

Laboratorio di Fisica 3

Misura del rapporto e/m

Lo scopo dell'esperienza è la misura del rapporto tra la carica dell'elettrone e la sua massa (e/m) attraverso la misura del raggio di curvatura della traiettoria circolare di elettroni immersi in un campo magnetico uniforme e accelerati mediante una differenza di potenziale nota.

Dalle relazioni $\frac{mv^2}{R} = evB_z$ e $\frac{1}{2}mv^2 = eV_{acc}$ si ottiene $\frac{e}{m} = \frac{2V_{acc}}{(B_z R)^2}$.

Qui e di seguito la direzione z è quella lungo l'asse delle bobine che generano il campo di induzione magnetica. Si veda il manuale dell'apparecchiatura e la presentazione a lezione per i dettagli [1,2].

Le fasi dell'esperienza sono le seguenti:

1. Orientazione delle bobine rispetto al campo magnetico Terrestre
2. Mappatura del campo magnetico B_z generato dalle bobine mediante sonda ad effetto Hall.
3. Posizionamento della macchina fotografica ed acquisizione delle foto dei rigelli per la calibrazione.
4. Acquisizione della foto della traiettoria degli elettroni al variare della tensione di accelerazione e della corrente nelle bobine.
5. Misura del raggio della traiettoria dalle immagini digitalizzate attraverso un fit del cerchio o usando l'intercetta delle normali a 2 corde.
6. Correzione per l'effetto di geometria proiettiva.
7. Analisi dei dati e stima del valore di e/m con l'errore statistico.
8. Valutazione degli effetti sistematici

Bobine di Helmholtz.

Il campo magnetico è generato da due bobine coassiali di raggio medio $r=15.8\text{cm}$, costituite da 130 spire, poste ad una distanza pari al loro raggio. Applicando una tensione V_{coil} (misurata con un voltmetro) si fa scorrere una corrente I_{coil} (letta da un amperometro) nelle spire. Il campo magnetico lungo l'asse delle spire ha valore massimo: $B_z^{MAX}(T) = 7.40 \cdot 10^{-4} I_{coil}(A)$. La corrente non deve superare 2 A.

Le Figure 1 e 2 riportano la variazione teorica [3] del campo B_z/B_z^{MAX} in funzione della distanza dall'asse z delle spire ed in funzione della distanza sull'asse z dal punto medio tra le spire.

L'orientazione dell'asse delle bobine è approssimativamente lungo la direzione S-N, come potete verificare usando la bussola in dotazione (vedere anche figura 3). La presenza del campo magnetico terrestre potrebbe alterare la misura di e/m. Valutate qual è l'effetto e, se non trascurabile, tenetene conto nella misura. Descrivere chiaramente la procedura adottata.

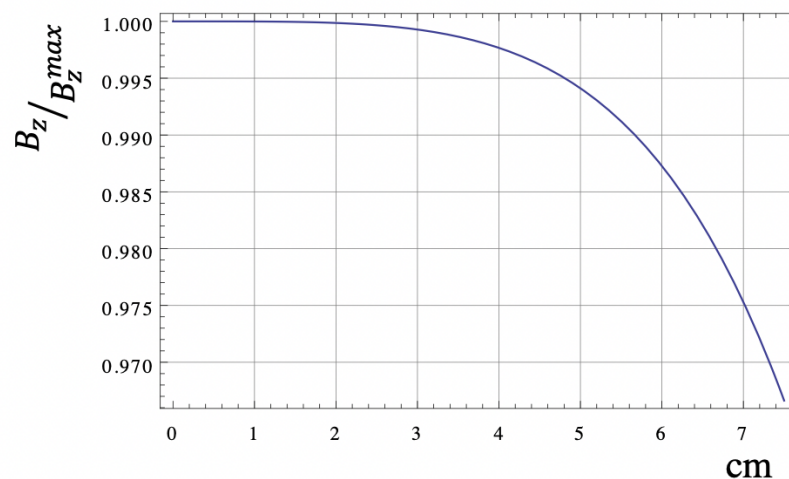


Figura 1: Variazione teorica del campo B_z in funzione della distanza dall'asse z delle spire.

