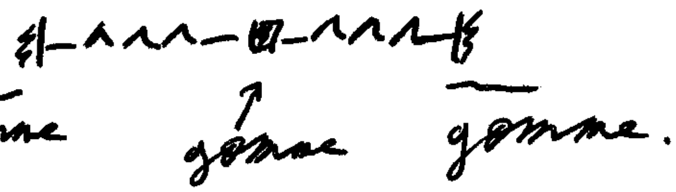
D.S. 05 - correction

Exercice 1 : Petits problèmes ouverts

1) On propose l'assemblage suivant :

→ 2 gros morceaux de gomme pour le bâti
→ 2 ressorts du stylo 4 couleurs
→ 1 petit morceau de gomme pour la masse :



Les deux morceaux de gommes seront maintenus sur la table par une main, un peu de gel hydroalcoolique pourra être placé sous la gomme mobile afin d'avoir des frottements visqueux et non pas solides, et les deux ressorts seront allongés avant la mise en mouvement du système.

<u>Note</u> : usuellement, on travaille avec des ressorts en extension afin que la relation de la force élastique soit représentative du phénomène.

Si la quantité de gel hydroalcoolique est suffisante, on observera des oscillations de la petite gomme, une fois celle-ci lâchée d'une position autre que celle d'équilibre.

On a $\boxed{Q \simeq N}$, avec N le nombre d'oscillations visibles. Ensuite, pour déterminer ω_0, on mesure la pseudo période T sur plusieurs (disons 10) oscillations avec la montre-chronomètre, et sachant qu'on a une solution sous la forme :

$$x(t) = \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right)\left[A\cos \Omega t + B \sin \Omega t\right],$$

avec : → x la position du mobile

→ Ω la pseudo période,

et on sait que $\Omega = \omega_0\sqrt{1-1/4Q^2}$, soit :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-1/4Q^2}}.}$$

Si on peut mesurer m, la masse du morceau de gomme, on peut remonter à k, la constante de raideur du ressort.

2) La radioactivité naturelle peut être décrite avec une cinétique d'ordre 1. On note $N(t)$ le nombre d'atome de ^{235}U

dans un échantillon, et λ, l'inverse de la demi-vie de l'uranium 235. On a :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

soit $\begin{cases} N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \\ N_0, \text{ nombre initial d'isotope 235} \end{cases}$

On choisit $t=0$ à notre époque, et t sera l'inverse de la durée nous séparant de cet évènement. On choisit, pour simplifier l'étude :

→ de poser $x(t) = N(t)/(N_{238} + N(t))$ la fraction molaire d'isotope 235 dans l'échantillon,

→ et vu que $N_{238} \gg N(t)\ \forall t$, on considère une expression simplifiée de $x(t) = N(t)/N_{238}$, avec N_{238} le nombre d'atomes de l'isotope 238 dans l'échantillon, supposé constant.

On écrit alors :

$$\begin{cases} x(t) = x_0 \exp(-\lambda t), \\ x_0 = N_0/N_{238}, \end{cases}$$

it $\quad x(t) = 0,04$

$$x(0) = x_0 = 0,0073,$$

d'où : $\quad t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{x_0}{x(t)}$

$$\boxed{t = -1,8 \cdot 10^9 \text{ ans}},$$

Les réactions nucléaires ont eu lieu il y a environ 2 milliard d'année.

Exercice 2 : Cinétique chimique

1) Si la réaction admet un ordre global égal à 0 pour l'unique réactif, on peut écrire :

$$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^0 = k.$$

$$d[A] = -k\,dt$$

$$\int_{[A]_0}^{[A](t)} du = -k \int_{v=0}^{t} dv. \quad \begin{cases} [A] = u \\ t = v \end{cases}$$

$$[A]_{(t)} = [A]_0 - kt.$$

Si les données expérimentales forment une droite en traçant $[A]_{(t)} = f(t)$, alors on aura une réaction d'ordre 0. C'est le cas, $R^2 = 0,9998$,

