Notações e Exemplos de Autômatos

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

17 de outubro de 2017

Plano de Aula

1. Revisão
   - Linguagens Regulares: introdução

2. Notações e Exemplos de autômatos

Sumário

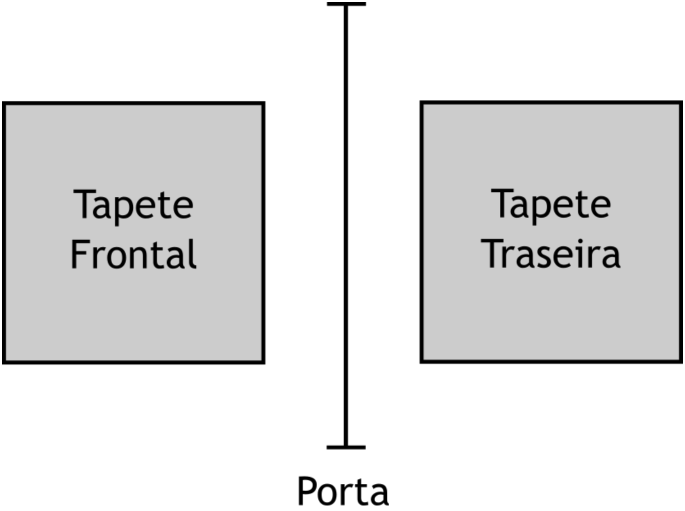
Linguagens Regulares

O que é um computador?

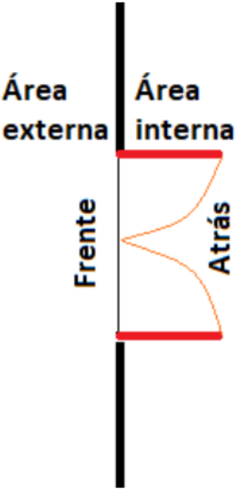
- A Teoria da Computação utiliza **modelos computacionais**;
- Modelos computacionais são úteis para a construção de teorias matemáticas a respeito de computadores;
- **Autômato finito** (ou **máquina de estados finito**) é um dos modelos mais simples;
- Os autômatos finitos são bons modelos para computadores com uma quantidade extremamente limitada de memória.

UFG
Regional Jataí

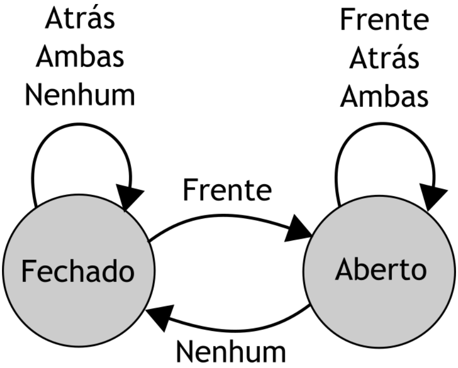
Exemplo: Porta Automática de Entrada



Exemplo: Porta Automática de Entrada



Exemplo: Porta Automática de Entrada



Exemplo: Porta Automática de Entrada

		sinal de entrada			
		NENHUM	FRENTE	ATRÁS	AMBOS
estado	FECHADO	FECHADO	ABERTO	FECHADO	FECHADO
	ABERTO	FECHADO	ABERTO	ABERTO	ABERTO

FIGURA 1.3
Tabela de transição de estados para o controlador de porta automática

UFG
Regional Jataí

Exemplo: Porta Automática de Entrada

Estado Inicial

FECHADO.

Sequência de sinais

(FRENTE, ATRÁS, NENHUM, FRENTE, AMBOS, NENHUM, ATRÁS, NENHUM)

Sequência de estados

(ABERTO, ABERTO, FECHADO, ABERTO, ABERTO, FECHADO, FECHADO, FECHADO)

Exemplo: Porta Automática de Entrada

Capacidade de memória

- 1 bit.

Outros exemplos...

- Controlador de um elevador.

Mais detalhes...

Vamos conhecer os pormenores de um autômato finito!

