M.Sc. Jonathan Berrisch, Prof. Florian Ziel
jonathan.berrisch@uni-due.de
Umweltökonomie, insb. Ökonomie erneuerbarer Energien
Fakultät für Wirtschatswissenschaten
University Duisburg-Essen

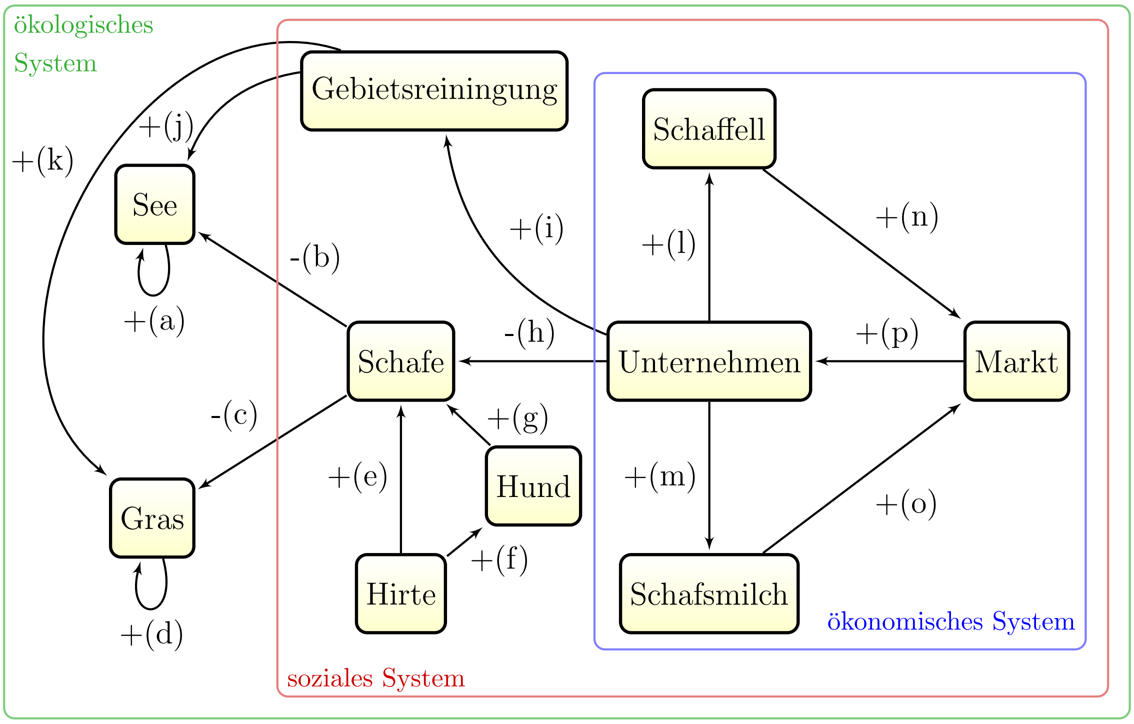
29. November 2022

Umweltökonomie und erneuerbare Energien - Beispiellösung zu Übung 3

Aufgabe 1

1. Die Objekte des Modells können wie folgt klassifiziert werden:
    - See, Gras, Schafe, Hund, Gebietsreinigung, Schafsfell und Schafsmilch sind Ressourcen
    - Schafe, Hund, Gebietsreinigung, Schafsfell, Schafsmilch sind Güter
    - Schafsfell und Schafsmilch sind Kapitalgüter, weil diese Objekte Güter mit Marktwerten sind.

2. Das Modell lässt sich wie folgt aufteilen:

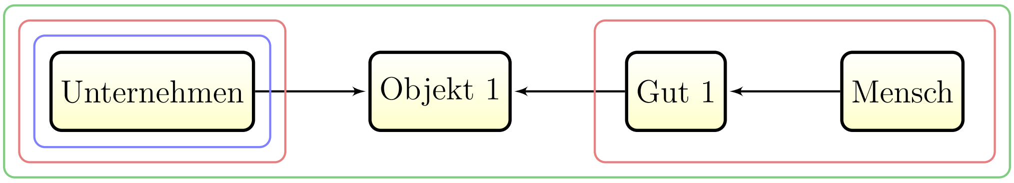


Aus der Abbildung oben wird es ersichtlich, dass alle Objekte zum ökologischen System gehören. Das soziale System enthält alle Güter, Menschen und andere Objekte, die mit Gütern interagieren. Alle Kapitalgüter und Objekte, die mit Geld interagieren, gehören zum ökonomischen System.

