

DS 5 : Filtrage, cinétique et mécanique

Les parties de cet examen sont *très largement* indépendantes. On pourra utiliser les résultats intermédiaires donnés dans le texte pour aborder les parties suivantes. Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute application numérique ou commentaire physique est le bienvenu. Les résultats doivent être *encadrés* et tout résultat numérique doit être accompagné de son *unité*. La calculatrice est autorisée, tout objet connecté est interdit.

Exercice 1 : Petits problèmes ouverts

Ces deux questions sont indépendantes, et est pris en compte dans le barème le temps nécessaire à leur réalisation. Toute initiative sera valorisée.

1. Votre voisin en classe s'ennuie profondément, et cherche à réaliser un oscillateur amorti ayant un facteur de qualité supérieur à l'unité. Vous décidez de l'aider (oui, le cours vous ennue également), et vous l'encouragez à extraire toutes les informations pertinentes liées à ce système. Vous disposez de ce qu'on trouve sur une table d'écolier, à savoir une gomme et un stylo 4 couleurs. Par ailleurs, vous avez une montre-chronomètre et, sachant qu'on est en 2021, un flacon de gel hydroalcoolique.

Proposez un assemblage permettant de réaliser un tel oscillateur et concevez un protocole expérimental permettant de déterminer sa période propre et son facteur de qualité avec le matériel à votre disposition.

2. L'uranium est l'élément radioactif permettant d'effectuer des réactions nucléaires en chaîne dans les réacteurs REP de France. Aujourd'hui, un minerai d'uranium contient 99,28 % d'uranium 238 et 0,29 % d'uranium 235. Ce mélange est impropre à son utilisation dans un réacteur, il faut donc augmenter artificiellement la part d'isotopes 235 par rapport à l'isotope 238 de manière à atteindre un pourcentage molaire en uranium 235 de l'ordre de 4 %. Une chose peu connue est, qu'en Afrique (Oklo, Gabon) ont existé des réacteurs nucléaires naturels. Ils nécessitaient un uranium similaire à celui utilisé aujourd'hui dans nos centrales nucléaires.

Estimer à quelle période ont fonctionné ces réacteurs naturels, sachant que la durée de demi-vie de l'uranium 235 est de $704 \cdot 10^6$ ans.

Exercice 2 : Cinétique chimique

Cinétique d'ordre 0

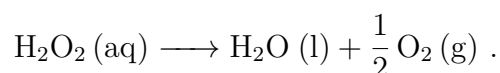
On relève les données ci-dessous pour une réaction d'ordre 0, où C est la concentration de l'unique réactif.

t (s)	0	30	60	120	180
C (mol \cdot L $^{-1}$)	0,120	0,109	0,096	0,072	0,048

1. Vérifier que cette réaction est effectivement d'ordre 0.
2. Déterminer la constante de vitesse associée à cette réaction. On pensera à bien mettre l'unité à la valeur obtenue.

Solution de peroxyde d'hydrogène et cinétique

Les solutions d'eau oxygénée ne sont pas stables dans le temps, car le peroxyde d'hydrogène se dismute selon la réaction :



La réaction a lieu dans un erlenmeyer fermé dans lequel on a introduit initialement les réactifs en présence d'air. La température est maintenue constante par un bain thermostaté.

Pour chaque essai, on introduit 30,0 mL d'eau oxygénée à $0,25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, 20,0 mL d'eau et 3,0 mL d'une solution contenant un catalyseur non pris en compte dans l'étude cinétique. On ferme rapidement l'erlenmeyer tout en déclenchant l'acquisition de la mesure de la pression. Le volume disponible pour la phase gazeuse a par ailleurs été mesurée, il est égal à 69,0 mL.

