

# 数字图像处理第四次大作业

## HDR 的调研与实现

自 42 张博文 2014011455

## 目录

摘要 .....	3
关键词 .....	3
1.HDR 总述 .....	3
2.几种 HDR 算法 .....	3
2.1 Debevec 和 Malik 的方法 .....	3
2.1.1 算法原理 .....	3
2.2 Mitsunaga 和 Nayar 的方法及改进 .....	5
2.2.1 算法原理 .....	5
2.2.2 算法存在的问题与改进 .....	6
2.3 HDR 到 LDR 的映射 .....	6
2.3.1 传统映射方法 .....	6
2.3.2 分段式对数映射 .....	7
3.算法实现 .....	7
3.1 Debevec 和 Malik 方法的 Matlab 实现 .....	7
3.2 参数对结果的影响 .....	8
3.3 对效果的一些改进 .....	9
4.总结 .....	10
参考文献 .....	10

# 摘要

高动态光照渲染(HDR)技术可以为图像提供更多的动态范围和细节,更好地反映实际环境。本文研究了 Debevec 和 Malik 的算法和 Mitsunaga 和 Nayar 的算法及改进,也研究了如何从 HDR 图像映射到 LDR 图像,并利用 matlab 实现了第一种算法,并对其中的参数选取对结果造成的影响进行了分析。

# 关键词

HDR, 辐照度, 非线性映射, matlab

## 1.HDR 总述

高动态光照渲染 (High-Dynamic Range, 简称 HDR) 图像, 相比普通的图像, 可以提供更多的动态范围和图像细节, 根据不同的曝光时间的普通图像, 利用每个曝光时间相对应最佳细节的普通图像来合成最终 HDR 图像, 能够更好地反映出真实环境中的视觉效果<sup>1</sup>。

由成像原理可知, 图片中真正的辐射度会经过一系列非线性映射, 最终成像为数字图像, 所以 HDR 就是要从数字图像的灰度值出发, 恢复出经映射之前的该像素点的辐射度。

在本文中, 我将首先简要地介绍一下 Debevec 和 Malik 的算法, 以及 Mitsunaga 和 Nayar 的求取映射函数的算法; 之后我将介绍谭锐莘提出的由 HDR 图像将数据压缩为普通图像的分段对数映射算法; 然后我用 Matlab 实现了 Debevec 和 Malik 的求取映射函数的算法, 并讨论算法中各参数对于最终效果的影响。

