DS0 3 - Correction

Exercice 1 : Éléments de chimie

1) Par définition : $K^\circ(T) = \prod_i a_{i\,eq}^{\nu_i}$.

Ici, $2\,FeCl_{3(g)} = Fe_2Cl_{6(g)} \quad K^\circ(T)$,

soit $K^\circ(T) = \dfrac{a_{Fe_2Cl_6\,eq}}{a^2_{FeCl_3\,eq}}$.

Ces deux constituants sont des gaz, alors : $a_i = P_i/P^\circ$, ce qui donne :

$$\boxed{K^\circ(T) = \frac{P_{Fe_2Cl_6\,eq}\,P^\circ}{P^2_{FeCl_3\,eq}}}$$

2) En supposant que les gaz sont parfaits, la relation des gaz parfaits donne : $P_i = \dfrac{n_i RT}{V}$

et $P_{tot} = \dfrac{n_{tot}RT}{V}$

soit $P_i = x_i P_{tot} = \dfrac{n_i}{n_{tot}} P_{tot}$,

alors, vu que $Q_r = \dfrac{P_{Fe_2Cl_6}\,P^\circ}{P_{FeCl_3}^2}$,

on a : $\boxed{Q_r = \dfrac{n_{Fe_2Cl_6}\cdot n_{tot}}{n_{FeCl_3}^2}\cdot\dfrac{P^\circ}{P_{tot}}}$.

À l'instant initial, avec les valeurs

proposées, on obtient $\boxed{Q_{r,i} = 1}$.

3) On voit que $Q_{r,i} \neq K^{\circ}(T_2)$, le système n'est pas à l'équilibre. Ici,

$$Q_{r,i} < K^{\circ}(T_2),$$

on aura une évolution dans le sens direct, par une consommation des réactifs.

4) On dresse le tableau d'avancement de la transformation :

	$2\,FeCl_{3(g)}$ =	$Fe_2Cl_{6(g)}$	n_{tot}
EI	n_1	n_1	$2n_1$
EF	$n_1 - 2\xi_F$	$n_1 + \xi_F$	$2n_1 - \xi_F$

à T_2,

soit $$K^{\circ}(T_2) = \frac{(n_1 + \xi_F)(2n_1 - \xi_F)}{(n_1 - 2\xi_F)^2} \cdot \frac{P^{\circ}}{P_{tot}}.$$

on prend n_1 égal à 1 mol, et par analyse numérique, sachant que

$$0 \leq \xi_F \leq 0{,}5 \text{ mol},$$

on obtient $\boxed{\xi_F = 0{,}38 \text{ mol}}$.

En conséquence,

$$\boxed{\begin{cases} n_{F,\,FeCl_3} = 0{,}23 \text{ mol} \\ n_{F,\,Fe_2Cl_6} = 1{,}38 \text{ mol} \end{cases}}$$

5) Lors du refroidissement du système vers la température T_1, $K^\circ_{(T)}$ augmente, l'équilibre sera déplacé vers la droite (sens direct, ①), c'est une transformation exothermique.

6) On notera $CH_3COOC_4H_9$: ester.

On a : $V = \frac{m}{\rho} = \frac{n M}{\rho}$, $n = \frac{\rho V}{M}$,

soit : $\boxed{\begin{array}{l} n^i_{CH_3COOH} = 1,01 \text{ mol} \\ n^i_{C_4H_9OH} = 1,01 \text{ mol} \end{array}}$

On a un mélange stoechiométrique à l'instant initial.

7) On écrit le quotient réactionnel :

$$Q_r = \frac{n_{H_2O}\, n_{ester}}{n_{C_4H_9OH} \cdot n_{CH_3COOH}},$$

en lien avec l'équation bilan indiquée.

