

实验报告

襦科材 PB20030874 20 级 14 系

2021 年 4 月 8 日

1 实验目的

测量蓖麻油的黏滞系数

2 实验器材

量筒、密度计、温度计、金属球、螺旋测微器、游标卡尺、直尺

3 实验原理

斯托克斯公式 [2]

当半径为 r 的光滑圆球，以速度 V 在均匀的无限宽广的液体中运动时，若速度不大，球也很小，在液体中不产生涡流的情况下，斯托克斯指出，球在液体中所受到的阻力为

$$F = 6\pi\eta\nu r \quad (1)$$

阻力的大小和物体运动速度成比例，式 (1) 中 F 是小球受到的黏滞阻力， η 为液体的粘度， ν 是小球下落的速度， r 是小球的半径。

雷诺数的修正 [2]

液体各层间相对运动速度较小时，呈现稳定的运动状态，如果各层间相对运动较快，就会破坏这种层流，逐渐过渡到湍流，甚至出现漩涡。故物理学家定义一个无量纲的参数——雷诺数 Re 来表征液体运动状态的稳定性。设液体在圆形截面的管中的流速为 ν ，液体的密度为 ρ ，粘度为 η ，圆管的半径为 r ，则

$$Re = \frac{2\nu\rho r}{\eta} \quad (2)$$

于是斯托克斯公式修正如下：

$$F = 6\pi\eta\nu r \left(1 + \frac{3}{16}Re - \frac{19}{1800}Re^2 \dots\right) \quad (3)$$

容器壁的影响 [2]

在一般情况下，小球仅能在容器半径为 R 、液体高度为 h 的液体内部下落，因此，考虑到容器壁的影响，斯托克斯公式变为：

$$F = 6\pi\eta\nu r \left(1 + 2.4\frac{r}{R}\right) \left(1 + 3.3\frac{r}{h}\right) \left(1 + \frac{3}{16}Re - \frac{19}{1800}Re^2 \dots\right) \quad (4)$$

根据牛顿第一定律，匀速下落的小球受到重力、浮力和黏滞阻力的作用下处于平衡状态，有：

下为不同温度下蓖麻油粘度系数参考表

| T ℃ | η Pa·s | T ℃ | η Pa·s | T ℃ | η Pa·s | T ℃ | η Pa·s | T ℃ | η Pa·s |
|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|
| 4.5 | 4.00 | 13.0 | 1.87 | 18.0 | 1.17 | 23.0 | 0.75 | 30.0 | 0.45 |
| 6.0 | 3.46 | 13.5 | 1.79 | 18.5 | 1.13 | 23.5 | 0.71 | 31.0 | 0.42 |
| 7.5 | 3.03 | 14.0 | 1.71 | 19.0 | 1.08 | 24.0 | 0.69 | 32.0 | 0.40 |
| 9.5 | 2.53 | 14.5 | 1.63 | 19.5 | 1.04 | 24.5 | 0.64 | 33.5 | 0.35 |
| 10.0 | 2.41 | 15.0 | 1.56 | 20.0 | 0.99 | 25.0 | 0.60 | 35.5 | 0.30 |
| 10.5 | 2.32 | 15.5 | 1.49 | 20.5 | 0.94 | 25.5 | 0.58 | 39.0 | 0.25 |
| 11.0 | 2.23 | 16.0 | 1.40 | 21.0 | 0.90 | 26.0 | 0.57 | 42.0 | 0.20 |
| 11.5 | 2.14 | 16.5 | 1.34 | 21.5 | 0.86 | 27.0 | 0.53 | 45.0 | 0.15 |
| 12.0 | 2.05 | 17.0 | 1.27 | 22.0 | 0.83 | 28.0 | 0.49 | 48.0 | 0.10 |
| 12.5 | 1.97 | 17.5 | 1.23 | 22.5 | 0.79 | 29.0 | 0.47 | 50.0 | 0.06 |

4 测量记录

5 数据处理

6 误差分析

7 提出改进

8 思考题

2. 根据牛顿第二定律，建立微分方程：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 6\pi\eta r \frac{dx}{dt} = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g \quad (5)$$

这是二阶常系数非齐次线性微分方程 [5]

齐次通解：

$$x_1 = C_1 + C_2 e^{-6\pi\eta r t} \quad (6)$$

非齐次特解：

$$x_2 = \frac{2r^2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} t \quad (7)$$

通解：

$$C_1 + C_2 e^{-6\pi\eta r t} + \frac{2r^2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} t \quad (8)$$

由方程可见，解由稳态解 $\frac{2r^2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} t$ 和衰减解 $C_2 e^{-6\pi\eta r x}$ 构成

由于严格成立的方程（8）并非线性方程，故不失科学性，可设衰减解小于等于给定的小量 ε 时，可看做匀速运动，故此时 $r_1 x_1 = r_2 x_2$ 。舍去衰减解，将路程 s 近似为稳态解 x_2 ，作比：

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

综上所述, 小球半径越大, 衰减解衰减越快, 但达到稳定速度所需路程越长。所以小球的匀速区间一定是大球的匀速区间, 反之则不一定

3. 落球法仅对粘度系数较大的透明或半透明液体适用, 因为需要能够观察小球的下落的详细情况找出匀速下降区, 才能将速度带入公式。如果液体透明度低, 应当考虑采用传感器记录小球的下落情况

4. 雷诺数 R_e 是流体力学中表征粘性影响的相似准则数, 用以判别粘性流体流动状态的一个无量纲次数群。雷诺数较小时, 粘滞力对流场的影响大于惯性, 流场中流速的扰动会因粘滞力而衰减, 流体流动稳定, 为层流; 反之, 若雷诺数较大时, 惯性对流场的影响大于粘滞力, 流体流动较不稳定, 流速的微小变化容易发展、增强, 形成紊乱、不规则的紊流流场。

参考文献

- [1] John R.Taylor. 误差分析导论: 物理测量中的不确定度. 高等教育出版社, 2015.
- [2] 中国科学技术大学物理实验教学中心. 落球法测量液体的粘度: 实验讲义. 2021.
- [3] 吴泳华、霍剑青、蒲其荣. 大学物理实验. 高等教育出版社, 2005.
- [4] 孙维民、李志杰. 大学物理实验教程. 科学出版社, 2018.
- [5] 陈艺、陈卿、李平. 数学分析讲义 (第一册). 高等教育出版社, 2020.