## 2.几种 HDR 算法

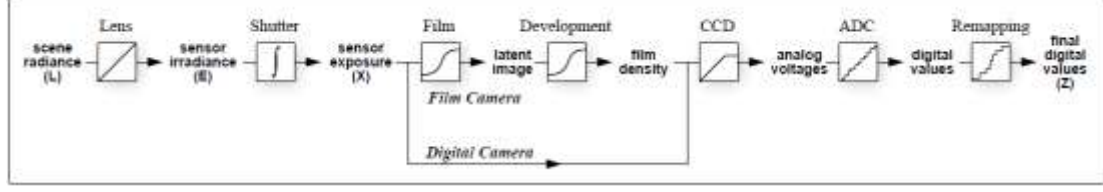
### 2.1Debevec 和 Malik 的方法

#### 2.1.1 算法原理

根据参考文献[2]中作者提出的理论, 在使用相机等成像工具拍摄一张照片时, 需要经历以下过程。

---

<sup>1</sup> 百度百科“HDR” [http://baike.baidu.com/link?url=c4yOlvj6BLHemR4LSBDC2PZmzFTmVVJiUvS-Kw8aWrCcZmOGvZsB3eH4IfUC28hvjAKfLVn5WLPdGkcdwsCdR0B5SC7yx34-HhW2A5PI0t8iPVL1iL51FBUBkHO4ety\\_\\_6n7zd1CFvg17Axjw1YxTINpEFol45PnGkJniim9OwRJQy2\\_ymmpyWvBrPrwTDqyrZ10i8qPXgPwbu7Z4cj1Mq](http://baike.baidu.com/link?url=c4yOlvj6BLHemR4LSBDC2PZmzFTmVVJiUvS-Kw8aWrCcZmOGvZsB3eH4IfUC28hvjAKfLVn5WLPdGkcdwsCdR0B5SC7yx34-HhW2A5PI0t8iPVL1iL51FBUBkHO4ety__6n7zd1CFvg17Axjw1YxTINpEFol45PnGkJniim9OwRJQy2_ymmpyWvBrPrwTDqyrZ10i8qPXgPwbu7Z4cj1Mq)



首先场景中的光辐射通过一种线性的映射转变为设备的辐照度  $E$ ，之后辐照度  $E$  和曝光时间  $\Delta t$  积分，得到设备的曝光度  $X$ ，之后曝光度经过包括底片成像、A/D 转换等等一系列非线性的变换，得到最终的数字图像像素值  $Z$ 。因此，为了恢复最初场景中辐射的真实情况  $L$ ，需要根据已有的数字图像  $Z$  和不同照片的曝光时间  $\Delta t$ ，通过某种运算得到  $L$ 。但由于  $L$  和  $E$  呈线性关系，所以也就是通过  $Z$  和  $\Delta t$  得到辐照度  $E$ 。

当曝光时间  $\Delta t$  极短且拍摄的场景无明显运动和变化时，可以认为感光度  $E$  不变，因此就有和曝光度  $X$  的关系

$$X = E\Delta t \quad (2.1.1)$$

由于从曝光度  $X$  到最终的数字图像像素  $Z$  之间的非线性映射是基于设备的，因此可以认为在拍摄不同曝光时间照片时，从  $X$  到  $Z$  的映射关系  $f$  不变，因此有

$$Z = f(X)$$

当拍摄了  $p$  张照片时，将 (2.1.1) 带入上式应有

$$Z_{ij} = f(E_i\Delta t_j) \quad (2.1.2)$$

其中  $j$  为照片索引， $j=\{1,2,\dots,p\}$ ； $Z_{ij}$  为第  $j$  张照片的第  $i$  个位置（将二维索引转化为一维索引后）处的像素值； $E_i$  为场景照片中第  $i$  个位置的感光度，在整个过程中保持不变； $\Delta t_j$  为第  $j$  张照片的曝光时间。

对 (2.1.2) 取反函数和对数，可得

$$\ln f^{-1}(Z_{ij}) = \ln E_i + \ln \Delta t_j$$

设  $g = f^{-1}$ ，上式可化为

$$g(Z_{ij}) = \ln E_i + \ln \Delta t_j \quad (2.1.3)$$

因此，要根据  $Z$  恢复  $E$ ，只需要将非线性函数  $g$  求出，之后便可以根据映射关系，将图像中的灰度值映射为相应的辐照度  $E$ ，再将结果线性变换到  $[0,1]$  之间，便可得到恢复的图像。由于已知了大量的  $Z_{ij}$  和  $\Delta t_j$ ，为了恢复函数  $g$ ，可以使用最小二乘法来估计函数  $g$ ，使得各数据点能够比较精确地符合 (2.1.3) 式。

设灰度值  $Z$  的变化范围为  $[Z_{min}, Z_{max}]$ ，共有  $N$  级灰度值，所以当求得的函数  $g$  最准确时，其二项目标函数应取值最小，即下式取值最小

$$O = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P [g(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]^2 + \lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} g''(z)^2 \quad (2.1.4)$$

上式左项最小保证了函数  $g$  的准确性，右项保证了函数  $g$  的平滑程度。参数  $\lambda$  是函数平滑程度相对于  $g$  的准确性的权重，具体应用中需要根据  $Z$  的噪声具体选取。