L'expérience dont les résultats suivent a été réalisée à $20,3^\circ\text{C}$. La variation de pression est notée $\Delta P = P(t) - P(t = 0)$, avec $P(t = 0)$ la pression initiale égale à la pression atmosphérique.

t (min)	2,5	4,0	5,0	8,0	10,0	12,0	15,0
ΔP (Pa)	3900	7300	9600	16100	20000	23800	29200

3. Déterminer l'ordre global de cette réaction et donner la valeur de la constante de vitesse.
4. La même réaction a été réalisée à trois autres températures. On a obtenu les valeurs suivantes pour les constantes de vitesse :

θ ($^\circ\text{C}$)	11,5	23,8	28,0
k (SI)	0,41	1,46	2,21

- 4.a. Quelle est la loi qui donne la variation de la constante de vitesse en fonction de la température ? Quels sont ses critères d'utilisation ?
- 4.b. Calculer l'énergie d'activation de la réaction de décomposition de l'eau oxygénée.

Exercice 3 : Mouvements en coordonnées polaires

Toboggan

La petite Louise, assimilable à un point matériel M , est installée en haut d'un toboggan d'un parc aquatique. À partir de l'instant $t = 0$, les équations horaires de M sont, en coordonnées

cartésiennes, $x(t) = R \cos(\omega t)$, $y(t) = R \sin(\omega t)$ et $z(t) = -bt$ où R , ω et b sont des constantes positives.

1. Déterminer ses coordonnées cylindriques. Quelle est la nature du mouvement ?
2. Déterminer la norme de la vitesse et de l'accélération de M . Commenter.

Manège

La maman de la petite Louise monte sur le manège sur lequel se trouve sa fille et se décrit une trajectoire rectiligne dans le référentiel lié au manège depuis l'extérieur du manège vers le centre du manège. Dans le référentiel terrestre, on peut traduire ce mouvement par les équations horaires en polaires suivantes : $r(t) = a \exp(-t/\tau)$ et $\theta(t) = \omega t$, où a , τ et ω sont des constantes positives.

3. Établir l'expression de l'équation de la trajectoire en polaire $r(\theta)$.
4. Tracer l'allure de la trajectoire suivie par la maman de Louise dans le référentiel terrestre.
5. Exprimer le vecteur vitesse puis sa norme de la maman de Louise dans le référentiel terrestre en coordonnées polaires.
6. Exprimer le vecteur accélération.

Exercice 4 : Effet Doppler et filtrage

Effet Doppler

On s'intéresse au filtrage réalisé par un robot pour qu'il puisse être capable de détecter des obstacles mobiles : enfant ou animal domestique se déplaçant. On considère un obstacle se déplaçant à la vitesse $-V \vec{u}_x$ vers le robot. Le robot émet une onde acoustique de célérité $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, de pulsation ω_0 qui se réfléchit sur l'obstacle. On peut montrer que l'onde réfléchie est de pulsation

$$\omega_r = \omega_0 \frac{1 + V/c}{1 - V/c}$$

1. Dans le cas où l'obstacle mobile est un chien voulant jouer avec le robot et se déplaçant à une vitesse de $V = 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vers ce dernier, justifier la relation $\omega_r \approx \omega_0(1 + 2V/c)$.

Détection hétérodyne

Pour prendre la décision adéquate : rebrousser immédiatement son chemin ou continuer encore son trajet, le robot doit déterminer la vitesse V de l'obstacle mobile. Pour cela on va effectuer

