DM 10 - Correction

Problème 1 : Transformations polytropiques.

1) On cherche le travail des forces pressantes sur le fluide, pour une transformation polytropique et QSMR :

$$W = -\int_{EI \to EF} P_{ext}\, dV$$

$$\overset{QSMR}{=} -\int_{EI \to EF} P\, dV$$

et $PV^k = cte = P_0 V_0^{\,k} = P_1 V_1^{\,k}$,

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} P_0 V_0^{\,k} \frac{dV}{V^k}$$

$$= -\frac{P_0 V_0^{\,k}}{k-1}\left(V_1^{\,1-k} - V_0^{\,1-k}\right).$$

$$= \frac{1}{k-1}\left(P_1 V_1 - P_0 V_0\right)$$

$$\boxed{W \overset{GP}{=} \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_1 - T_0\right).}$$

2) Le premier principe donne :

$$\Delta U + \underset{0}{\underset{\parallel}{\Delta E_c}} = W + Q$$

$$Q = \Delta U - W$$

et $\Delta U \underset{\text{loi de Joule}}{\overset{GP}{=}} n C_{vm} (T_1 - T_0)$, $C_{vm} = \dfrac{R}{\gamma - 1}$

$$\boxed{Q = \underbrace{nR\left(\frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{k-1}\right)}_{C} (T_1 - T_0)}$$

3) C ressemble à une capacité thermique (même dimension, même forme entre Q et ΔU).

4) On étudie les cas :

- $k = \gamma$, $C = 0$, $Q = 0$, la transformation est adiabatique.
- $k = 0$, $C = \dfrac{nR\gamma}{\gamma - 1} = C_p$, on a alors une transformation à pression extérieure constante ($\Delta H = Q_p$), isobare car QSNR
- $k \to \infty$, $C = \dfrac{nR}{\gamma - 1} = C_v$, on a une transformation isochore ($\Delta U = Q_v$).
- $k = 1$, $C \to +\infty$, $PV = cte$, on aura une transformation isotherme ($PV = nRT = cte$)

Problème 2 : Contact thermique entre deux solides

Problème 3 : Bassine d'eau.

1) On lit, sur le diagramme

$$P(H = 100\%, 17°C) = P_{sat}(17°C) = 2000 \text{ Pa}.$$

On déduit alors la pression partielle en vapeur d'eau dans l'air :

$$\boxed{P^{I}_{eau}(17°C) = H \cdot P_{sat} = 0,3\, P_{sat} = 600 \text{ Pa}.}$$

2) La vapeur d'eau est un gaz parfait, alors $n^{I}_{eau} = \dfrac{P^{I}_{eau} V}{RT} = 7,5$ mol,

$$\boxed{m^{I}_{eau} = n^{I}_{eau} \cdot M_{eau} = 0,13 \text{ kg}}.$$

3) On remarque que $P^{I}_{eau} < P_{sat}$ à 17°C, l'eau à l'état d'équilibre est à l'état de vapeur. L'eau va s'évaporer jusqu'à avoir $P_{eau} = P_{sat}$, ou jusqu'à ce que la bassine soit vide.

4) On a $\underline{m^{F}_{eau}} = m^{eau}_{sat} = \dfrac{P_{sat} V}{RT} M_{eau} = \underline{0,45 \text{ kg}}.$

On en déduit qu'il faut 0,31 kg d'eau à évaporer, et sur les 2 kg initiaux, il en restera 1,69 kg

1) On considère le système $\{\Sigma_1 + \Sigma_2\}$, subissant une transformation isochore et adiabatique. On écrit :

$$\Delta U + \underset{\substack{\| \\ 0}}{\Delta E_c} = \underset{\substack{\| \text{isoV} \\ 0}}{W} + \underset{\substack{\| \text{adia.} \\ 0}}{Q}$$

$$\Delta U \overset{\text{ext.}}{=} 0 = \Delta U_{\Sigma_1} + \Delta U_{\Sigma_2}$$

$$\overset{\substack{\text{phase} \\ \text{cond.}}}{=} C_1(T_F - T_{01}) + C_2(T_F - T_{02})$$

$$\boxed{T_F = \frac{C_1 T_{01} + C_2 T_{02}}{C_1 + C_2}}.$$

2) Si $C_1 = C_2 = C$, $T_F = (T_{01} + T_{02})/2$.

On écrit alors :

$$\Delta S = \underset{\substack{\| \text{adia} \\ 0}}{S_e} + S_c,$$

$$S_c = \Delta S$$

$$\overset{\text{ext}}{=} \Delta S_{\Sigma_1} + \Delta S_{\Sigma_2}$$

$$\overset{\substack{\text{phase} \\ \text{cond}}}{=} C\left[\ln\left(T_F/T_{01}\right) + \ln\left(T_F/T_{02}\right)\right].$$

$$= C \ln \frac{(T_{01} + T_{02})^2}{4T_{01}T_{02}} > 0,$$

La transformation est irréversible, du fait des gradients thermiques.