TP 2 TRAITEMENT DU SIGNAL NUMERIQUE

TP Cours : Echantillonnage et quantification

I. Analyse de l'échantillonnage effectué par un système d'acquisition

1) Influence de la fréquence d'échantillonnage

a) Signal analysé

Brancher le GBF sur la voie 1 de l'oscillo numérique et sur l'entrée EA0 de la platine SP5 de Latis pro.

GBF : $f = 800\ Hz$
Amplitude $5V$ ($10V$ crête à crête)
Signal sinusoïdal

Indiquer la période de ce signal:

$$T = \frac{1}{f} = 1{,}25\ ms$$

b) Paramètres par défaut

→ *Echantillonnage.*

Ouvrir la page d'accueil de Latis pro.
Enregistrer le signal (touche F10) sans modifier aucun des réglages de Latis pro.
Noter les valeurs indiquées par défaut dans l'onglet acquisition.

$Points = 200$	(1)
$T_e = 100\ \mu s$	(2)
$T_{total} = 20\ ms$	(3)

(1) correspond au nombre d'échantillons total prélevé $Points = N_T$
(2) correspond à la période d'échantillonnage T_e
(3) correspond à la durée totale de l'acquisition $T_{total} = \Delta T$

Indiquer la relation entre les grandeurs ΔT, N_T et T_e puis vérifier que les valeurs indiquées vérifient bien cette relation.

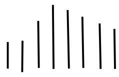
$$\Delta T = N_T * T_e$$
$$\Delta T = 200 * 100.10^{-6} = 20.10^{-3} = 20\ ms$$

Calculer la fréquence d'échantillonnage.

$$f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{1}{100.10^{-6}} = 10^4\ Hz$$

→ *Style*

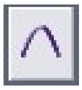
Par défaut le style du tracé est : croix + + + + +

Modifier en prenant le style spectre 

Vérifier rapidement que le nombre d'échantillons est bien de l'ordre de 200.

Utiliser maintenant le style trait 

c) Mesure de la fréquence du signal à l'aide de la modélisation

On utilise l'icône: 

Modéliser le signal par une fonction sinus et noter la fréquence indiquée: $F = 798{,}458\ Hz$

d) Modification du nombre d'échantillons total

On règle $T_{total} = \Delta T = 10\ ms$.
Régler le nombre d'échantillons total N_T aux valeurs indiquées dans le tableau ci-dessous:

Pour chaque valeur indiquer la période d'échantillonnage, le nombre d'échantillons par période du signal étudié (N), la fréquence d'échantillonnage et la fréquence du signal indiquée par la modélisation.

N_T	1000	100	20	12	10
ΔT	$10\ ms$	$10\ ms$	$10\ ms$	$10\ ms$	$10\ ms$
T_e	$10\ \mu s$	$100\ \mu s$	$500\ \mu s$	$838\ \mu s$	$1\ ms$
$N = \frac{T}{T_e}$	125	12,5	2,5	1,5	1,25
f_e	$10^5\ Hz$	$10^4\ Hz$	$2\ kHz$	$1{,}2\ kHz$	$1\ kHz$
$f_{modèlisation}$	$798\ Hz$	$798\ Hz$	$798\ Hz$	$403\ Hz$	$203\ Hz$

Indiquer la raison pour laquelle la fréquence du signal étudié ne possède pas la bonne valeur pour certains choix du nombre d'échantillons.

Pour les deux derniers cas, le critère de Nyquist-Shannon n'est pas respecté. Il y a repliement de spectre. Le premier pic de l'analyse de Fourier sera celui à $f_e - f$ et non celui à f.

Pour $f_e = 1{,}2\ kHz$, $f_e - f \sim 400\ Hz \sim f_{modèlisation}$
Pour $f_e = 1{,}2\ kHz$, $f_e - f \sim 200\ Hz \sim f_{modèlisation}$

e) Confirmation de phénomène par l'analyse de Fourier.

