

Es04A: Amplificatori operazionali e filtri attivi

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

14 novembre 2021

Misura componenti del circuito

Resistenze [Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1	998	8	C	50	2
R_2^a	7.04	0.06			
R_2^f	9.85 k	0.08 k			
R_S	998	8			

Tabella 1: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Resistenze [Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1	993	8	C	48	2
R_2^a	5.09 k	0.04 k			
R_2^f	9.94 k	0.08 k			
R_3	993	8			
R_S	992	8			

Tabella 2: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Riportiamo per completezza anche il valore calcolato della resistenza di base

$$R_B = R_1 || R_2 = 8.70 \pm 0.07 \text{ k}\Omega$$

e i valori delle tensioni di alimentazione continue misurate con il multimetro

$$V_{CC} = 4.99 \pm 0.03 \text{ V}$$

$$V_{EE} = -4.99 \pm 0.03 \text{ V}$$

1 Circuito amplificatore invertente

1.a Progettazione del circuito

Scegliamo di costruire un amplificatore invertente a partire da un op-amp TL081CP con impedenza in ingresso maggiore o uguale a 1 k Ω e guadagno $A_{v, \text{atteso}} = -\frac{R_2}{R_1}$ compreso (in valore assoluto) tra 5 e 10 come quello in figura 1

In condizione di op-amp ideale gli ingressi $+$, $-$ sono dei circuiti aperti, per cui la stessa corrente scorre attraverso R_1 ed R_2 : $V_+ = V_- \approx 0$. Questo implica che

$$R_{\text{in}} \approx R_1 \quad (1)$$

allora per soddisfare la richiesta $5 \leq A_v \leq 10$ basta imporre $5R_1 \leq R_2 \leq 10R_1$.

Dunque una volta fissata $R_1 = 1 \pm 1\% \text{ k}\Omega$, dobbiamo avere $5 \text{ k}\Omega \leq R_2 \leq 10 \text{ k}\Omega$, di conseguenza scegliamo $R_2 = 5.1 \pm 1\% \text{ k}\Omega$, che corrisponde ad un guadagno di centro banda $A_{v, \text{atteso}} = 5.1 \pm 2\%$

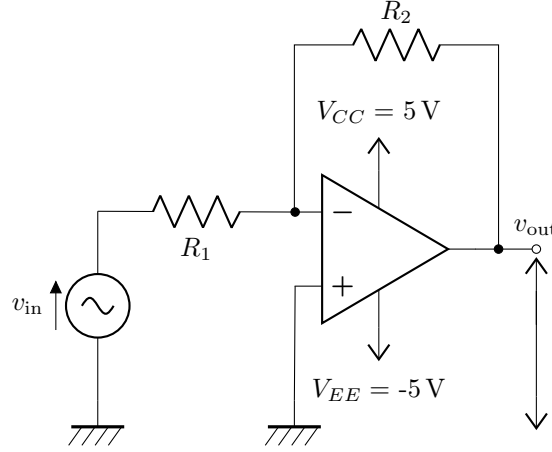


Figura 1: Schema di massima dell'amplificatore invertente costruito.

1.b Amplificazione di piccoli segnali

Si è inviato all'ingresso di entrambi i circuiti un segnale sinusoidale di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2$ mV ad una frequenza fissata 5.01 ± 0.05 kHz.

Dunque abbiamo misurato l'ampiezza del segnale in uscita dal circuito con $R_2^a = 5$ k Ω , che risulta $v_{out} = 1022 \pm 8$ mV, ottenendo così una stima del guadagno dell'amplificatore $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 5.11 \pm 0.06$.

Mentre per il circuito con $R_2^a = 7$ k Ω si trova $v_{out} = 1411 \pm 8$ mV, che corrisponde ad un guadagno di $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 7.06 \pm 0.06$.

Se i due segnali sono in opposizione di fase il passaggio per 0 con la stessa pendenza/slope devono distare un semi-periodo dall'altro; come si vede bene dalla figura 2 in cui ai massimi del segnale in ingresso (la traccia gialla) corrispondono i minimi del segnale in uscita (la traccia blu)

Figura 2: Risposta del circuito ad un segnale sinusoidale di ampiezza 200 mV e $f = 1$ kHz in ingresso. Quando l'amplificatore è in pieno regime attivo.

Da una misura con i cursori troviamo

$$\Delta t = 50.2 \pm 1.0 \text{ ns}$$

$$\Delta \varphi = 2\pi f \Delta t = 3.14 \pm 0.06 \text{ rad}$$

mentre con la funzione di misura automatica definita con uno script di Wavegen risulta:

$$\varphi = 179.63 \pm 0.10^\circ$$

che sono entrambi compatibili con il valore atteso di $\Delta \varphi_{exp} = \pi$ rad per la natura invertente dell'amplificatore.

1.c Misure di guadagno al variare di v_{in}

Misurando con l'oscilloscopio l'ampiezza dei segnali in ingresso v_{in} e in uscita v_{out} dall'amplificatore possiamo ricavare una misura del guadagno del circuito dal rapporto $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$.

Con un fit lineare possiamo stimare il guadagno dell'amplificatore a partire dal grafico di $v_{out} = A_v v_{in}$ al variare di v_{in} . Da cui troviamo i seguenti parametri per la retta di best-fit

$$\text{intercetta} = -0.6 \pm 0.4 \text{ mV} \quad \text{pendenza} = 5.124 \pm 0.003 \quad \text{correlazione} = -0.72 \quad \chi^2 = 0.2 \quad d.o.f. = 10$$

$$\text{coefficiente angolare/senza intercetta} = 5.120 \pm 0.002 \quad \chi^2 = 0.2 \quad d.o.f. = 11$$

Il valore atteso per il guadagno dal valore dei componenti in questa configurazione del circuito è pari a

$$A_{v,exp} = -\frac{R_2}{R_1} = -5.13 \pm 0.12$$

Questo è compatibile con quanto trovato sperimentalmente, specialmente tenendo conto della notevole indeterminazione sul valore dei parametri di costruzione dell'op-amp.