Aufgabe 2

Erinnern Sie sich daran, dass eine Externalität eine Auswirkung von ökonomischen Handlungen bzw. Entscheidungen auf Güter ist, die nicht (oder nicht vollständig) durch den Marktmechanismus abgebildet wird. Ein Gut kann daher als externes betrachtet werden, sofern es (a) keinen Marktwert hat, (b) durch Entscheidungen ökonomischer Objekte beeinflusst wird und (c) einem anderem Mensch oder einem anderen Unternehmen einen Nutzen bzw. Schaden bringt.

Um den Begriff externes Gut besser erklären zu können, betrachten wir nun folgendes Ökosystem:



Das Gut 1 erfüllt alle oben genannten Bedingungen und ist somit ein externes Gut. Eine Externalität wird dann von einem Unternehmen an einen Mensch durch dieses Gut übermittelt.[1]

Die uns gegebenen Systeme lassen sich wie folgt beschreiben

1. Das Gut in diesem System ist ein externes. Dies gilt, weil (a) das Gut zum sozialen System gehört, (b) sich das Unternehmen entscheidet, eine Verbesserung des Gutes zu implementieren und (c) ein Mensch einen Nutzen aus dem Gut zieht.

2. Obwohl das Unternehmen einen erwarteten und auch einen unerwarteten Nutzen aus dem Gut zieht, hat dieses Gut einen Marktwert, weil es zum ökonomischen System gehört. Deswegen gibt es keine externen Güter in diesem System.

3. Dieses System enthält ein externes Gut. Das Gut (a) hat keinen Marktwert, (b) wird von dem Unternehmen 1 hergestellt und (c) erlaubt dem Unternehmen 2, eine Rendite zu bekommen.

4. Dieses System enthält keine Güter.

5. Tiere sind ein externes Gut in diesem System. Sie werden (a) von einem Mensch gegessen und (b) durch eine industrielle Luftverschmutzung beeinflusst. Aufgrund der letzten sinkt natürlich die "Qualität" der Tiere. Deswegen (c) nimmt der Nutzen eines Mensches ab.

6. Beachten Sie, dass das Unternehmen für die Gebietsreinigung zählt, weil es seine Produktionsprozesse verbessern möchte (Pfeil (i)). Die Gebietsreinigung selbst ist kein externes Gut. Anzumerken aber ist, dass die Qualität des Sees und des Wassers durch die Gebietsreinigung steigt. Jedoch stellen Pfeile (k) und (j) keine Externalitäten dar, weil das Wasser und der See Ressourcen sind. Die Qualität' der Schafe wird wiederum steigen, weil sich die Schafe besser ernähren können. Die Schafe sind außerdem ein Gut. Dementsprechend enthält der Pfeil (e) eine Externalität, weil der Hirte fröhlicher wird, wenn sich Schafe besser fühlen. Daher sind Schafe ein externes Gut. Der Pfeil (f) stellt aber keine Externalität dar. Dies gilt, weil der Hund keinen sozialen Nutzen aus den Schafen zieht und daher den Hirte nicht glücklicher macht.

[1] Wenn wir dieses System ohne das Unternehmen betrachten, ist das Gut 1 nicht mehr externes.

Mit Hinsicht auf die Definition eines externen Gutes lassen sich Schafe als ein externes Gut auch wegen des Pfeiles (h) erkennen. In diesem Fall können wir davon ausgehen, dass der Hirte enttäuscht sein kann, wenn die Menge der Schafe sinkt. Der Hirte wird aber keine finanzielle Vorteile oder Nachteile aus der reduzierten Menge der Schafe bekommen.

