

密立根油滴实验：实验报告

襦科材 PB20030874 20 级 14 系 707 组 1 号台

2021 年 5 月 20 日

1 实验目的

通过测定电场中油滴带电量测定单位元电荷

2 实验原理

在密立根油滴实验中，测量电子电荷的基本设计思想是，使带电油滴在测量范围内处于受力平衡状态。按油滴作匀速或静止两种运动状态分类，可分为动态测量法和平衡测量法。本实验使用平衡测量法测元电荷。

平衡测量法的出发点是，使油滴在均匀电场中静止在某一位置，或在重力场中作匀速运动。当油滴在电场中平衡时，油滴在两极板间受到电场力 qE 、重力 m_1g 和浮力 m_2g 达到平衡，从而静止某一位置。即：

$$qE = (m_1 - m_2)g \quad (1)$$

重力场中一个小的油滴，半径为 r ，质量为 m_1 。空气是粘滞性流体，故此运动的油滴，除受重力和浮力外，还受粘滞阻力的作用。由斯托克斯定律，粘滞阻力与物体运动速度成正比。设油滴以均匀速度 v_f 下落，则有：

$$m_1g - m_2g = K v_f \quad (2)$$

此处 m_2 为与油滴同体积的空气质量， k 为比例系数， g 为重力加速度。油滴在空气及重力场中的受力情况如下图所示：



图 24-1 重力场中油滴受力示意图

由于油滴的直径已经与空气分子的间隔相当，空气已不能看成连续介质，需要对斯托克斯公式做适当修正：

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}} \quad (3)$$

其中 p 为空气压强， b 为修正常数
油滴带电量的最终表达式为：

$$q = 9\sqrt{2}\pi d[\frac{(\eta v_f)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g}]^{\frac{1}{2}}\frac{1}{U}[\frac{1}{1 + \frac{b}{pr}}]^{\frac{3}{2}}(\frac{1}{t_f})^{\frac{3}{2}}$$

(4)

将所有已知数值带入后，最终带电油滴所带电荷量为：

$$q = \frac{1.429 * 10^{-14}}{U [t_f(1 + 0.0196\sqrt{t_f})]^{\frac{3}{2}}}$$

(5)

3 实验步骤

将电压调到大于 150V，向实验仪器中喷入油滴，油滴通过仪器的放电而带上不同量的电荷
迅速调整显微镜焦距，寻找颗粒适中、速度较小、受力大约平衡的油滴
调整电压，使得找到的油滴处于静止状态，记录此时的平衡电压
控制电压，将油滴移动至显示屏最上方刻度线
去掉外加电压并开始计时，让油滴自由下落至屏幕最下方刻度线，停止计时，记录下 t_f
再次提升油滴，略微调整电压，如果油滴仍然处于静止状态，则重复上述步骤
对一个油滴测量 7 至 8 次，对其他三个油滴测量 3 次

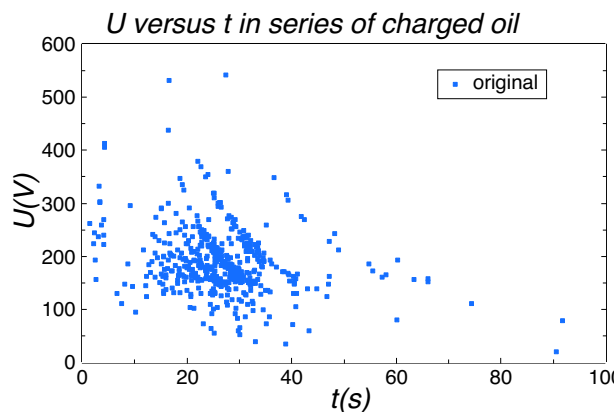
4 实验记录

第一个油滴			第二个油滴		
试验次数	平衡电压U	下降时间tf	试验次数	平衡电压U	下降时间tf
1	182	36.85	1	157	31.52
2	183	35.19	2	155	31.54
3	184	36.12	3	152	31.65
4	183	36.08	第三个油滴		
5	184	36.38	试验次数	平衡电压U	下降时间tf
6	183	37.82	1	120	13.76
7	183	36.81	2	122	13.84
8	184	36.72	3	121	14.11
			第四个油滴		
			试验次数	平衡电压U	下降时间tf
			1	250	22.71
			2	251	23.28
			3	248	23.15

