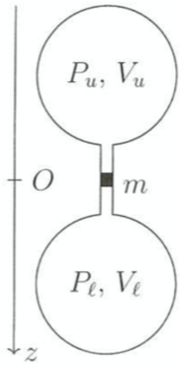
Exercices du 09/10

#buffon/colles

IV · 3

Un tube de section S relie deux ballons en verre. Une bille de masse m peut glisser sans frottement dans le tube. Pour $t < 0$, les volumes et les pressions des deux côtés de la bille sont $V_\ell = V_u = V_0$ et $P_u = P_\ell = P_0$. On choisit l'axe Oz vertical descendant, l'origine O est confondue avec la position initiale de la bille.

À l'instant $t = 0$, on écarte l'aimant qui retenait la bille. On suppose que l'air ne peut pas passer d'un compartiment à l'autre. On note γ le rapport des capacités thermiques de l'air.



1) Décrire qualitativement l'évolution du système.

2) Déterminer l'équation du mouvement de la bille.

3) Exprimer le rapport γ de l'air en fonction de la période T des oscillations et des constantes du problème (m, S, P_0 et V_0).

IV - 3 :

1) La bille va osciller jusqu'à une position d'équilibre plus basse.

2) ~~$d\vec{F}_{u\to m} = -P_\ell(S\,dx)$~~

$$\vec{F}_{u\to m} = P_u S \vec{u_z} \qquad \vec{F}_{\ell\to m} = -P_\ell S \vec{u_z} \quad \vec{P} = m\vec{g}$$

$\forall t$, $V_u + V_\ell = 2V_0$

$P_u V_u + P_\ell V_\ell = 2P_0V_0$ (*)
car $dU_{tot} = 0$

$$\begin{cases} P_u V_u = nRT_u \\ P_\ell V_\ell = nRT_\ell \end{cases}$$

Pas de transfert thermique : $\frac{nR}{\gamma-1} dT_u = -P_\ell S\,dz$ (1)

$$\frac{nR}{\gamma-1} dT_\ell = P_u S\,dz \quad (2)$$

(1) : $\frac{nR}{\gamma-1} \frac{d(P_uV_u)}{nR} = -P_\ell S\,dz$

$$-d(P_\ell V_\ell) = -P_\ell S\,dz \times(\gamma-1)$$

(2) : $-d(P_uV_u) = P_u S\,dz \times(\gamma-1)$

(*) : $P_\ell = \frac{2P_0V_0 - P_uV_u}{V_\ell}$

(1') : $d(P_uV_u) = \left(\frac{-2P_0V_0 + P_uV_u}{V_\ell}\right) S\,dz\,(\gamma-1)$

$$\frac{(\gamma-1)S\,dz}{V_\ell} = -\frac{d(P_uV_u)}{2P_0V_0 - P_uV_u}$$

(2') : $\frac{(\gamma-1)S\,dz}{V_u} = -\frac{d(P_uV_u)}{P_uV_u}$

$$\frac{2V_0}{(\gamma-1)S\,dz} = -\frac{2P_0V_0}{d(P_uV_u)} \qquad d(P_uV_u) = -\frac{\cancel{2}P_0\cancel{V_0}S}{\cancel{2V_0}}dz\,(\gamma-1)$$

$$P_u = -\frac{P_0S(\gamma-1)}{V_u}z + P_0\frac{V_0}{V_u}$$

$$V_u = V_0 + Sz$$

$$P_u = -\frac{P_0 S}{V_0 + Sz} z + P_0 \frac{V_0}{V_u}$$

$$P_l = \frac{1}{V_l}\left(2P_0V_0 + \frac{P_0 S}{\cancel{V_0+Sz}} z - P_0(V_0 + Sz)\right)$$

$$= \frac{1}{\underbrace{V_l}_{= V_0 - Sz}}\left(P_0(V_0 - Sz) + \frac{P_0 S}{\cancel{V_0+Sz}} z\right)$$

$$P_l = P_0 + \frac{P_0 S}{V_0 - Sz} z$$

$$m\ddot{z} = mg + S\left(2P_0 + P_0 S\left(\frac{1}{V_0 - Sz} - \frac{1}{V_0 + Sz}\right) z\right)$$

