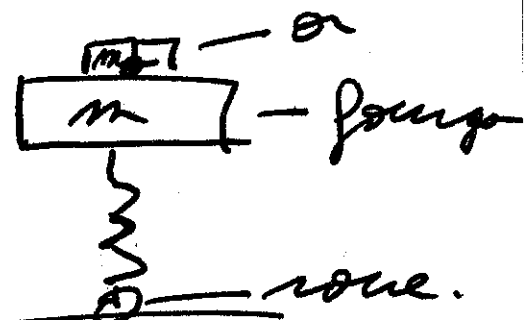


DS02 - Connection

Exercice 1: Petits problèmes estués amis

1) On modélise le fourgon par le système suivant: un système raie-roue, {masse fourgon + masse or}, en lien avec la route par un ressort de raideur k .

Initialement(1), le fourgon est chargé,



On a un système analogue à celui du cours, {masse - ressort}.

Une étude (Référentiel - Bilan des forces - PFD) donne une fréquence propre de

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Après(2), le fourgon a perdu une certaine quantité d'or, m_o . On a donc une nouvelle fréquence propre:

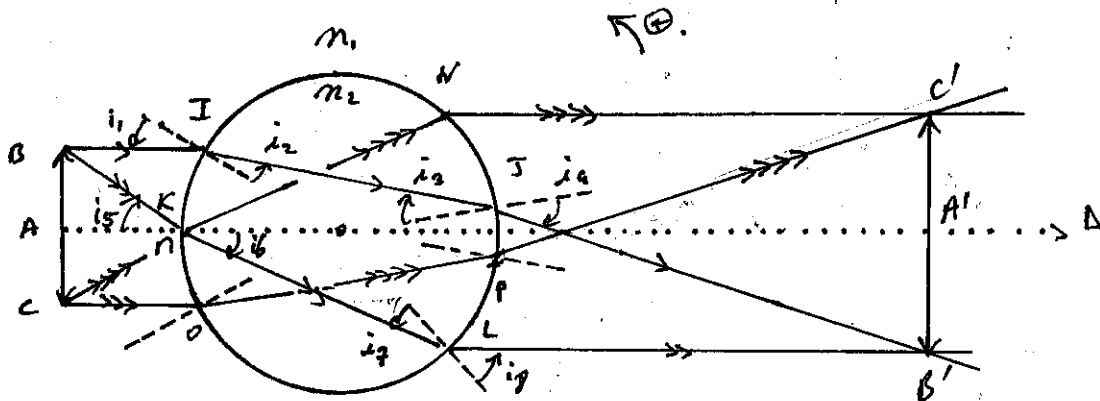
$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m - m_o}}$$

donc $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\sqrt{m - m_o}}{\sqrt{m}}$, $m_o = -\frac{f_1^2}{f_2^2} m + m$

$$m_0 = \left(\frac{p_z^2}{p_z^2} + 1 \right) m = 3,9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

Cette modélisation fait apparaître un
ressort de constante k constante,
c'est raisonnable, vu qu'il agit
probablement dans une zone où il est
linéaire.

2/ On considère que l'effet des parois en verre est négligeable sur l'effet observé. Ici, on a alors une lentille épaisse cylindrique. Il s'agit donc de traiter le problème avec les lois de Descartes :



En, la flèche agit comme un objet étendu émetteur de la lumière. On trace le rayon γ , initialement parallèle à l'axe optique. Il coupe le premier dioptré en E, la relation de Snell Descartes

donne: $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

$$i_2 = 20,9^\circ.$$

Le rayon poursuit sa marche dans le verre d'eau, et en J, on a:

$$n_2 \sin i_3 = n_1 \sin i_4.$$

$$i_4 = -28,9^\circ.$$

On prend ensuite le rayon >>, passant par B. Il touche le premier dioptré en K et le second en L. On a:

$$n_1 \sin i_5 = n_2 \sin i_6$$

$$n_2 \sin i_7 = n_1 \sin i_8$$

$$i_6 = 23,3^\circ$$

$$i_8 = 58,8^\circ.$$

Il se coupe en un point, B', image de B par le système optique. Le système possède un plan de symétrie, les rayons >>> et >>>> sont tracés, symétriques de > et >> par Δ . On obtient l'image A'B'C', placée entre le verre et la caméra.

Celle-ci le voit nette du fait de sa grande profondeur de champ.

Note: l'étude avec une lentille mince sphérique convergente n'est pas correcte en raison de la grande épaisseur du verre, et de l'absence de symétrie de révolution autour de Δ .

