

DS DE PHYSIQUE N°3

Durée : 3 heures

Calculatrice interdite

Ce devoir comporte deux problèmes indépendants :

- **Problème 1 : Le fonction d'erreur de GAUSS : $\text{erf}(x)$ (Mines I MP 2023)**
- **Problème 2 : Réfrigérateur domestique (Banque PT 2019)**

NB. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.



ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Problème 1 (Mines I MP 2023) :

La fonction d'erreur de GAUSS : $\text{erf}(\chi)$

A Introduction au problème de STEFAN

Un certain nombre de problèmes géologiques importants peuvent être modélisés par le chauffage ou le refroidissement instantané d'un demi-espace semi-infini. Au milieu du XIX^e siècle Lord KELVIN a ainsi utilisé cette idée pour estimer l'âge de la Terre. Il supposa qu'à la surface le flux d'énergie thermique résultait du refroidissement d'un flux initialement chaud de la Terre et a conclu que l'âge de la Terre était environ 65 millions d'années. On retrouve ces phénomènes en étudiant le refroidissement de la lithosphère océanique ou l'évolution d'une coulée de magma.

□ – 1 . Comment explique-t-on de nos jours le résultat erroné obtenu par Lord KELVIN ?

On étudie un milieu matériel semi-infini défini par $y > 0$ dont la surface subit un changement instantané de température. Initialement à $t = 0^-$, le demi-espace est à la température uniforme T_1 ; pour $t > 0$, la surface $y = 0$ est maintenue à une température constante T_0 . Si $T_1 > T_0$, le milieu matériel se refroidit et sa température diminue. La situation est représentée à la figure 5 pour le cas $T_1 > T_0$.

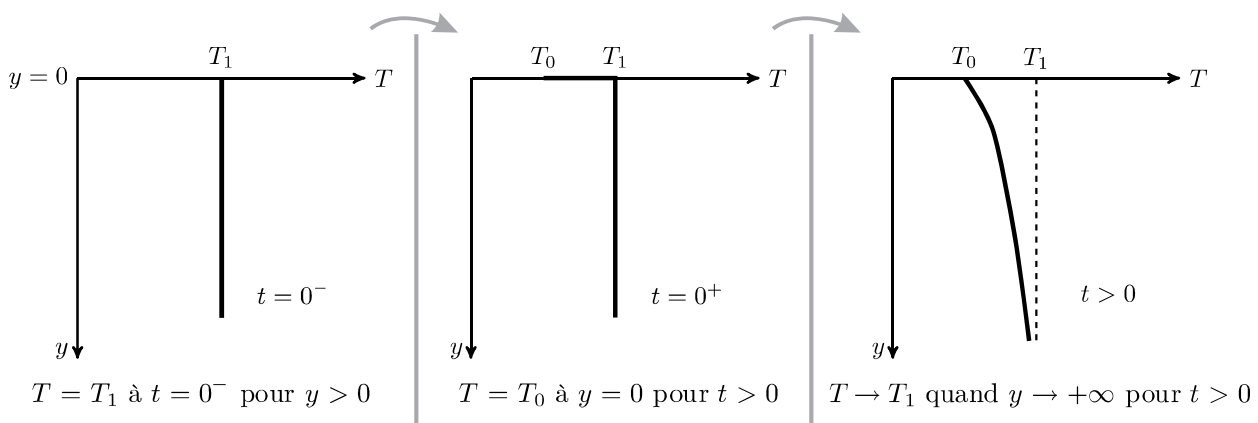


FIGURE 5 – Évolution de la température

Le flux thermique élémentaire, défini comme la quantité d'énergie traversant une surface élémentaire dS pendant dt , est noté $\delta\phi_Q$.

- – **2** . Rappeler la définition du vecteur \vec{j}_Q , densité de flux thermique. Quelle est sa dimension ?
Rappeler la loi de Fourier, ainsi que ses conditions d'application.

En déduire la dimension de la conductivité thermique κ .

On étudie une tranche mésoscopique de sol de masse m de masse volumique ρ et de capacité thermique massique c comprise entre y et $y + dy$ de surface \mathcal{S} .

- – **3** . Quelle est l'énergie thermique δQ reçue par cette tranche entre t et $t + dt$?

Pourquoi étudie-t-on une tranche « mésoscopique » ?

Établir l'expression de sa variation d'énergie interne dU en fonction de $\frac{\partial j_Q}{\partial y}$, \mathcal{S} , dy et dt

puis en fonction de ρ , c , \mathcal{S} , $\frac{\partial T}{\partial t}$, dy et dt .

En déduire l'équation de la chaleur à une dimension $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ dans laquelle on précisera l'expression et la dimension du coefficient D de diffusion thermique.

En déduire l'expression d'une longueur caractéristique L en fonction de D et du temps t .