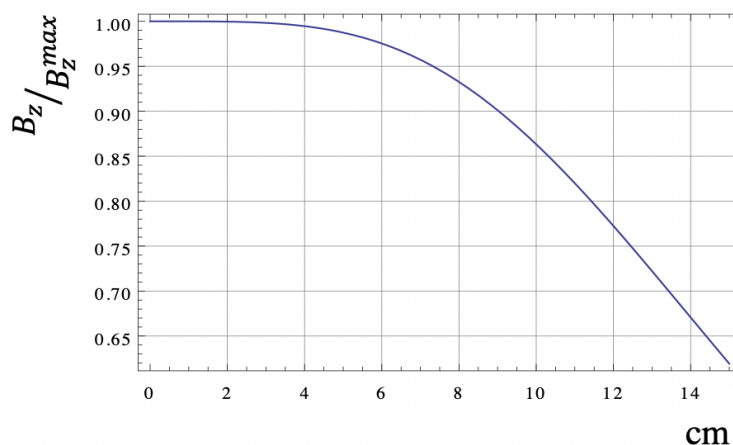


Figura 2: Variazione teorica del campo B_z in funzione della distanza sull'asse z del punto medio tra le spire.

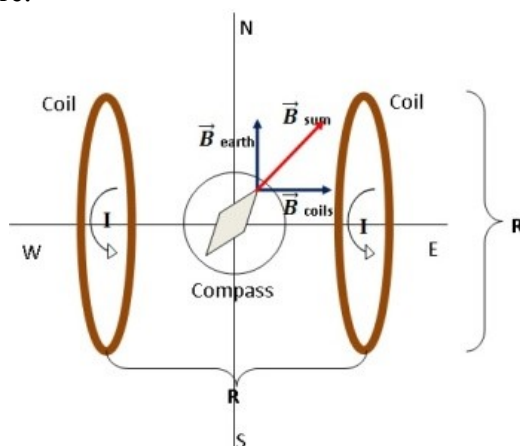


Figura 3: Disegno schematico delle due bobine viste dall'alto con il vettore di induzione magnetica generato dalle due bobine e quello terrestre.

Misura del campo magnetico

Utilizzate la sonda a effetto Hall [2,4] per misurare la componente z del campo magnetico (B_z) nel piano parallelo alle spire passante per il punto di mezzo, che sarà il piano della traiettoria degli elettroni. Si utilizza una bacchetta con al centro una sonda, scorrevole lungo un diametro. La sonda è sensibile alla componente del campo magnetico ortogonale al lato piatto. Poiché la tensione generata è una piccola variazione rispetto a 4V, per migliorare la sensibilità la sonda è collegata ad un amplificatore con sottrazione di zero; la tensione in uscita viene letta da un multimetro.

Dal datasheet della sonda Hall (modello SS94A1), si ottiene la sua sensibilità: $5.0 \pm 0.1 \text{ mV/G}$ a 25°C . Il guadagno dell'amplificatore è stato misurato: $G = 11.1 \pm 0.1$.

E' necessario agire su un trimmer per azzerare l'uscita in caso di campo magnetico nullo. Visto che non è possibile eliminare il campo magnetico terrestre che procedura si può seguire per l'azzeramento? (La procedura è descritta nel video [5]).

Una volta calibrata la sonda potete quindi ricavare B_z dalla lettura del multimetro.

Fare un grafico di B_z in funzione della distanza dall'asse delle spire e confrontare uniformità e valore massimo con quanto atteso. La distanza dall'asse viene misurata con un righello.

Verificare il valore della corrente nelle bobine all'inizio e alla fine della misura.

Posizionamento macchina fotografica e foto di taratura.

Posizionare la macchina fotografica di fronte all'apparato. Si consiglia di segnare la posizione del cavalletto sul pavimento utilizzando per esempio del nastro adesivo, per poter ricollocare la macchina fotografica nella stessa posizione in caso di spostamento accidentale. Regolare lo zoom in modo da avere una buona visione delle bobine. Si consiglia di impostare la macchina fotografica seguendo le istruzioni in [6]. Il fuoco deve essere regolato sul piano del cerchio, a metà tra righello anteriore e scala posteriore.

Effettuare una foto con righello anteriore e scala posteriore in assenza del bulbo di vetro, per la valutazione dell'effetto della geometria proiettiva. Fare inserire il bulbo di vetro dal tecnico o docente. Effettuare una nuova foto per la valutazione degli effetti di distorsione introdotti dalla rifrazione del bulbo. A questo punto inserire il panno scuro di protezione.

Elettroni in campo magnetico

Il catodo, riscaldato da un filamento incandescente alimentato con una tensione V_{heat} compresa tra 3 e 6 V, emette elettroni per effetto termoionico. Gli elettroni vengono accelerati da una d.d.p. V_{acc} compresa tra 150 e 250 V (non eccedete questo valore) e urtano gli atomi del gas rarefatto (He , 10^{-1} Pa) presente nell'ampolla, i quali emettono la radiazione che consente di visualizzare il pennello e misurarne l'orbita.

Fissato il valore di $V_{\text{heat}} = 6\text{V}$, fate variare I_{coil} e V_{acc} in modo da poter misurare (mediante le foto) i raggi R delle traiettorie. Scegliete un insieme di combinazioni $I_{\text{coil}}, V_{\text{acc}}$ che ritenete ragionevoli.