2) et le coefficient directeur correspond à $-k$:

$$\boxed{k = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}}.$$

3) On suppose que l'ordre de cette transformation est 1 par rapport au

réactif K_2O_2. On écrit alors la loi de vitesse :

$$v = -\frac{d[K_2O_2]}{dt} = +2\frac{d[O_2]}{dt} = k[K_2O_2],$$

soit

$$\frac{d[K_2O_2]}{[K_2O_2]} = -k\,dt$$

$$\int_{[K_2O_2]_0}^{[K_2O_2](t)} du = -k\int_0^t dv \qquad \begin{cases} [K_2O_2] = u \\ t = v. \end{cases}$$

$$\ln\frac{[K_2O_2](t)}{[K_2O_2]_0} = -kt,$$

$$[K_2O_2](t) = [K_2O_2]_0 \exp(-kt).$$

Nous effectuons ici un suivi manométrique

	K_2O_2 (aq) $\longrightarrow$	K_2O (l) +	$\frac{1}{2}$ O_2 (g)	n_g^{tot}
état initial	$n^0_{K_2O_2}$	/	$n^0_{O_2}$	n^0_{air}
état interméd.	$n^0_{K_2O_2} - \xi$	/	$\frac{1}{2}\xi + n^0_{O_2}$	$n^0_{air} + \frac{1}{2}\xi$

On suppose que tous les gaz sont parfaits,

d'où : $\Delta P = P(t) - P(t=0)$

$$= \frac{(n^0_{air} + \frac{1}{2}\xi)RT}{V_{gaz}} - \frac{n^0_{air}RT}{V_{gaz}}$$

$$= \frac{\xi}{2}\frac{RT}{V_{gaz}}.$$

soit $\xi = \dfrac{2\Delta P V_{gaz}}{RT}.$

et $[K_2O_2]_0 = n^0_{K_2O_2} / V_{solution}$

$$[K_2O_2](t) = (n^0_{K_2O_2} - \xi) / V_{solution}$$

$$= [K_2O_2]_0 - \frac{2V_{gaz}}{RT\,V_{solution}}\Delta P.$$

On trouve alors :

$$\ln [H_2O_2]_{(t)} = \ln\left(\frac{C_0 V_0}{V_0+V_1+V_2} - \frac{2V_{gaz}}{RTV_{sol}}\Delta P\right) = f(t),$$

avec $C_0 = 0{,}25\ mol.L^{-1} = 250\ mol.m^{-3}$
$V_0 = 30{,}0\ mL = 30{,}0.10^{-6}\ m^3$
$V_1 = 20{,}0\ mL = 20{,}0.10^{-6}\ m^3$
$V_2 = 3{,}0\ mL. = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^3.$
$V_{gaz} = 69{,}0\ mL = 69{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^3.$

et, pour $\ln [H_2O_2]_{(t)} = a\,t + b$, on obtient

$$\begin{cases} a = -1{,}75 \cdot 10^{-2} \\ b = 4{,}97 \\ R^2 = 0{,}9998 \end{cases},$$

c'est une droite, la transformation est effectivement d'ordre 1. On a alors :

$$\boxed{k = -a = 1{,}75 \cdot 10^{-2}\ min^{-1}}$$

Note : pour une transformation d'ordre 0 et 2, on a respectivement $R^2 = 0{,}998$ et $R^2 = 0{,}9997$, les résultats sont moins bons que pour l'ordre 1, la transformation est d'ordre 1.

4) a) On peut utiliser la loi d'Arrhénius,

$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT},$$

et celle-ci est vraie si E_a est constante sur le domaine de température considéré.

b) On peut alors tracer $\ln k$ en fonction de $1/T$, avec T en kelvin. On convertit aussi $k(\theta = 20{,}3°C) = 1{,}05\,s^{-1}$. On obtient alors, pour $\ln k = a' \cdot \frac{1}{T} + b'$:

→ le coefficient directeur $a' = -8740$

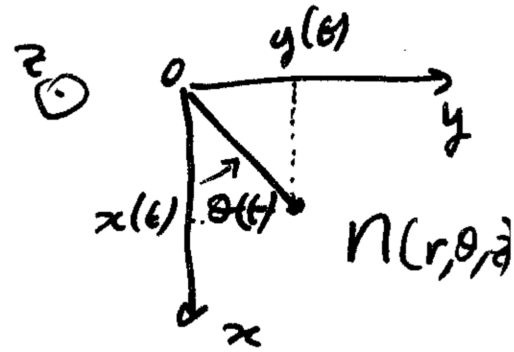
→ $R^2 = 0{,}9998$, $b' = 29{,}82$.

c'est une droite, l'hypothèse est vérifiée, et $\boxed{E_a = -R\ a' = 72{,}7\ kJ \cdot mol^{-1}}$, l'ordre de grandeur est bon.