Exercice 2: Sonar

1) Le sonar émet une impulsion sonore de faible durée, et mesure la durée nécessaire à cette onde pour faire l'aller-retour entre cette position de départ et celle de l'objet réfléchissant cette onde. On a alors:

$$\Delta t = \frac{2D}{c}, \quad \begin{array}{l} D, \text{ distance entre les objets.} \\ c, \text{ célérité} \\ \Delta t, \text{ durée de l'aller-retour} \end{array}$$

2) On a, en remplaçant L par D dans la relation précédente:

$$L = \frac{c \Delta t}{2} = 300 \text{ m}$$

3) Ici, en Δt , le sous-marin a émis 2,5 périodes, on a alors:

$$\Delta t = 2,5 T, \quad f = \frac{2,5}{\Delta t} = 5,0 \text{ kHz}$$

4) Longueur spatiale et temporelle sont reliées par:

$$\Delta x = c \cdot \Delta t = 0,75 \text{ m}$$

5) A $t_1 = 12,0 \text{ ms}$, le début de l'impulsion

se situe à :

$$d_{\text{début}} = c \cdot t_1 = 18 \text{ m.}$$

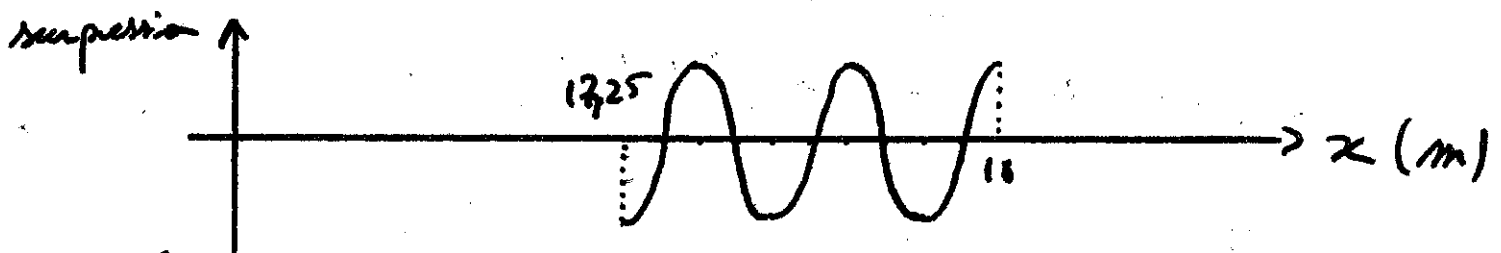
et la fin de celle-ci, émise à l'instant

$$t_0' = \delta t,$$

se trouve à la distance :

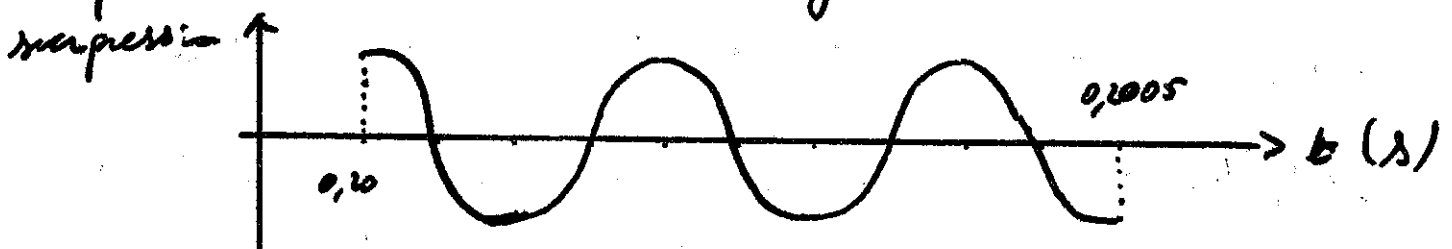
$$d_{f-} = c(t_1 - \delta t) = 17,25 \text{ m.}$$

On a alors la représentation graphique renversée par rapport au graphique de l'énoncé :



6) Le graphique correspond à une photographie du train d'onde de l'énoncé à un instant $t = L/c = 0,20 \text{ s.}$

Le début de l'impulsion est donc capté à $0,20 \text{ s.}$, la fin à $0,2005 \text{ s.}$