On obtient $Q_{r\,30min} = 0,11 \neq K^\circ_{(T)}$, le système n'est pas à l'équilibre à $t = 30$ min

8) A l'équilibre, on calcule $K^\circ_{(T)}$ et on cherche ξ_F :

	CH_3COOH +	C_4H_9OH =	ester +	H_2O	$K^\circ_{(T)}$
EI	$1,01 = n_0$	$1,01 = n_0$	0	0	
EF	$n_0 - \xi_F$	$n_0 - \xi_F$	ξ_F	ξ_F	

d'où $K^\circ(T) = \dfrac{\xi_F^2}{(n_0 - \xi_F)^2}$, alors, par analyse numérique, sachant que

$$0 \leq \xi_F \leq n_0 = 1{,}01 \text{ mol},$$

d'où $\xi_F = 0{,}67$ mol.

Note : c'est conforme aux valeurs de la littérature.

On a alors un rendement r défini par :

$$r = \frac{q^{té} \text{ finale à l'équilibre}}{q^{té} \text{ maximale de produit}}$$

d'où $\boxed{r = \xi_F / n_0 = 67\,\%.}$

9) a) Oui, la réaction est accélérée par :

→ une élévation de la température du but réactionnel

→ l'ajout d'un catalyseur (K_2SO_4)

9) b) On a, par définition, l'expression du quotient réactionnel :

$$Q_r = \frac{\prod_i a_i^{|\nu_i|} \text{ produits}}{\prod a_i^{|\nu_i|} \text{ réactifs}}.$$

Ainsi, si on ajoute un réactif en large excès ou si on élimine un produits au cours de sa formation, Or restera petit ce qui permettra de déplacer l'équilibre vers la droite, dans le sens direct.

Exercice 2 : Éléments de quantique

1) La fonction d'onde est liée à la probabilité de présence de la particule $P(x,t)$ entre les abscisses x et $x+dx$. On a :

→ continuité de la fonction d'onde

→ aucune chance de trouver la particule en dehors du puits, $P(x,t) = |\psi(x,t)|^2 dx = 0$.

→ d'où $\begin{cases} \psi(0^-,t) = \psi(0^+,t) = 0 \\ \psi(L^+,t) = \psi(L^-,t) = 0. \end{cases}$

Cela correspond à la situation vue avec la corde de Melde.

2) Par analogie, on a alors : $\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$, avec $n \in \mathbb{N}^*$

3) Pour le système photon dans un puits où il possède une énergie potentielle constante prise nulle, on a :

$$E = E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

car $\lambda = \frac{h}{p}$ et $p = mv$,

et vu que $\lambda_n = 2L/n$, on obtient :

$$\boxed{E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2.}$$

4) Sur le document 1, on prend la largeur du puits $L = 1,9$ nm. On obtient alors, pour $n = 1$:

$$\boxed{E_1 = 1,7 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,10 \text{ eV}.}$$

C'est le double de la valeur proposée, le modèle est mis en défaut, probablement du fait que l'énergie potentielle dans le puits n'est pas nulle, traduisant des interactions avec les charges présentes dans le semi-conducteur.

5) La relation de de Broglie est :

$$\boxed{\lambda_{DB} = \frac{h}{p}}$$

λ_{DB} : longueur d'onde (m)

h : constante de Planck (J.s)

p : quantité de mouvement (kg m.s^{-1})

6) On a les deux aspects :

→ corpusculaire : chaque atome crée un

point unique.

→ ondulatoire : on voit apparaître un motif d'interférence.

7) On a, d'après les données :

$$\boxed{m = \frac{M(Ne)}{N_A} = 3{,}3 \cdot 10^{-26}\ kg}.$$

8) La vitesse de chute des atomes est alors : $\boxed{v = \sqrt{2gl} = 1{,}2\ m.s^{-1}}$.

9) Ici, l'atome possède une vitesse faible devant c, il n'est pas relativiste. On a, par ailleurs, la relation de de Broglie : $\boxed{\lambda_{DB} = \frac{h}{mv} = 1{,}6 \times 10^{-8}\ m}$. Ici, λ_{DB} est de l'ordre de grandeur de la distance de l'objet rencontré, il sera donc nécessaire de considérer ces atomes comme des objets quantiques.