Exercice 3 : Mouvements en coordonnées polaires

1) Pour le système souris M, dans le référentiel du toboggan supposé galiléen, on a :

Vue de dessus



$$r(t) = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{R^2} = R$$

et $\tan\theta = \tan\omega t$, $\theta(t) = \omega t$

et $z(t) = -bt$, soit :

$$\boxed{M(R, \omega t, -bt)}$$

2) En coordonnées cylindriques, on a :

· la vitesse : $\vec{v}(t) = \dot{r}\,\hat{u}_r + r\dot{\theta}\,\hat{u}_\theta + \dot{z}\,\hat{u}_z$

or $\dot{r} = 0$, alors, on exprime :

$$\vec{v}(t) = R\omega\,\hat{u}_\theta + (-b)\,\hat{u}_z$$

et la norme s'écrit alors :

$$\boxed{v(t) = \sqrt{R^2\omega^2 + b^2}} = cte,$$

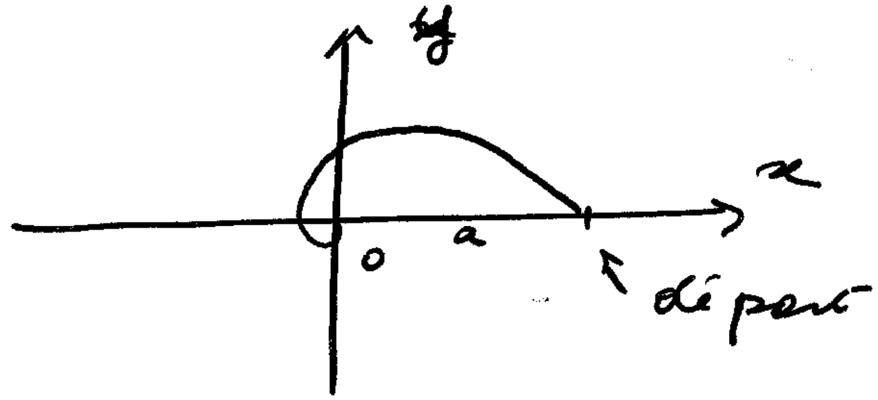
on a un mouvement uniforme.

Pour obtenir l'accélération, on dérive $\vec{v}(t)$: $\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2\hat{u}_r$,

alors $\boxed{a(t) = R\omega^2}$, constante et dirigée vers l'axe (Oz). C'est cohérent avec le mouvement hélicoïdal observé.

3) On a : $t = \frac{\theta(t)}{\omega}$, d'où : $\boxed{r(\theta) = a\exp\left(\frac{-\theta}{\tau\omega}\right)}$.

4) On trace donc cette trajectoire dans le repère lié à la Terre :



à $t = 0$, $r = a$, puis $r(t)$ diminue lorsque t augmente, tout en effectuant un mouvement de rotation autour de l'axe (Oz). On a une spirale.

5) On a alors, dans le repère lié au manège, : $\vec{v}(t) = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta + \dot{z}\hat{u}_z$,

et $\dot{\theta} = \omega$ car le manège tourne à vitesse constante. Alors, on a :

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \begin{pmatrix} -\frac{a}{\tau}\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \\ a\omega\exp(-t/\tau) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et alors,} \\ v(t) &= a\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\sqrt{\frac{1}{\tau^2}+\omega^2}\end{aligned}}$$

6) De même pour l'accélération

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - \dot{r}\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{u}_\theta + \ddot{z}\hat{u}_z$$

d'où :
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{a}(t) &= a\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\begin{pmatrix} \frac{1}{\tau^2} - \frac{\omega}{\tau} \\ -\frac{\omega}{\tau} + \omega^2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{et} \quad a(t) &= a\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\sqrt{\left(1/\tau^2 - \frac{\omega}{\tau}\right)^2 + \left(-\frac{\omega}{\tau} - \omega^2\right)^2}\end{aligned}}$$

