

# Исследование Максвелловского давления на границе раздела двух диэлектриков в электрическом поле

Бряндинский Василий, Лисновецкий Даниэль, Зайцев Дмитрий.\*

20—28.12.23

## Аннотация

**Цель работы:** Пронаблюдать изменение высоты границы раздела диэлектриков в заряженном конденсаторе. Определить зависимость высоты подъема границы раздела двух диэлектрических сред с разной проницаемостью от электрического напряжения и сравнить с теоретической.

**В работе используются:** Прозрачный стеклянный сосуд, касторовое масло, высоковольтный генератор напряжения, 2 алюминиевые пластины, высоковольтный вольтметр, линейка, провода.

**Ожидаемые результаты:** Ожидается, что под действием электрического поля граница раздела диэлектриков поднимется на некоторую высоту.

---

\*МФТИ 2023

## Содержание

<b>1</b>	<i>Теоретические сведения</i>	<b>3</b>
1.1	Основные упрощения . . . . .	6
<b>2</b>	<i>Методика измерений</i>	<b>7</b>
2.1	Экспериментальная установка . . . . .	7
<b>3</b>	<i>Используемое оборудование</i>	<b>8</b>
<b>4</b>	<i>Результаты измерений и обработка данных</i>	<b>10</b>
4.1	Результаты измерений . . . . .	10
4.2	Обработка данных . . . . .	12
<b>5</b>	<i>Обсуждение результатов</i>	<b>13</b>
5.1	Точность и достоверность результатов . . . . .	13
5.2	Применимость использованных теоретических предположений	13
5.3	Сравнение результатов . . . . .	13
5.4	Анализ ошибок, расхождений, погрешностей . . . . .	14
<b>6</b>	<i>Заключение</i>	<b>15</b>

## 1 Теоретические сведения

Эксперимент основан на явлении Максвелловского давления на границе раздела двух диэлектриков с разными диэлектрическими проницаемостями под действием электрического поля, параллельного к границе раздела.

$$\text{Плотность свободной энергии электрического поля } \omega = -\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}.$$

Найдем пондеромоторные силы, действующие на границе раздела двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Рассмотрим случай, когда электрическое поле однородно и перпендикулярно к границе раздела. Примером может служить плоский конденсатор, пространство между обкладками которого заполнено двумя однородными диэлектрическими жидкостями, граничащими вдоль плоскости, параллельной пластинам конденсатора (рис. 8б). Предположим, что обе жидкости несжимаемы. Тогда при виртуальных смещениях упругая часть свободной энергии изменяться не будет. Сместим изотермически границу раздела вверх на расстояние  $\delta$ , сохранив заряды пластин постоянными. При постоянных зарядах останутся постоянными и индукции в диэлектриках  $D_1$  и  $D_2$ , а с ними и плотности свободной энергии

$$\omega_1 = \frac{\varepsilon_1 E_1^2}{8\pi}, \quad \omega_2 = \frac{\varepsilon_2 E_2^2}{8\pi}. \quad (1)$$

При смещении жидкость с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$  будет входить в конденсатор, а с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2$  — выходить. Приращение свободной энергии будет

$$(d\Psi)_{q,T} = (dW)_{q,T} = (\omega_1 - \omega_2)S\delta x,$$

а работа пондеромоторных сил  $\delta A = fS\delta x$ . Подставляя эти выражения в формулу  $\delta A + (d\Psi)_{q,T} = 0$ , находим силу  $f$ , действующую на единицу площади границы раздела:

$$f = (\omega_2 - \omega_1). \quad (2)$$

причем за положительное мы приняли направление вверх.

Совершенно аналогично решается вопрос о пондеромоторных силах, когда *электрическое поле параллельно границе раздела диэлектриков*. Рассмотрим снова плоский конденсатор с двумя диэлектрическими жидкостями, заполняющими его, как показано на