$v_{\text{in}}(\text{mV})$ (nom.)	$v_{\text{in}} \pm \sigma(v_{\text{in}})$ [mV]	$v_{\text{out}} \pm \sigma(v_{\text{out}})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$
50	50.0 ± 0.4	256 ± 2 m	5.12 ± 0.06
100	100.0 ± 0.8	511 ± 4 m	5.11 ± 0.06
150	150.0 ± 1.2	767 ± 6	5.11 ± 0.06
200	200 ± 1.6	1022 ± 8	5.11 ± 0.06
250	250 ± 2	1278 ± 11	5.11 ± 0.06
300	300 ± 2	1534 ± 12	5.11 ± 0.05
350	349 ± 3	1790 ± 14	5.13 ± 0.06
400	399 ± 3	2046 ± 16	5.13 ± 0.06
450	449 ± 4	2302 ± 18	5.13 ± 0.06
500	499 ± 4	2.56 ± 0.02	5.13 ± 0.06
550	549 ± 4	2.82 ± 0.02	5.13 ± 0.06
600	599 ± 5	3.07 ± 0.02	5.13 ± 0.06
700	699 ± 6	3.55 ± 0.03	5.07 ± 0.06
800	799 ± 6	3.82 ± 0.03	4.78 ± 0.05
900	899 ± 7	3.86 ± 0.03	4.28 ± 0.05
1 V	999 ± 8	3.86 ± 0.03	3.86 ± 0.04
1.2 V	1199 ± 9	3.86 ± 0.03	3.22 ± 0.04
1.4 V	1399 ± 11	3.88 ± 0.03	2.78 ± 0.03
1.6 V	1599 ± 12	3.89 ± 0.03	2.43 ± 0.03
1.8 V	1799 ± 14	3.90 ± 0.03	2.17 ± 0.02
2 V	1999 ± 15	3.92 ± 0.03	1.96 ± 0.02

Tabella 3: Misure di guadagno al variare della tensione in ingresso all'amplificatore con $R_2^a = 5.1 \text{ k}\Omega$. Oltre i 600 mV di ampiezza del segnale in ingresso la forma d'onda in uscita inizia a manifestare difetti dovuti al clipping dell'op-amp al di fuori del regime lineare.

1.d Impedenza in ingresso

Inserendo in serie al generatore una resistenza R_S dello stesso ordine di R_{in} attesa e misurando la tensione in uscita con o senza R_S è possibile dare un stima della resistenza in ingresso del circuito. Detta V_1 la tensione V_{out} misurata senza R_S e V_2 la tensione misurata con R_S inserita, vale l'equazione:

$$\frac{R_S}{R_{\text{in}}} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \quad (2)$$

Abbiamo preso come R_S un'altra resistenza da $1 \pm 10\% \text{ k}\Omega$. Per cui, avendo misurato $V_1 = 1412 \pm 8 \text{ mV}$ e $V_2 = 2.822 \pm 0.017 \text{ V}$, troviamo come resistenza in ingresso:

$$R_{\text{in}} = \frac{R_S}{V_1/V_2 - 1} = 1.00 \pm 0.02 \text{ k}\Omega$$

Dunque per l'amplificatore di guadagno 5.1 abbiamo misurato $V_1 = 1022 \pm 8 \text{ mV}$ e $V_2 = 512 \pm 4 \text{ mV}$, cioè

$v_{\text{in}}(\text{mV})$ (nom.)	$v_{\text{in}} \pm \sigma(v_{\text{in}})$ [mV]	$v_{\text{out}} \pm \sigma(v_{\text{out}})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$
40	40.1 ± 0.2	283 ± 1.7 m	7.06 ± 0.06
60	59.8 ± 0.3	410 ± 2 m	6.86 ± 0.06
80	79.9 ± 1.1	564 ± 3 m	7.06 ± 0.06
100	100.1 ± 1.2	705 ± 4 m	7.04 ± 0.06
200	200 ± 2	1412 ± 8 m	7.06 ± 0.06
400	401 ± 3	2882 ± 17 m	7.04 ± 0.06
600	601 ± 5	4.24 ± 0.02	7.05 ± 0.06
800	801 ± 6	5.78 ± 0.03	7.21 ± 0.06
900	900 ± 6	6.32 ± 0.04	7.00 ± 0.06
1000	1000 ± 7	7.04 ± 0.04	7.02 ± 0.06

Tabella 4: Misure di guadagno al variare della tensione in ingresso all'amplificatore con $R_2^a = 7 \text{ k}\Omega$