5 数据处理

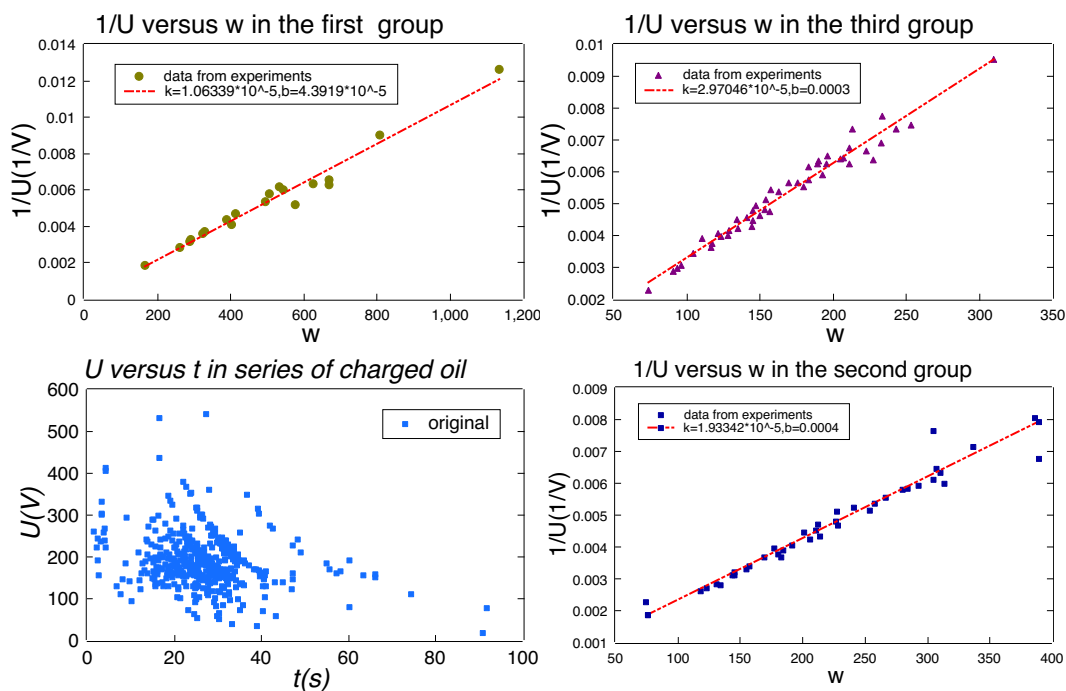
大数据分析

根据老师提供的大数据表，以 U 为纵轴、 $w = t$ 为横轴，作原始散点图如下：



观察到数据点较为明显地分布在三条曲线周围，令 $w = [t(1 + 0.0196t^{0.5})]^{1.5}$

取附近的数据点重新以 $\frac{1}{U}$ 为纵轴、 w 为横轴作图，斜率即是 $\frac{q}{1.429 \times 10^{-14}}$ ：



实验数据点基本分布在拟合直线两侧，表明线性相关性良好，数据可信度高。根据公式 $q = k * 1.429 * 10^{-14}$ 计算得到： $q_1 = 1.519 * 10^{-19} C$ ， $q_2 = 4.2447 * 10^{-19} C$ ， $q_3 = 2.7628 * 10^{-19} C$ ，分别带元电荷数目为 1、3、2 个

本次数据

电压 V 平均值：

$$\bar{U} = \frac{182 + 183 + 184 + 183 + 184 + 184 + 183 + 183}{8} = 183.25(V)$$

电压 V 标准差:

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (V_i - \bar{V})^2}{8-1}} = \sqrt{\frac{3.5}{7}} = 0.707107(V)$$

电压 A 类不确定度:

$$U_A = t_{0.95} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}} = 2.36 \cdot \frac{0.707107}{\sqrt{8}} = 0.5900(V)$$

电压 B 类不确定度:

$$U_B = k_p \cdot \frac{\Delta B}{C} = 1.96 \cdot \frac{0.5}{3} = 0.326667(V)$$

电压 U 展伸不确定度 ($P=0.95$):

$$U_V = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = \sqrt{0.5900^2 + 0.326667^2} = 0.674397(V)$$

时间 t 平均值:

$$\bar{t} = \frac{36.85 + 35.19 + 36.12 + 36.08 + 36.38 + 37.82 + 36.81 + 36.72}{8} = 36.49625(s)$$