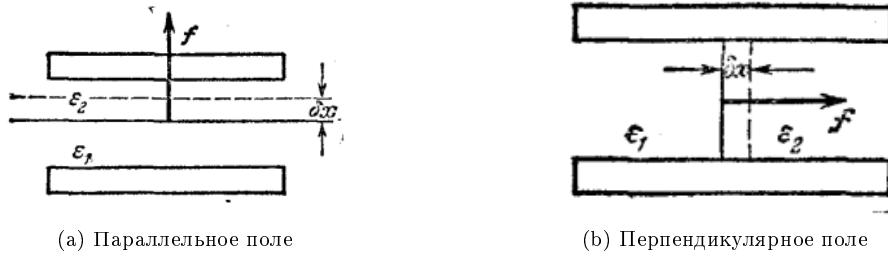


Рис. 1

рис. 1(b). В рассматриваемом случае виртуальное смещение  $\delta x$  границы раздела удобнее произвести при постоянной разности потенциалов между пластинами конденсатора. Плотности свободной энергии  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в обоих диэлектриках при этом изменяться не будут. Свободная энергия получит приращение

$$(d\Psi)_{\varphi,T} = (dW)_{\varphi,T} = (\omega_1 - \omega_2)S_1\delta x,$$

где  $S_1$  — площадь границы раздела между диэлектриками. Виртуальная работа  $= S_1 f \delta x$ . Подставив эти значения в формулу  $\delta A_{\text{эл}} - (d\Psi)_{\varphi,T} = 0$ , найдем силу  $f$ , действующую на единицу площади границы раздела:

$$f = (\omega_1 - \omega_2). \quad (3)$$

причем за положительное мы приняли направление от первого диэлектрика ко второму.

Рассматривая формулы (2) и (3), мы видим, что все происходит так, как если бы вдоль электрических силовых линий существовало натяжение, а перпендикулярно к ним — давление. Величины натяжения  $\mathcal{J}$  и давления  $\Pi = -\mathcal{J}$  численно равны плотности электрической свободной энергии  $\omega$ . Формула (2) показывает, что действующая сила определяется *разностью натяжений*, а формула (3) — разностью давлений по разные стороны границы раздела. Такая интерпретация согласуется также с формулой  $\omega = -\frac{\epsilon E^2}{8\pi}$ , определяющей силу, действующую на границе заряженного проводника. Величины  $\mathcal{J}$  и  $\Pi$  получили название максвелловских натяжений и давлений. Фарадей и Максвелл считали эти величины вполне аналогичными упругим натяжениям и давлениям, существующим в диэлектриках и в чистом эфире. От такой механической интерпретации наука давно отказалась. Но при вычислении пондеромоторных сил можно пользоваться наглядной картиной максвелловских натяжений и давлений, поскольку она приводит к верным результатам.

Если электрическое поле  $E$  параллельно границе раздела, то  $E_1 = E_2$ , так что индексы 1 и 2 можно опустить и написать

$$f = \frac{1}{8\pi}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)E^2. \quad (4)$$

Предположим, что  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ . Тогда  $f > 0$ , т.е. сила  $\mathbf{f}$  направлена вправо (рис. 1 б) — от диэлектрика с большей к диэлектрику с меньшей диэлектрической проницаемостью. То же будет и в том случае, когда поле  $E$  нормально к границе раздела, если только на этой границе нет свободных электрических зарядов. Действительно, при выполнении этого условия  $D_1 = D_2 = D$ , н формула (2) принимает вид

$$f = \frac{D^2}{8\pi}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right). \quad (5)$$

Если  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ , то  $f > 0$ , т. е. сила  $\mathbf{f}$  направлена вверх — от первого диэлектрика ко второму (см. рис. 2 а). Вообще, независимо от направления электрического поля, *пондеромоторные силы, действующие на незаряженной границе двух диэлектриков, направлены всегда в сторону диэлектрика с меньшей диэлектрической проницаемостью*. Существованием таких сил объясняется притяжение легких кусочков бумаги наэлектризованной пачкой.

*Если две параллельные металлические пластинки частично погрузить в диэлектрическую жидкость, то она немного поднимается под действием капиллярных сил. Если между пластинками создать разность потенциалов в несколько тысяч вольт, то поднятие становится еще больше — жидкость втягивается в конденсатор.*

Однако необходимо учесть что при больших напряжениях происходит пробой воздуха, таким образом мы имеем два верхних условия на подаваемое напряжение - ограничение генератора и напряжение пробоя, зависящее от расстояния между пластинами.

Пробивное напряжение воздуха между плоскими пластинами (при 20 °C, 760 мм рт. ст.)			
Расстояние между пластинами, мм	Пробивное напряжение, кВ	Расстояние между пластинами, мм	Пробивное напряжение, кВ,
1	4,5	9	28,9
2	8,0	10	31,7
3	11,3	20	59,6
4	14,4	30	87,0
5	17,4	40	114
6	20,3	50	140
7	23,2	100	266
8	26,1		

Рис. 2: Таблица напряжений пробоя при нормальных условиях

### 1.1 Основные упрощения

В связи с тем что касторовое масло - лучший диэлектрик, который удалось найти и с тем что его диэлектрическая проницаемость сравнительно невелика, на практике поднятие ожидается не слишком значительным. При этом за счет сравнительно большого расстояния между пластинами, капиллярным эффектом можно пренебречь при измерении. К тому же сама схема установки позволяет это сделать, так как капиллярное поднятие не меняется между областью напряжения и областью без него.