On introduit la température adimensionnée

$$\theta(y, t) = \frac{T(y, t) - T_1}{T_0 - T_1}.$$

- – **4** . Quelle est l'équation vérifiée par $\theta(y, t)$?

Déterminer les valeurs de $\theta(y > 0, t = 0)$, $\theta(y = 0, t > 0)$ et $\theta(y \rightarrow +\infty, t > 0)$.

On introduit une variable de similarité sans dimension $\eta = \frac{y}{2\sqrt{Dt}}$ et on suppose que θ n'est une fonction que de cette seule variable η .

- – **5** . Montrer que

$$\frac{d^2\theta(\eta)}{d\eta^2} + 2\eta \frac{d\theta(\eta)}{d\eta} = 0.$$

- – **6** . En utilisant la fonction $\varphi(\eta) = \frac{d\theta(\eta)}{d\eta}$, montrer que $\theta(\eta) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-z^2} dz$.

On donne $\int_0^{+\infty} e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. En déduire une expression de $T(y, t)$ faisant apparaître une intégrale.

La fonction $\chi \mapsto \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\chi e^{-z^2} dz$ est appelée fonction d'erreur de GAUSS, elle est implémentée dans `scipy`.

Elle est souvent notée $\text{erf}(\chi)$. On peut l'appeler directement en utilisant la commande : `from scipy.special import erf`.

B Formation d'une croûte de lave solide.

Dans cette dernière partie on s'intéresse à une coulée de lave en fusion et à la formation d'une croûte solide à sa surface. On étudie alors l'augmentation de l'épaisseur de cette croûte en fonction du temps.

À la surface extérieure, en $y = 0$, la lave est en contact avec l'air à la température constante T_0 . La lave en fusion à la température T_f est donc soudainement portée à la température T_0 à $t = 0$. Dans ces conditions, la couche superficielle de la lave se solidifie, et on note $y_s(t)$ l'épaisseur de la couche de lave solide.

Nous devons donc résoudre l'équation de la chaleur dans l'espace $0 \leq y \leq y_s(t)$ avec comme conditions aux limites $T = T_0$ en $y = 0$, et $T = T_f$ en $y = y_s(t)$, et comme condition initiale $y_s = 0$ à $t = 0$.

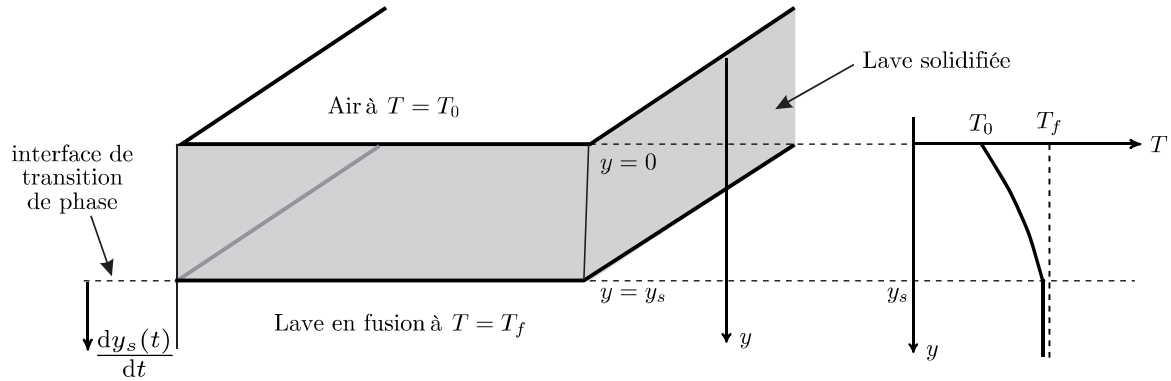


FIGURE 6 – Formation d'une croûte de lave solide

La position $y_s(t)$ de l'interface de transition de phase est une fonction a priori inconnue du temps. Comme dans la situation précédente il n'y a pas d'échelle de longueur définie dans ce problème. Pour cette raison, on travaillera également avec la variable de similarité sans dimension $\eta = \frac{y}{2\sqrt{Dt}}$.

On utilisera également la température adimensionnée

$$\theta(y,t) = \frac{T(y,t) - T_0}{T_f - T_0}$$

La profondeur de l'interface de solidification $y_s(t)$ doit enfin s'adapter à la longueur caractéristique de la diffusion thermique. Nous supposons que celle-ci varie proportionnellement à la racine carrée du temps, de telle sorte que : $\eta_s = \frac{y_s(t)}{2\sqrt{Dt}} = cte = \lambda$. Cette constante est inconnue et reste à déterminer.

□ – **7** . En reprenant l'équation de la question **5** , montrer que

$$\theta(\eta) = \frac{\text{erf}(\eta)}{\text{erf}(\lambda)} .$$

Afin d'obtenir l'expression puis la valeur de la constante λ , nous allons étudier la solidification d'une tranche de lave d'épaisseur dy_s entre les instants t et $t + dt$

□ – **8** . Quelle est l'énergie δQ libérée par la solidification à la température T_f d'une tranche dy_s de lave de surface S en fonction de la masse volumique ρ de la lave en fusion et l'enthalpie de fusion massique : $\Delta h_{\text{sol} \rightarrow \text{liq}}$.

