

DS DE PHYSIQUE N°4

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Aucun document n'est autorisé. Les téléphones portables sont interdits.

- ✓ *La durée de l'épreuve est de 3 heures.*
- ✓ *On vous demande de laisser une marge (si nécessaire), d'encadrer vos résultats, de noter le numéro de la question que vous traitez.*
- ✓ *Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.

Problème 1 : Etude d'une installation nucléaire REP (Centrale 2 MP 2016)

Ce sujet comporte un document réponse à rendre avec la copie. Les données numériques utiles sont fournies en fin d'énoncé.

La France compte 19 centrales nucléaires en exploitation, dans lesquelles tous les réacteurs (58 au total) sont des réacteurs à eau pressurisée. Actuellement, ces installations produisent près de 80% de l'électricité produite en France. Chaque centrale est soumise à un référentiel de normes de sûreté et de sécurité évoluant en fonction des enseignements des incidents passés nationaux ou internationaux.

Le but de ce problème est d'étudier quelques aspects liés au fonctionnement d'une centrale nucléaire REP, ainsi que plusieurs dispositions prises en matière de sûreté nucléaire : contrôle des rejets de la centrale et surveillance sismique d'un site nucléaire.

I. Circuit secondaire et enrichissement de l'uranium

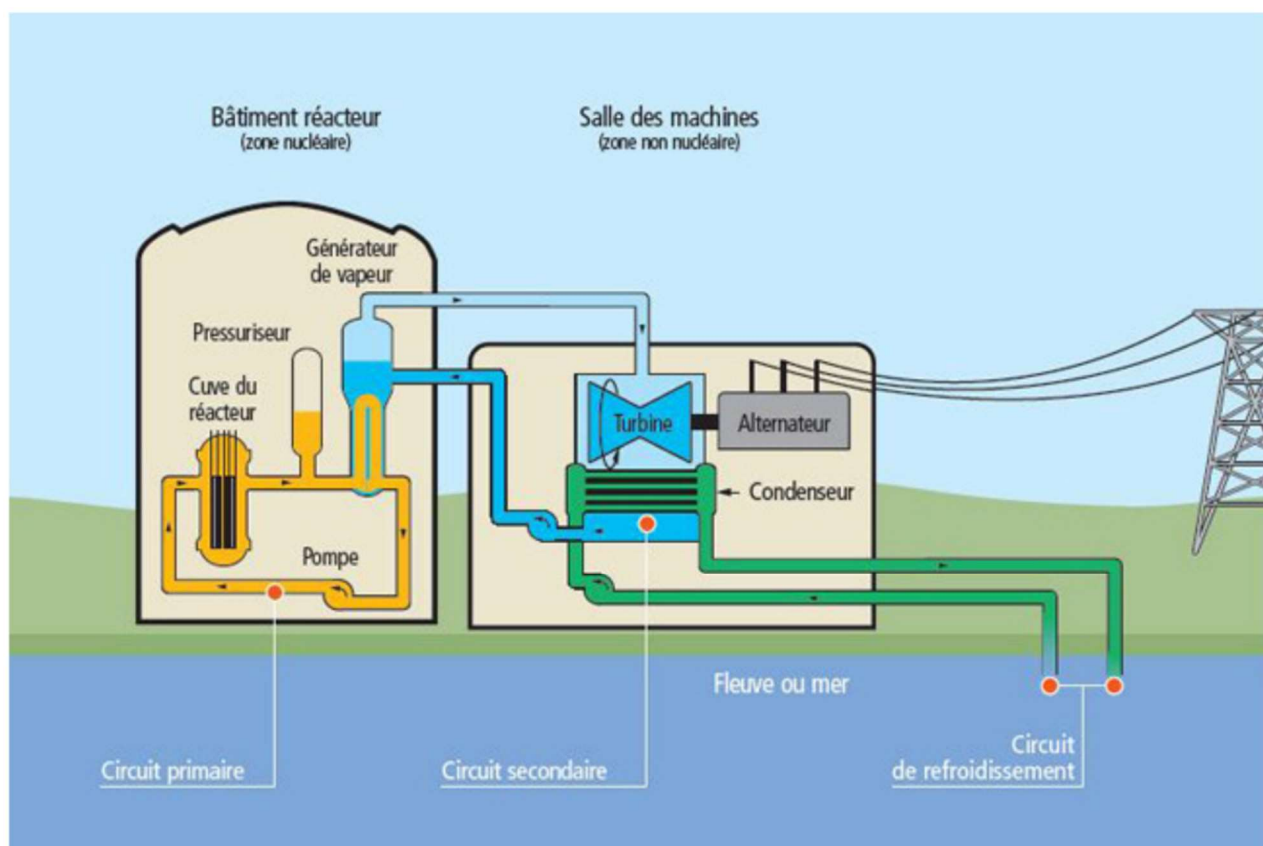


Figure 1 : Schéma global d'une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP (Réacteur à Eau Pressurisée) est constituée de deux grandes zones (voir Figure 1) :

- une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière ou mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;
- une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit

primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de 5000 m^2 (réseau de tubulures).

A) Description du circuit secondaire de la centrale

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique $P_e = 900 \text{ MW}$. Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau en fin d'énoncé donne diverses données thermodynamiques relatives à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau.

I.A.1) Cycle de Carnot

Dans une première approche simplifiée, on considère le moteur ditherme de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources de température T_{ch} et T_{fr} ($T_{fr} < T_{ch}$).

- Donner, en la redémontrant, l'expression du rendement de Carnot associé à ce cycle.
- Donner la valeur numérique de ce rendement en prenant $T_{ch} = 543 \text{ K}$ et $T_{fr} = 303 \text{ K}$, les deux températures extrêmes de l'eau dans le circuit secondaire.
- Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique $P_t = 2785 \text{ MW}$, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation ? On supposera que la puissance mécanique transmise à la turbine est intégralement convertie en puissance électrique. Commenter.

I.A.2) Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes (représentées dans la Figure 2)

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55 \text{ bar}$ jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B) ;
- de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression P_2 à la pression $P_1 = 43 \text{ mbar}$;
- en C , le fluide est diphasé ;
- de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

