

Es05A: Applicazioni non-lineari di amplificatori operazionali

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

24 novembre 2021

Misura componenti dei circuiti

Resistenze [k Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1^Q	100.6	0.8	C_T	1.00	0.04
R_1^T	9.94	0.08	C_F	1.00	0.04
R_2^T	2.19	0.03	C_1	96	4
R_2^a	998	8	C_2	1.00	0.04
R_3	998	8			
R_4	998	8			

Tabella 1: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Resistenze [Ω]	R	σR	Capacità [nF]	C	σC
R_1^Q	99.8	0.8	C_T	1.00	0.04
R_1^T	9.94	0.08	C_F	1.00	0.04
R_2^T	2.19	0.03	C_1	99	4
R_2^A	9.87	0.08	C_2	1.00	0.04
R_3^A	10.01	0.08			
R_4^M	9.91	0.08			

Tabella 2: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Riportiamo per completezza anche i valori delle tensioni di alimentazione continue per l'op-amp misurate con il multimetro

$$V_{CC} = 4.99 \pm 0.03\text{V}$$

$$V_{EE} = -4.99 \pm 0.03\text{V}$$

Non è stato possibile misurare i valori di capacità dei condensatori nel circuito con il multimetro, che ha un rumore di fondo abbastanza alto da saturare sempre il fondo scala da 2 nF, per cui al posto delle loro misure prendiamo i valori nominali e relativa tolleranza.

1 Circuito amplificatore di carica

1.a Progettazione del circuito

Si è costruito un amplificatore di carica a partire da un op-amp TL081CP come quello in figura ??

In condizione di op-amp ideale gli ingressi $+$, $-$ sono dei circuiti aperti, per cui la stessa corrente scorre attraverso R_1 ed R_2 : $V_+ = V_- \approx 0$. Questo implica che

$$R_{\text{in}} \approx R_1 \tag{1}$$

allora per soddisfare la richiesta $5 \leq A_v \leq 10$ basta imporre $5R_1 \leq R_2 \leq 10R_1$.

Dunque una volta fissata $R_1 = 1 \pm 1\% \text{ k}\Omega$, dobbiamo avere $5 \text{ k}\Omega \leq R_2 \leq 10 \text{ k}\Omega$, di conseguenza scegliamo $R_2 = 5.1 \pm 1\% \text{ k}\Omega$, che corrisponde ad un guadagno di centro banda $A_{v,\text{atteso}} = 5.1 \pm 2\%$

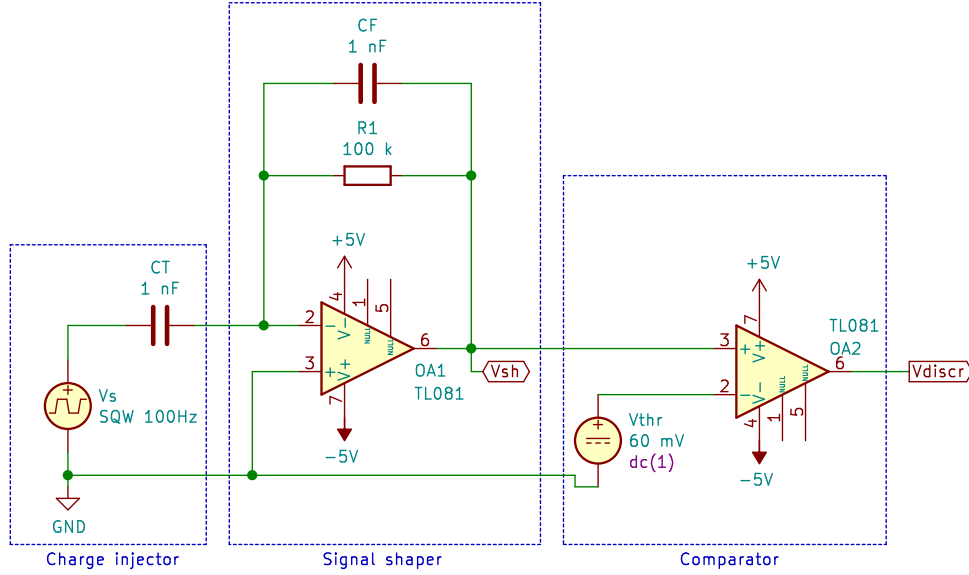


Figura 1: Schema circuitale dell'amplificatore di carica costruito.