Exercice 4 : Effet Doppler et filtrage

1) La vitesse du chien est :

$$V = 3{,}6\ km \cdot h^{-1} = 1\ m \cdot s^{-1}.$$

d'où $\frac{V}{c} \ll 1$. On propose alors de faire un développement limité au premier ordre,

soit
$$\omega_r = \omega_0 \frac{1 + V/c}{1 - V/c} \overset{DL}{\simeq} \omega_0\left(1 + \frac{V}{c}\right)\left(1 - \left(-\frac{V}{c}\right)\right)$$

$$\omega_r = \omega_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right)^2$$

et on linéarise en effectuant un second développement limité :

$$\boxed{\omega_r \overset{DL}{\simeq} \omega_0 \left(1 + 2\frac{V}{c}\right)}$$

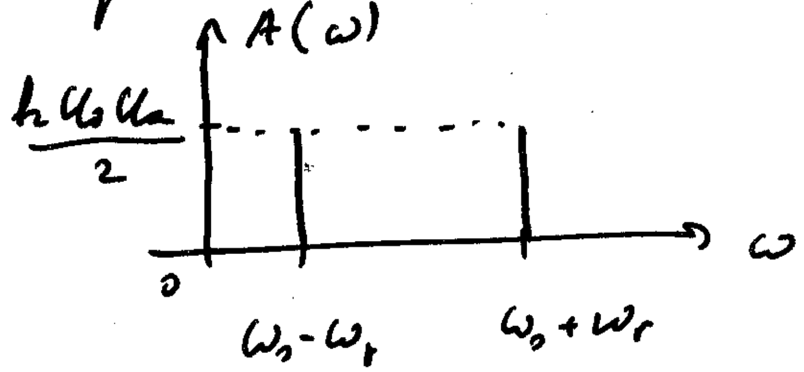
2) On écrit $u_e(t)$:

$$u_e(t) = k\, u_0(t)\, u_r(t)$$

$$= k\, U_0 U_r \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_r t + \varphi_r)$$

$$\boxed{u_e(t) = \frac{k U_0 U_r}{2}\left(\cos((\omega_0 + \omega_r\, t) + \varphi_r) + \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi_r)\right)}$$

On voit alors que ce signal comporte deux fréquences de même amplitude :



3) On écrit : $\omega_r - \omega_0 = \omega_0 + 2\omega_0 \frac{V}{c} - \omega_0 = 2\omega_0 \frac{V}{c}$.

On a donc une relation linéaire entre V et la pulsation $\omega_r - \omega_0$. C'est intéressant. On utilisera alors un filtre passe-bas pour la sélectionner. On calcule :

$$f_r - f_0 = 2 f_0 \frac{V}{c} = 233\ Hz$$

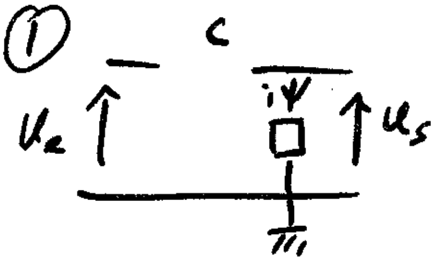
$$f_r + f_0 = 2 f_0 + 2\frac{V}{c} f_0 = 80{,}2\ kHz.$$

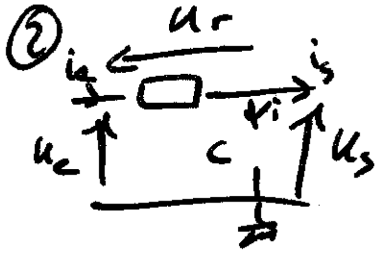
Ainsi, la fréquence de coupure du filtre devra se trouver entre ces deux valeurs, et très éloignées de celles-ci.

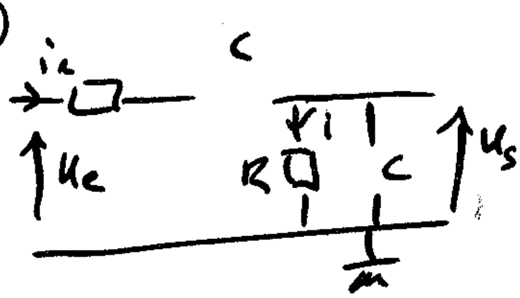
4) Comportements BF, $\omega \to 0$.

En RSF, $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} \to +\infty$,

C est un interrupteur ouvert.