UFG
Regional Jataí

Autômato Finito

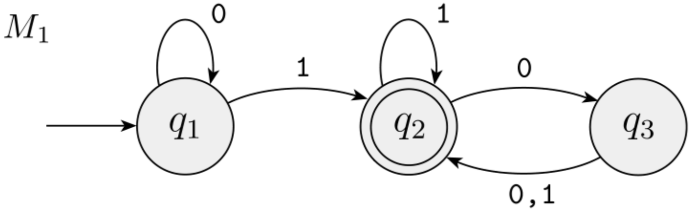
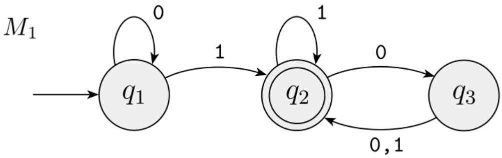


FIGURA 1.4
Um autômato finito chamado M_1 que tem três estados

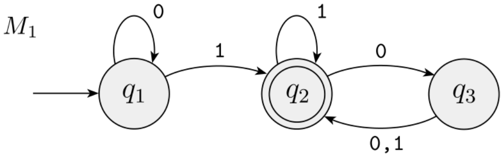
Autômato Finito



Notações

- **Diagrama de estado**: M_1;
- **Estados:** q_1, q_2 e q_3;
- **Estado inicial:** q_1;
- **Estados de aceitação:** q_2;
- **Transições:** são as setas saindo de um estado para outro.

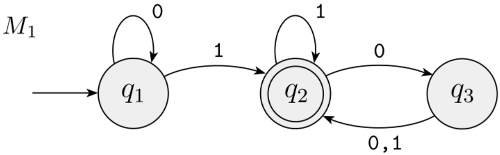
Autômato Finito



Funcionamento

Para uma dada cadeia de entrada ω, o autômato pode **aceitar** ou **rejeitar** a cadeia.

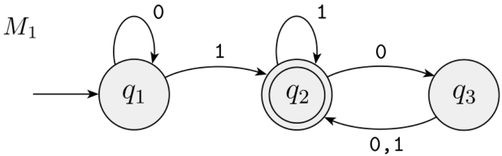
Autômato Finito



Exemplo: cadeia de entrada 1101

1. Começa no estado q_1;
2. Lê 1, segue a transição de q_1 para q_2;
3. Lê 1, segue a transição de q_2 para q_2;
4. Lê 0, segue a transição de q_2 para q_3;
5. Lê 1, segue a transição de q_3 para q_2;
6. *Aceita*, porque M_1 está no estado de aceitação q_2 no final da entrada.

Autômato Finito



Exemplos

- M_1 aceita cadeias como: 1, 01, 11, 010101;
- M_1 aceita cadeias como: 100, 0100, 110000, 0101000000;
- M_1 rejeita cadeias como: 0, 010, 101000.

Pergunta

Qual é a linguagem constituída de todas as cadeias que M_1 aceita?

Definição formal

Por que é importante?

- Uma definição formal é precisa:
  - Os autômatos finitos podem ou não ter 0 estados de aceitação?
  - Eles devem ter exatamente uma transição saindo de cada estado para cada símbolo de entrada possível?
- Uma definição formal provê notação.

Definição formal

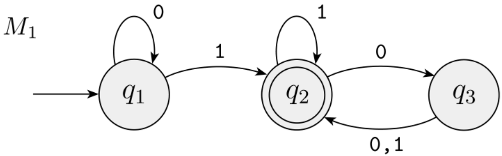
Um **autômato finito determinístico** (AFD) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, de forma que

1. Q é um conjunto finito conhecido como os **estados**,
2. Σ é um conjunto finito chamado o **alfabeto**,
3. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**,
4. $q_0 \in Q$ é o **estado inicial**, e
5. $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.

UFG
Regional Jataí

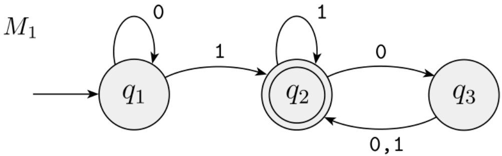
Sumário

Definição formal



Descrição formal de M_1

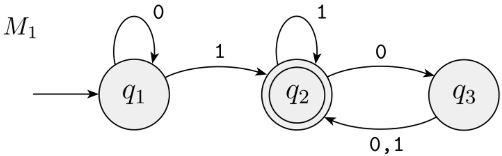
Definição formal



Descrição formal de M_1

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$;

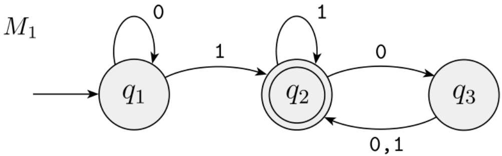
Definição formal



Descrição formal de M_1

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$;
- $\Sigma = \{0, 1\}$;