1.b Amplificazione di piccoli segnali

Si è inviato all'ingresso di entrambi i circuiti un segnale sinusoidale di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2$ mV ad una frequenza fissata 5.01 ± 0.05 kHz.

Dunque abbiamo misurato l'ampiezza del segnale in uscita dal circuito con $R_2^a = 5$ k Ω , che risulta $v_{out} = 1022 \pm 8$ mV, ottenendo così una stima del guadagno dell'amplificatore $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 5.11 \pm 0.06$.

Consideriamo il sotto-circuito formato dal condensatore C_T e dal circuito di formazione. La funzione di trasferimento che lega V_{in} a V_{sh} è data di fatto da quella di un amplificatore invertente con impedenze complesse: in trasformata di Laplace

$$\tilde{A}(s) = -\frac{\left(\frac{1}{R_1} + sC_F\right)^{-1}}{\frac{1}{sC_T}} = -\frac{C_T}{C_F} \frac{s}{s + \frac{1}{\tau}}$$

con $\tau := R_1 C_F$. In ingresso abbiamo un'onda quadra di periodo $2T$ (che prendiamo nulla per tempi negativi) che possiamo scrivere come

$$V_{in}(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k f(t - kT) \quad \text{dove} \quad f(t) = V_0 [\theta(t) - \theta(t - T)]$$

In trasformata di Laplace si ha

$$\tilde{f}(s) = V_0 \left[\frac{1}{s} - \frac{e^{-sT}}{s} \right]$$

da cui

$$\tilde{V}_{in}(s) = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \tilde{f}(s) e^{-kTs} = \tilde{f}(s) \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k e^{-kTs}$$

La risposta del circuito in trasformata è

$$\tilde{V}_{sh}(s) = \tilde{A}(s) \tilde{V}_{in}(s) = \tilde{A}(s) \tilde{f}(s) \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k e^{-kTs} = \tilde{g}(s) \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k e^{-kTs} = \mathcal{L} \left[\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k g(t - kT) \right] (s)$$

Ora

$$\tilde{g}(s) = -V_0 \frac{C_T}{C_F} \left[\frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} - \frac{e^{-sT}}{s + \frac{1}{\tau}} \right]$$

da cui, anti-trasformando

$$g(t) = -V_0 \frac{C_T}{C_F} \left[e^{-t/\tau} \theta(t) - e^{-(t-T)/\tau} \theta(t - T) \right]$$

Ma allora la risposta del circuito nel dominio del tempo è

$$\begin{aligned} V_{\text{sh}}(t) &= -V_0 \frac{C_T}{C_F} \left\{ \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k e^{-\frac{t-kT}{\tau}} \theta(t-kT) - \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k e^{-\frac{t-(k+1)T}{\tau}} \theta(t-(k+1)T) \right\} \\ &= -V_0 \frac{C_T}{C_F} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau}} \theta(t) - 2 \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k e^{-\frac{t-kT}{\tau}} \theta(t-kT) \right\} \end{aligned}$$

ovvero, ignorando il transiente iniziale e supponendo $\tau \ll T^1$,

$$\begin{aligned} V_{\text{sh}}(t) &\approx 2V_0 \frac{C_T}{C_F} \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k e^{-\frac{t-kT}{\tau}} \theta(t-kT) \\ &\approx 2V_0 \frac{C_T}{C_F} \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k e^{-\frac{t-kT}{\tau}} \chi_{[kT, (k+1)T]}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Per il circuito in esame i valori nominali sono $C_T = C_F = 1 \text{ nF}$, $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, da cui $\tau = 100 \text{ }\mu\text{s}$, e $2T = 10 \text{ ms}$. Dopo un transiente $t \ll \tau$ in uscita ci aspettiamo quindi di osservare dei picchi esponenzialmente decrescenti di segno alterno e di ampiezza pari al doppio del segnale in ingresso.

