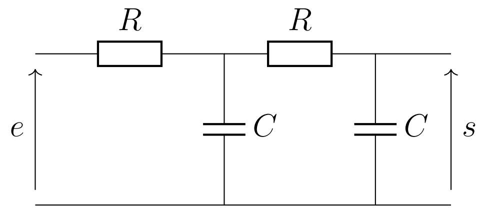
DM 6 : Filtrage et cinétique

Exercice 1 : Filtrage linéaire

On considère le filtre réalisé par le circuit électrique suivant où e représente la tension d'entrée et s la tension de sortie. Il est constitué de deux cellules RC disposées l'une après l'autre.



1. Déterminer la nature de ce filtre en réalisant une étude asymptotique.

On admet que la fonction de transfert d'un tel filtre s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j}{Q}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

avec $Q = \frac{1}{3}$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

2. Justifier la nature du filtre en étudiant la fonction de transfert.

3. Donner l'expression du gain $G(\omega)$ et de la phase $\phi(\omega)$.

4. À l'aide de la fonction de transfert, justifier que le diagramme de Bode en gain présente des asymptotes à basse fréquence et haute fréquence et déterminer l'expression de leurs pentes.

5. De même pour le diagramme en phase, déterminer le comportement asymptotique de $\phi(\omega)$. De plus, déterminer la valeur de $\phi(\omega_0)$.

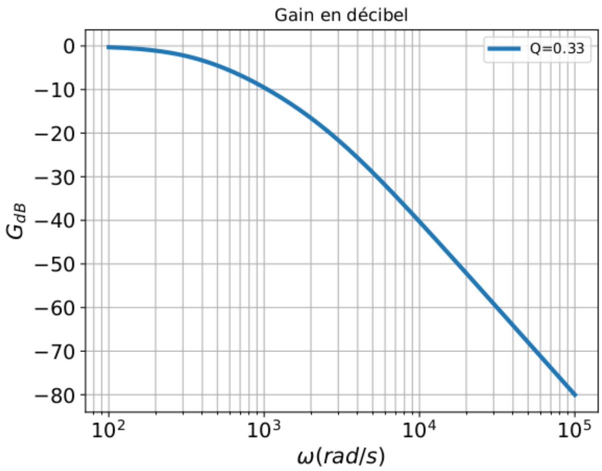
On représente le diagramme de Bode réel de ce filtre ci-après.

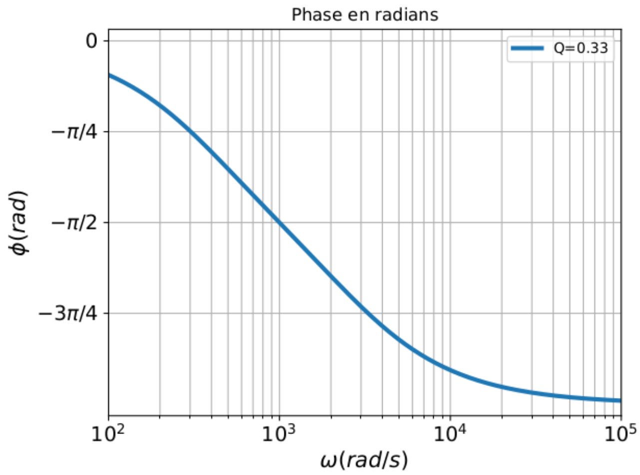
6. Déterminer en justifiant votre réponse la valeur de la pulsation propre ω_0.

7. On envoie un signal d'entrée de la forme $e(t) = e_1(t) + e_2(t) + e_3(t)$, avec $e_1(t) = e_0 \cos(\omega_1 t)$; $e_2(t) = e_0 \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right)$ et $e_3(t) = e_0 \cos(\omega_3 t)$, où $\omega_1 = \frac{\omega_0}{2}$; $\omega_2 = \omega_0$ et $\omega_3 = 2\omega_0$.

7.a. Proposer une écriture du signal de sortie sous la forme de la somme de trois signaux sinusoïdaux, de pulsations ω_1, ω_2, ω_3, d'amplitudes S_1, S_2, S_3 et de phases à l'origine des temps φ_1, φ_2, φ_3.

7.b. À l'aide du diagramme de Bode en gain, déterminer le gain en décibel à la pulsation ω_1, en déduire le gain en ω_1, et l'expression de S_1 en fonction de e_0.





7.c. À l'aide du diagramme de Bode en gain, déterminer la phase de la fonction de transfert à la pulsation ω_1, en déduire la phase à l'origine des temps φ_1.

7.d. Conclure sur l'expression du signal en sortie de pulsation ω_1.

7.e. Faire de même pour les autres signaux.

7.f. En déduire l'expression complète de $s(t)$.

Exercice 2 : Dégradation du glucopyranoside

La dégradation du méthyl-β-D-glucopyranoside (noté G) en milieu basique en présence de dioxygène suit une loi de vitesse de la forme

$$v = -\frac{\mathrm{d}[\mathrm{G}]}{\mathrm{d}t} = k[\mathrm{G}]^{\alpha}[\mathrm{O_2}]^{\beta}[\mathrm{HO^-}]^{\gamma}\ .$$

On réalise une expérience à 120 °C en maintenant la pression partielle de dioxygène constante $p = 3\,\mathrm{bar}$, avec les conditions initiales suivantes :

— $[\mathrm{G}]_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$,

— $[\mathrm{HO^-}]_0 = 1{,}25\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

On détermine la vitesse de réaction et la concentration en G à différentes dates. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

$10^3 \times [\mathrm{G}]$ $(\mathrm{mol \cdot L^{-1}})$	10,0	9,25	8,75	8,27	7,75	7,16	6,49	5,98
$10^3 \times v$ $(\mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}})$	9,62	9,28	8,74	8,34	7,76	7,22	6,64	5,82

1. Comment peut-on déterminer la vitesse de la réaction à la date t, si l'on dispose de la courbe $[\mathrm{G}] = f(t)$?

2. Déterminer l'ordre de la réaction par rapport à G, supposé entier.