

Gramática Livre-de-Contexto

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

16 de janeiro de 2018

Plano de Aula

- 1 Revisão
 - Equivalência entre ERs e AFNs
 - Instrução pelos Colegas

- 2 Gramáticas Livre-de-Contexto

Sumário

- 1 Revisão
 - Equivalência entre ERs e AFNs
 - Instrução pelos Colegas
- 2 Gramáticas Livre-de-Contexto

Teorema

Teorema 1.54

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

- **Lema 1.55:** Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.
- **Lema 1.60:** Se uma linguagem é regular, então ela é descrita por uma expressão regular.

Prova do Lema

Lema 1.55

Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular.

Prova

Vamos converter R num AFN N . Consideramos os seis casos na descrição formal de expressões regulares:

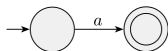
- Três casos básicos;
- Três casos gerais.

Prova do Lema

Prova do Lema 1.55

- ❶ $R = a$ para algum a em Σ .

Então $L(R) = \{a\}$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$.



Formalmente, $N = (\{q_1, q_2\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_2\})$, em que δ se divide em dois casos:

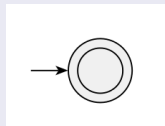
- ❶ $\delta(q_1, a) = \{q_2\}$
- ❷ $\delta(r, b) = \emptyset$ (para $r \neq q_1$ ou $b \neq a$)

Prova do Lema

Prova do Lema 1.55

② $R = \epsilon$.

Então $L(R) = \{\epsilon\}$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$.



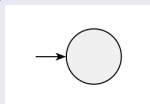
Formalmente, $N = (\{q_1\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_1\})$,
em que $\delta(r, b) = \emptyset$ para quaisquer r e b .

Prova do Lema

Prova do Lema 1.55

3 $R = \emptyset$.

Então $L(R) = \emptyset$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$.



Formalmente, $N = (\{q_1\}, \Sigma, \delta, q_1, \emptyset)$,
em que $\delta(r, b) = \emptyset$ para quaisquer r e b .

Casos gerais

4 $R = R_1 \cup R_2$

5 $R = R_1 \circ R_2$

6 $R = R_1^*$

Para os três casos gerais, utilizamos as provas de que as linguagens regulares são fechadas sob as operações de regulares ■

Prova do Lema 1.55

Casos gerais

- ④ $R = R_1 \cup R_2$
- ⑤ $R = R_1 \circ R_2$
- ⑥ $R = R_1^*$

Para os três casos gerais, utilizamos as provas de que as linguagens regulares são fechadas sob as operações de regulares ■

Teorema

Teorema 1.54

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

- **Lema 1.55:** Uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular. ✓
- **Lema 1.60:** Se uma linguagem é regular, então ela é descrita por uma expressão regular. ???

Pergunta 18.1

Se Σ é o alfabeto da linguagem, a expressão regular simplificada Σ^k gera a linguagem composta por...

- (A) todas as k cadeias com símbolos de Σ
- (B) todas as cadeias com símbolos k em Σ
- (C) todas as cadeias de comprimento k em Σ
- (D) todas as cadeias de comprimento até k em Σ

Pergunta 18.2

Indique a afirmação **incorreta** sobre os autômatos finitos não-determinísticos generalizado (AFNG).

- (A) o seu estado inicial deve ter setas de transição indo para todos os demais estados.
- (B) tem um único estado final que recebe setas de transição vindo de todos os demais estados.
- (C) as suas setas de transição podem ser uma expressão regular, lendo assim blocos de símbolos da entrada dada.
- (D) deve existir sempre setas de transição indo de qualquer estado para qualquer outro estado, incluindo laços.

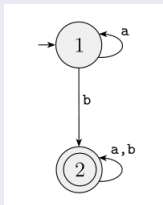
Pergunta 18.3

Um dos processos possíveis de converter um AFN em uma expressão regular equivalente é através do uso de um AFNG. Não faz parte deste processo...

- (A) transformar o AFN em um AFNG equivalente
- (B) garantir que cada AFNG tem setas de transições ϵ saindo do estado inicial para todos os outros demais estados.
- (C) converter cada AFNG gerado de k estados em um outro AFNG equivalente com $k - 1$ estados (sendo $k > 2$).
- (D) obter a expressão regular através da única seta de transição do AFNG, quando houver apenas dois estados.