Régler les paramètres de l'acquisition pour avoir une fréquence d'échantillonnage de $f_e = 10\ kHz$ avec un temps total d'acquisition de $\Delta T = 100\ ms$.

Cela impose:

$$T_e = \frac{1}{f_e} = 10^{-4}\ s \qquad et \quad N_T = \frac{\Delta T}{T_e} = \frac{100.10^{-3}}{10^{-4}} = 1000$$

Régler la fréquence du signal d'entrée donnée par le GBF successivement aux fréquences indiquées dans le tableau suivant et faire l'analyse spectrale.

Pour chaque valeur indiquer la fréquence relevée dans le spectre affiché (utiliser le pointeur).

f_{BF} (kHz)	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0
$f_{spectre}$ (kHz)	$1\ kHz$	$3\ kHz$	$5\ kHz$	$3\ kHz$	$1\ kHz$	0

Conclusion:

Lorsque le critère de Nyquist-Shannon n'est pas respecté (3 derniers cas), il y a repliement de spectre. On observe un signal de plus basse fréquence que celle du GBF. La fréquence apparente est $f_e - f$.

f) Explication du phénomène de sous échantillonnage

→ *Analogie avec la stroboscopie*

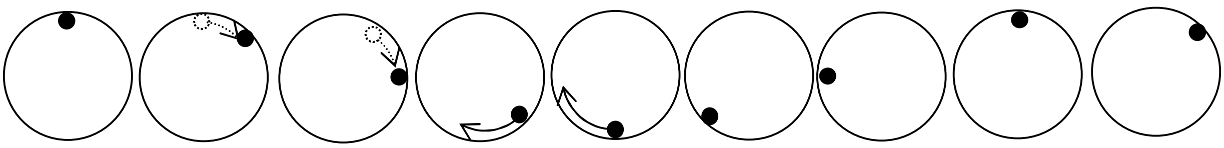
Le disque portant le point noir tourne à une fréquence de $f = 10\ Hz$ soit $T = 100ms$.

Les éclats lumineux du stroboscope possèdent une fréquence f_e et une période T_e.

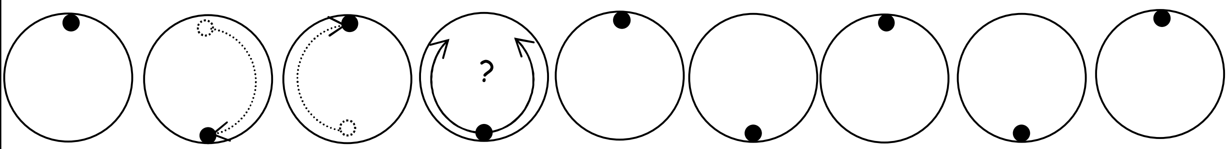
1 $T_e = 12{,}5\ ms$ $f_e = 80\ Hz$ $N = 8\ échantillons\ par\ période$

