

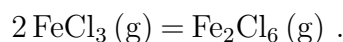
## DS 3 : Éléments d'électricité, de quantique et de chimie

Les parties de cet examen sont *très largement* indépendantes. On pourra utiliser les résultats intermédiaires donnés dans le texte pour aborder les parties suivantes. Il sera accordé la plus grande importance au soin apporté à la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute application numérique ou commentaire physique est le bienvenu. Les résultats doivent être *encadrés* et tout résultat numérique doit être accompagné de son *unité*. La calculatrice est autorisée, tout objet connecté est interdit.

### Exercice 1 : Éléments de chimie

#### Équilibre de dimérisation

On étudie, en phase gazeuse, l'équilibre de dimérisation du perchlorure de fer  $\text{FeCl}_3$ , de constante  $K_{(T)}^\circ$  à la température donnée.



La réaction se déroule sous une pression totale constante  $P_{\text{tot}} = 2 \text{ bar}$ .

À la température  $T_1 = 650 \text{ K}$ , la constante vaut  $K_{(T_1)}^\circ = 175,5$  et à la température  $T_2 = 750 \text{ K}$ , elle vaut  $K_{(T_2)}^\circ = 20,8$ . Initialement, le système, maintenu à la température  $T_2$ , contient  $n_1$  moles de  $\text{FeCl}_3$  et  $n_1$  moles de  $\text{Fe}_2\text{Cl}_6$ . Soit  $n_{\text{tot}}$  la quantité de matière totale d'espèce gazeuse dans le système.

1. Donner l'expression littérale de la constante d'équilibre en fonction des pressions partielles à l'équilibre et de  $P^\circ$ .
2. Exprimer le quotient de réaction  $Q_r$  en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants, de la pression totale  $P_{\text{tot}}$ , de  $P^\circ$  et de  $n_{\text{tot}}$ . Déterminer la valeur de  $Q_{r,i}$  à l'instant initial.
3. Initialement, à la température  $T_2$ , le système est-il à l'équilibre thermodynamique ? Justifier la réponse. Si ce n'est pas le cas, donner, en le justifiant, le sens d'évolution du système.
4. Déterminer, en prenant  $n_1 = 1 \text{ mol}$ , la composition de l'état final à la température  $T_2$ .
5. Par la suite, le système est refroidi à la température  $T_1$ . Indiquer le sens d'évolution du système. Caractériser cette transformation.

#### Synthèse d'un ester

On réalise la synthèse de l'éthanoate de butyle en faisant réagir de l'acide éthanoïque sur le butan-1-ol. On donne l'équation de la réaction qui a une constante d'équilibre  $K^\circ = 4$ .



Pour cela, dans un ballon, on introduit 58,0 mL d'acide éthanoïque pur, 92,0 mL de butan-1-ol et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré.

On chauffe à reflux le mélange réactionnel. L'avancement de la réaction est suivi de la façon suivante : à intervalles réguliers, on prélève une petite quantité du mélange réactionnel, que l'on plonge dans un bain eau-glace, et on dose l'acide restant par une solution aqueuse de soude.

6. Calculer les quantités de matière initiales des deux réactifs. Qualifier le mélange.
7. À la date  $t = 30$  mn, il reste 0,248 mol d'acide éthanoïque dans le milieu réactionnel. Calculer le quotient réactionnel à la date  $t = 30$  mn. Le système est-il à l'équilibre ?
8. Calculer le rendement final de la synthèse.
9. Une réaction d'estérification entre un alcool et un acide carboxylique est lente et limitée.
- 9.a. Quels sont les facteurs cinétiques mis en jeu dans le protocole expérimental décrit ?
- 9.b. Pour augmenter le rendement de la réaction, on peut envisager :
  - de travailler en large excès d'un réactif ;
  - d'éliminer l'un des produits au cours de sa formation.

À l'aide de l'expression du quotient de réaction, expliquer en quoi ces choix expérimentaux permettent de déplacer l'équilibre d'estérification.