另外，由于参数  $\ln E_i$  被  $\ln E_i + \alpha$  替代， $g$  被  $g + \alpha$  替代时，(2.1.4) 式仍能满足，因此为了保证方程不被  $\alpha$  影响，需要再求取函数  $g$  时，加上一个方程的限制

$$g\left(\frac{Z_{min}+Z_{max}}{2}\right) = 0 \quad (2.1.5)$$

根据经验表明，在接近  $Z_{min}$  和  $Z_{max}$  时，函数  $g$  会变得比较平缓， $g$  的导数较小，因此可能会产生较大的误差，为了保证函数  $g$  的正确，应当为每个灰度值  $z$  提供一个权值函数  $w(z)$ ，以表征其在求取函数  $g$  时的作用，一般的可以按照以下规则选取

$$w(z) = \begin{cases} z - Z_{min} & \text{for } z \leq \frac{1}{2}(Z_{min}+Z_{max}) \\ Z_{max} - z & \text{for } z > \frac{1}{2}(Z_{min}+Z_{max}) \end{cases} \quad (2.1.6)$$

因此 (2.1.4) 式变为

$$O = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P \{w(Z_{ij})[g(Z_{ij}) - \ln E_i - \ln \Delta t_j]\}^2 + \lambda \sum_{z=Z_{min}+1}^{Z_{max}-1} [w(z)g''(z)]^2 \quad (2.1.7)$$

对于照片幅数 P 的选取, 应当满足  $N(P-1) \geq (Z_{max} - Z_{min})$

当根据 (2.1.5) 式和 (2.1.7) 式求得了函数 g 后, 由 (2.1.3) 式, 可得结果

$$\ln E_i = g(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j$$

为了降低单幅图片的噪声干扰, 可以通过多幅图片恢复最终的辐照度 E

$$\ln E_i = \frac{\sum_{j=1}^P w(Z_{ij})(g(Z_{ij}) - \ln \Delta t_j)}{\sum_{j=1}^P w(Z_{ij})} \quad (2.1.8)$$

最终, 将  $E_i$  线性变换到 [0,1] 区间上, 即得到恢复后的图像。

## 2.2 Mitsunaga 和 Nayar 的方法及改进

### 2.2.1 算法原理

这个算法也是估计从照片像素值向曝光度映射的相应函数。该文献指出, 任何相应函数都可以用一个高阶的多项式来描述<sup>2</sup>

$$X = g(Z) = \sum_{n=0}^N c_n Z^n \quad (2.2.1)$$

其中 M 为图像亮度, I 为曝光度, N 为多项式的阶, 一般取 5-10 之间,  $c_n$  为多项式 n 次项的系数。

假设同一场景的两张图像曝光度分别为  $X_j$  和  $X_{j+1}$ , 那么, 曝光度比

$$X_{j,j+1} = \frac{X_j}{X_{j+1}}$$

因此在像素点 i 点处, 对于两张不同曝光度的照片, 应有

$$\frac{g(Z_{i,j})}{g(Z_{i,j+1})} = X_{j,j+1}$$

将 (2.2.1) 式带入, 有

$$\frac{\sum_{n=0}^N c_n Z_{i,j}^n}{\sum_{n=0}^N c_n Z_{i,j+1}^n} = X_{j,j+1} \quad (2.2.2)$$

其中  $Z_{i,j}$  为第 j 幅图像的第 i 个位置的像素值

若曝光度比  $X_{j,j+1}$  已知, 则相应函数可以通过 (2.2.2) 得到的误差函数来求解

$$\varepsilon = \sum_{j=1}^Q \sum_{i=1}^P [\sum_{n=0}^N c_n Z_{i,j}^n - X_{j,j+1} \times \sum_{n=0}^N c_n Z_{i,j+1}^n]^2 \quad (2.2.3)$$