Aufgabe 3

Bevor wir mit der Berechnung der Mengen x^* und x_{opt} vorgehen, konzentrieren wir uns auf die Funktionen

$$N(x) = a_0 + a_1 x, \qquad A(x) = b_0 + b_1 x^2 \qquad \text{und} \qquad U_E(x) = c_0 - c_1 x^2. \tag{1}$$

Beachten Sie dabei, dass $a_0 > b_0$ ist, da der Ausgangspunkt der Nachfragekurve immer über dem Ausgangspunkt der Angebotskurve liegt. $a_1 < 0$ und $b_1 > 0$ gelten, da die Kurven einander schneiden. $c_0 > 0$ und $c_1 > 0$ sind, da der Schaden eine Reduzierung des Nutzens verursacht.

Bitte beachten Sie, dass die ersten zwei Gleichungen in 1 die Nachfrage- und Angebotskurven darstellen. Dagegen beschreibt die letzte Gleichung eine Fläche. In unserem Fall stellt diese Fläche den Nutzenverlust aufgrund des Schadens dar. Solche Form der letzten Gleichung verallgemeinert unsere Berechnungen.

1. Wenn der Schaden an der Seite der *Konsumenten* aufkommt, lässt sich das Marktgleichgewicht wie in der Abbildung 1 darstellen.

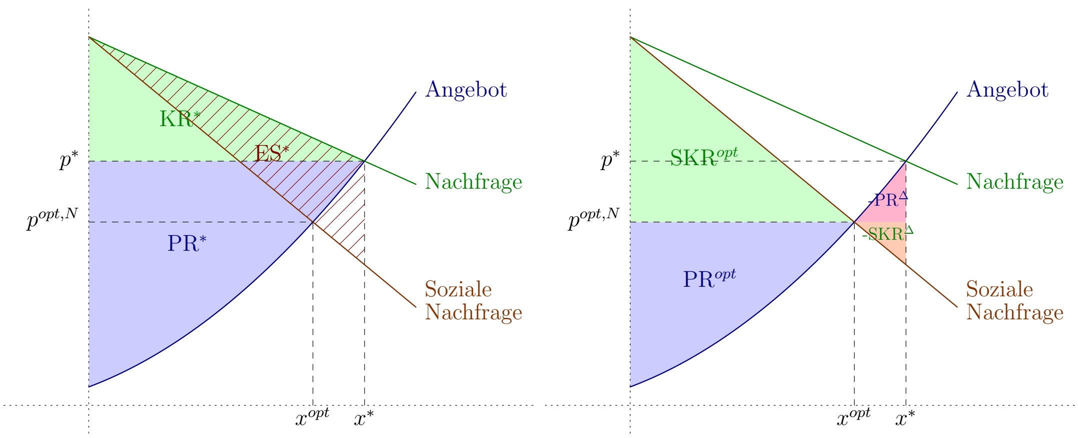


Abbildung 1: Darstellung der Auswirkungen der externen Effekte

Der linke Graph stellt den Fall dar, wo die Konsumenten den Schaden nicht berücksichtigen. Die Ökonomie verliert daher die Geldmenge $ES*$ (gestrichelt im Braun). Der Gesamtnutzen des Systems ist daher $KR^* + PR^* - ES^*$. In diesem Fall wird die Gütermenge $x^* > x^{opt}$ hergestellt und konsumiert. Intuitiv gesehen gibt es zwei Gründe für den Nutzenverlust. Zum einen wird der Gesamtnutzen aufgrund des externen Schadens reduziert.[2] Zum zweiten ist die hergestellte Menge des Gutes größer, als die optimale Menge (weil $x^* > x^{opt}$ gilt). Es folgt daraus, dass der Gesamtnutzen der Ökonomie steigen würde, wenn weniger Einheiten des Gutes produziert wird.

[2]Den Nutzenverlust aufgrund des Schadens werden wir auch in den weiteren Übungen thematisieren.

Der Fall, wo die Menge x^{opt} hergestellt wird, wird im rechten Graph dargestellt. In diesem Fall können wir davon ausgehen, dass die Konsumenten den Schaden berücksichtigen. Die Nachfrage nach dem Gut ist daher kleiner, als im linken Graph. In diesem Fall entsteht ein Nutzenverlust nur auf Grund des externen Schaden. Der Nutzenverlust wegen der Überproduktion verschwindet. Der Gesamtnutzen des Systems lässt sich dann mit $\text{SKR}^{opt} + \text{PR}^{opt}$ berechnen. Der Nutzengewinn ist daher $-PR^{\Delta} + (-SKR^{\Delta})$.