Также пренебрегаем краевыми эффектами - определять подъем мы будем по той части конденсатора, которая удалена от его краев.

Следует также отметить что в силу маленького поднятия жидкости расчет оказывается весьма неточным и опыт скорее имеет качественный характер. Вследствие этого строгий расчет приборных погрешностей в ряде случаев опущен.

## 2 Методика измерений

### 2.1 Экспериментальная установка

Установка состоит из пластикового стеклянного сосуда, заполненного диэлектриком (касторовым маслом) с диэлектрической проницаемостью отличающейся от проницаемости воздуха, в нем закреплены две плоские металлические пластины, пространство между которыми заполнено маслом и воздухом. К пластинам подключен высоковольтный генератор напряжения, вольтметр.

В соответствии с формулой (4), при подаче напряжения на пластины, на границу раздела начинает действовать давление (сила на площадь)  $f$ , компенсируется, в соответствии со вторым законом Ньютона, эта сила давлением столба жидкости, увеличивающимся из-за поднятия уровня жидкости в следствии действия пондеромоторных сил.

Из второго закона Ньютона получим:

$$h = \frac{E^2(\varepsilon_{\text{жидкости}} - \varepsilon_{\text{воздуха}})}{8\pi\rho g}$$

Или для напряжения:

$$h = \frac{U^2(\varepsilon_{\text{жидкости}} - \varepsilon_{\text{воздуха}})}{d^2 8\pi\rho g} \quad U = d \sqrt{\frac{8h\pi\rho g}{\varepsilon_{\text{жидкости}} - \varepsilon_{\text{воздуха}}}}$$

