

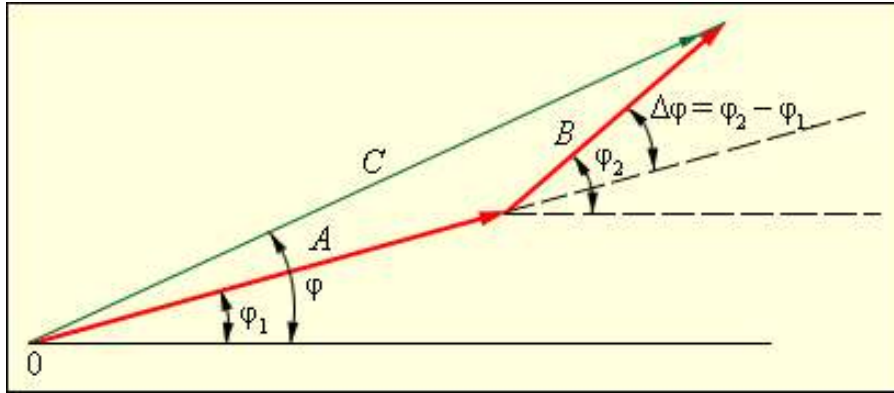
Колебания и волны

Лекция 11

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ



ИНТЕНСИВНОСТЬ ПРИ НАЛОЖЕНИИ ВОЛН



Пусть две волны **одинаковой частоты** накладываются друг на друга, создают в некоторой точке пространства колебания **одинакового направления**:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1); \quad E_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется с помощью векторной диаграммы сложения колебаний одного направления:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\pi - \delta) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta; \quad \delta \equiv \varphi_2 - \varphi_1.$$

Если разность фаз δ возбуждаемых волнами колебаний не меняется с течением времени, то такие волны называются **когерентными**.

В случае некогерентных волн δ непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения. При этом среднее по времени значение $\cos \delta$ равно нулю. Поэтому $\langle A^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle \Rightarrow I = I_1 + I_2$.

Этот результат означает, что интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей каждой волны.

ИНТЕНСИВНОСТЬ ПРИ НАЛОЖЕНИИ ВОЛН

В случае когерентных волн $\cos \delta$ имеет постоянное во времени, но свое для каждой точки пространства, значение. Таким образом

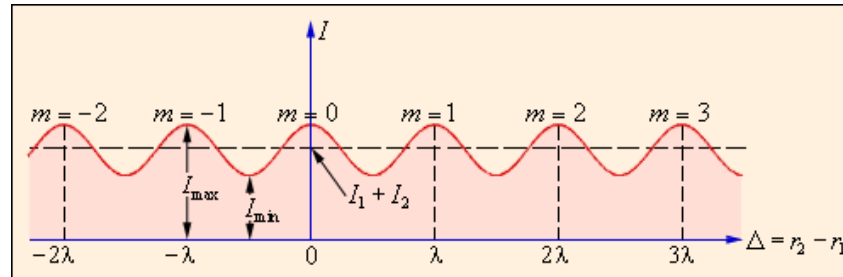
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta \Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \delta.$$

Если для данной точки

$$\cos \delta > 0 \Rightarrow I > I_1 + I_2,$$

а если в данной точке

$$\cos \delta < 0 \Rightarrow I < I_1 + I_2.$$

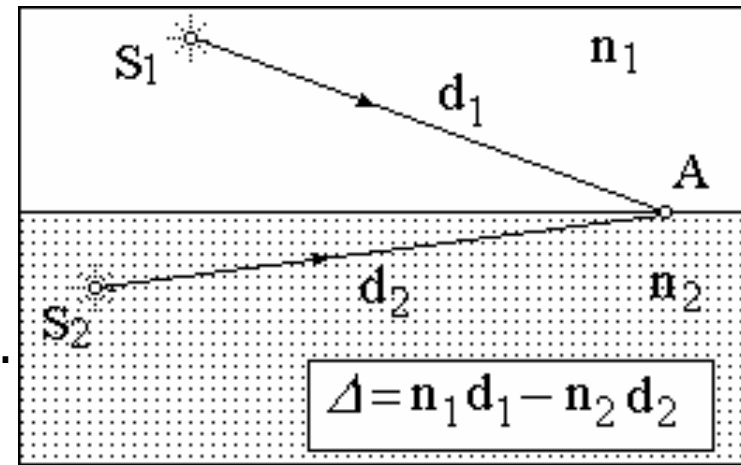


При наложении когерентных источников происходит перераспределение светового потока в пространстве: в одних местах возникают максимумы интенсивности света, а в других – минимумы. Это – интерференция.

Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова ($I_1 = I_2 = I_0$).

Тогда в максимумах $I_{\max} = 4I_0$, а в минимумах $I_{\min} = 0$. Для некогерентных волн в этом случае повсюду одинаковая интенсивность $I = 2I_0$.

ОПТИЧЕСКАЯ РАЗНОСТЬ ХОДА



Пусть есть два когерентных источника света. До точки A первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь d_1 , а вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь d_2 .