Discriminatore Ignorando ora il condensatore C_1 che ha il solo scopo di rimuovere il rumore ad alte frequenze dal generatore, il sotto-circuito X2 è un discriminatore con tensione di soglia V_t data dal partitore di tensione collegato al terminale “-” dell’OpAmp

$$V_t = (1 - 2\alpha)V_G$$

dove $0 \leq \alpha \leq 1$ è la “frazione” di resistenza data dal potenziometro e $V_G = 20 \text{ V}$ (valore nominale) è la tensione di alimentazione. In altri termini la tensione di soglia è variabile da -20 V a 20 V . Supponendo di essere sempre in regime di saturazione, l’uscita del circuito è data da

$$V_{\text{out}} = V_G \operatorname{sgn}(V_{\text{sh}} - V_t).$$

Più esplicitamente, usando $V_{\text{in}} = 6 \text{ V}$ ci aspettiamo $V_{\text{sh}} = 10 \text{ V}$ (ampiezze picco-picco), pertanto:

- se $V_t > 6 \text{ V}$, $V_{\text{out}} = -V_G$ costante.
- se $0 \text{ V} < V_t < 6 \text{ V}$, ci aspettiamo (in un periodo)

$$V_{\text{out}}(t) = \begin{cases} V_G & 0 < t < h \\ -V_G & h < t < 2T \end{cases}$$

dove h è il tempo in cui il picco esponenzialmente decrescente è maggiore della tensione di soglia, ovvero

$$h = \tau \log \left(\frac{C_F}{C_T} \frac{V_{\text{in}}}{V_t} \right). \quad (3)$$

- se $-6 \text{ V} < V_t < 0 \text{ V}$, ci aspettiamo (in un periodo)

$$V_{\text{out}}(t) = \begin{cases} V_G & 0 < t < T \\ -V_G & T < t < T + h' \\ V_G & T + h' < t < 2T \end{cases}$$

dove h' è il tempo in cui il picco esponenzialmente crescente è minore della tensione di soglia, ovvero

$$h' = \tau \log \left(\frac{C_F}{C_T} \frac{V_{\text{in}}}{|V_t|} \right).$$

- se $V_t < -6 \text{ V}$, $V_{\text{out}} = -V_G$ costante.

¹La buona definizione della somma è assicurata dal fatto che (tralasciando le costanti fisiche)

$$\sum_{k \geq 0} \theta(t-k) e^{-(t-k)} = \sum_{k=0}^{\lfloor t \rfloor} e^{-(t-k)} \leq \frac{e}{e-1} e^{-\{t\}}.$$

1.d Misure di guadagno al variare di v_{in}

Misurando con l'oscilloscopio l'ampiezza dei segnali in ingresso v_{in} e in uscita v_{out} dall'amplificatore possiamo ricavare una misura del guadagno del circuito dal rapporto $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$.

Con un fit lineare possiamo stimare il guadagno dell'amplificatore a partire dal grafico di $v_{out} = A_v v_{in}$ al variare di v_{in} . Riportiamo quanto trovato per il primo circuito: Da cui troviamo i seguenti parametri per la

Figura 2: Fit lineare per l'andamento dell'uscita rispetto al segnale in ingresso.

retta di best-fit

$$\text{intercetta} = -0.6 \pm 0.4 \text{ mV} \quad \text{pendenza} = 5.124 \pm 0.003 \quad \text{correlazione} = -0.72 \quad \chi^2 = 0.2 \quad d.o.f. = 10$$

$$\text{coefficiente angolare/senza intercetta} = 5.120 \pm 0.002 \quad \chi^2 = 0.2 \quad d.o.f. = 11$$

Il valore atteso per il guadagno dal valore dei componenti in questa configurazione del circuito è pari a

$$A_{v,\text{exp}} = -\frac{R_2}{R_1} = -5.13 \pm 0.12$$

Questo è in ottimo accordo con quanto trovato sperimentalmente dalla nostra analisi.

Per completezza riportiamo in un grafico anche le misure che non abbiamo considerato nel fit perché oltre la regione in cui l'op-amp ha comportamento lineare

Figura 3: Andamento reale dell'uscita al variare dell'ampiezza del segnale in ingresso oltre il regime lineare dell'amplificatore misurati per il circuito con $R_2^a = 5.1 \text{ k}\Omega$

1.e Durata impulso per carica di test

Abbiamo misurato per $V_s = 999 \pm 8 \text{ mV}$ di ampiezza dell'onda quadra in ingresso, frequenza $f = 100.0 \pm 1.6 \text{ kHz}$, dunque come carica $Q_{in} = C_T \cdot V_s = 0.99 \pm 0.04 \text{ nC}$.

L'impulso in uscita ha durata pari a $415 \pm 5 \mu\text{s}$ in un circuito e $410 \pm 5 \mu\text{s}$ nel secondo.