①


②


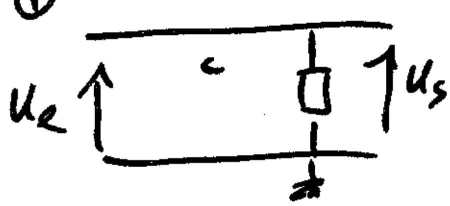
③


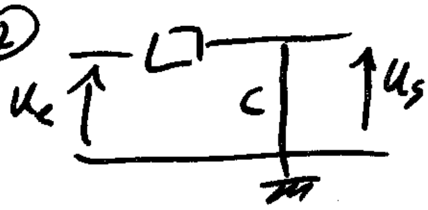
$u_s = Ri$, $i = 0$,
$u_s \simeq 0$.
BF coupées

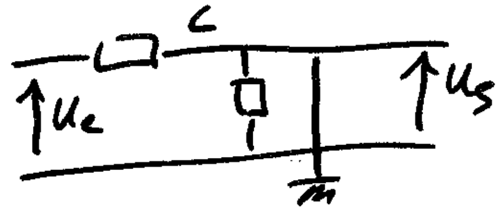
$u_s + u_r = u_e$
et $i_e = 0$, $i_s = 0$,
$u_s \simeq u_e$
BF passent

$u_s = u_R$, or
$i_e = 0$, $u_s = 0$,
BF coupées.

et HF, $\omega \to +\infty$, $\underline{Z}_c \to 0$, c'est un fil,

①


②




$u_e = u_s$
HF passent

$u_s = u_{fil} = 0$
HF coupées

$u_s = u_{fil} = 0$
HF coupées,

d'où : ① → filtre passe haut
② → filtre passe bas
③ → filtre passe bande,

on retiendra le filtre 2.

5) On applique la formule du pont diviseur

de tension :

$$\underline{u}_s = \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_R}\underline{u}_e = \frac{1}{1+\underline{Y}_c\underline{Z}_R}\underline{u}_e = \frac{1}{1+jR C\omega}\underline{u}_e,$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{1}{1+jRC\omega}$$

et posons $x = RC\omega$ la pulsation réduite :

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{1}{1+jx}}.$$

6) Par définition, $G(\omega_c) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$,

→ ω_c étant la pulsation de coupure

→ H_{max} le gain typique, 1 ici.

et $G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1+x_c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$x_c = 1$, $\boxed{\omega_c = \frac{1}{RC}}$.

7) On a

ω	0	ω_c	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$
$\underline{H}(jx)$	1	$1/(1+j)$	$1/jx = -j/x$
$G(x)$	1	$1/\sqrt{2}$	$1/x$
G_{dB}	0	-3	$-20\log x$

On a donc une asymptote BF :

$$\boxed{G_{dB,BF}(x) = 0}$$

et une asymptote haute fréquence :

$$\boxed{G_{dB,HF} = -20\log x}$$

et

ω	0	ω_c	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$
$\varphi(x)$	0	$-\pi/4$	$-\pi/2$.

et pour la phase, on a :

$$\boxed{\varphi(x)_{BF} = 0 \quad , \quad \varphi(x)_{HF} = -\pi/2}.$$

8) Atténuer 100 fois, c'est avoir :

$$G(\omega_0 + \omega_r) = \frac{1}{100}.$$

et $$G(\omega_0 + \omega_r) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 + \omega_r}{\omega_c}\right)^2}}$$

d'où $$100^2 = 1 + \left(\frac{\omega_0 + \omega_r}{\omega_c}\right)^2$$

et vu que $100^2 \gg 1$,

$$100 = \frac{\omega_0 + \omega_r}{\omega_c},$$

$$\boxed{\omega_c = \frac{\omega_0 + \omega_r}{100} = 5{,}0 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}}.$$

Pour avoir l'atténuation sur le signal d'intérêt, on a :

$$\boxed{G(\omega_0 - \omega_r) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_r - \omega_0}{\omega_c}\right)^2}} = 0{,}96.}$$

On atténue que très, très légèrement cette composante du signal, il ne restera que celle-ci dans $u_s(t)$.