Q 是所用图像的个数, P 为每幅图片的采样点个数, M 经线性变换到 [0, 1] 区间上, 且令

$$g(1) = \max(X)$$

因此得到附加条件

$$C_N = \max(X) - \sum_{n=0}^{N-1} c_n \quad (2.2.4)$$

令

<sup>2</sup> Debevec P. E., Malik J. . Recovering high dynamic range radiance maps from photographs.  
In :Proceedings of the ACMSIGG RAPH97, Los Angeles, 1997, 369 ~ 378

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial c_n} = 0 \quad (2.2.5)$$

则可求出(2.2.1)式中的各项系数 $c_n$

在实际应用中，需要先给出各照片之间粗略的曝光度比 $X^{(0)}_{j,j+1}$ ，然后根据(2.2.5)算出(2.2.1)中的各项系数 $c_n$ ，之后根据式(2.2.2)计算新的曝光度比 $X^{(1)}_{j,j+1}$ ，再利用(2.2.5)式算出新的 $c_n$ ，不断循环，直至最终满足迭代条件

$$|g^{(k)}(Z) - g^{(k-1)}(Z)| < \delta$$

其中  $M$  值任意， $\delta$ 为给定的一个很小的阈值。

在求得了函数  $g$  后，将各幅图的像素值  $Z$  根据(2.2.1)式映射为  $X$ ，再乘以相应的曝光度比使每幅图像的曝光度为同一意义下的，最后对各个图像进行加权平均

$$X_i = \frac{\sum_{j=1}^Q w(Z_{i,j}) \times X_{i,j}}{\sum_{j=1}^Q w(Z_{i,j})}$$

## 2.2.2 算法存在的问题与改进

根据章卫祥<sup>3</sup>等人的文章指出，上述算法很容易发散，导致  $g(0)$  偏离 0，开始逐渐变大，随着迭代过程继续进行， $g(0)$  不断增大，最后相应函数  $g$  恒等于 1。

为了解决这个问题，需要对函数  $g$  加一个约束条件  $g(0)=0$ ，即  $C_0 = 0$ 。再增加了这个约束条件后，算法变的比原来更易收敛，因此初始的曝光度比 $X^{(0)}_{j,j+1}$ 也可以根据像素平均值来估计，即

$$X^{(0)}_{j,j+1} = \frac{\sum_{i=1}^P Z_{i,j}}{\sum_{i=1}^P Z_{i,j+1}}$$

另外，根据算法原理，迭代停止的条件应当是 $\varepsilon$ 值最小的情形，因此迭代结束条件可以改为当 $\varepsilon_k \geq \varepsilon_{k-1}$ 时停止迭代。

## 2.3 HDR 到 LDR 的映射

### 2.3.1 传统映射方法

之前的算法在通过一系列运算得到相应函数  $g$  后，根据图像灰度值求得相应的辐射度，但最终若要显示图像，仍需将辐射度映射在 $[0,255]$ 区间内，这就是从 HDR 到 LDR 的映射问题。

常见的两种映射方法是线形移位法和对数算法。其中线性移位法是将以  $n$  比特整数表示的 HDR 图像直接右移 $(n-m)$ 个比特得到  $m$  比特整数的 LDR 图像。对数法是以 2 为底，将数值区间 $[0, 2^n]$  对数化到区间 $[0, n]$ ，然后再线性变换到区间 $[0, 2^m]$ 。这两种算法都是全局算法，图像效果一般。

另外一种较为简便的算法是分段函数映射，它使用三段式的分段函数对 HDR 图像进行

<sup>3</sup> 章卫祥,周秉锋. 一个稳健的用于 HDR 图像的相机响应函数标定算法[J]. 计算机学报,2006,(04):4658-4663.

