

## DS 6 : Mécanique et iode

Les parties de cet examen sont *très largement* indépendantes. On pourra utiliser les résultats intermédiaires donnés dans le texte pour aborder les parties suivantes. Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute application numérique ou commentaire physique est le bienvenu. Les résultats doivent être *encadrés* et tout résultat numérique doit être accompagné de son *unité*.

**La calculatrice et la fiche sur la théorie VSPER sont autorisées.**

**Exercice 1 : À propos de l'iode et de ses composés****Étude structurale**

1. Le numéro atomique de l'élément iode est  $Z = 53$ .
  - 1.a. Quelle est la configuration électronique d'un atome d'iode dans son état fondamental ?
  - 1.b. Combien cet atome possède-t-il d'électrons de valence et d'électrons de cœur ? Pourquoi distingue-t-on ces deux types d'électrons ?
  - 1.c. Donner le schéma de Lewis de l'atome d'iode.
2. Expérimentalement, on mesure l'énergie de première ionisation des halogènes : fluor F ( $Z = 9$ ), chlore Cl ( $Z = 17$ ), brome Br ( $Z = 35$ ), et iode I. On trouve les valeurs suivantes : 10,8 eV, 11,8 eV, 13,0 eV et 17,4 eV.
  - 2.a. Définir l'énergie de première ionisation d'un élément.
  - 2.b. Attribuer aux halogènes chacune de ces différentes valeurs d'énergie d'ionisation. Justifier.
3. Le difluor  $F_2$  oxyde le dichlore  $Cl_2$  en  $ClF_3$  alors que le dichlore oxyde le diiode  $I_2$  en  $ICl_3$ .
  - 3.a. Ce résultat est-il prévisible ? Justifier.
  - 3.b. Écrire l'équation de la réaction de formation de  $ICl_3$ .
  - 3.c. Que peut-on prévoir comme produit de réaction entre le dibrome et le diiode ?
4. Structures de la molécule de  $ICl_3$  et des ions dérivés.
  - 4.a. Représenter le schéma de Lewis de la molécule  $ICl_3$  et prévoir sa géométrie.
  - 4.b. La molécule  $ICl_3$  est-elle polaire ? Justifier votre réponse.
  - 4.c. Déterminer le schéma de Lewis et la géométrie des deux ions suivants :  $FICl_3^-$  d'atome central I et  $I_3^-$ .

**4.d.** Représenter les formes mésomères de l'ion iodate  $\text{IO}_3^-$  d'atome central I sachant que pour l'atome d'oxygène  $Z = 8$ .

### Solubilité du diiode dans différents solvants

**5.** La solution aqueuse de diiode étant colorée, cela permet d'utiliser la spectrophotométrie pour connaître la concentration en diiode d'une solution. On rappelle la loi de Beer-Lambert donnant l'absorbance  $\mathcal{A}$  d'une solution de diiode placée dans une cuve d'épaisseur  $l$  :  $\mathcal{A} = \varepsilon_{\text{I}_2(\lambda)} \cdot l \cdot [\text{I}_2]$ , expression dans laquelle  $\varepsilon_{\text{I}_2(\lambda)}$  est le coefficient d'extinction molaire du diiode à la longueur d'onde  $\lambda$ .

**5.a.** Préciser la couleur de cette solution aqueuse.

**5.b.** Comment choisit-on habituellement la longueur d'onde de travail  $\lambda$  afin de vérifier la loi de Beer-Lambert ?

**5.c.** Quel est le lien entre cette longueur d'onde  $\lambda$  et la couleur de la solution de diiode ?

**5.d.** On dispose d'une solution mère de diiode de concentration  $c_0 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Expliquez comment préparer un volume  $V = 20,0 \text{ mL}$  d'une solution de diiode de concentration  $c = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  à partir de la solution mère (On précisera les volumes prélevés et la verrerie utilisée).

**5.e.** À la longueur d'onde  $\lambda = 454 \text{ nm}$ , on mesure l'absorbance  $\mathcal{A}$  de différentes solutions de diiode ainsi réalisées. On obtient les résultats suivants :

$[\text{I}_2]$ en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$
$\mathcal{A}$	0,65	1,25	1,80	2,45

La loi de Beer-Lambert est-elle vérifiée ? Justifier votre réponse.

### Étude cinétique de la synthèse du diiode suivie par spectrophotométrie

**6.** On se propose de déterminer l'ordre et la constante de vitesse de la réaction d'oxydation des ions iodure  $\text{I}^-$  par les ions peroxydisulfate  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$  en solution aqueuse. On donne les deux couples redox  $\text{I}_2(\text{aq})/\text{I}^-(\text{aq})$  et  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}(\text{aq})/\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ . Écrire l'équation de la réaction étudiée.