1.f Andamento di TOT al variare di Q_{in}

Provando con varie ampiezza in ingresso, in entrambi i circuiti si sono verificati i medesimi risultati: per ampiezze dei segnali in ingresso maggiori dei 50 mV non sono presenti particolari deformazioni nel segnale in uscita; al di sotto dei 50 mV invece il segnale in uscita inizia a deformarsi, assumendo la forma di una parabola rovesciata che si sposta verso il basso più diminuiamo l'ampiezza in ingresso; questo comportamento si osserva fino a circa 30 mV, quando il segnale in uscita diventa impercettibile e scompare.

2 Trigger di Schmitt

2.a Risposta ad un'onda sinusoidale

2.b Saturazione dell'OpAmp

$$V_{S+} = 4.21 \pm 0.04 \text{ V}$$

$$V_{S-} = -3.53 \pm 0.03 \text{ V}$$

2.c Tensioni di soglia e funzionamento del trigger

Abbiamo inviato in ingresso all'amplificatore un'onda sinusoidale di ampiezza $1999 \pm 15 \text{ mV}$ e frequenza $1000 \pm 16 \text{ Hz}$. Dalle intersezioni tra i due canali abbiamo misurato le transizioni basso-alto (OH) e alto-basso (OL)

$$V_{OH} = 617 \pm 5 \text{ mV}$$

$$V_{OL} = 782 \pm 6 \text{ mV}$$

Per il secondo circuito invece è stata fatta una media pesata sui punti sulle 2 linee verticali che si formano nel grafico XY (ovviamente una per ogni linea).

$$V_{OH} = 611.6 \pm 0.5 \text{ mV}$$

$$V_{OL} = 780.4 \pm 0.5 \text{ mV}$$

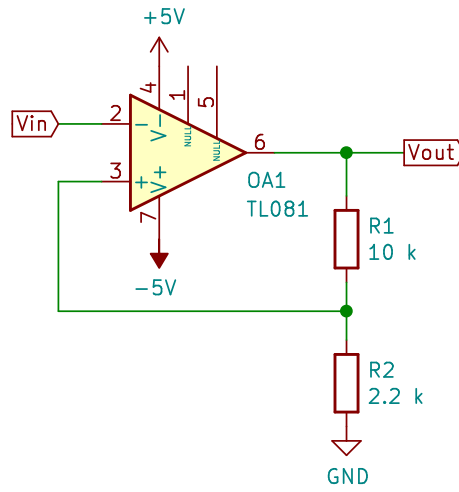


Figura 4: Schema circuitale del trigger di Schmitt costruito.

