

# Es04A: Amplificatori operazionali e filtri attivi

Gruppo 1.AC  
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

6 novembre 2021

## Misura componenti del circuito

Resistenze [ $\Omega$ ]	$R$	$\sigma R$	Capacità [nF]	$C$	$\sigma C$
$R_1$	998	8	$C$	50	2
$R_2^a$	7.04	0.06	$C'$	49	2
$R_2^f$	9.85 k	0.08 k		90	5
$R_3$	998	8			

Tabella 1: Valori di resistenza e capacità misurate per i componenti dei circuiti studiati.

Riportiamo per completezza anche il valore calcolato della resistenza di base

$$R_B = R_1 || R_2 = 8.70 \pm 0.07 \text{ k}\Omega$$

e i valori delle tensioni di alimentazione continue misurate con il multimetro

$$V_{CC} = 4.99 \pm 0.03 \text{ V}$$

$$V_{EE} = -4.99 \pm 0.03 \text{ V}$$

## 1 Circuito amplificatore invertente

### 1.a Progettazione del circuito

Scegliamo di costruire un amplificatore invertente a partire da un op-amp TL081CP con impedenza in ingresso maggiore o uguale a 1 k $\Omega$  e guadagno  $A_{v, \text{atteso}} = -\frac{R_2}{R_1}$  compreso (in valore assoluto) tra 5 e 10 come quello in figura 1

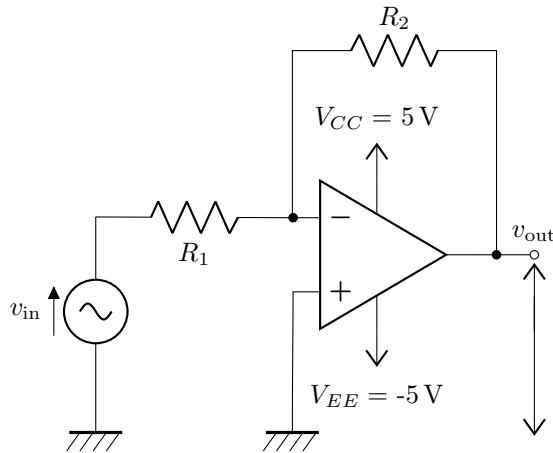


Figura 1: Schema di massima dell'amplificatore invertente costruito.

In condizione di op-amp ideale gli ingressi  $+$ ,  $-$  sono dei circuiti aperti, per cui la stessa corrente scorre attraverso  $R_1$  ed  $R_2$ :  $V_+ = V_- \approx 0 \implies R_{in} \approx R_1$ , allora per soddisfare la richiesta  $5 \leq A_v \leq 10$  basta imporre  $5R_1 \leq R_2 \leq 10R_1$ .

Dunque una volta fissata  $R_1 = 1 \pm 1\% \text{ k}\Omega$ , dobbiamo avere  $5 \text{ k}\Omega \leq R_2 \leq 10 \text{ k}\Omega$ , di conseguenza scegliamo  $R_2 = 5.1 \pm 1\% \text{ k}\Omega$ , che corrisponde ad un guadagno di centro banda  $A_{v,\text{atteso}} = 5.1 \pm 2\%$

Con il multimetro digitale abbiamo misurato

$$\begin{aligned} V_{BE}^Q &= 630 \pm 4 \text{ mV} \\ V_{CE}^Q &= 3.67 \pm 0.03 \text{ V} \\ I_C^Q &= \frac{\Delta V_{RC}}{R_C} = 1.134 \pm 0.011 \text{ mA} \end{aligned}$$