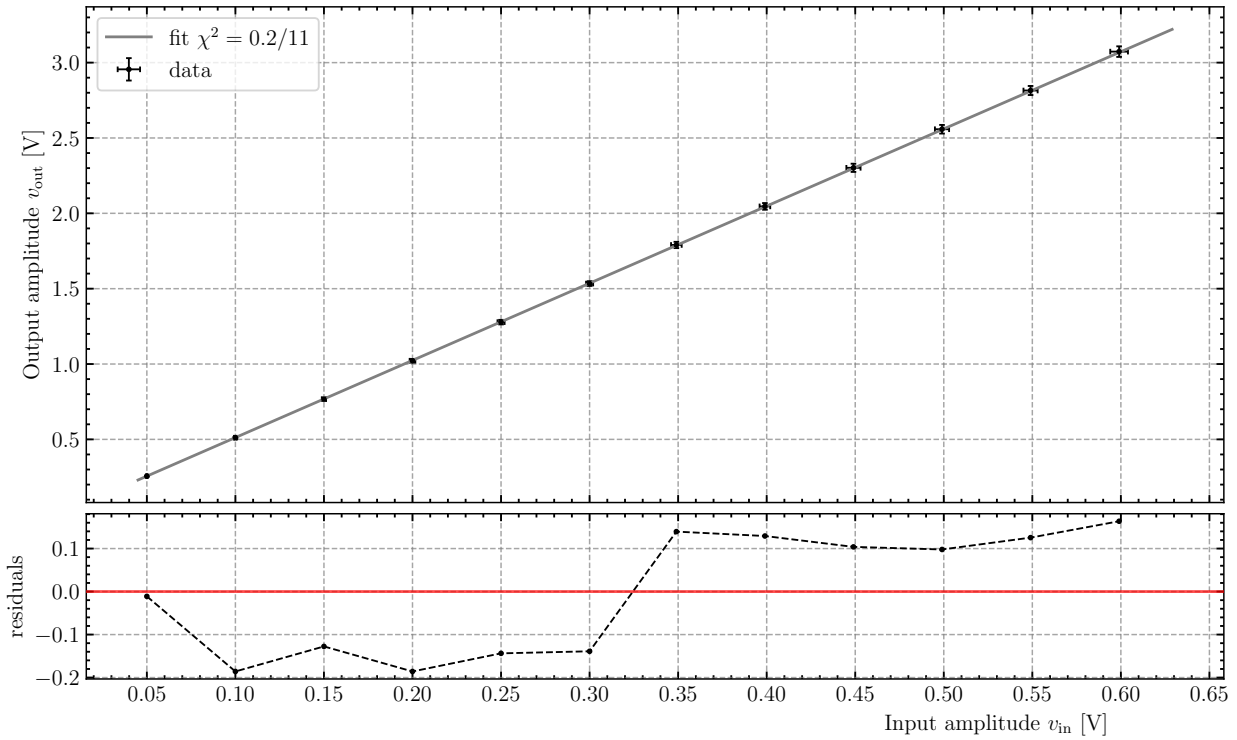


Figura 3: Fit lineare per l'andamento dell'uscita rispetto al segnale in ingresso.

come resistenza in ingresso si ha:

$$R_{in} = \frac{R_S}{V_1/V_2 - 1} = 0.99 \pm 0.02 \text{ k}\Omega$$

Il che risulta compatibile entro l'incertezza con il valore atteso dalla (1) per entrambi gli amplificatori invertenti.

2 Risposta in frequenza e slew rate

2.a Network analyzer

Con l'aiuto dei cursori abbiamo misurato come guadagno a centro banda per il circuito amplificatore con resistenza $R_2 = 5.1 \text{ k}\Omega$ $A_M = 14.18 \pm 0.09$ dunque abbiamo ricavato una stima della frequenza di taglio dell'amplificatore invertente dal punto in cui il guadagno diminuisce di -3.01 dB rispetto ad A_M : $f_H = 388.0 \pm 1.1 \text{ kHz}$

2.b Misura dello slew rate

Abbiamo inviato in ingresso all'amplificatore un'onda quadra di ampiezza $1999 \pm 15 \text{ mV}$ e frequenza $1000 \pm 16 \text{ Hz}$, al fronte di discesa dell'onda abbiamo trovato una rampa come segnale in uscita, la cui pendenza corrisponde proprio allo slew rate dell'amplificatore.

Misurando con l'oscilloscopio l'ampiezza dei segnali in ingresso v_{in} e in uscita v_{out} dall'amplificatore possiamo ricavare una misura del guadagno del circuito dal rapporto $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$.

Con un fit lineare possiamo stimare il guadagno dell'amplificatore a partire dal grafico di $v_{out} = A_v v_{in}$ al variare di v_{in} . Da cui troviamo i seguenti parametri per la retta di best-fit

$$\begin{aligned} \text{intercetta} &= -2 \pm 3 & \text{pendenza} &= 9.66 \pm 0.03 & \text{correlazione} &= -0.72 & \chi^2 &= 3 & d.o.f. &= 11 \\ \text{coefficiente angolare/senza intercetta} & & &= 9.65 \pm 0.02 & \chi^2 &= 3 & d.o.f. &= 12 \end{aligned}$$

Il valore atteso per il guadagno dal valore dei componenti in questa configurazione del circuito è pari a

$$A_{v, \text{exp}} = -\frac{R_C}{R_E + h_{ie}/h_{fe}} = -9.44 \pm 0.12$$

Questo è compatibile con quanto trovato sperimentalmente, specialmente tenendo conto della notevole indeterminazione sul valore dei parametri di costruzione del transistor.

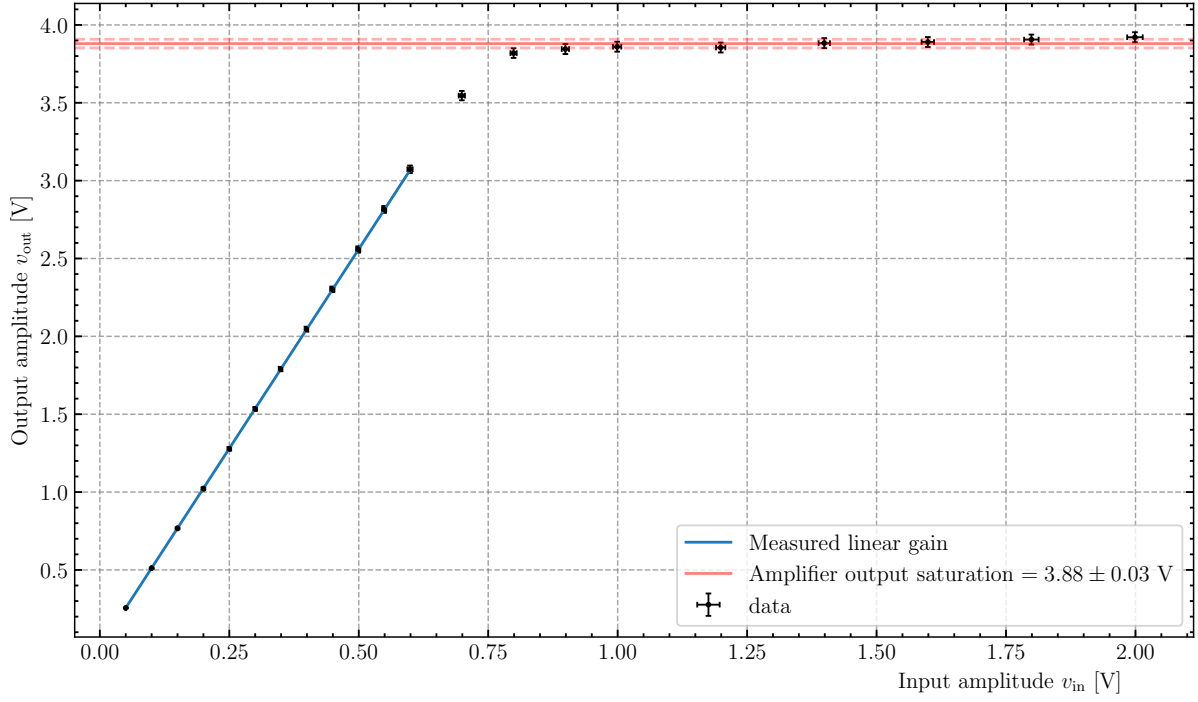


Figura 4: Andamento reale dell'uscita al variare dell'ampiezza del segnale in ingresso oltre il regime lineare dell'amplificatore misurati per il circuito con $R_2^a = 5.1 \text{ k}\Omega$

3 Circuito derivatore attivo

3.a Risposta in frequenza

Sempre usando i cursori abbiamo misurato come guadagno a centro banda per il circuito derivatore $A_M = 20.02 \pm 0.09 \text{ dB}$.

