TD : Optique géométrique

1 Champ de vision dans un miroir

1. Montrer que l'on voit un point A dans un miroir si et seulement si la droite $O'A$, où O' est le symétrique du point O où se trouve l'œil, coupe la surface du miroir.

2. En déduire la taille minimale d'un miroir dans lequel un homme de taille h peut se voir en entier. On assimilera le corps à un segment rectiligne vertical TP contenant la position O de l'œil. Comment ce miroir doit-il être placé ?

2 Miroir domestique

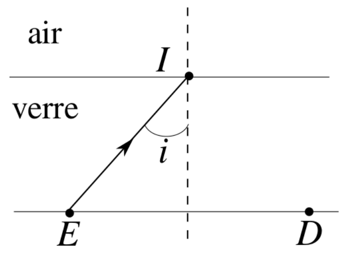
Les miroirs domestiques sont des lames de verre dont la face arrière, recouverte d'un dépôt métallique d'argent, est une surface réfléchissante.

1. Représenter la trajectoire d'un rayon lumineux arrivant sur la lame de verre avec un angle d'incidence i. On note e l'épaisseur de la lame de verre et n son indice. Montrer que le rayon émergent du système est le même que si l'on avait uniquement une surface réfléchissante et exprimer la distance d entre cette surface et la face avant de la lame en fonction de e, i et r, angle de réfraction dans le verre correspondant à l'angle d'incidence i.

2. Montrer que dans les conditions de Gauss d ne dépend pas de i. Conclure.

3 Détection de pluie sur un pare-brise

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5\,\text{mm}$, d'indice $n_v = 1{,}5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en I avec un angle d'incidence $i = 60°$.



1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED.

2. Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice $n_e = 1{,}33$ et d'épaisseur $e' = 1\,\text{mm}$ se dépose sur le pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

4 Incidence de Brewster

Un rayon lumineux arrive à l'interface plane séparant l'air d'un milieu d'indice n. Il se scinde en un rayon réfléchi et un rayon réfracté.

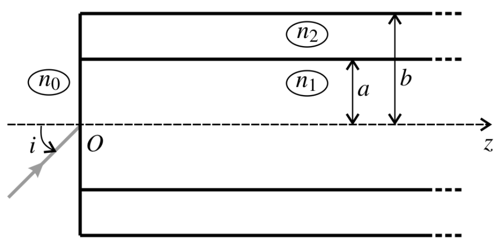
1. Trouver l'angle d'incidence i_B, appelé angle de Brewster, pour lequel ces deux rayons sont perpendiculaires entre eux. Faire l'application numérique dans le cas de l'eau d'indice $n = 1{,}33$, puis d'un verre d'indice 1,5.

2. Lorsque l'angle d'incidence est i_B, la lumière réfléchie est polarisée rectilignement selon la direction perpendiculaire au plan d'incidence. Quelle application du polariseur pouvez-vous imaginer en photographie à partir de cette propriété ?

5 Fibre optique à saut d'indice

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre (ou de plastique) appelé cœur, entouré d'une gaine transparente d'indice de réfraction plus faible. La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre mais évite aussi les fuites de lumière vers d'autres fibres en cas de contact. Actuellement le diamètre du cœur d'une fibre varie de 3 à 200 µm selon ses propriétés et le diamètre extérieur de la gaine peut atteindre 400 µm.

On considère une fibre optique constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice n_2 inférieur à n_1 et de rayon b. Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe du cylindre (Oz) formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0 qui sera pris égal à l'indice de l'air pour les applications numériques.



1. Un rayon lumineux arrive en O. On appelle i l'angle d'incidence sur la surface d'entrée de la fibre. Déterminer en fonction de n_0, n_1 et n_2 la condition que doit satisfaire i pour que le rayon réfracté ait une propagation guidée dans le cœur. On appelle angle d'acceptance i_a de la fibre la valeur maximale de i. Donner l'expression de i_a.

2. On appelle ouverture numérique ON de la fibre la quantité $ON = n_0 \sin i_a$. Exprimer ON en fonction de n_1 et n_2. Application numérique : calculer la valeur de ON pour $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone).

3. On envoie dans la fibre un faisceau lumineux avec tous les angles d'incidence i compris entre 0 et i_a. Calculer la différence $\delta\tau$ entre la durée maximale et la durée minimale de propagation d'un bout à l'autre de cette fibre. On exprimera le résultat en fonction de la longueur L de la fibre, des indices n_1 et n_2 et de la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Application numérique : $L = 1{,}00\,\mathrm{km}$, donner la valeur de $\delta\tau$.