Prendendo come riferimento (arbitrario) il valore per la tensione di soglia della giunzione BE  $V_\gamma = 0.6 \pm 0.1 \text{ V}$  e come valore atteso per la tensione al terminale di base del transistor  $V_{B,\text{exp}} = \frac{V_{CC} - V_{EE}}{1 + R_1/R_2}$ , ci aspettiamo di trovare

$$\begin{aligned} V_{BE,\text{exp}}^Q &\approx V_\gamma = 0.6 \pm 0.1 \text{ V} \\ I_{C,\text{exp}}^Q &= \frac{V_B - V_{BE}^Q}{R_E + R_B/h_{FE}} = 1.09 \pm 0.05 \text{ mA} \\ V_{CE,\text{exp}}^Q &= (V_{CC} - V_{EE}) - I_C^Q(R_C + R_E) = 3.9 \pm 0.2 \text{ V} \end{aligned}$$

Se consideriamo l'equazione della retta di carico del BJT, indicando con  $V_0 = V_{CC} - V_{EE}$  la tensione di alimentazione,

$$V_{CE}^Q = V_0 + R_C I_C^Q$$

per assicurarci che il transistor sia in mezzo alla zona attiva possiamo richiedere che le componenti quiescenti della curva caratteristica siano a metà tra i propri valori minimi (0) e massimi, che corrispondono alle intercette con gli assi della caratteristica di collettore  $V_0$  e  $V_0/R_C$ . In breve

$$\begin{aligned} V_{CE,\text{ideale}}^Q &= \frac{V_0}{2} \approx 5 \text{ V} \\ I_{C,\text{ideale}}^Q &= \frac{V_0}{2R_C} \approx 1 \text{ mA} \end{aligned}$$

Per cui vediamo che l'intensità di corrente di collettore  $I_C^Q$  misurata è compatibile entro il 10% con il valore ideale, mentre la tensione ai capi della giunzione  $V_{CE}^Q$  non si trova altrettanto vicina alla metà attesa. Questo comporterà un'asimmetria nella risposta a segnali alternanti di ampiezza  $v_{in}$  abbastanza grande da portare l'amplificatore in regime non lineare. Infatti, al crescere di  $v_{in}$ , ci aspettiamo di incontrare prima il regime di saturazione del transistor  $V_{CE} < V_\gamma \text{ V}$ ,  $V_{BE} \sim V_\gamma$  di quello di interdizione.

## 1.b Amplificazione di piccoli segnali

Si è inviato all'ingresso dell'amplificatore un segnale sinusoidale di ampiezza  $v_{in} = 200 \text{ mV}$  e frequenza  $5 \text{ kHz}$ .

Dunque abbiamo misurato l'ampiezza del segnale in uscita  $v_{out} = \pm \text{ V}$ , ottenendo così una stima del guadagno del circuito amplificatore  $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \pm$ .

Come valori attesi otteniamo

$$\begin{aligned} V_{E,\text{exp}} &= R_E I_E \approx R_E I_{C,\text{exp}}^Q = 0.54 \pm 0.2 \text{ V} \\ V_{B,\text{exp}} &= \frac{V_{CC} - V_{EE}}{1 + R_1/R_2} = 1.24 \pm 0.13 \text{ V} \\ V_{C,\text{exp}} &= R_C I_{C,\text{exp}}^Q = 5.5 \pm 0.2 \text{ V} \end{aligned}$$

## 1.c Misure di guadagno al variare di $v_{in}$

Misurando con l'oscilloscopio l'ampiezza dei segnali in ingresso  $v_{in}$  e in uscita  $v_{out}$  dall'amplificatore possiamo ricavare una misura del guadagno del circuito dal rapporto  $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ .

$v_{in}(\text{mV})$ (nom.)	$v_{in} \pm \sigma(v_{in})$ [mV]	$v_{out} \pm \sigma(v_{out})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$
20	$19.8 \pm 0.5$	$192 \pm 2$ m	$9.7 \pm 0.3$
40	$39.9 \pm 0.8$	$383 \pm 3$ m	$9.6 \pm 0.2$
60	$59.8 \pm 1.0$	$576 \pm 4$ m	$9.63 \pm 0.17$
80	$80.0 \pm 1.1$	$768 \pm 5$ m	$9.60 \pm 0.15$
100	$100.0 \pm 1.2$	$960 \pm 6$ m	$9.60 \pm 0.13$
125	$125.0 \pm 1.5$	$1200 \pm 7$	$9.60 \pm 0.13$
150	$150.0 \pm 1.6$	$1439 \pm 8$	$9.60 \pm 0.12$
175	$175.2 \pm 1.8$	$1.678 \pm 0.010$	$9.58 \pm 0.11$
200	$200 \pm 2$	$1.916 \pm 0.011$	$9.58 \pm 0.11$
225	$225 \pm 2$	$2.155 \pm 0.012$	$9.58 \pm 0.11$
250	$250 \pm 2$	$2.438 \pm 0.014$	$9.75 \pm 0.11$
275	$275 \pm 2$	$2.679 \pm 0.015$	$9.74 \pm 0.11$
300	$300 \pm 3$	$2.922 \pm 0.016$	$9.74 \pm 0.11$
325	$325 \pm 3$	$3.17 \pm 0.02$	$9.75 \pm 0.10$

Tabella 2: Misure di guadagno al variare della tensione in ingresso all'amplificatore

Figura 2: Fit lineare per l'andamento dell'uscita rispetto al segnale in ingresso.

Con un fit lineare possiamo stimare il guadagno dell'amplificatore a partire dal grafico di  $v_{out} = A_v v_{in}$  al variare di  $v_{in}$ . Da cui troviamo i seguenti parametri per la retta di best-fit

$$\begin{aligned} \text{intercetta} &= -2 \pm 3 \quad \text{pendenza} = 9.66 \pm 0.03 \quad \text{correlazione} = -0.72 \quad \chi^2 = 3 \quad d.o.f. = 11 \\ \text{coefficiente angolare/senza intercetta} &= 9.65 \pm 0.02 \quad \chi^2 = 3 \quad d.o.f. = 12 \end{aligned}$$

Il valore atteso per il guadagno dal valore dei componenti in questa configurazione del circuito è pari a

$$A_{v,\text{exp}} = -\frac{R_2}{R_1} = -5.1 \pm 0.1$$

Questo è compatibile con quanto trovato sperimentalmente, specialmente tenendo conto della notevole indeterminazione sul valore dei parametri di costruzione dell'opamp.

## 1.d Impedenza in ingresso

Inserendo in serie al generatore una resistenza  $R_S$  dello stesso ordine di  $R_{in}$  attesa e misurando la tensione in uscita con o senza  $R_S$  è possibile dare un stima della resistenza in ingresso del circuito. Detta  $V_1$  la tensione  $V_{out}$  misurata senza  $R_S$  e  $V_2$  la tensione misurata con  $R_S$  inserita, vale l'equazione:

$$\frac{R_S}{R_{in}} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \quad (1)$$

Abbiamo preso come  $R_S$  la serie di tre resistenze  $R_S = R_{S_s} + R_{S_t} + R_{S_u} = 5 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega + 300 \Omega = 7 \text{ k}\Omega$  Per cui, avendo misurato  $V_1 = 1916 \pm 11 \text{ mV}$  e  $V_2 = 1011 \pm 7 \text{ mV}$ , troviamo come resistenza in ingresso:

$$R_{in} = \frac{R_S}{V_1/V_2 - 1} = 8.26 \pm 0.17$$

Che è compatibile (entro le incertezze con cui sono noti i parametri del transistor  $\sim 10\%$ ) con il valore atteso dalla (1).

## 2 Risposta in frequenza e slew rate

### 2.a Network analyzer

Figura 3: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore invertente di ampiezza costante  $v_{in} = 200 \text{ mV}$ .

Figura 4: Risposta del circuito ad un segnale sinusoidale di ampiezza 200 mV e  $f = 1$  kHz in ingresso. Quando l'amplificatore è in pieno regime attivo.