**7.** Des études expérimentales montrent que la vitesse de cette réaction dépend uniquement de la concentration en ions  $\text{I}^-$  et  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ . On suppose alors que la réaction admet un ordre, et qu'elle est étudiée à température ambiante constante. À l'instant  $t = 0$ , on mélange  $V_1 = 15,0 \text{ mL}$  de solution de peroxydisulfate d'ammonium de concentration  $C_1 = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et un volume  $V_2 = 25,0 \text{ mL}$  de solution d'iodure de potassium de concentration  $C_2 = 0,250 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

**7.a.** Soient  $C_0$  la concentration initiale de  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$  et  $C$  celle de  $\text{I}^-$  dans le mélange. Qu'observe-t-on ? Simplifier alors la loi de vitesse en introduisant  $k'$ , la constante de vitesse apparente.

**7.b.** Écrire le bilan de matière en concentration en notant  $x$  l'avancement volumique de la réaction en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . À un instant de date  $t$ , exprimer  $[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]_{(t)}$  en fonction de  $[\text{I}_2]_{(t)}$ .

**7.c.** À partir de la loi de vitesse obtenue et sachant que l'ordre partiel lié à l'ion peroxodisulfate est égal à l'unité, établir la loi cinétique  $[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]_{(t)}$ . Quelle courbe faut-il tracer pour vérifier que cet ordre est effectivement égal à 1 ?

**8.** Des mesures de l'absorbance de la solution en fonction du temps réalisées dans les mêmes conditions que celles décrites dans la partie précédente ont permis d'obtenir le tableau de résultats suivant :

$t$ en min	0	4	8	12	16
$\mathcal{A}$	0,000	0,349	0,670	0,940	1,178

**8.a.** Montrer que ces résultats sont en accord avec un ordre partiel égal à 1 pour l'ion peroxodisulfate.

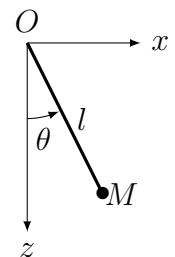
**8.b.** Calculer la constante apparente de vitesse.

**8.c.** En déduire la constante de vitesse si l'on suppose que l'ordre partiel pour l'ion iodure est également égal à l'unité.

## Exercice 2 : Pendule simple et mesure du temps

Pour déterminer le champ de pesanteur localement, les géophysiciens disposent d'instruments appelés gravimètres. Le premier gravimètre utilisé historiquement a été un pendule.

On étudie le mouvement d'un point matériel  $M$  de masse  $m$  accroché à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur  $l$  et de masse négligeable, dont l'autre extrémité est à l'origine  $O$  du repère cartésien lié au référentiel du laboratoire. Tous les frottements sont négligés.



**1.** Quelle est la trajectoire du point  $M$  ? Quel est le système de coordonnées adapté à la description du mouvement de  $M$  ? Représenter la base de ce système de coordonnées sur le schéma.

**2.** Effectuer un bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur  $M$ .

**3.** Projeter le principe fondamental de la dynamique selon les deux vecteurs de la base polaire afin d'établir deux équations liant  $\theta$  et ses dérivées.

4. Laquelle des deux constituent l'équation différentielle du mouvement ? Quelle est la nature de cette équation différentielle ? Sait-on la résoudre analytiquement ?

5. En vous plaçant dans le cadre des petites oscillations, montrer que l'équation différentielle s'écrit sous la forme

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0 .$$

Identifier l'expression de  $\omega_0$ . On en précisera son nom, son unité et sa signification. Quel nom donne-t-on à un système satisfaisant à une telle équation différentielle ?

6. La résoudre complètement pour  $\theta(0) = \theta_0$  et  $\vec{v}_0 = \vec{0}$ .

On souhaite maintenant s'en servir comme gravimètre, c'est-à-dire comme système permettant de mesurer le champ de pesanteur terrestre.

7. Pourquoi l'utilisation d'un pendule simple permet-elle de remonter à la mesure de l'intensité du champ de pesanteur  $g$  ?

8. À partir de l'égalisation du poids avec la force d'attraction gravitationnelle sur un corps de masse  $m$  se trouvant à l'altitude  $z$  de la Terre, exprimer le champ de pesanteur terrestre  $g$  en fonction de la constante universelle de gravitation, de la masse  $M_T$  de la Terre, du rayon  $R_T$  de la Terre et de l'altitude  $z$ .