Exercice 3: Choisir cette

1) On a, pour un signal se propageant dans la direction des x croissantes et

d'amplitude s_0 :

$$s_+(x, t) = s_0 \cos(\omega t - kx)$$

2) De même, pour un signal provenant de la réflexion:

$$s_-(x, t) = s_0 \cos(\omega t + kx + \ell)$$

3) L'amplitude en (x, t) du signal est alors:

$$\begin{aligned} s(x, t) &= s_+(x, t) + s_-(x, t) \\ &= s_0(\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx + \ell)) \end{aligned}$$

$$s(x, t) = 2s_0 \cos\left(\omega t + \frac{\ell}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\ell}{2}\right)$$

4) C'est la forme mathématique d'une onde stationnaire, les variables x et t sont séparées, il n'y a plus de propagation d'énergie. Certains points vibrent en phase, d'autres en opposition de phase et certains ne vibrent pas.

5) On a, avec les conditions aux limites:

$$s(0, t) = 0 \quad (\text{nœud de vibration})$$

$$s(L, t) = 2s_0 \cos\left(\omega t + \frac{\ell}{2}\right) \cos\left(kL + \frac{\ell}{2}\right) \quad (\text{ventre de vibration}).$$

6) On a, avec la condition en $x=0$:

$$s(0, t) = 0 = 2s_0 \cos\left(\omega t + \frac{\ell}{2}\right) \cos\left(k \cdot 0 + \frac{\ell}{2}\right).$$

Or, cette relation est vraie à tout instant, alors:

$$\cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0,$$

$$\text{d'où } \varphi = \pm \pi,$$

et on choisit $\varphi = +\pi$.

On réécrit, alors:

$$s(x, t) = 2s_0 \sin kx \sin \omega t.$$

En L , on a:

$$s(L, t) = 2s_0 \sin \omega t \sin kL,$$

et on sait que l'amplitude de ce signal est extrême. On a alors:

$$\sin kL = \pm 1.$$

$$\Leftrightarrow k_n L = (2n+1) \frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

$$\boxed{k_n = (2n+1) \frac{\pi}{2L}}$$

$$\text{et } \boxed{\omega_n = k_n c = \frac{\pi c}{2L} (2n+1)}.$$

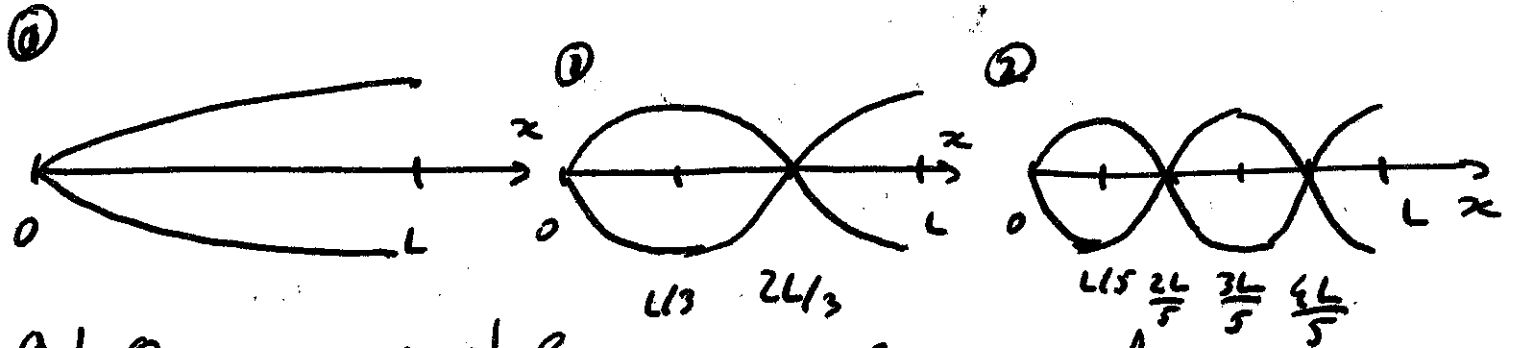
On en déduit alors les fréquences f_n pouvant exister dans la corde:

$$\boxed{f_n = \frac{c}{4L} (2n+1), \quad n \in \mathbb{N}.$$

7) On remplace alors ω_n et k_n dans la fonction $s(x, t)$, alors:

$$\boxed{\lambda(x, t) = 2a \sin\left((2n+1)\frac{\pi c}{2L}t\right) \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2L}x\right)}$$

8) On représente alors les modes propres 0, 1, 2:



9) On a, visibles sur le graphique:

- le fondamental $f_0 \approx 870 \text{ Hz}$, $n=0$
- la première harmonique $f_1 = 3f_0$, harmonique de rang 2
- la seconde harmonique, $f_2 = 5f_0$, harmonique de rang 3.