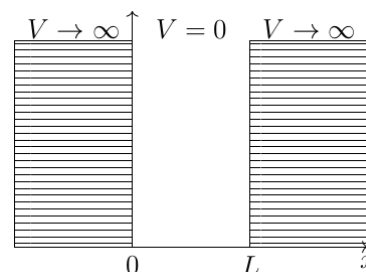
Données :

- Masses molaires :  $M_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 60,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $M_{\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}} = 74,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;
- masses volumiques :  $\rho_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 1,05 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ ,  $\rho_{\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}} = 0,810 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ .

## Exercice 2 : Éléments de quantique

### Diode laser

On modélise, en première approximation, une diode laser par un puits quantique rectangulaire infini de largeur  $L$ . On considère une particule de masse  $m$  d'énergie  $E$  confinée dans ce puits infini.



1. À quoi peut-on relier la fonction d'onde  $\psi(x, t)$  de la particule ? En déduire, en justifiant soigneusement, ce que valent  $\psi(x = 0, t)$  et  $\psi(x = L, t)$ . À quelle autre situation du cours vous font penser ces conditions aux limites ?
2. Donner l'expression des longueurs d'onde possible pour la particule confinée en fonction de  $L$  et d'un entier  $n$  strictement positif.
3. Établir la quantification de l'énergie de la particule et exprimer les niveaux  $E_n$  en fonction de  $L$ ,  $n$ ,  $h$ ,  $m$ .

4. En utilisant la figure 1 du document 1, déterminer la largeur du puits quantique caractéristique de la diode étudiée puis l'énergie du niveau le plus bas, en supposant que la particule quantique placée dans le puits de potentiel est un électron. Comparer aux valeurs indiquées sur la figure 2. Pourquoi le modèle est ici mis en défaut ?

### Document 1 : La diode laser

Une diode laser est un dispositif optoélectronique qui produit un faisceau de lumière cohérent créé par les phénomènes d'émission stimulée et de recombinaison radiative des porteurs de charge dans la zone active : la lumière confinée au sein de cette zone est amplifiée. Une diode laser est constituée typiquement de trois couches, qui forment un guide d'onde. Les deux couches externes, appelées couches barrières, assurent un confinement électronique et optique de la couche active où l'effet laser se produit. Une image de ces 3 couches est donnée sur la figure 1. Les porteurs de charges de cette zone active possèdent alors une énergie qui ne peut être que quantifiée comme le montre la figure 2.

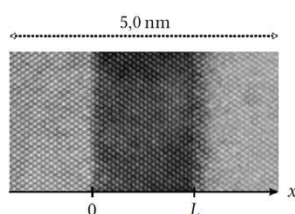


FIGURE 1 – Image réelle à l'échelle atomique des couches

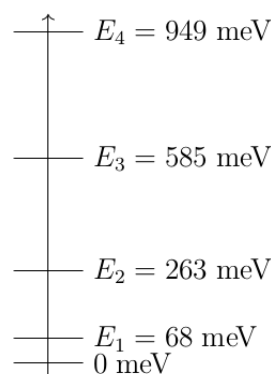


FIGURE 2 – Quantification de l'énergie des porteurs de charge de la couche active (premiers niveaux)

Source : Techniques de l'ingénieur

## Ondes de matière

En octobre 1874, le jeune Max Planck s'inscrit à l'université de Munich pour y étudier les sciences exactes, il a alors 16 ans. Quelques années plus tard, Max Planck reçoit le prix Nobel de physique en 1918 « pour avoir fondé la mécanique quantique ». Dans sa thèse de doctorat soutenue en 1924, Louis de Broglie postulait que toute particule de quantité de mouvement  $p$  avait des propriétés ondulatoires et que l'on pouvait lui associer une longueur d'onde donnée par la relation qui porte son nom. Depuis, plus de 120 prix Nobel ont été attribués pour des découvertes relatives au monde de la physique quantique ; ceci souligne la vitalité et l'importance de ce domaine de la physique. Les phénomènes quantiques qui apparaissent à l'échelle microscopique sont parfois difficiles à appréhender, car ils ne correspondent pas à notre intuition naturelle fondée sur notre expérience du monde macroscopique. À la base de leur compréhension se trouve l'idée de dualité onde-particule et la notion d'onde de matière.