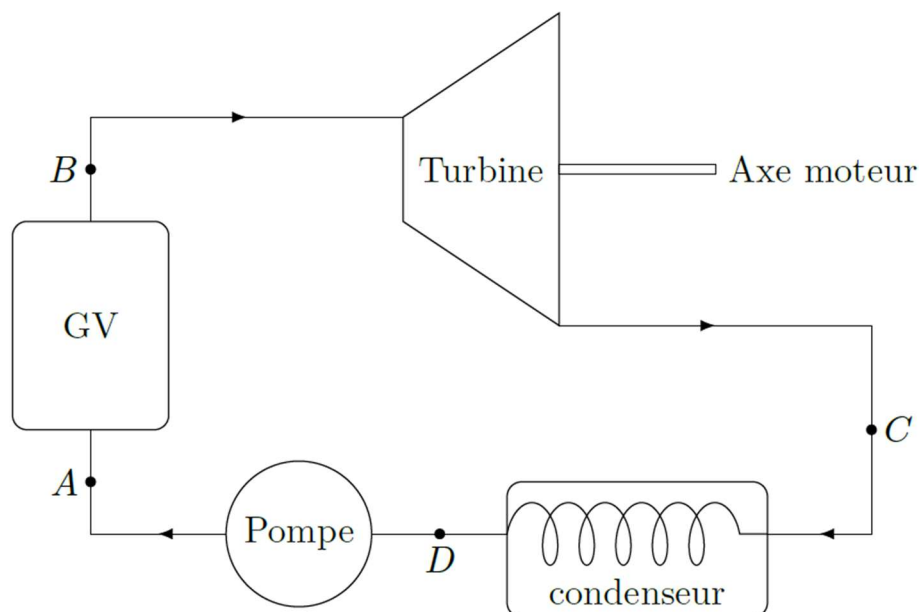


Figure 2 : Cycle de Rankine

- Représenter dans le diagramme de Clapeyron (P, v) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes T_B, T_D et $T_{critique}$, cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points A, A', B, C et D .
- D'après l'extrait de table thermodynamique donné en fin d'énoncé, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A', B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.
- Dans le document réponse figure le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A, A', B, C, D du cycle. On explicitera la méthode.
- Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. Exprimer alors, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire recevant de manière algébrique le travail massique utile w_u et le transfert thermique massique q .
- Exprimer le travail massique w_{BC} reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.
- Exprimer le transfert thermique massique $q_{AA'}$ reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température T_A à la température $T_{A'}$ dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera $T_A \approx T_D$.
- Exprimer le transfert thermique massique $q_{A'B}$ reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.
- Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter. Comparer au rendement réel et commenter.
- Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine ? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine ?

I.A.3) Cycle de Rankine avec détente étagée

Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment (voir Figure 3). En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ».

D'autre part, entre les deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ». Les transformations sont maintenant modélisées par

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55 \text{ bar}$ jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B) ;
- de B à C' : détente adiabatique réversible dans la turbine « haute pression », de la pression P_2 à la pression $P_3 = 10 \text{ bar}$;
- de C' à B' : échauffement isobare à la pression P_3 , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B') ;
- de B' à C'' : détente adiabatique réversible dans la turbine « basse pression », de la pression P_3 à la pression $P_1 = 43 \text{ mbar}$;
- de C'' à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

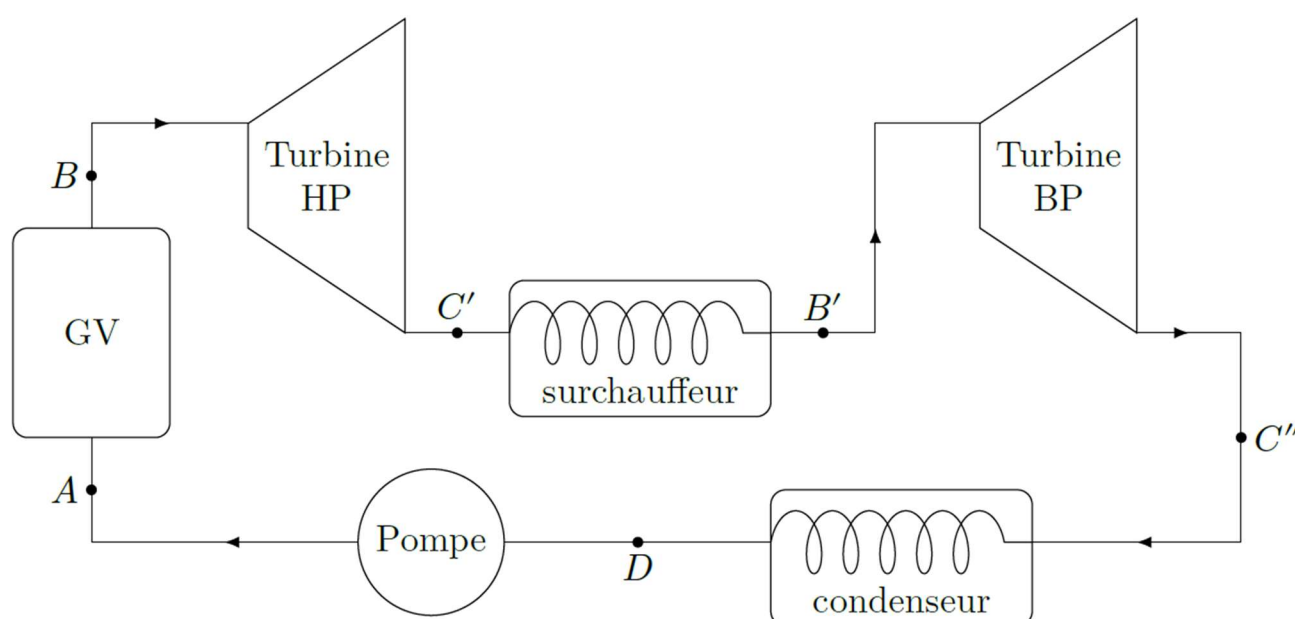


Figure 3 : Cycle de Rankine avec une détente étagée

- Placer les nouveaux points C' , B' , C'' sur le diagramme enthalpique du document réponse.
- Comparer les titres massiques en vapeur des points C' et C'' au titre massique en vapeur du point C . Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
- À l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.