### 3 Используемое оборудование

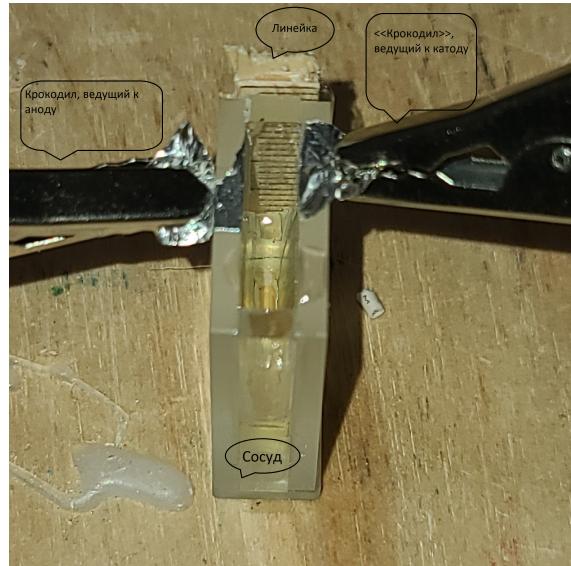


Рис. 3: Основная часть

**Сосуд:**

Длина  $L = 4,5\text{cm}$

Ширина  $R = 1\text{cm}$

Высота  $h = 3\text{cm}$

**Касторовое масло:**

Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = 4$

Начальная высота подъема  $h_0 = 0,7\text{cm}$

Плотность  $\rho = 0,95\text{g/cm}^3$

**Пластины:**

Высота  $R = 4\text{cm}$

Ширина  $L = 1\text{cm}$

Расстояние между пластинами  $d = 0,5\text{cm}$

**Высоковольтный генератор:**

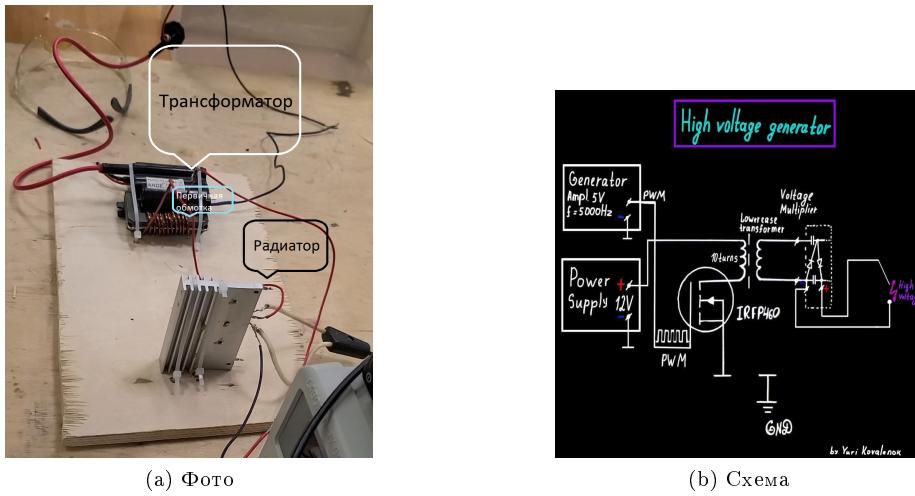


Рис. 4: Генератор

Источник питания создает разность потенциалов между транзистором и первичной обмоткой. Полевой транзистор преобразует постоянный ток в пульсирующий, следовательно в обмотке трансформатора меняется поток, во вторичную проходит переменный ток, умножитель напряжения умножает и выпрямляет ток, давая на выходе постоянное напряжение.

**Параметры генератора:**

Частота Дискретизации =  $100kHz$

Амплитуда =  $5Vpp$

Offset (Смещение) =  $2,5Vpc$

## 4 Результаты измерений и обработка данных

### 4.1 Результаты измерений

Для определения текущего напряжения на конденсаторе была построена кривая нормировки с использованием вольтметра высокого напряжения.

Приведем кривую нормировки:



Рис. 5: Нормировочная кривая

Вторая кривая почти проходит через 0 что, очевидно, лучше соотносится с ожиданиями. Кроме того существуют некоторые причины полагать ее более точной.

Далее приведем примерные измерения подъема масла. Стоит заметить, что так как общий подъем оказался невелик, то измерения весьма приблизительны.

$U^2, CGS^2$	h, см
10,45444444	0
15,0544	0
20,49071111	0
26,76337778	0
33,8724	0
41,81777778	0,02
50,59951111	0,02
60,2176	0,02
70,67204444	0,03
81,96284444	0,03
94,09	0,04
107,05351111	0,04
120,8533778	0,05
135,4896	0,06
150,9621778	0,06
167,27111111	0,07

$U^2, CGS^2$	h, см
184,4164	0,08
202,3980444	0,09
221,2160444	0,1
240,8704	0,12
261,3611111	0,14
282,6881778	0,16
304,8516	0,18
327,8513778	0,19
351,6875111	0,2
376,36	0,2
401,8688444	0,2
428,2140444	0,22
455,3956	0,22
483,4135111	0,22
512,2677778	0,24
541,9584	0,25
572,4853778	0,26
603,8487111	0,28
636,0484	0,28
669,0844444	0,3
702,9568444	0,3
737,6656	0,32
773,2107111	0,34
809,5921778	0,34
846,81	0,34
884,8641778	0,350625
923,7547111	0,350625
963,4816	0,37125
1004,044844	0,39375
1045,444444	0,405
1087,6804	0,41625
1130,752711	0,41625
1174,661378	0,45
1219,4064	0,4725

## 4.2 Обработка данных

Прокомментируем кривую нормировки: Как уже было указано, предполагается линейная зависимость напряжения выхода от подаваемой силы тока, полагается также что данная зависимость подчиняется тому же закону что и точки наилучшего участка нормировочной кривой. Однако допускаем, что данная зависимость может быть неточна для некоторых участков. Возможные объяснения подобных несоответствий будут приведены позже.

Для зависимости высоты подъема жидкости от напряжения построим графики:

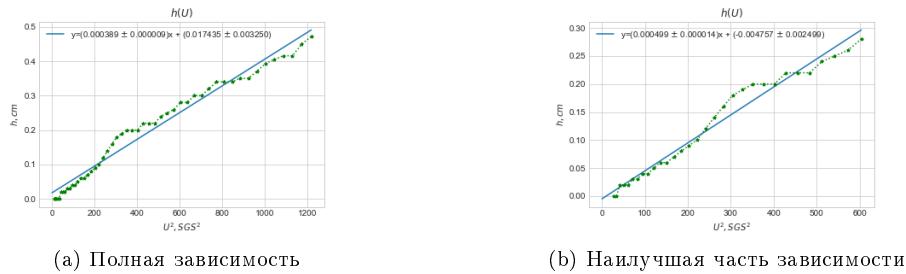


Рис. 6: Основная зависимость

В наилучшем соответствии с теорией находится результат частичной аппроксимации:

$$k = (0,0004987 \pm 0,0000143) \frac{cm}{SGS} \quad k_{theor} = (0,000487) \frac{cm}{SGS}$$

## 5 Обсуждение результатов

### 5.1 Точность и достоверность результатов

Точность не очень велика, значения снималась на глаз с экрана телефона, так как в связи со спецификой работы с маслом в маленьком сосуде более стандартные методы снятия измерений не подходят.

