

Es11: Esperimenti di Interferometria per misure di lunghezze d'onda

Gruppo 1.AC
Matteo Rossi, Bernardo Tomelleri

28 marzo 2022

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo dell'esperienza è misurare la lunghezza d'onda di un laser a semiconduttore studiando il pattern di diffrazione generato da un suo fascio incidente sulla scala millimetrata di un calibro.

2 Metodo di misura

Un reticolo di diffrazione è un apparato capace di disperdere un fascio luminoso incidente in funzione della sua lunghezza d'onda. Il fenomeno alla base di tale separazione è l'interferenza luminosa, per la quale è possibile determinare la seguente relazione tra lunghezza d'onda della riga spettrale diffratta e la sua posizione angolare

$$d(\sin(\theta_i) - \sin(\theta_m)) = m\lambda \quad (1)$$

in cui $m \in \mathbb{Z}$ è l'ordine di interferenza per cui si individuano le posizioni dei massimi principali, λ è la lunghezza d'onda del fascio incidente (come di quello riflesso), θ_m è l'angolo che individua la posizioni di diffrazione relativa all' m -esimo ordine, d è il passo del reticolo. L'angolo di incidenza sul reticolo viene denominato θ_i .

Dalla misura degli angoli di diffrazione, noto il loro ordine e noto il passo reticolare, possiamo individuare una relazione lineare che ci permetta di ricavare la lunghezza d'onda come evidenziata in eq. (1):

$$y = -x \frac{\lambda}{d} + q \quad (2)$$

dove y, x e q sono rispettivamente $\sin(\theta_m)$, m e $\sin(\theta_i)$.

I valori degli angoli si intendono in riferimento al sistema che ha come origine il punto in cui è posto il calibro, di modo da poter ricavare direttamente come misure di altezza i massimi di diffrazione.

Infatti si vede facilmente come

$$\sin(\theta_m) = \frac{D}{\sqrt{D^2 + h_m^2}} = \left(1 + \left(\frac{h_m}{D}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

dove h_m sono le altezze relative dei massimi di diffrazione misurate rispetto al punto di riferimento.

2.a Nota sul metodo di fit

Per determinare i parametri ottimali e le rispettive covarianze si è implementato in `Python` un algoritmo di fit basato sui minimi quadrati mediante la funzione `curve_fit` della libreria `SciPy`.

2.b Descrizione delle misure

Si utilizza un diodo laser con lunghezza d'onda pari a 636 ± 1 nm (reperibile da datasheet) che incide sul reticolo di diffrazione in riflessione costituito dalla scala graduata di un calibro ventesimale. Da questo sappiamo che il valore del passo reticolare è pari a $d = 1$ mm.

Noto il valore del passo reticolare, viene eseguita una stima dell'angolo di diffrazione usando eq. (2) applicata a partire dall'ordine $m = 0$. Per fare questo è stato prima necessario determinare la distanza tra l'origine dei fasci e lo schermo su cui essi erano proiettati:

$$D = 2.90 \pm 0.03 \text{ m}$$

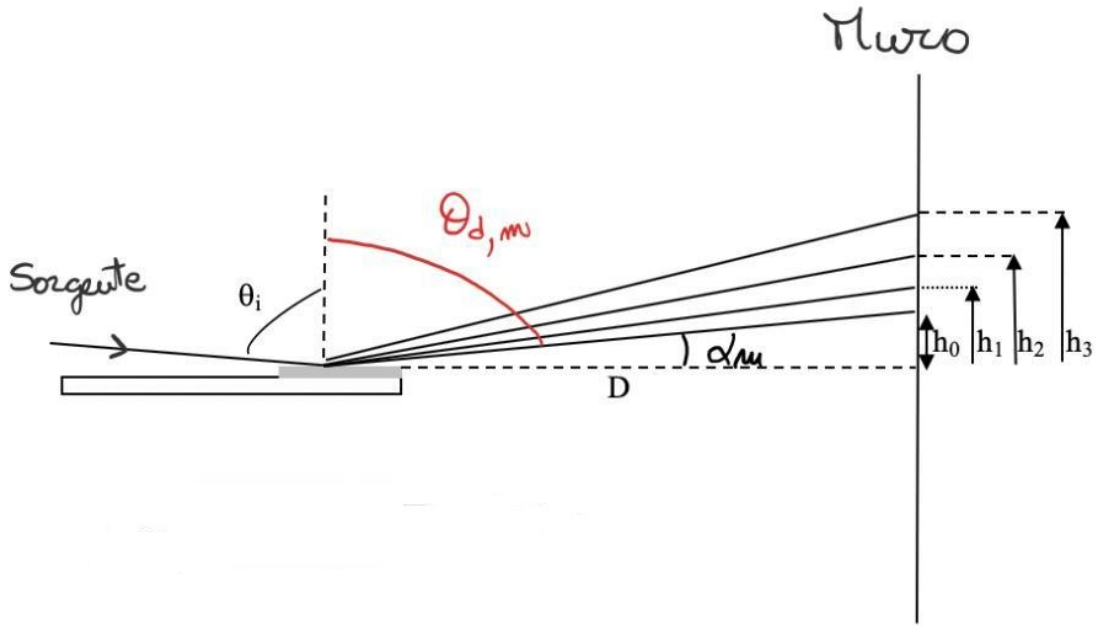


Figura 1: Schema di riferimento dell'apparato sperimentale utilizzato

dove l'incertezza risente della larghezza dello spot del fascio proiettato, che per l'ordine $m = 0$ corrisponde a una regione luminosa di diametro 6.0 ± 0.1 cm sull'asta del calibro. Dal momento che il fascio risulta (entro la sensibilità sperimentale) ortogonale allo schermo e al reticolo, si trascurano possibili effetti di distorsione e si sceglie di individuare il punto di massima intensità luminosa al suo centro, associando alla sua posizione un'incertezza corrispondente alla semilarghezza dell'intera regione illuminata (come si farà per le.

Successivamente si è spostato il calibro in modo che solo una porzione del fascio incidesse sulla sua scala.

Abbiamo quindi definito un valore di azzeramento per tutte le seguenti misure di angoli, scegliendo il valore medio tra la proiezione del fascio diretto e quello riflesso all'ordine zero. Da cui troviamo come valore stimato per l'altezza di riferimento:

$$h_0 = 5.3 \pm 0.1 \text{ cm}$$

Abbiamo registrato le altezze di 25 massimi di diffrazione, di cui si riportano in tabella 1 i valori dei seni degli angoli misurati $\sin \theta_m$ relativi al punto di azzeramento. L'incertezza associata alle misure deriva dallo spessore non trascurabile dei singoli spot luminosi, in maniera simile a quanto visto in precedenza per determinare la posizione dell'ordine 0.

A questo punto si effettua un fit lineare sulla base dell'eq. (2), da cui è possibile stimare il coefficiente angolare $\frac{\lambda}{d}$ e dunque λ della radiazione emessa.

Dalla procedura di fit viene escluso il valore h_0 al fine di verificare che l'intercetta risultasse compatibile con questo. Data l'origine sistematica degli errori sulle misure di distanza D e delle posizioni dei centri dei massimi di diffrazione abbiamo impostato il flag `absolute_sigma=True` in modo che la funzione `curve_fit` non riscalsasse le incertezze fornite in ingresso.

Dal fit ricaviamo quindi (moltiplicando per il passo reticolare noto) che $\lambda = 635.7 \pm 0.5$ nm, che il valore ottimale di θ_i risulta compatibile con $\pi/2$ entro l'incertezza e che la nostra misura di λ risulta in ottimo accordo con quanto tabulato nel datasheet del laser.