4. Le signal transporté par la fibre est constitué d'impulsions lumineuses d'une durée T_1 à intervalle régulier T. Quelle valeur minimale de T faut-il choisir pour que les impulsions soient distinctes à la sortie de la fibre ? Proposer une définition de la bande passante en bits (ou nombre d'impulsions) par seconde. Comparer la valeur de la bande passante obtenue ici avec celle d'un téléphone portable (64 bits par seconde) et celle de la télévision (100 Mbits par seconde).

6 Caractéristiques d'une lentille

Une lentille mince sphérique donne d'un objet réel situé à 60 cm avant son centre une image droite réduite d'un facteur 5. Déterminer par le calcul et par une construction géométrique la position de l'image et les caractéristiques de la lentille.

7 Doublet de Huygens

On appelle doublet un ensemble de deux lentilles minces de même axe optique. En appelant L_1 et L_2 les deux lentilles (la première lentille rencontrée par la lumière est L_1), on note O_1 et O_2 leurs centres optiques, F_1 et F_2 leurs foyers objets, F_1' et F_2' leurs foyers images. Un doublet est caractérisé par les distances focales image des deux lentilles f_1' et f_2' et son épaisseur $e = \overline{O_1O_2}$.

Le doublet de Huygens est tel que : $f_1' = 3a$, $e = 2a$ et $f_2' = a$, où a est une longueur quelconque. On peut le désigner par le triplet $(3, 2, 1)$.

1. Déterminer graphiquement la position du foyer image F' du doublet de Huygens (on pourra prendre l'échelle $a = 2$ cm).

2. Retrouver ce résultat par un calcul en déterminant l'expression de $\overline{F_2'F'}$.

3. Déterminer graphiquement la position du foyer objet F du doublet de Huygens.

4. Retrouver ce résultat par un calcul en déterminant l'expression de $\overline{F_1F}$.

8 Lentilles et système afocal

1. On dispose un objet $\overline{A_0B_0}$ orthogonalement à l'axe optique d'une lentille divergente L_1 de distance focale $f_1' = -20$ cm. Où doit se trouver l'objet par rapport à la lentille pour que le grandissement transversal soit égal à 0,5 ?

2. Quelle est alors la position de l'image $\overline{A_1B_1}$?

3. On place après la lentille L_1 un viseur constitué d'une lentille convergente L_2 de même axe optique que L_1 et de distance focale $f_2' = 40$ cm. On dispose également un écran perpendiculairement à l'axe optique à une distance $\overline{O_2E} = 80$ cm du centre du viseur. Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$ entre les deux lentilles pour qu'on obtienne une image sur l'écran de l'objet initial.

4. On souhaite utiliser le dispositif précédent pour transformer un faisceau cylindrique de rayons parallèles à l'axe optique et de diamètre d en un faisceau cylindrique de rayons parallèles à l'axe optique et de diamètre D. Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$ entre les deux lentilles pour obtenir un tel résultat.

5. Calculer dans ce cas le rapport entre les deux diamètres D/d.

9 Étude d'une lunette astronomique

Une lunette astronomique est schématisée par deux lentilles minces convergentes de même axe optique Δ :

— l'une L_1 (objectif) de distance focale image $f_1' = \overline{O_1F_1'}$;

— l'autre L_2 (oculaire) de distance focale image $f_2' = \overline{O_2F_2'}$.

On rappelle qu'un œil normal voit un objet sans accommoder si celui-ci est placé à l'infini. On souhaite observer la planète Mars qui est vue à l'œil nu sous un diamètre apparent α.

1. Pour observer la planète avec la lunette, on forme un système afocal.

1.a. Que signifie l'adjectif afocal ? En déduire la position relative des deux lentilles.

1.b. Faire le schéma de la lunette pour $f_1' = 5f_2'$. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux (non parallèle à l'axe) formé de rayons issus de l'astre. On appelle $\overline{A'B'}$ l'image intermédiaire.

1.c. On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer le capteur CCD ?

2. On note α' l'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette.

2.a. L'image est-elle droite ou renversée ?

2.b. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Exprimer G en fonction de f_1' et f_2'.

3. On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre L_1 et L_2 une lentille convergente L_3 de distance focale image $f_3' = \overline{O_3F_3'}$. L'oculaire L_2 est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.

3.a. Quel couple de points doit conjuguer L_3 pour qu'il en soit ainsi ?

3.b. On appelle γ_3 le grandissement de la lentille L_3. En déduire $\overline{O_3F_1'}$ en fonction de f_3' et γ_3.

3.c. Faire un schéma (on placera O_3 entre F_1' et F_2 et on appellera $\overline{A'B'}$ la première image intermédiaire et $\overline{A''B''}$ la seconde image intermédiaire).

3.d. En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de G et γ_3. Comparer G' à G en signe et valeur absolue.