

Standard space: V, F , 2↑ operation

Polynomial space: V 为 coefficients
 F 为 R

function space: $(f+g)(x) := f(x)+g(x)$
 $(cf)(x) := cf(x)$

matrix space: $R^{m \times n}$ 的维度为 $m \times n$

矩阵乘: AB A 行乘 B 列

$rk(A) = rk(B) = |x|$ 1解

$rk(A) = rk(B) < |x|$ 无限解

$rk(A) < rk(B)$ 无解

echelonize 换

行列式按行、列展开

对行列式的行变换只有 (行乘 k 倍加到) 行
不改变行列式的值

其余的变换都会改值

$R^{m \times n}$

$$\det(AB) = \det A \det B$$

subspace operation

$$A+B = \{a+b, a \in A, b \in B\}$$

$$A \cap B = \{v \in V, v \in A \wedge v \in B\}$$

$$\dim(A) + \dim(B) = \dim(A+B) + \dim(A \cap B)$$

space V 为 subspace U_1, U_2 的 direct sum 若 $U_1 \cap U_2 = \{0\}$, and $U_1 + U_2 = V$

$$\text{记作 } V = U_1 \oplus U_2$$

其性质 U_1, U_2 的 base 为 B_1, B_2 则 $B_1 \cap B_2 = \emptyset$, $B = B_1 \cup B_2$ 为 V 的基底

对于所有 $v \in V$, 有唯一表示 $v = x + y, x \in U_1, y \in U_2$

$f: V \rightarrow W$ 为 linear map

定义 subspace $f^{-1}(\{0_W\}) = \{x \in V; f(x) = 0_W\}$
即 V 中满足 $f(x) = 0_W$ 的空间, 称为 kernel of f
即 $\ker f$

$$\text{并满足 } \dim V = \dim(\ker f) + \dim f(V)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$r_2 - r_3$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|I| = 2$$

$$|I| = 0$$

3

$$\underbrace{r_1 \leftrightarrow r_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\underbrace{r_2 + r_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\underbrace{r_2 \sim r_3}$$

3x4

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l

3x3

a	b	c
e	f	h
i	j	l

#0

7/3

3

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

= 1