

Equivalência entre AFDs e AFNs Fecho sob as operações regulares

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de novembro de 2017

Plano de Aula

- 1 Revisão
 - Fecho em Linguagens Regulares (cont.)
 - Não-determinismo
- 2 Equivalência de AFNs e AFDs
- 3 Fecho sob as operações regulares
 - Fecho sob união
 - Fecho sob concatenação
 - Fecho sob estrela

Sumário

- 1 Revisão
 - Fecho em Linguagens Regulares (cont.)
 - Não-determinismo
- 2 Equivalência de AFNs e AFDs
- 3 Fecho sob as operações regulares
 - Fecho sob união
 - Fecho sob concatenação
 - Fecho sob estrela

Operações regulares

Teorema 1.25

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

Prova

Sejam A e B duas linguagens regulares. Se A e B são regulares, então existem dois AFDs $M_A = (Q_A, \Sigma_A, \delta_A, q_A, F_A)$ e $M_B = (Q_B, \Sigma_B, \delta_B, q_B, F_B)$ que as reconhecem, respectivamente. Como passo auxiliar, iremos construir os AFDs estendidos $M'_A = (Q'_A, \Sigma'_A, \delta'_A, q'_A, F'_A)$ e $M'_B = (Q'_B, \Sigma'_B, \delta'_B, q'_B, F'_B)$ dos AFDs M_A e M_B , respectivamente. Um AFD estendido O é um AFD equivalente a um dado AFD P de forma que $\Sigma_P \subset \Sigma_O$. Desta forma, temos:

Operações regulares

Prova (cont.)

Elementos de M'_A :

- $Q'_A = Q_A \cup \{q_{fugaA}\};$
- $\Sigma'_A = \Sigma_A \cup \Sigma_B;$
- $\delta'_A(q, a) = \begin{cases} \delta_A(q, a), & \text{se } a \in \Sigma_A \\ q_{fugaA}, & \text{caso contrário} \end{cases}$
em que $q \in Q'_B$ e $a \in \Sigma'_B;$
- $q'_A = q_A;$
- $F'_A = F_A.$

Operações regulares

Prova (cont.)

Elementos de M'_B :

- $Q'_B = Q_B \cup \{q_{fugaB}\};$
- $\Sigma'_B = \Sigma_A \cup \Sigma_B;$
- $\delta'_B(q, a) = \begin{cases} \delta_B(q, a), & \text{se } a \in \Sigma_B \\ q_{fugaB}, & \text{caso contrário} \end{cases}$
em que $q \in Q'_B$ e $a \in \Sigma'_B;$
- $q'_B = q_B;$
- $F'_B = F_B.$

Operações regulares

Prova (cont.)

De posse de M'_A e M'_B , será construído o AFD $M_{A \cup B} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ que reconhece $A \cup B$:

Elementos de $M_{A \cup B}$:

- $Q = Q'_A \times Q'_B$;
- $\Sigma = \Sigma'_A$;
- $\delta((x, y), a) = (\delta'_A(x, a), \delta'_B(y, a))$
em que $(x, y) \in Q$ e $a \in \Sigma$;
- $q_0 = (q'_A, q'_B)$;
- $F = \{(x, y) \in Q \mid x \in F'_A \text{ ou } y \in F'_B\}$.

Assim, como foi possível construir $M_{A \cup B}$, podemos dizer que a classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união ■



Não-determinismo

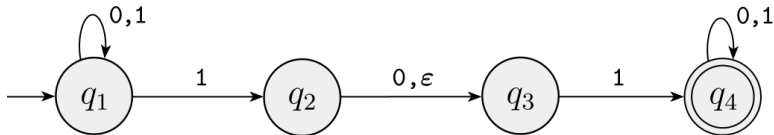
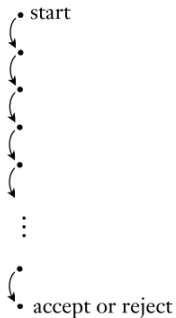


