

DS 1 : Oscillateur harmonique

Les parties de cet examen sont *très largement* indépendantes. On pourra utiliser les résultats intermédiaires donnés dans le texte pour aborder les parties suivantes. Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute application numérique ou commentaire physique est le bienvenu. Les résultats doivent être *encadrés* et tout résultat numérique doit être accompagné de son *unité*. La calculatrice est autorisée, tout objet connecté est interdit.

Exercice 1 : Quelques éléments de cours

On considère un dispositif interférentiel composé de deux points sources séparés d'une distance a , émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde λ , à une distance D du plan d'observation.

1. Faire un schéma de la situation à étudier.
2. En introduisant les grandeurs nécessaires, retrouver¹ l'expression de l'interfrange i . On précisera en particulier toutes les hypothèses nécessaires pour la réalisation du calcul.
3. Faire le lien avec une expérience réelle. Discuter dans ce cas la validité des approximations effectuées à la question précédente.

Exercice 2 : Autour de la molécule de bromure d'hydrogène

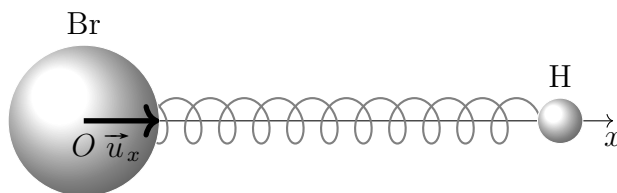
Le bromure d'hydrogène HBr est un acide de Brønsted. Son état le plus stable aux conditions usuelles de pression et de température est l'état gazeux. Ce gaz est soluble dans l'eau, il peut former une solution aqueuse acide, l'acide bromhydrique.

Vibrations du bromure d'hydrogène en phase vapeur

On étudie les vibrations propres d'une molécule de bromure d'hydrogène en phase gaz qui se font à une fréquence $f = 7,98 \cdot 10^{13}$ Hz.

On modélise la molécule par un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de brome fixe par un « ressort » de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . L'étude du mouvement est menée dans le référentiel du laboratoire, que l'on considèrera galiléen à l'échelle de l'expérience. On note (Ox) l'axe suivant lequel on observe un mouvement. L'origine O est placée au niveau de l'atome de brome. On note \vec{u}_x le vecteur unitaire qui dirige l'axe. On considèrera que la molécule n'est pas soumise la gravité.

1. Il est inutile de passer plus de 20 minutes sur cette question...



Données :

- Masse molaire de l'hydrogène : $M(\text{H}) = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- Masse molaire du chlore : $M(\text{Br}) = 79,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

1. Donner l'expression de la force de rappel élastique qui s'exerce sur l'atome d'hydrogène en définissant précisément chaque terme. Donner l'unité dans le système international de la constante de raideur du ressort.
2. Faire de même pour la force de rappel élastique qui s'exerce sur l'atome de brome. En déduire en justifiant soigneusement que seul l'atome d'hydrogène est mobile dans le référentiel d'étude.
3. Établir, en soignant la rédaction, l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la position x de l'atome d'hydrogène.
4. Mettre l'équation différentielle sous forme canonique

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{eq} .$$

Exprimer ω_0 et x_{eq} en fonction des constantes de l'énoncé. Comment s'appellent ces deux grandeurs ? Quelles sont leurs unités ?

5. Donner la relation entre la masse d'un atome d'hydrogène, la masse molaire de l'hydrogène et la constante d'Avogadro. Vérifier l'homogénéité de la relation proposée.
6. Déterminer la valeur de la pulsation propre. En déduire la valeur de la constante de raideur k . La comparer à la valeur tabulée $k^{tab} = 4,12 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-1}$
7. Donner une écriture de la solution de l'équation différentielle précédente.
8. Suite à une perturbation extérieure l'atome d'hydrogène se retrouve légèrement écarté de sa position d'équilibre d'une distance $a > 0$. Résoudre complètement l'équation différentielle avec pour conditions initiales $x(0) = x_{eq} + a$ et $\dot{x}(0) = 0$.
9. Représenter cette solution pour les temps positifs.
10. Rappeler les expressions littérales de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique.
11. Établir l'expression littérale de l'énergie mécanique de l'atome d'hydrogène en fonction de k et a .