Se i due segnali sono in opposizione di fase il passaggio per 0 con la stessa pendenza/slope devono distare un semi-periodo dall'altro; come si vede bene dalla figura 4 in cui ai massimi del segnale in ingresso (la traccia gialla) corrispondono i minimi del segnale in uscita (la traccia blu)

Da una misura con i cursori troviamo

$$\Delta t = 50.2 \pm 1.0 \text{ ns}$$

$$\Delta \varphi = 2\pi f \Delta t = 3.14 \pm 0.06 \text{ rad}$$

mentre con la funzione di misura automatica definita con uno script di Wavegen risulta:

$$\varphi = 179.63 \pm 0.10^\circ$$

che sono entrambi compatibili con il valore atteso di  $\Delta \varphi_{\text{exp}} = \pi$  rad per la natura invertente dell'amplificatore.

## 2.b Misura dello slew rate

Misurando con l'oscilloscopio l'ampiezza dei segnali in ingresso  $v_{\text{in}}$  e in uscita  $v_{\text{out}}$  dall'amplificatore possiamo ricavare una misura del guadagno del circuito dal rapporto  $A_v = \frac{v_{\text{out}}}{v_{\text{in}}}$ .

$v_{\text{in}}(\text{mV})$ (nom.)	$v_{\text{in}} \pm \sigma(v_{\text{in}})$ [mV]	$v_{\text{out}} \pm \sigma(v_{\text{out}})$ [V]	$A_v \pm \sigma(A_v)$
20	$19.8 \pm 0.5$	$192 \pm 2$ m	$9.7 \pm 0.3$
40	$39.9 \pm 0.8$	$383 \pm 3$ m	$9.6 \pm 0.2$
60	$59.8 \pm 1.0$	$576 \pm 4$ m	$9.63 \pm 0.17$
80	$80.0 \pm 1.1$	$768 \pm 5$ m	$9.60 \pm 0.15$
100	$100.0 \pm 1.2$	$960 \pm 6$ m	$9.60 \pm 0.13$
125	$125.0 \pm 1.5$	$1200 \pm 7$	$9.60 \pm 0.13$
150	$150.0 \pm 1.6$	$1439 \pm 8$	$9.60 \pm 0.12$
175	$175.2 \pm 1.8$	$1.678 \pm 0.010$	$9.58 \pm 0.11$
200	$200 \pm 2$	$1.916 \pm 0.011$	$9.58 \pm 0.11$
225	$225 \pm 2$	$2.155 \pm 0.012$	$9.58 \pm 0.11$
250	$250 \pm 2$	$2.438 \pm 0.014$	$9.75 \pm 0.11$
275	$275 \pm 2$	$2.679 \pm 0.015$	$9.74 \pm 0.11$
300	$300 \pm 3$	$2.922 \pm 0.016$	$9.74 \pm 0.11$
325	$325 \pm 3$	$3.17 \pm 0.02$	$9.75 \pm 0.10$

Tabella 3: Misure di guadagno al variare della tensione in ingresso all'amplificatore

Con un fit lineare possiamo stimare il guadagno dell'amplificatore a partire dal grafico di  $v_{\text{out}} = A_v v_{\text{in}}$  al variare di  $v_{\text{in}}$ . Da cui troviamo i seguenti parametri per la retta di best-fit

Figura 5: Fit lineare per l'andamento dell'uscita rispetto al segnale in ingresso.

$$\begin{aligned} \text{intercetta} &= -2 \pm 3 & \text{pendenza} &= 9.66 \pm 0.03 & \text{correlazione} &= -0.72 & \chi^2 &= 3 & d.o.f. &= 11 \\ \text{coefficiente angolare/senza intercetta} & & &= 9.65 \pm 0.02 & \chi^2 &= 3 & d.o.f. &= 12 \end{aligned}$$

Il valore atteso per il guadagno dal valore dei componenti in questa configurazione del circuito è pari a

$$A_{v,\text{exp}} = -\frac{R_C}{R_E + h_{ie}/h_{fe}} = -9.44 \pm 0.12$$

Questo è compatibile con quanto trovato sperimentalmente, specialmente tenendo conto della notevole indeterminazione sul valore dei parametri di costruzione del transistor.

### 3 Circuito derivatore attivo

#### 3.a Risposta in frequenza

Figura 6: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso al derivatore RC attivo di ampiezza costante  $v_{in} = 200$  mV.