Extrait de table thermodynamique relatif à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau

θ (°C)	P_{sat} (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante sèche		
		v_l (m ³ ·kg ⁻¹)	h_l (kJ·kg ⁻¹)	s_l (J·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)	v_v (m ³ ·kg ⁻¹)	h_v (kJ·kg ⁻¹)	s_v (J·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,03505	2788,46	5,9226

 θ température s_l entropie massique du liquide saturant P_{sat} pression de vapeur saturante v_v volume massique de la vapeur saturante sèche v_l volume massique du liquide saturant h_v enthalpie massique de la vapeur saturante sèche h_l enthalpie massique du liquide saturant s_v entropie massique de la vapeur saturante sèche*Capacité thermique massique isobare de l'eau*

$$c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Potentiels standard d'oxydo-réduction (à 25 °C)

$$E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,00 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$$

Masses atomiques

Atome	F	²³⁵ U	²³⁸ U
Masses atomiques (u)	19,0	235,0	238,0

Constantes diverses

Unité de masse atomique unifiée

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Constante de Boltzmann

$$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Constante des gaz parfaits

$$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Constante de Faraday

$$F = 96500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$$

On prendra

$$0 \text{ °C} = 273 \text{ K}$$

Étude thermique d'un bâtiment

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes.

On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.

On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

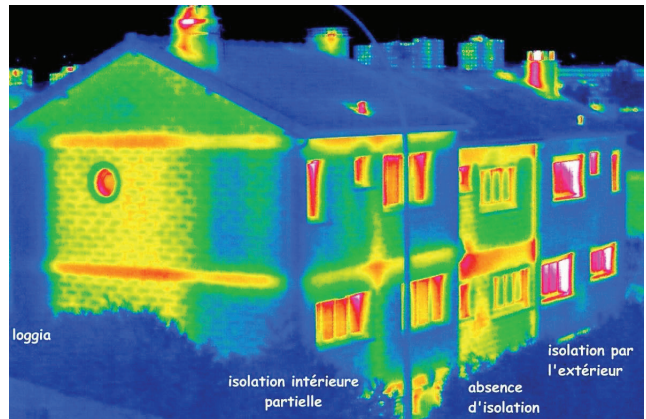


FIGURE 1 – Thermographie infrarouge.