Données :

- Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;
- Constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- Constante de Planck :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;
- Constante de Planck réduite :  $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;
- Accélération de la pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;
- Masse de l'électron :  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;
- Masse molaire du néon :  $M(\text{Ne}) = 20 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

**5.** Rappeler la relation de De Broglie. Définir les différentes grandeurs intervenant dedans et en donner leurs unités.

En 1992, une équipe japonaise a réalisé une expérience d'interférences atomiques. Le dispositif expérimental est indiqué sur le document 2.

**6.** Comment se manifestent sur l'écran d'observation les caractères corpusculaire d'une part et ondulatoire d'autre part des atomes de néon ?

**7.** Calculer à partir des données la masse  $m$  d'un atome de néon.

**8.** La vitesse avec laquelle les néons atteignent les fentes d'Young est donnée par  $v = \sqrt{2gl}$  (sous l'hypothèse de la chute libre de hauteur  $l$ ), où  $g$  est l'intensité du champ de pesanteur. Faire l'application numérique.

**9.** En déduire la valeur de la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda$  associée aux atomes de néon au niveau des fentes de Young. Pourquoi les atomes de néon doivent-ils être traités comme un objet quantique ?

**10.** Pourquoi est-il plus difficile de réaliser une telle expérience avec des atomes plutôt qu'avec des électrons ?

**11.** Pourquoi utilise-t-on des atomes « froids » ? Pour justifier quantitativement cette question, on commencera par établir par analyse dimensionnelle l'énergie cinétique d'un atome due à l'agitation thermique en fonction de la constante de Boltzmann et la température. On pourra ensuite rappeler l'expression la longueur d'onde de De Broglie pour des atomes de néon dans l'air (document 2), et faire l'application numérique.

**12.** Estimer la largeur de la tache de diffraction pour un atome diffracté par une des fentes et comparer à la résolution du MPC.

**13.** Montrer que la différence de marche en un point de l'écran est donnée par  $\delta = ay/D$ .

**14.** En déduire l'expression de l'interfrange  $i_{th}$  (distance entre deux franges « lumineuses ») et faire l'application numérique.

**15.** Estimer la valeur  $i_{exp}$  de l'interfrange obtenu expérimentalement à l'aide du document 3. Commenter.

## Document 2 : Interférences avec des atomes froids

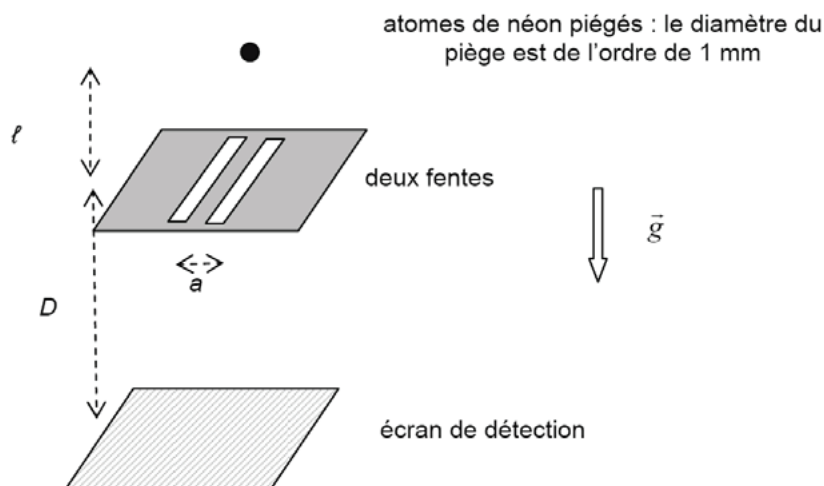


FIGURE 3 – Schéma du dispositif d'interférences avec des atomes de néon

Ce dispositif utilise des atomes de néon piégés et refroidis par laser à une température de 2,5 mK de manière à minimiser leur agitation thermique moyenne (à température ambiante, des atomes de néon dans l'air possèdent une vitesse typique de l'ordre de  $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  due à l'agitation thermique). L'utilisation d'atomes légers et refroidis permet de disposer de valeurs de longueur d'onde de de Broglie plus élevées. Lorsque ces atomes quittent le piège, ils tombent dans le champ de pesanteur et sont alors en chute libre.