Eine analoge Begründung und eine gleiche Intuition gelten auch für den anderen Fall, wo die *Produzentinnen* für den Schaden zahlen. Eine entsprechende Darstellung befindet sich in der Abbildung 2 unten.

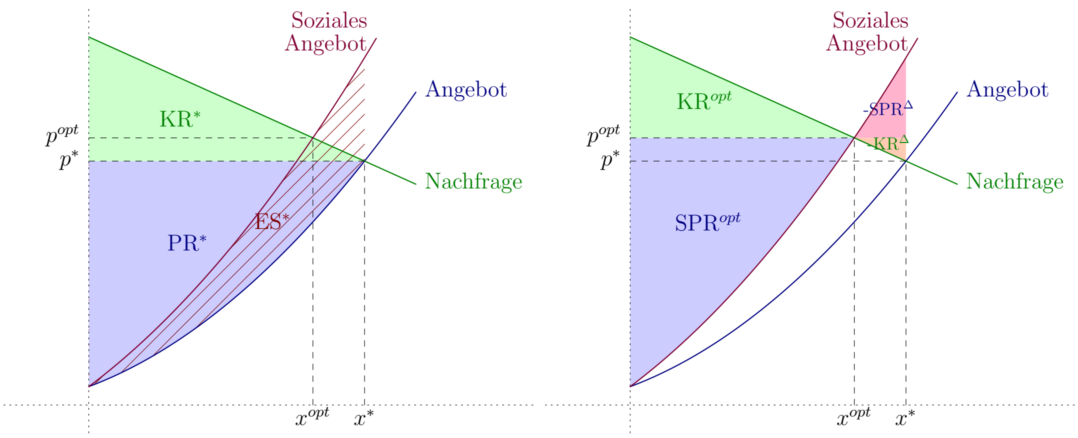


Abbildung 2: Darstellung der Auswirkungen des externen Effektes (2)

Aus den Abbildungen 1 und 2 wird es ersichtlich, dass die Fläche ES^* in den beiden Abbildungen gleich ist. Dementsprechend ist die letzte Gleichung in 1 allgemein, weil wir diese Gleichung für die beiden Fälle relativ einfach anpassen können. Das heißt, dass wir nur eine Gleichung benutzen können, um zwei verschiedenen Kurven (soziale Nachfrage und soziales Angebot) zu beschreiben.

2. Erinnern Sie sich daran, dass die Marktgleichgewichtsmenge x^* dem Schnittpunkt zwischen den ursprünglichen Nachfrage- und Angebotskurven entspricht. Mit anderen Worten, betrachten wir zunächst keinen externen Schaden. Folglich gilt

$$a_0 + a_1 x = b_0 + b_1 x^2 \tag{2}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = b_1 x^2 - a_1 x + b_0 - a_0. \tag{3}$$

Wir definieren $\omega = b_0 - a_0$, wobei $\omega < 0$ ist, da $a_0 > b_0$ durch die Annahme gilt. Dann,

$$0 = b_1 x^2 - a_1 x + \omega \tag{4}$$

$$\Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4b_1\omega}}{2b_1}. \tag{5}$$

Beachten Sie dabei, dass die Quadratwurzel in der obigen Gleichung immer positiv ist, da $a_1^2 > 0$ und $4b_1\omega < 0$ sind. $4b_1\omega < 0$ gilt, weil $b_1 > 0$ durch eine Annahme ist und $\omega < 0$ ist. Außerdem ist das Ergebnis der Wurzel immer größer, als den

Faktor a_1. Die Wurzel enthält den Faktor α_1^2 selbst, von welchem einen *negativen* Faktor $4b_1\omega$ subtrahiert wird. Der Nenner des Bruches ist wiederum immer positiv und $a_1 < 0$ durch die Annahme gilt. Daher sind

$$x_1 = \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1\omega}}{2b_1} > 0 \qquad \text{und} \qquad x_2 = \frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4b_1\omega}}{2b_1} < 0. \tag{6}$$

Beachten Sie dabei, dass die Menge des zu produzierenden Gutes nur positiv sein kann. Deswegen können wir x_2 vernachlässigen. Wenn wir davon ausgehen, dass das Ergebnis der Wurzel positiv ist, gilt

$$x^* = \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1(b_0 - a_0)}}{2b_1}, \tag{7}$$

wobei $\omega = b_0 - a_0 < 0$ ist.