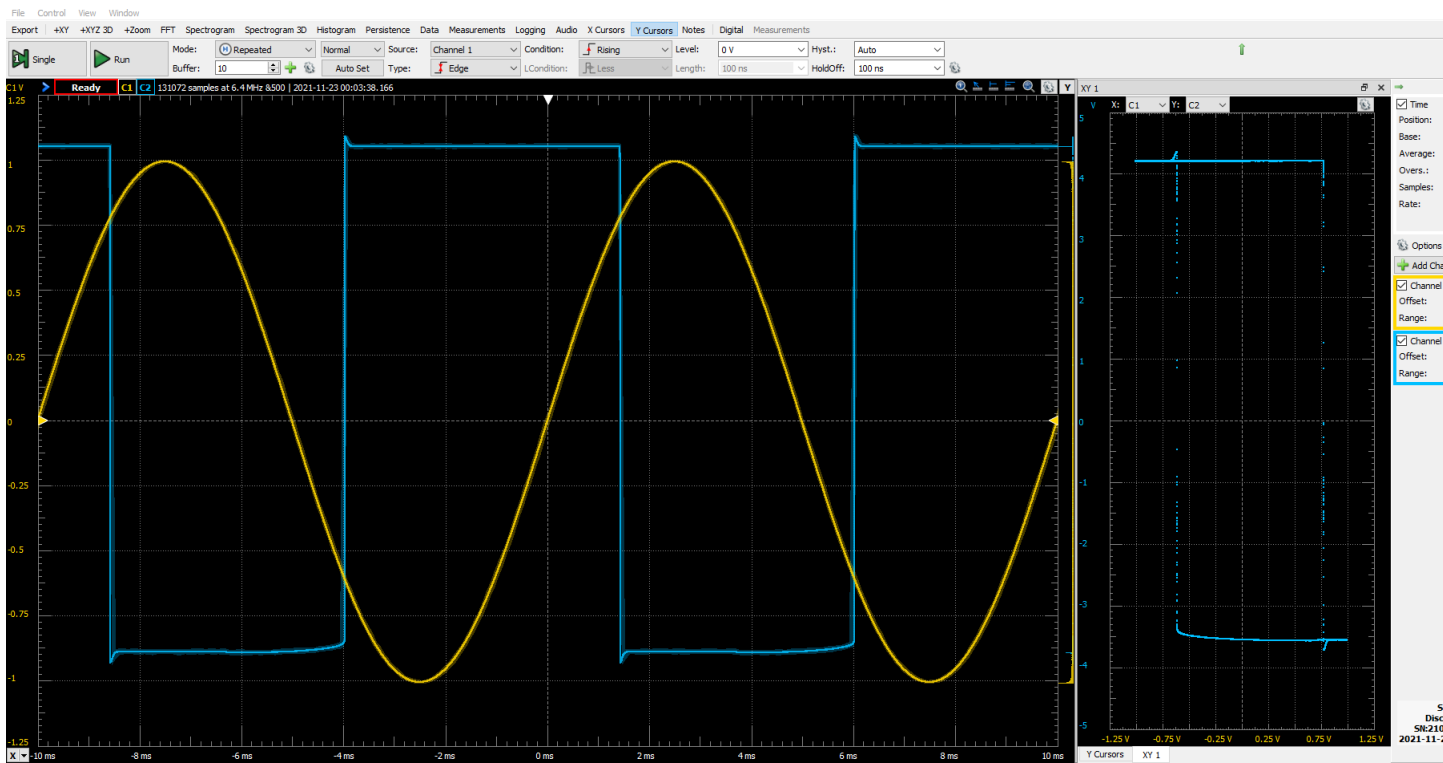


Figura 5: risposta ad un segnale sinusoidale di ampiezza 1 V e frequenza 100 Hz del trigger di schmitt

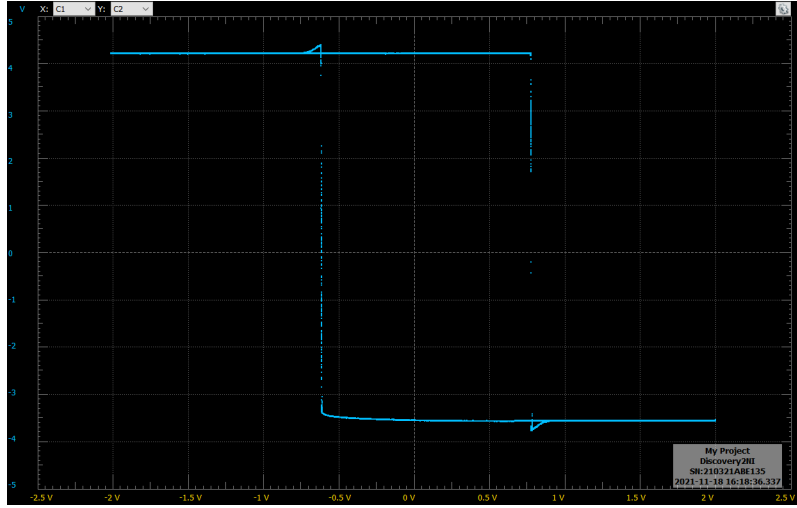


Figura 6: risposta ad un segnale sinusoidale di ampiezza 2 V e frequenza 100 Hz del trigger di schmitt, visto nel piano XY in cui il segnale in ingresso è sulle x e il segnale in uscita sulle y