Le piège est situé à une hauteur  $l = 76 \text{ mm}$  au-dessus de deux fentes d'Young de largeur  $b = 2 \mu\text{m}$  séparées de la distance  $a = 6,0 \mu\text{m}$ . Un écran MPC (Microchannel Plate Detector) situé à la distance  $D = 113 \text{ mm}$  de la double fente détecte les atomes de néon avec une résolution de l'ordre de  $20 \mu\text{m}$ .

Source : Ministère de l'Éducation Nationale (DGESCO - IGEN) *Dualité onde-particule* (2012)

## Document 3 : Résultats expérimentaux

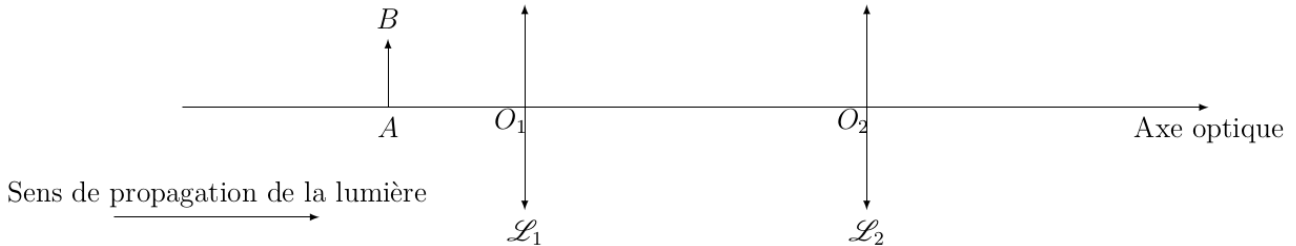
La figure d'interférences obtenue en libérant les atomes du piège est constituée d'environ 6000 impacts atomiques. L'allure de la figure obtenue est très similaire à celle obtenue lors des expériences d'interférences photon par photon. Chaque impact est clairement identifié, attestant du caractère corpusculaire des entités détectées : les atomes ne se « scindent » pas. L'ensemble des impacts dessine des franges d'interférences, caractéristiques d'un comportement ondulatoire. La prédiction de l'impact est de nature probabiliste, la particule est décrite par une fonction d'onde.

Source : Fujio Shimizu et al., *double-slit interference with ultracold metastable neon atoms*, *Physical Review* (1992)



### Exercice 3 : Microscopie optique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille  $L_1$  de centre  $O_1$  et de distance focale image  $f'_1 = 5$  mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille  $L_2$  de centre  $O_2$  et de distance focale image  $f'_2 = 15$  mm). On fixe  $O_1O_2 = D_0 = 120$  mm. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.



1. Rappeler les deux relations de conjugaison avec les grandissements associés.
2. Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces 2 conditions.
3. Si  $F'_1$  est le foyer principal image de  $L_1$  et  $F_2$  le foyer principal objet de  $L_2$ , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique  $\Delta = F'_1F_2$ . Exprimer  $\Delta$  en fonction de  $f'_1$ ,  $f'_2$ ,  $D_0$ , puis calculer sa valeur.

Un objet réel  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance  $d$  de  $L_1$ , à sa gauche, de façon à ce que l'image  $A'B'$  donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

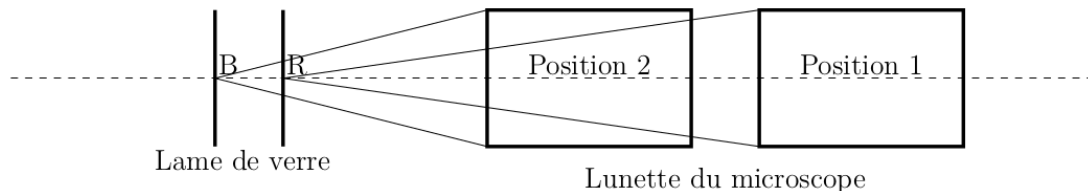
4. Exprimer  $d$  en fonction de  $f'_1$  et  $\Delta$ , puis calculer sa valeur.
5. Exprimer le grandissement  $\gamma_1$  induit par l'objectif en fonction de  $f'_1$  et  $\Delta$  puis calculer sa valeur.
6. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?
7. Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle  $\alpha'$  sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

Le grossissement commercial du microscope est défini par  $G = |\alpha'/\alpha|$  où  $\alpha$  est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance  $D = 250$  mm. L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

8. Exprimer  $G$  en fonction de  $\Delta$ ,  $D$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ , puis calculer sa valeur.