12. On admet que l'énergie mécanique de la molécule est égale à $hf/2$. Exprimer littéralement l'amplitude du mouvement de l'atome d'hydrogène, puis faire l'application numérique.

13. Établir l'expression littérale de la vitesse maximale atteinte par l'atome d'hydrogène.

14. Retrouver l'équation du mouvement à l'aide de l'expression trouvée à la question 11.

Lectures graphiques

On étudie le mouvement d'une masse accrochée à un ressort horizontal, représentant la molécule. On réalise quatre expériences pour des conditions initiales différentes et on obtient après exploitation des vidéos les évolutions représentées ci-après pour la position $x(t)$ de la masse ($x = 0$ correspond ici à la position d'équilibre).

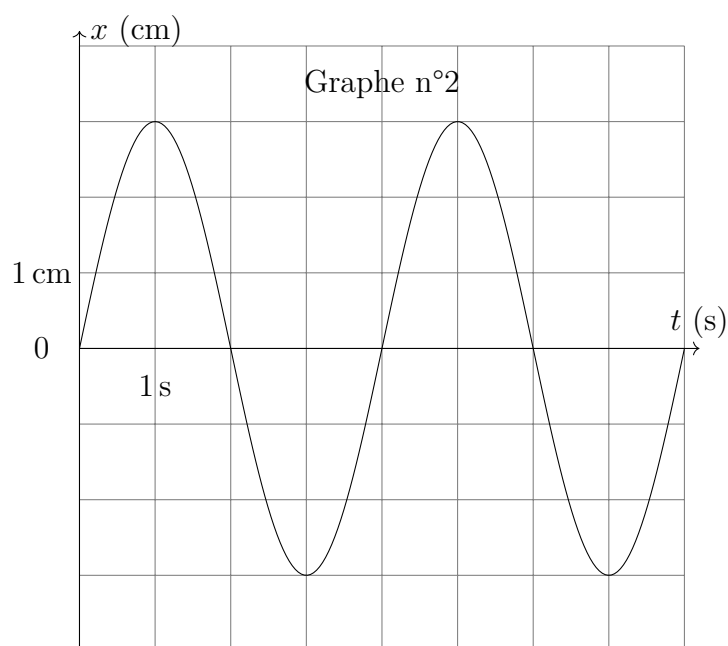
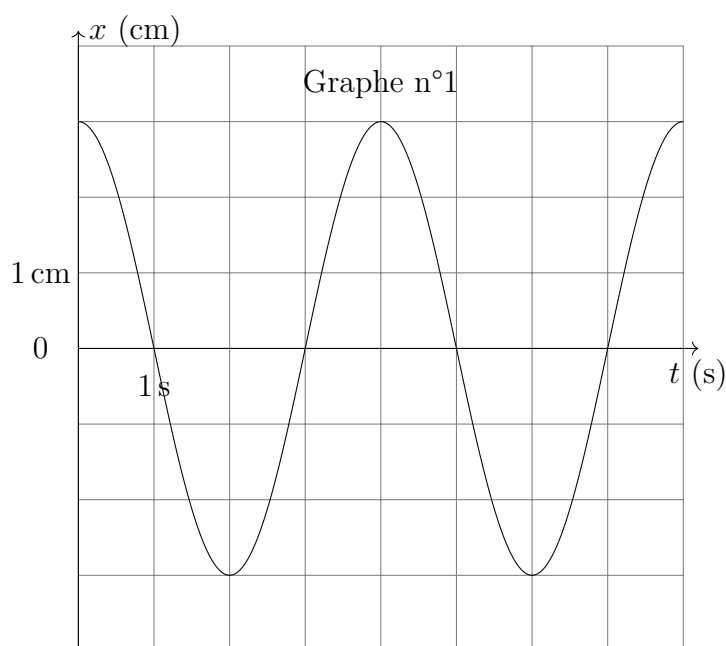
15. Préciser en justifiant à quel graphe correspond chacune des conditions initiales suivantes :