2.d Limiti fisici del circuito

$$F_L = 92.6 \pm 0.1 \text{ kHz}$$

$$SR = 11.1 \pm 0.3 \text{ kHz}$$

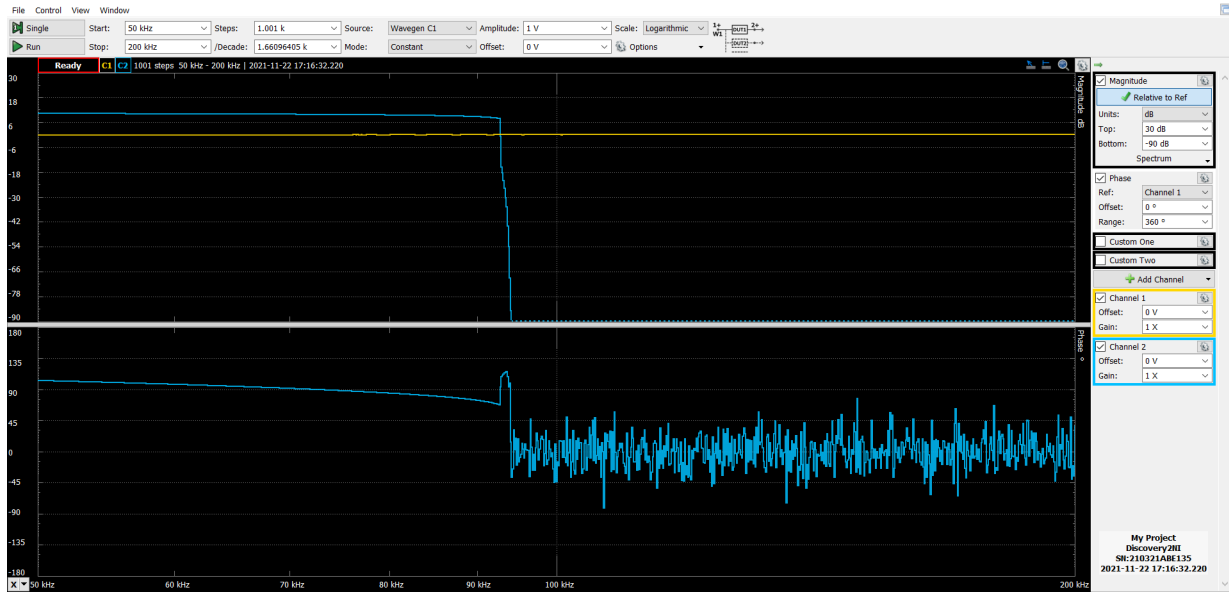


Figura 7: analisi in frequenza del trigger di schmitt, in particolare l'unico punto di interesse si trova a circa 90 kHz, punto in cui smette di funzionare

3 Multivibratore astabile

3.a Funzionamento del circuito

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$T = 2R_3C_1 \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right)$$

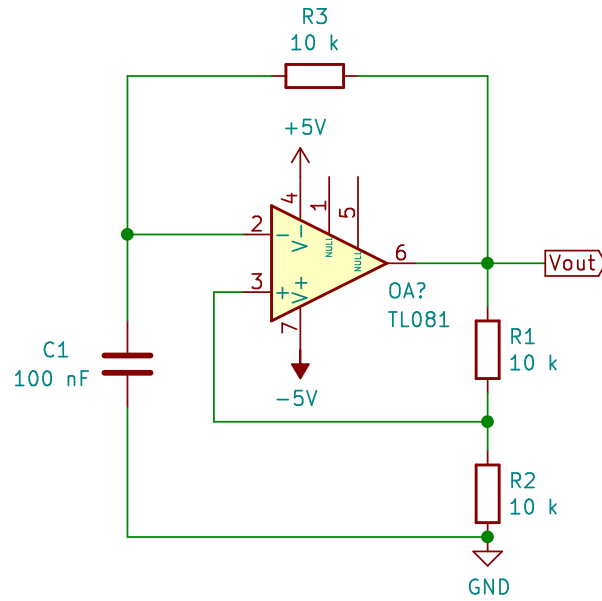


Figura 8: Schema circuitale del multivibratore astabile costruito.

3.c Studio dei segnali in ingresso e uscita

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-alto un segnale triangolare di ampiezza $v_{in} = 200 \pm 2\text{mV}$ e frequenza $f = 100.0 \pm 1.6\text{Hz}$.