Dunque abbiamo ricavato una stima delle frequenze di taglio del circuito dai due punti in cui il guadagno diminuisce di -3.01 dB rispetto a centro banda: $f_c = 3408 \pm 11 \text{ Hz}$ e $f_A = 209.5 \pm 1.3 \text{ kHz}$.

3.b Risposta ad un'onda triangolare

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-alto un segnale triangolare di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2 \text{ mV}$ e frequenza $f = 100.0 \pm 1.6 \text{ Hz}$.

Per frequenze $f \ll f_c$ il filtro è in regime di taglio, per cui si comporta come un derivatore, dunque la forma d'onda in uscita è un'onda quadra di ampiezza sempre minore al diminuire della frequenza.

Per frequenze $f_c \ll f \ll f_A$ come ci si aspetta, la forma d'onda in uscita rimane visivamente inalterata rispetto all'onda triangolare in ingresso, che risulta però amplificata in ampiezza di un fattore $A_M \sim 10$.

Nel regime intermedio $f \sim f_c$ all'uscita del filtro RC osserviamo un'onda "a pinna di squalo" caratteristica della carica e della scarica del condensatore con cui abbiamo costruito il nostro filtro passa-alto.

Per frequenze $f \gg f_A$ il filtro torna in regime di taglio, ma ora si comporta grosso modo come un integratore, infatti la forma d'onda in uscita è costituita da una serie di parabole con concavità rivolte verso l'alto e verso il basso con ampiezza sempre minore all'aumentare della frequenza.

Inserendo tra l'uscita e la massa una resistenza di carico R_L dello stesso ordine di R_{out} e misurando la tensione di uscita con o senza resistenza è possibile dare una stima della resistenza in uscita dell'amplificatore. Detta V_1 la tensione misurata senza R_L e V_2 la tensione misurata con R_L , vale la formula:

$$\frac{R_{out}}{R_L} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \quad (3)$$

Per cui, una volta misurate $V_1 = 1725 \pm 8 \text{ mV}$, $V_2 = 866 \pm 4 \text{ mV}$ e $R_L = 5.08 \pm 0.05 \text{ k}\Omega$ abbiamo ottenuto come impedenza d'uscita:

$$R_{out} = R_L \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right)$$

Risulta $R_{out} = 5.0 \pm 0.1 \text{ k}\Omega$ che è compatibile con la stima iniziale dell'impedenza.

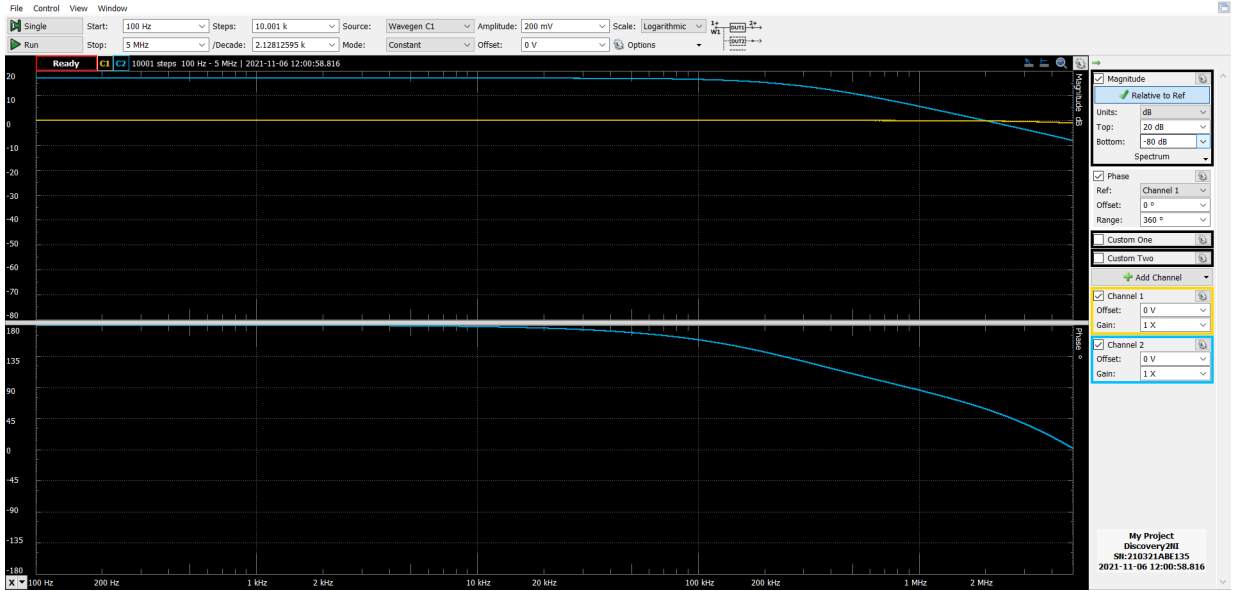


Figura 5: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore invertente di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

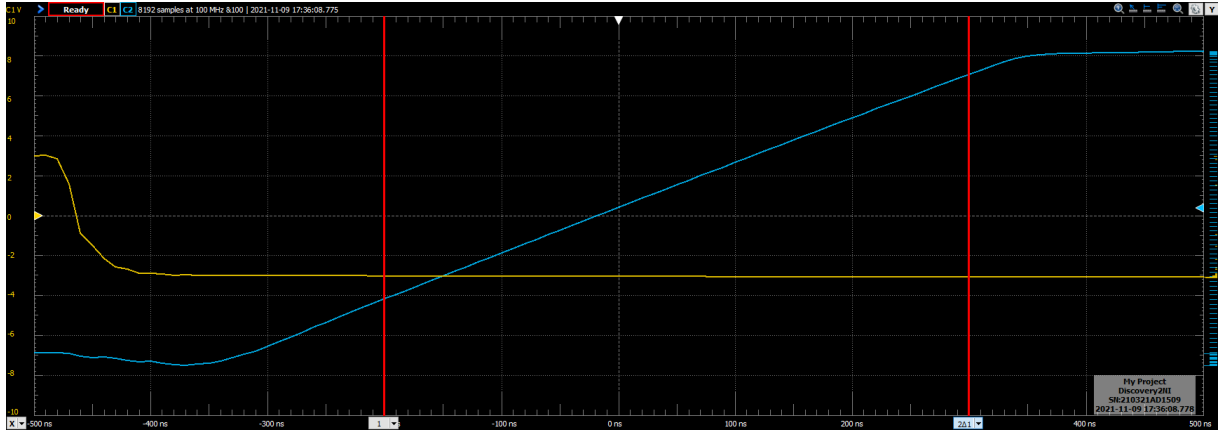


Figura 6: Fit lineare per l'andamento dell'uscita rispetto al segnale in ingresso.

