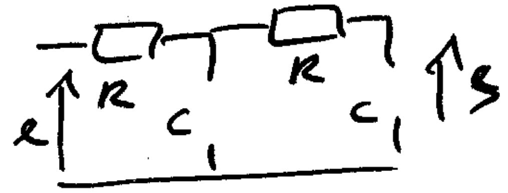
DM 06 - Correction

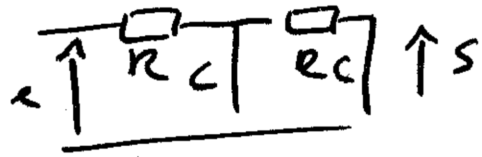
Exercice 1 - Filtrage linéaire

1) On a :

→ BF
c est un interrupteur ouvert

→ HF
c est un fil.





et vu qu'aucun courant ne circule, $s \simeq e$.

et la tension aux bornes d'un fil vaut $s \simeq 0$.

2) C'est probablement un filtre passe bas.

On a :

→ BF, $\omega \to 0$

$\underline{H}(j\omega) \simeq \frac{1}{1} = 1$

→ HF, $\omega \to \infty$

$\underline{H}(j\omega) \simeq \frac{1}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \simeq -\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \simeq 0.$

On retrouve le comportement attendu.

3) Par définition :

$$G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\frac{1}{Q^2}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}.$$

$$\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(j\omega)) = -\arg\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{1}{Q}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right)$$

et on réécrit :

$$= \arg\left(\frac{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}}{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}+jQ\frac{\omega}{\omega_0}+1}\right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} - \arg\left(1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)Q\right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right).$$

4) On détermine le gain en décibel :

$$G_{dB} = 20 \log G(\omega)$$

$$= -20 \log \sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$= -10 \log\left(\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right).$$

BF, $\omega \to 0$, $G_{dB} \simeq -10 \log 1 = 0$

HF, $\omega \to +\infty$, $G_{dB} \simeq -40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$.

On a deux asymptotes, 0 pour les fréquences $\omega \ll \omega_0$ et -40 dB/décade pour $\omega \gg \omega_0$.

5) De même :

BF, $\omega \to 0$, $\varphi \simeq -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(-Q\frac{\omega_0}{\omega}\right) \simeq 0$

HF, $\omega \to +\infty$, $\varphi \simeq -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(Q\frac{\omega}{\omega_0}\right) \simeq -\pi$.

On retrouve deux asymptotes.

6) Les deux asymptotes se coupent pour $\omega/\omega_0 = 1$, on prolonge les deux asymptotes sur le diagramme en gain, soit

$$\omega_0 = 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} !$$

<u>Remarque</u> : Rechercher ω pour $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ aurait été possible.

7) a) Par linéarité, on peut écrire :

$$s(t) = S_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + S_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + S_3 \cos(\omega_3 t + \varphi_3).$$

7) b) On a $\omega_1 = \frac{\omega_0}{2} = 500\ rad \cdot s^{-1}$,

soit $G(\omega_1) \approx 0,56$

d'où $S_1 = G(\omega_1) e_0 = 0,56\, e_0$.

7) c) et $\varphi(\omega_1) = -0,7\ rad$,

7) d) on peut alors écrire :

$s_1(t) = 0,56\, e_0 \cos(\omega_1 t - 0,7)$.

7) e) Pour $\omega_2 = 1000\ rad \cdot s^{-1}$,

$s_2(t) = 0,32\, e_0 \cos(\omega_2 t + 0)$

et pour $\omega_3 = 2000\ rad \cdot s^{-1}$

$s_3(t) = 0,13\, e_0 \cos(\omega_3 t + 2)$.

7) f) On en déduit alors que :

$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t)$,

$= 0,56\, e_0 \cos(\omega_1 t - 0,7) + 0,32\, e_0 \cos(\omega_2 t) + 0,13\, e_0 \cos(\omega_3 t + 2)$.

Exercice 2 : Dégradation des glucopyranosides

1) On a la vitesse $v(t)$ qui est la dérivée de la courbe $[G](t)$, soit la pente de la tangente à cette courbe.

2) On a :

→ $P_{O_2} = cte$, $[O_2] = cte$,

et $[HO^-]_0 \gg [G]_0$, $[HO^-]_0 \simeq [HO^-](t) \simeq cte$, par dégénérescence de l'ordre.

On réécrit la loi de vitesse :

$$v(t) = k_{app} [G]^{\alpha}, \quad k_{app} = k [O_2]^{\beta} [HO^-]_0^{\gamma}$$

On utilise alors la méthode différentielle, soit, par un passage au logarithme :

$$\ln v(t) = \alpha \ln [G] + \ln k_{app}.$$

Par régression linéaire, on obtient :

$$\alpha \simeq 1 = 0,9713$$

$$R^2 = 0,98725.$$

On suppose que le R^2 est suffisamment proche de l'unité pour considérer que nous avons une droite.