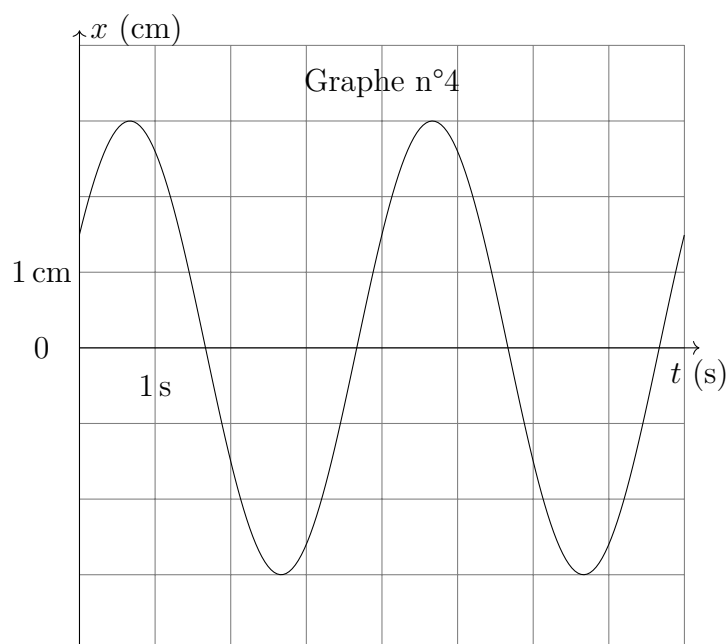
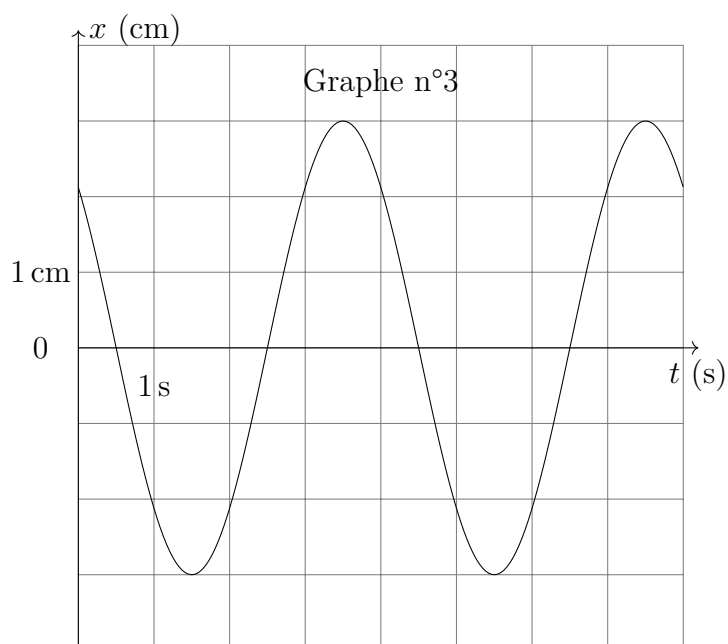
- $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) > 0$;
- $x(0) > 0$ et $\dot{x}(0) > 0$;
- $x(0) > 0$ et $\dot{x}(0) < 0$;
- $x(0) > 0$ et $\dot{x}(0) = 0$.

