

# DSO9 - Exercice

## Exercice 1 : Étude du moteur à biodiesel

1) Système :  $n$  moles de GP

Transformation : AB, adiabatique  
réversible,

La loi de Laplace est applicable,

$$P V^\gamma = \text{cte}, \text{ alors } \underline{P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma}$$

2) La transformation est adiabatique,

$$\underline{Q_{AB} = 0},$$

$$\text{et } W_{AB} = - \int_{E \rightarrow F} P_{ext} dV$$

$$= - \int_{E \rightarrow F} P dV \quad (\text{rev})$$

$$= - \int_{V_A}^{V_B} P_A V_A^\gamma \frac{dV}{V^\gamma} \quad (\text{Laplace})$$

$$\underline{W_{AB} = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma - 1}}$$

$$\underline{W_{AB} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_B - T_A)}. \quad (\text{GP})$$

3) La transformation est isochore,

$$\underline{W_{BC} = 0},$$

alors le premier principe impose :

$$Q_{BC} = \Delta U = n C_{vm} \Delta T =$$

$$\underline{Q_{BC} = n C_{vm} (T_C - T_B)}.$$

4) La transformation est isobare,

$$Q_{CD} = \Delta H \quad (1^{\text{er}} \text{ principe})$$

$$Q_{CD} = n C_{pm} (T_D - T_C)$$

$$\text{et } W_{CD} = - \int_{E \rightarrow F} P_{\text{ext}} dV$$

$$W_{CD} = - P_C (V_D - V_C) \quad (\text{isobare}).$$

5) La transformation est adiabatique:

$$Q_{DE} = 0,$$

et EA est isochore, alors:

$$W_{EA} = 0.$$

$$Q_{EA} = \Delta U_{EA} = n C_{vm} (T_A - T_E).$$

6) Sur le cycle, vu que U est une fonction d'état:  $\Delta U = 0$ .

7) L'écriture du premier principe sur le cycle fournit:

$$W = - Q_{AB} - Q_{BC} - Q_{CD} - Q_{DE} - Q_{EA}.$$

8) On définit alors le rendement, comme étant:

$$\eta = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie consommée}} \right|,$$

$$\text{soit } \eta = \frac{-W}{Q_{BC} + Q_{CD}},$$

avec  $Q_{BC}$  et  $Q_{CD}$  le transfert thermique échangé avec la source chaude.

On simplifie :

$$\eta = \frac{Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{CA}}{Q_{BC} + Q_{CD}}$$

9) La transformation est adiabatique et réversible, appliquée à un G.P.

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$$

$$T_B = T_A (V_A/V_B)^{\gamma-1} = T_A \alpha^{\gamma-1}$$

10) La transformation est isochore, et pour un G.P. dans un système fermé, on a :

$$\frac{P_C}{T_C} = \frac{P_B}{T_B}$$

$$T_C = T_B (P_C/P_B) = T_B \delta = \delta T_A \alpha^{\gamma-1}$$

11) La transformation est isobare, et pour un G.P. :

$$\frac{V_D}{T_D} = \frac{V_C}{T_C}$$

$$T_D = \beta T_C = \beta \delta T_A \alpha^{\gamma-1}$$

12) La transformation est adiabatique et réversible (G.P.) :

$$T_E V_E^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

or,  $V_E = V_A$ , alors:

$$T_E = T_D \left( \frac{V_D}{V_A} \right)^{\gamma-1}$$

et  $\frac{V_D}{V_C} = \frac{T_D}{T_C}$ ,  $V_C = V_B$ , donc:

$$T_E = T_D \left( \frac{T_D}{T_C} \cdot \frac{V_C}{V_A} \right)^{\gamma-1} = T_D \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\gamma-1},$$

et on en déduit que:

$$T_E = \beta \delta T_A \alpha^{\gamma-1} \cdot \frac{\beta^{\gamma-1}}{\alpha^{\gamma-1}} = T_A \beta^{\gamma} \delta$$