Come valore atteso per l'impedenza in ingresso al circuito abbiamo:

$$Z_{in}(\omega) = h_{ie} + h_{fe}Z_E(\omega) \parallel R_B = \left( \frac{1}{h_{ie} + h_{fe}Z_E} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = 7.5 \pm 10\% \text{ k}\Omega$$

dove abbiamo indicato con  $Z_E(\omega)$  l'impedenza del ramo di emettitore, che nel nostro circuito vale  $Z_E = R_E$ ; meno che nel punto 5, dove in parallelo a  $R_E$  si aggiunge un passa alto costruito con  $C_E + R_{es}$ , per cui vale  $Z_E(\omega) = R_E \parallel \left( R_{es} + \frac{1}{j\omega C_E} \right)$ .

#### 3.b Risposta ad un'onda triangolare

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-alto un segnale triangolare di ampiezza  $v_{in} = 200$  mV e frequenza 5 kHz.

Inserendo tra l'uscita e la massa una resistenza di carico  $R_L$  dello stesso ordine di  $R_{out}$  e misurando la tensione di uscita con o senza resistenza è possibile dare una stima della resistenza in uscita dell'amplificatore. Detta  $V_1$  la tensione misurata senza  $R_L$  e  $V_2$  la tensione misurata con  $R_L$ , vale la formula:

$$\frac{R_{out}}{R_L} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \quad (2)$$

Per cui, una volta misurate  $V_1 = 1725 \pm 8$  mV,  $V_2 = 866 \pm 4$  mV e  $R_L = 5.08 \pm 0.05 \text{ k}\Omega$  abbiamo ottenuto come impedenza d'uscita:

$$R_{out} = R_L \left( \frac{V_1}{V_2} - 1 \right)$$

Risulta  $R_{out} = 5.0 \pm 0.1 \text{ k}\Omega$  che è compatibile con la stima iniziale dell'impedenza.

#### 3.c Confronto con i valori attesi

### 4 Circuito integratore attivo

#### 4.a Risposta in frequenza

Figura 7: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 10 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'integratore RC attivo di ampiezza costante  $v_{in} = 200$  mV.

#### 4.b Risposta ad un'onda quadra @ 10 kHz

Si è inviato all'ingresso del filtro passa-basso un'onda quadra di ampiezza  $v_{in} = 200$  mV e frequenza 5 kHz.

Partendo da una misura con i cursori del guadagno a centro banda,  $A_V = 19.65 \pm 0.05 \text{ dB} = 9.65 \pm 0.08$ , possiamo ottenere una stima del valore delle frequenze di taglio a bassa  $f_L$  e ad alta frequenza  $f_H$  dai punti in cui il guadagno diminuisce di un fattore  $1/\sqrt{2}$ , cioè di circa  $-3.01 \text{ dB}$  rispetto ad  $A_V$ .

$$f_L = 80.77 \pm 0.12 \text{ Hz}$$

$$f_H = 646.1 \pm 0.5 \text{ kHz}$$

Trascurando le capacità delle giunzioni nel transistor ci aspettiamo che la frequenza di taglio "bassa" corrisponda a quella di un filtro passa alto costituito dalla serie  $C_{in} + R_B$

$$f_{L,exp} = \frac{1}{2\pi R_B C_{in}} = 83 \pm 4 \text{ Hz} \quad (3)$$

che è in accordo con il valore misurato.

Mentre per la frequenza di taglio "alta" la resistenza in uscita è data da  $R_C$ , per cui la capacità in serie dev'essere dell'ordine delle centinaia di pF per avere ordine di grandezza compatibile con il valore misurato. Ma nel datasheet risulta al massimo  $C_{ibo} \approx 30 \text{ pF}$ , per cui è difficile stabilire un valore di riferimento per la frequenza  $f_H$  attesa.

## 5 Circuito amplificatore non invertente

Figura 8: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore non invertente di ampiezza costante  $v_{in} = 200$  mV.