Для простоты допустим, что у обоих источников нулевые начальные фазы колебаний. Тогда обе волны возбуждают в точке A колебания:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - k_1 d_1), \quad k_1 = \omega/V_1; \quad E_2 = A_2 \cos(\omega t - k_2 d_2), \quad k_2 = \omega/V_2.$$

Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке A , будет равна

$$\delta = k_2 d_2 - k_1 d_1 = \frac{\omega}{V_2} d_2 - \frac{\omega}{V_1} d_1 \Rightarrow \quad \delta = \omega \left(\frac{n_2}{c} d_2 - \frac{n_1}{c} d_1 \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 d_2 - n_1 d_1).$$

Выразим циклическую частоту ω через длину волны λ_0 в вакууме:

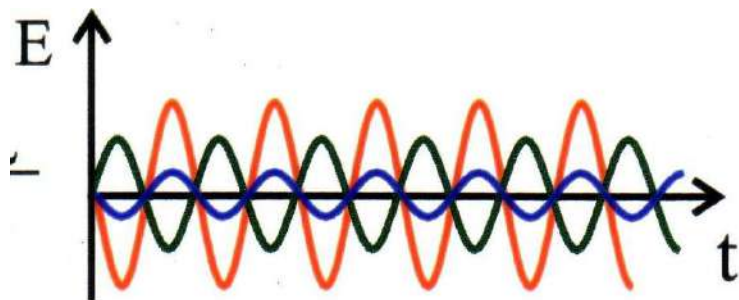
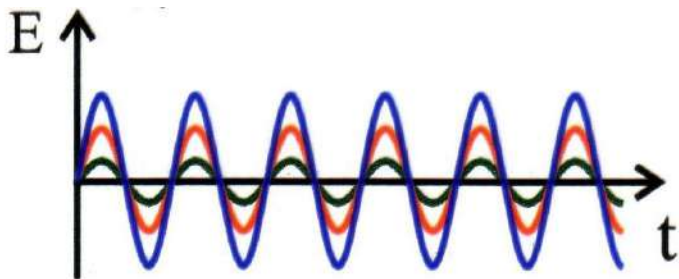
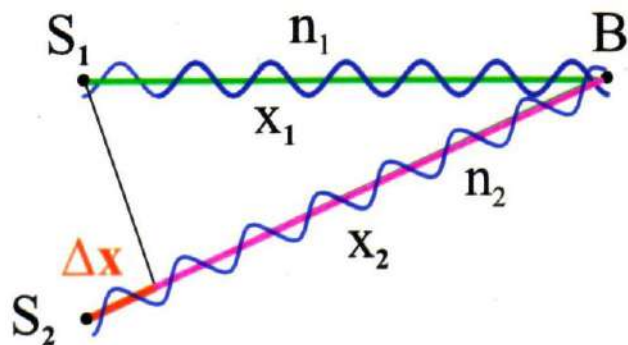
$$\omega = 2\pi\nu, \quad \nu\lambda_0 = c \Rightarrow \quad \nu = c/\lambda_0 \Rightarrow \quad \omega = 2\pi c/\lambda_0.$$

В результате выражение для разности фаз примет вид

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 d_2 - n_1 d_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad \Delta \equiv n_2 d_2 - n_1 d_1.$$

Δ – это оптическая разность хода (разность оптических путей).

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ МАКСИМУМЫ И МИНИМУМЫ



Если оптическая разность хода
равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \pm 2\pi m,$$

то разность фаз оказывается кратной 2π
и колебания, возбуждаемые в этой точке
обеими волнами, будут происходить
с одинаковой фазой – **будет наблюдаться
интерференционный максимум.**

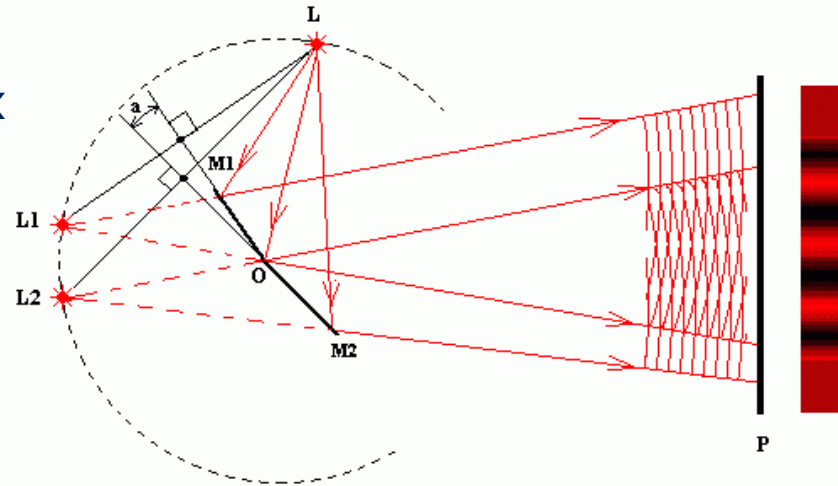
Если оптическая разность хода равна
полуцелому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 \Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \pm (2m + 1)\pi,$$

то колебания в точке наблюдения будут
происходить в противофазе – то есть
**наблюдается интерференционный
минимум интенсивности света.**

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ДВУХ СВЕТЯЩИХСЯ НИТЕЙ

Рассмотрим две цилиндрические когерентные световые волны от источников, имеющих вид тонких параллельных светящихся нитей либо узких щелей. Область, в которой эти волны перекрываются, называется полем интерференции.