8) Plus m est petit, plus λ_{DB} est grand. Or $m(e^-) \ll m(Ne)$. Dans ce cas, il faudrait des fentes beaucoup plus larges, toutes choses étant égales par ailleurs. Ainsi, il est plus difficile de faire l'expérience avec des atomes, car cela

oblige à avoir des fentes fines et rapprochées.

11) On voit que plus v est grande, plus d_{DB} est petite. Il faut donc sélectionner les atomes si on veut utiliser des fentes pas trop fines.

Par une analyse des unités, on a :

$$E_{Ne} = \frac{1}{2} m v^2 \sim k_B T.$$

On en déduit alors, qu'à température ambiante (298K), on a :

$$v \sim \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}}, \quad \boxed{d_{DB} \sim \frac{h}{\sqrt{2 m k_B T}} = 4{,}0 \cdot 10^{-11}\ m}$$

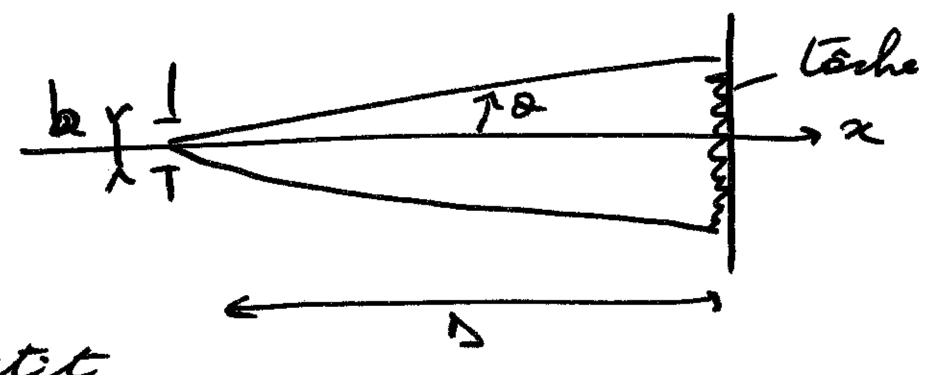
Il est inenvisageable de construire des fentes distantes de 4 centième de nanomètre.

12) On a, pour une ouverture rectangulaire :

