

$$\begin{aligned} f_1 &= 7.3 \pm 0.3 \\ |A_v(3 \text{ kHz})| &= 0.93 \pm 0.04 \\ |A_v(30 \text{ kHz})| &= 0.24 \pm 0.01 \end{aligned}$$

## 3 Misura $A_v$

Dalla misura delle ampiezze dei segnali di ingresso/uscita e del loro sfasamento si ottiene:

$f \pm \sigma(f)$ [kHz]	$V_{\text{in}} \pm \sigma(V_{\text{in}})$ [V]	$V_{\text{out}} \pm \sigma(V_{\text{out}})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$	$\varphi \pm \sigma(\varphi)$
$3.00 \pm 0.06$	$1 \pm 0.05$	$0.93 \pm 0.05$	$0.93 \pm 0.07$	$0.38 \pm 0.01$
$7.34 \pm 0.15$	$1 \pm 0.05$	$0.72 \pm 0.04$	$0.72 \pm 0.06$	$1.32 \pm 0.04$
$30.0 \pm 0.6$	$1 \pm 0.05$	$0.25 \pm 0.01$	$0.25 \pm 0.02$	$0.77 \pm 0.02$

Tabella 1: (3) Amplificazione e sfasamento del filtro passa-basso a bassa ed alta frequenza ed alla frequenza nominale di taglio.

## 4 Risposta in frequenza

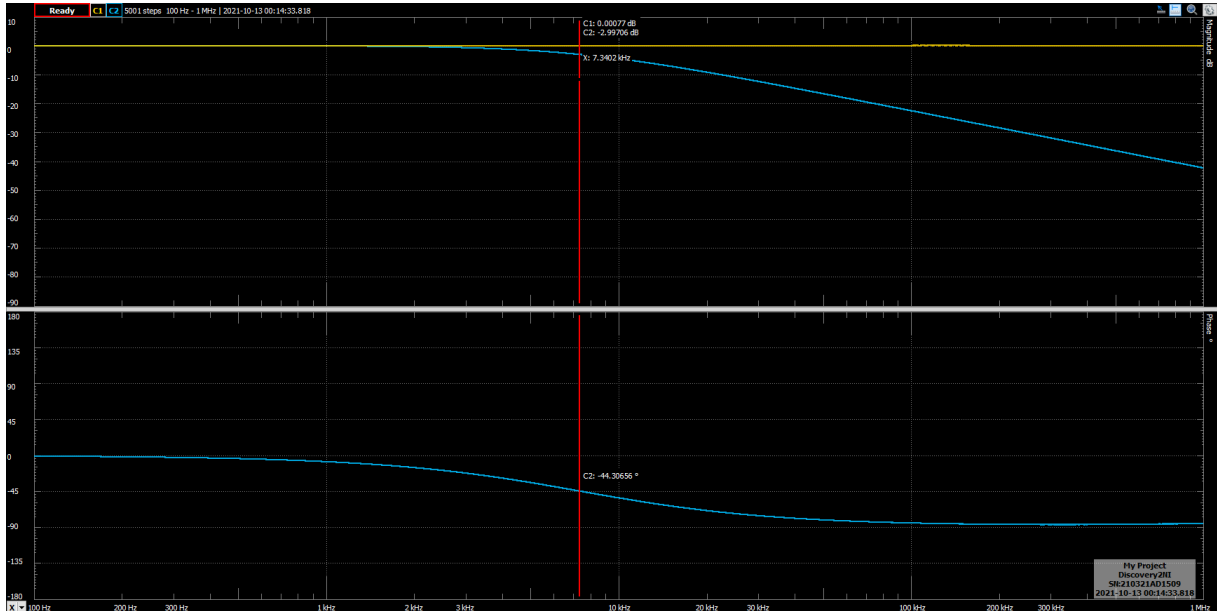


Figura 2: Plot di Bode per il filtro passa-basso.