On a : $f_0 = \frac{c}{4L}$, $\boxed{L = \frac{c}{4f_0} = 9,5 \text{ cm}}$.

C'est une note assez aigüe pour une clochette, $L < L_{\text{clochette}}$!

Exercice 4 : Lunette astronomique.

1) On a le diagramme suivant:

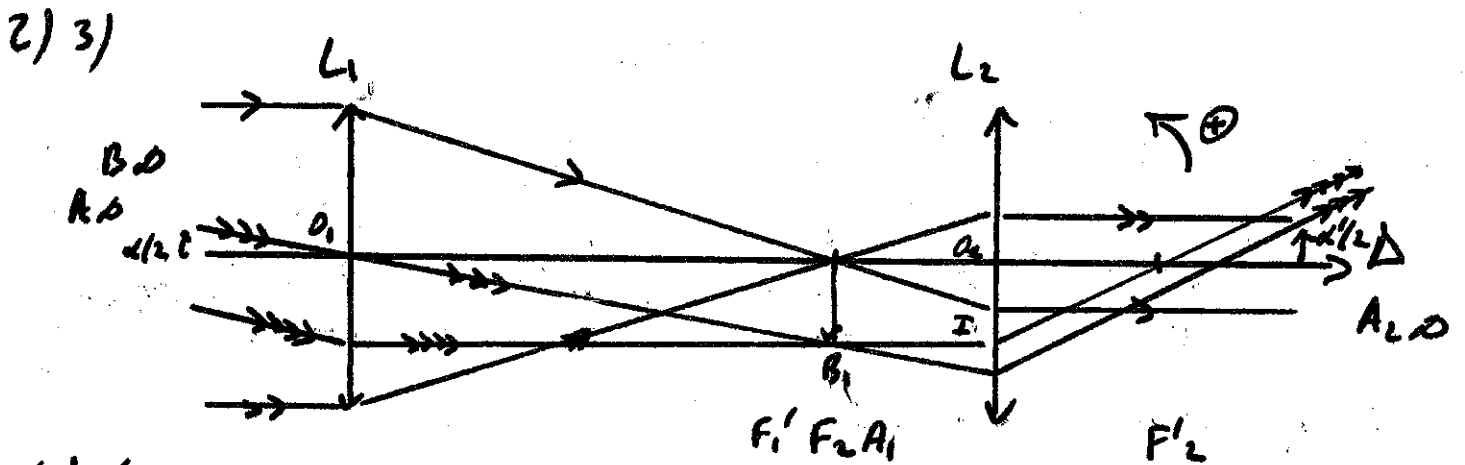
$$A_0 \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_2 \infty.$$

On en déduit alors que l'image A_1 , image d'un objet à l'infini se situe

sur le point F_1' . De même, l'objet A_1 formant une image A_2 à l'infini par la lentille L_2 , A_1 est confondu avec F_2 . On a alors, $\overline{O_1 O_2}$, la distance entre les lentilles:

$$\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_2 O_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{O_2 F_2'}$$

$$\boxed{\overline{O_1 O_2} = f_1' + f_2' = 1,23 \text{ m.}}$$



4) On a, dans les triangles rectangles $O_1 A_1 B_1$ et $O_2 A_1 B_1$ (ou I), les relations:

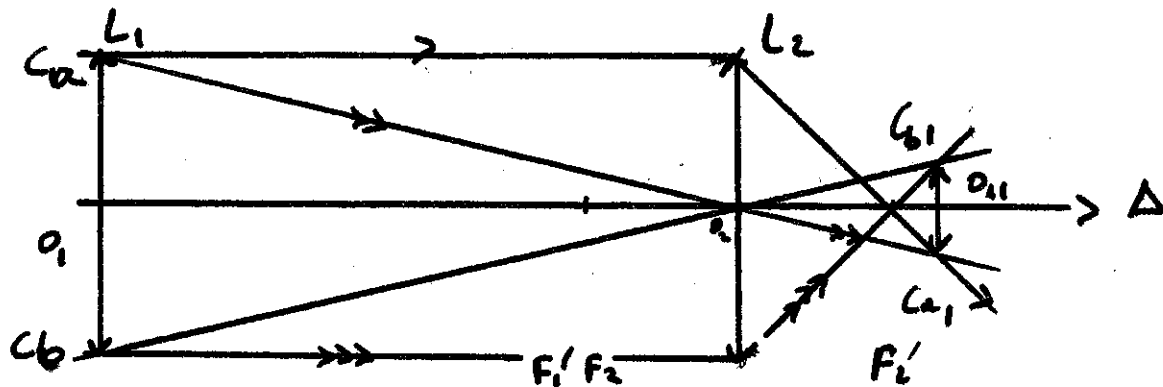
$$\tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f_1'} \quad \tan \frac{\alpha'}{2} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{O_2 A_1}} = +\frac{\overline{A_1 B_1}}{f_2'}$$