9) Haute fréquence signifie $\omega \gg \omega_c$.
Dans ce cas, $\underline{H}(j\omega) \simeq 1/j\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{\omega_c}{j\omega} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$

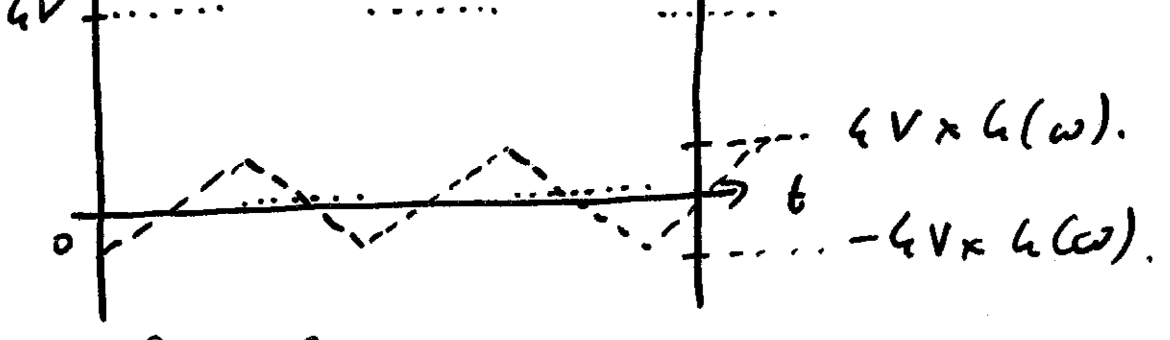
et $$\underline{u}_s = \omega_c \cdot \frac{1}{j\omega}\,\underline{u}_e$$

or, en RSF, une division par $j\omega$ correspond à une intégration dans l'espace des réels :

$$\boxed{u_s(t) = \omega_c \int u_e(t)\,dt,}$$

on parle alors de comportement intégrateur à haute fréquence.

10) On s'intéresse au comportement intégrateur du filtre à haute fréquence, on prend $\omega \gg \omega_c$. Ainsi, le signal créneau devient un signal triangulaire avec une forte amplification :



11) On cherche ensuite à déterminer le signal de sortie $s(t)$ correspondant au signal $e(t)$ donné, qui est constitué

de trois pulsations. Le principe de superposition nous permet d'écrire :

$$s(t) = s_{\omega=0}(t) + s_{\omega_1}(t) + s_{\omega_2}(t).$$

avec
$$\begin{cases} s_{\omega=0}(t) = S_0 \\ s_{\omega_1}(t) = S_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ s_{\omega_2}(t) = S_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

et on calcule alors :

· $S_0 = \dfrac{4E}{\sqrt{5}} \cdot G(\omega = 0) = \dfrac{4E}{\sqrt{5}}$

· $S_1 = E \cdot G\left(\omega_1 = \dfrac{\omega_c}{2}\right) = E \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1+1/4}} = \dfrac{2E}{\sqrt{5}}$

et $\tan \varphi_1 = -\arg(1 + j/2) = -0,46.$

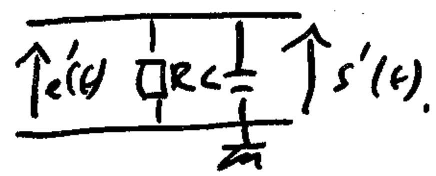
· $S_2 = \dfrac{E}{2} \cdot G(\omega_2 = 2\omega_c) = \dfrac{E}{2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1+4}} = \dfrac{E}{2\sqrt{5}}.$

et $\tan \varphi_2 = -\arg(1 + 2j) = -1,1,$

d'où :

$$\boxed{s(t) = \frac{E}{\sqrt{5}}\left(4 + 2\cos(\omega_1 t - \arctan 0,46) + \frac{1}{2}\cos(\omega_2 t - \arctan 1,1)\right)}.$$

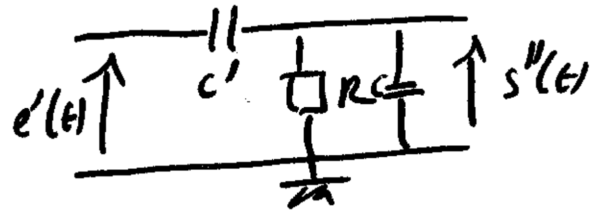
12/ Un oscilloscope en mode DC peut être apparenté au montage ci-contre sur lequel on voit que



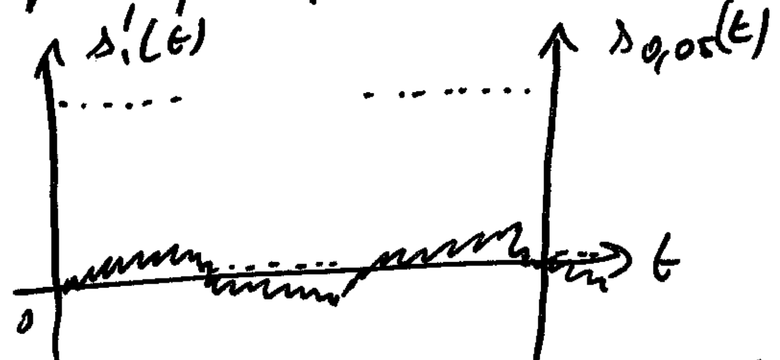
$\boxed{s'(t) = e'(t)}$,

avec $R \sim 1\,M\Omega$, $C \sim 20\,pF$.