Внесем в поле интерференции экран, расположив его параллельно плоскости, проходящей через оба источника света, на расстоянии L от нее.

На экране будет наблюдаться интерференционная картина в виде чередующихся темных и светлых полос.

Вычислим координаты точек, для которых интенсивность света на экране максимальна или минимальна.

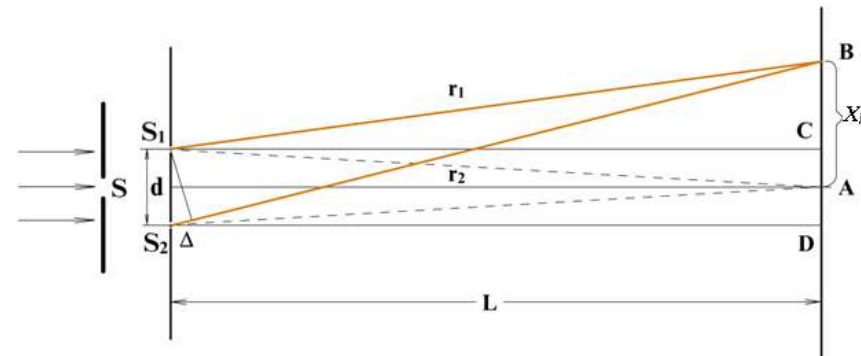
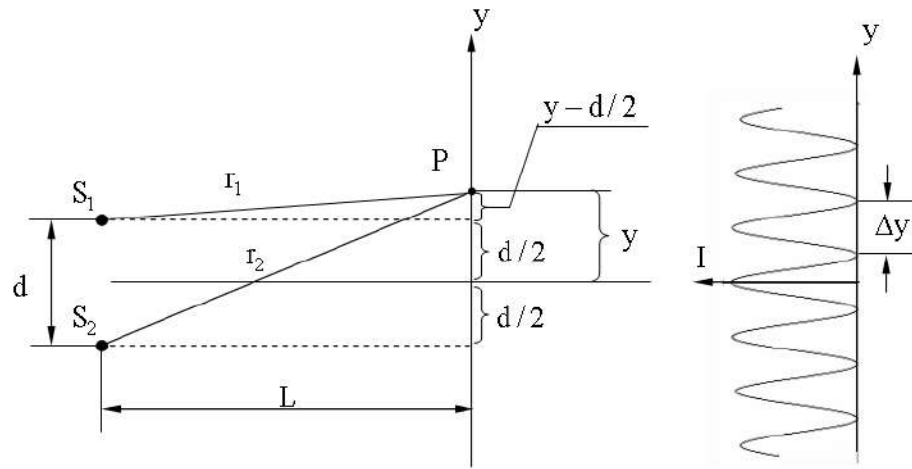


Рис. 2

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ДВУХ СВЕЯЩИХСЯ НИТЕЙ



Начало отсчета координаты y выберем в точке, относительно которой источники света расположены симметрично.

Будем считать, что источники света совершают колебания в одной фазе.

Из рисунка видно, что

$$r_1^2 = L^2 + (y - d/2)^2, \quad r_2^2 = L^2 + (y + d/2)^2 \Rightarrow r_2^2 - r_1^2 = (y + d/2)^2 - (y - d/2)^2.$$

Преобразуем левую часть полученного уравнения: $r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1)$.

Для получения четкой интерференционной картины расстояние d между источниками должно быть значительно меньше расстояния L до экрана. Расстояние y , в пределах которого образуется интерференционные полосы, также бывает значительно меньше L .

При этих условиях можно считать, что $r_2 + r_1 \approx 2L \Rightarrow r_2^2 - r_1^2 = 2L(r_2 - r_1) \Rightarrow$

$$2L(r_2 - r_1) = (y + d/2)^2 - (y - d/2)^2 \Rightarrow 2L(r_2 - r_1) = 2yd.$$

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ДВУХ СВЕЯЩИХСЯ НИТЕЙ

Нами получено уравнение, связывающее между собой координату y точки на экране, расстояния r_1 и r_2 от нее до источников света, расстояние d между источниками и расстояние L от источников до экрана

