

Es11: Esperimenti di Interferometria per misure di lunghezze d'onda

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

28 marzo 2022

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo dell'esperienza è misurare la lunghezza d'onda di un laser a semiconduttore studiando il pattern di diffrazione generato da un suo fascio incidente sulla scala millimetrata di un calibro.

2 Descrizione della misura

Dalla teoria sulla natura ondulatoria della luce sappiamo che quando delle onde, in fase e della stessa lunghezza d'onda, incidono su un reticolo di diffrazione vengono deviate e si verrà a formare un pattern di diffrazione. Utilizzando come reticolo la scala graduata di un calibro, invieremo un fascio di luce prodotta da un laser con angolo d'incidenza quasi radente, e visualizzeremo su uno schermo posto a distanza D l'immagine prodotta dalla diffrazione. Possiamo stabilire una relazione che collega la posizione dei massimi di rifrazione con la lunghezza d'onda λ , gli angoli degli ordini di diffrazione θ_m , il passo del reticolo d e l'angolo di incidenza sul reticolo θ_i (che mi aspetto essere $\pi/2$)

$$d(\sin(\theta_i) - \sin(\theta_m)) = m\lambda \quad (1)$$

Manipolando algebricamente la 1 posso riscriverla come

$$\sin(\theta_m) = -m\frac{\lambda}{d} + \sin(\theta_i) \quad (2)$$

da cui si riconosce subito l'equazione di una retta, con coefficiente angolare $\frac{\lambda}{d}$. Per determinare i seni degli angoli θ_m dei vari fasci è sufficiente utilizzare la definizione di sin per arrivare alla conclusione che

$$\sin(\theta_m) = \frac{D}{\sqrt{D^2 + h_m^2}} = (1 + (\frac{h_m}{D})^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

dove h_m sono le altezze relative dei massimi di diffrazione rispetto al punto di riferimento (nel nostro caso sarà l'altezza a cui si trova il calibro).

2.a Apparato

Utilizzeremo un diodo laser con una lunghezza d'onda pari a $636 \pm 1 \text{ nm}$ (luce rossa), reperibile nel datasheet e come detto prima utilizzeremo la scala graduata di un calibro (passo $d = 1 \text{ mm}$) come reticolo di diffrazione. Utilizzando lo schema in figura 1 si è cominciato misurando la distanza tra lo schermo e il punto d'incidenza del fascio luminoso sul calibro:

$$D = 2.90 \pm 0.03 \text{ m}$$

il valore dell'incertezza deriva dal fatto che il punto preciso in cui il fascio laser incide sul calibro è difficile da stimare, perché invece di un punto si osserva una regione luminosa lunga circa 6 cm (d'altronde θ_i è molto vicino a $\pi/2$), di conseguenza abbiamo preso come errore la semilarghezza dello spot luminoso. Successivamente si è spostato il calibro in modo che solo una porzione del fascio di luce incidesse sulla scala del calibro, mentre il restante continuasse la sua traiettoria rettilinea senza essere riflesso. Sullo schermo si ottiene un'immagine caratterizzata da solo 2 punti di massimo, uno più basso (derivante dalla porzione del fascio non riflesso) e uno più alto (quello riflesso). misurando la distanza tra questi punti si può stimare il piano di riferimento da cui far partire le misure di h_m prendendo il punto medio tra il punto basso e quello alto; da qui abbiamo stimato il valore di h_0 :