□ – **9** . Toute l'énergie libérée par la solidification doit être évacuée par diffusion dans la lave solide car la lave en fusion reste à la température T_f . Montrer que :

$$\rho \Delta h_{\text{sol} \rightarrow \text{liq}}(T_f) \frac{dy_s(t)}{dt} = \kappa \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=y_s}$$

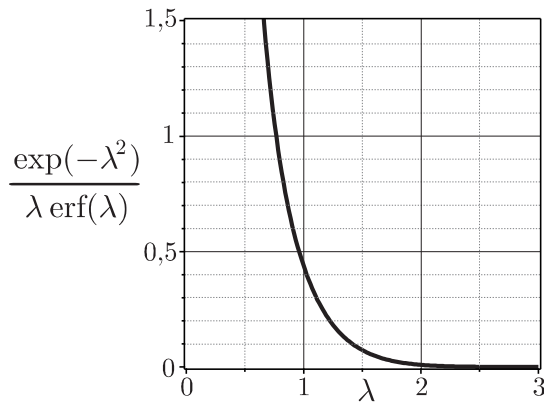


FIGURE 7 – Graphe de $\lambda \mapsto \frac{\exp(-\lambda^2)}{\lambda \operatorname{erf}(\lambda)}$

□ – **10**. En déduire que

$$\frac{\exp(-\lambda^2)}{\lambda \operatorname{erf}(\lambda)} = \frac{\sqrt{\pi}}{c(T_f - T_0)} \Delta h_{\text{sol} \rightarrow \text{liq}}(T_f).$$

□ – **11**. Quel algorithme peut on utiliser pour obtenir la constante λ numériquement ?

Expliquer en quelques mots son fonctionnement.

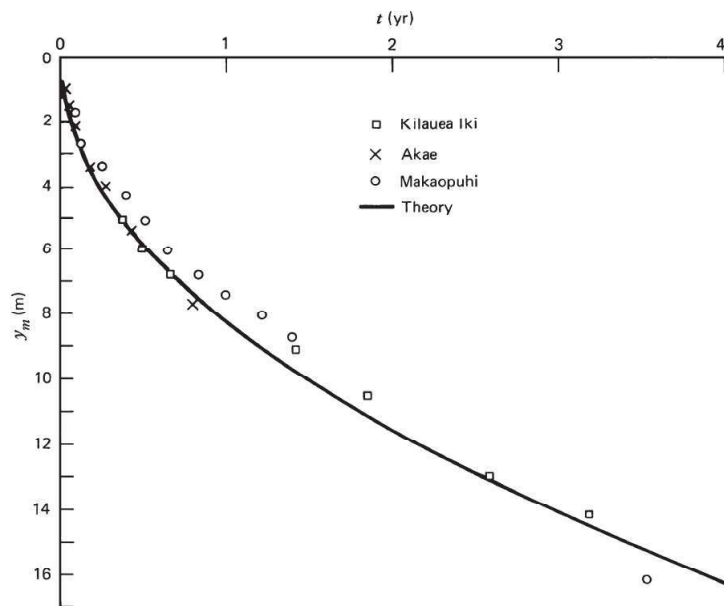
On donne les valeurs numériques suivantes :

- $\Delta h_{\text{sol} \rightarrow \text{liq}}(T_f) = 400 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- $c = 1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- $T_f - T_0 = 1000 \text{ K}$
- $\rho = 2600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- $D = 7 \times 10^{-7} \text{ SI}$
- $\sqrt{\pi} \sim 1,77$

□ – **12**. À l'aide de la figure 7, estimer la valeur numérique de λ .

En déduire l'épaisseur de la croûte de lave six mois après l'éruption.

Comparer votre résultat à ceux de la figure 8 tirés d'une expérience¹.



FIN DU PROBLEME

FIGURE 8 – Épaisseurs des croûtes de lave solides à la surface des lacs de lave dans les trois cratères à fosse Kilauea Iki (1959), Alae (1963) et Makaopuhi (1965) sur le volcan Kilauea, Hawaii (Wright et al., 1976), et résultat théorique.