Per mitigare la diminuzione del guadagno dovuta alla resistenza tra emettitore e  $V_{EE}$  si inserisce in parallelo a questa la serie  $R_{es} + C_E$ , in modo tale che  $R_E$  sia vista “per intero” solamente in condizioni stazionarie (cioè dalle tensioni e correnti continue di alimentazione). Al contrario, per frequenze abbastanza alte il condensatore si comporterà come un corto circuito, per cui la resistenza del parallelo tenderà al valore più piccolo tra le due resistenze, cioè  $R_{es} \ll R_E$ . Quindi in breve l'impedenza all'emettitore si comporterà grossolanamente come un filtro passa alto.

### 5.a Risposta in frequenza

Figura 9: Plot di Bode ottenuto dallo scan con Network tra 100 Hz e 5 MHz con un segnale sinusoidale in ingresso all'amplificatore non-invertente di ampiezza costante  $v_{in} = 200$  mV.

### 5.b Misure di guadagno e frequenza di taglio

Partendo da una misura con i cursori del guadagno a centro banda,  $A_V = 19.65 \pm 0.05$  dB =  $9.65 \pm 0.08$ , possiamo ottenere una stima del valore delle frequenze di taglio a bassa  $f_L$  e ad alta frequenza  $f_H$  dai punti in cui il guadagno diminuisce di un fattore  $1/\sqrt{2}$ , cioè di circa  $-3.01$  dB rispetto ad  $A_V$ .

$$\begin{aligned} f_L &= 80.77 \pm 0.12 \text{ Hz} \\ f_H &= 646.1 \pm 0.5 \text{ kHz} \end{aligned}$$

Una volta inserito il ramo in parallelo a  $R_E$ , dalla formula per il guadagno atteso otteniamo

$$A_v = -\frac{R_C}{|Z_E|} = -\frac{R_C}{R_E \parallel (R_{es} + |1/j\omega C_E|)} = -R_C \left| \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_{es} + 1/\omega C_E} \right|$$

Visto che abbiamo scelto  $C_E \gg C_{in} \sim C_{out}$ , alla frequenza di lavoro  $f = 10$  kHz possiamo considerare trascurabile l'impedenza del condensatore  $|Z_{C_E}| = \frac{1}{2\pi f C_E} \approx 0.1 \Omega \ll R_{es}$ , per cui in buona approssimazione ci aspettiamo

$$|A_v| \approx \frac{R_C}{R_E \parallel R_{es}} = R_C \left| \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_{es}} \right| \approx \frac{R_C}{R_{es}} = 110 \pm 1$$

Questo però assumendo che l'impedenza del transistor sia trascurabile rispetto a  $Z_E$ , o meglio  $|Z_E| \gg \frac{h_{ie}}{h_{fe}}$

$$\begin{aligned} |Z_E| &= \left| \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_{es} + 1/\omega C_E} \right|^{-1} = 45 \pm 2 \Omega \\ \frac{h_{ie}}{h_{fe}} &\approx 40 \Omega \end{aligned}$$

che non risulta affatto verificata.

Considerando nel modello anche l'impedenza in ingresso del transistor in serie a quella del ramo  $Z_E$  avremo come valore atteso per il guadagno

$$A_v = \frac{R_C}{|Z_E| + h_{ie}/h_{fe}} \approx 60 \quad (4)$$

Che è in buon accordo con il valore misurato per il guadagno sempre entro le grandi incertezze relative sui parametri di costruzione del transistor.

Figura 10: Sovrapposizione dei plot di Bode ottenuti per l'amplificatore non-invertente.

## Conclusioni e commenti finali

Si è riusciti a costruire e studiare alcuni dei circuiti più comuni che si possono realizzare con un amplificatore operazionale, tra cui: due filtri attivi, passa-basso e passa-alto, un amplificatore di tensione invertente (e uno non). In particolare siamo riusciti ad apprezzare il differente comportamento dei circuiti (anche in regime non lineare) dare una stima di guadagno, impedenza di ingresso e frequenze caratteristiche della loro risposta in frequenza.

## Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.