$$= mg + 2SP_0 + P_0 S^2 \left(\frac{2Sz}{V_0^2 - S^2z^2}\right) z$$

$$= mg + 2SP_0 \left(\frac{V_0 2}{S^2 z^2}\right)$$

$$P_u = \frac{P_0}{V_u}\left(V_0 - S(\gamma - 1)z\right)$$

$$P_l = \frac{1}{V_l}\left(2P_0V_0 - P_0(V_0 - S(\gamma-1)z)\right)$$

$$= \frac{P_0}{V_l}\left(V_0 + S(\gamma - 1)z\right)$$

$$m\ddot{z} = mg + SP_0\left(\frac{V_0 - S(\gamma-1)z}{V_0 + Sz} - \frac{V_0 + S(\gamma-1)z}{V_0 - Sz}\right)$$

$$= mg + SP_0\left(\frac{-2S(\gamma-1)zV_0 - 2V_0Sz}{V_0^2 - S^2z^2}\right) \simeq mg - \frac{2S^2\gamma V_0 P_0 z}{V_0^2}$$

$$\ddot{z} + \overbrace{\frac{2S^2\gamma P_0}{V_0 m}}^{= \omega_0^2} z = g$$

$$z = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + \frac{g}{\omega_0^2}$$

$$\dot{z}(t=0) = 0 \implies B = 0$$

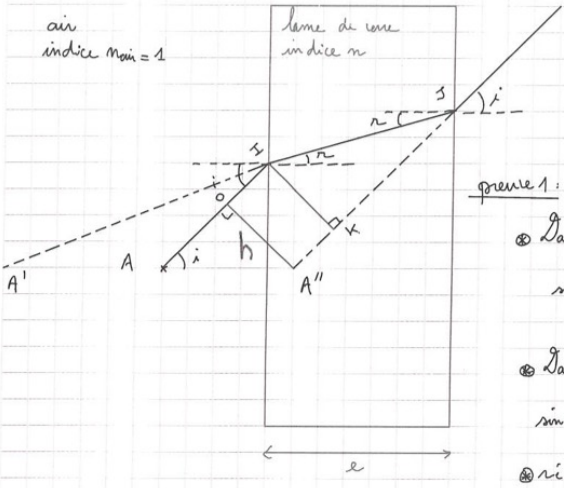
$$z(t=0) = 0 \implies A = -\frac{g}{\omega_0^2}$$

$$z = \frac{g}{\omega_0^2}\left(1 - \cos(\omega_0 t)\right)$$

3) $$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{V_0 m}{2S^2 P_0}} \times \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

$$\gamma = \left(\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2S^2 P_0}{V_0 m}}\right)^{-1}$$

exercice : Relation de conjugaison d'une lame de verre



on cherche l'image A'' de A par la lame de verre d'indice n

preuve 1 :

⊛ Dans AOA'' rectangle

$$\sin i = \frac{h}{AA''} \quad (1)$$

⊛ Dans IJK rectangle

$$\sin(i-r) = \frac{h}{e}\cos r \quad (2)$$

⊛ réfract° en I

$$\sin i = n \sin r \quad (3)$$

On travaille dans les conditions de Gauss

$$i \simeq \frac{h}{AA''} \qquad i - r \simeq \frac{h}{e} \qquad i \simeq nr$$

$$\Rightarrow AA'' = \frac{h}{i} = \frac{e(i-r)}{i} = e\left(1 - \frac{r}{i}\right) = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

On peut repasser en grandeur algébrique $\boxed{\overline{AA''} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$ ⊛

Rques : homogène

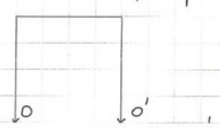
$$\lim_{e \to 0} \overline{AA''} = 0 \qquad \lim_{n \to 1} \overline{AA''} = 0 \qquad \text{signe OK.}$$

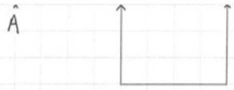
On peut également établir ⊛ en appliquant successivement deux relations de conjugaison de dioptre plan.

preuve 2 :

$$A \xrightarrow[\text{plan entrée}]{\text{dioptre}} A' \xrightarrow[\text{plan sortie}]{\text{dioptre}} A''$$

$$\begin{cases} \overline{OA'} = n\,\overline{OA} \\ \overline{O'A''} = \frac{1}{n}\,\overline{O'A'} \end{cases}$$





$$\begin{cases} \overline{OO'} + \overline{O'A'} = n\,\overline{OA} = e + \overline{O'A'} \\ n\left(\overline{O'O} + \overline{OA''}\right) = \overline{O'A'} \end{cases}$$