Sens de rotation réel

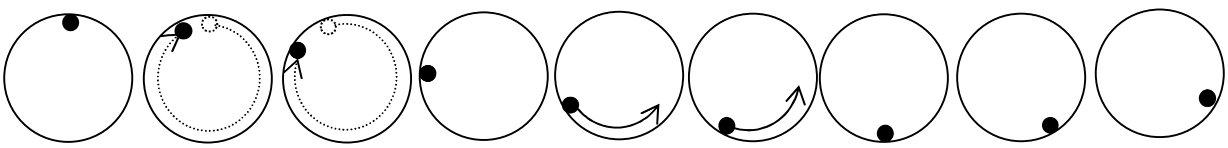
Sens de rotation apparent ou



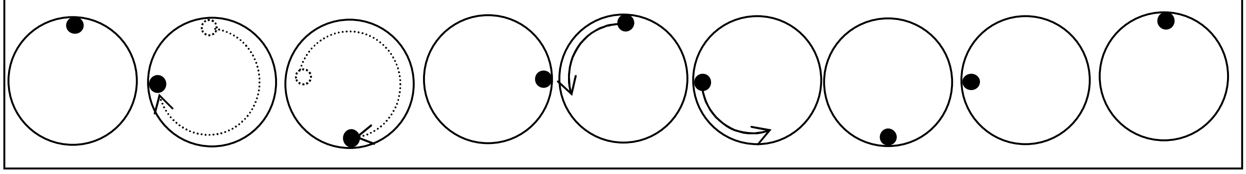
2 $T_e = 50{,}0\ ms$ $f_e = 20Hz$ $N = 2$ $impossible\ de\ trouver\ le\ sens\ de\ rotation$



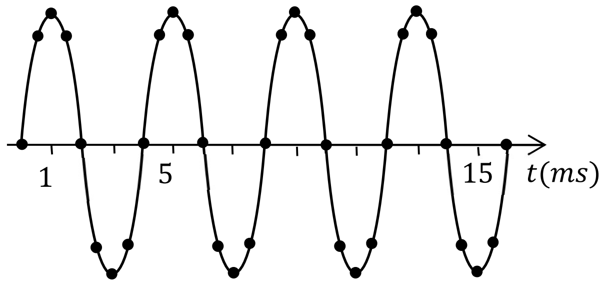
3 $T_e = 91{,}7\ ms$ $f_e = 10{,}9\ Hz$ $N = 1{,}09$ $T_{apparent} = 1{,}1\ s$ $f_{apparent} = 0{,}9\ Hz$



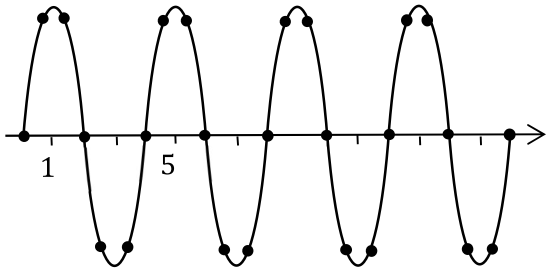
4 $T_e = 75\ ms$ $f_e = 13{,}3\ Hz$ $N = 1{,}33$ $T_{apparent} = 0{,}30\ s$ $f_{apparent} = 3{,}33Hz$



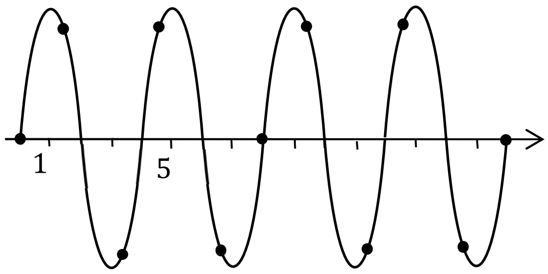
→ *Sous échantillonnage avec sinusoïde pure*



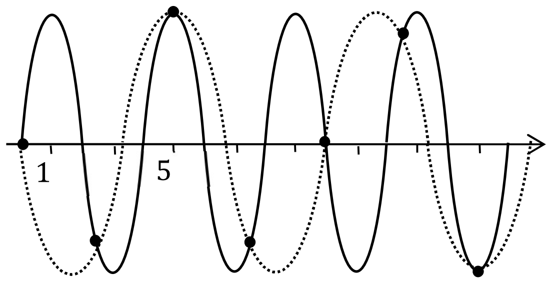
$T = 4{,}00\ ms$ $f = 250\ Hz$
$T_e = 0{,}50\ ms$ $f_e = 2\ kHz$
$N = 8$



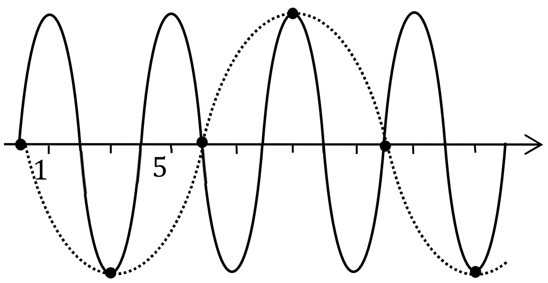
$T = 4{,}00\ ms$ $f = 250\ Hz$
$T_e = 0{,}67\ ms$ $f_e = 1{,}5\ kHz$
$N = 6$