FIGURA 1.27

O autômato finito não-determinístico N_1

Não-determinismo

Deterministic
computation



Nondeterministic
computation

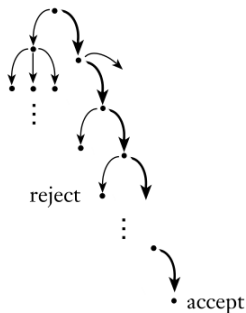


FIGURA 1.28

Computações determinísticas e não-determinísticas com um ramo de aceitação

Não-determinismo

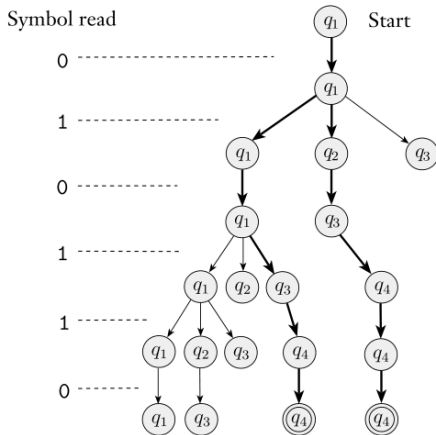


FIGURA 1.29

A computação de N_1 sobre a entrada 010110

Não-determinismo

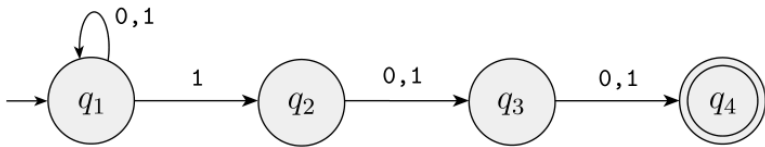


FIGURA 1.31

O AFN N_2 que reconhece A

Não-determinismo

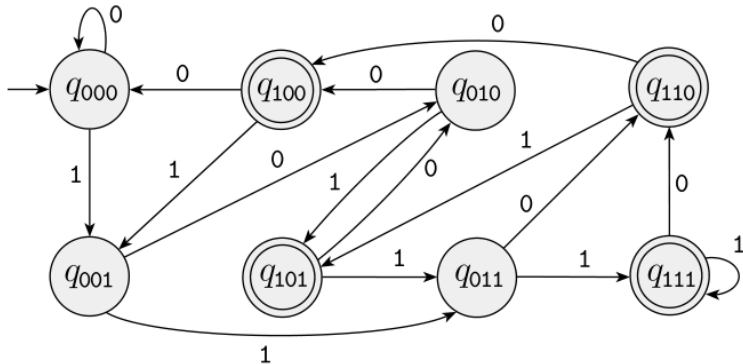


FIGURA 1.32

Um AFD que reconhece A

Não-determinismo

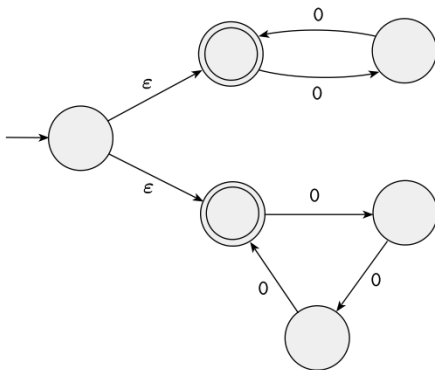


FIGURA 1.34
O AFN N_3

Não-determinismo

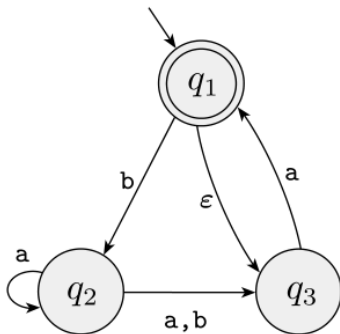


FIGURA 1.36
O AFN N_4

Não-determinismo

DEFINIÇÃO 1.37

Um *autômato finito não-determinístico* é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

1. Q é um conjunto finito de estados,
2. Σ é um alfabeto finito,
3. $\delta: Q \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}(Q)$ é a função de transição,
4. $q_0 \in Q$ é o estado inicial, e
5. $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

Descrição Formal

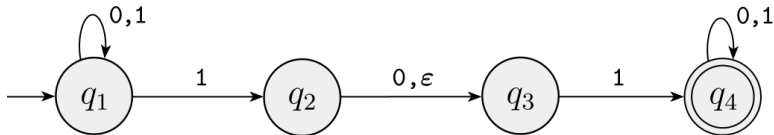


FIGURA 1.27

O autômato finito não-determinístico N_1

Descrição Formal

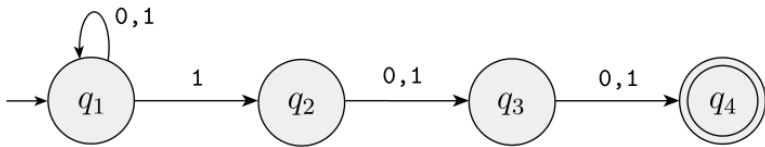


FIGURA 1.31

O AFN N_2 que reconhece A

Sumário

- 1 Revisão
 - Fecho em Linguagens Regulares (cont.)
 - Não-determinismo
- 2 Equivalência de AFNs e AFDs
- 3 Fecho sob as operações regulares
 - Fecho sob união
 - Fecho sob concatenação
 - Fecho sob estrela

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e
suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots, \omega_n$ seja uma cadeia

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots, \omega_n$ seja uma cadeia em que cada ω_i é um membro do alfabeto Σ_ϵ ($1 \leq i \leq n$).