alors, vu qu'on est dans les conditions de Gauss, $\frac{\alpha}{2} \approx -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f_1'}$, $\frac{\alpha'}{2} \approx +\frac{\overline{A_1 B_1}}{f_2'}$

$$\text{alors } \boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'/2}{\alpha/2} = -\frac{f_1'}{f_2'} = 40}$$

Pour la Lune, $\alpha' = G\alpha = 21^\circ$. C'est beaucoup, or la vena très déformée.

5) On trace un schéma:



On a, au travers la lentille L_2 , Ca_1 image de Ca et Cb_1 image de Cb , Ca et Cb étant des points sur l'extérieur de la monture de la lunette.

Position: D'après la relation de Descartes:

$$\frac{1}{O_2 O_{11}} - \frac{1}{O_2 O_1} = \frac{1}{f_2'}, \quad \boxed{O_2 O_{11} = \frac{O_2 O_1 \cdot f_2'}{O_2 O_1 + f_2'} = 0,03075 \text{ m}}$$

soit 3,075 mm après le foyer F_2' .

Taille D: La théorie de Thalès donne:

$$\frac{Ca_1 Cb_1}{Ca Cb} = \frac{O_2 O_{11}}{O_2 O_1}, \quad Ca_1 Cb_1 = D = \frac{O_2 O_{11}}{O_2 O_1} \cdot Ca Cb,$$

$$\text{alors } \boxed{D = 2R \cdot \frac{O_2 O_{11}}{O_2 O_1} = 3 \text{ mm}}$$

6) Il est intéressant de placer la pupille au niveau du cercle oculaire pour qu'un maximum de lumière entre dans l'œil. Une pupille a un diamètre de 2 mm lorsqu'elle est contractée,

ce n'est pas le cas optimal. En revanche, sur une observation de nuit, la pupille de l'utilisateur est fortement dilatée, et dans ce cas, son diamètre sera de 8 mm, on sera donc dans un cas optimal -

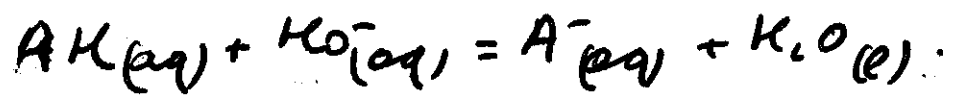
Exercice 5: Titrage d'un mélange d'acides par de la soude -

1) La conductivité doit varier au cours du dosage. Pour cela, au moins un des réactif ou produits doit être ionique et s'ils sont multiples, réactifs et produits doivent avoir des conductivités ioniques molaires différentes -

2/a) Pour $V < 12,5$ mL, l'acide fort est dosé, l'ion H_3O^+ est remplacé par l'ion Na^+ , la conductivité diminue fortement.



Ensuite $12,5 < V < 30$ mL, l'acide faible est dosé, l'ion HO^- est consommé, on crée l'ion A^- et l'ion Na^+ , la conductivité augmente.



Pour $V > 35$ mL, on ajoute KO^- et Na^+ en solution, la conductivité augmente fortement.

On en déduit qu'on a deux volumes équivalents $V_{E1} = 12,5$ mL, $V_{E2} = 35$ mL aux ruptures de pentes.

2) b) La méthode pH-métrique est peu précise, il faut privilégier celle conductimétrique.

On sait que $pH = -\log \frac{[K_3O^+]}{C^0}$, par définition. On en déduit que:

$$[K_3O^+] = C^0 \cdot 10^{-pH} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

Si on suppose que tout l'acide faible est sous forme AH , la concentration calculée est celle de l'acide fort.

2) c) On a, entre la première et la seconde équivalence, dosage de l'acide AH . On en déduit que:

$$n_{KO^-} = n_{AH}$$

$$C_b \cdot (V_{E2} - V_{E1}) = C_{af} \cdot V_{essai}$$

$$C_{af} = C_b \frac{V_{E2} - V_{E1}}{V_{essai}} = 0,035 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

2) c) A la demi équivalence, $[AH] = [A^-]$.
 la constante d'acidité vaut, pour une solution diluée:

$$K_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]C^0}, \quad AH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$$

On prend le logarithme de cette relation:

$$-pK_a = \log \frac{[A^-]}{[AH]} - pH,$$

$$\boxed{pH = pK_a = 4,}$$

par lecture graphique à $V = 21 \text{ mL}$.