$T = 4{,}00\ ms$ $f = 250\ Hz$
$T_e = 1{,}60\ ms$ $f_e = 625\ Hz$
$N = 2{,}5$



$T = 4{,}00\ ms$ $f = 250\ Hz$
$T_e = 2{,}50\ ms$ $f_e = 400\ Hz$
$N = 1{,}6$
$T_{modélisation} = 6{,}66\ ms$
$F_{modélisation} = 150\ Hz$



$T = 4{,}00\ ms$ $f = 250\ Hz$
$T_e = 3{,}00\ ms$ $f_e = 333\ Hz$
$N = 1{,}3$
$T_{modélisation} = 12\ ms$
$F_{modélisation} = 83\ Hz$

3.1.7. Conclusion.

Lorsque le critère de Nyquist-Shannon n'est pas respecté (moins de deux points par période et $f_e - f < f$), il y a repliement de spectre. On observe un signal de plus basse fréquence que celle du GBF.
La fréquence de modélisation est alors $f_e - f$.

2) Quantification des échantillons

a) Structure du signal échantillonné

GBF: $f = 1000\ Hz$

Amplitude $5V$ ($10V$ crête à crête).

Acquérir le signal sur Latis Pro (F10).

Acquisition: $200\ points$

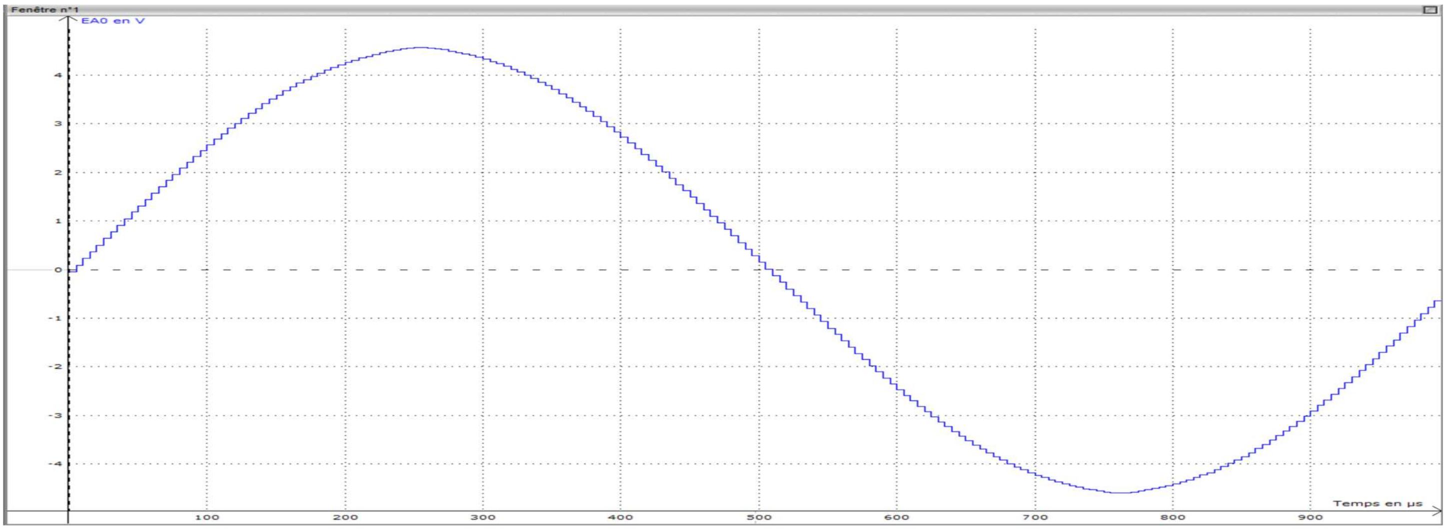
$5\ \mu s$

$1\ ms$

Déclanchement: EA0 front montant.