13) On reprend le résultat de la question 8,

$$\eta = \frac{Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{EA}}{Q_{BC} + Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{EA}}{Q_{BC} + Q_{CD}}$$

$$Q_{EA} = n C_{vm} (T_A - T_E) = n C_{vm} T_A (1 - \beta^{\gamma} \delta)$$

$$\begin{aligned} Q_{BC} &= n C_{vm} (T_C - T_D) = n C_{vm} (\delta T_A \alpha^{\gamma-1} - T_A \alpha^{\gamma-1}) \\ &= n C_{vm} T_A \alpha^{\gamma-1} (\delta - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{CD} &= n C_{pm} (T_D - T_C) = n C_{pm} (\beta \delta T_A \alpha^{\gamma-1} - \delta T_A \alpha^{\gamma-1}) \\ &= n C_{pm} T_A \delta \alpha^{\gamma-1} (\beta - 1) = n \gamma T_A \delta \alpha^{\gamma-1} (\beta - 1) \end{aligned}$$

et on réécrit:

$$\eta = 1 + \frac{n C_{vm} T_A}{n C_{vm} T_A} \cdot \frac{1 - \beta^{\gamma} \delta}{[(\delta - 1) + \gamma \delta (\beta - 1)] \alpha^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{\beta^{\gamma} \delta - 1}{(\delta - 1 + \gamma \delta (\beta - 1)) \alpha^{\gamma-1}}$$

14) AN:  $T_B = T_A \alpha^{\gamma-1} = 825 \text{ K}$

15) AN:  $T_C = 8 T_A \alpha^{\gamma-1} = 2063 \text{ K}$

16) On a  $2000 \text{ t} \cdot \text{min}^{-1}$ , soit  $1000 \text{ cycle} \cdot \text{min}^{-1}$ .  
 $6400 \text{ t} \cdot \text{h}^{-1}$ , pour 8 L de consommation

Ainsi, la consommation est de

$$m_c = \mu \cdot \frac{8}{6400} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{cycle}^{-1}$$

17) On note  $\Delta_{\text{comb}} h$  l'enthalpie massique liée à la combustion du système, alors  
 $\Delta_{\text{comb}} H = m_c P = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{cycle}^{-1}$

18) La réaction est celle d'une combustion totale:



19) Pour brûler 1 mole d'oléfine, il faut  
 27 moles de dioxygène, donc  
 $27 \times 4$  moles de diazote,

ce qui mène à un total de 135 moles d'air.

On regarde alors le rapport des masses:

$$\varphi = \frac{m_{\text{air}}}{m_c} = \frac{n_{\text{air}} N_{\text{air}}}{n_c N_c} \stackrel{n_c=1}{=} 13,2 \approx 13$$

on a vérifié l'hypothèse.

20) L'air est chauffé par un apport énergétique.

trique de 4,4 kJ pour un cycle, pour une  
masse d'air de  $13 \times m_c$  pour 1 cycle

On a alors; en grandeurs molaires,

$$Q_{cm} = \frac{\Delta_{comb} H}{13 \cdot m_c} \cdot n_{air} = 8,0 \cdot 10^4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

et  $Q_{cm} = Q_{Bcm} + Q_{CDm} = C_{vm}(T_c - T_B) + C_{pm}(T_D - T_c)$

$$T_D = T_c + \frac{Q_{cm} - C_{vm}(T_c - T_B)}{C_{pm}}$$

$$\underline{T_D = 3600 \text{ K}}$$

2) On rappelle:  $\beta = \frac{T_D}{T_c} = 1,8$ , et on en

déduit  $\eta$  avec la question 13,

$$\underline{\eta = 0,61}$$

Exercice 2: Piezoélectrique et capteur de force

1). Système : masse

- Référentiel lié à la voiture, non galiléen

- Analyse cinématique:

$$\vec{ON} = x \hat{u}_x, \quad \vec{V} = \dot{x} \hat{u}_x, \quad \vec{A} = \ddot{x} \hat{u}_x$$

- Bilan des actions mécaniques:

- Poids:  $\vec{P}$

- Réaction du support  $\vec{R}$

• Force de rappel du ressort

$$\vec{F}_h = -k(x - l_0) \hat{u}_x,$$

• Amortissement :  $\vec{f} = -\alpha \vec{V} = -\alpha \dot{x} \hat{u}_x,$

• Force d'inertie d'entraînement,

$$\vec{f}_{ie} = m \vec{a}$$

2) On applique le PFD:

$$m \vec{A} = \underbrace{\vec{P} + \vec{R}}_{=\vec{0}, \text{ mot}} + \vec{F}_h + \vec{f} + \vec{f}_{ie}$$

et en projetant sur  $(Ox)$ ,

$$m \ddot{x} + \alpha \dot{x} + k(x - l_0) = ma,$$

et on pose  $X = x - l_0$ ,  $\dot{X} = \dot{x}$ ,  $\ddot{X} = \ddot{x}$ ,

$$m \ddot{X} + \alpha \dot{X} + kX = ma,$$

$$\ddot{X} + \frac{\alpha}{m} \dot{X} + \frac{k}{m} X = a.$$

On identifie  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ,  $Q = \sqrt{km}/\alpha$ .

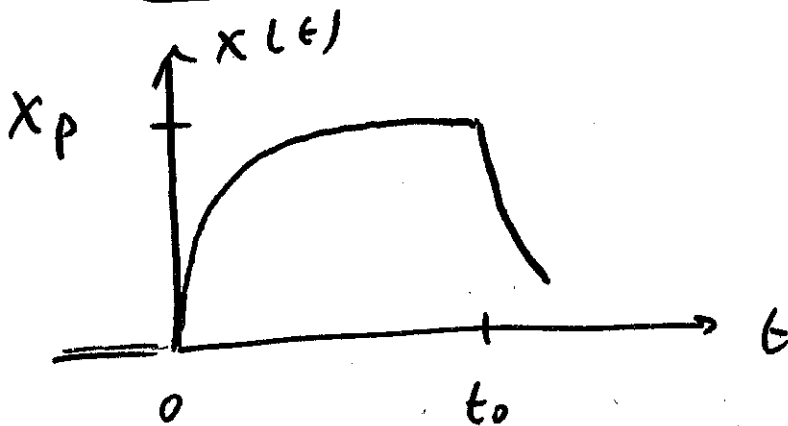
3) Pour  $t < 0$ , on est à l'équilibre dans un référentiel galiléen ( $a=0$ ), alors  $X=0$ ,  $x(t < 0) = 0$ .

4) On a posé  $Q = 1/2$ , on a un régime critique. On cherche la solution particulière :  $X_p(t) = a/\omega_0 = ct$ .

On suppose que le régime permanent

est atteint à  $t = t_0$ , soit:

$$x(t_0) = a/\omega_0.$$



5) La voiture freine dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que l'accélération est constante:

$$-a_1 = \frac{\Delta V_1}{\Delta t_1} = \frac{-25}{2,5} = -10 \text{ m.s}^{-2} \quad (\text{a pris positif})$$

6) De même,

$$-a_2 = \frac{25}{0,15} = 1,6 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-2}.$$

7) On reprend les données précédentes:

$$f_{e1} = m a_1$$

$$f_{e2} = m a_2$$

$$\underline{f_{e1} = 28 \text{ mN}}$$

$$\underline{f_{e2} = 0,47 \text{ N.}}$$

8) On en déduit alors les forces électromotrices créées par le matériau piezo,

$$E_1 = X f_{e1}$$

$$E_2 = X f_{e2}$$

$$\underline{E_1 = 0,17 \text{ V}}$$

$$\underline{E_2 = 2,81 \text{ V.}}$$

Cette différence pourrait être détectable.



2) Le choix d'un coefficient  $Q$  de  $1/2$  permet d'avoir un régime transitoire le plus court possible (avec un système du deuxième ordre).

Si le régime permanent n'est pas atteint avant l'arrêt du véhicule,  $x(t)$  donc  $a$  donc  $E$  serait sous estimée menant donc à une mesure erronée.