13) Dans le mode AC, on a alors ceci :

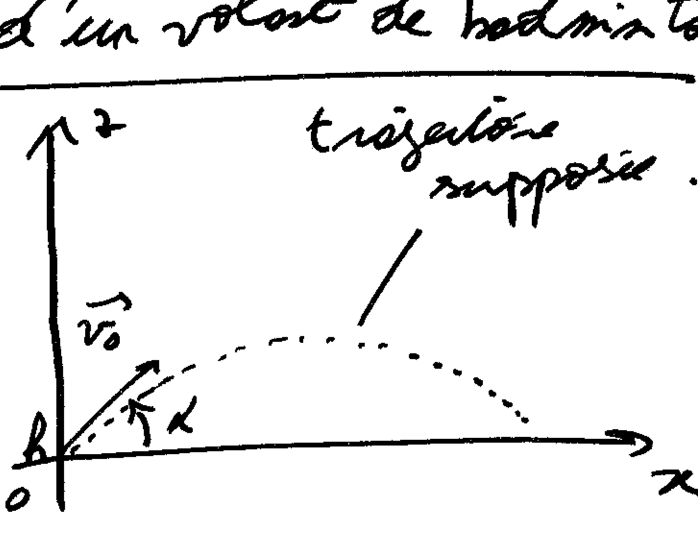


14) On observe $s'(t)$ avec un calibre de 1V/div, comme $e'(t)$, le signal créneau, et ces deux courbes sont confondues. En revanche, pour observer $s''(t)$, il faut un calibre de 0,050 V, car le condensateur C' se charge avec la composante du signal $e'(t)$, et une fois celui-ci chargé, il se comporte comme un interrupteur ouvert. Alors, dépendamment de la valeur de ω, on observera du bruit ou un signal quelque peu triangulaire.



Exercice 5 : Mouvement d'un volant de badminton.

1) À $t=0$, on a $M(0,0)$ et ensuite, probablement une parabole en l'absence de frottements.



2). Système : volant V (m)

· Référentiel terrestre supposé galiléen.

· Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = -mg\,\hat{u}_z$.

On applique le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\,\vec{a}(V)$$

d'où $\boxed{\vec{a}(V) = -g\,\hat{u}_z}$.

3) On intègre cela après avoir projetté sur les axes (Ox) et (Oz)

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = 0t + v_0 \cos\alpha \\ \dot{z} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 t \cos\alpha \\ z(t) = -\dfrac{g}{2}t^2 + v_0 t \sin\alpha \end{cases}}$$

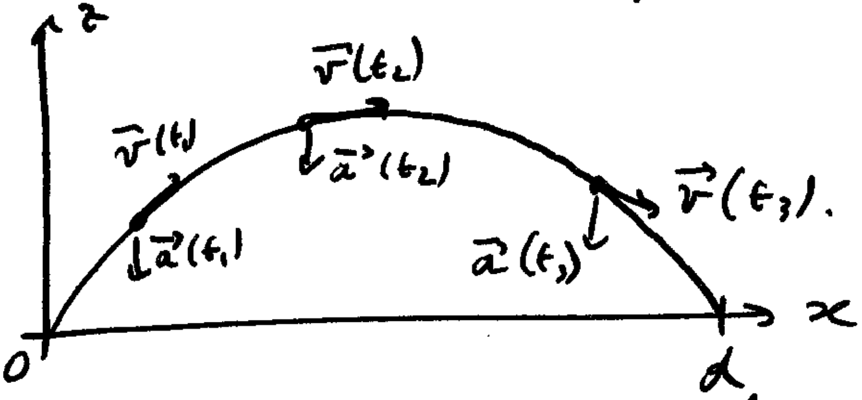
en tenant compte des conditions initiales.