Style: Paliers reliés.

Décrire la courbe observée.



Augmenter le nombre de points à 500 (en conservant le temps total de $1\ ms$), puis à 2000 (en conservant le temps total de $1\ ms$).

Que remarquez-vous ?

Plus on augmente le nombre de points, plus on voit de paliers apparaître.

b) Recherche du pas de quantification ou quantum

→ *Obtention d'un signal de très faible amplitude.*

GBF: $f = 500\ Hz$

Acquisition: $200\ points$

$10\ \mu s$

$2\ ms$

Mode permanent (lancer avec F10, arrêt de l'acquisition avec Echap).

Appuyer sur le bouton LEVEL Cela active l'atténuateur de $-20\ dB$.

($-20\ dB = 20 \log 10^{-1}$ correspond donc à une division par 10 de l'amplitude de sortie).

Effectuer un calibrage puis diminuer encore l'amplitude jusqu'à avoir environ $150mV$.

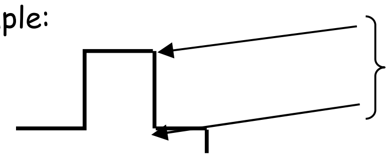
→ *Mesure du pas de quantification.*

✓ *Avec le calibre par défaut*

Relever le calibre correspondant à EA0.

$-10\ V/+10\ V$

A l'aide de la loupe grossir plusieurs fois si nécessaire la partie du signal où l'évolution est la plus lente, jusqu'à avoir sur la fenêtre un seul niveau entre deux paliers :
Exemple:



A l'aide des réticules, mesurez avec un maximum de précision la différence entre deux paliers c'est à dire le **pas de quantification ou quantum** noté ***q***.

Indiquer la valeur de ***q*** ainsi que la **dynamique *s*** (plage entre les deux limites du calibre de EA0).

$q = 4{,}95\ mV$ $\quad$ $s = 20\ V$

En déduire le nombre de pas de quantification correspondant à la dynamique du système d'acquisition sur le calibre employé.

$$N_q = \frac{20}{4{,}95.10^{-3}} = 4040$$

✓ *Avec les autres calibres*

Modifier le calibre de EA0 et, pour chacune des valeurs, effectuez les opérations précédentes et remplir le tableau suivant.

Calibre	$-5V/+5V$ Avec 1000 points et temps total de $2\ ms$	$-1V/+1V$ Avec 2000 points et temps total de $2\ ms$	$-0{,}2V/+0{,}2V$ Avec 10000 points et temps total de $2\ ms$
s	$10\ V$	$2\ V$	$0{,}4\ V$
q	$2{,}495\ mV$	$503{,}033\ \mu V$	$100{,}011\ \mu V$
N_q	4008	3976	4000

Faire la moyenne des quatre valeurs de N_q obtenues puis estimer la valeur de n telle que N_q soit de la forme 2^n.

