

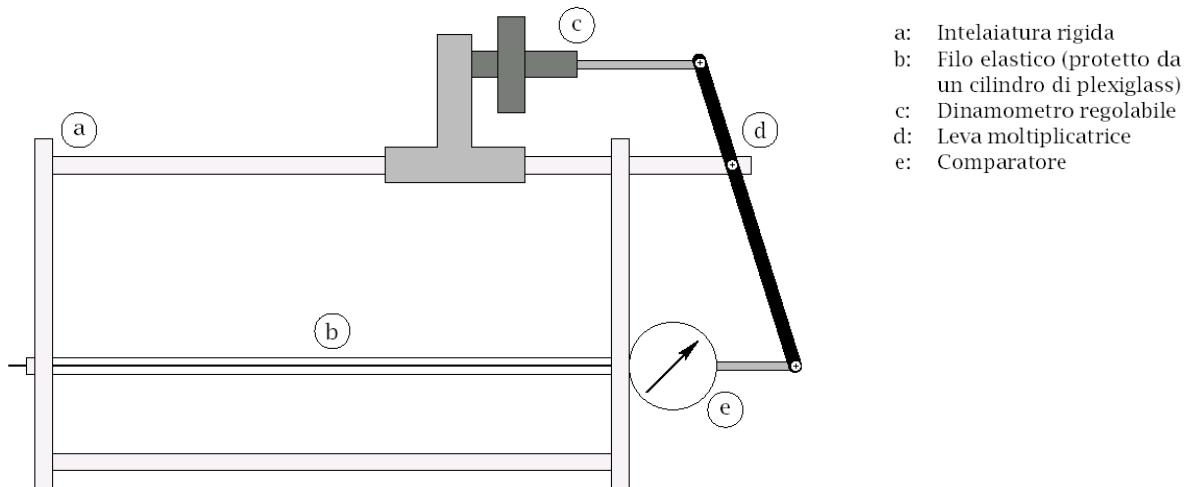
## Esperienza con l'estensimetro

### Obiettivi

1. la verifica della risposta elastica lineare, ovvero la dipendenza lineare del modulo dell'allungamento (accorciamento)  $\Delta x$  di un corpo elastico dal modulo della forza applicata  $F_{app}$ :  $\Delta x = K F_{app}$ ;
2. nel caso di un corpo cilindrico, stima del modulo di Young  $E = \frac{x_0}{SK}$  dove  $S$  è la sezione del cilindro,  $K$  è la costante di proporzionalità di  $\Delta x$  e  $F$  e  $x_0$  la lunghezza del cilindro a riposo.

### Dettagli tecnici sull'apparato sperimentale

L'estensimetro è uno strumento che permette di misurare l'allungamento subito da un filo elastico a seguito dell'applicazione di una forza di intensità nota ad un'estremità dello stesso (l'altra estremità essendo invece vincolata). Lo schema rappresentativo dell'apparato è riportato in Fig.1.



La misura dell'allungamento del filo è effettuata attraverso un minimetro, comparatore associato ad una lancetta rotante (1 giro completo della lancetta corrisponde ad 1 mm di allungamento del filo (sensibilità al centesimo di millimetro). Allungamenti superiori ad 1 mm (n. giri completi) sono visualizzati nella finestrella all'interno del quadrante.

La forza viene applicata al filo mediante un dinamometro attraverso la rotazione di una ghiera: la forza effettiva applicata  $F_{app}$  è pari a quattro volte il valore  $F$  letto sulla scala graduata del dinamometro la cui scala graduata è espressa in grammi.

In laboratorio sono disponibili 16 estensimetri in acciaio (tipico valore del modulo di Young  $E_{acciaio}=(20,5\pm0,1)10^{10}\text{N/m}^2$ ), due estensimetri in tungsteno ( $E_{tung}=(37,9\pm1,5)10^{10}\text{N/m}^2$ ) ed uno di ottone ( $E_{ottone}=(9,6\pm0,2)10^{10}\text{N/m}^2$ ).