Между тем можно утверждать, что результаты достаточно достоверны так, как опыт был повторен несколько раз с примерно идентичными показаниями.

### 5.2 Применимость использованных теоретических предположений

Учитывая что скорость изменения поля была не слишком велика, эффекты от вязкого трения не могли значительно влиять на результаты. Однако на высоких напряжениях в исследуемой серии может наблюдаться влияние вязкости так, как на том участке измерения проводились поспешно.

Капиллярные эффекты не должны были влиять на подъем жидкости, однако могли повлиять на однородность поля, впрочем лишь у краев конденсатора, а измерения снимались по середине сосуда, следовательно приближение, не учитывающее эффекты в меру корректно.

Краевые эффекты в исследуемой области также теоретически не должны были оказывать сколько-то значительного эффекта.

### 5.3 Сравнение результатов

С теоретическими сошлась хорошая часть результатов.

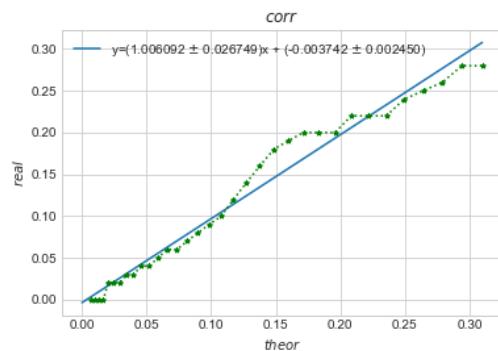


Рис. 7: Теоретические данные в сравнении с экспериментальными

Данные соответствующие более высоким напряжениям хуже сходятся с теоретическим ожиданием.

На удивление, пробой воздуха происходил при значительно более низких напряжениях, чем ожидалось (порядка 25-30% расхождения).

#### 5.4 Анализ ошибок, расхождений, погрешностей

Как уже было сказано, приборные погрешности сводятся к ошибке наблюдателя и не могут быть объективно оценены.

Ошибки аппроксимации оказались достаточно невелики.

Расхождения на средних и высоких напряжениях может быть связана с неприменимостью нормировочной кривой, эффектами от вязкости, несовершенством генератора, неучтанными граничными эффектами (из-за капиллярного эффекта они могут оказывать влияние и из-за него же оказываются трудными для вычисления).

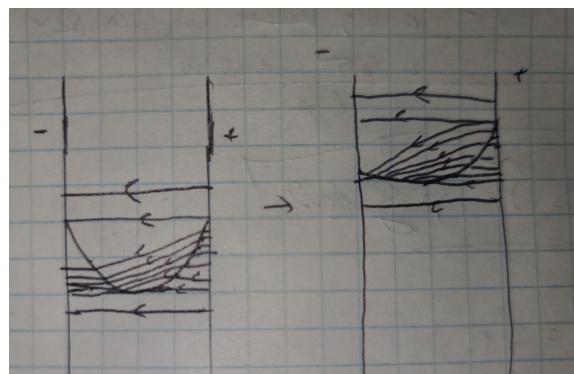


Рис. 8: Примерный рисунок влияния граничных условий

Несоответствие напряжения разряда с табличным может быть связано с: изменением состава воздуха (в том числе из-за паров масла) а также с несовершенством установки.

## 6 Заключение

Резюмируя, скажем, что, как и ожидалось, высота подъема границы раздела диэлектриков находится в квадратичной зависимости от напряженности поля, параллельного границе раздела.

Качественная цель работы была выполнена; количественная зависимость совпала по характеру, но не на всех участках совпала по значениям. Между тем значительная часть измерений совпала с теоретически ожидаемыми (коэффициент наклона основной кривой, оказавшейся с хорошей точностью линейной  $k = (0,0004987 \pm 0,0000143) \frac{\text{cm}}{\text{SGS}}$  при теоретической  $k_{theor} = (0,000487) \frac{\text{cm}}{\text{SGS}}$ ), а несовпадение прочих объясняется неидеальностью установки.