Formulaire : optique

3 avril 2013

Table des matières

1 Approximation de l'optique géométrique

❒ Vecteur d'onde – Pour une onde de la forme $\overrightarrow{E} = \Re\mathrm{e}\left(\underline{\overrightarrow{E}}(\overrightarrow{r})\exp\left(\varphi(\overrightarrow{r}) - \omega t\right)\right)$ et une expression analogue pour $\overrightarrow{B}$, où $\varphi(\overrightarrow{r}) \in \mathbb{R}$, alors on peut définir un vecteur d'onde local par

$$\boxed{\overrightarrow{k} = \overrightarrow{\nabla}\varphi} \tag{1.1}$$

❒ Chemin optique – Le chemin optique d'un rayon lumineux suivant le trajet Γ de A vers B dans un milieu d'indice relatif n a priori variable s'exprime aussi en fonction du temps mis par l'onde pour se propager entre A et B :

$$\boxed{L_{AB} = \int_\Gamma n\mathrm{d}s = c\Delta t_{AB}} \tag{1.2}$$

❒ Principe de Fermat – Du principe de Fermat qui statue que les rayons lumineux choisissent toujours le chemin optique minimal ou à défaut stationnaire on peut déduire l'équation de la trajectoire suivie par le rayon dans un milieu d'indice relatif n, avec $\overrightarrow{T}$ le vecteur unitaire tangent à la trajectoire :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}n\overrightarrow{T}}{\mathrm{d}s} = \overrightarrow{\nabla}n} \tag{1.3}$$

❒ Relation de Descartes – Le jour du concours où vous aurez tout oublié de votre cours de sup sur les lentilles et l'optique géométrique, il faut juste se souvenir que pour deux points A et A' conjugués par une lentille mince de sommet S, on a toujours

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \mathrm{cte}} \tag{1.4}$$

2 La diffraction

❒ Ordre de grandeur du visible – Les fréquences ν des rayonnements de la lumière visible vérifient grossièrement

$$\boxed{10^{14}\ \text{Hz} < \nu < 10^{15}\ \text{Hz}} \tag{2.1}$$

❒ Éclairement – L'éclairement est la puissance surfacique de rayonnement lumineux reçue par une surface dont la normale fait un angle θ avec le vecteur de Poynting de l'onde incidente. Il s'exprime, avec $I = \langle \overrightarrow{\pi}.\overrightarrow{u} \rangle$,

$$\boxed{E = I\cos\theta} \tag{2.2}$$

❒ Vibration lumineuse – C'est une grandeur scalaire $\underline{A}$ telle que

$$\boxed{I = \underline{AA^*}} \tag{2.3}$$

❒ Relation direction-point – Dans le cas de la diffraction de Frauhnofer, la lumière de longueur d'onde λ sortant du dispositif diffractant dans la direction du vecteur $\overrightarrow{k} = (k_y, k_z)$ forme, après passage par une lentille de focale f, un point sur l'écran de coordonnées

$$\boxed{Y = \frac{\lambda f}{2\pi}k_y \quad \text{et} \quad Z = \frac{\lambda f}{2\pi}k_z} \tag{2.4}$$

❒ Formule de Fraunhofer – Si un dispositif diffractant possède une fonction de transmittance $t(\overrightarrow{r})$, alors l'amplitude diffractée en incidence normale reçue dans la direction $\overrightarrow{k}$ vaut, l'intégrale suivante portant sur la surface du diaphragme,

$$\boxed{\underline{A_d}(\overrightarrow{k}) = K \iint t(\overrightarrow{r}) \exp\left(-i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r}\right) \mathrm{d}^2\overrightarrow{r}} \tag{2.5}$$

❒ Incidence oblique – Dans tous les problèmes de diffraction, si le rayon incident n'est pas normal au diaphragme, ce qui se passe en sortie dans la direction $\overrightarrow{k}$ est donnée par les formules en incidence normale en remplaçant $\overrightarrow{k}$ par

$$\boxed{\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k}_i} \tag{2.6}$$

❒ Transformée de Fourier d'une porte – Le calcul de la diffraction par une fente de longueur infinie et de largeur a mène au calcul de l'intégrale

$$\boxed{\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp(-ikx)\mathrm{d}x = a\,\mathrm{sinc}\left(\frac{ka}{2}\right)} \tag{2.7}$$