Definição formal

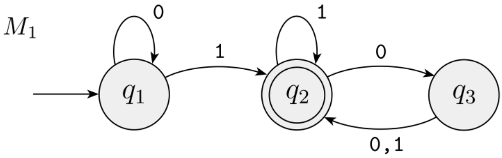


Descrição formal de M_1

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$;
- $\Sigma = \{0, 1\}$;
- δ é descrita como

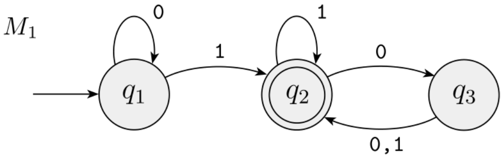
Q \ Σ	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_2	q_2

Definição formal



Descrição formal de M_1

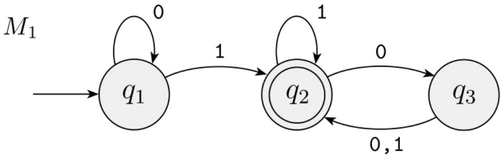
Definição formal



Descrição formal de M_1

- q_1 é o estado inicial, e

Definição formal



Descrição formal de M_1

- q_1 é o estado inicial, e
- $F = \{q_2\}$.

Notações importantes

Linguagem da máquina M

Notações importantes

Linguagem da máquina M

- Se A é o conjunto de todas as cadeias que a máquina M aceita, dizemos que A é a **linguagem da máquina** M;

UFG
Regional Jataí

Notações importantes

Linguagem da máquina M

- Se A é o conjunto de todas as cadeias que a máquina M aceita, dizemos que A é a **linguagem da máquina** M;
- $L(M) = A$;

Notações importantes

Linguagem da máquina M

- Se A é o conjunto de todas as cadeias que a máquina M aceita, dizemos que A é a **linguagem da máquina** M;
- $L(M) = A$;
- M **reconhece** A.

UFG Regional Jataí

Notações importantes

Linguagem da máquina M

- Se A é o conjunto de todas as cadeias que a máquina M aceita, dizemos que A é a **linguagem da máquina** M;
- $L(M) = A$;
- M **reconhece** A.

Para evitar mal-entendidos...

O termo **aceita** será utilizado para cadeias.
E o termo **reconhece** será utilizado para linguagens.

Notações importantes

Algo importante...

- Uma máquina pode aceitar várias cadeias, mas ela sempre reconhece uma **única** linguagem;

Notações importantes

Algo importante...

- Uma máquina pode aceitar várias cadeias, mas ela sempre reconhece uma **única** linguagem;
- Mesmo se a máquina não aceitar nenhuma cadeia, ela reconhece ainda uma linguagem: $\emptyset$.

Notações importantes

Algo importante...

- Uma máquina pode aceitar várias cadeias, mas ela sempre reconhece uma **única** linguagem;
- Mesmo se a máquina não aceitar nenhuma cadeia, ela reconhece ainda uma linguagem: $\emptyset$.

Em relação a M_1...

- $A = \{\omega \mid \omega$ contém pelo menos um 1 e um número par de 0s segue o último 1 $\}$;

Notações importantes

Algo importante...

- Uma máquina pode aceitar várias cadeias, mas ela sempre reconhece uma **única** linguagem;
- Mesmo se a máquina não aceitar nenhuma cadeia, ela reconhece ainda uma linguagem: $\emptyset$.

Em relação a M_1...

- $A = \{\omega \mid \omega$ contém pelo menos um 1 e um número par de 0s segue o último 1 $\}$;
- $L(M_1) = A$;

Notações importantes

Algo importante...

- Uma máquina pode aceitar várias cadeias, mas ela sempre reconhece uma **única** linguagem;
- Mesmo se a máquina não aceitar nenhuma cadeia, ela reconhece ainda uma linguagem: $\emptyset$.

Em relação a M_1...

- $A = \{\omega \mid \omega$ contém pelo menos um 1 e um número par de 0s segue o último 1 $\}$;
- $L(M_1) = A$;
- M_1 reconhece A.