9. Sachant que  $z \ll R_T$ , montrer que

$$g \approx \frac{GM_T}{R_T^2} \left( 1 - \frac{2z}{R_T} \right) .$$

10. Calculer l'altitude dont il faut s'élever pour observer une variation de  $g$  de 1 %.

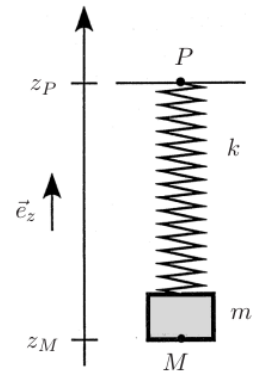
11. En 1672, l'astronome Richter part à Cayenne en Guyane avec une horloge à pendule réglée à Paris (pendule qui bat la seconde), il s'aperçoit qu'elle retarde de 2 min 28 s par jour. En déduire la valeur de  $g$  à Cayenne (à Paris  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ). Sachant que l'altitude de Paris varie entre 28 et 131 m et l'altitude de Cayenne entre 0 et 105 m, est-ce que l'altitude explique la variation observée ?

### Exercice 3 : Microscopie à force électrostatique

*Le problème expose le principe de fonctionnement d'un microscope à force électrostatique. Cette technique d'analyse de surfaces permet de réaliser des cartographies de gradients de forces électrostatiques, avec une résolution latérale de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres.*

Cette partie du problème décrit le principe de mesure de la pulsation propre d'un oscillateur mécanique.

1. On considère l'oscillateur mécanique représenté sur la figure ci-contre, composé d'une masse  $m$  et d'un ressort de constante de raideur  $k$ , l'ensemble étant suspendu au point  $P$ . La cote  $z_M$  du point  $M$  situé à la base de la masse est notée  $z_0 + \delta(t)$ , où  $z_0$  désigne la cote de la position d'équilibre de  $M$  lorsque  $P$  est fixe en  $P_0$ . Ce point  $P$  est maintenant animé autour de  $P_0$  d'un mouvement sinusoïdal vertical, imposé par un vibreur et donné par  $a(t) = a_0 \cos(\omega t)$  avec  $a_0 > 0$ . On suppose de plus que la masse  $m$  est soumise à une force de frottement fluide de type visqueux  $\vec{F}_f = -\beta \dot{\delta} \vec{e}_z$  avec  $\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt}$  et  $\beta > 0$ .



1.a. Écrire l'équation différentielle vérifiée par  $\delta(t)$ .

1.b. On se place en régime sinusoïdal forcé ; on note respectivement  $A$  et  $B$  les amplitudes complexes associées à  $a(t) = \text{Re}(A \exp(j\omega t))$  et à la vitesse  $\dot{\delta}$  de la masse. Calculer le rapport  $B/A$  ; le mettre sous la forme  $(k/\beta)H(\omega)$  et exprimer  $H(\omega)$  en fonction de  $\omega$ , à l'aide des paramètres  $\omega_0$  et  $Q$ , où  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  et  $Q = \sqrt{mk}/\beta$ .

1.c. Donner l'allure du graphe du module de  $H(\omega)$  en fonction de  $\omega$  ; on supposera  $Q \gg 1$ . Que représentent  $\omega_0$  et  $Q$  ?

1.d. Faire un graphe de l'argument  $\varphi$  de  $H(\omega)$  en fonction de  $\omega$ . Sur quelle plage de pulsations se produisent essentiellement les variations de  $\varphi$  ? Calculer  $\frac{d\varphi}{d\omega}(\omega = \omega_0)$  en fonction de  $Q$  et  $\omega_0$ .

2. On cherche à déterminer expérimentalement la valeur de  $\omega_0$ . Deux capteurs donnent l'un une tension  $u_A(t) = u_0 \cos(\omega t)$  proportionnelle à  $a(t)$ , l'autre une tension  $u_B(t)$  proportionnelle à la vitesse  $\dot{\delta}(t)$  de  $M$ .

2.a. Ces tensions sont appliquées aux deux entrées d'un circuit multiplieur qui donne une tension de sortie  $u_S(t)$  proportionnelle à leur produit, soit :  $u_S(t) = Ku_A(t)u_B(t)$  où  $K$  est une constante. Montrer que  $u_S(t)$  possède une composante continue et une composante sinusoïdale. Déterminer la dépendance en  $\varphi$  de la composante continue. Proposer un montage électrique simple pour éliminer la composante sinusoïdale de  $u_S(t)$ . La mesure en fonction de  $\omega$  de cette composante continue permet-elle de déterminer  $\omega_0$  avec une grande sensibilité ?