$$h_0 = 5.3 \pm 0.1 \text{ cm}$$

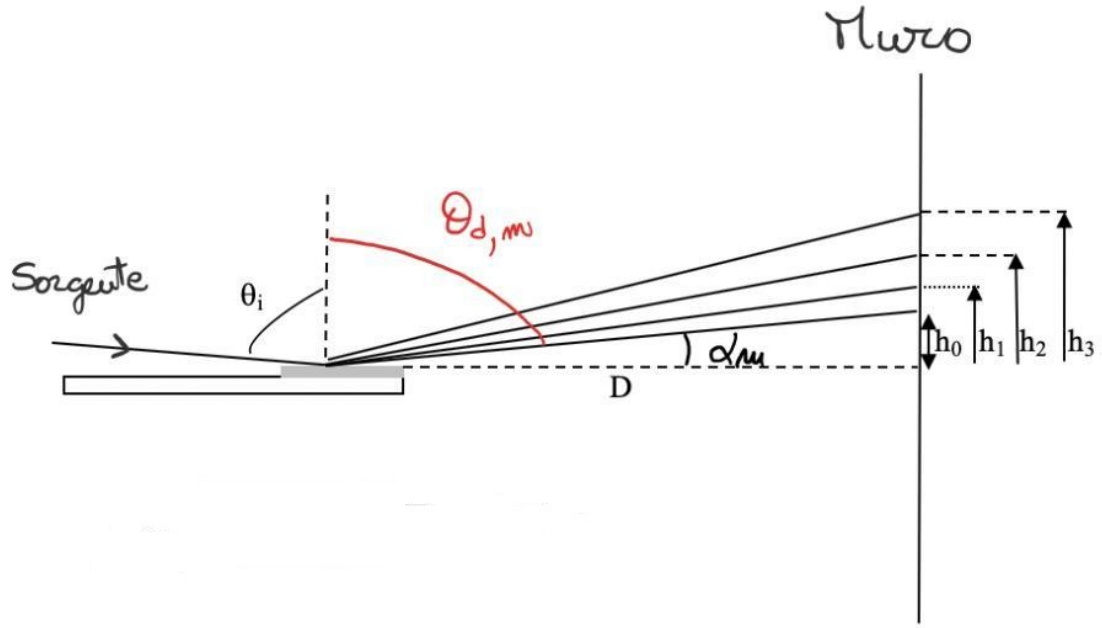


Figura 1: Schema di riferimento dell'apparato sperimentale utilizzato

$h_m[cm]$	$\sigma h_m[mm]$	$\sin(\theta_m)$	$\sigma \sin(\theta_m)$
5,3	1	1,00	7 E-06
11,5	1	9,99E-01	2 E-05
15,5	1	9,99E-01	3 E-05
18,6	1	9,98E-01	5 E-05
21,3	1	9,97E-01	6 E-05
23,7	1	9,97E-01	7 E-05
25,9	2	9,96E-01	1 E-04
27,9	2	9,95E-01	1 E-04
29,9	2	9,95E-01	1 E-04
31,6	2	9,94E-01	1 E-04
33,2	2	9,93E-01	2 E-04
34,8	2	9,93E-01	2 E-04
36,3	2	9,92E-01	2 E-04
37,8	2	9,92E-01	2 E-04
39,2	2	9,91E-01	2 E-04
40,7	3	9,90E-01	2 E-04
41,9	3	9,90E-01	3 E-04
43,3	3	9,89E-01	3 E-04
44,5	3	9,88E-01	3 E-04
45,8	2	9,88E-01	3 E-04
46,9	2	9,87E-01	3 E-04
48,1	2	9,86E-01	3 E-04
49,3	2	9,86E-01	3 E-04
50,3	2	9,85E-01	3 E-04
51,4	1	9,85E-01	3 E-04
52,4	1	9,84E-01	3 E-04

Tabella 1: Dati dei vari h_m (in ordine a partire dall'ordine 0) e dei corrispettivi angoli

