

Operações Regulares e Fecho

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

07 de novembro de 2017

Plano de Aula

1 Revisão

- Definição de Computação e Linguagem Regular

2 Operações Regulares

Sumário

- 1 Revisão
 - Definição de Computação e Linguagem Regular
- 2 Operações Regulares

Computação em um AFD

Definição

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um autômato finito e suponha que $\omega = \omega_1\omega_2 \dots \omega_n$ seja uma cadeia em que cada ω_i é um membro do alfabeto Σ ($1 \leq i \leq n$). Então M **aceita** ω se uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q existe satisfazendo três condições:

- 1 $r_0 = q_0$;
- 2 $\delta(r_i, \omega_{i+1}) = r_{i+1}$;
- 3 $r_n \in F$.

Corolário

M reconhece a linguagem A , se $A = \{\omega \mid M \text{ aceita } \omega\}$.

Linguagem regular

Definição 1.16

Uma linguagem é chamada de uma **linguagem regular** se algum autômato finito a reconhece.

Exemplos de computação

Máquina M_5 e a cadeia $\omega = 10\langle\text{RESET}\rangle 22\langle\text{RESET}\rangle 012$:

- $q_0, q_1, q_1, q_0, q_2, q_1, q_0, q_0, q_1, q_0$
- $L(M_5) = \{\omega \mid \text{a soma dos símbolos em } \omega \text{ é } 0 \text{ módulo } 3, \text{ exceto que } \langle\text{RESET}\rangle \text{ retorna o contador para } 0\}$

Projetando Autômatos Finitos

Sugestões...

- Ponha-se no lugar da máquina a ser projetada;
- Perceba que você, como máquina, não sabe quando a cadeia acaba;
- Lembre-se de que a sua memória é finita.

Exemplos

- Suponha que o alfabeto seja $\{0, 1\}$ e que a linguagem consista de todas as cadeias com um número ímpar de 1s;
- Suponha que o alfabeto seja $\{0, 1\}$ e que a linguagem consista de todas as cadeias que contêm 001 como subcadeia.



Sumário

1 Revisão

- Definição de Computação e Linguagem Regular

2 Operações Regulares

Operações Regulares

Definição 1.23

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

Operações Regulares

Definição 1.23

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União:** $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\};$

Operações Regulares

Definição 1.23

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União:** $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\};$
- **Concatenação:** $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\};$

Operações Regulares

Definição 1.23

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União:** $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\};$
- **Concatenação:** $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\};$
- **Estrela:**

$$\begin{aligned} A^* = \{ & x_1 x_2 \dots x_k \mid \\ & k \in \mathbb{Z}_+ \text{ e} \\ & \text{cada } x_i \in A \text{ (em que } 1 \leq i \leq k) \} \end{aligned}$$

Operações regulares

Exemplo

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{a, b, c, \dots, z\}$.

Se $A = \{ \text{legal}, \text{ruim} \}$ e $B = \{ \text{garoto}, \text{garota} \}$, então

Operações regulares

Exemplo

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{a, b, c, \dots, z\}$.

Se $A = \{ \text{legal}, \text{ruim} \}$ e $B = \{ \text{garoto}, \text{garota} \}$, então

- $A \cup B = \{ \text{legal}, \text{ruim}, \text{garoto}, \text{garota} \}$

Operações regulares

Exemplo

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{a, b, c, \dots, z\}$.

Se $A = \{ \text{legal}, \text{ruim} \}$ e $B = \{ \text{garoto}, \text{garota} \}$, então

- $A \cup B = \{ \text{legal}, \text{ruim}, \text{garoto}, \text{garota} \}$
- $A \circ B = \{ \text{legalgaroto}, \text{legalgarota}, \text{ruimgaroto}, \text{ruimgarota} \}$

Operações regulares

Exemplo

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{a, b, c, \dots, z\}$.

Se $A = \{ \text{legal}, \text{ruim} \}$ e $B = \{ \text{garoto}, \text{garota} \}$, então

- $A \cup B = \{ \text{legal}, \text{ruim}, \text{garoto}, \text{garota} \}$
- $A \circ B = \{ \text{legalgaroto}, \text{legalgarota}, \text{ruimgaroto}, \text{ruimgarota} \}$
- $A^* = \{ \epsilon, \text{legal}, \text{ruim}, \text{legallegal}, \text{legalruim}, \text{ruimlegal}, \text{ruimruim}, \text{legallegallegal}, \text{legallegalruim}, \text{legalruimlegal}, \text{legalruimruim} \dots \}$

Operações regulares

Teorema 1.25

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

Prova

Sejam A e B duas linguagens regulares. Se A e B são regulares, então existem dois AFDs $M_A = (Q_A, \Sigma_A, \delta_A, q_A, F_A)$ e $M_B = (Q_B, \Sigma_B, \delta_B, q_B, F_B)$ que as reconhecem, respectivamente. Iremos construir o AFD $M_{A \cup B} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ que reconhece $A \cup B$, a partir de M_A e M_B .

Elementos de $M_{A \cup B}$:

- $Q = Q_A \times Q_B$;
- $\Sigma = \Sigma_A \cup \Sigma_B$;
- $q_0 = (q_A, q_B)$;
- $F = \{(x, y) \in Q \mid x \in F_A \text{ ou } y \in F_B\}$;
- $\delta = ???$.

Operações Regulares e Fecho

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

07 de novembro de 2017