$$\sin\theta = \frac{d}{b}$$

et

$$\tan\theta = \frac{L}{2D}$$



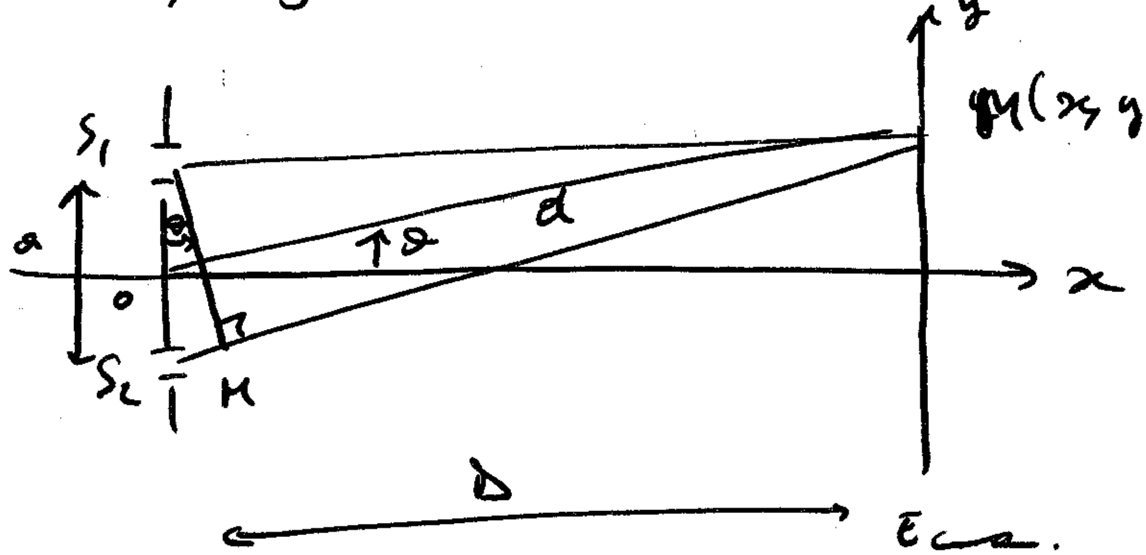
On suppose θ petit,

alors $\sin\theta \sim \theta$, $\tan\theta \sim \theta$,

$$\boxed{L = \frac{2dD}{b} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ m}.$$

Cette valeur est très supérieure à la résolution du MPC, on verra l'effet.

13) On a deux sources distantes de a, $a \ll D$, $y \ll D$



Dans l'hypothèse des petits angles,

→ $\theta \ll 1$

→ S_1K se trouve sur un cercle de centre M (point d'observation) et de rayon d.

On obtient alors:

$$\tan\theta = \frac{S_2K}{a} \sim \theta, \quad \sin\theta = \frac{y}{D} \sim \theta$$

d'où $$\boxed{S_2K = \delta = \frac{ay}{D}},$$

avec δ, la différence de marche.

14) Deux franges brillantes consécutives sont séparées d'une distance λ en termes de différence de marche. Par

conséquent :

$$i_{th} = y_{n+1} - y_n = \frac{(n+1)dD}{a} - \frac{ndD}{a}, \ n \in \mathbb{Z},$$

alors $\boxed{i_{th} = \frac{dD}{a} = 3,1 \cdot 10^{-4} \ m}$.

15) Avec la figure on peut essayer de déterminer : $2 i_{exp} = 0,5$ mm, $i_{exp} = 0,25$ mm

On obtient le bon ordre de grandeur

Exercice 3 : Microscope optique

1) On rappelle les formules de conjugaison :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \\ \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2 \qquad \gamma = \frac{\overline{F'A'}}{-f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}}$$

2) Pour se trouver dans les conditions de Gauss, il faut que les rayons soient des rayons paraxiaux :

→ proches de l'axe optique,

→ peu inclinés par rapport à celui-ci.

3) On a : $\Delta = \overline{F_1'F_2} = \overline{F_1'O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2}$

soit $\boxed{\Delta = -f_1' + D_0 - f_2' = 100 \ mm}$.

4) On a la relation suivante :

$$A \xrightarrow{L_1} A' \equiv F_2.$$

On applique la relation de Newton sur L_1 :

$$\overline{F_1A} \cdot \overline{F'_1A'} = \overline{F_1A} \cdot \overline{F'_1F_2} = -f'^2_1$$

et $\overline{O_1A} = \overline{O_1F_1} + \overline{F_1A} = -f'_1 + \overline{F_1A}$.

On en déduit alors que :