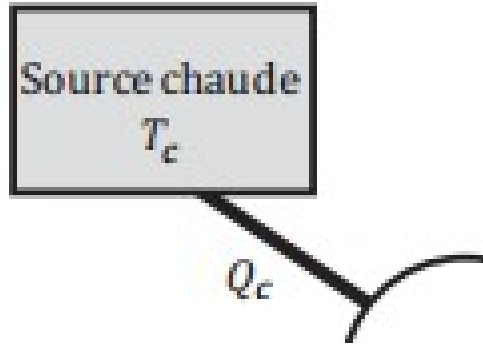
1. Wright, T. L., Peck, D. L., and Shaw, H. R. (1976). Kilauea lava lakes : Natural laboratories for study of cooling, crystallization, and differentiation of basaltic magma. In *The Geophysics of the Pacific Ocean Basin and its Margin*, eds. G. H. Sutton, M. H. Manghnani, R. Moberly, and E. U. McAfee, vol. 19 of *Geophysical Monograph Series*, Washington, D.C. : American Geophysical Union, pp. 375–90

Problème 2 : Réfrigérateur domestique (Banque PT 2019)

Les applications numériques seront réalisées avec *deux chiffres significatifs*.

A. Modélisation d'une machine réfrigérante ditherme

On représente schématiquement une machine ditherme comme ci-après.



On note :

Σ : le fluide thermodynamique « caloporteur » ou « frigorigène »

Q_c : le transfert thermique échangé par Σ avec la source chaude (température T_c) au cours d'un cycle

Q_f : le transfert thermique échangé par Σ avec la source froide (température T_f) au cours d'un cycle

W : le travail échangé par Σ avec l'extérieur au cours d'un cycle

Ces grandeurs sont algébriques et leur signe est positif lorsque le système thermodynamique Σ les reçoit effectivement.

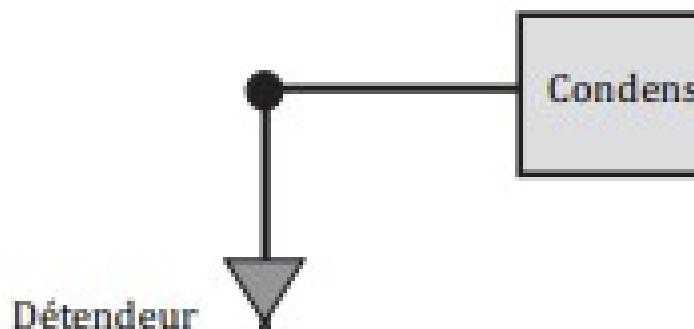
1) Indiquer le signe de Q_c , Q_f et W lorsque la machine fonctionne en réfrigérateur. Justifier.

2) Définir l'efficacité e_f (aussi appelé coefficient de performance) d'une telle machine et montrer qu'elle est majorée par une efficacité maximale e_f^{max} dont on établira l'expression en fonction de T_c et T_f .

B. Etude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

Nous nous proposons d'étudier un cycle à compression de vapeur utilisé dans un réfrigérateur. La source chaude est la cuisine, de température T_c , la source froide est {l'armoire du réfrigérateur et son contenu} de température homogène T_f .

Un fluide frigorigène décrit le cycle schématisé ci-dessous.



Il y subit les transformations suivantes :

De l'état 4 à l'état 1 :	évaporation à $T_{\text{evap}} = 0\text{ °C}$ puis surchauffe isobare jusqu'à 10 °C .
De l'état 1 à l'état 2 :	compression adiabatique dans le compresseur.
De l'état 2 à l'état 3 :	refroidissement isobare, liquéfaction isobare à $T_{\text{cond}} = 40\text{ °C}$ puis sous-refroidissement du liquide jusqu'à 30 °C .
De l'état 3 à l'état 4 :	détente isenthalpique du fluide.

On note h_i , s_i et v_i respectivement l'enthalpie, l'entropie et le volume massiques du fluide dans l'état i .

On note P_i et T_i respectivement la pression et la température du fluide dans l'état i .

Entre les états i et j , on note :

$\Delta_{ij}h$ la variation d'enthalpie massique du fluide (les notations utilisées pour d'autres variations de grandeurs d'état s'en déduisent)

q_{ij} le transfert thermique massique reçu par le fluide

w_{ij} le travail massique utile (ou indiqué) reçu par le fluide.

3) Annoter la **figure 1** du document annexe à rendre en plaçant les différents points correspondant aux états 1 à 4.

Positionner la source chaude et la source froide.

Indiquer par une flèche le sens du transfert thermique entre les sources et le fluide dans l'évaporateur et dans le condenseur.

Cycle avec compression réversible

Dans un premier temps, on suppose que **la compression est adiabatique et réversible**. Elle conduit alors le fluide de l'état 1 à un état noté 2s.

4) Placer les points correspondant aux états 1, 2s, 3 et 4 dans les diagrammes $P(h)$ et $T(s)$ du fluide R134a en annexe (**figures 2a et 2b**).

(Remarque : le point 2' déjà placé sur le diagramme sert à la partie C, ne pas s'en préoccuper ici)

5) Remplir les colonnes représentant les états 1, 2s, 3 et 4 du **tableau 3** du document annexe à rendre.

6) Justifier que l'on ait choisi $T_{\text{evap}} \leq T_f$ et $T_{\text{cond}} \geq T_c$.

