ex 9

1) A l'ouverture du trou, le gaz passe de A à B, la pression dans A diminue, l'atmosphère pousse le piston vers l'intérieur du cylindre.

Si : → $V_B \gg V_A$, le piston s'arrête sur la paroi entre A et B,

→ $V_B \ll V_A$, le piston s'arrête avant d'atteindre la paroi.

A l'état final, $P = P_0$,

2) a) On a $V_B < V_C$, et la transformation étant monobare :

$$W = -\int_{EI \to EF} P_{ext}\, dV = -\int_{EI \to EF} P_0\, dV$$

$$= -P_0 (V_1 - V_A - V_B).$$

b) On a :

→ l'état initial : P_0, V_A, T_0

→ l'état final : P_0, V_1, T_1,

et l'application du premier principe donne :

$$\Delta U_{gaz} + \Delta U_{enceinte} + \Delta E_{c\,piston} = W + Q,$$

→ $Q = 0$, adiabatique

→ $\Delta U_{enceinte} \ll \Delta U_{gaz}$

alors, pour un gaz parfait, on a :

$$\Delta U_{gaz} = n C_{V,m} (T_1 - T_0)$$

$$\frac{nR}{\gamma-1}(T_1-T_0) = P_0(V_A+V_B-V_1).$$

or, $P_0V_1 = nRT_1$, on a alors:

$$\frac{nR}{\gamma-1}\left(\frac{P_0V_1}{nR}-T_0\right) = P_0\ (V_A+V_B-V_1).$$

et après calculs:

$$V_1 = V_B\,\frac{\gamma-1}{\gamma} + V_A.$$

et en injectant dans l'équation précédente, on a:

$$\frac{nR}{\gamma-1}(T_1-T_0) = P_0\left(V_A+V_B-V_B\frac{\gamma-1}{\gamma}-V_A\right)$$

d'où $$T_1 = \frac{P_0}{nR}\left(V_B\frac{\gamma-1}{\gamma}+V_A\right),\quad P_0V_A = nRT_0.$$

c) On calcule l'entropie (la variation) pour le gaz parfait, avec les variables (T, P), avec une variation de pression nulle:

$$\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{T_1}{T_0}$$

d'où: $$\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{\frac{P_0}{nR}\left(V_B\frac{\gamma-1}{\gamma}+V_A\right)}{T_0}$$

$$= \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{1}{V_A}\left(V_B\frac{\gamma-1}{\gamma}+V_A\right)$$

$$= \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\left(1+\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{V_B}{V_A}\right).$$

et vu que la transformation est adiabatique, on a:

$$S_c = \Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\left(1+\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{V_B}{V_A}\right) > 0.$$

La transformation est irréversible, cela vient du gradient de pression qui existe dans le système lors de la transformation.

d) A la limite, on a $V_B = V_C$, ce qui correspond à : $V_C = \frac{\gamma - 1}{\gamma} V_C + V_A$,

$$V_C = \gamma V_A = \gamma \frac{n R T_0}{P_0} = 35 L.$$

3) On a ensuite $V_B > V_C$, alors on a les deux états :

$\rightarrow$ EI : P_0, V_A, T_0, $\rightarrow$ EF : P_1, V_B, T_1,

la pression finale est la nouvelle inconnue. On a toujours une transformation à pression extérieure constante :

$$W = - \int_{\widehat{EI\,EF}} P_{ext}\, dV = - \int_{\widehat{EI\,EF}} P_0\, dV$$

$$= - P_0 (V_B - V_A - V_B) = P_0 V_A -$$

On cherche ensuite T_1 et P_1, avec le premier principe :

$$\Delta U_{gaz} = W$$

$$\frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) = P_0 V_A = n R T_0$$

d'où $T_1 = \gamma T_0$ et $P_1 = \frac{n R T_1}{V_B} = \gamma P_0 \frac{V_A}{V_B} < P_0$

On cherche exercice ΔS avec T et V :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1}{T_0} + nR \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1 V_B^{\gamma-1}}{T_0 V_A^{\gamma-1}}$$

$$= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \gamma \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

or, $V_B > V_C = \gamma V_A$, $\frac{V_B}{V_A} > \gamma$, $\gamma \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} > \gamma^{\gamma-1} > 1$.

d'où $S_c = \Delta S > 0$, la transformation est irréversible.

4) a) Si $V_B < V_C'$, alors on a les états,

→ EI : P_0, V_A, T_0, → EF : P_0, V_1, T_0,

alors : $V_1 = \frac{nRT_0}{P_0} = V_A$, on a "que" déplacé le gaz, il n'a pas changé d'état.

b) On a, à la limite, $V_1 = V_C' = V_A$.

c) Vu que EF est identique à EI, alors $\Delta S = 0$, donc $S_c = -S_e = -\frac{Q}{T_0}$.

Le premier principe impose, pour le gaz :

$$\Delta U = 0 = W + Q,$$

alors : $S_c = +\frac{W}{T_0} = \frac{P_0 V_0}{T_0} = nR > 0$,

c'est toujours une transformation irréversible.