$$\overline{O_1A} = -f'_1 + \frac{-f_1'^2}{\Delta} < 0.$$

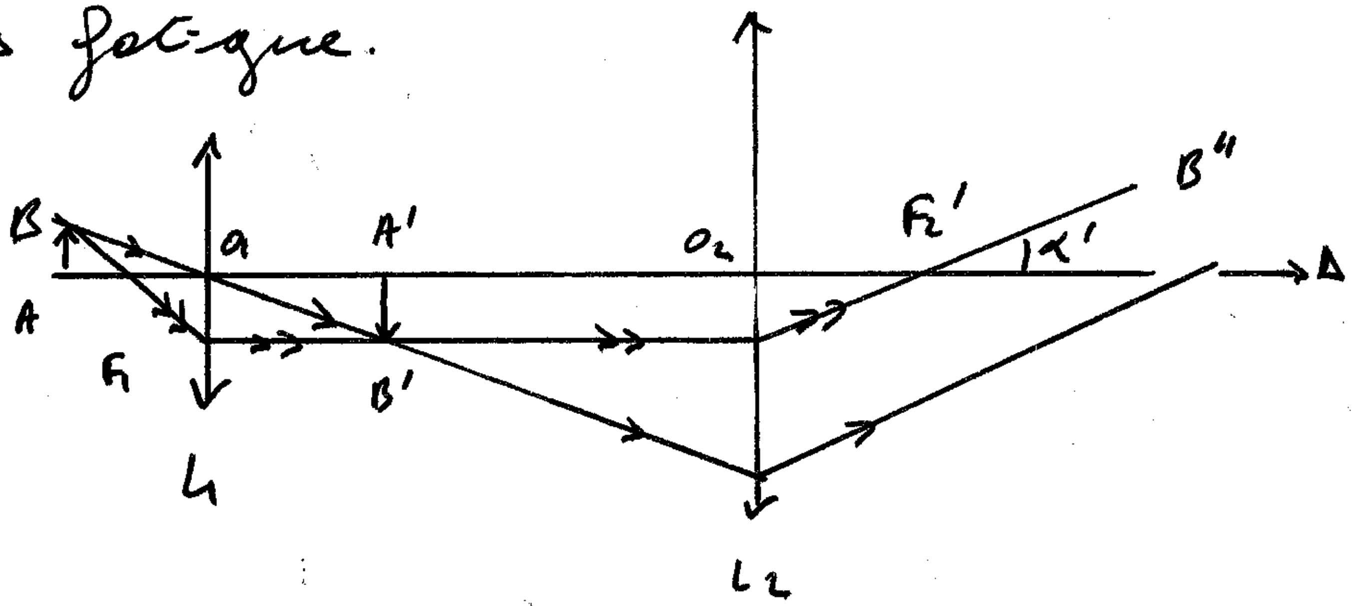
et $\boxed{d = -\overline{O_1A} = f'_1\left(1 + \frac{f'_1}{\Delta}\right) = 5{,}25 \text{ mm.}}$

5) La relation de Newton donne :

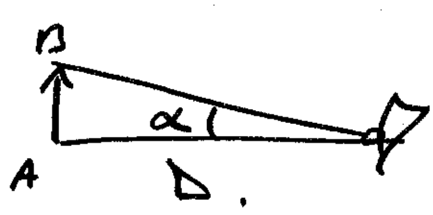
$$\boxed{\gamma_1 = \frac{\overline{F'_1A'}}{-f'_1} = \frac{-\Delta}{f'_1} = -20 < 0.}$$

6) Cette position permet, à l'observateur de voir à travers la lentille L_2, une image finale à l'infini, ce qui permet une observation sans accommodation, donc sans fatigue.

7)



8) Lorsque AB est vu à 25 cm par un oeil



nu, on a : $\tan\alpha = \frac{AB}{D}$.

et lors de l'observation au microscope, on a : $\tan\alpha' = \frac{A'B'}{f'_2} = \frac{|\gamma_1| \cdot AB}{f'_2}$

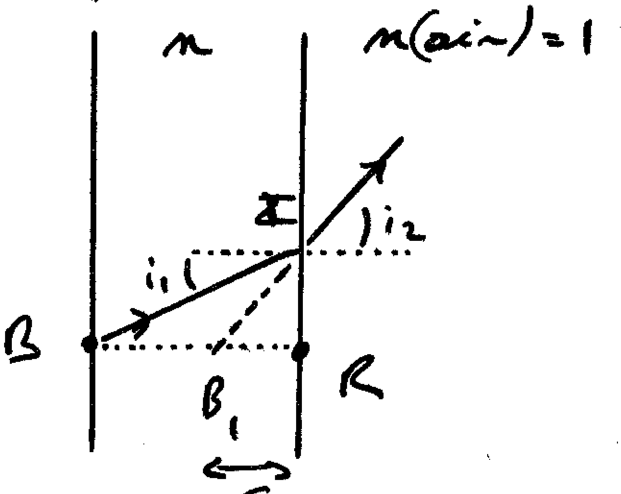
Vu que les angles sont petits, on a :

$\tan\alpha \sim \alpha$, $\tan\alpha' \sim \alpha'$,

alors : $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{|\gamma_1| \cdot D}{f'_2} = \frac{\Delta D}{f'_1 f'_2} = 3{,}3 \cdot 10^2.}$

9) On recherche la position de la pastille bleue comme si elle était vue à travers une lame d'air d'épaisseur E. Elle est en pratique vue à travers une lame de verre d'épaisseur e.