3. Wir müssen nun eine Berechnung unter der Berücksichtigung des externen Schadens durchführen. Erinnern Sie sich daran, dass der externe Schaden als eine Fläche dargestellt wird. Daher müssen wir die ersten zwei Gleichungen der Linie 1 auch als Flächen darstellen, also als die Summe der Konsumenten- und Produzentinnenenrenten. Von dieser Summe subtrahieren wir danach den Schaden (d.h. addieren c_0 und einen negativen Faktor $-c_1x^2$). Somit können wir die optimale Gleichgewichtsmenge x_{opt} ermitteln. Mathematisch gesehen,

$$U(x) = U_W(x) + U_E(x) \tag{8}$$

$$= \underbrace{\int_0^x N(z) - A(z)dz}_{\text{Konsumentenrente+Produzentenrente}} + \underbrace{(c_0 - c_1x^2)}_{\text{externer Schaden}} . \tag{9}$$

Mit Hinsicht auf die Gleichung 1, gilt

$$U(x) = \int_0^x (a_0 + a_1z - b_0 - b_1z^2)dz + (c_0 - c_1x^2). \tag{10}$$

Nun berechnen wir eine Stammfunktion:

$$U(x) = \left[a_0z + \frac{a_1z^2}{2} - b_0z - \frac{b_1z^3}{3}\right]_0^x + (c_0 - c_1x^2) \tag{11}$$

$$= \left[(a_0 - b_0)z + \frac{a_1}{2}z^2 - \frac{b_1}{3}z^3\right]_0^x + (c_0 - c_1x^2). \tag{12}$$

Nach dem Einsetzen der Integrationsgrenzen lautet die obige Gleichung

$$U(x) = (a_0 - b_0)x + \frac{a_1}{2}x^2 - \frac{b_1}{3}x^3 - (0 + 0 + 0) + (c_0 - c_1x^2) \tag{13}$$

$$= (a_0 - b_0)x + \frac{a_1}{2}x^2 - \frac{b_1}{3}x^3 + (c_0 - c_1x^2). \tag{14}$$

Somit sind wir mit der Berechnung des sozialen Nutzens fertig. Eine Ableitung der obigen Gleichung erlaubt uns, den Punkt herauszufinden, in dem der Nutzen maximal ist. Technisch gesehen ist in diesem Punkt die erste Ableitung gleich null.[3] Daher,

$$\partial U(x) = a_0 - b_0 + a_1 x - b_1 x^2 - 2c_1 x = 0 \tag{15}$$

gilt. Multiplikation der obigen Gleichung mit -1 ergibt

$$b_1 x^2 - a_1 x + 2c_1 x - a_0 + b_0 = 0 \tag{16}$$

$$\Rightarrow b_1 x^2 - (a_1 - 2c_1)x - (a_0 - b_0) = 0 \tag{17}$$

Analog zu der Gleichung 7, lässt sich x_{opt} aus der Gleichung 17 erhalten:

$$x_{1,2} = \frac{(a_1 - 2c_1) \pm \sqrt{(a_1 - 2c_1)^2 + 4b_1(a_0 - b_0)}}{2b_1} \tag{18}$$

Beachten Sie dabei, dass der Faktor $4b_1(a_0 - b_0)$ gleich $4b_1 * (-\omega) = -4b_1 * \omega$ ist, da $a_0 - b_0 = -\omega$ gilt. Dann ist $4b_1(a_0 - b_0) > 0$ und die Quadratwurzel ist immer positiv, weil $(a_1 - 2c_1)^2 > 0$ gilt. Da x_{opt} nur positiv sein kann,

$$x_{opt} = \frac{(a_1 - 2c_1) + \sqrt{(a_1 - 2c_1)^2 + 4b_1(a_0 - b_0)}}{2b_1} \tag{19}$$

gilt, wobei wir davon ausgehen, dass das Ergebnis der Wurzel positiv ist.