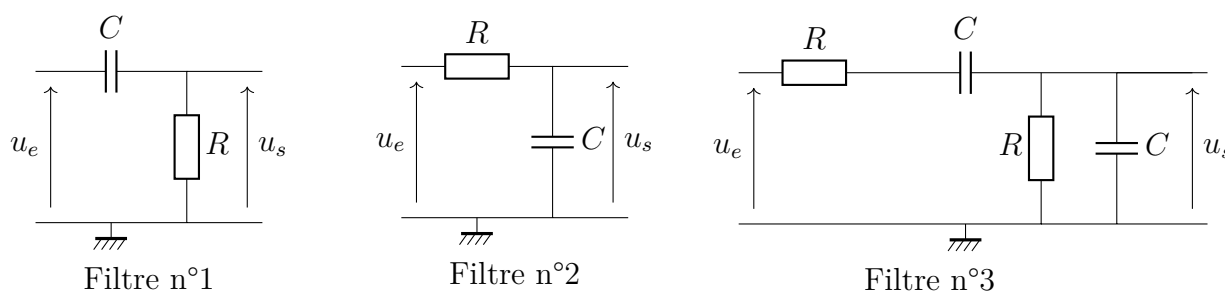
une détection hétérodyne, c'est-à-dire qui exploite un décalage de fréquence. Dans un premier temps on multiplie la tension u_0 à laquelle a été soumise la lame de quartz par la tension u_r délivrée par le récepteur à ultrasons. Puis on filtre le signal u_e ainsi obtenu.

On a : $u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t)$; $u_r(t) = U_r \cos(\omega_r t + \varphi_r)$; $u_e(t) = k \times u_0(t) \times u_r(t)$.

2. Exprimer $u_e(t)$ comme une somme de composantes harmoniques puis représenter l'allure de son spectre en pulsation.

3. Dans le cas où l'obstacle mobile est un chien voulant jouer avec le robot et se déplaçant à une vitesse de $V = 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, avec $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f_0 = 40 \text{ kHz}$, on désire ne conserver que la composante $\omega_r - \omega_0$ pour accéder à la valeur de V . Justifier ce choix. En déduire la nature du filtre nécessaire. Dans quel domaine de valeurs numériques doit se situer la pulsation de coupure ?

On cherche une réalisation simple de ce filtre, pour cela on étudie les 3 quadripôles suivants, pour lesquels on considère que les filtres sont à vide.



4. Analyser le comportement à basses et hautes fréquences des trois quadripôles. Lequel de ces quadripôles réalise la fonction de filtrage désirée ?

5. Déterminer l'expression de la fonction de transfert harmonique du filtre choisi.

6. Après avoir défini la pulsation de coupure à -3 dB , établir son expression à partir de la fonction de transfert harmonique établie précédemment.

7. Déterminer les équations des asymptotes des diagrammes de Bode du filtre choisi.

8. On désire atténuer d'un facteur 100 l'amplitude de la composante haute fréquence du signal $u_e(t)$, déterminer la valeur de la pulsation de coupure ω_c du filtre. Quelle est alors la valeur du facteur d'atténuation de la composante basse fréquence du signal ? Commenter.

Autres effets du filtre

9. À quoi peut-on approximer la fonction de transfert à haute fréquence ? On prendra soin de justifier ce que signifie « haute fréquence ». En déduire la fonction que réalise le filtre à haute fréquence.

10. Représenter sur le même graphique le signal créneau d'entrée et le signal obtenu en sortie du filtre précédent, dans les cas où le créneau est de fréquence élevée, de valeur moyenne 2 V et d'amplitude crête à crête 4 V. On prendra soin de justifier ce que signifie ici « fréquence élevée ».

11. Déterminer complètement le signal en sortie du filtre alimenté par

$$e(t) = \frac{4E}{\sqrt{5}} + E \cos(\omega_1 t) + \frac{E}{2} \cos(\omega_2 t) ,$$

avec $\omega_1 = \omega_c/2$ et $\omega_2 = 2\omega_c$.

Observation d'un signal créneau avec un oscilloscope

On cherche maintenant à observer le signal créneau fourni par un GBF à la question 10.

12. Donner la représentation électrique équivalente en mode DC d'un oscilloscope lorsque celui-ci est raccordé au seul GBF. On notera $e'(t)$ le signal vu par l'entrée de l'oscilloscope et $s'(t)$ ce qui est capté par l'interface analogique-numérique permettant au l'oscilloscope de réaliser la mesure.

13. Il existe deux modes d'acquisition sur un oscilloscope, le mode DC (direct current) et AC (alternative current). Dans ce dernier mode, on ajoute un condensateur sur la branche entre $e'(t)$ et $s'(t)$, en entrée de l'oscilloscope. Représenter cette situation avec un schéma électrique.