On écrit maintenant l'expression de x sous la forme $x(t) = C \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

16. Déterminer, à l'aide des graphiques, l'amplitude du mouvement et la pulsation propre des oscillations.

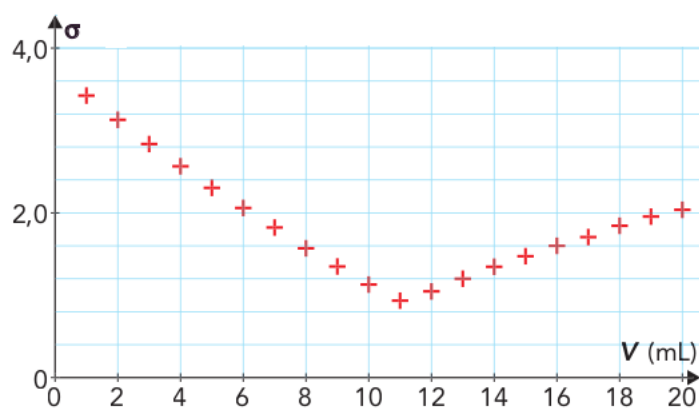
17. Dans le cas du graphe n°4, déterminer la phase à l'origine des temps.





Titration acide-base

Un réservoir contenant environ 100 litres de soude initialement à la concentration $1,00 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ a été exposé à une atmosphère contenant du bromure d'hydrogène gazeux. Celui-ci a pu se solubiliser dans la solution et réagir avec la soude. Le laborantin cherche à savoir si la concentration en soude du réservoir a changé. Pour cela, il décide d'effectuer un dosage conductimétrique d'une prise d'essai de $V_s = (10,0 \pm 0,1) \text{ mL}$ de la solution du réservoir par de l'acide chlorhydrique de concentration $C_a = (0,75 \pm 0,02) \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La prise d'essai est diluée environ 10 fois. Le laborantin obtient la courbe ci-dessous.



18. Faire un schéma complet et légendé du montage utilisé par le laborantin.

19. Rappeler pourquoi le laborantin dilue la solution environ 10 fois avant de commencer le dosage.

20. Écrire l'équation de la réaction. Celle-ci est supposée rapide et totale.

21. Relever le volume à l'équivalence.

On rappelle que la conductivité de la solution peut s'écrire comme

$$\sigma = \sum_i \lambda_i \cdot [X_i] .$$

22. Expliquer qualitativement pourquoi la conductivité du milieu réactionnel diminue avant l'équivalence.

23. Justifier l'affirmation précédente en établissant l'expression de la conductivité de la solution en fonction du volume d'acide versé.

24. Expliquer qualitativement pourquoi la conductivité du milieu réactionnel augmente après l'équivalence.

25. Déterminer la concentration en soude de la prise d'essai et de la soude du réservoir.

26. Sachant que la burette utilisée est graduée au millilitre, calculer l'incertitude liée au résultat précédent.

27. Conclure sur la nature du liquide dans le réservoir. On précisera les concentrations de tous les ions présents dans la solution.

Données : conductivités ioniques molaires :

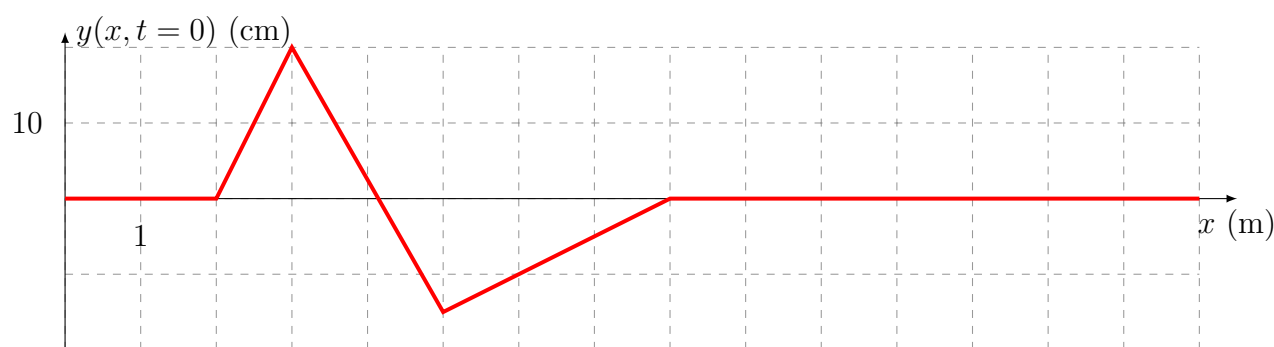
— $\lambda(\text{Cl}^-) = 76,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$;	— $\lambda(\text{HO}^-) = 198 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$;
— $\lambda(\text{Na}^+) = 50,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$;	
— $\lambda(\text{Br}^-) = 78,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$;	— $\lambda(\text{H}_3\text{O}^+) = 350,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{S} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 3 : Propagation d'une onde