3 Interferometro di Michelson: lunghezza d'onda della lampada Hg

3.a Stima del fattore di demoltiplica

Per calibrare l'apparato e stimare il fattore di demoltiplica tra lo spostamento del nonio della vite micrometrica e lo spostamento dello specchio mobile M1 è stato utilizzato un laser He-Ne di lunghezza d'onda nota (632.8 nm). Per prima cosa si è calibrata la posizione dello specchio M2 in modo che sul centro dello schermo apparisse un pattern circolare di interferenza dovuto allo sfasamento tra i 2 fasci di luce prodotto dai diversi cammini ottici lungo i bracci dell'interferometro. Una volta fissata la posizione di M2 abbiamo iniziato a variare la distanza di M1 contando il numero di fronti d'onda passanti da un punto qualunque sullo schermo (per comodità il centro) in funzione dello spostamento effettuato dalla vite di M1.

ordine di diffrazione m	h_m [cm]	$\sigma(h_m)$ [mm]	$\sin(\theta_m)$	$\sigma(\sin \theta_m)$
0	5.3	1.0	1.00000	1×10^{-6}
1	11.5	1.0	0.99921	2×10^{-5}
2	15.5	1.0	0.99857	3×10^{-5}
3	18.6	1.0	0.99795	5×10^{-5}
4	21.3	1.0	0.99731	6×10^{-5}
5	23.7	1.0	0.99667	7×10^{-5}
6	26	2	0.9960	1×10^{-4}
7	28	2	0.9954	1×10^{-4}
8	30	2	0.9947	1×10^{-4}
9	32	2	0.9941	1×10^{-4}
10	33	2	0.9935	2×10^{-4}
11	35	2	0.9929	2×10^{-4}
12	36	2	0.9922	2×10^{-4}
13	38	2	0.9916	2×10^{-4}
14	39	2	0.9909	2×10^{-4}
15	41	3	0.9903	2×10^{-4}
16	42	3	0.9897	3×10^{-4}
17	43	3	0.9890	3×10^{-4}
18	44	3	0.9884	3×10^{-4}
19	46	2	0.9877	3×10^{-4}
20	47	2	0.9871	3×10^{-4}
21	48	2	0.9865	3×10^{-4}
22	49	2	0.9858	3×10^{-4}
23	50	2	0.9852	3×10^{-4}
24	51	1	0.9846	3×10^{-4}
25	52	1	0.9841	3×10^{-4}

Tabella 1: Misure delle altezze delle proiezioni dei fasci riflessi e corrispondenti seni degli angoli associati al variare degli ordini di diffrazione.