压缩, 对不同的亮度区域进行分辨率调整。

### 2.3.2 分段式对数映射

谭锐莘<sup>4</sup>在文章中提出了一种分段对数映射的方法, 集合了上述算法的优点, 传统的对数映射算法形式如下

$$f(x) = a \times \log_{base}(x + 1)$$

其中 $a$ 和 $base$ 的值基于实际映射范围而定, 以 10bit 的 HDR 图像为例, 将公式改为

$$f(x) = (1.6 \times \log_2(x + 1))^2 - 0.5, x \in [0, 1023] \quad (2.3.1)$$

若将映射区间分为两端 $[0, 511]$ 和 $(511, 1023]$ , 则需要使用不同的含参映射曲线

$$f(x) = \begin{cases} a_1 \left( (1.6 \times \log_2(x + 1))^2 - 0.5 \right) + a_2, & x \in [0, 511] \\ a_3 \left( (1.6 \times \log_2(x + 1))^2 - 0.5 \right) + a_4, & x \in (511, 1023] \end{cases}$$

令 $A(x) = (1.6 \times \log_2(x + 1))^2 - 0.5$ , 则应有

$$a_1 A(0) + a_2 = 0$$

$$a_1 A(511) + a_2 = a_3 A(511) + a_4$$

$$a_3 A(1023) + a_4 = 255$$

另外再引入一个渐变系数

$$\alpha = \frac{a_3}{a_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

其中 $N_i$ 为第 $i$ 个区间内的像素个数。则按照此方法可以将区间继续二分, 可以根据需求划分出  $2n$  个区间, 在每段上分别进行对数映射。

这种算法可以增强高低亮度区域的对比度, 并且使高低亮度区域交界处变平滑。

## 3. 算法实现

### 3.1 Debevec 和 Malik 方法的 Matlab 实现

根据 2.2.1 中的算法以及在参考文献[2]中提供的部分代码, 我在 matlab 中实现了这种算法。算法实现的流程如下:

- ① 读取提供的六张不同曝光时间的照片
- ② 将 RGB 三个通道分开进行处理, 即根据 RGB 分为三组图片, 每组六张
- ③ 设置六张图片的曝光时间, 以及(2.1.7)式中的参数  $\lambda$
- ④ 求取函数  $g$
- ⑤ 根据(2.1.8)式求取照片的辐射度, 并将其转化为 $[0, 1]$ 范围上的取值
- ⑥ 将三个通道合并

可以看到, 比较重要的步骤是求取函数  $g$  的过程。其中求取函数  $g$  的过程我使用了参考文献[2]中提供的函数 `gsolve.m`, 将 6 张图片的像素点和 6 张图片的曝光时间, 以及各灰

---

<sup>4</sup> 谭锐莘. HDR 到 LDR 图像的分段式对数映射算法[J]. 计算机应用, 2008, (07): 1724-1725+1741.

度级的权重，参数  $\lambda$  输入，最终返回函数  $g$ 。由于计算量的影响，无法将图片中所有的点都输入到函数中，所以需要对图片的各像素点进行采样。由

$$N(P-1) \geq (Z_{max} - Z_{min})$$

得

$$N \geq \frac{Z_{max} - Z_{min}}{P-1} = 51$$

取  $N=400$ ，即在每一张图中取 400 个采样点。为了保证概率，我在整幅图上按照二维均匀分布取了 400 个采样点。

在获取采样点后，要求取函数  $g$ 。求取函数  $g$  使(2.1.7)式最小，即使两项均为 0，再根据 SVD 得到其解。可构造矩阵  $Ax = b$  如下

$$A \begin{bmatrix} g(0) \\ g(1) \\ g(2) \\ \dots \\ g(255) \\ \ln E_1 \\ \ln E_2 \\ \dots \\ \ln E_{400} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} \ln \Delta t_1 \\ w_{12} \ln \Delta t_2 \\ \dots \\ w_{16} \ln \Delta t_6 \\ w_{21} \ln \Delta t_1 \\ w_{22} \ln \Delta t_2 \\ \dots \\ w_{26} \ln \Delta t_6 \\ \dots \\ \dots \\ w_{400 \ 6} \ln \Delta t_6 \end{bmatrix}$$