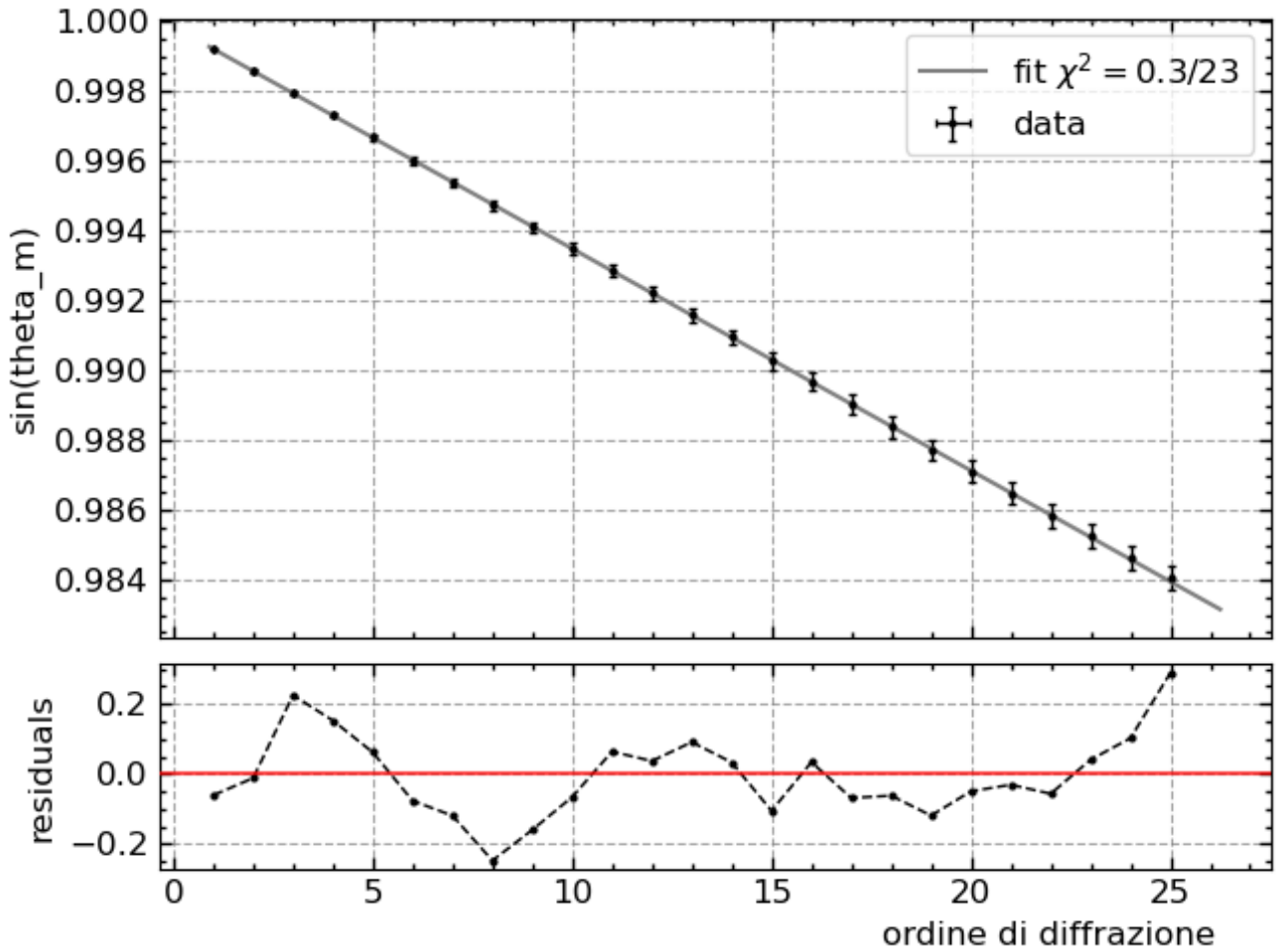


Figura 2: Fit lineare con modello 2, il grafico dei residui non evidenzia nessun andamento particolare che possa compromettere la nostra misura o il modello utilizzato.

Per concludere le misure abbiamo registrato le altezze di 25 massimi di diffrazione rispetto al piano di riferimento, ognuno con la relativa incertezza (derivata dallo spessore non trascurabile dei singoli spot luminosi). Utilizzando poi l'equazione 3 abbiamo stimato i corrispettivi $\sin(\theta_m)$.

A questo punto tramite un fit lineare $\sin \theta_m$ vs m partendo dall'equazione 2 è possibile stimare il parametro $\frac{\lambda}{d}$ e dunque λ ; nel fare il fit abbiamo escluso il punto h_0 per vedere se Q fosse compatibile col suo valore. Data l'origine sistematica degli errori sulla distanza D e dei centri dei massimi di diffrazione abbiamo utilizzato il flag `absolute_sigma=True` in modo che la funzione `curve_fit` non riscalasse le incertezze dategli in ingresso. Dal fit si ricava $\frac{\lambda}{d} = 6.35 \pm 0.01 \times 10^{-4} \text{ m}$ e $\sin(\theta_i) = 0.99 \pm (2 \times 10^{-6})$; da questi risultati si ottiene $\lambda = 635 \pm 1 \text{ nm}$. Deduciamo quindi che i valori sono compatibili con le aspettative entro 2 barre di errore.

3 Interferometro di Michelson: lunghezza d'onda lampada Hg

3.a Stima del fattore di demoltiplica

Per calibrare l'apparato e stimare il fattore di demoltiplica della vite-specchio M1 è stato utilizzato un laser He-Ne di lunghezza d'onda nota (632.8 nm). Per prima cosa è stato necessario calibrare lo specchio M2 in modo che sullo schermo appaia un pattern circolare di interferenza dovuto allo sfasamento dei 2 fasci di luce prodotti dalle lenti dell'interferometro. Una volta posizionato M2 nella posizione corretta abbiamo iniziato a variare la posizione di M1 contando il numero di fronti d'onda passanti da un punto qualunque fisso sullo schermo (per comodità il centro) in funzione dello spostamento effettuato dalla vite di M1. Da qui abbiamo utilizzato l'equazione :

$$\eta = \frac{m\lambda}{2\Delta L} \quad (4)$$

per ricavare il fattore di demoltiplica η . Ripetendo la misura 2 volte abbiamo ottenuto

$$\begin{aligned}\eta_1 &= 198 \pm 9 \times 10^{-3} \\ \eta_2 &= 0.21 \pm 0.01\end{aligned}$$

facendo poi la media pesata delle misure si ricava $\eta_M = 206 \pm 8 \times 10^{-3}$.

3.a.1 Misura della lunghezza d'onda della lampada Hg

Modificando l'equazione 4 si giunge a trovare una formula per la stima della lunghezza d'onda in funzione del numero dei fronti d'onda, del fattore di demoltiplica e dello spostamento effettuato dalla vite micrometrica.

$$\lambda = \frac{2\Delta L\eta}{m}$$

Abbiamo quindi sostituito la sorgente di radiazione luminosa con una lampada al mercurio di lunghezza d'onda $\lambda = 546nm$; dopodiché utilizzando la stessa procedura di prima abbiamo contato i fronti d'onda in funzione dello spostamento della vite micrometrica.

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 5.5 \pm 0.4 \times 10^{-7}m \\ \lambda_2 &= 5.4 \pm 0.4 \times 10^{-7}m\end{aligned}$$

facendo quindi la media pesata si ricava $\lambda_{Hg} = 545 \pm 28 nm$ che risulta totalmente compatibile con le aspettative

Conclusioni e commenti finali

Siamo riusciti a stimare con successo la lunghezza d'onda di un laser utilizzando come reticolo di diffrazione un calibro. Successivamente utilizzando l'interferometro di Michelson, calibrato grazie ad un laser He-Ne, siamo riusciti a stimare la lunghezza d'onda di una lampada al mercurio compatibile con le aspettative cercando di mantenere le incertezze più piccole possibile.

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.