

EPITECH
PROBABILITES ET STATISTIQUES
Année 2011-2012
Mini-projet 202loi

1 Objectif

Au fin fond des Etats-Unis vit un marchand de vêtements. A la saison des soldes, le marchand liquide ses très vieux ensembles vestes pantalons. Il y a cinq modèles de vestes vendus 1\$, 2\$, ..., 5\$ chacune et cinq modèles de pantalons vendus 1\$, 2\$, ...5\$. Les ventes marchent bien, tout le stock disparaît. En prévision de l'année suivante, le marchand désire connaître la loi de probabilité des vêtements vendus et du prix de vente. Il désire avoir aussi une estimation de l'espérance et de la variance du gain par vêtement. C'est le logiciel de calcul de ces quantités que nous vous demandons de réaliser.

2 Modélisation

On définit les variables aléatoires X et Y égales respectivement à "Vente d'une veste au prix de x\$" et "Vente d'un pantalon au prix de y\$". X prend ses valeurs dans $\{1,2,3,4,5\}$ et Y prend ses valeurs dans $\{1,2,3,4,5\}$. La loi de probabilité conjointe du couple (X,Y) est connue (le marchand a fait le compte des articles vendus) et est donnée par :

$$p(x, y) = \frac{(6-x) \cdot (7-y)}{300} \quad x = 1, 2, \dots, 5 \quad y = 1, 2, \dots, 5$$

On vous demande de calculer, puis d'afficher les quantités suivantes :

- loi conjointe de (X,Y) et lois marginales de X et Y sous forme de tableau
- espérance et variance de X d'après la loi de probabilité marginale
- espérance et variance de Y d'après la loi de probabilité marginale

On définit la variable aléatoire Z par le "Prix d'un ensemble veste et pantalon". La variable Z est égale à : $Z = X + Y$. Voyez d'abord quelles sont les valeurs prises par Z. On vous demande de calculer, puis d'afficher les quantités suivantes :

- loi de probabilité de Z
- fonction de répartition de Z
- espérance et variance de Z d'après sa loi de probabilité

Remarque au sujet des lois de probabilité

Attention au cas particulier de la loi uniforme de probabilité qui ne s'applique généralement qu'aux jeux de hasard. Il n'y a pas de loi uniforme dans ce sujet.

3 Le logiciel

Répertoire de rendu : `~/rendu/math/202loi/`

Nom de l'exécutable : `202loi`

Exemple de lancer :

`> 202loi 3`

En entrée : n° d'option

En sortie : résultats demandés avec 3 chiffres après la virgule pour les nombres non entiers (probabilités, espérances...).

4 Les options

Option 1

En sortie, le logiciel affiche le tableau de la loi de probabilité conjointe de (X,Y) et les lois marginales de X et Y sous la forme donnée ci-après.

	X=1	X=2	X=3	X=4	X=5	Loi de Y
Y=1	p(1,1)	p(2,1)	p(3,1)	p(4,1)	p(5,1)	$p_Y(1)$
Y=2	p(1,2)	p(2,2)	p(3,2)	p(4,2)	p(5,2)	$p_Y(2)$
Y=3	p(1,3)	p(2,3)	p(3,3)	p(4,3)	p(5,3)	$p_Y(3)$
Y=4	p(1,4)	p(2,4)	p(3,4)	p(4,4)	p(5,4)	$p_Y(4)$
Y=5	p(1,5)	p(2,5)	p(3,5)	p(4,5)	p(5,5)	$p_Y(5)$
Loi de X	$p_X(1)$	$p_X(2)$	$p_X(3)$	$p_X(4)$	$p_X(5)$	1

Option 2

En sortie, le logiciel affiche la valeur des quatre nombres demandés : espérance et variance de X et Y.

Option 3

En sortie, le logiciel affiche le tableau de la loi de probabilité de Z comme ci-après.

	Z=2	Z=3	Z=4	Z=5	Z=6	Z=7	Z=8	Z=9	Z=10	Total
p(Z=z)	p(2)	p(3)	p(4)	p(5)	p(6)	p(7)	p(8)	p(9)	p(10)	1

Option 4

En sortie, le logiciel affiche le tableau de la fonction de répartition de Z comme ci-après.

z	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F(z)$	$F(2)$	$F(3)$	$F(4)$	$F(5)$	$F(6)$	$F(7)$	$F(8)$	$F(9)$	$F(10)$

Option 5

En sortie, le logiciel affiche l'espérance et la variance de Z calculés à l'aide de la loi de probabilité.

Remarque au sujet des tableaux

Vous devez afficher les tableaux comme ceux donnés dans ce sujet. A part la 1ère ligne et la 1ère colonne de chaque tableau qui sont des légendes, tout est à remplacer par des valeurs numériques.

Indications

Les espérances et variances sont données par :

$$E(X) = 2,333$$

$$\text{Var}(X) = 1,556$$

$$E(Y) = 2,500$$

$$\text{Var}(Y) = 1,750$$

$$E(Z) = 4,833$$

$$\text{Var}(Z) = 3,306$$

Conclusion

Que peut-on dire des espérances $E(X)$, $E(Y)$ et $E(Z)$ et pourquoi ? Que peut-on dire des variances $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$ et $\text{Var}(Z)$ et pourquoi ?

5 Questions

- 1° Qu'est-ce qu'une variable aléatoire ?
- 2° Sur quel ensemble une v.a. prend-elle ses valeurs ?
- 3° Quelle est la différence entre une v.a. discrète et une v.a. continue ?
- 4° Comment définit-on la loi de probabilités d'une v.a. discrète ?
- 5° Comment définit-on l'espérance d'une v.a. discrète ?