REVISIONS

Mécanique, électrocinétique et dosages

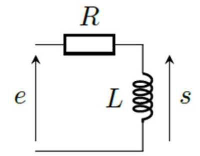
Exercice 1 : Circuit à condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C en série aux bornes duquel on place un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E et un interrupteur K. Initialement, le circuit est ouvert et le condensateur est déchargé. On note u_C la tension aux bornes du condensateur. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1) Déterminer la valeur de l'intensité du courant parcourant le circuit au bout d'un temps infini.
2) Même question pour la tension u_C.
3) Etablir l'équation différentielle vérifiée par u_C.
4) On pose $\tau = RC$. Quelle son unité dans le système international ?
5) Etablir l'expression de $u_C(t)$ et retrouver la valeur limite pour les temps longs. Tracer son allure.
6) Donner l'équation de la tangente à l'origine.
7) Calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.
8) Déterminer, en fonction de τ, l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge finale.
9) Déterminer l'expression de l'intensité parcourant le circuit en fonction du temps.
10) On mène maintenant l'étude énergétique de la charge du condensateur. Exprimer E_C l'énergie totale emmagasinée par le condensateur lors de sa charge.
11) Même question pour E_J l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance lors de cette charge.
12) Même question pour E_G l'énergie fournie par le générateur lors de cette charge. Interpréter.
13) On définit le rendement énergétique de la charge du condensateur par $\rho = \frac{E_C}{E_G}$. Donner sa valeur.
14) Pour améliorer ce rendement, on effectue la charge en deux phases : la première en chargeant le condensateur avec un générateur de force électromotrice $\frac{E}{2}$ puis en basculant sur un générateur de force électromotrice E une fois que C a atteint son maximum de charge sous une tension $\frac{E}{2}$. Déterminer pour la première phase les expressions de E_{C1} et E_{G1} des énergies respectivement emmagasinée par C et fournie par le générateur.
15) Etablir l'expression de $u_C(t)$ lors de la seconde phase. On notera t_2 la date de basculement de l'interrupteur entre les deux générateurs.
16) En déduire celle de $i(t)$.
17) Déterminer pour la seconde phase les expressions de E_{C2} et E_{G2} des énergies respectivement emmagasinée par C et fournie par le générateur.
18) En déduire le nouveau rendement énergétique.
19) Compte tenu des résultats obtenus, proposer une méthode pour faire tendre le rendement vers 1.

Exercice 2 : Filtre RL

On considère le circuit ci-contre avec $R = 1{,}0\ k\Omega$ et $L = 10\ mH$.



1) Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2) Déterminer sa fonction de transfert et l'écrire sous la forme

$$\underline{H} = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

3) Déterminer les pentes des asymptotes en gain dans les limites haute et basse fréquence, ainsi que leur ordonnée « à l'origine » en $x = 1$. Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain sur la figure 1 et en déduire l'allure du diagramme réel.

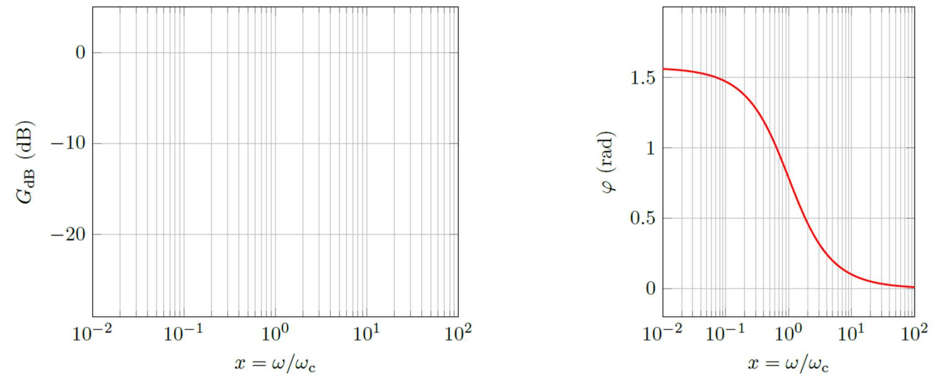
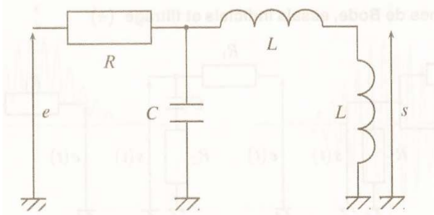


Figure 1 : Diagramme de Bode du filtre RL

4) La tension e s'écrit sous la forme d'une somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase initiale, et de fréquences respectives $f_1 = 100\ Hz, f_2 = 1\ kHz$ et $f_3 = 100\ kHz$. Donner la forme du signal d'entrée e puis du signal de sortie s.
5) La tension $e(t)$ est maintenant un signal triangle de fréquence 60 Hz. Justifier que $s(t)$ est un signal créneau de même fréquence.

