

## TD : Introduction au monde quantique

### 1 Longueur d'onde de de Broglie

1. Calculer la longueur d'onde de de Broglie d'un homme de 75 kg marchant à  $5,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Comparer à la largeur de la porte de votre chambre et conclure.
2. Quelle énergie, en électronvolts, doit-on communiquer à des électrons, de masse  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , pour que leur longueur d'onde de de Broglie soit égale à  $0,1 \text{ nm}$  ?
3. Calculer les longueurs d'onde de Broglie pour un électron et un proton, de masse  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , dont les énergies cinétiques valent toutes  $100 \text{ eV}$ .

### 2 Microscope électronique à balayage

Le pouvoir de résolution d'un microscope, c'est-à-dire la taille caractéristique des plus petits détails qu'il est possible d'observer, est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde utilisée.

1. Quel est le phénomène qui limite le pouvoir de résolution d'un microscope ?
2. Rappeler les valeurs des longueurs d'onde extrêmes du spectre visible et déterminer les énergies en eV des photons correspondants.

La taille des grains de pollen d'orchidée dont l'image est fournie ci-contre est de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ .

**3.a.** Expliquer pourquoi cette image ne peut pas provenir d'un microscope optique, sachant qu'en grossissant l'image ci-contre, on peut observer des détails 100 fois plus petits que la taille des grains de pollen.

**3.b.** L'image a été obtenue à l'aide d'un microscope électronique à balayage (MEB), dans lequel un faisceau d'électrons est envoyé sur l'échantillon à analyser. Après interaction avec la matière, ces électrons sont récupérés par des capteurs dont les informations permettent de reconstruire l'image. Évaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique minimale des électrons qui ont été utilisés pour obtenir cette micrographie. On donne la masse de l'électron  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

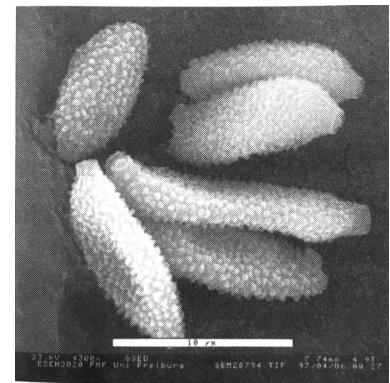


Image de Y. & R. Thomann

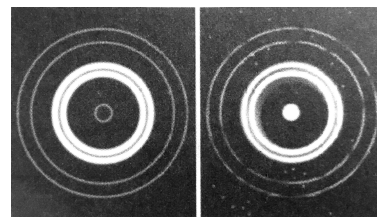
### 3 Expérience de G. P. Thomson

En 1927, les physiciens américains Davisson et Germer fournissaient la preuve expérimentale de l'hypothèse de Louis de Broglie en mettant en évidence le phénomène de diffraction d'électrons sur un échantillon monocristallin de nickel. Quelques mois plus tard, le britannique G. P.

Thomson confirmait ce résultat en faisant passer un faisceau d'électrons monocinétique à travers une mince feuille de métal. Avec des électrons accélérés par une différence de potentiel (tension) de l'ordre du kilovolt (kV), il obtint sur une plaque photographique placée derrière la cible une figure de diffraction identique à celle observée avec des rayons X de même énergie. Sur la figure, on voit des anneaux concentriques formant une figure de diffraction, obtenue à gauche avec des rayons X, et à droite avec le faisceau d'électrons.

1. En quoi l'expérience de G. P. Thomson confirma-t-elle la nature ondulatoire des électrons ?

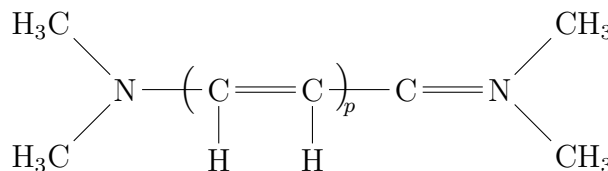
2. Donner l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rayons X. L'utilisation de ces derniers vous semble-t-elle adaptée pour mener une étude cristallographique par diffraction ?



3. Soumis à une différence de potentiel  $U > 0$ , un électron de charge  $q = -e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  et de masse  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , initialement au repos acquiert une énergie cinétique égale au produit  $eU$ . Établir la relation numérique approchée  $\lambda \simeq 1,23/\sqrt{U} \text{ nm}$  où  $U$  est la tension accélératrice en volts (V). En déduire la longueur d'onde des électrons utilisés par Thomson. Commenter.

#### 4 Molécules de colorant modélisées par un puits quantique

Les cyanines sont des colorants organiques répandus. On s'intéresse aux streptocyanines, molécules représentées ci-contre, dans lesquelles le motif du polyacétylène est répété  $p$  fois. Ces molécules ont une bande d'absorption dans le visible qui se déplace lorsque  $p$  varie, passant du bleu (pour  $p = 2$ ) au rouge (pour  $p = 5$ ). La théorie du puits quantique permet d'interpréter ces propriétés. Il y a en effet sur la molécule  $p + 1$  doublets d'électrons «  $\pi$  » délocalisés (les électrons des doubles liaisons) qui sont libres de se déplacer entre les deux atomes d'azote.



1. En admettant que toutes les liaisons C–C, ainsi que les deux liaisons C–N concernées ont la même longueur  $a = 0,139 \text{ nm}$ , exprimer en fonction de  $p$  et  $a$  la longueur  $L$  sur laquelle les électrons délocalisés sont libres de se déplacer.

2. On suppose que ces électrons sont dans un puits quantique infini de largeur  $L$ . Exprimer les énergies  $E_n$  possibles pour un électron de masse  $m_e$  dans ce puits.

3. Les électrons remplissent ces niveaux d'énergie en respectant le principe de Pauli et la règle de Hund (une recherche complémentaire est nécessaire). Montrer que le plus haut niveau d'énergie peuplé est le niveau  $E_{p+1}$ .

4. Lorsque la molécule absorbe un photon, un électron passe du niveau d'énergie où il se trouve à un niveau supérieur non occupé. La différence entre les deux niveaux d'énergie est égale à l'énergie du photon. En ne tenant compte que des électrons du puits, montrer que la plus grande longueur d'onde que la molécule absorbe est donnée par la formule :

$$\lambda = \frac{8ma^2c}{h} \frac{(2p+2)^2}{2p+3} . \quad (1)$$

5. Expérimentalement on mesure les longueurs d'onde d'absorption suivantes  $p = 2, 3, 4$  et  $5$  : 416 nm, 519 nm, 625 nm et 735 nm. Commenter.

6. Quelle est la couleur de la molécule pour  $p = 1$  ?