## Procedura

1. Posizionare la ghiera in modo che il valore della forza  $F$  letto sulla scala sia pari a 200g (quello effettivamente applicato sarà perciò  $4 \times 200\text{g} = 800\text{g}$ ).
2. Azzerare la scala del minimetro posizionando la ghiera in modo che lo zero corrisponda alla posizione della lancetta (che è associata perciò a  $F=200\text{g}$ ).
3. Aumentare la forza applicata al filo variando  $F$  di 100g in 100g fino a 1100g: per ogni valore di  $F$  e perciò della forza applicata, misurare l'allungamento  $\Delta x$  indotto sul filo elastico. Si otterranno 10 coppie  $(F_i, \Delta x_i)$ ,  $i=1, \dots, 10$ .
4. Partendo da  $F=1100\text{g}$ , diminuire la forza applicata al filo in modo che  $F$  vari di 100g in 100g sino a tornare al valore di 200g: per ogni valore di  $F$  e perciò della forza applicata, misurare l'accorciamento  $\Delta x$  indotto sul filo elastico. Si otterranno 10 coppie  $(F_i, \Delta x_i)$ ,  $i=1, \dots, 10$ .
5. Definendo il valore iniziale della forza applicata  $F_{app,0}=4 \times F_0$  e con  $\Delta F_{app,i}=F_{app,i}-F_{app,0}$  la differenza dell'*i-sima* misura rispetto la forza applicata iniziale, riportare in grafico la dipendenza  $(\Delta F_{app,i}, \Delta x_i)$  nella fase di allungamento e accorciamento del filo. Interpolare i dati relativi alla fase di allungamento con una retta di equazione  $y=a+bx$  e nella fase di accorciamento con una retta del tipo  $y=c+dx$ . Riportare i valori di  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  con i relativi errori dati dall'interpolazione lineare e verificare la compatibilità di  $a$  e  $c$  e la compatibilità di  $b$  e  $d$  rispettivamente. La costante  $K$  del filo è data da  $b$  e  $d$  rispettivamente. Come errore su  $x$  utilizzare  $1/3$  del valore dato dall'errore di sensibilità dello strumento.
6. Calcolare il modulo di Young  $E$  a partire dai valori di  $b$  e  $d$  così ricavati usando come diametro e lunghezza del filo i valori indicati sullo strumento utilizzato.

Ricordando che  $E = \frac{x_0}{SK} = \frac{4x_0}{\pi D^2 K}$  dove  $S$  è la sezione del filo,  $K$  è la costante di proporzionalità di  $\Delta x$  e  $F$  (e perciò pari a  $b$  e  $d$  nella fase di allungamento ed accorciamento rispettivamente) e  $x_0$  la lunghezza dal filo a riposo, calcolare l'errore sul modulo di Young  $E$  attraverso la formula di propagazione:

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_K}{K}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2}$$

7. Calcolare la media pesata dei valori del modulo di Young  $E_i \pm \sigma_{Ei}$  ottenuti dalle misure di allungamento e le misure di accorciamento ricordando che la media pesata è fornita dalla seguente relazione:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_i \frac{E_i}{\sigma_{E_i}^2}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{E_i}^2}} \quad \text{dove } \sigma_{\langle E \rangle} = \sqrt{\frac{1}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{E_i}^2}}}$$

8. Calcolare la media pesata  $\langle K \rangle$  dei valori di  $K$ ,  $K_i \pm \sigma_{K_i}$  ottenuti dalle misure di allungamento e le misure di accorciamento rispettivamente ricordando che la media pesata è fornita dalla seguente relazione:

$$\langle K \rangle = \frac{\sum_i \frac{K_i}{\sigma_{K_i}^2}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{K_i}^2}} \quad \text{dove } \sigma_{\langle K \rangle} = \sqrt{\frac{1}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{K_i}^2}}}$$

9. Verificare la compatibilità della stima  $\langle E \rangle$  con  $E_{\text{pes}}$  ricavata usando la media pesata dei  $\langle K \rangle$  ottenuti in fase di allungamento e accorciamento del filo:

$$E_{\text{pes}} = \frac{4x_0}{\pi D^2 \langle K \rangle} \quad \sigma_{E_{\text{pes}}} = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\langle K \rangle}}{\langle K \rangle}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2}$$

Discutere quale stima di  $E$  è migliore.

10. Ripetere i punti 1-9 utilizzando diversi estensimetri seguendo il seguente criterio: almeno 4 estensimetri in acciaio con stesso diametro ma diversa lunghezza a riposo; almeno 4 estensimetri in acciaio con stessa lunghezza e diverso diametro; *se disponibili in laboratorio*, 1 estensimetro con il filo in tungsteno e 1 estensimetro con il filo in ottone.
11. Per gli estensimetri in acciaio, verificare la dipendenza lineare di  $\langle K \rangle$  rispetto  $1/S$ ,  $S$  sezione del filo e di  $\langle K \rangle$  rispetto  $x_0$  riportando in grafico  $\langle K \rangle$  in funzione di  $1/S$  e di  $x_0$  rispettivamente. In entrambi i casi, sovrapporre ai dati la retta interpolante e disporre in grafico gli errori di  $\langle K \rangle$ .
12. Per gli estensimetri in acciaio, verificare che il rapporto  $R = \langle K \rangle / x_0$  è costante utilizzando come valori di  $\langle K \rangle$  la media pesata prima calcolata. Riportando in grafico il valore  $R$  in ordinata rispetto a  $x_0$  in ascissa. Associare ad ogni valore di  $R$  l'errore dato dalla propagazione

$$\sigma_R = R \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_0}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\langle K \rangle}}{\langle K \rangle}\right)^2}.$$

13. Per gli estensimetri in acciaio, verificare che il prodotto  $P = \langle K \rangle D^2$  è costante riportando in grafico il valore  $P$  (con i relativi errori) in ordinata rispetto a  $D^2$  in ascissa. Associare ad ogni

$$\text{valore di } P \text{ l'errore dato dall'interpolazione: } \sigma_P = P \sqrt{4\left(\frac{\sigma_D}{x_D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\langle K \rangle}}{\langle K \rangle}\right)^2}.$$