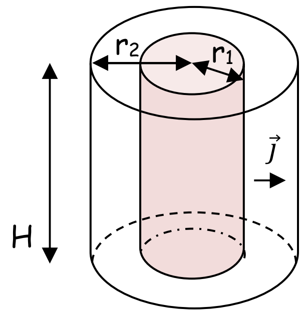
THERMODYNAMIQUE

Chapitre 2 : Diffusion thermique

Exercice 1 : Conduction thermique entre deux cylindres coaxiaux

On néglige tout effet de bord : le cylindre est infini, mais on raisonne sur une hauteur H. on impose T_1 la température du cylindre intérieur, et T_2 la température du cylindre extérieur constantes. La conductivité thermique du matériau entre les deux cylindres est λ.



1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température entre les deux cylindres
2) On se place en régime stationnaire. Déterminer la loi T(r).
3) Définir et calculer la résistance thermique de cette portion de cylindre.
4) Par analogie, déduire la résistance électrique d'un conducteur de forme cylindrique compris entre les rayons r_1 et r_2 de hauteur h et de résistivité ρ.

Exercice 2 : Conduction thermique et effet Joule

Un matériau de conductivité thermique λ, de conductivité électrique γ, contenu entre les plans $x = 0$ et $x = L$, est parcouru par un courant électrique de vecteur densité de courant électrique $\overrightarrow{J_{el}} = j_{el}\overrightarrow{u_y}$ uniforme. Le long du plan $x = 0$ s'écoule un fluide maintenu à la température T_0, avec lequel les échanges thermiques vérifient la loi de Newton : la puissance échangée par unité de surface est $\varphi_{solide\to fluide} = h(T(0) - T_0)$. Le plan $x = L$ est calorifugé. On se place en régime permanent.

1) Quelle est l'expression de la puissance volumique P_v dissipée par effet Joule dans le matériau ? (**pour les 3/2** : la puissance volumique dissipée par effet Joule s'écrit : $P_v = \frac{j_{el}^2}{\gamma}$)
2) Effectuer un bilan énergétique pour un système bien choisi et établir l'équation :
$$\lambda\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{j_{el}^2}{\gamma}$$
3) Déterminer la température $T(x)$ du matériau.
4) Déterminer la puissance cédée au fluide en $x = 0$ à travers une surface S puis la puissance fournie par effet Joule au cylindre d'axe Ox, de surface de base S, situé entre les plans $x = 0$ et $x = L$. Conclure.
5) Calculer l'entropie s_{cr} produite par unité de volume et de temps dans le matériau. Conclure.

Exercice 3 : Variation journalière de température dans le sol

On assimile la Terre localement à un demi-espace infini situé du côté x > 0. On donne sa masse volumique moyenne $\rho = 3.10^3$ kg.m^{-3}, sa capacité thermique massique c = 515 J.kg^{-1}.K^{-1} et sa conductivité thermique moyenne λ = 1 W.m^{-1}.K^{-1}. A la surface du sol, la température varie selon la loi $T(0,t) = T_0 + \theta_0\cos(\omega t)$.

1) Déterminer la température $T(x,t)$ en régime permanent, en posant $T(x,t) = A + \theta(x,t)$ avec $\theta(x,t) = Re(\underline{\theta})$ et $\underline{\theta} = f(x)\exp(j\omega t)$.

2) La température au niveau du sol est de 0°C la nuit et 16°C le jour. Déterminer la profondeur à partir de laquelle la variation de température est inférieure à 1°C.

Exercice 4 : Double vitrage

L'intérieur d'une pièce est séparé de l'extérieur par une paroi vitrée de surface S, orthogonale à l'axe (Ox), et dont le verre a une conductivité thermique K. Ses faces interne et externe sont respectivement aux températures T_i et T_e, avec $T_e < T_i$. On ne considère que des régimes permanents indépendants du temps. Le problème est considéré comme unidimensionnel.

1) La paroi est une vitre simple épaisseur.

a) Evaluer le flux thermique Φ_1 sortant de la pièce à travers cette paroi d'épaisseur e.

b) Exprimer la résistance thermique R_{th} de la paroi vitrée.

2) La paroi est un ensemble de deux vitres de même épaisseur e, séparées par une épaisseur e' d'air, de conductivité thermique K'. C'est le système de double vitrage. On ne tient compte que de la conduction.

a) Evaluer le flux thermique Φ_2 sortant de la pièce, puis Φ_2/Φ_1.

b) Applications numériques : calculer Φ_2/Φ_1 et les températures T_1 et T_2 des faces en regard des deux vitres.
T_e = 270 K, T_i = 292 K, e' = e = 3 mm, K = 1,2 $W.m^{-1}.K^{-1}$, K' = 0,025 $W.m^{-1}.K^{-1}$.

c) Représenter graphiquement les variations de la température en fonction de x dans le double vitrage.

3) En plus de la conduction étudiée ci-dessus, on doit tenir compte des échanges thermiques superficiels entre le verre et l'air. Une surface de verre d'aire S, à la température T_S échange avec l'air, à la température T_f, un flux thermique qui suit la loi de Newton : $\Phi = hS(T_S - T_f)$, où h est une constante positive.

a) Quelle valeur implicite donnait-on précédemment à h lorsqu'on confondait T_S et T_f ?

b) Montrer que ces échanges superficiels introduisent une résistance thermique R_{th}. Donner son expression.

c) Les températures de l'air à l'intérieur et à l'extérieur de la pièce des questions **1)** et **2)** deviennent respectivement T_i' et T_e' et les flux Φ_1 et Φ_2 deviennent Φ_1' et Φ_2'. Soit h_e le coefficient d'échange entre le verre et l'air extérieur et h_i celui relatif aux autres contacts verre-air. Exprimer Φ_1' et Φ_2'.

d) Application numérique h_i = 10 $W.m^{-2}.K^{-1}$ et h_e = 14 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Calculer Φ_2'/Φ_1'. Conclusion ?