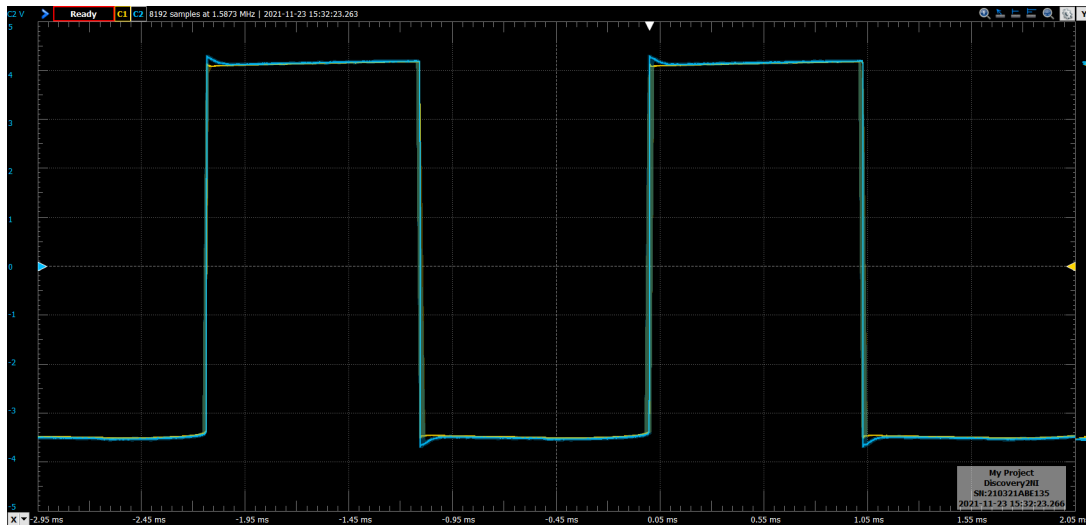


Figura 9: Grafico segnale in V_+ e segnale in V_{out}

3.d Misure di periodo e duty cycle

$$DC = 0.482 \pm 0.013$$

$$T = 2.15 \pm 0.02\text{ms}$$

$$T_{atteso} = 2.17 \pm DACALCOLARE\text{ms}$$

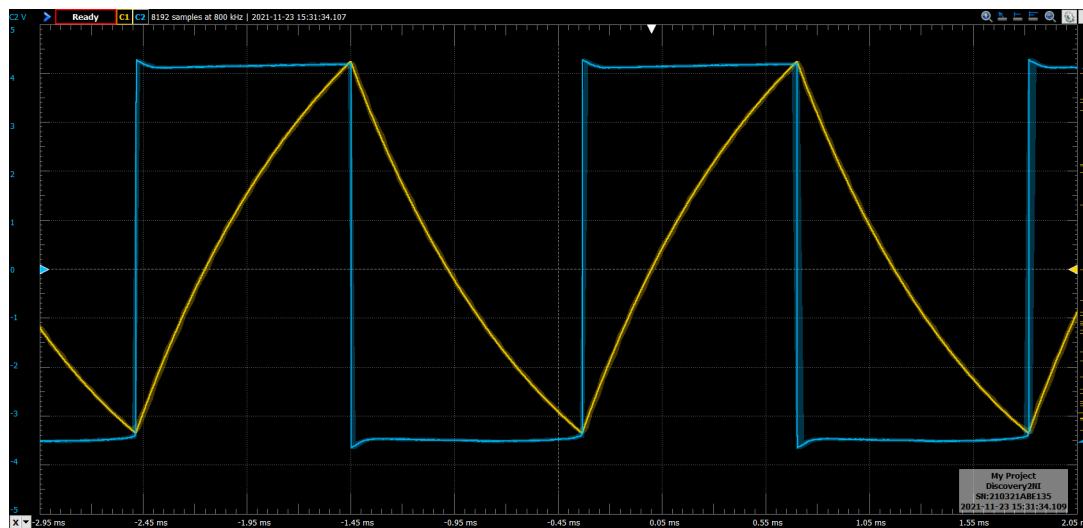


Figura 10: Grafico segnale in V_- e segnale in V_{out}

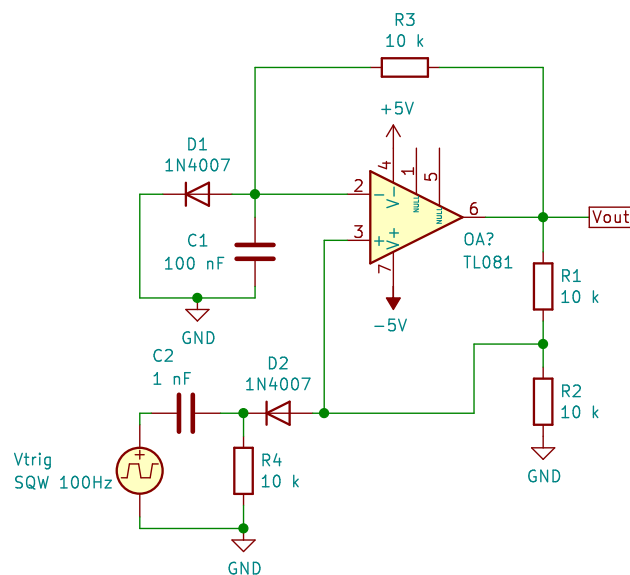


Figura 11: Schema circuitale del multivibratore monostabile costruito.