Pergunta 18.4

Qual a expressão regular que gera a linguagem reconhecida por este AFN



- (A) $a^*b(a \cup b)^*$
- (B) $a^*(ba \cup b)^*$
- (C) $a^*(b \cup ab)^*$
- (D) $ab^*(a \cup b)^*$

Pergunta 18.5

Quantos AFNGs são criados para realizar o processo de conversão de um AFN, com cinco estados, em uma ER?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 3
- (D) 1

Sumário

- 1 Revisão
 - Equivalência entre ERs e AFNs
 - Instrução pelos Colegas
- 2 Gramáticas Livre-de-Contexto

O que são as GLCs?

- Método mais poderoso de descrição de linguagens;

O que são as GLCs?

- Método mais poderoso de descrição de linguagens;
- Linguagens como $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ podem agora ser descritas;

O que são as GLCs?

- Método mais poderoso de descrição de linguagens;
- Linguagens como $\{0^n 1^n | n \geq 0\}$ podem agora ser descritas;
- Descrição de linguagens com estruturas recursivas;

O que são as GLCs?

- Método mais poderoso de descrição de linguagens;
- Linguagens como $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ podem agora ser descritas;
- Descrição de linguagens com estruturas recursivas;
- GLCs geram *Linguagens Livres-de-Contexto* (LLCs).

O que são as GLCs?

- Método mais poderoso de descrição de linguagens;
- Linguagens como $\{0^n 1^n | n \geq 0\}$ podem agora ser descritas;
- Descrição de linguagens com estruturas recursivas;
- GLCs geram *Linguagens Livres-de-Contexto* (LLCs).

Aplicações...

- Especificação e compilação de linguagens de programação.

Exemplos...

$$A \rightarrow 0A1$$
$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow \#$$

Exemplos...

$$A \rightarrow 0A1$$
$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow \#$$

Uma gramática consiste de...

- Regras de substituição (também chamadas de **produções**);

Exemplos...

$$A \rightarrow 0A1$$
$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow \#$$

Uma gramática consiste de...

- Regras de substituição (também chamadas de **produções**);
- Símbolos que são chamados de **variáveis**;

Exemplos...

$$A \rightarrow 0A1$$
$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow \#$$

Uma gramática consiste de...

- Regras de substituição (também chamadas de **produções**);
- Símbolos que são chamados de **variáveis**;
- Símbolos que são chamados de **terminais**;

Exemplos...

$$A \rightarrow 0A1$$
$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow \#$$

Uma gramática consiste de...

- Regras de substituição (também chamadas de **produções**);
- Símbolos que são chamados de **variáveis**;
- Símbolos que são chamados de **terminais**;
- Uma variável é designada como **variável inicial**.

Como utilizar uma gramática?

- **Escreva a variável inicial.** Ela é a variável no lado esquerdo da primeira regra, a menos que especificado em contrário;

Como utilizar uma gramática?

- **Escreva a variável inicial.** Ela é a variável no lado esquerdo da primeira regra, a menos que especificado em contrário;
- **Encontre uma variável que esteja escrita e uma regra que comece com essa variável.** Substitua a variável escrita pelo lado direito dessa regra;

Como utilizar uma gramática?

- **Escreva a variável inicial.** Ela é a variável no lado esquerdo da primeira regra, a menos que especificado em contrário;
- **Encontre uma variável que esteja escrita e uma regra que comece com essa variável.** Substitua a variável escrita pelo lado direito dessa regra;
- Repita o passo 2 até que não reste nenhuma variável.

Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

A

Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

		A	
0	A		1

Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

	A	
0	A	1
00	A	11



UFG
Regional Jataí

Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

	A	
0	A	1
00	A	11
000	A	111



Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

	A	
0	A	1
00	A	11
000	A	111
000	B	111



Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

	A	
0	A	1
00	A	11
000	A	111
000	B	111
000	#	111



Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

	A	
0	A	1
00	A	11
000	A	111
000	B	111
000	#	111
000#111		



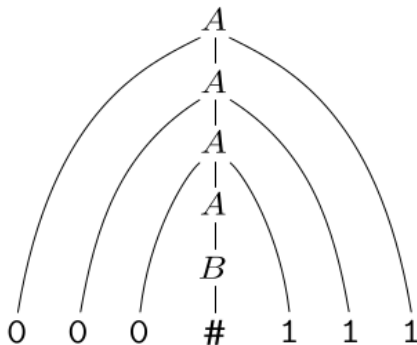
Exemplo

G_1 gera a cadeia 000#111

	A	
0	A	1
00	A	11
000	A	111
000	B	111
000	#	111
000#111		



Exemplo



Outras características importantes

- O conjunto de todas as cadeias geradas por uma GLC constitui a **linguagem da gramática**;

