

Expressão Regular

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

04 de dezembro de 2017

Plano de Aula

1 Revisão

- Equivalência de AFNs e AFDs
- Fecho sob as operações regulares

2 Expressão Regular

Sumário

- 1 Revisão
 - Equivalência de AFNs e AFDs
 - Fecho sob as operações regulares
- 2 Expressão Regular

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots, \omega_n$ seja uma cadeia em que cada ω_i é um membro do alfabeto Σ_ϵ ($1 \leq i \leq n$). Então N **aceita** ω se uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q existe satisfazendo três condições:

- 1 $r_0 = q_0$;
- 2 $r_{i+1} \in \delta(r_i, \omega_{i+1})$ (para $i = 0, \dots, n-1$); e
- 3 $r_n \in F$.

Corolário

N reconhece a linguagem A , se $A = \{\omega \mid N \text{ aceita } \omega\}$.

Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

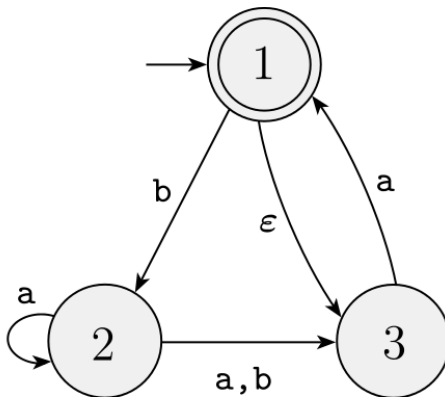
Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Ideia da prova

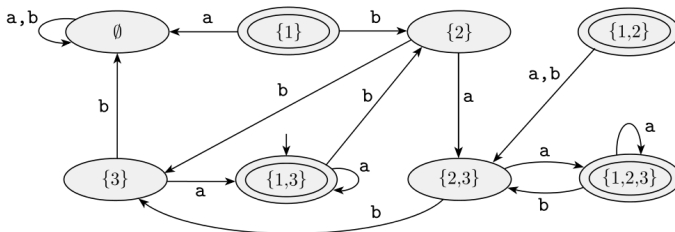
- Se uma linguagem é reconhecida por um AFN, então temos de mostrar a existência de um AFD que também a reconhece;
- Converter um AFN num AFD equivalente que o simule;
- Se k é o número de estados do AFN, então ele tem 2^k subconjuntos de estados;
- Portanto o AFD equivalente terá 2^k estados.



Descrição Formal



Descrição Formal



Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

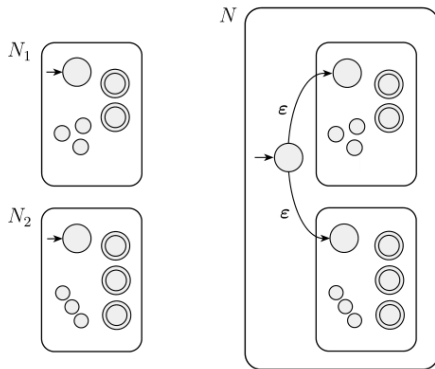
Corolário 1.40

Uma linguagem é regular se e somente se algum autômato finito não-determinístico a reconhece.

Fecho sob união

Teorema 1.45

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.



Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$

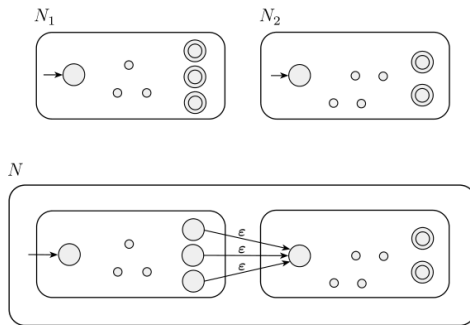
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;

- q_0 é o estado inicial;
- $F = F_1 \cup F_2$.

Fecho sob concatenação

Teorema 1.47

A classe de linguagens regulares é fechada sob operação de concatenação.



Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2. \end{cases}$$

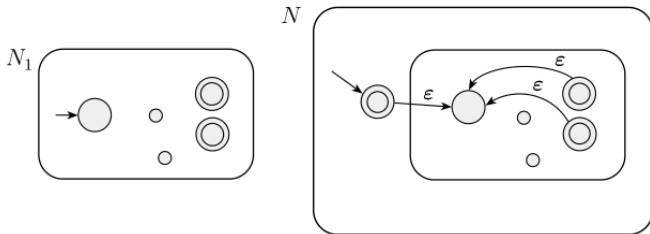
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma$;

- q_1 é o estado inicial;
- F_2 é o conjunto de estados finais.

Fecho sob estrela

Teorema 1.49

A classe de linguagens regulares é fechada sob operação de estrela.



Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \{q_1\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$

em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;

- q_0 é o estado inicial;
- $F = F_1 \cup \{q_0\}$.

Sumário

- 1 Revisão
 - Equivalência de AFNs e AFDs
 - Fecho sob as operações regulares
- 2 Expressão Regular

Exemplos

Exemplo 1.51

$(0 \cup 1)^*$

Exemplos

Exemplo 1.51

$(0 \cup 1)^*$

Outro exemplo...

Σ^*

Exemplos

Exemplo 1.51

$(0 \cup 1)^*$

Outro exemplo...

Σ^*

Outro exemplo...

Σ^*1

Exemplos

Exemplo 1.51

$(0 \cup 1)^*$

Outro exemplo...

Σ^*

Outro exemplo...

Σ^*1

Outro exemplo...

$(0\Sigma^*) \cup (\Sigma^*1)$

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- 1 a para algum $a \in \Sigma$;

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- 1 a para algum $a \in \Sigma$;
- 2 ϵ ;

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- 1 a para algum $a \in \Sigma$;
- 2 ϵ ;
- 3 \emptyset ;

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- 1 a para algum $a \in \Sigma$;
- 2 ϵ ;
- 3 \emptyset ;
- 4 $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares;

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- ① a para algum $a \in \Sigma$;
- ② ϵ ;
- ③ \emptyset ;
- ④ $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares;
- ⑤ $(R_1 \circ R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares; ou

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- ① a para algum $a \in \Sigma$;
- ② ϵ ;
- ③ \emptyset ;
- ④ $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares;
- ⑤ $(R_1 \circ R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares; ou
- ⑥ $(R_1)^*$, em que R_1 é expressão regular.

Definição de ER

Definição

Dizemos que R é uma **expressão regular** se R for

- ① a para algum $a \in \Sigma$;
- ② ϵ ;
- ③ \emptyset ;
- ④ $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares;
- ⑤ $(R_1 \circ R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares; ou
- ⑥ $(R_1)^*$, em que R_1 é expressão regular.

Cuidado!!!

Não confunda ϵ com \emptyset !!!

Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$

Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$
- $01 \cup 10$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$
- $01 \cup 10$
- $0\Sigma^* \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$
- $01 \cup 10$
- $0\Sigma^* \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1$
- $(0 \cup \epsilon)1^*$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$
- $01 \cup 10$
- $0\Sigma^* \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1$
- $(0 \cup \epsilon)1^*$
- $(0 \cup \epsilon)(1 \cup \epsilon)$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$
- $01 \cup 10$
- $0\Sigma^* \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1$
- $(0 \cup \epsilon)1^*$
- $(0 \cup \epsilon)(1 \cup \epsilon)$
- $1^*\emptyset$



Exemplos

Exemplo 1.53

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$
- $01 \cup 10$
- $0\Sigma^* \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1$
- $(0 \cup \epsilon)1^*$
- $(0 \cup \epsilon)(1 \cup \epsilon)$
- $1^*\emptyset$
- \emptyset^*



Expressão Regular

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

04 de dezembro de 2017