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots, \omega_n$ seja uma cadeia em que cada ω_i é um membro do alfabeto Σ_ϵ ($1 \leq i \leq n$). Então N **aceita** ω se uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q existe satisfazendo três condições:

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots, \omega_n$ seja uma cadeia em que cada ω_i é um membro do alfabeto Σ_ϵ ($1 \leq i \leq n$). Então N **aceita** ω se uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q existe satisfazendo três condições:

- 1 $r_0 = q_0$;
- 2 $r_{i+1} \in \delta(r_i, \omega_{i+1})$ (para $i = 0, \dots, n-1$); e
- 3 $r_n \in F$.

Computação em um AFN

Definição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots, \omega_n$ seja uma cadeia em que cada ω_i é um membro do alfabeto Σ_ϵ ($1 \leq i \leq n$). Então N **aceita** ω se uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q existe satisfazendo três condições:

- 1 $r_0 = q_0$;
- 2 $r_{i+1} \in \delta(r_i, \omega_{i+1})$ (para $i = 0, \dots, n-1$); e
- 3 $r_n \in F$.

Corolário

N reconhece a linguagem A , se $A = \{\omega \mid N \text{ aceita } \omega\}$.

Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Ideia da prova

- Se uma linguagem é reconhecida por um AFN, então temos de mostrar a existência de um AFD que também a reconhece;

Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Ideia da prova

- Se uma linguagem é reconhecida por um AFN, então temos de mostrar a existência de um AFD que também a reconhece;
- Converter um AFN num AFD equivalente que o simule;

Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Ideia da prova

- Se uma linguagem é reconhecida por um AFN, então temos de mostrar a existência de um AFD que também a reconhece;
- Converter um AFN num AFD equivalente que o simule;
- Se k é o número de estados do AFN, então ele tem 2^k subconjuntos de estados;

Equivalência de AFNs e AFDs

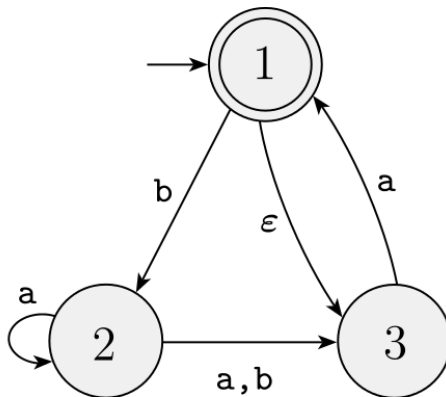
Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

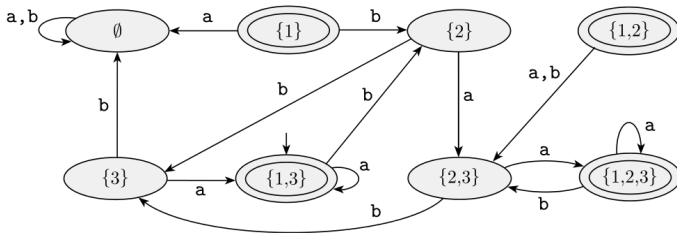
Ideia da prova

- Se uma linguagem é reconhecida por um AFN, então temos de mostrar a existência de um AFD que também a reconhece;
- Converter um AFN num AFD equivalente que o simule;
- Se k é o número de estados do AFN, então ele tem 2^k subconjuntos de estados;
- Portanto o AFD equivalente terá 2^k estados.

Descrição Formal



Descrição Formal



Equivalência de AFNs e AFDs

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Corolário 1.40

Uma linguagem é regular se e somente se algum autômato finito não-determinístico a reconhece.

