

## Umweltökonomie und erneuerbare Energien - Übung 1

### Aufgabe 1

Stellen Sie sich folgendes Ökosystem vor

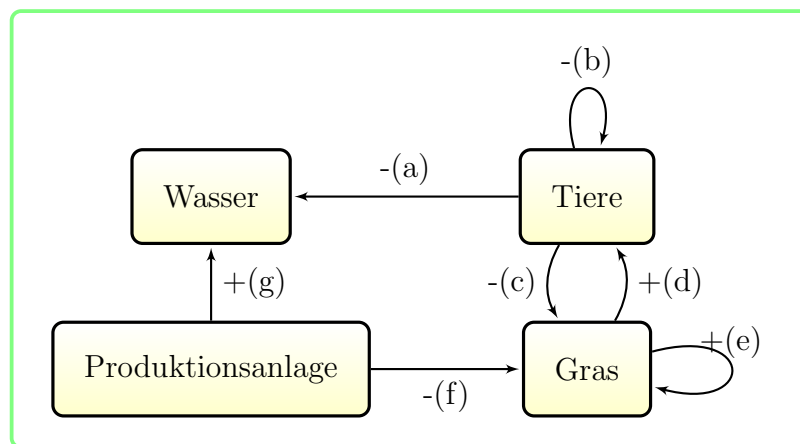


Abbildung 1: Ökologisches System eines ländlichen Gebietes.

wobei sich die Beziehungen zwischen den Objekten des Systems wie folgt erklären lassen

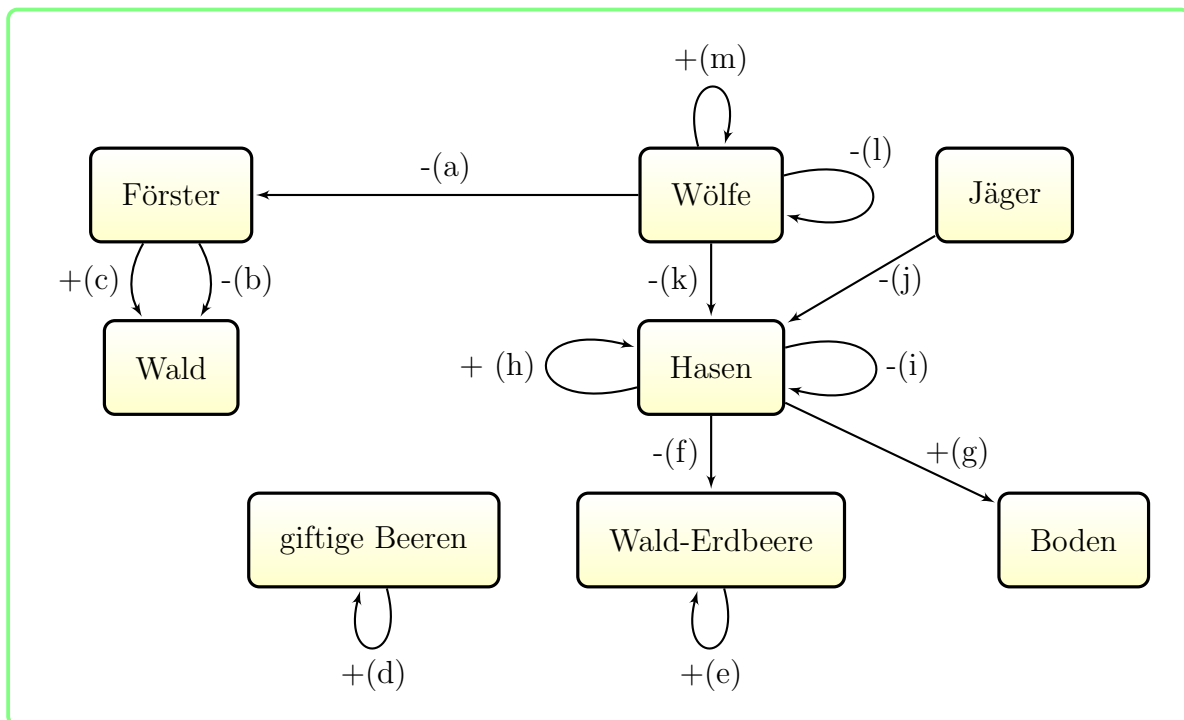
- |   |   |
|---|---|
| (a) <i>Tiere</i> trinken <i>Wasser</i>  | (e) Die Gesamtmenge des <i>Grases</i> erhöht sich                             |
| (b) <i>Tiere</i> sterben aus  | (f) <i>Produktionsanlage</i> benutzt <i>Gras</i> für ihren Produktionsprozess |
| (c) <i>Tiere</i> fressen <i>Gras</i>  | (g) <i>Produktionsanlage</i> erhöht die Menge des <i>Wassers</i>              |
| (d) Die Gesamtmenge der <i>Tiere</i> steigt durch das Fressen von <i>Gras</i> |   |