3.c Confronto con i valori attesi

4 Circuito integratore attivo

4.a Risposta in frequenza

Di nuovo utilizzando i cursori abbiamo misurato come guadagno a centro banda per il circuito integratore attivo $A_M = 19.92 \pm 0.09$ dB.

Dunque abbiamo ricavato una stima della frequenza di taglio dell'amplificatore invertente dal punto in cui il guadagno diminuisce di -3.01 dB rispetto ad A_M : $f_c = 342.5 \pm 0.5$ Hz

4.b Risposta ad un'onda quadra @ 10 kHz

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-basso un'onda quadra di ampiezza $v_{in} = 200$ mV e frequenza 10.02 ± 0.12 kHz.

$$v_{in} = 200 \pm 2 \text{ mV}$$

$$v_{out} = 107.3 \pm 1.3 \text{ mV}$$

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 0.537 \pm 0.008$$

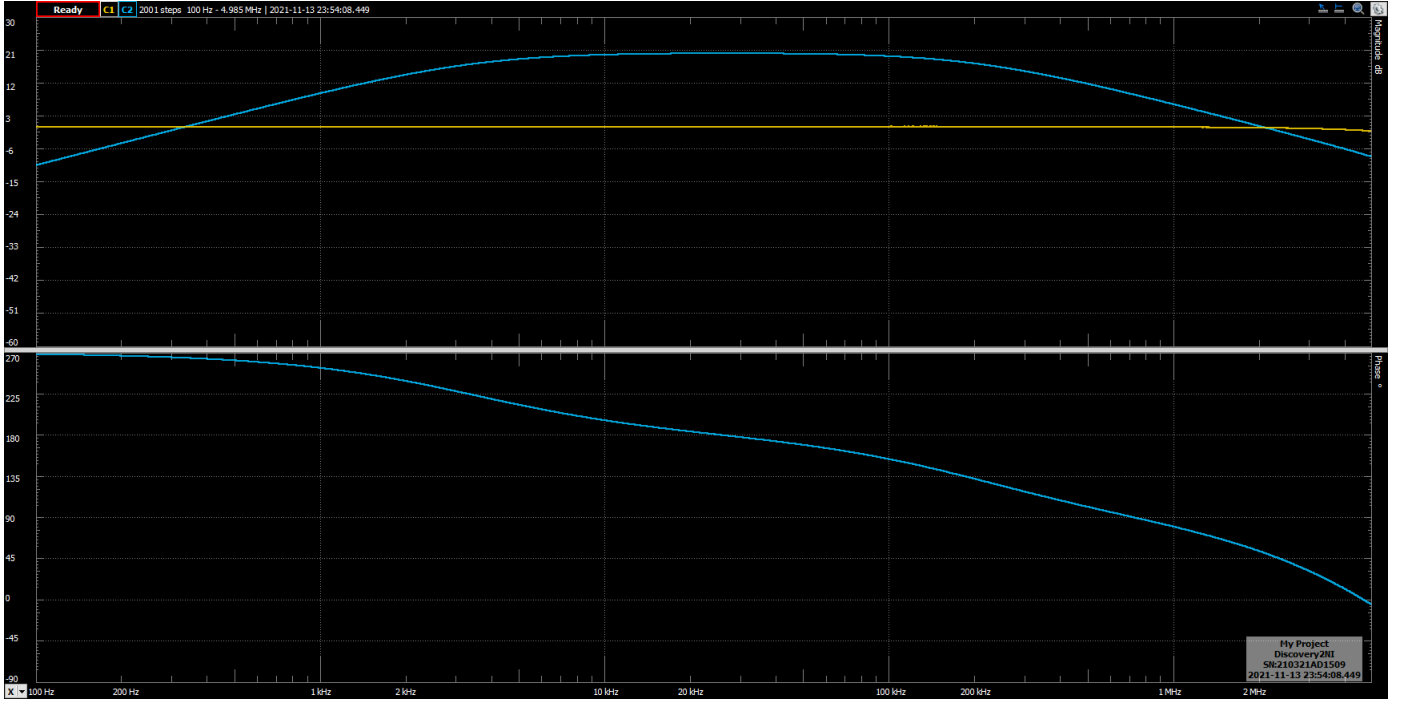


Figura 7: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso al derivatore RC attivo di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

Partendo da una misura con i cursori del guadagno a centro banda, $A_V = 19.65 \pm 0.05$ dB = 9.65 ± 0.08 , possiamo ottenere una stima del valore delle frequenze di taglio a bassa f_L e ad alta frequenza f_H dai punti in cui il guadagno diminuisce di un fattore $1/\sqrt{2}$, cioè di circa -3.01 dB rispetto ad A_V .

$$f_L = 80.77 \pm 0.12 \text{ Hz}$$

$$f_H = 646.1 \pm 0.5 \text{ kHz}$$

Trascurando le capacità delle giunzioni nel transistor ci aspettiamo che la frequenza di taglio “bassa” corrisponda a quella di un filtro passa alto costituito dalla serie $C_{in} + R_B$

$$f_{L,exp} = \frac{1}{2\pi R_B C_{in}} = 83 \pm 4 \text{ Hz} \quad (4)$$

che è in accordo con il valore misurato.

Mentre per la frequenza di taglio “alta” la resistenza in uscita è data da R_C , per cui la capacità in serie dev’essere dell’ordine delle centinaia di pF per avere ordine di grandezza compatibile con il valore misurato. Ma nel datasheet risulta al massimo $C_{ibo} \approx 30$ pF, per cui è difficile stabilire un valore di riferimento per la frequenza f_H attesa.