Bitte beachten Sie, dass sich die Menge x_{opt} *alternativ* wie folgt herleiten lässt. Erinnern Sie sich daran, dass die letzte Gleichung der Linie 1 eine Fläche darstellt. Daher haben wir versucht, auch die ersten zwei Gleichungen der Linie 1 als Flächen auszudrücken. Stadtessen können wir natürlich die letzte Gleichung der Linie 1 benutzen, um die sozialen Nachfrage- bzw. Angebotskurven darzustellen. Der entsprechende Anpassungsfaktor für die ursprünglichen Nachfrage- bzw. Angebotskurven kann wie folgt beschrieben werden:

$$\partial\left(U_E(x)\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(c_0 - c_1 x^2\right) = -2c_1 x \tag{20}$$

Dem Vorlesungsskript zufolge lauten die Gleichungen für die sozialen Nachfrage- bzw. Angebotskurven:

$$N(x) + \partial(U_E(x)) = a_0 + a_1 x - 2c_1 x \tag{21}$$

und

$$A(x) + \partial(S_E(x)) = A(x) - \partial(U_E(x)) = b_0 + b_1 x^2 + 2c_1 x \tag{22}$$

wobei $\partial(S_E(x)) = -\partial(U_E(x))$ einen externen Schaden bezeichnet.

[3] Zugleich ist die zweite Ableitung in diesem Punkt negativ.

Der Schnittpunkt zwischen der sozialen Nachfragekurve und der ursprünglichen Angebotskurve stellt die Menge x^{opt} dar, weil die Gleichung

$$N(x) + \partial(U_E(x)) = A(x) \tag{23}$$

$$\Rightarrow a_0 + a_1x - 2c_1x = b_0 + b_1x^2 \tag{24}$$

$$\Rightarrow b_1x^2 - a_1x + 2c_1x - a_0 + b_0 = 0 \tag{25}$$

der Gleichung 16 entspricht.

Natürlich stellt auch der Schnittpunkt zwischen der sozialen Angebotskurve und der ursprünglichen Nachfragekurve die Menge x^{opt} dar. Beachten Sie dabei, dass

$$N(x) = A(x) + \partial(S_E(x)) \tag{26}$$

$$\Rightarrow a_0 + a_1x = b_0 + b_1x^2 + 2c_1x \tag{27}$$

$$\Rightarrow b_1x^2 - a_1x + 2c_1x - a_0 + b_0 = 0 \tag{28}$$

gilt, wobei die letzte Gleichung der Gleichung 16 entspricht.

4. Mithilfe eines numerischen Beispiels werden wir zeigen, dass $x_{opt} < x^*$ in unserem Fall gilt. Wir nehmen an, dass $a_0 = 75$, $b_0 = 15$, $a_1 = -2.5$, $b_1 = 3$, $c_1 = 5$ sind. Folglich gelten

$$x^* = \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1(b_0 - a_0)}}{2b_1} \tag{29}$$

$$= \frac{-2.5 + \sqrt{(-2.5)^2 - 4 \cdot 3(15 - 75)}}{2 \cdot 3} = 4.0748 \tag{30}$$

und

$$x_{opt} = \frac{(a_1 - 2c_1) + \sqrt{(a_1 - 2c_1)^2 + 4b_1(a_0 - b_0)}}{2b_1} \tag{31}$$

$$= \frac{(-2.5 - 2 \cdot 5) + \sqrt{(-2.5 - 2 \cdot 5)^2 + 4 \cdot 3(75 - 15)}}{2 \cdot 3} \tag{32}$$

$$= 2.8502 \tag{33}$$

Daher ist es selbstverständlich, dass

$$x^* = 4.0748 > 2.8502 = x_{opt} \tag{34}$$

ist. Das obige Fazit lässt sich auch mathematisch bestimmen. Beachten Sie, dass

$$x^* = \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1(b_0 - a_0)}}{2b_1} = \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 4b_1(a_0 - b_0)}}{2b_1} \tag{35}$$

gilt. Sei Angenommen, dass die Ergebnisse der Wurzeln positiv sind. Dann

$$x^* = \frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 4b_1(a_0 - b_0)}}{2b_1} > \frac{(a_1 - 2c_1) + \sqrt{(a_1 - 2c_1)^2 + 4b_1(a_0 - b_0)}}{2b_1} = x_{opt} \tag{36}$$

ist, da $a_1 > (a_1 - 2c_1)$ gilt, weil $c_1 > 0$ durch eine Annahme ist.