7) En analysant les abaques de la **figure 2a** ou de la **figure 2b**, indiquer si la vapeur sèche de R134a peut être assimilée à un gaz parfait entre les états 1 et 2s. Justifier.

Cycle avec compression non réversible

La compression n'est en réalité pas réversible. Le compresseur est caractérisé par son rendement isentropique défini par :

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Le rendement isentropique du compresseur est de 75 %.

Le cycle étudié est désormais $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

8) Déduire des valeurs de h_1 et h_{2s} celle de $h_2 - h_1$ et placer le point correspondant à l'état 2 sur la **figure 2a**. Tracer le cycle sur la **figure 2a** en utilisant un stylo de couleur.

9) Compléter la colonne 2 du **tableau 3** du document annexe.

10) Placer le point correspondant à l'état 2 sur le diagramme $T(s)$ (**figure 2b**). Tracer le cycle sur la **figure 2b** en utilisant un stylo de couleur.

11) On observe graphiquement que $s_2 > s_{2s}$. Justifier physiquement.

Détermination de l'efficacité de la machine

- 12) Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique lorsqu'il est appliqué à un système ouvert en régime stationnaire.
- 13) Justifier que l'on puisse négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur devant les variations d'enthalpie dans un réfrigérateur domestique. (Un calcul d'ordre de grandeur est attendu).

On cherche à évaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique massique maximale au cours du cycle.

- 14) En supposant que le champ de vitesse est uniforme sur une section droite S d'une canalisation dans laquelle le fluide circule, exprimer le débit massique du fluide D en fonction de S , de la vitesse V et du volume massique v du fluide.
- 15) En quel point du cycle le volume massique est-il maximal ? Justifier. On notera v^{max} sa valeur et on prendra $v^{max} \approx 7.10^{-2} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$.
- 16) En supposant que S garde la même valeur approximativement égale à 1 cm^2 sur toute l'installation, déterminer la vitesse maximale du fluide au cours de l'écoulement. On prendra $D = 1.10^{-2} \text{ kg.s}^{-1}$.
- 17) Justifier alors qu'on puisse négliger les variations d'énergie cinétique massique du fluide au cours du cycle devant ses variations d'enthalpie massique.
- 18) Montrer que l'on peut exprimer l'efficacité du réfrigérateur en fonction des enthalpies massiques de différents points du cycle $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.
- 19) Déterminer, à l'aide de données évaluées sur le graphique, l'efficacité du cycle réfrigérateur décrit par le fluide.
- 20) Déterminer la puissance thermique P_{th}^f extraite de la source froide et la puissance P du compresseur.
- 21) Pour quelle raison la vapeur est-elle surchauffée après son évaporation ?
- 22) Quel est l'intérêt de sous refroidir le liquide après la liquéfaction ? Pourquoi ce sous-refroidissement n'est-il pas réalisé jusqu'à une température plus basse (20°C par exemple) ?

C. Association réfrigérateur-congélateur

La plupart des réfrigérateurs domestiques sont associés à un congélateur. Pour réaliser ce dispositif, on peut modifier le cycle à compression précédent (décrit dans la partie **B**) en faisant passer le fluide dans deux évaporateurs successifs.

Le cycle modifié est décrit ci-dessous. L'état 4 est celui décrit dans la partie **B**.

De l'état 4 à l'état 4' :	vaporisation isobare partielle dans le premier évaporateur (étape $4 \rightarrow 4'$) au contact de l'intérieur du réfrigérateur
De l'état 4' à l'état 4'' :	détente isenthalpique jusqu'à -20°C
De l'état 4'' à l'état 1' :	évaporation à -20°C dans le second évaporateur puis surchauffe isobare jusqu'à 0°C . Ces étapes se font au contact de l'intérieur du congélateur.
De l'état 1' à l'état 2' :	compression
De l'état 2' à l'état 3 :	refroidissement, liquéfaction et sous-refroidissement isobares.
De l'état 3 à l'état 4 :	détente isenthalpique

On souhaite que la puissance thermique extraite au cours de l'étape $4 \rightarrow 4'$ soit la même que celle extraite au cours de l'étape $4'' \rightarrow 1'$.

- 23) Sur le diagramme $P(h)$ du fluide R134a (**figure 2a**), placer le point correspondant à l'état 1' puis les points correspondant aux états 4' et 4'' en justifiant le positionnement de ces deux derniers.
- 24) Le point caractéristique de l'état 2' est déjà placé sur le diagramme. Représenter le cycle $3 \rightarrow 4 \rightarrow 4' \rightarrow 4'' \rightarrow 1' \rightarrow 2' \rightarrow 3$ (avec une couleur différente de celles utilisées pour les cycles précédemment tracés).
- 25) Comment évolue la proportion de vapeur dans le fluide au cours de l'étape $4' \rightarrow 4''$? Préciser en justifiant. Le calcul des proportions de vapeur n'est pas demandé, seule l'évolution doit être justifiée.
- 26) Que vaut l'efficacité globale de l'ensemble réfrigérateur-congélateur ?