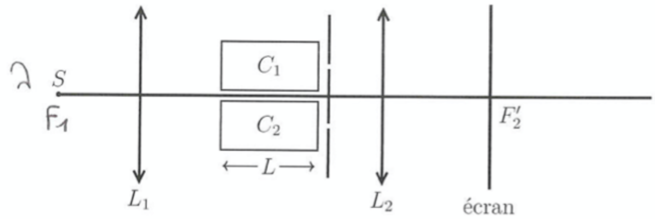
$$\begin{cases} n\,\overline{OA} = e + \overline{O'A'} \\ n\left(-e + \overline{OA''}\right) = \overline{O'A'} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} n\,\overline{OA} - e = -ne + n\,\overline{OA''} \\ n\left(\overline{A''O} + \overline{OA}\right) = e(1-n) \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{AA''} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

la physique, ça marche !

XI · 7 Mesure de l'indice d'un gaz

On considère le montage des fentes de Young représenté sur la figure ci-dessus. La source S, de longueur d'onde λ, est au foyer objet de la lentille L_1. Les cuves C_1 et C_2 sont transparentes, de même longueur intérieure L et identiques (même épaisseur des faces). Initialement, elles sont remplies d'air dans les mêmes conditions.



1) On fait le vide dans la cuve C_2. Dans quel sens se déplacent les franges sur l'écran pendant cette opération ?

2) On remplit la cuve C_2 avec de l'ammoniac. Le déplacement total des franges (opération 1 puis opération 2) est de $N = 17$ franges vers le bas. Déterminer la différence des indices de l'air et de l'ammoniac.

3) Donner la configuration électronique de l'azote. Préciser son nombre d'électrons de valence. Rappeler la formule brute de l'ammoniac puis sa formule de Lewis.

A.N : $L = 10$ cm et $\lambda = 589$ nm

XI - 7 :

1) $n = \frac{c}{v}$ $n_{air} > n_{vide}$ $\delta = (SM..)_1 - (SM..)_2$

$\cancel{\delta = \frac{nax}{D}}$ ~~donc δ ...~~

$\delta \nearrow$ donc $p \nearrow$

Les franges se rapprochent de l'AO

Cela revient à descendre la source S → franges montant

ou la rapproche de S_2

2) $\delta = (SM)_1 - (SM)_{2\,ammoniac} = (SM)_1 - (SM)_{2\,air} + L \times \frac{V_{air} - V_{ammoniac}}{c}$

$" (SM)_1 - (SM..)_{2\,air} \pm 17\lambda$

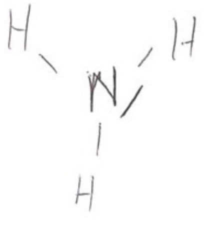
Donc $\underbrace{n_{air} - n_{ammoniac}}_{<0} = -\frac{17\lambda}{L}$

3) $(1s)^2 (2s)^2 (2p)^3$

H							He
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne

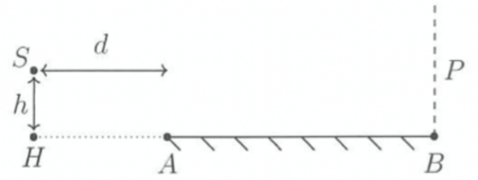
3 e^- de valence

NH_3



XI · 9

Le dispositif interférentiel ci-dessous est appelé miroir de Lloyd. La source ponctuelle S, située à une distance h d'un miroir plan de côté $AB = \ell = 24$ cm, émet dans toutes les directions une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,6$ µm. La distance $HA = d = 1$ cm est telle que $h \ll d$.

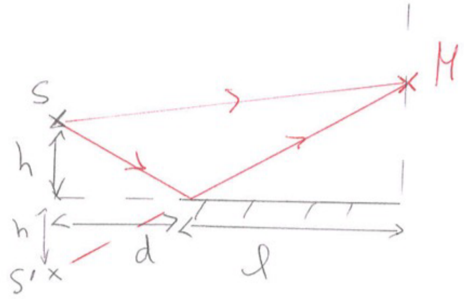


1) Expliquer pourquoi on observe des interférences. Tracer le champ d'interférence.

2) Exprimer l'interfrange i si on place un écran dans le plan P, normal au miroir en B. Déterminer la hauteur Δ du champ d'interférence.