(10) On résout l'équation de la question 2. Le polynôme caractéristique s'écrit :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0,$$

dont les solutions sont :

$$r_{\pm} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \omega_0 \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1} \quad (\text{obtenus d'oscillations})$$

$$= -\omega_0 \quad (Q = 1/2).$$

La solution homogène est alors :

$$x_h(t) = (A + Bt) \exp(-\omega_0 t), \quad A, B \in \mathbb{R},$$

et la solution particulière (question 4),

$$x_p(t) = \frac{a}{\omega_0},$$

$$\text{alors } \begin{cases} x(t) = (A + Bt) \exp(-\omega_0 t) + \frac{a}{\omega_0} \\ x(t=0) = 0 \\ \dot{x}(t=0) = 0 \end{cases}$$

Les dérivées première et seconde de  $x(t)$

sont continues, et pour  $t < 0$ ,

$$\begin{cases} \dot{x}(t < 0) = 0 \\ x(t < 0) = 0. \end{cases}$$

donc :  $\begin{cases} B = 0 \\ A + \frac{a}{\omega_0} = 0, \end{cases}$  soit  $\begin{cases} A = -a/\omega_0 \\ B = 0, \end{cases}$

ce qui nous amène à :

$$\underline{x(t) = \frac{a}{\omega_0} (1 - \exp(-\omega_0 t))}.$$

On fixe le critère pour que le régime permanent soit atteint que  $1 - \exp(-\omega_0 t_1) = 0.99$

$$\text{soit } \omega_0 t_1 = \ln 100,$$

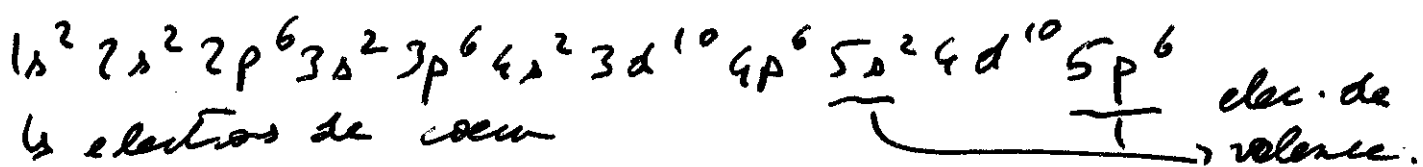
$$\underline{t_1 = 4,6 \omega_0}.$$

Il faut que, d'ici la fin du choc, d'une durée de 100 ms, le régime permanent soit atteint. On en déduit alors  $\omega_0 = \frac{1}{t_1} \ln 100 = 46 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Ceci fixe les caractéristiques que doit avoir l'oscillateur pour être efficace.

Exercice 3 : Hologènes et dérivés

1/ Xe isote, 5<sup>e</sup> période, avec une dernière orbitale  $5p^5$  :



2) Le pouvoir oxydant augmente avec  $Z$  dans une colonne. Ainsi,  $\text{Cl}_2$  est plus oxydant que  $\text{Br}_2$  et que  $\text{I}_2$ .

3) Il serait possible de tester les deux transformations suivantes :

→ mélanger  $\text{I}_2$  (brun) et  $\text{Br}^-$  :



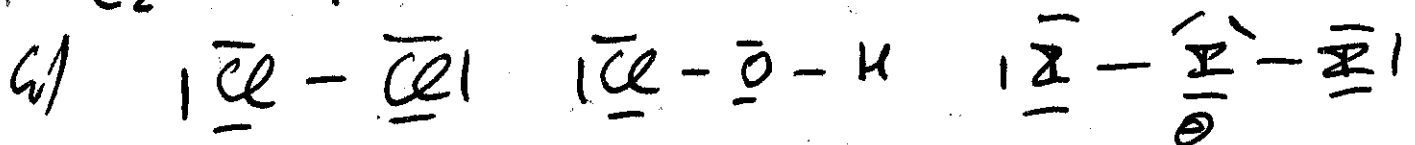
la solution deviendrait orange, elle si  $\text{Br}_2$  est plus oxydant que  $\text{I}_2$ , ce qui est le cas,

