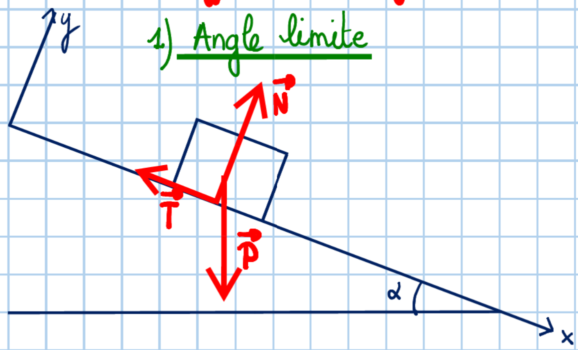
Mesure de coefficients de frottement statique

1) Angle limite



<u>Référentiel</u> : du laboratoire galiléen R
<u>Système</u> : {solide}
<u>Bilan des forces</u> :

* Poids $\vec{P} = m\vec{g}$
$= mg(\sin\alpha\, \vec{u}_x - \cos\alpha\, \vec{u}_y)$
* Réaction du support :
$\vec{R} = N\vec{u}_y + T\vec{u}_x$

PFD $\begin{cases} m\ddot{x} = mg\sin\alpha + T \\ 0 = -mg\cos\alpha + N \end{cases}$

<u>Hypothèse</u> : Absence de glissement : $\dot{x} = 0$

$\begin{cases} T = -mg\sin\alpha \\ N = mg\cos\alpha \end{cases}$ loi de Coulomb $\|\vec{T}\| \leq f_s \|\vec{N}\|$

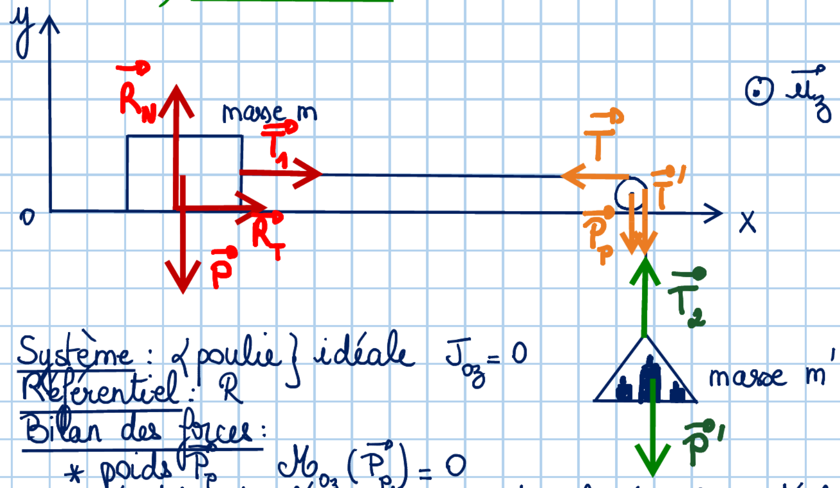
$\Rightarrow \tan\alpha \leq f_s$

Le solide commence à glisser lorsque $\alpha = \arctan f_s$

<u>Protocole</u> : On pose le solide sans vitesse initiale sur le plan horizontal ($\alpha = 0$)
On augmente progressivement et lentement α
L'angle limite est atteint lorsque le solide commence à glisser :

$$\boxed{f_s = \tan\alpha_{lim}}$$

2) Masse limite



<u>Système</u> : {poulie} idéale $J_{oz} = 0$
<u>Référentiel</u> : R
<u>Bilan des forces</u> :

* poids $\vec{P}_p$ $\mathcal{M}_{oz}(\vec{P}_p) = 0$
* réaction de l'axe de moment nul (poulie idéale)
* tension $\vec{T}$ $\mathcal{M}_{oz}(\vec{T}) = Tr$
* tension $\vec{T}'$ $\mathcal{M}_{oz}(\vec{T}') = -T'r$

TMC : $0 = Tr - T'r \Rightarrow \boxed{T = T'}$

Fil idéal : $\boxed{\begin{cases} T_1 = -T \\ T_2 = -T' \end{cases}}$

<u>Système</u> : {m}
<u>Bilan des forces</u> :

* Poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{u}_y$
* Réaction $\vec{R} = R_T\,\vec{u}_x + R_N\,\vec{u}_y$
* Tension $\vec{T}_1 = T_1\,\vec{u}_x$

PFD : $\begin{cases} m\ddot{x} = R_T + T_1 \\ 0 = -mg + R_N \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} R_N = mg \\ R_T = m\ddot{x} - T_1 \end{cases}}$

<u>Système</u> : {m'}
<u>Bilan des forces</u> :

* Poids $\vec{P}' = m'\vec{g} = -m'g\,\vec{u}_y$
* Tension $\vec{T}_2 = T_2\,\vec{u}_y$

PFD $\boxed{m'\ddot{y} = T_2 - m'g}$

fil inextensible : $\ell = cte \Rightarrow \dot{x} = -\dot{y}$ $\boxed{\ddot{x} = -\ddot{y}}$

On combine les relations précédentes : $T_1 = T_2$

$R_T = m\ddot{x} - m'(\ddot{y} + g)$

$R_T = (m+m')\ddot{x} - m'g$

Hypothèse : le solide ne glisse pas $\dot{x} = 0$ et $\ddot{x} = 0$

loi de Coulomb : $\|\vec{R_T}\| \leq f_s \|\vec{R_N}\|$

avec $\|\vec{R_T}\| = m'g$

$\|\vec{R_N}\| = mg$

$\Rightarrow$ Pas de glissement tant que $m' \leq f_s m$

Le solide se met à glisser lorsque m' dépasse $f_s m$

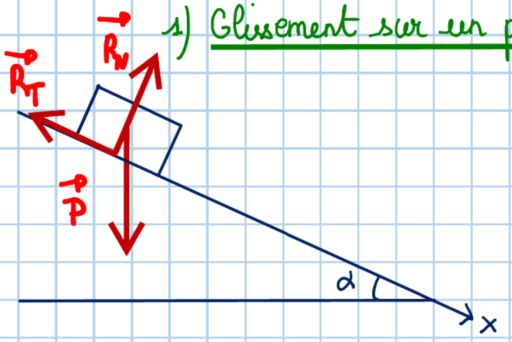
Protocole :

* Poser le solide de masse m connue sur le support horizontal.
* Déposer progressivement des masselottes dans la coupelle
* Mesurer m'_{lim} pour laquelle le solide commence à glisser.

$$\boxed{f_s = \frac{m'_{lim}}{m}}$$

Mesure de coefficients de frottement dynamique

1) Glissement sur un plan incliné



Système : solide de masse m
Référentiel : terrestre galiléen
Bilan des forces :

* Poids $\vec{P} = m\vec{g}$
$= mg(\sin\alpha\, \vec{u}_x - \cos\alpha\, \vec{u}_y)$
* Réaction
$\vec{R} = R_T \vec{u}_x + R_N \vec{u}_y$

PFD $\begin{cases} mg\sin\alpha + R_T = m\ddot{x} \\ -mg\cos\alpha + R_N = 0 \end{cases}$

On choisit $\alpha > \alpha_{lim}$

$(t=0)$ On dépose le solide sans vitesse initiale sur le plan incliné.

$(t>0)$ le solide glisse vers le bas.

Loi de Coulomb : $\|\vec{R}_T\| = f_d \|\vec{R}_N\| = f_d\, mg\cos\alpha$ ($R_N = mg\cos\alpha$)