$N_{q(moyen)} = 3995 \sim 4096 = 2^{12}$

$n = \ nombre\ de\ bits\ du\ logiciel\ Latis\ Pro\ = 12$

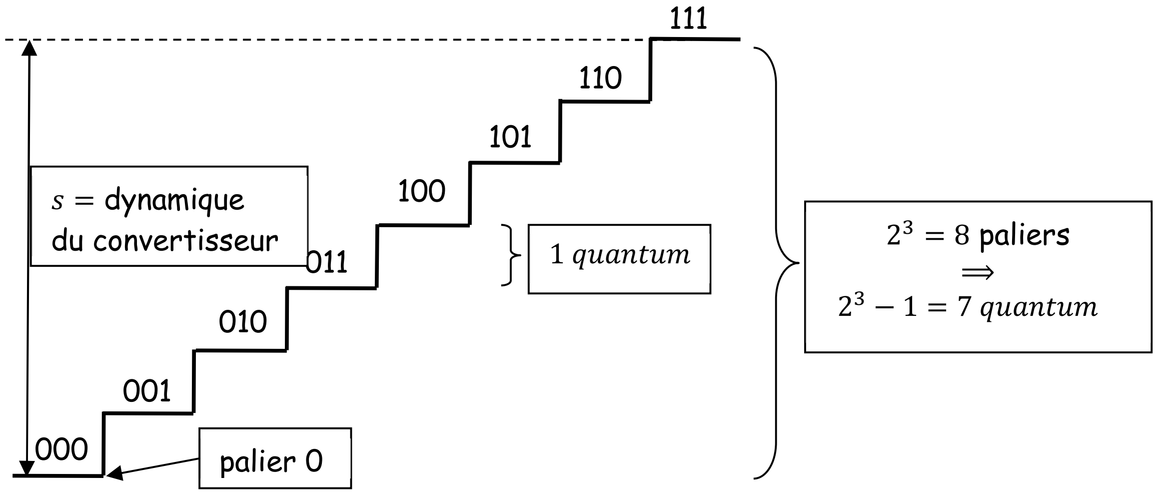
c) Conclusion: principe du codage binaire

→ *Exemple: convertisseur 3 bits :*

$$N_q = 2^3 = 8$$

Donc 8 paliers correspondant aux nombres binaires suivants:

	000	001	010	011	100	101	110	111
correspondant aux paliers	0	1	2	3	4	5	6	7



→ *Généralisation :*

Le pas de quantification ou quantum pour un convertisseur n bits ayant une dynamique s est donné par la relation:

$$\boxed{\boldsymbol{q = \frac{s}{2^n - 1}}}$$

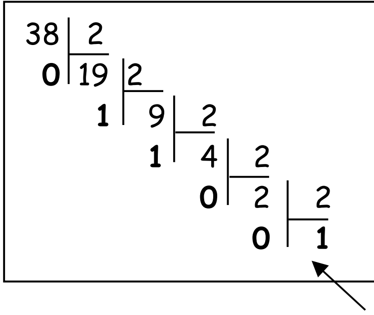
Plus le nombre de bits est important plus le quantum est faible et plus la précision du codage est fine. Cela permet une bonne restitution du signal lors du décodage.

A partir de $n = 7$ on peut poser :

$$\boldsymbol{q} \approx \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{2^n}} \text{ avec moins de } 1\% \text{ d'erreur.}$$

→ *Remarque: conversion binaire décimal :*

Exemple: conversion du nombre 38 en binaire à 6 bits



38 en décimal Correspond à **100110** en binaire

poids du bit le plus fort: $\boldsymbol{2^{n-1}} = \boldsymbol{2^5}$ (c'est le premier chiffre du nombre binaire) :
poids du bit le plus faible: $\boldsymbol{2^0} = \boldsymbol{1}$ (c'est le dernier chiffre du nombre binaire) :

$$\boxed{\boldsymbol{1} \times 2^5 + \boldsymbol{0} \times 2^4 + \boldsymbol{0} \times 2^3 + \boldsymbol{1} \times 2^2 + \boldsymbol{1} \times 2^1 + \boldsymbol{0} \times 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38}$$

→ ***Exercice :***

Convertir 233 en un nombre binaire.

Vérifier le résultat en retrouvant le nombre décimal initial.

$$
\begin{array}{r|l}
233 & 2 \\ \hline
\end{array}
$$

233 | 2
1 | 116 | 2
0 | 58 | 2
1 | 29 | 2
1 | 14 | 2
0 | 7 | 2
1 | 3 | 2
1 | **1**

233 en binaire : **11101101**

$$
\begin{aligned}
& 1\times2^7+1\times2^6+1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0 \\
&= 128 \quad + \quad 64 \quad + \quad 32 \quad + \quad 0 \quad + \quad 8 \quad + \quad 0 \quad + \quad 0 \quad + \quad 1 \\
&= 233
\end{aligned}
$$