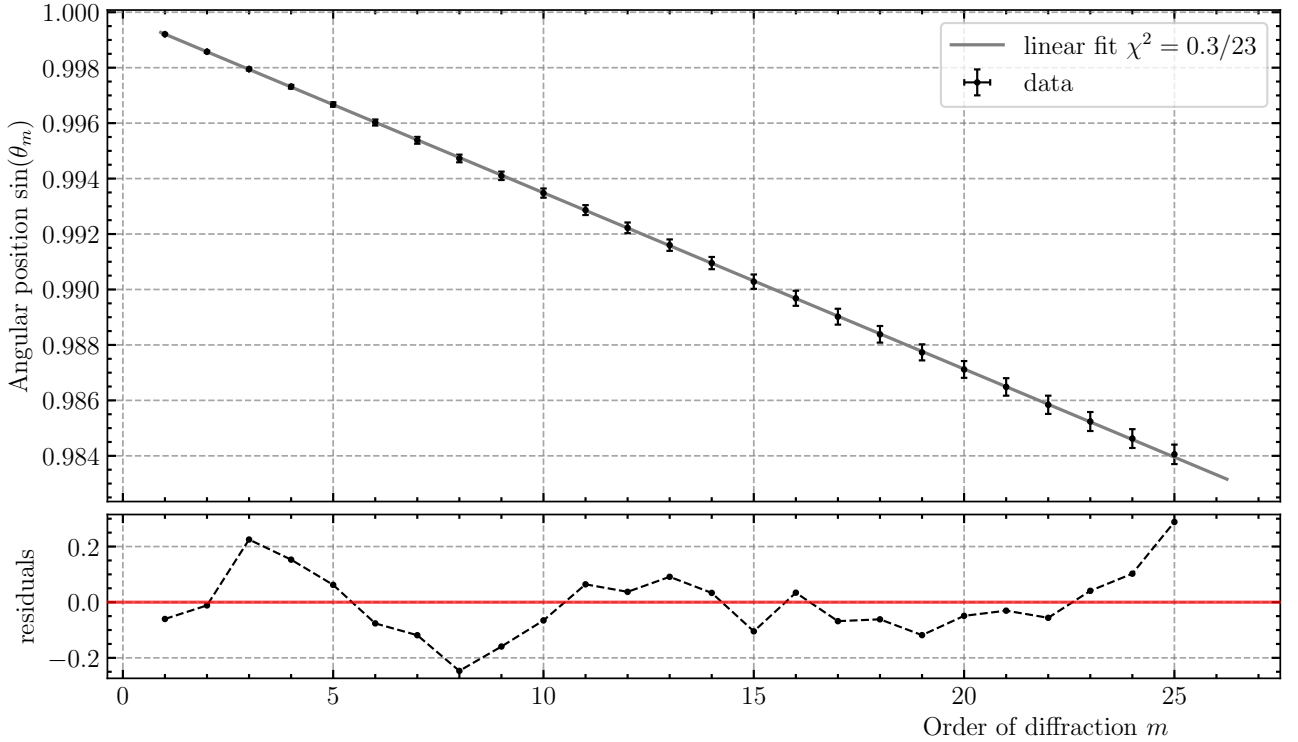


Figura 2: Grafico della retta di best-fit e residui normalizzati per l'andamento delle posizioni angolari $\sin \theta_m$ in funzione dell'ordine di diffrazione m . Il grafico dei residui non evidenzia nessun andamento che devii in maniera sistematica dal modello utilizzato (eq. (2)).

λ/d [arb. un.]	$\sin \theta_i$ [arb. un.]	χ^2/ndof	norm. cov.
$(636 \pm 1) \times 10^{-6}$	$(999.8 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	0.3/23	-0.99

Tabella 2: Risultati del fit lineare per la misura del rapporto λ/d

Il fattore di demoltiplica κ si può stimare a partire dall'equazione fondamentale tra il numero di frange m che si vedono passare per il centro m e lo spostamento ΔL del braccio dello specchio M1

$$2\Delta L = m\lambda \quad (4)$$

tramite l'equazione

$$\kappa = \frac{m\lambda}{2\Delta L} \quad (5)$$

Ripetendo la misura al variare degli spostamenti ΔL 2 volte abbiamo ottenuto

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 198 \pm 9 \times 10^{-3} \\ \kappa_2 &= 0.21 \pm 0.01 \end{aligned}$$

facendo poi la media pesata delle misure si è ricavata la nostra stima ottimale del fattore di conversione $\kappa = 206 \pm 8 \times 10^{-3}$.

3.a.1 Misura della lunghezza d'onda della lampada Hg

Manipolando l'eq. (5) si arriva alla formula usata per la misura della lunghezza d'onda di una sorgente in funzione del numero dei fronti d'onda m , del fattore di demoltiplica κ e dello spostamento effettuato dalla vite micrometrica ΔL .

$$\lambda = \frac{2\Delta L\kappa}{m}$$

Abbiamo quindi sostituito la sorgente di radiazione luminosa con una lampada al mercurio di lunghezza d'onda attesa $\lambda_{\text{exp}} = 546 \text{ nm}$; dopodiché, seguendo la stessa procedura di prima abbiamo contato i fronti d'onda in funzione dello spostamento della vite micrometrica, da cui troviamo

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 5.5 \pm 0.4 \times 10^{-7} \text{ m} \\ \lambda_2 &= 5.4 \pm 0.4 \times 10^{-7} \text{ m} \end{aligned}$$

Di nuovo da una media pesata delle due misure si è ottenuta la nostra miglior stima della lunghezza d'onda $\lambda_{\text{Hg}} = 545 \pm 28 \text{ nm}$ che risulta compatibile con le aspettative.

Conclusioni e commenti finali

Siamo riusciti a stimare la lunghezza d'onda di un laser a diodo utilizzando come reticolo di diffrazione in riflessione un calibro ventesimale. Dunque, utilizzando un interferometro di Michelson si è ottenuta una misura ragionevole della lunghezza d'onda di una lampada al mercurio. Le misure di queste grandezze sono affette da diverse sorgenti di errore non trascurabili, principalmente dovute alla difficoltà nell'individuare posizioni esatte per le immagini dei fenomeni luminosi studiati (ampiezze non puntiformi degli spot luminosi e frange d'interferenza non perfettamente distinguibili).

Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.