### 5.a Stima della frequenza di taglio (metodo a)

La nostra stima della frequenza per cui  $A_v(\text{dB}) = -3 \text{ dB}$  è

$$f_{1A} = 7336 \pm 13 \text{ kHz}$$

## 5.b Misura della frequenza di taglio (metodo b)

Dal fit a bassa frequenza ( $f \ll f_1$ ) otteniamo

$$A_1(\text{mdB}) = -17.91 \pm 0.18 \quad \chi^2 = 243 \quad \text{d.o.f.} = 873$$

Ad alta frequenza ( $f \gg f_1$ ) la retta di best-fit al plot di Bode in ampiezza ha i seguenti parametri:

$$\text{intercetta} = 75.928 \pm 0.008 \quad \text{pendenza} = -19.6747 \pm 0.0016 \quad \text{correlazione} = -0.997 \quad \chi^2 = 1647 \quad \text{d.o.f.} = 1746$$

Dall' intersezione delle due rette stimiamo per la frequenza di taglio il valore

$$f_{1B} = 7246 \pm 8 \text{ Hz}$$

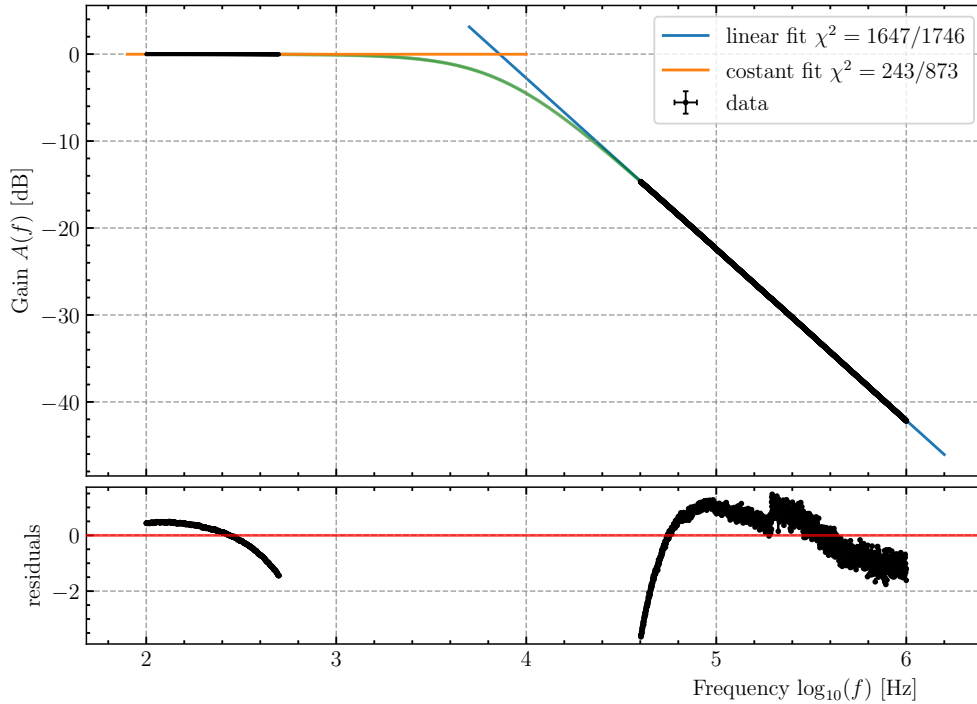


Figura 3: Fit al plot di bode per trovare la frequenza di corner. In verde i punti non utilizzati nel fit.

## 5.c Misura della frequenza di taglio (metodo c)

Dal fit complessivo del modulo della funzione di trasferimento

$$|T(f)| = A(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_1}\right)^2}} \quad (1)$$

otteniamo per l' amplificazione di centro-banda e per la frequenza di taglio i seguenti valori:

$$A_1(\text{mdB}) = -19.1 \pm 0.3 \quad f_{1B} = 7428.8 \pm 0.9 \text{ Hz} \quad \chi^2 = 1614 \quad \text{d.o.f.} = 4997$$

## 5.d Confronto misure-predizione

Commentare l' accordo tra le varie stime di  $f_1$  ed il valore atteso.