其中  $w_{ij}$  为第  $j$  幅图的第  $i$  个采样点的灰度值的权重；矩阵  $A$  为

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & 0 \end{bmatrix}$$

其中  $A_1$  的第  $i$  行第  $j$  列为  $w_{ij}$ ，其余位置为 0

$$A_2 = \begin{bmatrix} -w_{11} & & & & & & \\ -w_{12} & & & & & & \\ \dots & & & & & & \\ -w_{16} & & & & & & \\ & -w_{21} & & & & & \\ & -w_{22} & & & & & \\ & \dots & & & & & \\ & -w_{26} & & & & & \\ & & \dots & & & & \\ & & \dots & & & & \\ & & & -w_{400 \ 6} & & & \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \lambda w(0) & -2\lambda w(0) & \lambda w(0) & & \\ & \lambda w(1) & -2\lambda w(1) & \lambda w(1) & \\ & & & & \\ & & & \lambda w(400) & -2\lambda w(400) & \lambda w(400) \end{bmatrix}$$

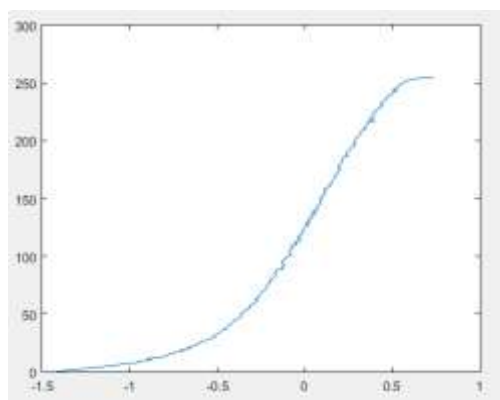
则实际上  $A_1 A_2$  部分构成了(2.1.7)式的左边项， $A_3$  构成了右边的项，最终由  $x = A^{-1}b$ ，再取前 256 项，即为函数  $g$ 。

### 3.2 参数对结果的影响

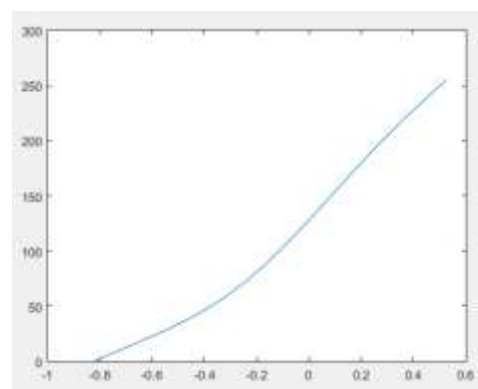
在本程序中，六幅图片的曝光时间为从 0.00625 到 0.1 均匀变化的六个值，参数  $\lambda$  分别