→ mélanger  $\text{Br}_2$  et  $\text{I}^-$  (orange)



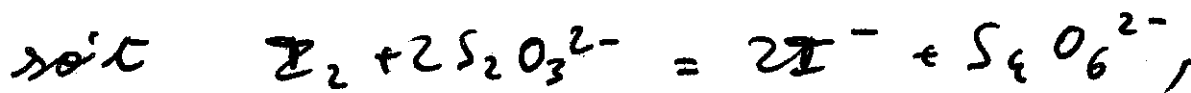
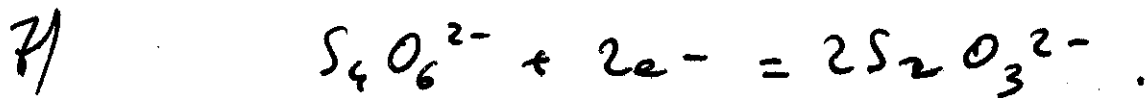
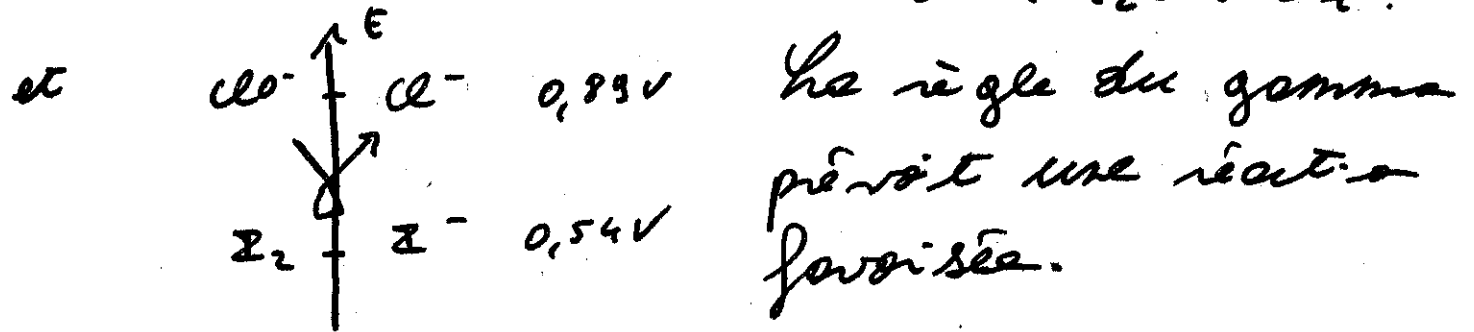
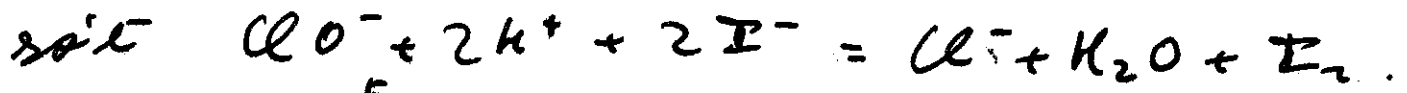
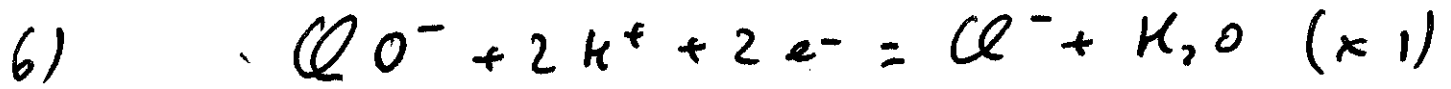
la solution deviendrait brune, mais elle n'aura pas lieu.

On peut faire de même avec  $\text{Cl}^-$  et  $\text{Br}_2$  et  $\text{Cl}_2$  et  $\text{Br}^-$ .

