TD : Propagation d'un signal

1 Relation entre fréquence et longueur d'onde

1. Calculer la longueur d'onde de l'onde électromagnétique qui existe dans un four micro onde sachant que sa fréquence est $f = 2{,}45\,\text{GHz}$ et que la célérité des ondes électromagnétiques est $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Est-elle de l'ordre du micromètre ?

2. La vitesse du son dans l'air dépend de la température T selon la formule

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M_{air}}}\ ,$$

$\gamma = 1,4$, $R = 8{,}314\,\text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{air} = 29 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. Calculer la fréquence d'un son de longueur d'onde $\lambda = 78\,\text{cm}$ lorsque la température vaut $T_1 = 290\,\text{K}$, puis $T_2 = 300\,\text{K}$. Le changement de hauteur du son dû au changement de température est-il de plus d'un demi-ton ? Un demi-ton correspond à une variation relative de fréquence égale à $2^{1/12} - 1$.

2 Trains d'ondes

Une onde se propage dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens positif avec la célérité c. La source, située en $x = 0$, émet un train d'ondes, c'est-à-dire une oscillation de durée limitée τ :

$$s(0,t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{si } 0 \leqslant t < \tau \\ 0 & \text{si } t \geqslant \tau \end{cases}\ .$$

1. Exprimer $s(x,t)$ pour x positif quelconque.

2. Représenter $s(x, \tau/2)$ et $s(x, 3\tau/2)$ en fonction de x pour $x > 0$ (prendre $\tau = 4T$ pour le dessin). Quelle est la longueur du train d'ondes dans l'espace ?

3. On suppose à présent que :

$$s(0,t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{si } t \leqslant 0 \end{cases}\ ,$$

avec $\tau = T$. En s'aidant d'une calculette graphique représenter $s(0,t)$ en fonction de t, puis $s(x, 6\tau)$ en fonction de x. On considère habituellement que ce train d'ondes dure 6τ. Justifier et donner la longueur du train d'ondes.

3 Effet Doppler

Une onde sinusoïdale de fréquence f se propage dans la direction de (Ox) dans le sens positif de (Ox) avec la célérité c. Un observateur se déplace avec une vitesse $\vec{v} = v\,\vec{u}_x$ parallèle à (Ox).

1. Écrire le signal $s(x,t)$ de l'onde en définissant les notations nécessaires.

2. Pour l'observateur en mouvement, le point d'abscisse x est repéré par une abscisse le long d'un axe (Ox') qui lui est lié telle que $x' = x - vt$. Exprimer $s(x',t)$.

3. En déduire l'expression de la fréquence f' pour l'observateur en mouvement. Comparer f' et f suivant le signe de v.

4. Vous marchez dans la rue et un camion de pompier, sirène en marche, arrive de derrière et vous dépasse. Qu'entendez-vous ?

4 Position et date d'un séisme

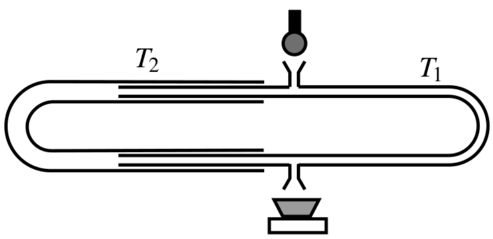
Un séisme produit deux types d'ondes sismiques : les ondes P, longitudinales, qui se propagent avec la célérité c_P et les ondes S, transversales, qui se propagent avec la célérité $c_S < c_P$.

1. Lors d'un séisme, on commence à détecter les premières à l'instant de date t_P et les secondes à l'instant de date t_S. Montrer qu'on peut en déduire, connaissant c_P et c_S, la distance Δ entre le foyer du séisme et l'appareil ainsi que la date du début du séisme.

2. Pour un séisme, on mesure les distances Δ_1, Δ_2 et Δ_3 entre le foyer du séisme et trois stations de mesures. Sans faire de calcul, montrer que cette information permet de localiser le foyer du séisme à l'intérieur de la Terre. Quel système fonctionne sur ce même principe ?