On fait un schéma:



- Au point I, on a réfraction, soit $n \sin i_1 = \sin i_2$.
- On note B_1 la position de l'objet comme si il était vu à travers une lame d'air.
- Dans les triangles BRK et B_1RK, on a :

$\tan i_1 = \frac{RK}{BR}$, $\tan i_2 = \frac{RK}{B_1R}$.

- Dans le cadre des conditions de Gauss, on a : $i_1 \ll 1$, $i_2 \ll 1$, alors :

$i_1 BR = i_2 B_1 R$ et $n i_1 = i_2$.

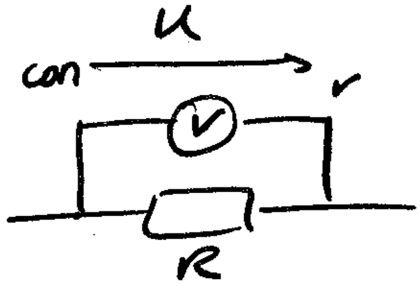
• d'où, avec $BR = e$ et $B_1 R = \varepsilon$, alors :

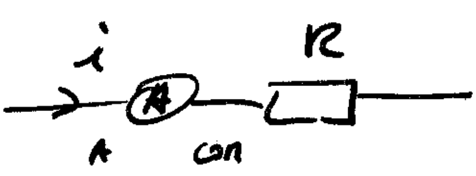
$$\boxed{e = n\varepsilon = 630\,\mu m.}$$

Exercice 4 : Éléments d'électricité

1) On peut se placer dans l'ARQS si on peut considérer que les informations sont transmises instantanément, soit $\lambda >> L$.
Ici, L, la distance caractéristique sera de l'ordre du mètre,
et $\lambda = cT = \frac{c}{f} = 3.10^5\,m$.
On a bien $\boxed{\lambda >> L}$, on est bien dans le cadre de l'ARQS.

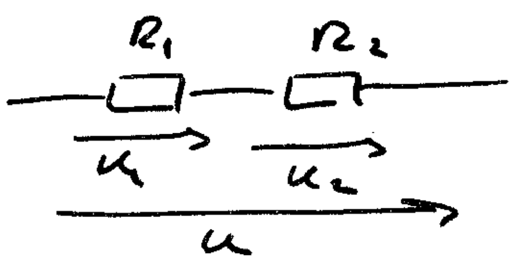
2) On mesure une tension en branchant un voltmètre en parallèle d'un dipôle, et une intensité en branchant un ampèremètre en série du dipôle