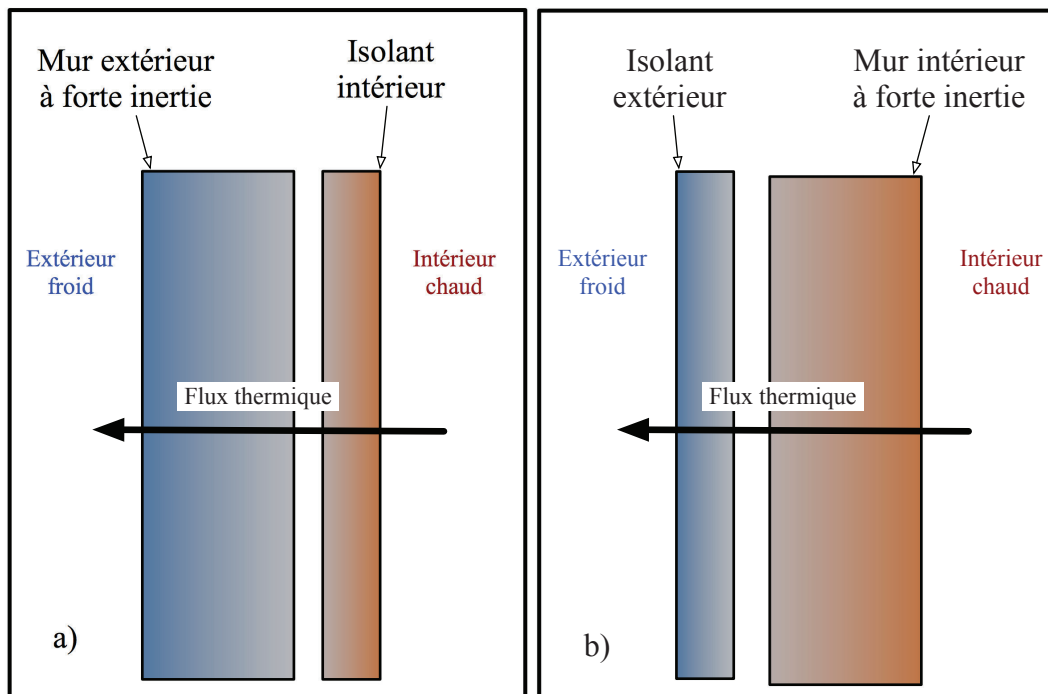


FIGURE 2 – Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur.

Préambule

I.1. Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallélépipédique de longueur $a = 8$ m, de largeur $b = 5$ m, de hauteur $h = 2,5$ m et possédant un radiateur électrique de puissance maximale $P = 2$ kW. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est $C_v = 1,25 \cdot 10^3$ SI. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

I.1.a. Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ?

Quelle est la valeur de la capacité thermique C de la pièce ?

I.1.b. À l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(t)$ dans la pièce en fonction de C et de P .

I.1.c. Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est $T_0 = 10$ °C.

Tracer $T(t)$.

Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale $T_f = 20$ °C.

I.1.d. Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type.

Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont $T(t)$, C et P .

Dessiner le montage électrique analogue.

I.2. Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur $L = 15$ cm et de masse volumique $\rho = 2,2 \cdot 10^3$ kg.m⁻³. On note $c = 1,0 \cdot 10^3$ J.kg⁻¹.K⁻¹ sa capacité thermique massique et λ sa conductivité thermique ($\lambda = 1,5$ SI).

I.2.a. Exprimer l'aire S_p de la surface en contact avec la pièce en fonction de a , b et h , en négligeant l'épaisseur des murs. Faire l'application numérique.

I.2.b. Exprimer le volume de béton V_b et la capacité thermique C_{mur} de l'enceinte en béton en fonction de S_p , L , ρ et c .

Comparer numériquement C_{mur} à la capacité thermique de la pièce C .

Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

Première partie : équation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section S , de longueur L en contact avec deux thermostats de températures T_{int} et T_{ext} (voir figure 3, page 4).

On note : $\vec{J} = j(x,t)\vec{e}_x$ le vecteur densité de flux thermique.

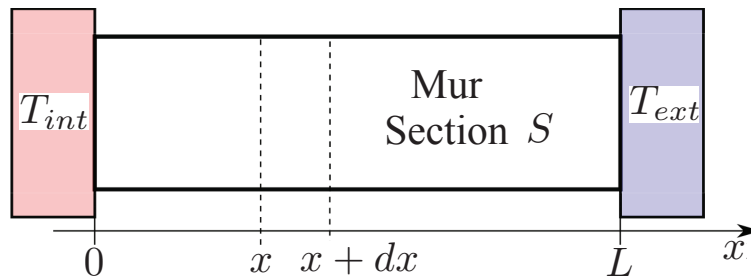


FIGURE 3 – Modélisation du mur.

I.3. Généralités

I.3.a. Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de $j(x, t)$ et préciser son unité. Quelle est la dimension de la conductivité thermique ? En déduire son unité dans le système international.

I.3.b. À l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x + dx$ du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(x, t)$ à l'intérieur du mur en fonction de ρ , c , et λ .

I.4. Étude du régime stationnaire

I.4.a. Rappeler la signification de "régime stationnaire".

I.4.b. Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors $T(x)$ la température à l'intérieur du mur à l'abscisse x . Tracer $T(x)$.

I.4.c. Définir et exprimer la température moyenne du mur notée T_{moy} .

Indiquer la position particulière x_p où la température est égale à la température moyenne.

I.4.d. Exprimer la densité de flux $j(x)$ qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?

I.4.e. Calculer la puissance P que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C . Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

I.5. Résistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par $R = \frac{\Delta V}{I}$ où ΔV est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et I l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (figure 4).