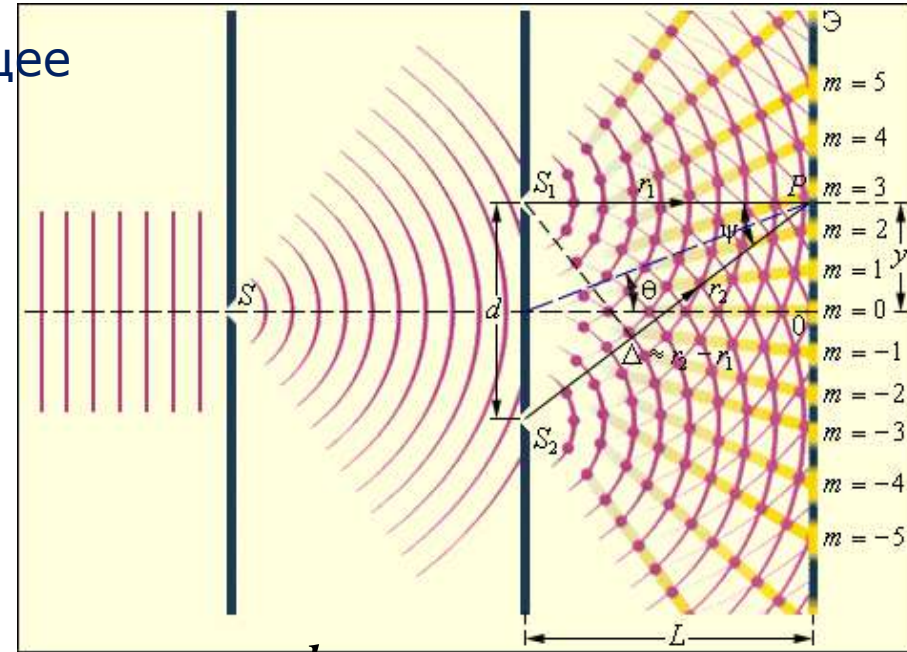
$$2L(r_2 - r_1) = 2yd.$$

Умножая обе части на коэффициент преломления среды, введем в уравнение оптическую разность хода

$$Ln(r_2 - r_1) = nyd \Rightarrow L\Delta = nyd \Rightarrow \Delta = n \frac{yd}{L}.$$

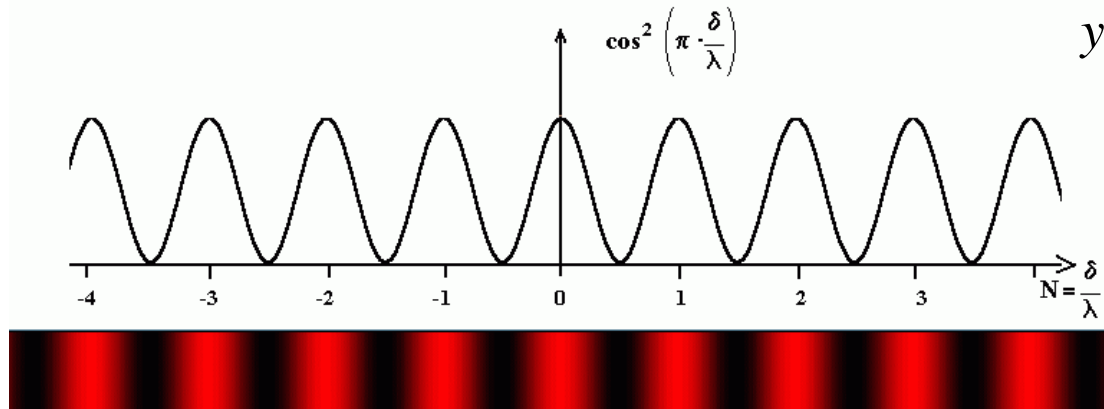
Максимумы интенсивности будут наблюдаться в точках, для которых оптическая разность хода равна четному числу полуволен в вакууме, а минимумы – если нечетному числу полуволен. То есть,

$$n \frac{y_{\max} d}{L} = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow y_{\max} = \pm m \frac{L}{d} \frac{\lambda_0}{n} = \pm m \frac{L}{d} \lambda; \quad y_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{L}{d} \lambda.$$



ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОТ ДВУХ СВЕТЯЩИХСЯ НИТЕЙ

Расстояние между соседними максимумами называется расстоянием между полосами, а между минимумами – шириной интерференционной полосы. Из формул для координат максимумов и минимумов



$$y_{\max} = \pm m \frac{L}{d} \lambda; \quad y_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{L}{d} \lambda$$