D. Utilisation d'un réfrigérateur

On s'intéresse dans cette partie à l'évolution de la température à l'intérieur d'un réfrigérateur. Cette température est supposée uniforme à l'intérieur du réfrigérateur. Elle est susceptible de varier dans le temps et sera notée T .

La source chaude est la cuisine dans laquelle est installé le réfrigérateur. Sa température T_c est constante.

La capacité thermique isobare de l'intérieur du réfrigérateur est $C = 3 \cdot 10^5 \text{ J.K}^{-1}$.

Le rapport K entre l'efficacité réelle du réfrigérateur et son efficacité maximale sera supposé constant au cours du temps et pris égal à 0,25.

En revanche, l'efficacité maximale dépend du temps : son expression est celle obtenue à la question A.2 en remplaçant T_f par $T(t)$.

Evaluation des fuites thermiques

Pour évaluer les fuites thermiques du réfrigérateur, on le débranche à l'instant $t = 0$ alors que l'intérieur du réfrigérateur est à une température initiale T_f .

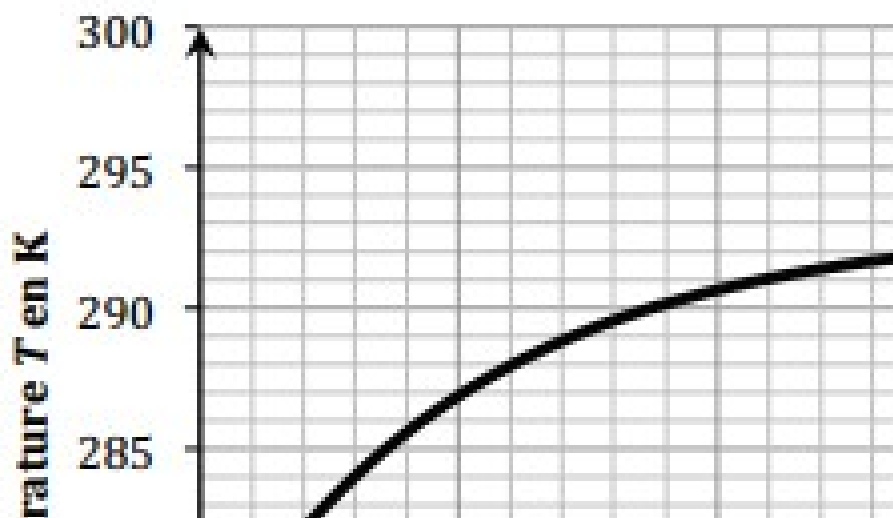
La puissance thermique reçue par l'intérieur du réfrigérateur à travers les parois du réfrigérateur est modélisée par : $P_{th} = \lambda (T_c - T)$ où λ est une constante.

27) Quel est le signe de λ ? Justifier.

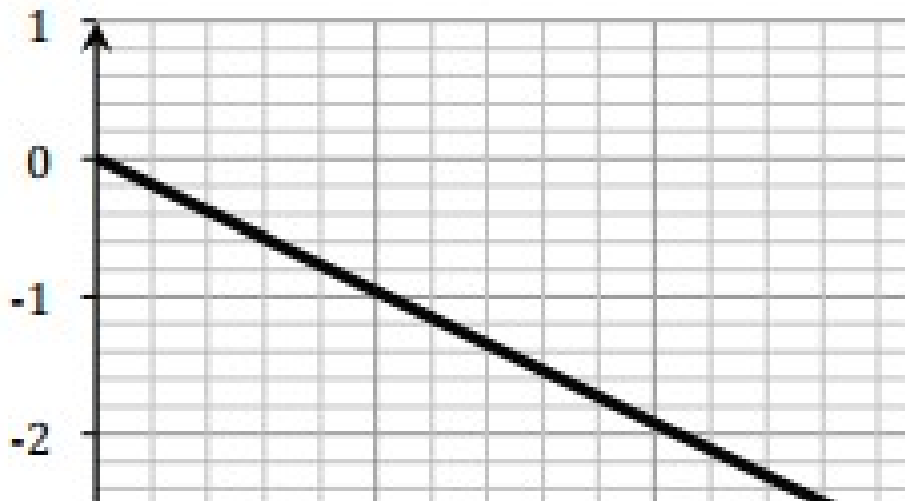
28) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température T .

29) En déduire l'expression de T en fonction du temps.

30) Ci-dessous le graphe représentatif de T en fonction du temps. En déduire les valeurs numériques de T_f et T_c en expliquant la démarche.



31) Ci-dessous figure le graphe représentatif de la grandeur $\ln \left(\frac{T - T_c}{T_f - T_c} \right)$ en fonction du temps t . Exploiter le graphique pour déterminer numériquement λ . Préciser l'unité retenue pour λ .