5 Mesure de la vitesse du son

Le trombone de Koenig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents. Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son de fréquence $f = 1500\,\text{Hz}$. On mesure le signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope. En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé. Elle passe deux fois de suite par une valeur minimale lorsqu'on déplace T_2 de $d = (11{,}5 \pm 2{,}0)\,\text{mm}$. Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20 °C, température à laquelle l'expérience est faite.



6 Résonances de la corde de Melde

Une corde de Melde de longueur utile L est tendue entre un vibreur, en $x = 0$, et une poulie, en $x = L$. Le vibreur a un mouvement vertical sinusoïdal de pulsation ω :

$$y_{vibreur} = a_{vibreur} \cos(\omega t) \ .$$

On cherche le déplacement de la corde sous la forme d'une onde stationnaire :

$$y(x,t) = Acos(\omega t + \phi)cos(kx + \psi) \ ,$$

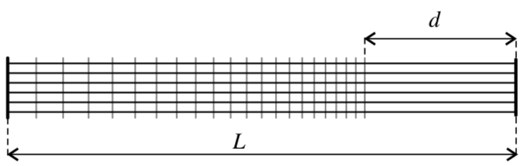
où A, ϕ et ψ sont des constantes à déterminer et où k est le vecteur d'onde associé à la pulsation ω.

1. En exploitant le fait que la corde est fixe en $x = L$ et liée au vibreur en $x = 0$, obtenir l'expression de $y(x,t)$ en fonction de $a_{vibreur}$, ω, k, L, x et t.

2. La corde étant en résonance avec un seul fuseau, l'amplitude maximale de vibration de la corde est environ égale à $10a$. Quelle relation y a-t-il entre la longueur d'onde λ de l'onde stationnaire et L ? On fera l'approximation : $\arcsin(1/10) \simeq 1/10$.

7 Frettes d'une guitare

Les frettes placées le long du manche d'une guitare permettent au musicien de modifier la hauteur du son produit par la corde. En pressant la corde contre une frette, il diminue sa longueur, provoquant une augmentation de la fréquence fondamentale de vibration de la corde.



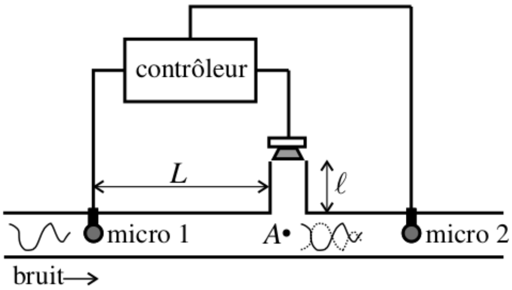
1. Retrouver rapidement la fréquence de vibration fondamentale d'une corde de longueur L le long de laquelle les ondes se propagent à la célérité c.

2. La note monte d'un demi-ton lorsque la fréquence est multipliée par $2^{1/12}$. Pour cela, comment doit-on modifier la longueur de la corde ?

3. En plaçant le doigt sur les frettes successives, on monte à chaque fois la note d'un demi-ton. Combien de frettes peut-il y avoir au maximum, sachant que la distance d entre la dernière frette et le point d'accrochage de la corde (voir figure) doit être supérieure à $0,25L$?

8 Contrôle actif du bruit en conduite

On s'intéresse à un système conçu pour l'élimination d'un bruit indésirable transporté par une conduite. Le bruit est détecté par un premier micro dont le signal est reçu par un contrôleur électronique. Le contrôleur, qui est le centre du système, envoie sur un haut-parleur la tension adéquate pour générer une onde de signal exactement opposé à celui du bruit de manière à ce que l'onde résultante au point A (voir figure) et en aval de A soit nulle.



1. Exprimer, en fonction de L, l et la célérité c du son, le temps disponible pour le calcul du signal envoyé sur le haut-parleur.

2. On suppose le bruit sinusoïdal de pulsation ω. On appelle ϕ_1 la phase initiale du signal détecté par le micro 1 et ϕ_{HP} la phase initiale du signal émis par le haut-parleur. Exprimer, en fonction de ω, c, L et l, la valeur que doit avoir $\Delta\phi = \phi_{\text{HP}} - \phi_1$.

3. L'onde émise par le haut-parleur se propage dans la conduite dans les deux sens à partir de A. Expliquer l'utilité du micro 2.