Exercice 3 : Filtre de Hartley

On réalise le montage ci-après.

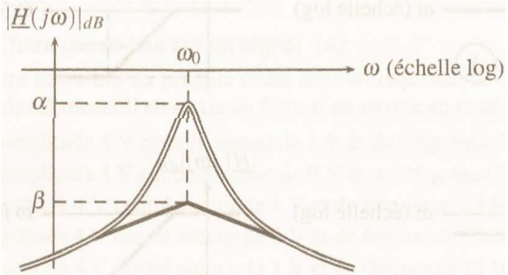


1) Etablir sa fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0 2jm\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

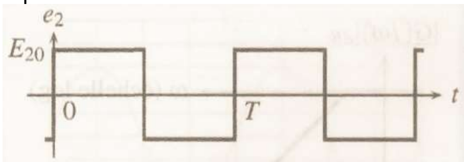
Exprimer H_0, m et ω_0 en fonction de R, L et C.

2) Dans le cas où $L = 1{,}00\ mH, C = 100{,}0\ nF$ et $R = 10{,}0\ k\Omega$, l'allure du diagramme de Bode en amplitude est représenté ci-dessous. Identifier les pentes des asymptotes, les valeurs de α et β. En déduire l'allure du diagramme de Bode en phase.



3) Le montage peut-il servir d'intégrateur ou de dérivateur ? Si oui, dans quelle bande de fréquence ?
4) On étudie la sortie $s_1(t)$ associée à l'entrée $e_1(t) = E_0 + E_1\cos(\omega_1 t)$ où $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$. Comment réaliser expérimentalement ce signal au laboratoire ?
5) Calculer l'expression littérale de la sortie $s_1(t)$, observée sur l'oscilloscope en régime permanent.
6) On étudie maintenant la sortie $s_2(t)$ associée au signal créneaux $e_2(t)$, de période $T = 6\pi\sqrt{2LC}$, d'amplitude $E_{20} = 1\,V$. Il est décomposable en série de Fourier.

$$e_2(t) = \frac{4E_{20}}{\pi}\left[\sin(\omega_2 t) + \frac{\sin(3\omega_2 t)}{3} + \frac{\sin(5\omega_2 t)}{5} + \cdots + \frac{\sin((2n+1)\omega_2 t)}{2n+1}\right]$$

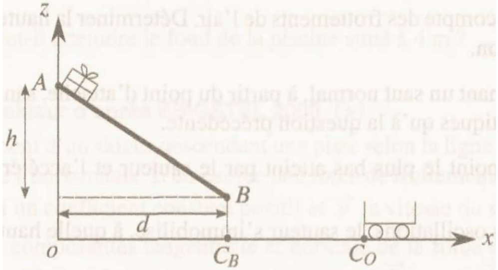


Calculer la valeur efficace E_{2eff} de e_2.

7) Tracer l'allure du spectre de e_2. Préciser numériquement les pulsations des 3 premières harmoniques.
8) Calculer numériquement les amplitudes des trois premières harmoniques du signal de sortie s_2. Justifier alors le nom de « tripleur de fréquence » donné au montage. Préciser l'expression numérique de $s_2(t)$.

Exercice 4 : Toboggan

Une personne participant à un jeu télévisé doit laisser glisser un paquet sur un toboggan, à partir du point A de manière à ce qu'il soit réceptionné au point B par un chariot se déplaçant le long de l'axe (Ox). On néglige les frottements de l'air. Le toboggan exerce sur le paquet non seulement une réaction normale $\overrightarrow{R_N}$ mais aussi une réaction tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ (frottement solide) telle que $\|\overrightarrow{R_T}\| = f\|\overrightarrow{R_N}\|$ avec $f = 0{,}5$.