Fonctionnement en régime stationnaire

Lorsque le réfrigérateur est branché depuis longtemps, la température à l'intérieur du réfrigérateur est réglée à T_f .

32) Calculer l'efficacité du réfrigérateur.

33) Calculer la puissance P_{th} des fuites.

34) Calculer la puissance P_c nécessaire du compresseur pour compenser les fuites.

Mise en route du réfrigérateur

A $t = 0$, la température à l'intérieur du réfrigérateur est T_c . La puissance P_c du compresseur est supposée constante.

35) La température T de l'intérieur du réfrigérateur vérifie l'équation différentielle :

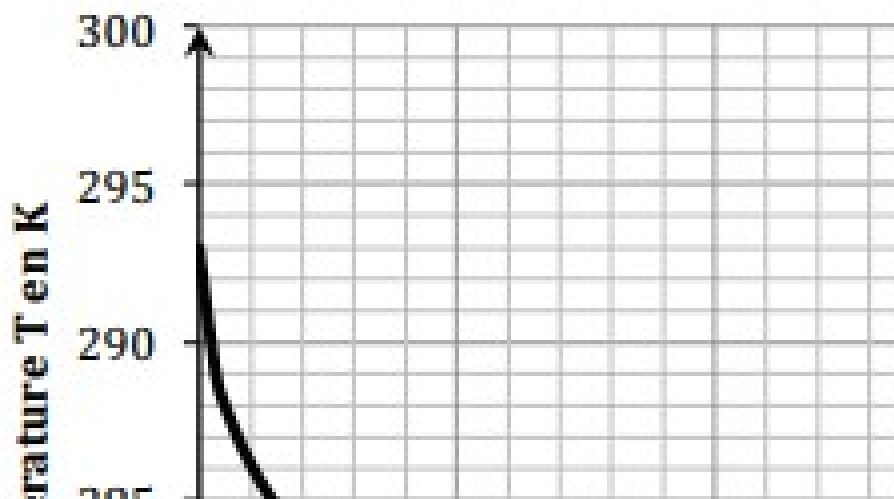
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{AT}{T_c - T} + B(T_c - T)$$

Déterminer littéralement l'expression des constantes A et B .

36) Résoudre **littéralement** l'équation **en absence de fuites** pour en déduire, en fonction de A , B , T_c et T_f , la durée nécessaire t_f pour que l'intérieur du réfrigérateur atteigne la température T_f .

37) Avec la valeur de P_c calculée précédemment, on trouve, en absence de fuites, $t_f = 5$ h.

Le graphe ci-dessous donne l'évolution de la température en fonction du temps en tenant compte des fuites. Commenter.



E. Comparaison des fluides frigorigènes

Pour aborder cette partie, il est nécessaire d'avoir pris connaissance des documents 1 et 2 en annexe.

On souhaite comparer 3 fluides frigorigènes : R717 (ammoniac), R134a (tétrafluoroéthane) et R600a (isobutane).

Pour ce faire, on envisage de leur faire subir un cycle analogue à celui décrit par R134a dans la partie C que l'on simplifie avec un seul évaporateur à $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Les caractéristiques du cycle sont donc, pour les 3 fluides :

$T_{\text{cond}} = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_{\text{evap}} = -20\text{ }^{\circ}\text{C}$, sous-refroidissement de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ et surchauffe de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, rendement isentropique du compresseur de 75 %.

Le tableau ci-dessous rassemble plusieurs des données calculées pour chaque fluide au cours du cycle :

	R600a	R134a	R717 ammoniac
Efficacité (ou COP)	2,7	2,6	2,4
Température maximale au cours du cycle ($^{\circ}\text{C}$)	70	80	210
Volume massique à l'entrée du compresseur ($\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$)	0,52	0,16	0,68
Volume massique à la sortie du compresseur ($\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$)	0,083	0,025	0,148
Pression à l'entrée du compresseur (bar)	0,728	1,33	1,90
Pression en sortie du compresseur (bar)	5,36	10,2	15,5
Taux de compression	7,3	7,6	8,2
Production frigorifique volumique ($\text{kJ}.\text{m}^{-3}$)	557	$1,0.10^3$	$1,7.10^3$

38) Expliquer pourquoi choisir $T_{\text{evap}} > T_{\text{eb}}$ garantit une surpression du fluide dans la machine par rapport à l'air extérieur.

39) Exprimer littéralement la relation entre la production frigorifique volumique, l'enthalpie massique de certains points du cycle et une donnée figurant dans le tableau.

Les fluides frigorigènes les plus répandus dans les réfrigérateurs domestiques sont le R600a et le R134a.

40) Pourquoi les préfère-t-on à l'ammoniac R717 ? (Donner 3 arguments).

41) En Europe, le R600a est très majoritairement utilisé alors qu'aux Etats-Unis, le R134a est préféré. Proposer une explication à cette différence.