3) On retire P, on place une lentille f'= 10cm à 12cm de B. On mesure alors, i' = 1,5 cm. En déduire h.

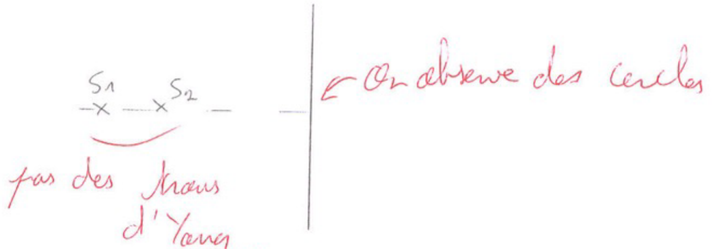
XI - 9

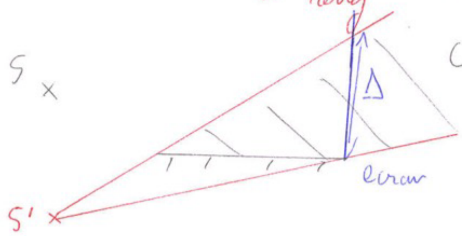


On reconnaît une variante des trous d'Young avec $a = 2h$
2 sources. $D = d + l$

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda (d+l)}{2h}$$

⚠

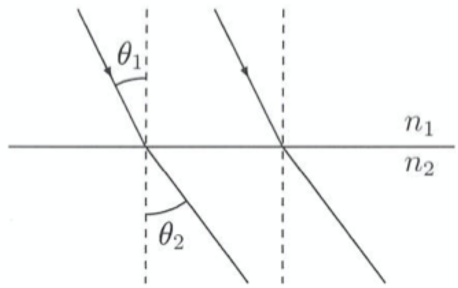




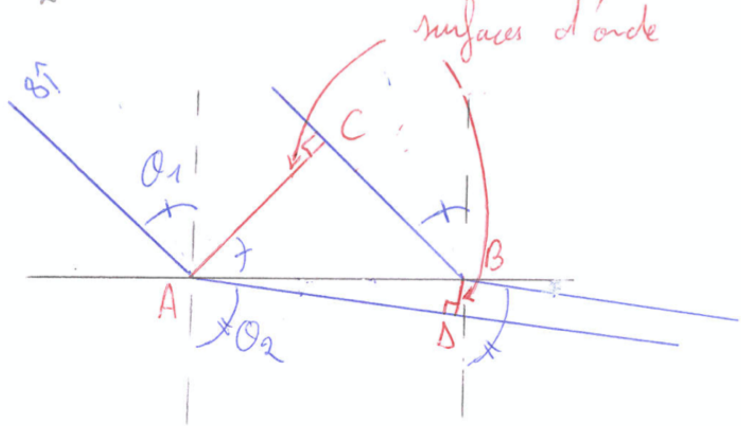
Champ d'interférences non localisées

XI · 2

Une onde plane monochromatique émise par une source S tombe sur un dioptre plan séparant le milieu d'indice n_1 contenant la source d'un milieu d'indice n_2. On note θ_1 l'angle d'incidence et θ_2 l'angle de réfraction. Retrouver la loi de la réfraction grâce au théorème de Malus. (On admettra que l'onde réfractée est une onde plane.)



XI - 2 :



$$(CB) = (A\Delta)$$

$$n_1\, CB = n_2\, A\Delta$$

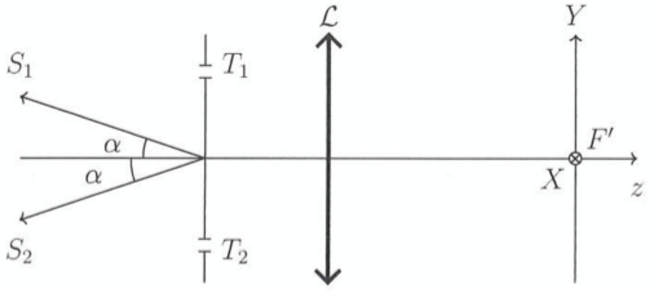
$$n_1\, AB \sin\theta_1 = n_2\, AB \sin\theta_2$$

$$n \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

Rq La "relation de Chasles" s'écrit $(SB) = (SC) + (CB)$
car C et B sont sur le m̂ rayon issu de C

XI · 3

Pour mesurer l'écart angulaire entre deux étoiles S_1 et S_2, on utilise le dispositif suivant :



Il est constitué

- de deux trous fins identiques T_1 et T_2 distants de $a = T_1T_2$. La distance a est réglable.
- d'une lentille convergente $\mathcal{L}$ de distance focale f'.
- d'un plan d'observation $F'XY$ confondu avec le plan focal de la lentille.