Per frequenze $f \ll f_c$ come è ragionevole aspettarsi, la forma d’onda in uscita non è apprezzabilmente cambiata rispetto all’onda quadra in ingresso, ma risulta soltanto amplificata in ampiezza di un fattore $A_M \sim 10$.

Per frequenze $f \gg f_c$ il filtro è in regime di taglio, per cui si comporta come un integratore, dunque la forma d’onda in uscita è un’onda triangolare di ampiezza sempre minore al crescere della frequenza.

Nel regime intermedio $f \sim f_c$ all’uscita del filtro RC osserviamo un’onda “a pinna di squalo” che corrispondono alle curve di carica e scarica del condensatore al passaggio da basso ad alto e viceversa dell’onda quadra in ingresso.

5 Circuito amplificatore non invertente

Per mitigare la diminuzione del guadagno dovuta alla resistenza tra emettitore e V_{EE} si inserisce in parallelo a questa la serie $R_{es} + C_E$, in modo tale che R_E sia vista “per intero” solamente in condizioni stazionarie (cioè dalle tensioni e correnti continue di alimentazione). Al contrario, per frequenze abbastanza alte il condensatore si comporterà come un corto circuito, per cui la resistenza del parallelo tenderà al valore più piccolo tra le due resistenze, cioè $R_{es} \ll R_E$. Quindi in breve l’impedenza all’emettitore si comporterà grossolanamente come un filtro passa alto.

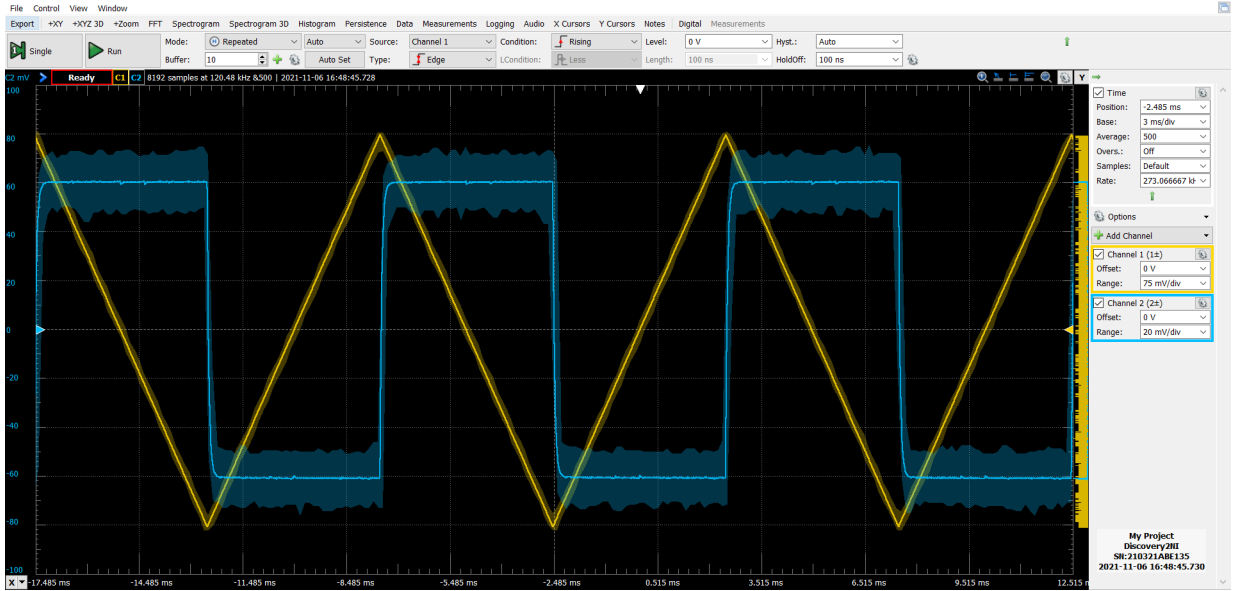


Figura 8: Risposta del circuito ad un segnale triangolare di ampiezza 200 mV e $f = 100$ Hz in ingresso.

5.a Risposta in frequenza

5.b Misure di guadagno e frequenza di taglio

Partendo da una misura con i cursori del guadagno a centro banda, $A_V = 19.65 \pm 0.05$ dB = 9.65 ± 0.08 , possiamo ottenere una stima del valore delle frequenze di taglio a bassa f_L e ad alta frequenza f_H dai punti in cui il guadagno diminuisce di un fattore $1/\sqrt{2}$, cioè di circa -3.01 dB rispetto ad A_V .

$$f_L = 80.77 \pm 0.12 \text{ Hz}$$

$$f_H = 646.1 \pm 0.5 \text{ kHz}$$

Una volta inserito il ramo in parallelo a R_E , dalla formula per il guadagno atteso otteniamo

$$A_v = -\frac{R_C}{|Z_E|} = -\frac{R_C}{R_E \parallel (R_{es} + |1/j\omega C_E|)} = -R_C \left| \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_{es} + 1/\omega C_E} \right|$$

Visto che abbiamo scelto $C_E \gg C_{in} \sim C_{out}$, alla frequenza di lavoro $f = 10$ kHz possiamo considerare trascurabile l'impedenza del condensatore $|Z_{C_E}| = \frac{1}{2\pi f C_E} \approx 0.1 \Omega \ll R_{es}$, per cui in buona approssimazione ci aspettiamo

$$|A_v| \approx \frac{R_C}{R_E \parallel R_{es}} = R_C \left| \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_{es}} \right| \approx \frac{R_C}{R_{es}} = 110 \pm 1$$

Questo però assumendo che l'impedenza del transistor sia trascurabile rispetto a Z_E , o meglio $|Z_E| \gg \frac{h_{ie}}{h_{fe}}$

$$|Z_E| = \left| \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_{es} + 1/\omega C_E} \right|^{-1} = 45 \pm 2 \Omega$$

$$\frac{h_{ie}}{h_{fe}} \approx 40 \Omega$$

che non risulta affatto verificata.

Considerando nel modello anche l'impedenza in ingresso del transistor in serie a quella del ramo Z_E avremo come valore atteso per il guadagno

$$A_v = \frac{R_C}{|Z_E| + h_{ie}/h_{fe}} \approx 60 \quad (5)$$

Che è in buon accordo con il valore misurato per il guadagno sempre entro le grandi incertezze relative sui parametri di costruzione del transistor.