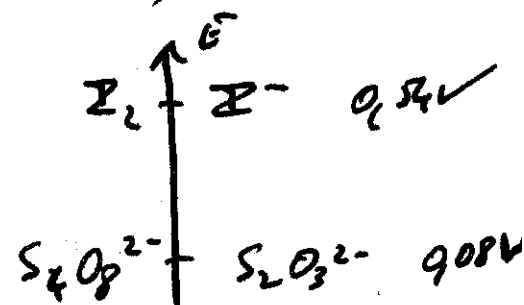


5) Plus  $Z$  est grand, plus les atomes sont polarisables, donc ici, ayant un premier des dipôles induits, et se considèrent que des interactions de Van der Waals, qui deviennent de plus en plus fortes avec  $Z$ .  
On en déduit que les interactions sont plus

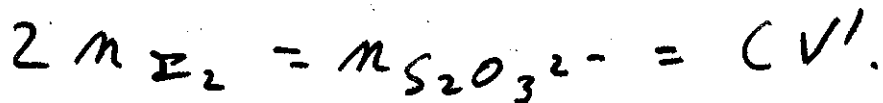
sortes pour  $\text{I}_2$  que pour  $\text{Br}_2$  et donc  $\text{Cl}_2$ , car les interactions covalentes de moins en moins intenses.



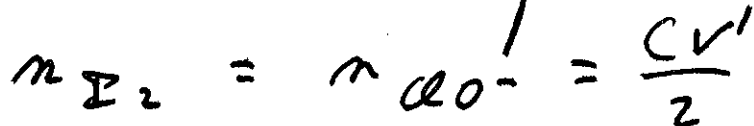
La règle du gamma prévoit aussi une transformation favorisée!



8) On considère la réaction de la question 7,



puis la réaction de la question 6,



et en notant  $C_0$  la concentration initiale, et en tenant compte de la dilution (parten 50)

$$\frac{C_0 V_E}{50} = \frac{\text{CV}'}{2}$$

$$C = \frac{50}{2} \frac{CV'}{V_E} = 0,7 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

3) Dans la solution 1,  $[ClO^-]_{(t=0)} \gg [E127]_{(t=0)}$ ,  
donc on a dégénérescence de l'ordre,

$$[ClO^-]_t \approx [ClO^-]_{(t=0)} = C_0,$$

et la loi de vitesse devient:

$$v = k_{app} [E127]^{\alpha}, \quad k_{app} = k [ClO^-]_{(t=0)}^{\beta}$$

avec  $k_{app}$  la constante de vitesse apparente.

a) On suppose  $\alpha = 1$ ,

$$v = - \frac{d[E127]}{dt} = k_{app} [E127]^1.$$

$$\frac{d[E127]}{[E127]} = -k_{app} dt$$

$$\int_{[E127]_0}^{[E127]} \frac{dx}{x} = -k_{app} \int_0^t dy, \quad \begin{cases} x = [E127] \\ y = t. \end{cases}$$

$$\ln \frac{[E127]_t}{[E127]_{(t=0)}} = -k_{app} t.$$

11) De même, avec  $\alpha = 2$ ,  $-\frac{d[E127]}{dt} = k_{app} [E127]^2$ ,

$$\frac{1}{[E127]_t} - \frac{1}{[E127]_{(t=0)}} = k_{app} t.$$

12) On observe que, sur la figure 4, la courbe de gauche est plus proche du modèle que la courbe de droite, et on en déduit (question 0) que  $\alpha = 1$ , probablement. Dans ce

car,  $k_{app} = 2,20 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

13) On comprend que cette valeur prend place au lieu où se trouve ? . On "trouve"

$$\ln k_{app} = \ln k + \beta \ln [\text{ClO}^-]_0,$$

et  $\begin{cases} \beta \approx 1 \\ \ln k = -3,59 \end{cases}$  ,  $R^2 \approx 0,989 \dots$

d'où,  $\beta = 1$  et  $k = 2,75 \cdot 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

en supposant que  $\beta$  est l'estime le plus proche de celui donné par la régression linéaire.