Les deux sources S_1 et S_2 sont dans le plan de la figure. On note 2α leur distance angulaire (α petit). Les deux sources sont ponctuelles, monochromatiques (de même longueur d'onde λ), incohérentes et de même intensité.

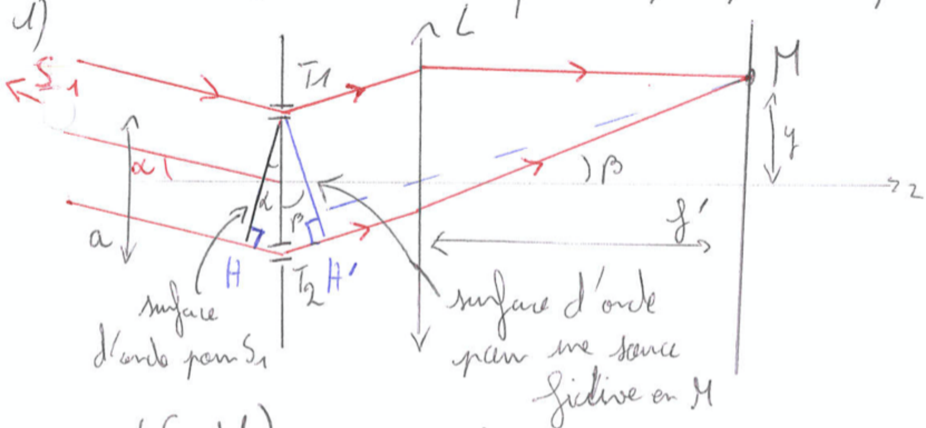
1) Dans cette question, on ne considère qu'une seule source (disons S_1), l'autre est masquée. Déterminer l'intensité $I_{S_1}(Y)$. Préciser l'interfrange i.

2) Déterminer l'intensité $I(Y)$ si aucune des deux sources n'est masquée. Définir le contraste C et donner son expression.

3) On fait varier la distance a. On constate que les franges d'interférence disparaissent pour certaines valeurs particulières de a. Quelle est la plus petite valeur a_m telle que les franges soient brouillées ?

XI - 3 : (Monochromatiq mais pas ponctuelle)

1)



$$(S_1M)_1 = (S_1I_1) + (T_1M)$$

$$(S_1M)_2 = (S_1H) + (HT_2) + (T_2H') + (H'M)$$

$$\delta = (HI_2) + (H'T_2)$$

$$= a\sin\alpha + a\sin\beta \simeq a\left(\alpha + \frac{y}{f'}\right) \qquad i = \frac{\lambda f'}{a}$$

$$I_{S_1} = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\left(\alpha + \frac{y}{f'}\right)\right)\right)$$

2) De m̂, $I_{S2} = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\left(\frac{y}{f'}-\alpha\right)\right)\right)$

S1 et S2 sont deux sources ≠ donc incohérentes

$$I = I_{S1} + I_{S2}$$

$$I = 4I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi a y}{\lambda f'}\right)\cos\left(\frac{2\pi a \alpha}{\lambda}\right)\right)$$ (A vérifier avec $\alpha = 0$)

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \left|\cos\left(\frac{2\pi a\alpha}{\lambda}\right)\right|$$

monochromatiq)

XI · 15 Angle du coin d'air

Un interféromètre de Michelson est réglé pour observer les franges du coin d'air. On utilise la raie verte du mercure ($\lambda = 546$ nm) et on voit $N = 40$ franges rectilignes sur la largeur $d = 1,5$ cm du miroir. En déduire une estimation de l'angle α du coin d'air que forment les deux miroirs. Que se passe-t-il si on augmente α ?

XI - 15 :

$\delta = 2n\alpha x$ $\qquad$ $\delta = \lambda_0 \Rightarrow i = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$

$i = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$ $\qquad$ $Ni = d$

$\alpha = \frac{\lambda_0}{2ni}$ $\qquad$ $\alpha = \frac{\lambda_0}{2n} \times \frac{N}{d}$

AN: $\alpha = 7.10^{-4}$ rad

Si $\alpha \nearrow$ alors $N \nearrow$