On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur  $e$  d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice  $n = 1,5$ . On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et

une petite pastille rouge (R) sur sa face droite. On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif + oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Position 1 sur la figure ci-dessous). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance  $\varepsilon$ , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Position 2). On mesure  $\varepsilon = 420 \mu\text{m}$ .



9. En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer  $e$  en fonction de  $n$  et  $\varepsilon$ , puis calculer sa valeur.

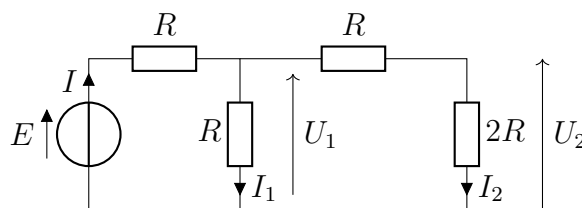
## Exercice 4 : Éléments d'électricité

### Électricité dans l'ARQS

1. Définir le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Un circuit électrique étudié en TP est alimenté par un signal sinusoïdal de fréquence  $f = 1,0 \text{ kHz}$ . Justifier qu'il peut être étudié dans le cadre de l'ARQS.

2. Comment mesure-t-on une tension ? une intensité ? On précisera l'appareil à utiliser, le branchement, le placement des bornes.

On étudie le circuit ci-après. Les résistances sont alimentées par un générateur idéal de fem  $E$ .



3. Rappeler les relations du pont diviseur de tension et du pont diviseur courant. Les relations seront accompagnées de schémas dûment complétés.

4. Exprimer la tension  $U_2$  en fonction de la tension  $U_1$ .

5. Après avoir fait des associations de résistances nécessaires, permettant de se ramener à un circuit à une seule maille, exprimer la tension  $U_1$  en fonction de la tension  $E$ .

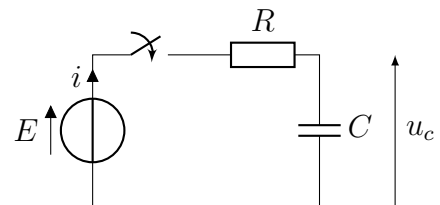
6. En déduire l'expression de  $U_2$  en fonction de  $E$ .

7. Exprimer  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I$  en fonction de  $E$  et  $R$ .
8. Exprimer la puissance algébriquement fournie par le générateur en fonction de  $R$  et  $E$  uniquement. Est-elle réellement fournie ou reçue par le générateur ?
9. Exprimer la puissance algébriquement reçue par la résistance  $2R$  en fonction de  $R$  et  $E$  uniquement. Est-elle réellement fournie ou reçue la résistance ? Que devient cette puissance reçue ? Comment s'appelle ce phénomène ? Donner une application où cet effet est recherché, et un autre où il est délétère.

### Circuit $RC$ du premier ordre

On étudie la charge d'un condensateur de capacité  $C$ . On place le condensateur en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R$ , une source idéale de tension de fem  $E$  et un interrupteur.

L'interrupteur est ouvert pour les instants  $t < 0$  et le condensateur est initialement déchargé. On ferme l'interrupteur à l'instant  $t = 0$  pris comme instant initial. On étudie le circuit pour  $t \geq 0$ .



10. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur et la mettre sous forme canonique

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{u_c(\infty)}{\tau}$$

Identifier la constante de temps  $\tau$  du circuit que l'on exprimera en fonction de  $R$  et  $C$ , et  $u_c(\infty)$ .

11. Compte-tenu des informations de l'énoncé, déterminer, en justifiant précisément la réponse, la valeur de la tension aux bornes du condensateur à l'instant  $t = 0^+$  qui suit la fermeture de l'interrupteur.

12. Résoudre complètement l'équation différentielle.

13. Tracer l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps. Repérer  $\tau$  sur une telle représentation.