2.b. Le capteur de vitesse est remplacé par un capteur de position de la masse délivrant une tension proportionnelle à  $\delta(t)$ . On utilise le même circuit multiplieur que précédemment et on détecte la composante continue de la tension de sortie. Quelle est sa dépendance en  $\varphi$  ? Ce montage permet-il une mesure plus précise de  $\omega_0$  ? Justifier votre réponse.

2.c. On mesure expérimentalement  $\omega_0$  en ajustant la valeur de  $\omega$  afin d'obtenir  $\varphi = 0$ . Exprimer à l'aide de  $Q$  l'incertitude relative  $\delta\omega_0/\omega_0$  de cette mesure pour une incertitude expérimentale  $\delta\varphi$  sur  $\varphi$ .

2.d. *Application numérique* : estimer  $\delta\omega_0/\omega_0$  pour  $\delta\varphi = 8 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$  et  $Q = 200$ . Quelle est l'incertitude sur la fréquence propre de l'oscillateur, sachant qu'elle est voisine de 60 kHz ?

3. La masse de l'oscillateur mécanique est maintenant soumise à une force supplémentaire

verticale appliquée au point  $M$ . On suppose que son amplitude  $F_C(z_M)$  varie avec la cote  $z_M = z_0 + \delta(t)$  du point  $M$ . On néglige la variation de la position d'équilibre statique  $z_0$  due à la force  $F_C$ .

**3.a.** En se limitant à de faibles déplacements autour de  $z_0$ , montrer que l'oscillateur mécanique présente une variation apparente de constante de raideur  $\delta k$  que l'on exprimera à l'aide de la fonction  $F_C(z_M)$ .

**3.b.** En déduire la variation de pulsation propre de l'oscillateur, que l'on exprimera en fonction de  $\omega_0$ ,  $\delta k$  et  $k$ , en supposant  $|\delta k| \ll k$ .

**3.c.** On suppose fixée l'incertitude expérimentale  $\delta\varphi$  comme à la question 2.d. Quelle variation relative minimale de la constante de raideur peut être détectée ? Commenter le rôle du facteur de qualité.

*La microscopie à force électrostatique utilise un oscillateur mécanique équivalent à celui décrit dans cette partie. Afin d'obtenir une résolution spatiale submicronique, on se sert en pratique d'un dispositif de très faibles dimensions, où l'aire de l'extrémité  $M$  de l'oscillateur est de l'ordre de  $100 \text{ nm}^2$ . En utilisant des céramiques piézoélectriques, on est de plus capable de déplacer cet oscillateur au-dessus de la surface à étudier. La précision de positionnement de l'oscillateur est meilleure que le nanomètre dans les trois directions de l'espace. On enregistre alors en tout point les variations de pulsation propre de l'oscillateur, ce qui permet d'établir une cartographie des effets électrostatiques à la surface du matériau.*

## Exercice 4 : Boites à décade et limites en intensité

On se propose d'étudier un circuit  $RC$  série. Ce circuit  $RC$  est composé de deux boites à décade, une en résistance réglée sur  $R = 120 \Omega$  et une en capacité réglée sur  $C = 10 \text{ nF}$ . Le générateur qui lui est associé produit un signal crête-à-crête de fréquence  $f = 1,0 \text{ kHz}$ , de  $10 \text{ V}$  d'amplitude, et de  $5 \text{ V}$  de valeur moyenne. Ce générateur supposé idéal est appelé « GBF de puissance », il est capable de délivrer une intensité maximale  $I_{\max} = 1,0 \text{ A}$ .

Les boites à décade en résistance possède des limites en intensité. On donne, pour la boite à décade considérée ici :

- pour  $R$  allant de  $1$  à  $9 \Omega$ ,  $I_{\lim} = 700 \text{ mA}$  ;
- pour  $R$  allant de  $10$  à  $99 \Omega$ ,  $I_{\lim} = 200 \text{ mA}$  ;
- pour  $R$  allant de  $100$  à  $999 \Omega$ ,  $I_{\lim} = 70 \text{ mA}$  ;
- pour  $R$  allant de  $1$  à  $9 \text{ k}\Omega$ ,  $I_{\lim} = 20 \text{ mA}$ .

Déterminer à l'aide d'une étude du circuit et des valeurs données ci-dessus si la boite à décade en résistance est utilisée en dehors de sa plage normale d'utilisation. Que se passerait-il si c'était le cas ?