

TD : Oscillateurs amortis (1)

1 Influence d'un condensateur sur un circuit RL

Soit un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne r . Il est placé aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance R . On suppose qu'à l'instant initial, l'ensemble fonctionne en régime permanent. On branche alors en parallèle avec la bobine un condensateur de capacité C . L'objet de ce problème est l'étude de l'intensité i traversant la bobine.

1. Déterminer la valeur de i à $t = 0^+$ juste après avoir branché le condensateur.
2. Même question pour $\frac{di}{dt}$.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par i .
4. On donne $L = 43 \text{ mH}$, $R = 9,1 \Omega$, $r = 50 \Omega$ et $E = 5,0 \text{ V}$. Quelle valeur doit-on prendre pour C pour observer un régime quasipériodique ?
5. Déterminer l'expression littérale de i si $C = 10 \mu\text{F}$.

2 Amortisseur

Un amortisseur de voiture modélisé par un ressort de raideur K et de longueur à vide $l_0 = 40,0 \text{ cm}$ monté en parallèle avec un amortisseur fluide de coefficient $h = 4000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$. La masse $M = 1000 \text{ kg}$ de la voiture est supposée reposer totalement sur cet unique amortisseur placé juste au-dessus de la roue de diamètre D . On prendra pour origine l'axe (Oz) vertical, sur lequel on repère l'abscisse z du point matériel P représentant la voiture, à la position d'équilibre de cette dernière qui correspond à une longueur du ressort $l_{eq} = 20,0 \text{ cm}$.

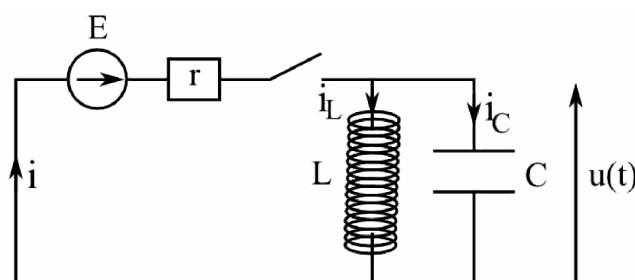
1. Déterminer à partir de ces données, la valeur de la constante de raideur K du ressort. On prendra $g = 10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On donne alors, à un instant pris comme origine des temps, une impulsion initiale verticale, c'est-à-dire une énergie cinétique finie dispensée en un temps infiniment court, ce qui revient à des conditions initiales $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = \dot{z}_0 \neq 0$.

2. Déterminer la solution $z(t)$ avec les conditions initiales et les valeurs numériques proposées.
3. Donner l'allure de son graphe.

3 Circuit RLC non-série

Déterminer la réponse $u(t)$ du circuit suivant sachant que le condensateur est initialement déchargé et les courants d'intensité initialement nulles.



On donne $E = 5,0 \text{ V}$, $r = 50 \Omega$, $L = 100 \mu\text{H}$ et $C = 10 \text{ nF}$.

4 Régime transitoire d'un circuit RLC parallèle

Soit un circuit constitué de l'association en série d'une source idéale de tension E , d'une résistance R , d'un interrupteur K et de l'association en parallèle d'une résistance r , d'une inductance L et d'une capacité C . Initialement l'interrupteur est ouvert, la capacité est déchargée et tous les courants sont nuls. On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$. On notera i l'intensité du courant dans R , i_1 dans L , i_2 dans C et i_3 dans r ainsi que u la tension aux bornes de r (ou de C ou de L).

1. Déterminer, en les justifiant, les valeurs de u , i , i_1 , i_2 et i_3 juste après la fermeture de l'interrupteur K .
2. Même question lorsque le régime permanent est complètement établi.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par i_3 pour $t > 0$.
4. L'écrire sous la forme :

$$\frac{d^2 i_3}{dt^2} + 2\lambda\omega_0 \frac{di_3}{dt} + \omega_0^2 i_3 = 0 .$$

On donnera les expressions de ω_0 et λ en fonction de r , R , L et C .

5. Établir la condition que doivent vérifier r , R , L et C pour observer un régime pseudopériodique.
6. Que caractérise λ ?
7. Définir la pseudo-pulsation ω et la pseudo-période T et en donner les expressions en fonction de r , R , L et C .
8. Déterminer l'expression de i_3 en fonction du temps. On justifiera la détermination des constantes.
9. Déterminer le temps nécessaire pour que le régime permanent soit établi dans le circuit avec une précision d'un millièème.
10. Déterminer, en les justifiant, les valeurs de u , i , i_1 , i_2 et i_3 juste après l'ouverture de

l'interrupteur K .

- 11.** Établir l'équation différentielle vérifiée par i_3 lorsqu'on ouvre l'interrupteur. On ne se préoccupera pas de ce qui se passe juste à l'instant de l'ouverture.
- 12.** L'écrire sous une forme analogue à celle de la question 4.
- 13.** Quelle est la nature du régime ? On suppose que la condition de la question 5. est vérifiée.
- 14.** À quelle condition aura-t-on un signal non nul lors de l'ouverture de l'interrupteur ?