Bitte beantworten Sie folgende Fragen

1. Welche Objekte des Modells sind Ressourcen?
2. Welche Ressource des Modells sind regenerativ und natürlich regenerativ? Erklären Sie ihre Antwort.
3. Unter welchen Umständen kann das mithilfe des Modells beschriebene System geschlossen sein? Welches System kann man tatsächlich als geschlossen betrachten: das oben beschriebene, ein Aquarium, ein See, die Erde, das Sonnensystem?
4. Unter welchen Annahmen ist das Modell ökologisch strikt nachhaltig?

## Aufgabe 2

Stellen Sie sich folgendes Ökosystem vor



wobei sich die Beziehungen zwischen den Objekten des Systems wie folgt erklärt werden können:

- |  |   |
|--|---|
| (a) <i>Wölfe</i> fressen <i>Förster</i>                      | (g) <i>Boden</i> bildet sich durch die gestorbenen <i>Hasen</i> |
| (b) <i>Förster</i> fällt <i>Bäume</i> um sein Haus zu heizen | (h) <i>Hasen</i> pflanzen sich fort                             |
| (c) <i>Förster</i> pflanzt neue <i>Bäume</i>                 | (i) <i>Hasen</i> sterben aus                                    |
| (d) <i>Giftige Beeren</i> reproduzieren sich                 | (j) <i>Jäger</i> jagen <i>Hasen</i>                             |
| (e) <i>Wald-Erdbeere</i> reproduzieren sich                  | (k) <i>Wölfe</i> fressen <i>Hasen</i>                           |
| (f) <i>Hasen</i> fressen <i>Wald-Erdbeere</i>                | (l) <i>Wölfe</i> sterben aus                                    |
|  | (m) <i>Wölfe</i> pflanzen sich fort                             |

Ihre Aufgaben lassen sich wie folgt beschreiben

1. Zeigen Sie auf, welche Objekte des Modells Ressourcen sind
2. Welche der Ressourcen können regenerativ bzw. natürlich regenerativ sein, sobald eine besondere Annahme eingeführt wird?
3. Unter welchen Annahmen wird das Modell strikt ökologisch nachhaltig sein?
4. Diskutieren Sie, ob das System als geschlossen betrachtet werden kann.
5. Beachten Sie, dass es zwei verschiedene Arten der Beeren im Modell gibt. Welche Methode kann man benutzen, um beide in eine selbständige Kategorie zu konsolidieren?

## Aufgabe 3

In der Vorlesung wurden verschiedene Wachstumsbegriffe eingeführt, die wir nun vertiefen wollen. Dafür verwenden wir das sogenannte Lotka-Volterra Modell. Dieses Modell kommt aus dem Fach Biologie und wird üblicherweise für die Beschreibung einer Populationsdynamik angewandt. Wir können das Modell auch aus der Sicht der Wirtschaftswissenschaften untersuchen. Wir konzentrieren uns aber auf eine besondere Gestaltung des Modells. In Rahmen dieser Gestaltung analysieren wir einen potentiellen Einfluss eines Unternehmens auf eine Population einer eigenständig lebenden Art. Wir gehen davon aus, dass diese Population durch einen Schwarm der Fische repräsentiert wird. Außerdem betrachten wir keine Räuber.

1. Zunächst nehmen wir eine Situation an, in der die Fischpopulationsgröße  $F$  einen See bewohnt.  $F$  wächst kontinuierlich mit einer stetigen Rate  $\varphi$ . Folgende Gleichung stellt eine zusätzliche bzw. inkrementelle Komponente in der Populationsgröße  $F_t$  zum Zeitpunkt  $t$  dar:

$$\frac{dF_t}{dt} = \varphi F_t. \quad (1)$$

- (a) Unter welchen mathematischen Voraussetzungen an  $\varphi$  kann die Gleichung ein positives Populationswachstum beschreiben?
  - (b) Unter welchen Voraussetzungen an das System wird die Population wie in dem Aufgabenteil (a) unendlich wachsen?
  - (c) Stellen Sie exemplarisch in einer Abbildung dar, welche Konsequenzen eine Änderung der Rate  $\varphi$  veranlassen wird.
2. Jetzt betrachten wir eine andere Situation. Wir gehen davon aus, dass die Population der Fische einen anderen, noch kleineren See bewohnt. Zu jedem Zeitpunkt  $t$  vergrößert sich die Population  $F_t$  mit der Menge

$$\frac{dF_t}{dt} = \varphi F_t \cdot \left( \frac{K - F_t}{K} \right), \quad (2)$$

