# Equivalência entre ERs e AFNs

Esdras Lins Bispo Jr. bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos Bacharelado em Ciência da Computação

05 de dezembro de 2017





## Plano de Aula

Revisão

- 2 Instrução pelos Colegas
- 3 Equivalência entre ERs e AFNs





## Sumário

- Revisão
- 2 Instrução pelos Colegas
- 3 Equivalência entre ERs e AFNs





# Exemplos

## Exemplo 1.51

 $(0 \cup 1)^*$ 

### Outro exemplo...

 $\Sigma^*$ 

## Outro exemplo...

 $\Sigma^*1$ 

## Outro exemplo..

$$(0\Sigma^*) \cup (\Sigma^*1)$$





# Definição de ER

## Definição

Dizemos que R é uma expressão regular se R for

- **1** a para algum  $a \in \Sigma$ ;
- $\mathbf{e}$
- **③** Ø;
- $(R_1 \cup R_2)$ , em que  $R_1$  e  $R_2$  são expressões regulares;
- $(R_1)^*$ , em que  $R_1$  é expressão regular.

#### Cuidado!!!

Não confunda  $\epsilon$  com  $\emptyset$ !!!





# Exemplos

## Exemplo 1.53

- 0\*10\*
- Σ\*1Σ\*
- Σ\*001Σ\*
- 1\*(01<sup>+</sup>)\*
- (ΣΣ)\*
- (ΣΣΣ)\*
- 01 ∪ 10
- $0\Sigma^* \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1$
- $(0 \cup \epsilon)1^*$
- $(0 \cup \epsilon)(1 \cup \epsilon)$
- 1\*∅
- Ø\*





## Sumário

- Revisão
- 2 Instrução pelos Colegas
- 3 Equivalência entre ERs e AFNs





Seja a expressão regular R=0. L(R) é igual a

- (A) 0
- (B) ∅
- (C) {0}
- (D)  $\epsilon$





Seja a expressão regular  $R = (+ \cup - \cup \epsilon)(D^+ \cup D^+.D^* \cup D^*.D^+)$  em que  $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . R pode gerar a cadeia...

- (A) 5.47
- (B) 6.000.000
- (C) 5.6 + 6.78
- (D)  $-\epsilon$





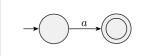
Seja a expressão regular  $R = (+ \cup - \cup \epsilon)(D^+ \cup D^+.D^* \cup D^*.D^+)$  em que  $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . R pode gerar a cadeia...

- (A) 192.168.0.1
- (B) 045.
- (C) 47 +
- (D) Ø





Qual expressão regular gera a linguagem reconhecida por este AFN



- (A) a
- (B) a\*
- (C)  $a^+$
- (D)  $a\Sigma^*$





Qual expressão regular gera a linguagem reconhecida por este AFN



- (A) a
- (B) Ø
- (C)  $\{\epsilon\}$
- (D)  $\epsilon$





Qual expressão regular gera a linguagem reconhecida por este AFN



- (A) a
- (B) ∅
- (C)  $\{\epsilon\}$
- (D)  $\epsilon$





## Sumário

- Revisão
- 2 Instrução pelos Colegas
- 3 Equivalência entre ERs e AFNs





#### Teorema 1.54

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.





#### Teorema 1.54

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

• Lema 1.55: Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.





#### Teorema 1.54

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

- Lema 1.55: Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.
- Lema 1.60: Se uma linguagem é regular, então ela é descrita por uma expressão regular.





#### Lema 1.55

Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.





#### Lema 1.55

Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.

#### Prova

Vamos converter R num AFN N. Consideramos os seis casos na descrição formal de expressões regulares:





#### Lema 1.55

Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.

#### Prova

Vamos converter R num AFN N. Consideramos os seis casos na descrição formal de expressões regulares:

- Três casos básicos;
- Três casos gerais.





## Prova do Lema 1.55





#### Prova do Lema 1.55

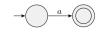
• R = a para algum a em  $\Sigma$ . Então  $L(R) = \{a\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).





#### Prova do Lema 1.55

• R = a para algum a em  $\Sigma$ . Então  $L(R) = \{a\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).

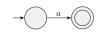






#### Prova do Lema 1.55

• R = a para algum a em  $\Sigma$ . Então  $L(R) = \{a\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).



Formalmente,  $N = (\{q_1, q_2\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_2\})$ , em que  $\delta$  se divide em dois casos:





#### Prova do Lema 1.55

• R = a para algum a em  $\Sigma$ . Então  $L(R) = \{a\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).



Formalmente,  $N = (\{q_1, q_2\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_2\})$ , em que  $\delta$  se divide em dois casos:

• 
$$\delta(q_1, a) = \{q_2\}$$





## Prova do Lema 1.55







### Prova do Lema 1.55

 $R = \epsilon.$ 

Então  $L(R)=\{\epsilon\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).





### Prova do Lema 1.55

Então  $L(R) = \{\epsilon\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).







#### Prova do Lema 1.55



Então  $L(R) = \{\epsilon\}$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).



Formalmente,  $N = (\{q_1\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_1\})$ , em que  $\delta(r, b) = \emptyset$  para quaisquer r e b.





#### Prova do Lema 1.55







#### Prova do Lema 1.55

 $\mathbf{O}$   $R = \emptyset$ .

Então  $L(R) = \emptyset$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).





#### Prova do Lema 1.55

 $\mathbf{o}$   $R = \emptyset$ .

Então  $L(R) = \emptyset$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).







#### Prova do Lema 1.55

Então  $L(R) = \emptyset$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).



Formalmente,  $N = (\{q_1\}, \Sigma, \delta, q_1, \emptyset)$ , em que  $\delta(r, b) = \emptyset$  para quaisquer  $r \in b$ .





#### Prova do Lema 1.55

**3**  $R = \emptyset$ . Então  $L(R) = \emptyset$ , e o seguinte AFN reconhece L(R).



Formalmente,  $N = (\{q_1\}, \Sigma, \delta, q_1, \emptyset)$ , em que  $\delta(r, b) = \emptyset$  para quaisquer  $r \in b$ .

#### Casos gerais

- $Q R = R_1 \cup R_2$
- $R = R_1 \circ R_2$
- $R = R_1^*$

Para os três casos gerais, utilizamos as provas de que as linguagens regulares são fechadas sob as operações de regulares ■



## Prova do Lema 1.55

## Casos gerais

$$Q R = R_1 \cup R_2$$

**5** 
$$R = R_1 \circ R_2$$

$$R = R_1^*$$





## Prova do Lema 1.55

### Casos gerais

- $Q R = R_1 \cup R_2$
- $R = R_1 \circ R_2$
- $R = R_1^*$

Para os três casos gerais, utilizamos as provas de que as linguagens regulares são fechadas sob as operações de regulares ■





#### Teorema 1.54

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

- **Lema 1.55**: Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular. √
- Lema 1.60: Se uma linguagem é regular, então ela é descrita por uma expressão regular. ???





# Equivalência entre ERs e AFNs

Esdras Lins Bispo Jr. bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos Bacharelado em Ciência da Computação

05 de dezembro de 2017