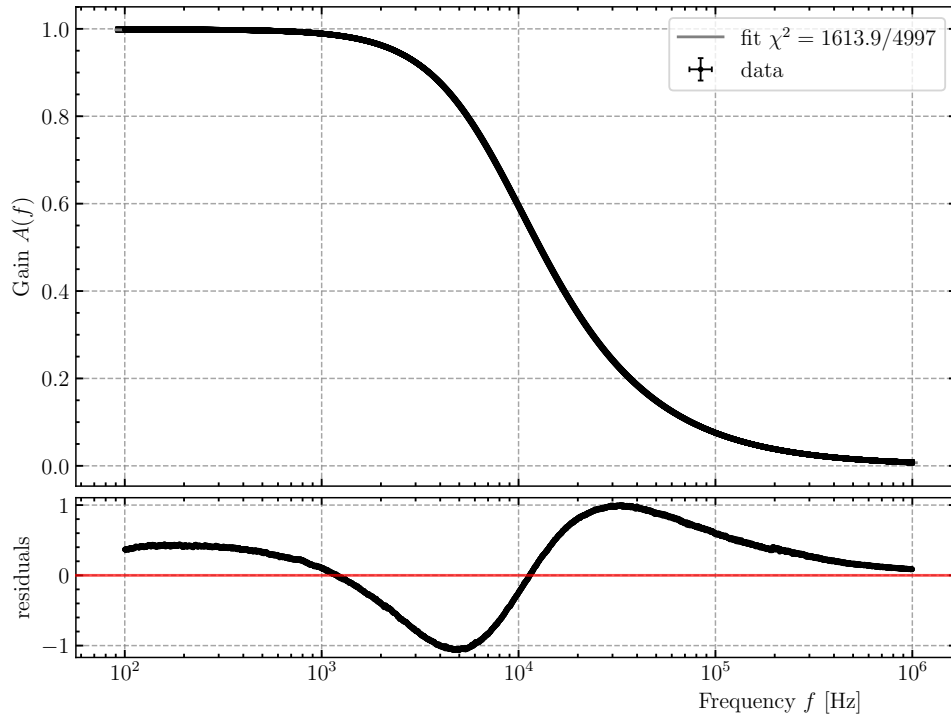


Figura 4: Fit complessivo al plot di bode con l'espressione per l'attenuazione (1).

## 6 Risposta del filtro ad un gradino

Il fronte del segnale di uscita ha un tempo di salita, misurato con i cursori, di

$$t_r = 47 \pm 3 \text{ } \mu\text{s}$$

da cui

$$f_1 = \ln(9)R_1C_1 \simeq \frac{2.2}{2\pi t_r} = 7.4 \pm 0.5 \text{ kHz}$$

## 7.a Impedenze di ingresso/uscita

(Qui è sufficiente scrivere le espressioni in termini della frequenza e dei componenti)

$$Z_{\text{in}}(\omega) = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 \left( 1 - j \frac{1}{\omega R_1 C_1} \right) = R_1 \left( 1 - j \frac{\omega_1}{\omega} \right)$$

$$Z_{\text{out}}(\omega) = \left( \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)^{-1}$$

## 7.b Effetti dovuti all' accoppiamento con un carico

(Qui è richiesto che valutate l' amplificazione di centro-banda e la frequenza di taglio nel caso in cui il carico sia rispettivamente 100 e 10 kΩ)

$$\begin{aligned} R_L = 100 \text{ k}\Omega &\Rightarrow A_1 = \dots & f_1 = \dots \\ R_L = 10 \text{ k}\Omega &\Rightarrow A_1 = \dots & f_1 = \dots \end{aligned}$$

