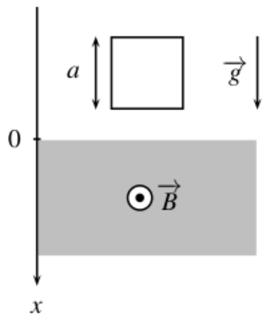
TD 26 : Circuit mobile dans un champ fixe

1 1 Cadre qui chute dans un champ localisé

Un cadre conducteur, constitué de 4 segments de longueur a, tombe dans le plan du schéma sous l'effet de la gravité. Sa résistance électrique est notée R, son autoinductance L. L'espace est divisé en deux régions :

— pour $x < 0$, il n'y a pas de champ magnétique,

— pour $x > 0$, un champ magnétique est présent. Il est uniforme, stationnaire et orthogonal au plan du schéma.

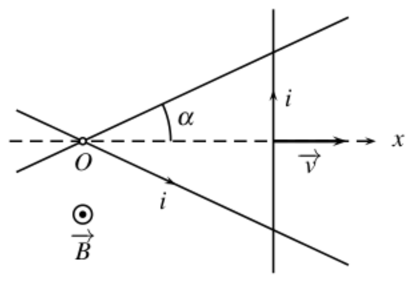


Établir les équations différentielles régissant la vitesse $\vec{v}(t)$ du cadre dans les 3 régions :

1. le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} = \vec{0}$,
2. le cadre est à cheval sur les régions où $\vec{B} = \vec{0}$ et $\vec{B} \neq \vec{0}$,
3. le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} \neq \vec{0}$.

2 2 Rails de Laplace croisés

On considère deux rails de Laplace qui se croisent au point O. Ils sont horizontaux et plongés dans un champ magnéique $\vec{B}$ uniforme. Une tige $\mathcal{T}$ glisse sans frottement sur eux, tout en restant parallèle à elle-même ; elle est entrainée à la vitesse constante $\vec{v} = v\vec{u}_x$.



1. Établir, en fonction de la position $x(t)$ de la tige $\mathcal{T}$, l'expression de la f.é.m. induite dans le circuit formé des rails et de la tige.

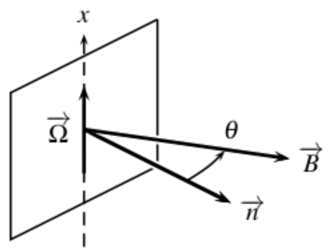
2. Attendu que la résistance électrique du circuit est proportionnelle à sa longueur, c'est-à-dire que $R = kl$, déterminer l'intensité du courant dans le circuit. Commenter son signe.

3. Établir l'expression de la force qu'un opérateur doit exercer sur la tige $\mathcal{T}$ afin qu'elle garde sa vitesse constante.

4. Établir les expressions de la puissance perdue par effet Joule, de la puissance fournie par l'opérateur. Les comparer.

4 3 Moteur asynchrone

Une spire plate de résistance R, d'inductance L et de surface S, tourne à vitesse angulaire constante Ω autour d'un de l'axe (Ox). La normale $\vec{n}$ à la spire est contenue dans le plan (Oyz). La spire est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ localement uniforme, contenu dans le plan Oyz, de norme constante, tournant à la vitesse angulaire constante ω autour de (Ox). Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne la bobine.



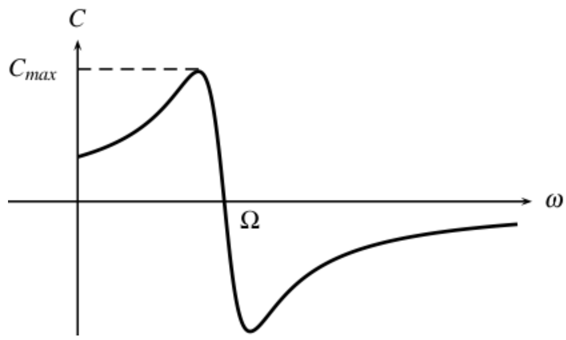
1. Comment réaliser un champ magnétique tournant ?

2. Expliquer sans équation pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses ω et Ω peuvent-elles être identiques ?

3. Calculer l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans la bobine en fonction de l'angle instantané θ entre le champ magnétique $\vec{B}$ et la normale $\vec{n}$ à la spire. L'intégrer en régime harmonique permanent grâce au passage aux complexes (on justifiera avec soin la pulsation du courant et on n'oubliera pas de prendre la notation complexe pour les deux membres de l'équation).

4. En considérant le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen au cours du temps C s'exerçant sur la bobine.

5. L'allure de la courbe $C(\omega)$ est donnée sur la figure. Le moteur peut-il démarrer seul ? Étudier graphiquement la stabilité des points de fonctionnement si le moteur entraîne une charge de couple résistant constant connu.

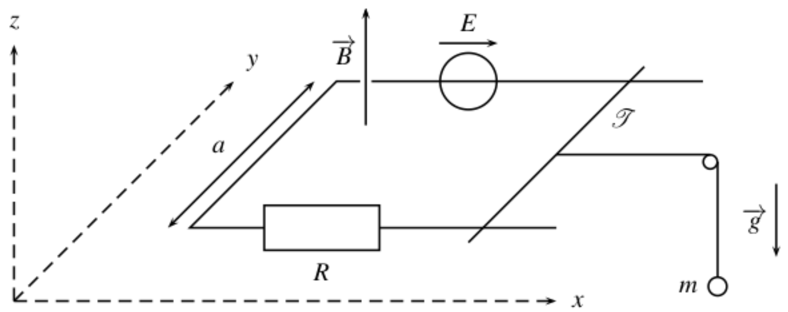


6 4 Tige entrainée par gravité

Une tige conductrice $\mathcal{T}$, de masse m_0, glisse sans frotter suivant $\vec{u}_x$ sur deux rails distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant une résistance R et un générateur de f.é.m. constante E. La tige $\mathcal{T}$ a une résistance électrique négligeable devant R. On négligera tout phénomène d'autoinduction.

La tige $\mathcal{T}$ est lié par son centre à un fil sans masse et inextensible portant une masse ponctuelle m dont le mouvement est vertical. Le fil coulisse sans frottement autour d'une poulie immobile. L'ensemble est plongé dans des champ magnétique et de pesanteur uniformes, stationnaires et orthogonaux au plan du circuit électrique.

On lache la tige $\mathcal{T}$ alors qu'elle est initialement immobile. On note $\vec{v}(t) = v(t)\vec{u}_x$ la vitesse de $\mathcal{T}$ et $\vec{v}_m(t) = v_m(t)\vec{u}_z$ celle de la masse m.



1. Quel est le lien entre v et v_m ?

2. Établir l'expression de la f.é.m. induite dans le circuit.

3. Établir l'expression de la force de Laplace qui s'exerce sur la tige, ainsi que celle de la force du fil sur la tige $\mathcal{T}$.

4. Établir une équation différentielle portant sur $v(t)$.

5. Calculer et tracer $v(t)$. Quels sont les différents comportements possibles suivant les valeurs de E ?