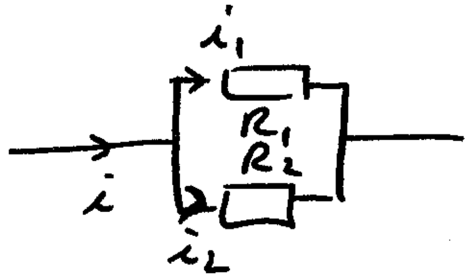


3) On a le pont diviseur de tension avec

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}u$$



et le pont diviseur de courant, avec



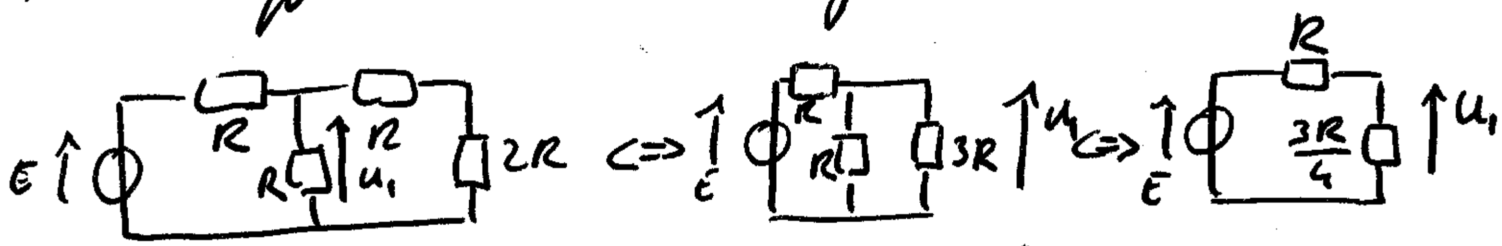
$$i_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2}\, i$$

4) On remarque qu'on a un pont diviseur de tension avec

$$u = U_1,\ R_1 = 2R,\ R_2 = R,\ u_1 = U_2,$$

alors : $\boxed{U_2 = \frac{2R}{2R+R}\, U_1 = \frac{2}{3}\, U}$.

5) On effectue les transformations suivantes



et la formule du pont diviseur de tension donne alors :

$$\boxed{U_1 = \frac{3R/4}{R+3R/4}\, E = \frac{3}{7}\, E.}$$

6) On en déduit alors que :

$$\boxed{U_2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{7}\, E = \frac{2}{7}\, E}.$$

7) En utilisant la loi d'Ohm, on a :

$$\boxed{I_2 = \frac{U_2}{2R} = \frac{E}{7R}},\quad \boxed{I_1 = \frac{U_1}{R} = \frac{3E}{7R}}$$

et la loi des noeuds fournit la relation :

$$\boxed{I = I_1 + I_2 = \frac{4E}{7R}}.$$

8) En convention générateur, on a la puissance réellement fournie par le générateur est alors:

$$\boxed{P_g = E\cdot I = \frac{4E^2}{7R} > 0},$$

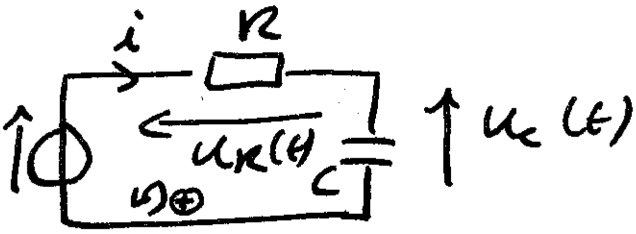
le générateur fournit réellement de la puissance au circuit électrique.

9) La puissance reçue par la résistance $2R$ est alors:

$$\boxed{P_{2R} = 2R\cdot I_2^2 = \frac{2E^2}{49R} > 0},$$

elle est donc réellement reçue par la résistance, elle est dissipée par effet Joule, la résistance va chauffer.

10) On a la loi des mailles qui donne:



$$E = u_R + u_c$$

et les caractéristiques imposent

$$E = Ri + u_c = RC\frac{du_c}{dt} + u_c.$$

soit $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{RC} = \dfrac{E}{RC}$.

On identifie $\boxed{\tau = RC},$ et $\boxed{u_c(\infty) = E.}$

On écrit alors $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{\tau} = \dfrac{u_c(\infty)}{\tau}$.

11) La charge ~~aux~~ les armatures est une grandeur continue, donc $u_c(t)$ est continue, et vu que le condensateur est initialement déchargé,

$$\boxed{u_c(t=0^+) = u_c(t=0^-) = 0.}$$

12) On a alors, comme solutions :

→ une solution homogène :

$$u_{cH}(t) = A\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right),\ A \in \mathbb{R}.$$

→ une solution particulière constante :

$$u_{cp}(t) = E$$

→ et la solution est alors :

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{cp}(t) + u_{cH}(t) = E + A\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \\ u_c(t=0) = 0, \end{cases}$$

d'où $A = -E$,

alors $\boxed{u_c(t) = E\left(1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right).}$

13) On a alors le tracé :