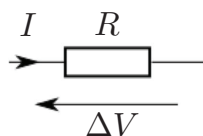


FIGURE 4 – Résistance.

I.5.a. Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale pour un conducteur de conductivité électrique γ . En faisant l'analogie entre la loi d'Ohm et la loi de Fourier, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues la conductivité électrique, la densité de courant électrique, le potentiel électrique et l'intensité du courant. Donner cette réponse sous la forme d'un tableau récapitulatif.

I.5.b. Par analogie, donner l'expression de la résistance thermique R_{mur} du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

Deuxième partie : modélisation électrique

Dans cette partie, on travaillera avec la température moyenne du mur. On modélise l'ensemble du système, composé de la pièce, du mur et du radiateur, par un réseau électrique. Le but est d'étudier le comportement dynamique de ce système via sa fonction de transfert.

I.6. Circuit électrique

Dans l'approche électrique, la modélisation du système conduit au circuit électrique donné figure 5.

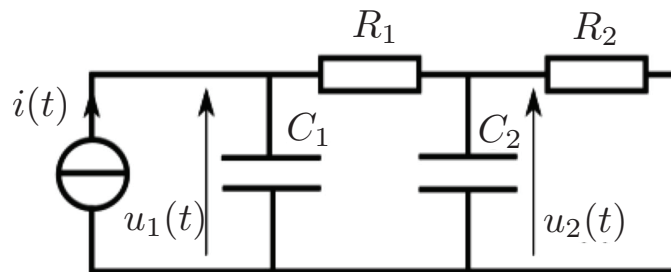


FIGURE 5 – Modèle électrique.

I.6.a. Justifier cette modélisation électrique par rapport à notre étude thermique de la première partie. Expliciter les valeurs de $I, R_1, R_2, C_1, C_2, u_1(t)$ et $u_2(t)$, en fonction des grandeurs P, R_{mur}, C, C_{mur} , la température de la pièce $T(t)$, la température moyenne du mur $T_{moy}(t)$ et la température extérieure T_{ext} .

I.6.b. Que devient ce circuit électrique en régime permanent continu ? Exprimer alors la tension $u_2(t \rightarrow \infty)$. Quelle valeur attribueriez-vous à R_1 et à R_2 en fonction de R_{mur} ?

I.7. Établissement de l'expression d'une impédance

Afin d'étudier le comportement du circuit en régime variable, on se place en régime sinusoïdal forcé $x(t)$ de pulsation ω dont la grandeur complexe associée est notée $\underline{x}(t)$ et l'amplitude complexe est \underline{X} avec :

$$\begin{aligned} x(t) &= X_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}(\underline{x}(t)) , \\ \underline{x}(t) &= X_0 e^{j(\omega t + \phi)} = \underline{X} e^{j(\omega t)} , \\ \underline{X} &= X_0 e^{j(\phi)} . \end{aligned}$$

La référence de phase sera prise sur la grandeur $i(t)$ délivrée par le générateur de courant :

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t) .$$

I.7.a. Exprimer l'impédance \underline{Z}_2 relative à l'association de la résistance R_2 avec le condensateur de capacité C_2 .

I.7.b. Exprimer l'impédance \underline{Z}_1 relative à l'association de la résistance R_1 avec l'impédance \underline{Z}_2 .

I.7.c. Exprimer le lien $i(t)$, $u_1(t)$, \underline{Z}_1 , C_1 et ω .

I.7.d. En déduire que la relation reliant $\underline{U}_1(j\omega)$ à I_0 est donnée par :

$$\underline{U}_1(j\omega) = \frac{1 + j \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_2 \omega}{1 + j((R_1 + R_2)C_1 + R_2 C_2)\omega - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2} (R_1 + R_2) I_0. \quad (1)$$

I.8. Exploitation

I.8.a. Vérifier la cohérence entre la fonction donnée par (1) et les comportements du circuit pour les hautes et basses fréquences.

Exprimer en fonction des données, \underline{U}_{10} , la valeur de $\underline{U}_1(j\omega)$ pour $\omega = 0$.

