Lycée Buffon MPSI TD 7 Année 2020-2021

## Fonctions usuelles

Exercice 1: Étudier et tracer le graphe des fonctions suivantes.

1. 
$$x \mapsto Arcsin\left(\frac{x+1}{\sqrt{2(x^2+1)}}\right)$$

4. 
$$x \mapsto \operatorname{Arccos}\left(\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}\right)$$

2. 
$$x \mapsto \operatorname{Arcsin}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$$

5. 
$$x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

3. 
$$x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\right)$$

6. 
$$x \mapsto \cos(x + \pi/4) + \sin(x)$$
.

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes :

1. 
$$\operatorname{Arctan} x + \operatorname{Arctan}(2x) = \frac{\pi}{4}$$

2. 
$$\operatorname{Arccos}(x) + \operatorname{Arccos}(\sqrt{1-x^2}) = \frac{\pi}{2}$$

3. 
$$2\operatorname{Arcsin} x = \operatorname{Arcsin}(2x\sqrt{1-x^2})$$

On pourra raisonner par analyse-synthèse.

Exercice 3:

Résoudre

$$1. \ \sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$$

3. 
$$\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} = \arcsin x$$

$$2. \ \sqrt{3}\cos x - \sin x \le 1$$

4. 
$$\arcsin x + \arccos x = 2 \arctan 2x$$
.

Exercice 5:

Montrer que  $\frac{\pi}{4} = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$ .