Incertezza sulla misura di I_{coil} : $1\% + 2 \text{ digits}$

Incertezza sulla misura di V_{acc} : 1V

All'inizio della presa dati per una misura si consiglia di stimare approssimativamente il raggio di curvatura r dell'orbita circolare e verificare l'ordine di grandezza ottenuto per e/m .

Misura di e/m

Finita la fase di presa dati le immagini devono essere digitalizzate mediante uno dei programmi [7], per effettuare una misura di R .

E' necessario correggere R per l'effetto della geometria proiettiva perché il piano della scala graduata è diverso dal piano dell'orbita, che si trova su di un piano equidistante dalla bobina anteriore e posteriore. Stimare l'effetto utilizzando la foto presa in precedenza con un righello davanti alla prima bobina e facendo il confronto con la scala graduata posteriore. Utilizzate le seguenti misure per determinare il fattore di scala:

distanza scala graduata posteriore dal piano della bobina posteriore: 10 ± 1 mm

distanza scala graduata anteriore dal piano della bobina anteriore: 14 ± 1 mm

distanza tra i piani delle bobine anteriore e posteriore delle spire: 157 ± 1 mm

Si veda la figura nella presentazione per una figura della geometria.

Se le fotografie sono state fatte con la macchina fotografica posta sempre nella stessa posizione rispetto all'apparato, è possibile utilizzare lo stesso fattore di scala (pixel \rightarrow unità di lunghezza) per tutte le misure.

Misurare e/m in due modi:

- a) tramite la media pesata dei valori di e/m ottenuti nelle singole misure
- b) riportando in un grafico $2V_{acc}$ in funzione di $(B_z R)^2$ e stimando e/m dalla pendenza della distribuzione.

Discutere come si confrontano tra loro, e con il valore aspettato, le stime di e/m ottenute con i due metodi.

Valutazione degli errori sistematici

- a. Valutare l'effetto dovuto allo spessore del pennello elettronico
- b. Verificare se è presente una dipendenza della stima di e/m dal raggio della traiettoria
- c. Valutare l'eventuale errore sistematico legato alla presenza del campo magnetico terrestre
- d. Stimare se la variazione $B_z(r \text{ orbita})/B_z^{MAX}$ e la distorsione dell'immagine dovuta al vetro del bulbo possono essere trascurati rispetto ad altri effetti.

Appendice

Acquisizione dei punti per il calcolo del raggio della traiettoria usando plotdigitizer:

Per misurare i punti in pixel:

- 1) Eseguire il programma plotdigitizer e aprire l'immagine.
- 2) Senza fare la calibrazione, spostare il puntatore del mouse sul punto dell'immagine e annotare le coordinate in pixel visualizzate in basso a sinistra. Ripetere l'operazione per tutti i punti di interesse.

Per misurare i punti direttamente in cm:

- 1) Eseguire il programma plotdigitizer e aprire l'immagine.
- 2) Con il tasto sinistro del mouse cliccare su un punto della scala graduata e inserire il valore di X in cm. Spuntare "Use X calibration for Y-axis". Premere Okay.
- 3) Cliccare sul secondo punto e inserire il valore di X in cm. Inserire il nome dell'asse X e Y.
- 4) Cliccare sull'immagine in corrispondenza dei punti che si vuole inserire. Alla fine premere su "Done" posto nella barra in alto. Apparirà una finestra con la lista dei punti selezionati, che possono essere salvati in formato csv.

Calcolo del raggio della traiettoria:

Metodo 1:

Presi tre punti e scelte due corde, trovare il punto di intersezione $C(x_C, y_C)$ tra le rette ortogonali alle corde passanti per il loro punto di mezzo. Calcolare r come la distanza media dei tre punti da C .

Metodo 2:

Eseguire un fit (minimi quadrati), secondo quanto riportato in [8].

Documenti utili:

[1]: Manuale apparato: e-m-Apparatus-Manual-SE-9638.pdf

[2]: em_2021-2022.pdf

[3]: Landau-Lifshits "Elettrodinamica dei mezzi continui", pag. 171

[4]: sensore_Hall_specs.pdf, mod SS94A1

[5]: em_480.mp4

[6]: istruzioni_macchina_fotografica.pdf

[7]: Programmi per la digitizzazione delle foto:

- <http://plotdigitizer.sourceforge.net>
- <https://automeris.io/WebPlotDigitizer>
- https://eleif.net/photo_measure.html
- <https://imagej.net/Fiji/Downloads>

[8]: Articolo Fit cerchio con minimi quadrati: circle_fit.pdf