Ondes mécanique et acoustique

1. Donner l'intervalle en fréquences des sons audibles par l'Homme. Après avoir rappelé la valeur de la célérité du son dans l'air, en déduire l'intervalle de longueur d'onde des sons audibles par l'Homme.

On étudie la propagation (sans déformation) d'une vague dans l'océan Atlantique. Un photographe à bord d'un hélicoptère en vol stationnaire prend des photos régulièrement de l'onde. À l'instant pris comme instant d'origine ($t = 0$), la vague a l'allure ci-après. La vague se propage à la célérité $c = 3,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



Pour les questions 2 et 3, on pourra utiliser l'annexe située au bas de la page 7.

2. En justifiant la réponse, représenter (à l'échelle) la vague à l'instant $t = 2,5$ s.
3. Une bouée est placée à la position $x = 5,0$ m, en justifiant la réponse, représenter la hauteur de la bouée en fonction du temps.
4. Donner les expressions mathématiques des signaux représentant une onde progressive se propageant dans le sens des x croissants.
5. La vitesse des vagues (dans certaines conditions, notamment de profondeur de l'eau) dépend de la profondeur de l'eau et du champ de pesanteur. En utilisant l'analyse dimensionnelle, proposer une expression de la vitesse de propagation de l'onde.
6. En déduire la valeur de la profondeur de l'eau dans le cas étudié ici.

Ondes électromagnétiques

On considère un câble coaxial, identique à ceux utilisés en TP. On envoie une impulsion dans ce câble sous la forme d'une onde électromagnétique. Il est possible de montrer que la célérité d'une onde électromagnétique dans un milieu matériel s'exprime comme

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}},$$

avec :

- c la célérité de l'onde dans le milieu ;
- ε_r la permittivité relative du milieu (sans dimension) ;
- $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ la permittivité diélectrique du vide ;
- $\mu_0 = 12,6 \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} = 12,6 \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ la perméabilité magnétique du vide.

7. Vérifier l'homogénéité de cette relation.

Un expérimentateur cherche à déterminer la vitesse d'une onde électromagnétique dans un câble coaxial en émettant des impulsions à l'aide d'un GBF (générateur basses fréquences). Il les détecte à l'entrée et à la sortie du câble respectivement sur les voies 1 et 2 de l'oscilloscope. Il peut alors, connaissant la longueur du câble et le temps de propagation de l'onde, remonter à la vitesse de l'onde dans le milieu. Il commence avec un câble de 100 m, et ajoute successivement des sections de 15 m pour augmenter la distance parcourue par l'onde. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

d (m)	100	115	130	145	160
t (ns)	440	527	614	691	780

8. Déterminer la vitesse de l'onde dans le milieu en unités SI et interpréter soigneusement les résultats.

9. Déterminer la permittivité relative du milieu présent dans le câble. Comparer ce résultat aux données pour déterminer le matériau diélectrique se trouvant dans ce type de câble.

Données : permittivité relative :

- acide tartrique : 4,3;
- dioxyde d'uranium : 24;
- verre Corning 0080 : 6,75;
- silicium : 11,9;
- polyéthylène : 2,3;
- polyméthacrylate de méthyle : 3,12;

Annexe, questions 2 et 3