I.8.b. Vérifier les comportements limites lorsque C_2 tend vers zéro puis vers l'infini.

I.8.c. On appelle fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_1(j\omega)}{\underline{U}_{10}}$. Quelle est la nature du filtre ?

I.8.d. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ dans le cas où $R_1 = R_2 = \frac{1}{2}R$ et $C_2 = \alpha C_1 = \alpha C$.

I.9. Diagramme de Bode

I.9.a. Établir les expressions des asymptotes de $\underline{H}(j\omega)$ en basse fréquence et haute fréquence. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en précisant bien le point d'intersection.

I.9.b. En pratique, pour $\alpha = 200$, on obtient le diagramme de Bode de la figure 10 du **document réponse**. Mettre clairement en évidence, sur le diagramme de la figure 10 du **document réponse**, des zones rectilignes. Interpréter ces zones et placer trois pulsations particulières $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$.

I.9.c. Sous quelle forme pourrait-on mettre $\underline{H}(j\omega)$ en fonction de ω , ω_1 , ω_2 et ω_3 ?

I.9.d. Définir la pulsation de coupure du filtre et donner sa valeur. Estimer la durée τ du régime transitoire.

Troisième partie : isolation

Afin de limiter sa consommation énergétique, le propriétaire décide d'isoler la pièce.

I.10. Importance de l'isolation

Le propriétaire peut disposer l'isolant à l'intérieur ou à l'extérieur du mur. Pour cela, il recouvre les murs d'un isolant de faible capacité thermique, de conductance thermique $\lambda_i = 0,05$ SI et d'épaisseur $e = 5$ cm.

I.10.a. Calculer la résistance thermique R_i relative à l'isolation de la pièce. Comparer cette valeur à R_{mur} . Par la suite, on prendra $R_i = \beta R_{mur}$ avec $\beta = 10$.

I.10.b. Modifier le schéma électrique de la figure 5 (page 5) et proposer les deux montages correspondants.

I.10.c. Déterminer la puissance nécessaire P_{min} afin de maintenir une température dans la pièce de 20 °C pour une température extérieure de 10 °C.

I.11. Isolation intérieure ou extérieure

I.11.a. Choisir un type d'isolation intérieure ou extérieure en précisant clairement votre choix sur la copie.

I.11.b. Déterminer, en régime permanent, les différentes tensions \underline{U}_{10} et \underline{U}_{20} en fonction de β , R et I_0 .

I.11.c. Donner la nouvelle expression de $\underline{H}(j\omega)$ en fonction de α , β , R , C et I_0 .

I.11.d. On obtient, comme diagrammes de Bode, les figures 11a) et 11b) du **document réponse**. Indiquer sur la copie et encadrer sur le **document réponse** celle qui correspond à votre choix d'isolation.

Relever la pulsation de coupure correspondant à ce choix et en déduire le temps de réponse τ_i de votre système.

Commenter ce résultat par rapport au cas sans isolation et analyser votre choix sur le placement de l'isolant.

Quatrième partie : prise en compte des échanges à la surface

On prend en considération les échanges thermiques à la surface en contact avec l'air extérieur par la loi de Newton. On prendra pour le coefficient de transfert thermique de surface $k = 10$ SI.

I.12.

I.12.a. Rappeler la loi de Newton. Quelle peut être l'unité du coefficient k ?

I.12.b. Établir la relation en $x = L$ entre le flux sortant de l'habitation Φ et les données k , S , T_{ext} et $T(L)$.

I.12.c. Modéliser l'échange thermique en $x = L$ par une résistance thermique notée R_e . Comparer numériquement R_e à R_{mur} et à R_i .

I.12.d. Quelle est la conséquence principale de R_e sur l'installation ? Calculer la nouvelle puissance à délivrer afin de maintenir la température intérieure à 20 °C pour une température extérieure de 10 °C.

I.12.e. Comment modéliser la prise en considération du sol de la pièce ?

Comment traduire l'influence de la présence d'une fenêtre dans la pièce ?

Élaborer un modèle électrique plus complet de la pièce.

I.12.f. En revenant sur les photographies de la figure 1, page 2, quel phénomène avons nous négligé ?