следует, что расстояние между полосами и ширина полосы равны между собой

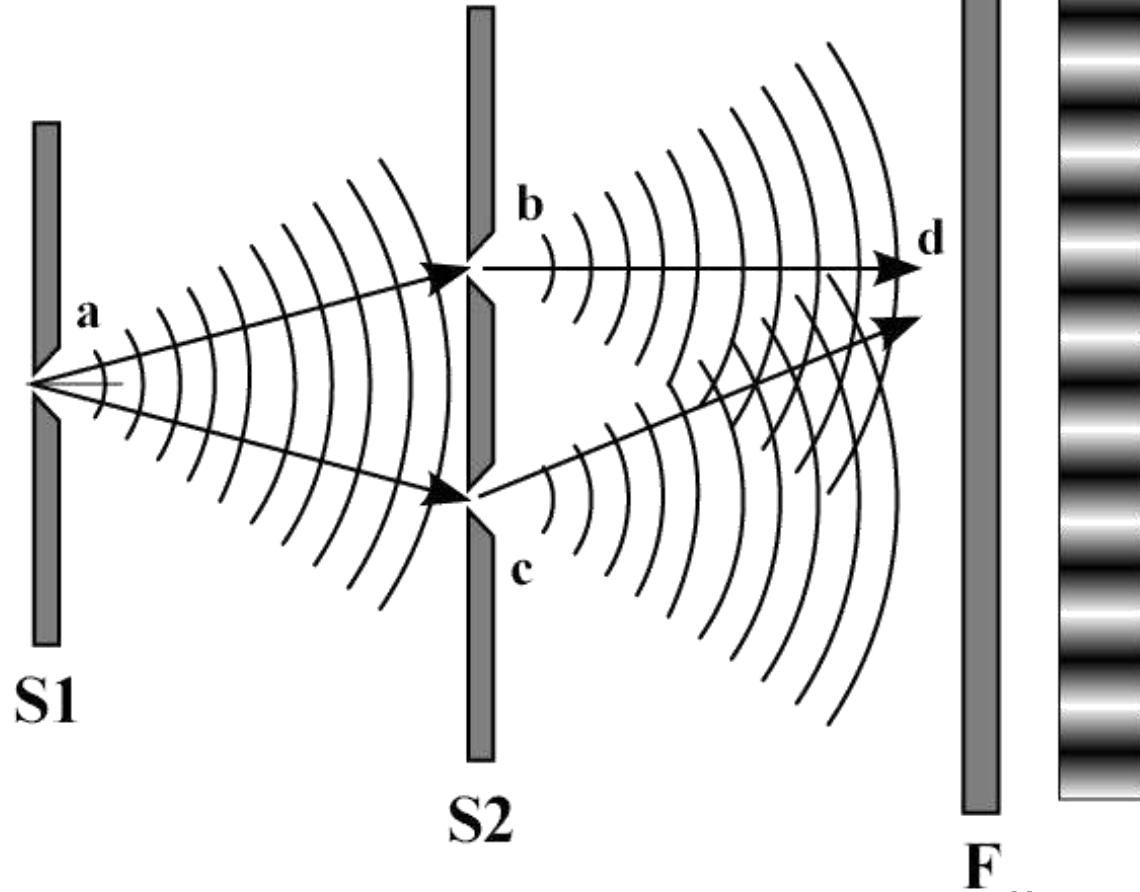
$$\Delta y \equiv b = \frac{L}{d} \lambda.$$

Расстояние между полосами растет с уменьшением расстояния d между источниками. При $d \sim L$ расстояние между полосами $b \sim \lambda$, то есть порядка микрометра. В этом случае отдельные полосы неразличимы. Для отчетливой интерференционной картины необходимо, чтобы $d \ll L$.

Если интенсивность интерферирующих волн одинакова ($I_1 = I_2 = I_0$), то

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2(\delta/2), \quad (\delta \sim \Delta \sim y).$$

Опыт Юнга (1802)



Томас
Юнг
1773-1829

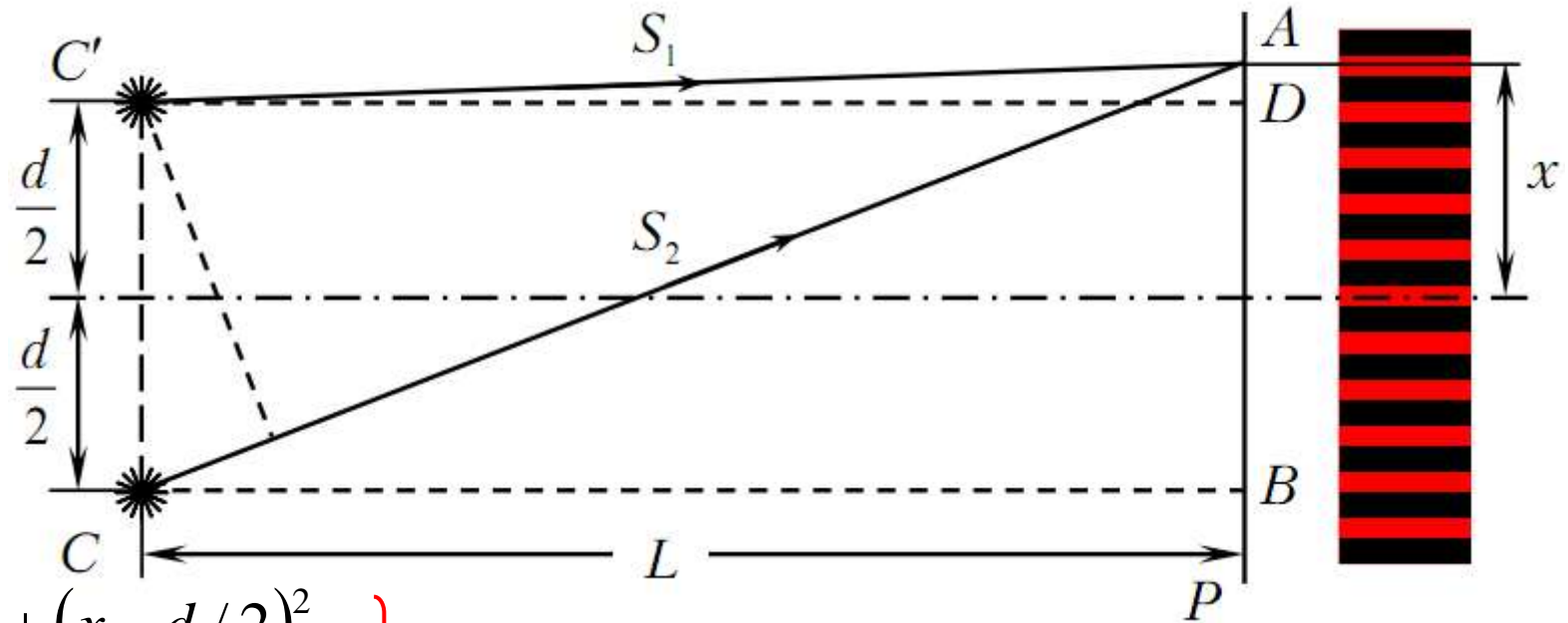
На проекционном экране получается целый ряд чередующихся интерференционных полос.