## Filtro passa-banda

### 8.a Misura dei componenti

$$C_1 = \dots \pm \dots$$

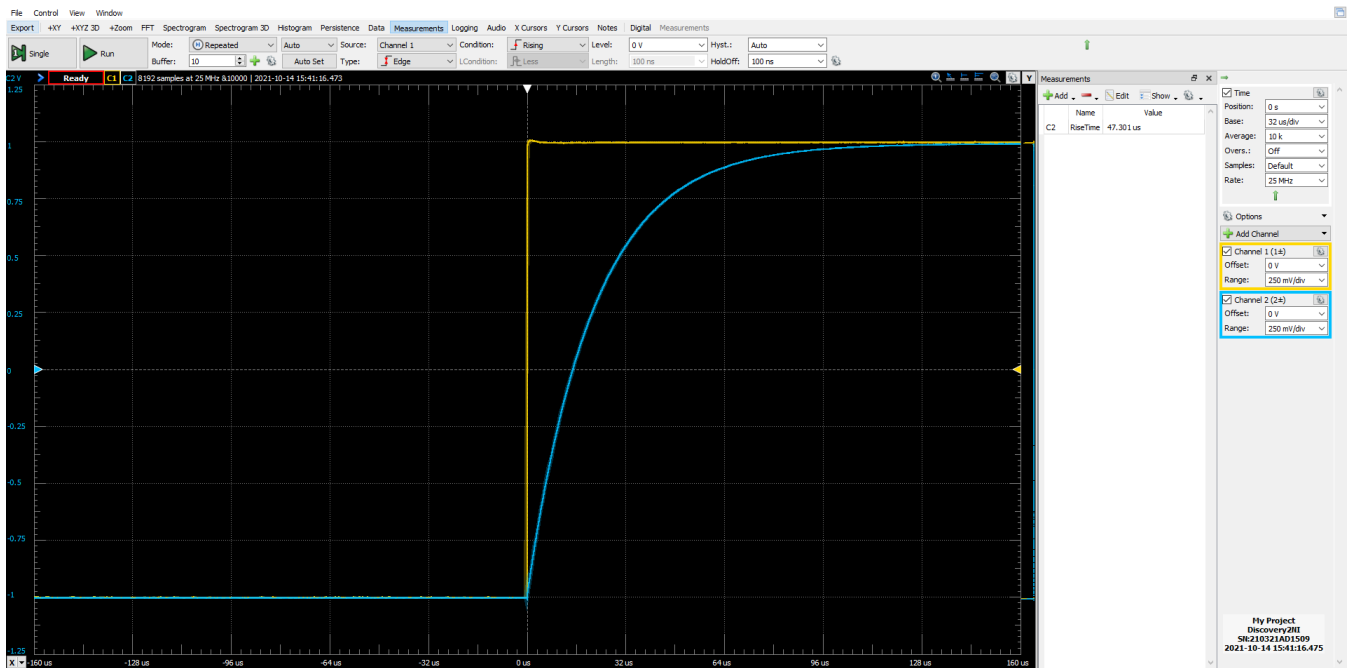


Figura 5: (6) Risposta del filtro passa-basso ad un gradino di tensione.

## 8.b Filtro passa-basso, stima della frequenza di taglio

Dalla risposta in frequenza risulta

$$A_1(dB) = \dots \pm \dots, \quad f_1 = \dots \pm \dots$$

## 9.a Misura dei componenti

$$C_2 = 95 \pm 4nF$$

## 9.b Filtro passa-alto, stima della frequenza di taglio

Dalla risposta in frequenza risulta

$$A_2(dB) = \dots \pm \dots, \quad f_2 = \dots \pm \dots$$

## 10.a Filtro passa-banda, risposta in frequenza

(10.a) Salvare ed inserire l' immagine del Network analyzer per il passa-banda

Figura 6: (4) Plot di Bode per il filtro passa-banda.

La nostra stima dell' amplificazione di centro-banda e delle frequenze di taglio (per cui il guadagno si riduce di 3 dB rispetto a centro-banda) è

$$A(dB) = \dots \pm \dots \quad f_L = \dots \pm \dots \quad f_H = \dots \pm \dots$$

## 10.b Interpolazione del plot di Bode

Dal fit del plot di Bode in ampiezza si ha

$$A(dB) = \dots \pm \dots \quad f_L = \dots \pm \dots \quad f_H = \dots \pm \dots \quad \chi^2 = \dots \quad d.o.f. = \dots$$

### **10.c Differenze**

Motivare la differenza rispetto ai filtri standalone

### **10.d Dipendenza dai valori delle resistenze**

Commentare la dipendenza dalle resistenze, come da guida

### **10.e Andamento della fase**

Commentare la dipendenza della fase dalla frequenza

## **Conclusioni e commenti finali**

Inserire eventuali commenti e conclusioni finali

## **Dichiarazione**

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.