Exemplos de autômatos finitos

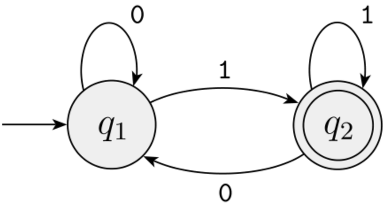


FIGURA 1.8
Diagrama de estados do autômato finito de dois-estados M_2

Exemplos de autômatos finitos

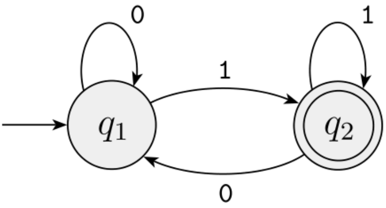


FIGURA 1.8
Diagrama de estados do autômato finito de dois-estados M_2

Linguagem da máquina

$L(M_2) = \{\omega \mid \omega \text{ termina com um } 1\}$

Exemplos de autômatos finitos

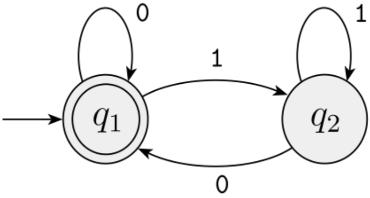


FIGURA 1.10
Diagrama de estados do autômato finito de dois-estados M_3

Exemplos de autômatos finitos

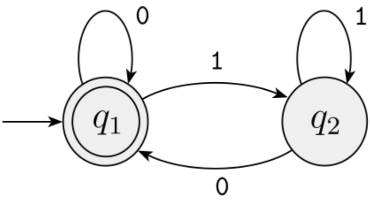


FIGURA 1.10
Diagrama de estados do autômato finito de dois-estados M_3

Linguagem da máquina

$L(M_3) = \{\omega \mid \omega$ é a cadeia vazia ϵ ou termina em um 0 $\}$

Exemplos de autômatos finitos

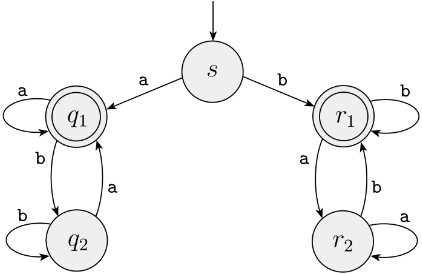


FIGURA 1.12
Autômato finito M_4

Exemplos de autômatos finitos

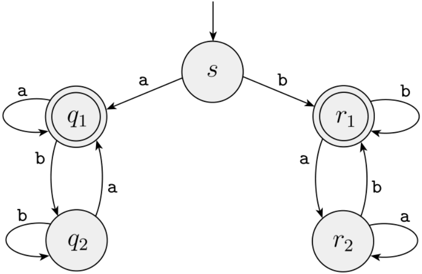


FIGURA 1.12
Autômato finito M_4

Linguagem da máquina

$L(M_4) = \{\omega \mid \omega \text{ começa e termina com o mesmo símbolo }\}$

Exemplos de autômatos finitos

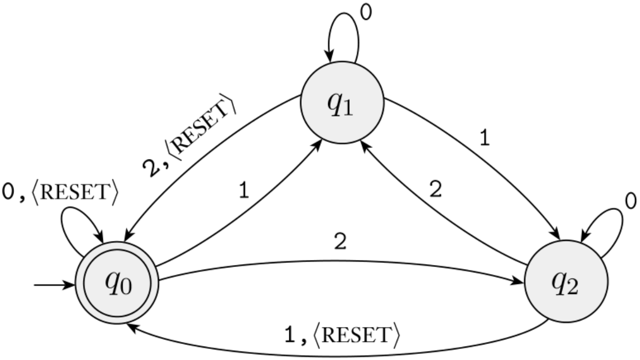


FIGURA 1.14
Autômato finito M_5

Exemplos de autômatos finitos

Linguagem da máquina (Versão 1)

$L(M_5) = \{\omega \mid$ a soma dos símbolos em ω é 0 módulo 3, exceto que $\langle \texttt{RESET} \rangle$ retorna o contador para $0\}$

Exemplos de autômatos finitos

Linguagem da máquina (Versão 1)

$L(M_5) = \{\omega \mid$ a soma dos símbolos em ω é 0 módulo 3, exceto que $\langle \texttt{RESET} \rangle$ retorna o contador para $0\}$

Linguagem da máquina (Versão Alternativa)

$$L(M_5) = \left\{ \omega \;\middle|\; \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} \omega_i\right) \equiv_3 0, & \text{em que } \langle RESET \rangle \neq \omega_j \\ & \text{para } 1 \leq j \leq n, \\ \left(\sum_{i=j+1}^{n} \omega_i\right) \equiv_3 0, & \text{em que } \omega_j \text{ é o último} \\ & \langle RESET \rangle \text{ em } \omega \end{cases} \right\}$$

Notações e Exemplos de Autômatos

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

17 de outubro de 2017

UFG
Regional Jataí