- (a) Wie kann man eine ökonomische Intuition hinter dem Faktor  $K$  erklären?
  - (b) Wie bezeichnet man das Wachstumskonzept, welches durch die Gleichung 2 beschrieben wird?
  - (c) Skizzieren Sie schematisch eine entsprechende Funktion für verschiedene Werte von  $\varphi$ . Welche besondere Eigenschaften hat die Funktion, wenn  $\varphi > 1$ ?
3. Stellen Sie sich jetzt vor, dass ein Unternehmen seine Fabrik in der Nähe des Sees baut. Diese Fabrik verschmutzt den See. Dadurch wird aber auch die Fischpopulation beeinflusst. Um diese Situation zu modellieren, bezeichnen wir die Intensität der Verschmutzung zum Zeitpunkt  $t$  und ihre Gefährlichkeit mit  $V_t$  bzw.  $\beta$ . Technisch gesehen,

$$\frac{dF_t}{dt} = \varphi F_t \cdot \left( \frac{K - F_t - \beta V_t}{K} \right). \quad (3)$$

- (a) Gehen Sie davon aus, dass  $V_t = 200$  eine Konstante ist,  $K = 1000$  ist und  $\beta = 1$  gilt. Berechnen Sie mathematisch das Populationsniveau, dass sich ergibt, wenn  $t \rightarrow \infty$ .

- (b) Betrachten Sie denn Fall mit einem konstanten Faktor  $V_t$ . Stellen Sie schematisch die mit der Gleichung 3 beschriebene Funktion für  $\beta \in \{0.2, 0.5, 1, 2\}$
- (c) Tatsächlich kann  $V_t$  nicht nur konstant sein, sondern auch z.B. logistisch wachsen. Wir können daher annehmen, dass  $V_t = F_t$ , d.h. die Intensität der Verschmutzung und das Wachstum der Fischpopulation im selben Verhältnis zunehmen.
- Berechnen Sie mathematisch die Menge der Fischpopulation für  $t \rightarrow \infty$  für  $V_t = F_t$ ,  $K = 1000$  und  $\beta = 2$ . Hinweis: es gilt einen gleichen Zusammenhang wie in 3(a).
  - Dieser Fall ist auch in der Abbildung 2 unten dargestellt. Jede von der 4 entsprechenden Graphen wurde für ein  $\beta \in \{0.2, 0.5, 1, 2\}$  erstellt. Ordnen Sie den Graphen die richtigen  $\beta$ -Werte zu.