14. Qu'observe-t-on avec un calibre de 1 V/div ? de 50 mV/div ? On superposera $e'(t)$, $s'_1(t)$ et $s'_{0,05}(t)$ sur un graphique. Interpréter.

Exercice 5 : Mouvement d'un volant de badminton

On étudie le mouvement d'un volant de badminton de masse $m = 5,0$ g, assimilé à un point matériel V de masse m . Il est frappé par la raquette à la hauteur du sol $h = 2,0$ m et possède initialement un vecteur vitesse \vec{v}_0 , de norme v_0 et incliné d'un angle $\alpha = 52^\circ$ par rapport à l'horizontal.

On se place dans le référentiel terrestre galiléen, dont le repère cartésien est choisi de sorte à ce que l'origine soit à la verticale du lieu de frappe, l'axe (Oz) vertical et l'axe (Ox) horizontal de sorte à ce que \vec{v}_0 soit contenu dans le plan (Oxz) . Dans un premier temps on néglige les frottements fluides s'exerçant sur le volant.

1. Réaliser un schéma de la situation.

2. Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}(V)$. Que peut-on en dire ?

3. Établir les équations horaires du mouvement.

4. Établir l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ? La représenter, et représenter

dessus le vecteur vitesse et le vecteur accélération du volant à différents instants.

5. Quelle est la portée de la trajectoire, c'est-à-dire la distance horizontale à laquelle le volant atterrit ? On en donnera l'expression littérale puis la valeur numérique.

On prend maintenant en compte les frottements fluides dus à l'air et on les modélise par une force de frottement quadratique $\vec{f} = -C_x \rho S \|\vec{v}\| \vec{v} / 2$, où $C_x \approx 0,5$ SI pour un volant de badminton, $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ la masse volumique de l'air, $S = 28 \text{ cm}^2$ la section droite du volant.

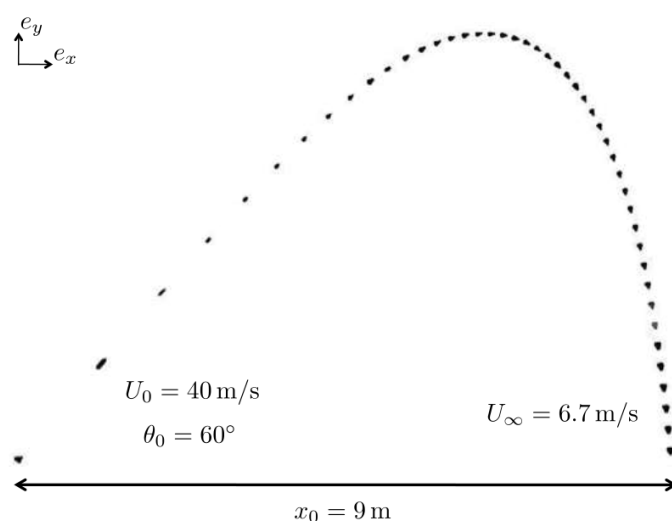
6. Déterminer l'unité de C_x .

7. Établir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse \vec{v} du volant.

8. Déterminer l'expression du vecteur vitesse limite atteint par le volant. Que dire du mouvement quand la vitesse limite est atteinte ? Comment sont les forces s'exerçant sur le volant ?

9. En déduire l'expression de la norme du vecteur vitesse limite en fonction de C_x , ρ , S , m et g . Faire l'application numérique. Commenter.

Grâce au pointage réalisé sur une vidéo, on obtient la trajectoire et la trajectoire de phase du volant de badminton.



10. Commenter les allures observées : vitesse limite, durée caractéristique du régime transitoire, portée de la trajectoire. Comparer avec ce qu'on obtient en l'absence de frottement : allure de la trajectoire, portée de la trajectoire, vitesse maximale atteinte.