Sumário

- 1 Revisão
 - Fecho em Linguagens Regulares (cont.)
 - Não-determinismo
- 2 Equivalência de AFNs e AFDs
- 3 Fecho sob as operações regulares
 - Fecho sob união
 - Fecho sob concatenação
 - Fecho sob estrela

Fecho sob união

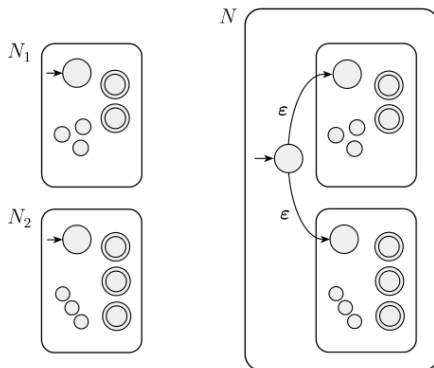
Teorema 1.45

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

Fecho sob união

Teorema 1.45

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.



Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

- $\delta(q, a) = \left\{ \begin{array}{l} \delta_1(q, a) \text{ se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a) \text{ se } q \in Q_2 \\ \text{se não, } \delta(q, a) = \emptyset \end{array} \right.$

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \end{cases}$

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \end{cases}$

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

- $$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \end{cases}$$

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

$$\bullet \delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$$

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

$$\bullet \delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$$

em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$$

em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;

- q_0 é o estado inicial;

Fecho sob união

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$

em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;

- q_0 é o estado inicial;
- $F = F_1 \cup F_2$.

Fecho sob concatenação

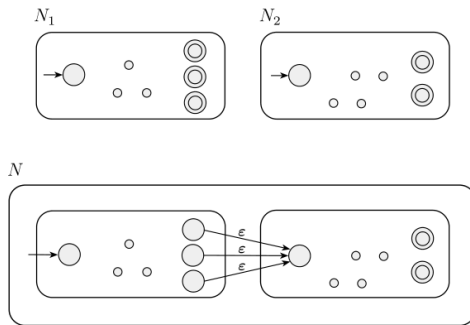
Teorema 1.47

A classe de linguagens regulares é fechada sob operação de concatenação.

Fecho sob concatenação

Teorema 1.47

A classe de linguagens regulares é fechada sob operação de concatenação.



Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

- $\delta(q, a) = \left\{ \begin{array}{l} \delta_1(q, a) \text{ se } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a) \text{ se } q \in Q_2 \end{array} \right.$

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \end{cases}$

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \end{cases}$$

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \end{cases}$

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2. \end{cases}$$

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2. \end{cases}$
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma$;

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2. \end{cases}$
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma$;
- q_1 é o estado inicial;

Fecho sob concatenação

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 e que $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

- $Q = Q_1 \cup Q_2$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \delta_2(q, a), & \text{se } q \in Q_2. \end{cases}$
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma$;
- q_1 é o estado inicial;
- F_2 é o conjunto de estados finais.

Fecho sob estrela

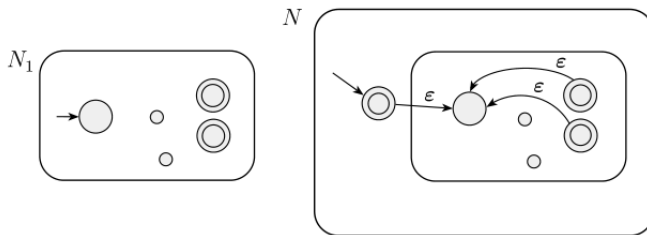
Teorema 1.49

A classe de linguagens regulares é fechada sob operação de estrela.

Fecho sob estrela

Teorema 1.49

A classe de linguagens regulares é fechada sob operação de estrela.



Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;

- $\delta(q, a) = \left\{ \begin{array}{l} \delta_1(q, a) \text{ se } q \in Q_1 \\ \{q_0\} \text{ se } q = q_0 \end{array} \right.$

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \end{cases}$

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \end{cases}$

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \end{cases}$$

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \{q_1\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \end{cases}$

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \{q_1\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \{q_1\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \{q_1\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;
- q_0 é o estado inicial;

Fecho sob estrela

Estrutura básica da prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1 .
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^* .

- $Q = Q_1 \cup \{q_0\}$;
- Σ é o alfabeto da linguagem;
- $\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a), & \text{se } q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a), & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\}, & \text{se } q \in F_1 \text{ e } a = \epsilon \\ \{q_1\}, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a = \epsilon \\ \emptyset, & \text{se } q = q_0 \text{ e } a \neq \epsilon. \end{cases}$
em que $q \in Q$ e $a \in \Sigma_\epsilon$;
- q_0 é o estado inicial;
- $F = F_1 \cup \{q_0\}$.

Equivalência entre AFDs e AFNs Fecho sob as operações regulares

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de novembro de 2017