Особенность прорезей в том, что их ширина приблизительно равна длине волны излучаемого света.

Воздух:

$$n = 1$$

$$d \ll L$$



$$\left. \begin{aligned} S_1^2 &= L^2 + (x - d/2)^2 \\ S_2^2 &= L^2 + (x + d/2)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_2^2 - S_1^2 = (S_2 - S_1)(S_2 + S_1) = 2xd$$

$$d \ll L \Rightarrow (S_2 + S_1) \cong 2L \Rightarrow \Delta = (S_2 - S_1) \cong xd / L$$

Условие интерференционного максимума: $\Delta = (2m) \frac{\lambda}{2} = m\lambda$

$$m\lambda = x \frac{d}{L}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \pm m \frac{L}{d} \lambda$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Расчет интерференционной картины от 2-х

ИСТОЧНИКОВ

Условие интерференционного минимума:

$$(2m+1)\frac{\lambda}{2} = x \frac{d}{L}$$



$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{L}{d} \lambda$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

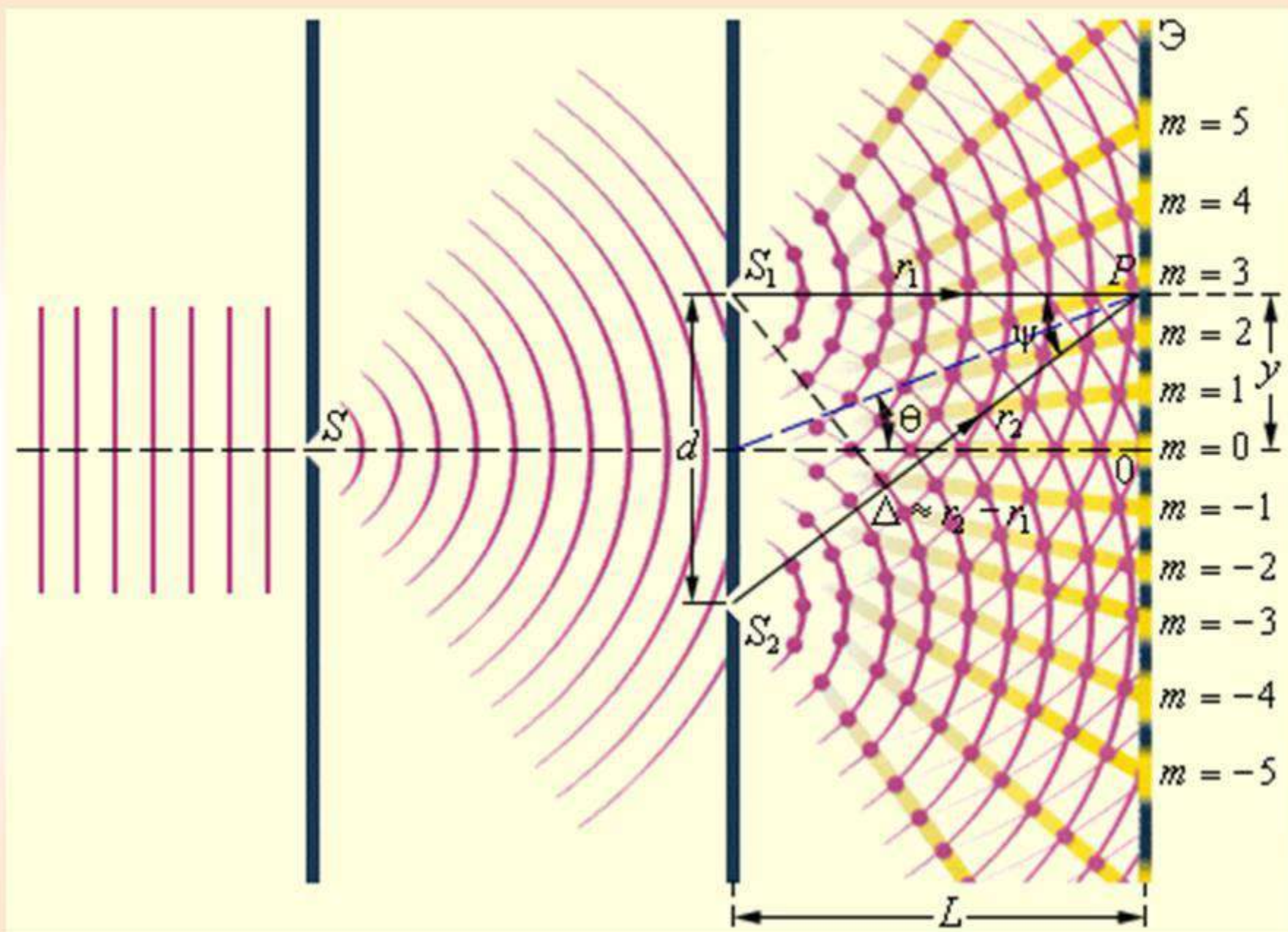
Если интерференция происходит не в вакууме, а в среде с показателем преломления n :