时间 t 标准差:

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 (t_i - \bar{t})^2}{8-1}} = \sqrt{\frac{4.0605875}{7}} = 0.761632(s)$$

时间 A 类不确定度:

$$U_A = t_{0.95} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}} = 2.36 \cdot \frac{0.761632}{\sqrt{8}} = 0.635495(s)$$

时间 B 类不确定度:

$$U_B = k_p \cdot \frac{\Delta B}{C} = 1.96 \cdot \frac{0.2}{3} = 0.130667(s)$$

时间 t 展伸不确定度 ($P=0.95$):

$$U_t = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = \sqrt{0.635495^2 + 0.130667^2} = 0.648790(s)$$

结果:

$$q = \frac{1.429 * 10^{-14}}{183.25[36.49625 * (1 + 0.0196\sqrt{36.49625})]^{\frac{3}{2}}} = 2.9903 * 10^{-19}(C)$$

根据不确定度合成公式:

$$\frac{U_q}{U} = \sqrt{(\frac{U_V}{U})^2 + (\frac{3}{2} * \frac{U_t}{t})^2 + (\frac{3}{2} * \frac{0.0196U_t}{(1 + 0.0196\sqrt{t}) * 2\sqrt{t}})^2} \quad (6)$$

$$\frac{U_q}{U} = \sqrt{(\frac{0.674397}{183.25})^2 + (\frac{3}{2} * \frac{0.648790}{36.49625})^2 + (\frac{3}{2} * \frac{0.0196 * 0.648790}{(1 + 0.0196\sqrt{36.49625}) * 2\sqrt{36.49625}})^2} = 0.026955$$

最终结果:

$$q_1 = 2.99(1 \pm 0.027) * 10^{-19}(C)$$

$$q_2 = 4.45 * 10^{-19}(C)$$

$$q_3 = 2.05 * 10^{-18}(C)$$

$$q_4 = 4.52 * 10^{-19}(C)$$

故带元电荷数量分别为：

$$n_1 = 2$$

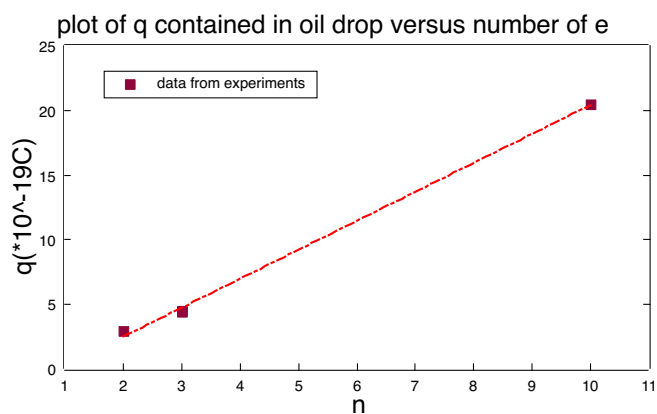
$$n_2 = 3$$

$$n_3 = 10$$

$$n_4 = 3$$

本次实验误差较大：控制秒表 0.2s 的误差；由于微小油滴的布朗运动，一些油滴在确定平衡电压时是否静止判断不准确，导致测得的平衡电压其实并不是真实的平衡电压；还有仪器本身存在误差及当时实验的环境影响，所以本试验有较大误差。但在教学实验要求范围内，可以认为本实验结果符合要求

以所带元电荷数目为 X 轴，带电量为 Y 轴，作图，则斜率即是元电荷电量：



线性拟合后结果为 $e = 2.239 * 10^{-19}(C)$

6 数据汇总

大数据油滴 带电量	1.5919
	4.2447
	2.7628
本实验油滴 电荷	2.99
	4.45
	2.05
	4.52
元电荷	2.239

7 误差分析

元电荷公认值为 1.602×10^{19} 库仑, 大数据分析后三组数据结果均偏小、本次实验使用线性拟合法测得的元电荷电量为 2.239×10^{-19} 库仑, 数据偏大, 分析可能有以下几点原因:

对于大数据分析:

三组结果均偏小, 很有可能是我选择数据时有一定的主观因素, 较多偏小的数据点被选进来, 以致总体偏小

对于本次实验所做出的 4 个油滴数据:

第一, 数据点太少, 线性拟合的斜率容易受极端数据影响, 不具有一定的说服力。比如如果去掉带电量 $20.5 \times 10^{-19} C$ 的数据点, 剩下三个数据拟合直线的斜率为 $1.495 \times 10^{-19} C$, 和国际公认值相比又偏小

第二, 实验时急于获得结果, 没有很耐心地操作实验。实验中我其实测了 8 个油滴, 但是大部分都不满足电压大于 150V、下落时间大于 15s 的条件, 所以必须重新调试仪器, 找到符合标准的油滴。这其中消耗了大量的时间, 以至于实验到很晚才结束, 而且当天晚上状态欠佳, 所以一些数据的误差会较大

8 思考题

预习思考题

1. 如果不保证油滴处于静止或者匀速运动状态, 相应的运动方程涉及牛顿第二定律, 加上流体阻力与物体运动速度成正比, 最终的方程将会是一个二阶微分方程。而使用实验室目前的设备难以测定油滴在某一时刻的速度与加速度, 可行性较低。而保持平衡的油滴的受力平衡方程非常简洁, 且匀速运动速度易于通过测量路程和时间来获得

2. 不能看做理想流体, 因为油滴直径已经与空气分子间隙相当。本实验对 η 作了如下修正:

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}}$$

3. 放射性衰变放出的 α 射线是氦核、 β 射线是电子流。根据带电粒子在磁场中的运动周期公式:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

可知周期与粒子运动速度无关, 而氦核的质量以 He 原子的质量代替, 很容易通过化学方法得知一个氦原子的质量, 将公式变形有:

$$\frac{2\pi m}{B} = qT$$

如果在 α 射线行进轨迹上加上一系列已知磁感应强度的磁场, 测定氦核在不同磁场中运动的周期, 再以 T 为横轴、 $\frac{2\pi m}{B}$ 为纵轴, 直线斜率即是氦核的带电量, 即元电荷带电量的两倍

实验过程思考题 1. 显示屏上有许多刻度, 测量过程中可以取一些相同长度的区间分别计时, 如果油滴通过这些区间所用的时间相同, 则可以认为油滴在这些区间内做匀速直线运动

2. 体现在平衡电压的变化, 因为下落是自由的, 与电荷无关, 而电场力需要与重力平衡, 所以带电量增加则电压降低; 带电量减少则电压升高

3. 需要多次测量求平均值, 也可以只测量上下限, 再求平均值, 可以将真实带电量看做在上下限内的一个均匀分布的随机变量

实验报告思考题

1. 取油滴半径 $r = 5 * 10^{-7}m$, 计算得到 $\eta' = 1.574 * 10^{-5}$, 将原来的 η 修正到 0.85 倍, 对不确定度影响较大

2. 如果油滴质量与空气密度不变, 则重力与浮力的合力为恒力, 代入数据有:

$$F_1 = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho_{oil} - \rho_{air})g = 5.02 * 10^{-15}(N)$$

根据斯托克斯定律, 运动的球体在黏滞流体中受到的阻力如下, 代入数据有:

$$F_2 = 6\pi\eta v R = 1.72 * 10^{-10}v$$

根据牛顿第二定律, 列出微分方程:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{w}{m} \frac{dx}{dt} = F_1$$

设 $K = \frac{w}{m}$ 其解是:

$$x = -\frac{F_1}{K^2} + \frac{F_1}{K^2}e^{-Kt} + \frac{F_1}{K}t$$

代入数值:

$$x = -4.47 * 10^{-26} + 4.47 * 10^{-26}e^{-335027t} + 1.50 * 10^{-20}t$$

方程的解由稳态解与衰减解构成, 设衰减解衰减到稳态解十分之一后可以视为匀速运动, 即:

$$e^{-335027t} = 0.1$$

解得:

$$t = 6.87 * 10^{-6}s$$

参考文献

- [1] John R.Taylor. 误差分析导论: 物理测量中的不确定度. 高等教育出版社, 2015.
- [2] 中国科学技术大学物理实验教学中心. 密立根油滴实验: 实验讲义. 2021.
- [3] 吴泳华、霍剑青、蒲其荣. 大学物理实验. 高等教育出版社, 2005.
- [4] 孙维民、李志杰. 大学物理实验教程. 科学出版社, 2018.
- [5] 陈艺、陈卿、李平. 数学分析讲义 (第一册). 高等教育出版社, 2020.