❒ Rayon de la tache d'Airy – Le rayon angulaire θ_1 de la tâche d'Airy provoquée par la diffraction d'une onde lumineuse de longueur d'onde λ par une ouverture circulaire de rayon R vérifie

$$\boxed{\sin\theta_1 = 0{,}61\frac{\lambda}{R}} \tag{2.8}$$

❒ Théorème de Babinet – Soit $t(\overrightarrow{r})$ une fonction de transmittance, et $t'(\overrightarrow{r}) = 1 - t(\overrightarrow{r})$. Alors l'intensité diffractée dans la direction $\overrightarrow{k}$ est la même pour un diaphragme et de transmittance t ou t' :

$$\boxed{I(\overrightarrow{k}) = I'(\overrightarrow{k})} \tag{2.9}$$

3 Diffraction par les réseaux

❒ Formule du réseau – Si l'on envoie une onde de longueur d'onde dans le milieu λ formant un angle θ_i avec la normale au plan d'un réseau par transmission comportant n traits par unité de longueur, alors les directions prises pas l'onde transmise sont quantifiés et forment des angles θ_k, $k \in \mathbf{Z}$ avec la normale sortante du plan tels que

$$\boxed{\sin\theta_k - \sin\theta_i = kn\lambda} \quad (3.1)$$

4 Interférences

❒ Intensité résultante – Pour deux ondes d'amplitudes complexes $A_1 = A_{10}\cos(\omega t + \varphi_1)$ et $A_2 = A_{20}\cos(\omega t + \varphi_2)$, et d'intensités respectives I_1 et I_2, alors en posant $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$,

$$\boxed{I = 2 < A^2(t) >= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi)} \quad (4.1)$$

❒ Condition de cohérence spatiale – Pour pouvoir observer des interférences avec les ondes provenant de deux sources ponctuelles S et S', si on note $\overrightarrow{k}_1$ et $\overrightarrow{k}_2$ les deux directions (éventuellement confondues) prises par les trains d'onde de S et S', alors il faut

$$\boxed{(\overrightarrow{k}_1 - \overrightarrow{k}_2).\overrightarrow{SS'} = 0} \quad (4.2)$$

❒ Dipositifs par division du front d'onde – Ils sont caractérisés par

$$\boxed{\overrightarrow{k}_1 \neq \overrightarrow{k}_2} \quad (4.3)$$

❒ Dipositifs par division d'amplitude – Ils sont caractérisés par

$$\boxed{\overrightarrow{k}_1 = \overrightarrow{k}_2} \quad (4.4)$$

5 Interférences par division du front d'onde

❒ Expression du déphasage – Le déphasage entre les deux moitiés du train d'onde est, avec $\delta = L_1 - L_2$ la différence de marche,

$$\boxed{\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta} \quad (5.1)$$

❒ Formule approchée – Dans le cas des trous d'Young avec un milieu homogène d'indice n, $\delta = n(D_2 - D_1)$ où D_2 et D_1 sont les distances parcourues par les deux moitiés du train d'onde. Si D est la distance trous-écrans et a la distance entre les trous, alors le déphasage au point $M(y)$ est

$$\boxed{\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{ay}{D}} \quad (5.2)$$

❒ Interfrange – La distance entre deux franges sombres ou entre deux franges claires est constante et égale avec les trous d'Young à

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}} \quad (5.3)$$

❒ FACTEUR DE VISIBILITÉ – Une figure d'interférence est caractérisée par un facteur de visibilité $v \in [0,1]$ tel que si I_1 et I_2 sont les intensités émises par les deux sources,

$$\boxed{I = (I_1 + I_2)(1 + v\cos\varphi)} \tag{5.4}$$

6 Interférences par division d'amplitude

❒ COEFFICIENTS DE RÉFLEXION ET TRANSMISSION – Si une onde se propageant dans un milieu d'indice n_0 rencontre une lame d'indice n, alors elle est susceptible de se réfléchir ou d'être transmise à travers les deux interfaces 1 et 2 milieux et on a les relations suivantes entre les coefficients qui traduisent la conservation de l'énergie :

$$\boxed{r_1 + r_2 = 0 \quad \text{et} \quad r_1^2 + t_1 t_2 = 1} \tag{6.1}$$

❒ DIFFÉRENCE DE MARCHE – La différence de marche géométrique, à laquelle il faut entre le rayon réfléchi par la première interface et celui qui s'est réfléchi sur la deuxième interface et a donc traversé deux fois la lame est

$$\boxed{\delta_{OG} = 2ne\cos r} \tag{6.2}$$

❒ FONCTION D'AIRY – L'intensité transmise par un interféromètre de PÉROT et FABRY se met sous la forme suivante, où φ est le déphasage provoqué par la différence de marche de (6.2) :

$$\boxed{I = I_0 \frac{1}{1 + M\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}} \tag{6.3}$$

Bon courage pour apprendre ces 25 formules !