Outras características importantes

- O conjunto de todas as cadeias geradas por uma GLC constitui a **linguagem da gramática**;
- $L(G_1) = \{0^n \# 1^n | n \geq 0\}$

Outras características importantes

- O conjunto de todas as cadeias geradas por uma GLC constitui a **linguagem da gramática**;
- $L(G_1) = \{0^n \# 1^n | n \geq 0\}$
- Qualquer linguagem que possa ser gerada por uma GLC é chamada de **linguagem livre-do-contexto (LLC)**;

Outras características importantes

- O conjunto de todas as cadeias geradas por uma GLC constitui a **linguagem da gramática**;
- $L(G_1) = \{0^n \# 1^n | n \geq 0\}$
- Qualquer linguagem que possa ser gerada por uma GLC é chamada de **linguagem livre-do-contexto (LLC)**;
- Podemos abreviar várias regras em apenas uma só como $A \rightarrow 0A1$ e $A \rightarrow B$ em $A \rightarrow 0A1|B$.

G_2 : fragmento da língua inglesa

$\langle \text{SENTENCE} \rangle \rightarrow \langle \text{NOUN-PHRASE} \rangle \langle \text{VERB-PHRASE} \rangle$
 $\langle \text{NOUN-PHRASE} \rangle \rightarrow \langle \text{CMPLX-NOUN} \rangle \mid \langle \text{CMPLX-NOUN} \rangle \langle \text{PREP-PHRASE} \rangle$
 $\langle \text{VERB-PHRASE} \rangle \rightarrow \langle \text{CMPLX-VERB} \rangle \mid \langle \text{CMPLX-VERB} \rangle \langle \text{PREP-PHRASE} \rangle$
 $\langle \text{PREP-PHRASE} \rangle \rightarrow \langle \text{PREP} \rangle \langle \text{CMPLX-NOUN} \rangle$
 $\langle \text{CMPLX-NOUN} \rangle \rightarrow \langle \text{ARTICLE} \rangle \langle \text{NOUN} \rangle$
 $\langle \text{CMPLX-VERB} \rangle \rightarrow \langle \text{VERB} \rangle \mid \langle \text{VERB} \rangle \langle \text{NOUN-PHRASE} \rangle$
 $\langle \text{ARTICLE} \rangle \rightarrow a \mid the$
 $\langle \text{NOUN} \rangle \rightarrow boy \mid girl \mid flower$
 $\langle \text{VERB} \rangle \rightarrow touches \mid likes \mid sees$
 $\langle \text{PREP} \rangle \rightarrow with$

G_2 : fragmento da língua inglesa

Cadeias em $L(G_2)$

- a boy sees
- the boy sees a flower
- a girl with a flower likes the boy

Derivação de “a boy sees”

$\langle \text{SENTENCE} \rangle \Rightarrow \langle \text{NOUN-PHRASE} \rangle \langle \text{VERB-PHRASE} \rangle$
 $\Rightarrow \langle \text{CMPLX-NOUN} \rangle \langle \text{VERB-PHRASE} \rangle$
 $\Rightarrow \langle \text{ARTICLE} \rangle \langle \text{NOUN} \rangle \langle \text{VERB-PHRASE} \rangle$
 $\Rightarrow a \langle \text{NOUN} \rangle \langle \text{VERB-PHRASE} \rangle$
 $\Rightarrow a \text{ boy } \langle \text{VERB-PHRASE} \rangle$
 $\Rightarrow a \text{ boy } \langle \text{CMPLX-VERB} \rangle$
 $\Rightarrow a \text{ boy } \langle \text{VERB} \rangle$
 $\Rightarrow a \text{ boy sees}$

Exemplo

DEFINIÇÃO 2.2

Uma *gramática livre-do-contexto* é uma 4-upla (V, Σ, R, S) , onde

1. V é um conjunto finito denominado de as *variáveis*,
2. Σ é um conjunto finito, disjunto de V , denominado de os *terminais*,
3. R é um conjunto finito de *regras*, com cada regra sendo uma variável e uma cadeia de variáveis e terminais, e
4. $S \in V$ é a variável inicial.

Gramática Livre-de-Contexto

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Linguagens Formais e Autômatos
Bacharelado em Ciência da Computação

16 de janeiro de 2018