

Exercice 1 - Appareil photo numérique

1) La surface  $S_c$  du capteur est:

$$S_c = 8,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

La surface  $S_p$  du pixel est alors:

$$S_p = \frac{S_c}{N} = \frac{8,6 \cdot 10^{-4}}{22 \cdot 10^6} = 3,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$$

dont la taille caractéristique est

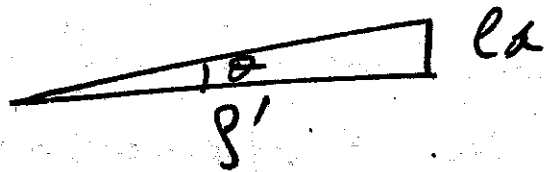
$$\boxed{S_p = \sqrt{S_p} = 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 6,3 \mu\text{m}}$$

2) On a:

avec  $l_d$  la

moitié du diamètre

de la tache de diffraction. L'angle  $\theta$  est celui du cône:



$$\sin \theta = 1,22 \times \frac{\lambda}{D}$$

avec  $D$  le diamètre du diaphragme.

Alors:

$$\sin \theta \approx \theta = 1,22 \frac{\lambda N}{f'}$$

$$\text{et } \tan \theta \approx \theta = \frac{l_d}{f'}$$

$$\text{On a alors } \boxed{2 l_d = 1,22 \times 2 \times \frac{\lambda N f'}{f'}} = \underline{\underline{27 \mu\text{m}}}$$

La taille de l'ouverture est plus grande que la taille d'un pixel. Si le diaphragme est trop fermé ( $N$  trop grand), la perte de qualité est notable.

On estime, généralement, qu'il n'y a pas de perte de qualité si la taille de la tache n'exède pas 3 pixels.

3) L'effet Bokeh est l'effet de flou lorsque la profondeur de champ est faible. S'il y a des lumières dans le fond, elles apparaissent sous la forme de tache, dont le contour est le même que celui de la pupille du diaphragme.

4) On a, d'après le schéma:

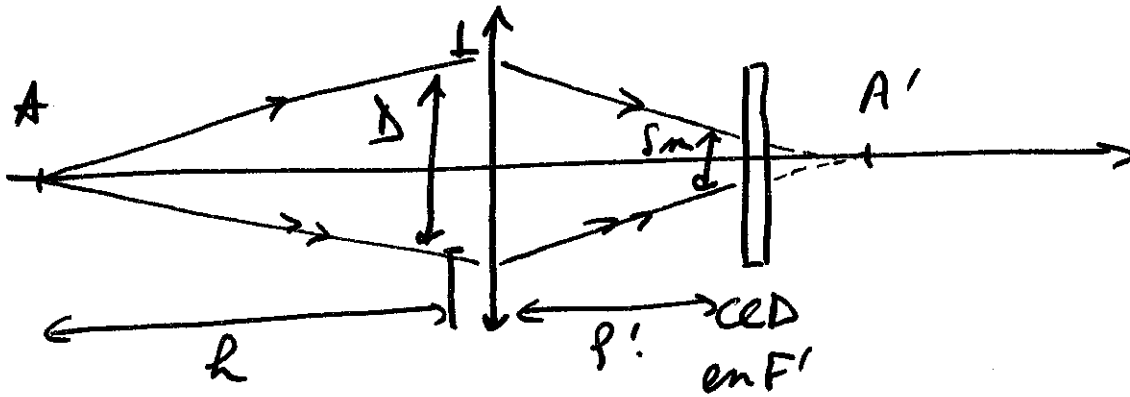
$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{2g'}$$

Ainsi, plus la distance focale augmente, l'angle  $\alpha$  diminue.

Si la mise au point est faite à distance fixe, l'image formée sur le capteur se situe après le plan focal image. Ainsi,

la distance d'aplanisme - CCD augmentée,  
 donc  $\alpha$  diminue.

6) On a le schéma suivant:



On a, par application du théorème de Thalès et de les relations de conjugaison de Newton et de Descartes:

$$\frac{S_m}{D} = \frac{F'A'}{OA'} \quad \text{et} \quad \begin{cases} F'A' = \overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} \\ OA' = \overline{OA'} = \left(\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'}\right)^{-1} \end{cases}$$

On pose  $h = \overline{OA}$ , alors:

$$\frac{S_m}{D} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} \left( \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} \right) = \frac{f'}{h}$$

On a déduit que: 
$$\boxed{h = \frac{f'D}{S_m} = \frac{f'^2}{NS_m}}$$

Tous les points plus éloignés de l'appareil que  $h$  apparaîtront comme nets. Ainsi, plus  $h$  est petit, plus la