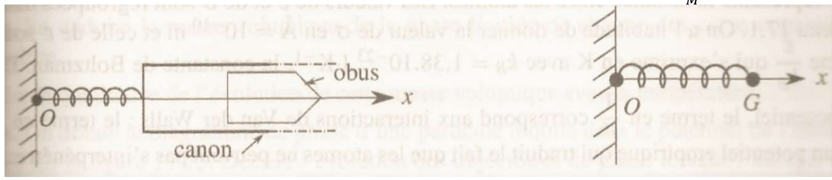


Le chariot part du point C_0 à l'instant $t = 0$, vers la gauche avec une vitesse $v_c = 0{,}5\,m.s^{-1}$. Arrivé en C_B, il s'arrête pendant un intervalle de temps $\delta t = 1\,s$.
La hauteur du toboggan est $h = 4\,m$, la distance d est égale à h et $C_0C_B = 2\,m$. La masse du paquet est $m = 10\,kg$ et $g = 9{,}8\,m.s^{-2}$.

1) On pose $X = AP$ où P est la position du paquet à l'instant t. Déterminer $X(t)$. En déduire le temps mis par le paquet pour arriver en B.
2) A quel instant le joueur doit-il lâcher le paquet, sans vitesse initiale, pour qu'il tombe dans le chariot ?

Exercice 5 : Recul d'un canon

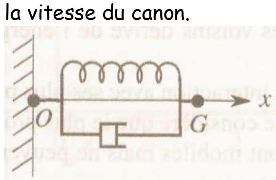
On considère un canon de masse $M = 800\,kg$. Lors du tir horizontal d'un obus de masse $m = 2\,kg$ avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$ ($v_0 = 600\,m.s^{-1}$), le canon acquiert une vitesse de recul $\overrightarrow{v_c} = -\frac{m}{M}\overrightarrow{v_0}$.



Pour limiter la course du canon, on utilise un ressort de raideur k_1, de longueur à vide L_0 dont l'une des extrémités est fixe et l'autre lié au canon. Le déplacement a lieu suivant l'axe Ox. Dans la suite, le canon est assimilé à son centre de gravité G.

1) Quelle est la longueur du ressort lorsque le canon est au repos ?
2) En utilisant l'énergie mécanique, déterminer la distance de recul d. En déduire la raideur k_1 pour avoir un recul au maximum égal à d. Application numérique pour $d = 1\,m$.
3) Retrouver la relation entre k_1 et d en appliquant la loi de la quantité de mouvement.
4) Quel est l'inconvénient d'utiliser un ressort seul ?

Pour pallier ce problème, on ajoute au système un dispositif amortisseur, exerçant une force de frottement visqueux $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$, $\vec{v}$ étant la vitesse du canon.



5) Le dispositif de freinage absorbe une fraction $E_a = 778\,J$ de l'énergie cinétique initiale. Calculer la nouvelle valeur k_2 de la constante de raideur du ressort avec les données numériques précédentes. Déterminer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
6) Déterminer λ pour que le régime soit critique. Application numérique.
7) Déterminer l'expression de l'élongation $x(t)$ du ressort, ainsi que celle de la vitesse $\dot{x}(t)$. En déduire l'instant t_m pour lequel le recul est maximal. Exprimer alors de recul en fonction de m, v_0 et λ. L'application numérique redonne-t-elle la valeur de d précédente ?

Exercice 6 : Freinage d'un satellite par l'atmosphère

On étudie le mouvement d'un satellite artificiel de la Terre dans le référentiel géocentrique galiléen. On néglige les autres interactions que la force de gravitation entre la Terre et le satellite. On note M_T la masse de la Terre, R_T son rayon, m la masse du satellite supposée petite devant M_T et G la constante de gravitation universelle. On note T_0 la période de révolution du satellite.

1) Etablir la conservation du moment cinétique du satellite.
2) En déduire que le mouvement du satellite est plan.
3) Montrer que cela permet de définir une constante des aires C dont on donnera l'expression.
4) On suppose que le satellite est en orbite circulaire autour de la Terre. Montrer que son mouvement est uniforme.
5) Etablir l'expression de la vitesse v du satellite en fonction de G, M_T et r le rayon de l'orbite du satellite.
6) Retrouver la troisième loi de Kepler dans le cas d'une trajectoire circulaire.
7) Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_c, de l'énergie potentielle E_p et celle de l'énergie mécanique E_m du satellite. Donner les relations entre ces trois énergies.