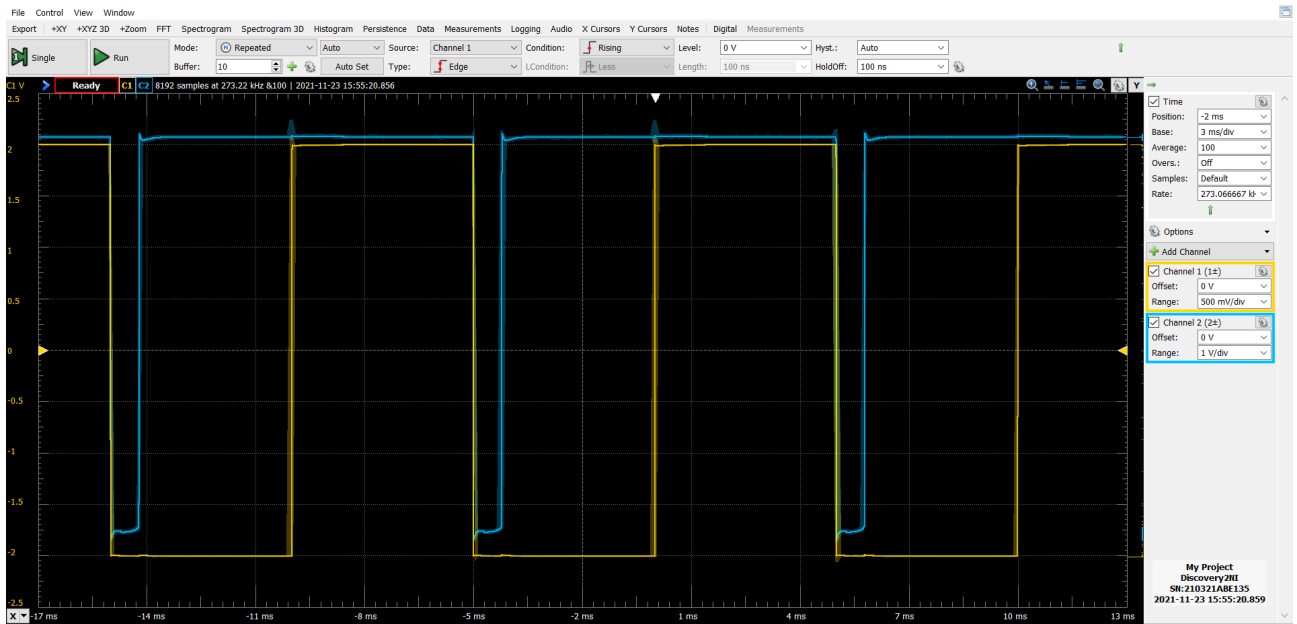


Figura 12: Grafico segnale in ingresso e V_{out}



Figura 13: Grafico segnale in V_+ e V_{out}



Figura 14: Grafico segnale in V_- e V_{out}

3.e Limite massimo in frequenza del generatore

4 Multivibratore monostabile

4.a Studio dei segnali in ingresso e uscita

4.b Durata dell'impulso generato

$$V_{S-} = 3.49 \pm 0.03V$$

$$V_{OL} = \frac{V_{S-}}{\beta} = 6.99V$$

$$\Delta = C_1 R_3 \ln\left(\frac{1 - \frac{V_{\gamma}}{V_{OL}}}{1 - \beta}\right) = 782 \pm DACALCOLARE \mu s$$

Dalla misura diretta ricavo

$$\Delta = 779 \pm 10 \mu s$$

4.c Analisi del funzionamento del circuito

Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a costruire e studiare alcuni dei circuiti più comuni che si possono realizzare con un amplificatore operazionale, tra cui: due filtri attivi, passa-basso e passa-alto, un amplificatore di tensione invertente (e uno non). In particolare siamo riusciti ad apprezzare il differente comportamento dei circuiti (anche in regime non lineare) dare una stima di guadagno, impedenza di ingresso e frequenze caratteristiche della loro risposta in frequenza.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.