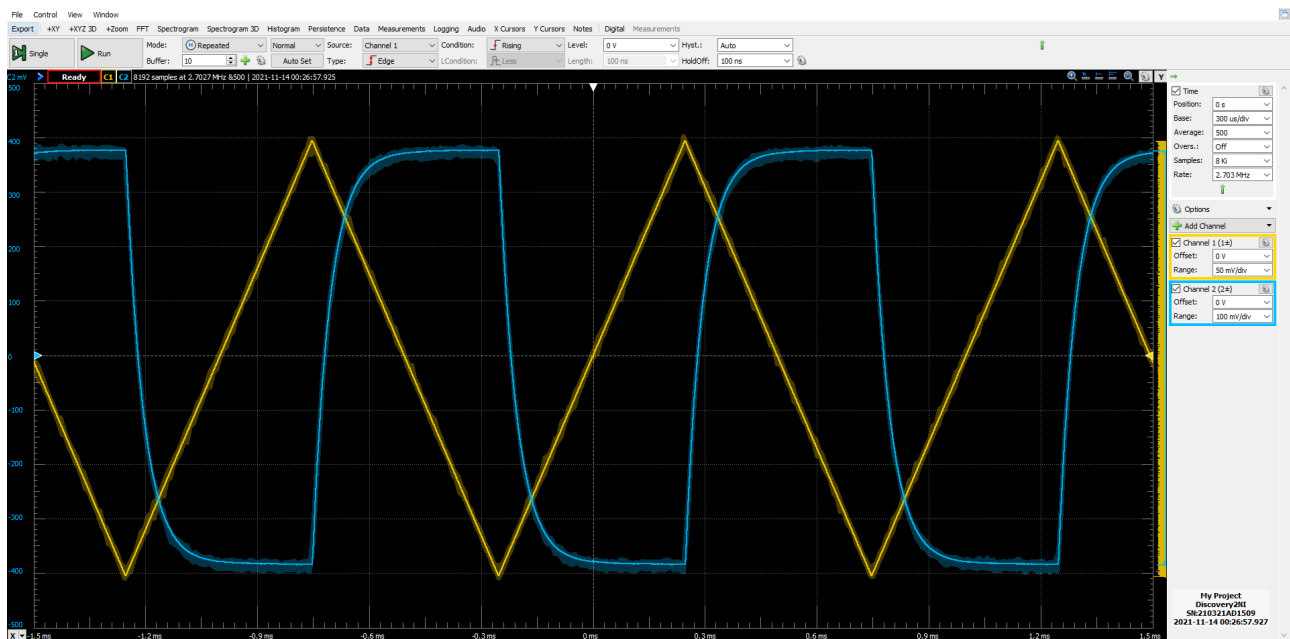


Figura 9: Onda a pinna di squalo in risposta ad un triangolo di ampiezza 200 ± 2 mV e $f = 1000 \pm 16$ Hz in ingresso al circuito derivatore.

Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a costruire e studiare alcuni dei circuiti più comuni che si possono realizzare con un amplificatore operazionale, tra cui: due filtri attivi, passa-basso e passa-alto, un amplificatore di tensione invertente (e uno non). In particolare siamo riusciti ad apprezzare il differente comportamento dei circuiti (anche in regime non lineare) dare una stima di guadagno, impedenza di ingresso e frequenze caratteristiche della loro risposta in frequenza.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.

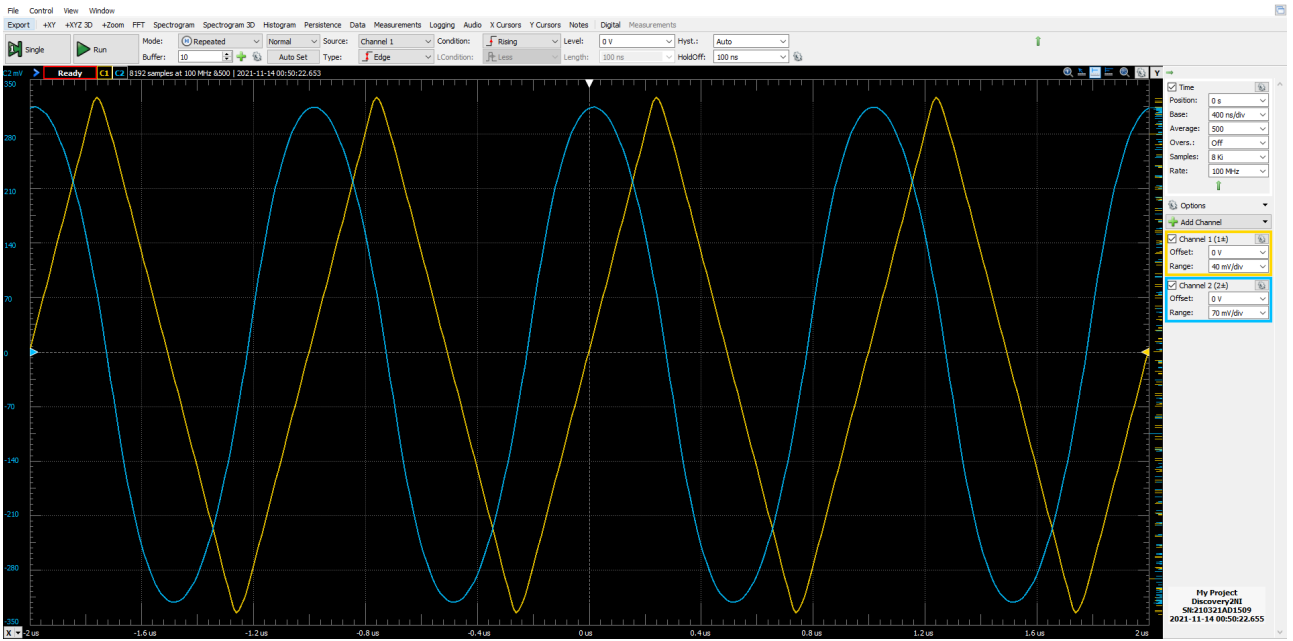


Figura 10: Parabole con concavità alternanti in risposta ad un triangolo di ampiezza 200 ± 2 mV e $f = 1.00 \pm 0.02$ MHz in ingresso al circuito derivatore.