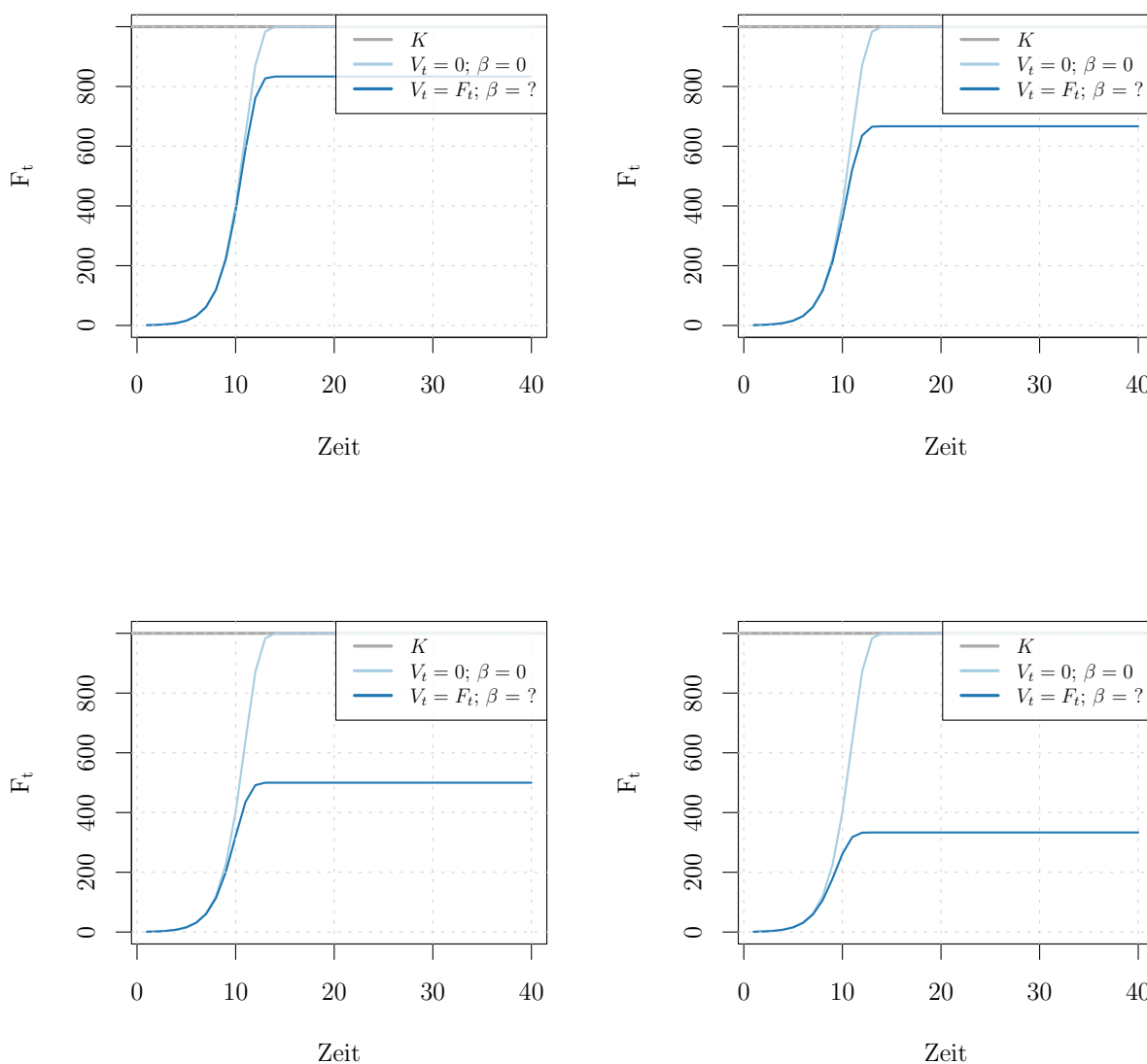


Abbildung 2: Logistisches Wachstum des Systems mit  $\varphi = 1$  und  $V_t = F_t$ , wobei die hellen und die dunklen Kurven sich der Gleichungen 2 bzw. 3 entsprechen.

- iii. Abbildung 2 stellt einen Fall dar, in dem  $F_0 = 1$ . Gehen Sie davon aus, dass  $F_0 = 500$ , d.h. das Unternehmen beendet den Bau seiner Fabrik, wenn die Fischpopulation relativ groß ist. Unmittelbar danach fängt das Unternehmen an, den See intensiv zu verschmutzen. Wie ändern sich die obigen Abbildungen unter dieser Annahme?

## Aufgabe 4

Die Vereinten Nationen prognostizieren, dass sich das Bevölkerungswachstum wie folgt darstellen lässt:

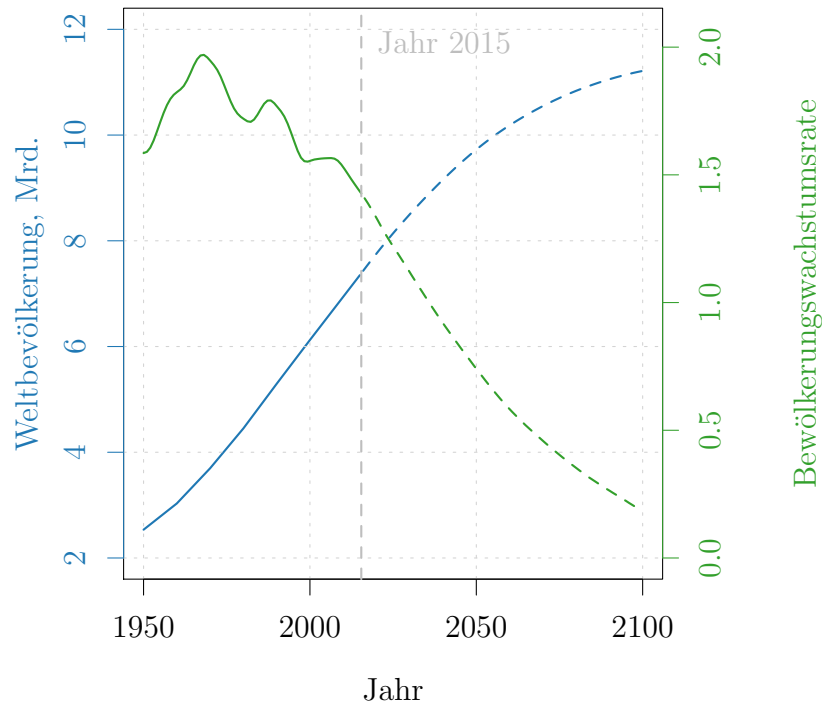


Abbildung 3: Bevölkerungswachstum, Prognose der Vereinten Nationen (2015).

1. Welches Wachstumskonzept beschreibt die blaue Linie in der Abbildung 3?
2. Die blaue Linie lässt sich durch die Gleichung 3 darstellen. Wie können wir den Parameter  $K$  in diesem Fall erklären?
  - (a) Welche andere mögliche plausible Faktoren können die Geschwindigkeit des Weltbevölkerungswachstums abbremsten?