取值为 0.1 和 1000，程序运行的效果如下



$\text{LnE}-Z(\lambda=0.1)$

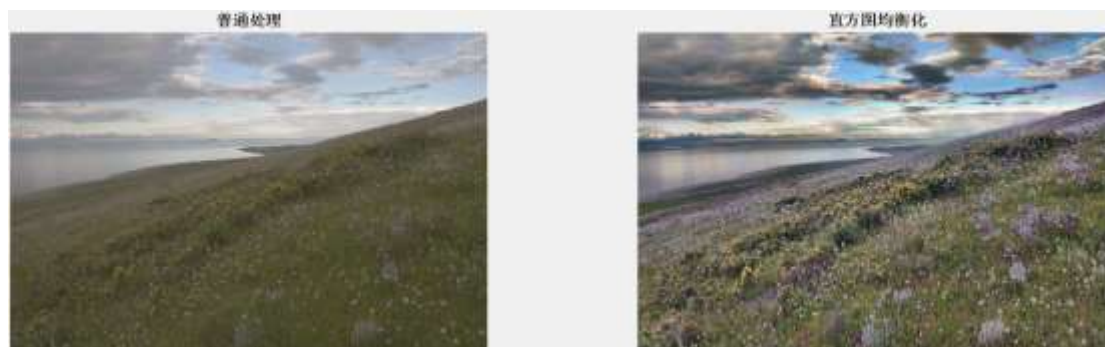


$\text{LnE}-Z(\lambda=1000)$

可以看到，该算法已经将各个曝光时间中的细节合成在了一起。其中参数  $\lambda$  越大，图像的对比度会减小。这是由于  $\lambda$  的值是表征函数  $g$  的光滑程度对于和数据的拟合程序的权重之比的。 $\lambda$  越大，说明函数越光滑，导致  $\text{LnE}$  和  $Z$  的函数关系越接近线性，从而使非线性环节的作用减小，使得图像丢掉某些细节。

### 3.3 对效果的一些改进

可以发现，恢复的 HDR 图像仍有一些发暗，为了让整个色彩更均衡，可以对最终的结果进行直方图均衡化，使其对比度增加，整个图像变清晰。



## 4.总结

HDR 算法目前已经比较完善, Debevec 和 Malik 的算法计算较为简单, 而且算法鲁棒性强, 但是需要知道各幅图片比较准确的曝光时间; Mitsunaga 和 Nayar 的及改进算法计算量略大, 但是几乎不需要提供各幅照片的曝光时间, 程序可自行迭代运算。

在求得了非线性传递函数后, 从 HDR 向 LDR 映射时, 可采取全局和分段两种映射方法, 使用时需要视具体数据大小和需要的映射范围确定。

在通过 HDR 恢复了图像后, 还可以对图像进行后续的操作, 以使其达到比较好的视觉效果。

## 参考文献

[1]百度百科“HDR”

[http://baike.baidu.com/link?url=c4yOlvj6BLHemR4LSBDC2PzmzFTmVVjiUvS-Kw8aWrCcZmOGvZsB3eH4IfUC28hvjAKfLVn5WLPdGkcdwsCdR0B5SC7yx34-HhW2A5PI0t8iPVL1iL51FBUBkHO4ety\\_6n7zd1CFvg17Axjw1YxTINpEFol45PnGkJniim9OwRJQy2\\_ymmpyWvBrPrwTDqyrZ10i8qPXgPwbu7Z4cj1Mq](http://baike.baidu.com/link?url=c4yOlvj6BLHemR4LSBDC2PzmzFTmVVjiUvS-Kw8aWrCcZmOGvZsB3eH4IfUC28hvjAKfLVn5WLPdGkcdwsCdR0B5SC7yx34-HhW2A5PI0t8iPVL1iL51FBUBkHO4ety_6n7zd1CFvg17Axjw1YxTINpEFol45PnGkJniim9OwRJQy2_ymmpyWvBrPrwTDqyrZ10i8qPXgPwbu7Z4cj1Mq)

[2]Debevec P. E., Malik J. . Recovering high dynamic range radiance maps from photographs. In :Proceedings of the ACM SIGGRAPH 97, Los Angeles, 1997, 369 ~ 378

[3]Nayar S. K., Mitsunaga T. . High dynamic range imaging: Spatially varying pixel exposures. In :Proceedings of IEEE CVPR, Hilton Head Island, South Carolina, 2000, 472 ~ 479

[4]谭锐莘. HDR 到 LDR 图像的分段式对数映射算法[J]. 计算机应用,2008,(07):1724-1725+1741.

[5]章卫祥,周秉锋. 一个稳健的用于 HDR 图像的相机响应函数标定算法[J]. 计算机学报,2006,(04):4658-4663.

[6]Mann S., Picard R. . Being ‘undigital’ with digital cameras :extending dynamic range by combining differently exposed pictures. In :Proceedings of IS T’s 48th Annual Conference, Washington, 1995, 422 ~ 428