Fin de l'énoncé.

DOCUMENTS ANNEXES

Document 1 : Les qualités d'un fluide frigorigène

D'après *Techniques de l'Ingénieur* TI-b9730

Théorie des machines frigorifiques, machine à compression mécanique

Maxime Duminil

Pour bien choisir un frigorigène en vue d'une application déterminée, on doit considérer :

- Ses **critères thermodynamiques** : puisque les systèmes frigorifiques relèvent précisément des lois de la thermodynamique ;
- Ses **critères de sécurité** : sécurité des personnes et des biens en cas de dégagement intempestif du frigorigène dans l'atmosphère ;
- Ses **critères d'action sur l'environnement** : actuellement très importants puisqu'ils ont imposé l'abandon de certains frigorigènes ;
- Ses **critères techniques** : ils influent sur la faisabilité et la fiabilité du système frigorifique et sur les interactions entre le frigorigène et les composants de ce système ;
- Ses **critères économiques** : toujours présents au cœur des problèmes techniques.

(Ne sont conservés ci-après que quelques-uns des critères décrits dans l'article)

➤ Critères thermodynamiques

- 1) On s'arrangera pour que, dans la mesure du possible, **la température d'évaporation T_{evap} soit supérieure à la température d'ébullition du fluide à la pression atmosphérique T_{eb}** . De cette façon, la totalité des circuits de la machine est en surpression vis-à-vis de l'extérieur et l'on ne risque pas l'introduction d'air atmosphérique et d'eau.
- 2) Dans l'état actuel de la technique des composants du système, la pression de condensation P_{cond} ne doit pas dépasser 20 à 25 bar. Inversement, la pression d'évaporation P_{evap} ne doit pas être trop basse. Le domaine d'emploi du compresseur frigorifique est ainsi bien défini par le constructeur et **on doit impérativement rester dans ces limites**. Pour garder une bonne efficacité au compresseur, le taux de compression $\tau = \frac{P_{cond}}{P_{evap}}$ doit aussi rester limité. Les taux de compression importants, outre qu'ils sont généralement la cause d'échauffements excessifs du fluide, entraînent la diminution des rendements volumétriques et une augmentation de la consommation énergétique du compresseur.
- 3) **La production frigorifique volumique** est une grandeur importante définie par **la quantité de froid produite par unité de volume de fluide aspiré par le compresseur**. Plus cette quantité est élevée, plus petit est le débit-volume aspiré par le compresseur pour produire une puissance frigorifique donnée. Plus réduite, et moins chère, est alors la machine de compression.

➤ Sécurité

L'inflammabilité est évidemment un point d'une extrême importance. Des substances susceptibles de faire d'excellents frigorigènes, comme certains hydrocarbures, ont été rejetés en raison de leur caractère combustible.

➤ Action sur l'environnement

1) Ozone stratosphérique



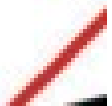
On sait que l'ozone stratosphérique est détruit par le **chlore** transporté à ces altitudes par les composés halogénés des hydrocarbures qui ont une **longue durée de vie dans l'atmosphère**, essentiellement par les CFC mais aussi, dans une bien moindre mesure, par les HCFC. On sait aussi que c'est ce critère qui a décidé la communauté internationale à bannir ces composés chlorés. L'action de chaque composé sur l'ozone stratosphérique est caractérisée par ce que les Anglo-saxons dénomment l'**ODP (ozone depletion potential)**, seuls les frigorigènes ayant un **ODP nul devraient perdurer**.

2) Effet de serre

Les gaz à effet de serre sont indispensables à notre planète qui, en leur absence, aurait une température beaucoup trop basse pour être habitable (-18 °C). Cependant, l'excès de ces gaz, en gênant la sortie (vers le cosmos) du rayonnement terrestre de grande longueur d'onde, peut, à la longue, provoquer un lent réchauffement de notre monde. A côté des gaz à effet de serre bien connus (vapeur d'eau, CO₂, méthane, oxydes d'azote, etc.), les frigorigènes halocarbonés ont une action non négligeable. Bien qu'encore peu répandus dans l'atmosphère, leur influence est beaucoup plus grande que, par exemple, celle du CO₂ dont l'effet de serre est le plus connu.

On caractérise l'action d'effet de serre d'un composé par le terme anglais **GWP (global warming potential)**, les valeurs sont rapportées au CO₂ ; dont le GWP est égal à 1.

Document 2 : Quelques données relatives à 3 réfrigérants usuels

	R600a	R134a	R717
Pression de vapeur saturante à -20 °C (en bar)	0,728	1,33	1,90
Température d'ébullition sous 1 bar (en °C)	-11,7	-26,1	-33,4
Température d'auto-inflammation (en °C)	460	Non combustible	630
Pictogrammes de sécurité			
ODP	0	0	0
GWP	3	1300	0