4) On cherche $z(x)$:

$t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$, soit $z(x) = -\dfrac{g}{2}\dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + \dfrac{v_0 \sin\alpha\, x}{v_0 \cos\alpha}$

$$\boxed{z(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha}.$$

C'est effectivement une parabole.



5) On note d la portée, obtenue pour

$$z = 0 = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha,$$

$$= x\left(-\frac{1}{2} g \frac{x}{v_0^2 \cos^2\alpha} + \tan\alpha\right)$$

soit $\begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{point de départ} \\ x = d = \end{cases}$

2) · Système : Volant $V(m)$

· Référentiel terrestre supposé galiléen,

· Bilan des forces :

– Poids : $\vec{P} = -mg\,\hat{u}_z$.

On applique le PFD :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{a}(V), \quad \boxed{\vec{a}(V) = -g\,\hat{u}_z}.$$

3) On projette et on intègre en tenant compte des conditions initiales :

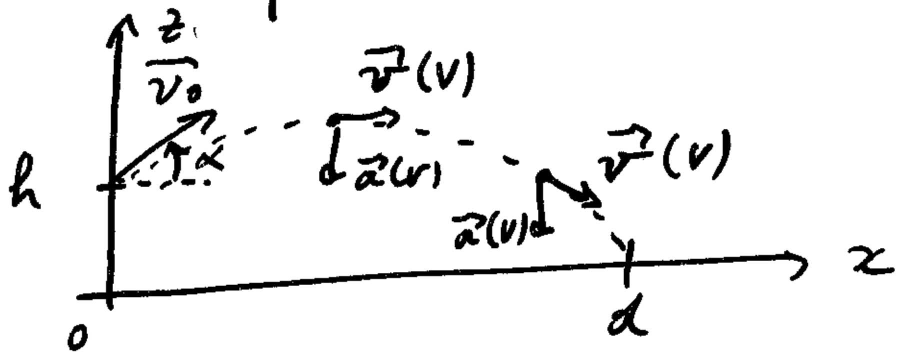
$$\begin{cases} \vec{OV}(t=0) = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} \\ \dot{\vec{OV}}(t=0) = \begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{pmatrix} \end{cases}$$

et $\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g, \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos\alpha \\ \dot{z} = -gt + v_0 \sin\alpha, \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x = v_0 t \cos\alpha \\ z = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t \sin\alpha + h \end{cases}}$

4) On en déduit $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$, et alors :

$$\boxed{z(x) = -\frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h},$$

c'est une parabole :



5) On note d la portée :

$$z = 0 = -\frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h.$$

$$\Delta = \tan^2\alpha + \frac{2gh}{v_0^2\cos^2\alpha} > 0,$$

$$d_\pm = \frac{\tan\alpha\, v_0^2\cos^2\alpha}{g} \pm \frac{v_0^2\cos^2\alpha\sqrt{\tan^2\alpha + \frac{2gh}{v_0^2\cos^2\alpha}}}{g}.$$

seule la solution d_+ convient, alors:

$$\boxed{d = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{2g} + \frac{v_0\cos\alpha}{g}\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh}.}$$

6) On a : $[C_x] = \dfrac{[f]}{[\frac{1}{2}\rho S v^2]} = \dfrac{MLT^{-2}}{ML^{-3}L^2L\cdot T^{-2}} = 1,$

C_x est sans unité.

7) On ajoute $\vec{f}$ au bilan des forces et on obtient :

$$\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}(V),$$

$$\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{2m}C_x\rho S\|\vec{v}\|\vec{v} = -\vec{g}.}$$

8) La vitesse limite est une vitesse constante, d'où $\dfrac{d\vec{v}_{\ell-}}{dt} = \vec{0}$, alors:

$$\boxed{\vec{v}_{\ell-} = \frac{2m\vec{g}}{C_x\rho S\|\vec{v}_{\ell-}\|}},$$

c'est un mouvement rectiligne uniforme vertical descendant.

9) On prend la norme et on a alors:

$$\|\vec{v}_{\ell-}\|^2 = \frac{2mg}{C_x\rho S},$$

$$\boxed{v_{lim} = \sqrt{\frac{2mg}{C_x \rho S}} = 7,3 \ m.s^{-1}}$$

sachant que $S = 28 \cdot 10^{-4} \ m^2$.

c) Au bout de 2 secondes, le volant atteint une vitesse limite de l'ordre de $7 \ m.s^{-1}$, et $x_0 < d$, du fait des frottements.