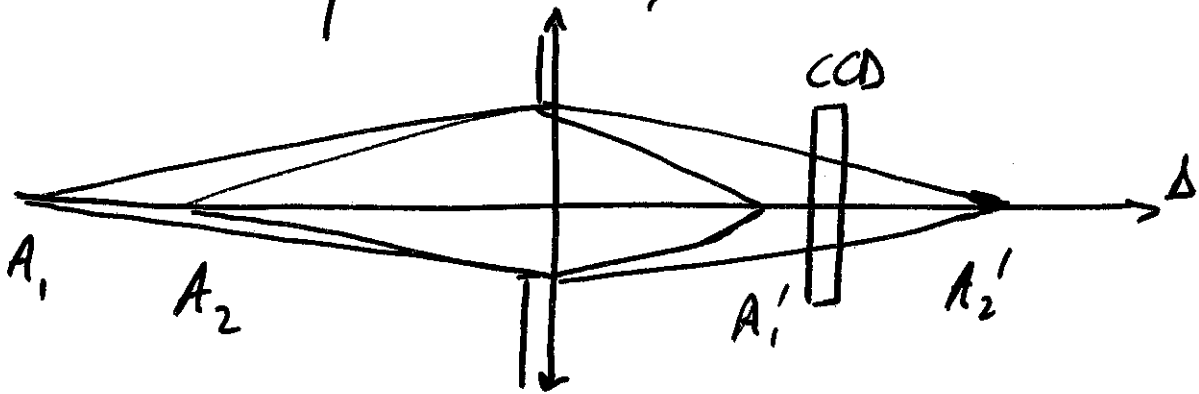
profondeur de champ est importante (plage sur laquelle les objets apparaissent nets).

7) Pour la distance hyperfocale, on a:

$$h = \frac{f'}{N S_p} = 13 \text{ m.}$$

Tous les points entre 13 m et l'infini sont nets. C'est bien adapté à la prise de vue d'un objet lointain, un paysage.

8) Pour un portraït, on a:



Le point A (à 3 m) crée une image nette en A' sur le capteur (non représenté):

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'} = 8,265 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

Il est alors possible de calculer les positions limites A'1 et A'2 qui donneront des images nettes, et des objets A1 et A2 correspondants:

$$\frac{S_P}{D} = \frac{\overline{A'A'_2}}{\overline{OA'_2}} = \frac{\overline{A'O} + \overline{OA'_2}}{\overline{OA'_2}} = \frac{\overline{A'O}}{\overline{OA'_2}} + 1$$

$$\text{d'où } \overline{OA'_2} = \frac{\overline{A'O}}{\frac{S_P}{D} - 1} = 8,267 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

$$\text{et } \frac{S_P}{D} = \frac{\overline{A'A'_1}}{\overline{OA'_1}} = -1 + \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA'_1}},$$

$$\overline{OA'_1} = \frac{\overline{OA'_1}}{\frac{S_P}{D} + 1} = 8,265 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

On revient aux objets  $A_1$  et  $A_2$  par la formule de Descartes.

$$\frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{OA'_2}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{f'}$$

$$\overline{OA_1} = \frac{f' \cdot \overline{OA'_1}}{f' - \overline{OA'_1}}$$

$$= 3,016 \text{ m}$$

$$\overline{OA_2} = \frac{f' \cdot \overline{OA'_2}}{f' - \overline{OA'_2}}$$

$$= 2,984 \text{ m.}$$

$$\text{d'où } \boxed{A_1, A_2 = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

C'est la zone sur laquelle l'image formée sera nette, elle est faible, certaines zones du visage (portraits) seront floues.

3) Cependant, pour un résultat le meilleur possible, il faut faire le point

sur les yeux du modèle

Exercice 2: Phénomène d'interférence avec des électrons froids.

---

1) On a, par définition:

$$\boxed{\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{mv} = 9,97 \text{ nm}}$$

2) On a, d'après le cours:

$$\boxed{i = \frac{\lambda_{DB}}{d} = 0,19 \text{ mm}}$$

L'ordre de grandeur est le bon.

Exercice 3: Fonction d'onde d'une particule dans un puits.

---

1) La zone interdite à la particule est celle définie par  $x$  tel que

$$x \in ]-a; 0[ \text{ ou } x \in ]l; +a[.$$

Par continuité de la probabilité de présence et donc de la fonction d'onde, on déduit

$$\begin{cases} \psi(x=0, t) = 0 \\ \psi(x=l, t) = 0. \end{cases}$$

On en déduit alors que, en  $x=l$ ,

$$\psi(l, t) = 0 = A \sin(kl) \exp(-i\omega t), \forall t,$$

$$\sin kl = 0, \quad kl = n\pi, \quad \boxed{kn = \frac{n\pi}{l}}$$

2) On peut justifier la condition de normalisation en disant qu'on a une probabilité  $\pm 100\%$  de trouver la particule dans la zone qui lui est accessible, soit  $x \in [0, l]$ .