Расстояние между соседними максимумами интенсивности называется расстоянием между интерференционными полосами

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda$$

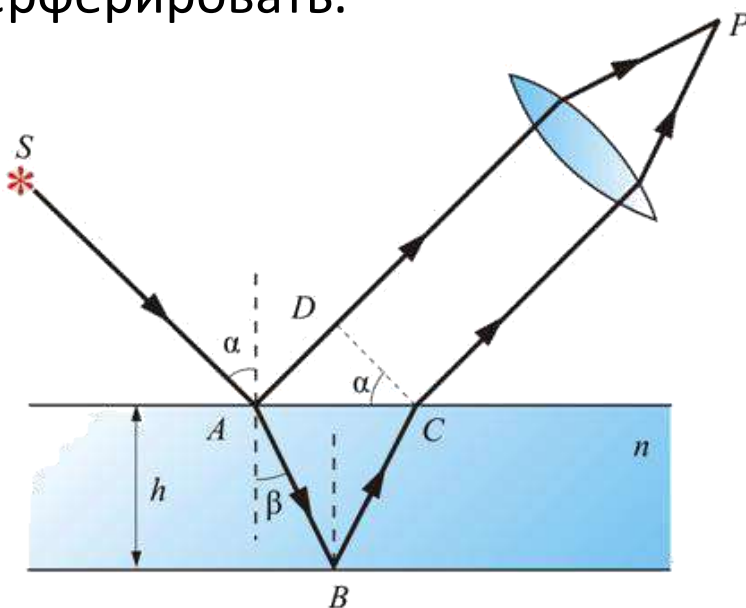
шириной интерференционной полосы называется расстояние между соседними минимумами интенсивности

Видно, что с ростом d ширина интерференционной полосы уменьшается, и при $d \sim L$ становится $\sim \lambda$, т.е. несколько десятых микрона. В этом случае отдельные полосы становятся совершенно неразличимы.



Интерференция в тонких пленках

При падении световой волны на тонкую прозрачную пленку или пластинку происходит отражение от обеих поверхностей пленки, т.е. возникают две когерентные волны, которые при определенных условиях могут интерферировать.



$$\Delta = nS_2 - S_1$$

$$\Delta = 2hn \frac{1}{\cos \beta} - 2h \frac{1}{\cos \beta} \sin \beta \sin \alpha$$

$$\Delta = \frac{2h}{\cos \beta} (n - \sin \beta \sin \alpha)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$



$$\Delta = \frac{2h}{\cos \beta} (n - n \sin^2 \beta) = \frac{2hn}{\cos \beta} \cos^2 \beta$$

$$\Delta = 2hn \cos \beta$$



$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}$$



$$\Delta = 2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

Экспериментально установлено, что когда свет отражается от более оптически плотной среды, то фаза волны изменяется на π .

$$\Delta' = \Delta + \frac{\lambda}{2} = 2hn \cos \beta + \frac{\lambda}{2} \qquad \Delta' = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

Условие интерференционного максимума: $\Delta' = (2m)\frac{\lambda}{2} = m\lambda$

$$2hn \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \longrightarrow \quad 2hn \cos \beta = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Условие интерференционного минимума: $\Delta' = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

$$2hn \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad \longrightarrow \quad 2hn \cos \beta = m\lambda$$

Число $m = 1, 2, \dots$ называют порядок интерференции

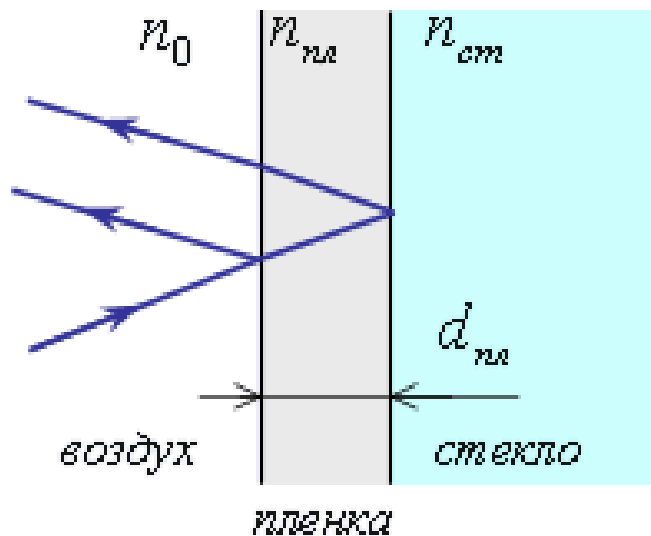
В прошедшем свете также наблюдается интерференция. Однако один луч не претерпевает изменения, а второй дважды отражается от оптически менее плотной среды, т.е. волна уже не теряется :

В проходящем свете условия \max и \min меняются местами !

Если осветить белым, естественным светом, то при одинаковой всюду толщине условие \max будет выполняться только для какой-то определенной длины волны (например, красной $\lambda = 700$ нм). Тогда пластинка равномерно окрасится в этот свет. В прошедшем свете, наоборот, этого света будет не хватать (весь отразится).