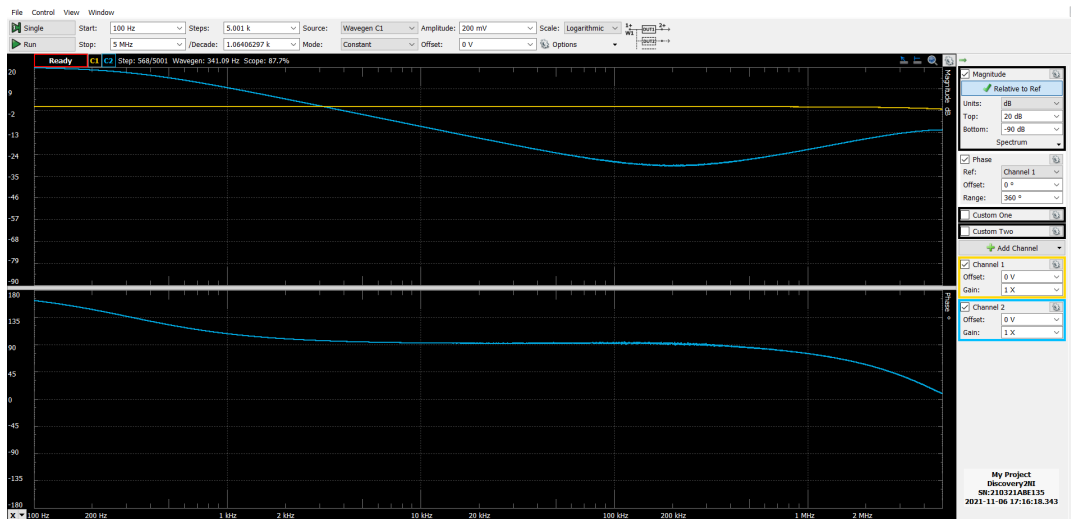


Figura 11: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 10 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'integratore RC attivo di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

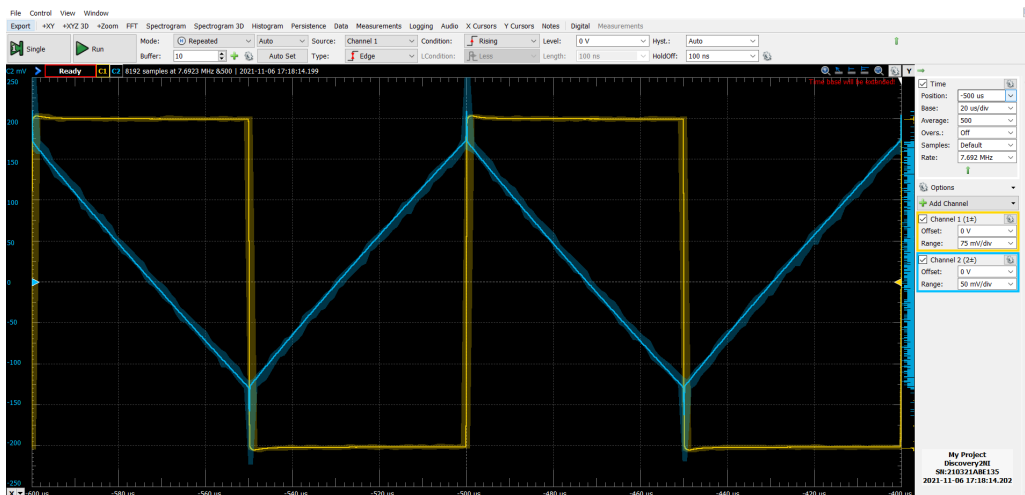


Figura 12: Risposta del circuito ad un'onda quadra di ampiezza 200 mV e $f = 10$ kHz in ingresso.

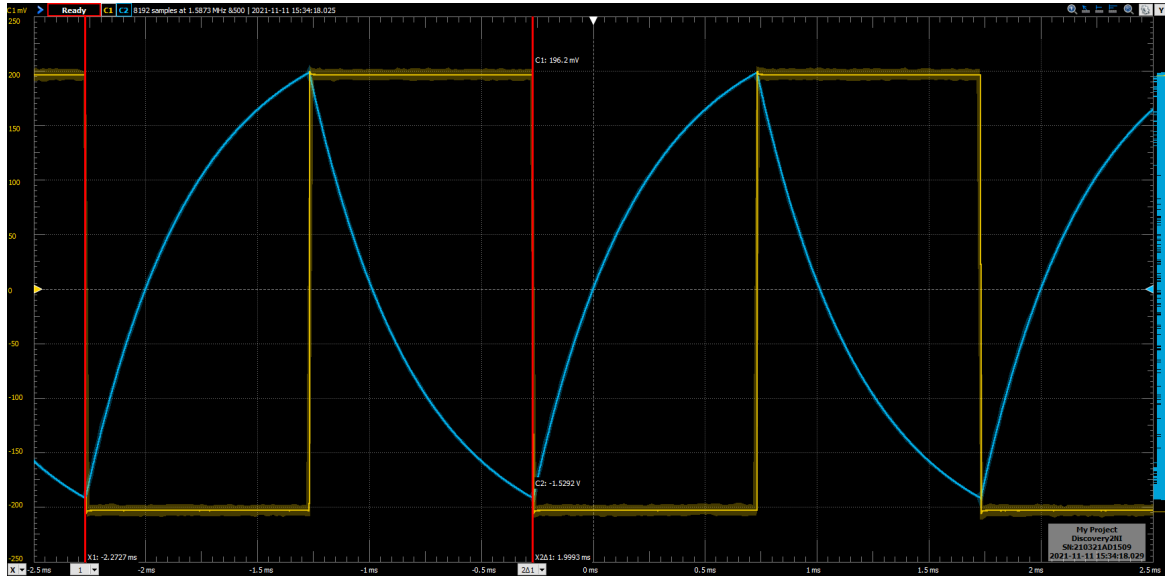


Figura 13: Onda a pinna di squalo in risposta ad un'onda quadra di ampiezza 200 mV e $f = 500 \pm 6$ Hz in ingresso al circuito integratore.

Figura 14: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore non-invertente di ampiezza costante $v_{in} = 200$ mV.

Figura 15: Sovrapposizione dei plot di Bode ottenuti per l'amplificatore non-invertente.