

QUARTO TESTE

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Linguagens Formais e Autômatos
Esdras Lins Bispo Jr.

29 de janeiro de 2018

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro testes, uma prova e exercícios-bônus;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$MF = MIN(10, S)$$
$$S = \left(\sum_{i=1}^4 0,2.T_i\right) + 0,2.P + EB$$

em que

- S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
 - T_i é a pontuação obtida no teste i ,
 - P é a pontuação obtida na prova, e
 - EB é a pontuação total dos exercícios-bônus.
- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (5) Autômatos com Pilha, e (6) Linguagens Livre-de-Contexto.

Nome:

Quarto Teste

1. (5,0 pt) [Sipser 2.4 / 2.6] Dê gramáticas livres-do-contexto que gerem as seguintes linguagens. Em todos os itens o alfabeto Σ é $\{0, 1\}$.

- (a) $\{\omega \mid \text{o comprimento de } \omega \text{ é ímpar}\}$

Resposta: Como esta linguagem é regular, pode-se construir o AFD que a reconhece e, a partir dele, construir a gramática correspondente. Esta gramática é dada abaixo.

$$A \rightarrow 0B \mid 1B$$

$$B \rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon$$

- (b) O complemento da linguagem $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$

Resposta: Esta linguagem pode ser composta pela união de três outras linguagens:

- i. todas as cadeias que têm mais 0s do que 1s (representada pela variável S);
- ii. todas as cadeias que têm mais 1s do que 0s (representada pela variável U); e
- iii. todas as cadeias que contêm 01 como subcadeia (representada pela variável X).

Assim, a gramática construída, dada abaixo, é a união das três linguagens dadas acima.

$$R \rightarrow S \mid U \mid X$$

$$S \rightarrow T0T$$

$$T \rightarrow TT \mid 0T1 \mid 1T0 \mid 0 \mid \epsilon$$

$$U \rightarrow V1V$$

$$V \rightarrow VV \mid 0V1 \mid 1V0 \mid 1 \mid \epsilon$$

$$X \rightarrow Z10Z$$

$$Z \rightarrow 0Z \mid 1Z \mid \epsilon$$

2. (5,0 pt) **[Sipser 2.16]** Mostre que a classe de linguagens livres-do-contexto é fechada sob a operação de união.

Resposta: Sejam duas linguagens livres-de-contexto quaisquer A e B . Se A e B são livres-de-contexto, então existem gramáticas que a geram (e.g. $G_A = (V_A, \Sigma_A, R_A, S_A)$ e $G_B = (V_B, \Sigma_B, R_B, S_B)$, respectivamente). Iremos construir uma gramática $G_{A \cup B} = (V, \Sigma, R, S)$, a partir de G_A e G_B , que gera a linguagem $A \cup B$. Os elementos de $G_{A \cup B}$ são descritos a seguir:

- $V = V_A \cup V_B \cup S$;
- $\Sigma = \Sigma_A \cup \Sigma_B$;
- $R = R_A \cup R_B \cup \{S \rightarrow S_A \mid S_B\}$;
- S é a variável inicial.

Como foi possível construir $G_{A \cup B}$, logo a classe de linguagens livres-de-contexto é fechada sob a operação de união ■