Exercice 6: Interférences et
 ondes mécaniques

1) Sur la bissectrice, on est en tout point à équi-distance de E_1 et E_2 : on forme un triangle isocèle $E_1 E_2 N$, isocèle au point d'observation N . On a alors:

$$\delta = E_2 N - E_1 N = 0, \quad p_0 = 0.$$

On observe alors des interférences constructives, cette condition impose $p_0 \in \mathbb{Z}$, et ici, $p_0 = 0$.

2) On a, par lecture sur le graphique,
 $\delta = a$.

On a interférences constructives si $\delta = p\lambda$,

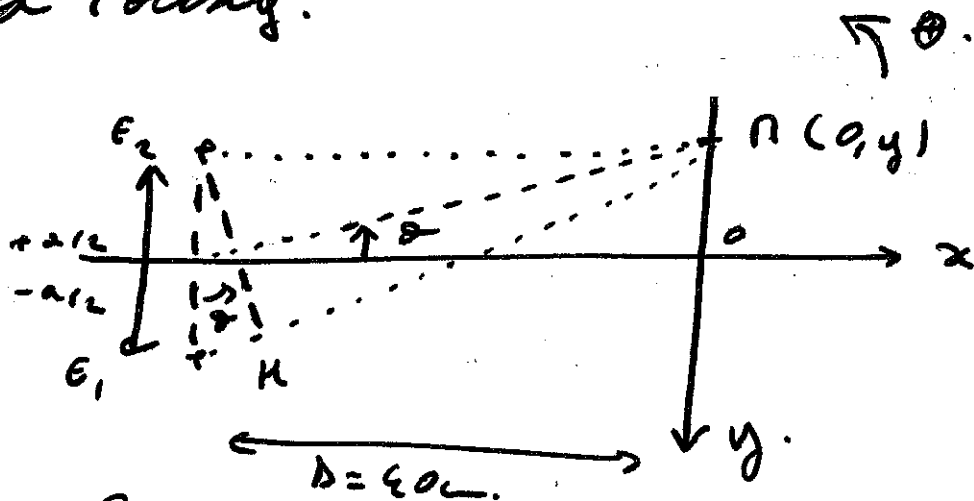
$p \in \mathbb{Z}$. Or, $S = a$, $a = p\lambda$ est la condition recherchée.

3) Avec p_b et p_a les ordres observés sur la bissectrice et la droite $(E_1; E_2)$, on a une évolute de l'ordre de 0 à p_a , soit de 0 à $\frac{d}{a}$. Ici, on pose que, dans le sens de la flèche donnée sur l'évolute, p augmente. On aura alors N , le nombre de frange :

$$N = |p_a - p_b| = \frac{d}{a}$$

et $N = 5 \text{ franges.}$

4) On se place maintenant dans un type de dispositif semblable à celui des fentes d'Young.



On cherche l'interfrange i et la différence de marche δ .

$$\delta = E_2 M - E_1 N$$

Si $y \ll D$ et $a \ll D$, alors $E_2 K$ est la projection orthogonale de E_2 sur $E_1 N$ et ce segment correspond également à l'arc de cercle du cercle de centre N et de rayon $E_2 N$. Donc ce cos :

$$\delta = E_2 N - E_1 K - K N = E_1 K$$

$$\delta = a \sin \theta$$

$$\text{et } \tan \theta = \frac{y}{D}$$

$$\text{Or, si } a \ll D \text{ et } y \ll D, \begin{cases} \tan \theta \approx \theta, \\ \sin \theta \approx \theta \end{cases}$$

$$\text{alors: } \boxed{\delta = \frac{y a}{D}}$$

Or, on a interférence constructive si :

$$\delta = p \lambda, \quad p \in \mathbb{Z},$$

$$\text{alors } \boxed{y_p = \frac{D \lambda}{a} p}, \text{ c'est la position de}$$

toutes les franges brillantes visibles sur l'écran. La distance i entre deux franges brillantes consécutives est alors :

$$\boxed{i = y_{p+1} - y_p = \frac{D \lambda}{a}},$$

$$\boxed{i = 8 \text{ cm}}$$