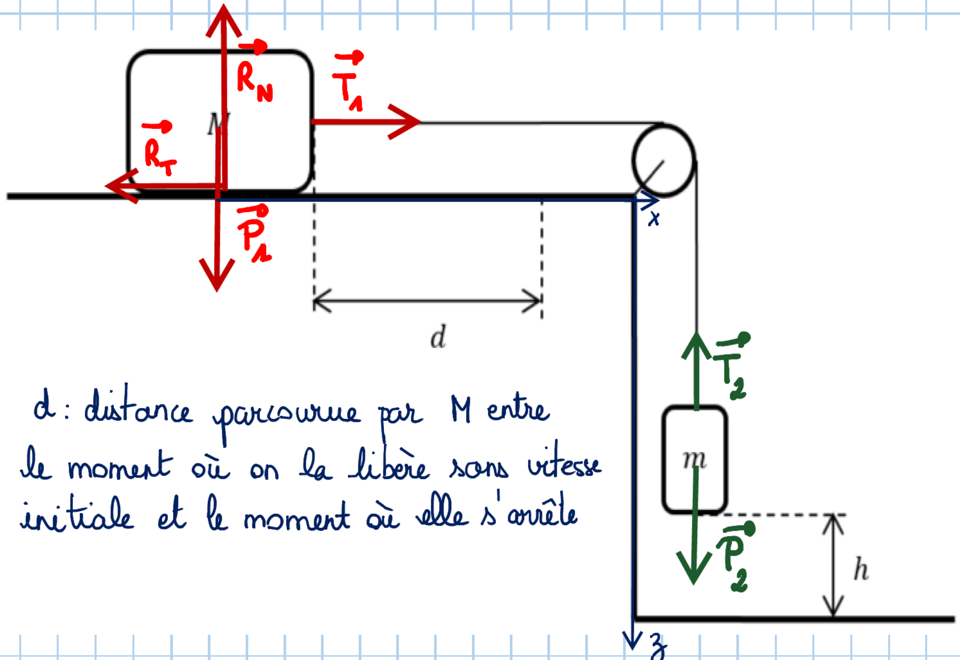
$\Rightarrow \cancel{m}\ddot{x} = \cancel{m}g\sin\alpha - f_d \cancel{m}g\cos\alpha$
$\ddot{x} = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)$

$\Rightarrow \dot{x} = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)\,t$ et $x(t) = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)\dfrac{t^2}{2}$

Protocole :
* On choisit $\alpha > \alpha_{lim}$ pour que le solide glisse.
On mesure α.
* On filme le mouvement du solide
* On fait un ajustement parabolique $x(t) = At^2$
* On en déduit :

$$\boxed{f_d = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\sin\alpha - \frac{2A}{g}\right)}$$

2) Glissement provoqué par une masse qui chute : Mesure d'une distance d'arrêt



d : distance parcourue par M entre le moment où on la libère sans vitesse initiale et le moment où elle s'arrête

* Phase 1 : {m} a un mouvement descendant

Poulie parfaite + fil idéal : $\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\|$

TEC {M} $\quad \frac{1}{2}Mv_1^2 - 0 = -R_T h + W(\vec{T}_1)$ (1)

{m} $\quad \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = W(\vec{T}_2) + mgh$ (2)

Fil inextensible : $v_1(t) = v_2(t)$

Or $W(\vec{T}_1) = -W(\vec{T}_2)$

(1) + (2) $\quad \frac{1}{2}(M+m)v_1^2 = -R_T h + mgh$

$\frac{1}{2}(M+m)v_1^2 = (m - Mf_d)gh$

Loi de Coulomb : {M} glisse $\|R_T\| = f_d \|R_N\|$

PFD pour {M} projeté sur (Oz) $\quad 0 = Mg - R_N \Rightarrow R_N = Mg$

$\Rightarrow R_T = f_d Mg \quad \Rightarrow v_1 = \sqrt{\dfrac{2(m - Mf_d)gh}{M+m}}$

* Phase 2 : {m} est immobile

TEC pour {M} $\quad 0 - \frac{1}{2} M v_1^2 = - R_T (d - h) \quad$ avec $R_T = f_d M g$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{M} \frac{\cancel{2}(m - M f_d)\cancel{g} h}{m + M} = - f_d \cancel{M} \cancel{g} (d - h)$$

$$\Rightarrow (m - M f_d) h = f_d (m + M)(d - h)$$

$$\Rightarrow \boxed{f_d = \frac{m h}{(m+M) d - m h}}$$

Protocole :
* Choisir $m > M$
* Placer m et M comme indiqué sur le schéma en tenant m.
* Mesurer h.
* Lâcher m et mesurer d.