Les satellites en orbite basse subissent des frottements de la part des hautes couches de l'atmosphère. Ces frottements limitent la durée de vie des satellites en les faisant lentement chuter sur Terre. Un satellite situé sur une orbite à $1{,}0.10^3\ km$ d'altitude descend d'environ $2\ m$ par jour. On cherche à modéliser ces informations.

On modélise l'action des hautes couches de l'atmosphère par une force de frottement proportionnelle à la masse du satellite et au carré de sa vitesse : $\vec{f} = -\alpha m v \vec{v}$ où α est un coefficient de frottement. Cette force est suffisamment faible pour que la trajectoire soit quasi-circulaire. Dans ces conditions, les expressions des différentes énergies en fonction de r restent valables mais r varie lentement dans le temps.

8) A l'aide d'un théorème énergétique, établir l'équation différentielle vérifiée par r.
9) Sans la résoudre, montrer que r ne peut que diminuer.
10) En déduire ce qu'il arrive à la vitesse.

Exercice 7 : Dosage acidobasique d'un mélange

On titre un prélèvement de volume $V_0 = 100\ mL$ d'un effluent industriel contenant de l'acide sulfurique et du dioxyde de soufre $SO_{2(aq)}$. Le réactif titrant est de l'hydroxyde de sodium à $C_b = 1{,}0\ mol.L^{-1}$. On suit l'évolution du pH en fonction du volume V de titrant ajouté. On observe deux sauts de pH :

- le premier pour $V_{E1} = 16{,}0\ mL$ ($pH_{E1} = 5{,}5$)
- le deuxième pour $V_{E2} = 20{,}0\ mL$ ($pH_{E1} = 10{,}5$).

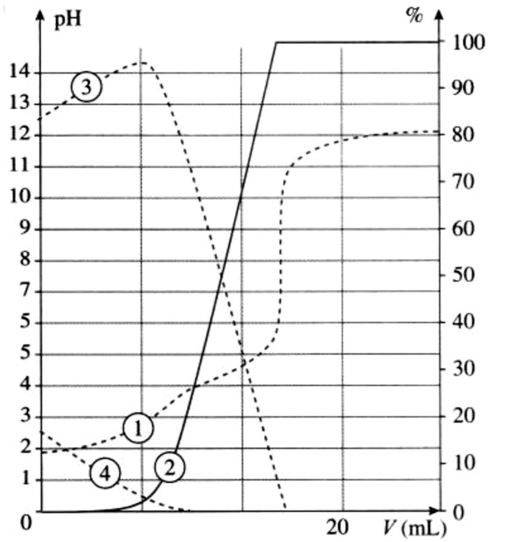
1) Etablir un diagramme de prédominance des espèces concernées. En déduire que les espèces présentes dans l'effluent industriel sont H_3O^+, HSO_4^- et $SO_{2(aq)}$. En considérant la valeur du pH à la première puis à la deuxième équivalence, préciser quelles sont les espèces prépondérantes en ces points.
2) Ecrire les trois réactions de titrage ayant lieu avant la première équivalence puis la quatrième réaction ayant lieu entre les deux équivalences.
3) En déduire les concentrations C et C' de l'acide sulfurique et de $SO_{2(aq)}$.

La première acidité de l'acide sulfurique H_2SO_4 est forte.

$$pK_A(HSO_4^-/SO_4^{2-}) = 2$$
$$pK_{A1}(SO_{2(aq)}/HSO_3^-) = 1{,}8$$
$$pK_{A2}(HSO_3^-/SO_3^{2-}) = 7{,}6$$

Exercice 8 : Dosage d'un polyacide

L'acide oxalique est un diacide noté H_2A. On dose un volume $V_0 = 20{,}0\ mL$ d'acide oxalique de concentration C par une solution de soude de concentration $c_B = 0{,}050\ mol.L^{-1}$. La simulation de ce dosage par un logiciel est donné ci-après.



1) Identifier les courbes représentées.
2) Déterminer le volume équivalent le plus précis et en déduire la concentration C de cet acide.
3) Définir la deuxième demi-équivalence et déterminer graphiquement le pK_{A2} de l'acide oxalique.
4) Déterminer le pK_{A1} à partir des proportions des espèces présentes dans la solution initiale ($V = 0$).
5) Lire la valeur du pH à la première demi-équivalence ; justifier simplement que $pH \neq pK_A$ en ce point.