On a alors:

$$\int_0^l |\psi(x, t)|^2 dx = 1,$$

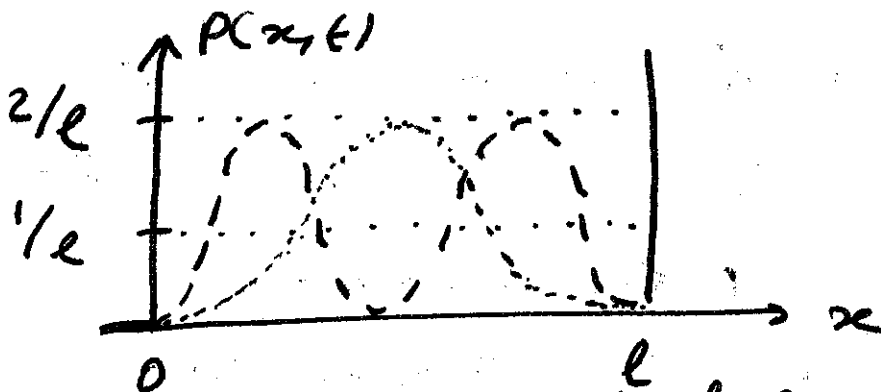
et vu que cela est vrai à tout instant,

$$\int_0^l |A \sin kx|^2 dx = 1$$

$$A^2 \int_0^l \sin^2(kx) dx = 1$$

$$\frac{A^2 l}{2} = 1, \quad \boxed{A = \sqrt{2/l}}$$

3) On effectue les tracés pour  $n=1$  (.....) et  $n=2$  (---).



Pour  $n$  impair, la probabilité est forte de trouver la particule au centre du

puits, pour  $n$  pair, celle-ci est nulle.

Pour une particule classique qui fait des aller-retour dans le puits, la probabilité de l'observer serait partout  $1/2$  quelque soit son énergie. C'est très différent de ce qui est observé avec la particule quantique et la quantification de l'énergie.

Exercice 4: Rayon d'une sphère.

---

Les modes propres de la corde sont donnés par  $d_n = \frac{2L}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$

On sait par ailleurs que  $c_n = d_n f$ . Lorsque la corde vibre selon le mode propre 2,

$$\text{on a } c_2 = \frac{2L}{2} f = Lf,$$

et lorsque la corde vibre selon le mode propre 5, on a :  $c_5 = \frac{2L}{5} f$ .

Or, la célérité dans la corde s'exprime comme  $\sqrt{T/\mu}$ , donc :

$$\sqrt{T_2} = L f \sqrt{\mu} \quad \text{et} \quad \sqrt{T_5} = \frac{2L}{5} f \sqrt{\mu}.$$

$$\text{Or a donc } \boxed{\sqrt{T_2} = \frac{5}{2} \sqrt{T_5}}.$$

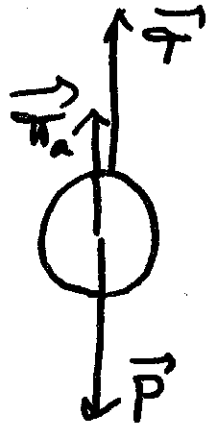


Il faut maintenant s'intéresser à l'expression de la corde. On considère la sphère de masse  $m$  et de rayon  $R$  dans un référentiel terrestre supposé galiléen, et un bilan des forces:

→ dans le cas ②:

$\vec{P}$ , le poids

$\vec{T}$ , la tension de la corde



→ dans le cas ⑤:

on ajoute  $\vec{T}_a$  la poussée d'Archimède.

La sphère est en l'équilibre, alors:

→ dans le cas ②:

$$\vec{P} + \vec{T}_2 = \vec{0}, \quad \|\vec{T}_2\| = mg.$$

→ dans le cas ⑤

$$\vec{P} + \vec{T}_a + \vec{T}_5 = \vec{0}, \quad \|\vec{T}_5\| = (m - \rho V)g = (m - \rho \frac{4}{3}\pi R^3)g$$

On injecte ces résultats dans le résultat précédent:

$$\sqrt{T_2} = \sqrt{mg} = \frac{2}{5} \sqrt{T_5} = \frac{2}{5} \sqrt{(m - \rho \frac{4}{3}\pi R^3)g}.$$

$$R^3 = \frac{m}{\pi \rho} \frac{21 \times 3}{25 \times 4}.$$

$$R = \left( 0,63 \frac{m}{\pi \rho} \right)^{1/3}.$$