Просветление оптики

На поверхность объектива наносится тонкий слой прозрачного вещества: фторида кальция CaF_2 или фторида магния MgF_2 .



$$n_{\text{среды}} < n_{\text{пленки}} < n_{\text{стекла}} \rightarrow n_{\text{пленки}} = \sqrt{n_{\text{стекла}}}$$

$$2hn \cos \beta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

– условие минимума

$$\cos \beta = 1 \quad m = 0$$

$$hn = \frac{\lambda}{4} \quad \lambda = 550 \text{ нм}$$



При падении лучей на пластинку различают два случая:

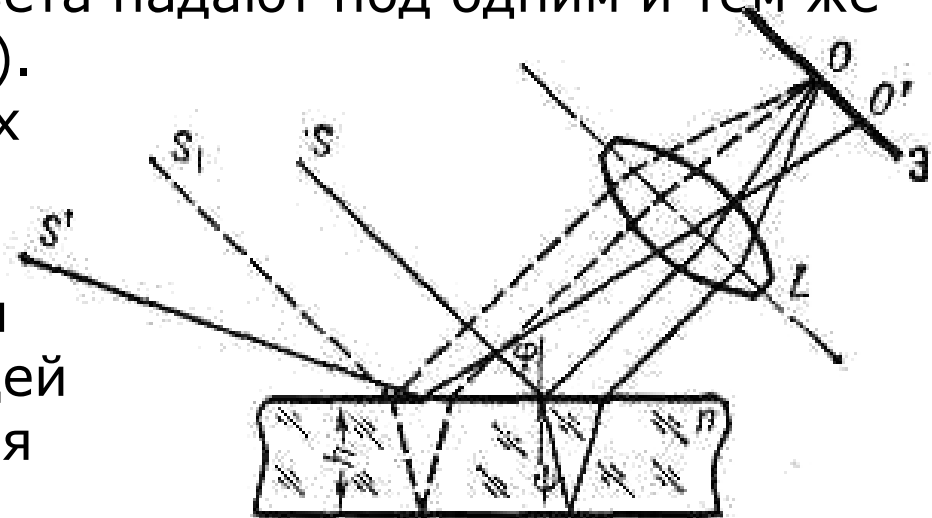
- 1) Свет падает под определенным углом, а толщина пластинки в разных местах разная – **полосы равной толщины** $\alpha = const$
- 2) Свет падает под различными углами (рассеянный), а толщина пластинки всюду одинакова – **полосы равного наклона**

Полосы равного наклона

$$h = const$$

Полосы равного наклона – система чередующихся светлых и тёмных полос, наблюдаемая при освещении прозрачного слоя одинаковой толщины расходящимся или сходящимся пучком монохроматического света (либо непараллельным пучком лучей более сложного строения), причём каждая полоса проходит через те точки слоя, на которые лучи света падают под одним и тем же углом (под одинаковым наклоном).

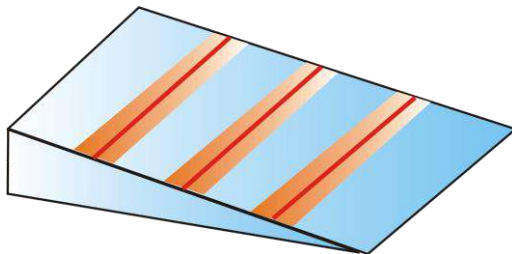
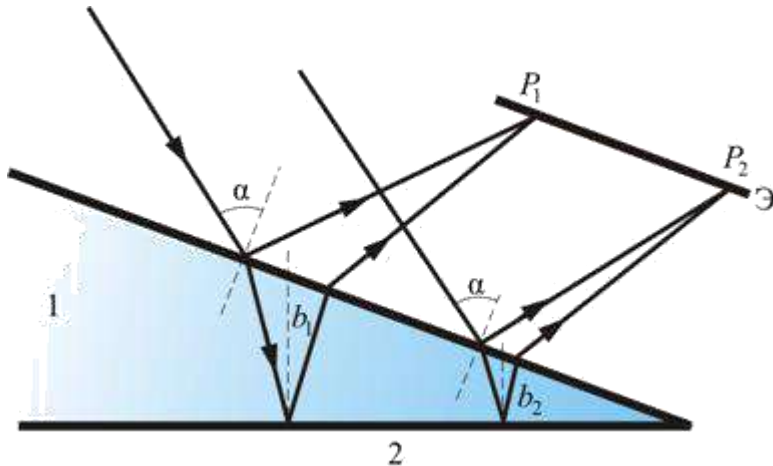
Могут наблюдаться и в пластинках сравнительно немалой толщины. Для сходящихся и расходящихся пучков – окружности или эллипсы в фокальной плоскости собирающей линзы. Используются для контроля плоско-параллельности



Полосы равной толщины

Пластинку нужно осветить параллельным пучком. В отличие от полос равного наклона, наблюдаются непосредственно на поверхности прозрачного слоя переменной толщины.

Представляют собой изолинии равной толщины. Для двух соседних однотонных полос толщина отличается на половину длины волны.



В белом свете – чередование радужных пятен разных цветов. Однако, когда длин волн много (интервал $\Delta\lambda$ широк), то происходит наложение интерференционных картин. Чем больше $\Delta\lambda$, тем меньше должен быть порядок интерференции.

Условие минимума: $2hn \cos \beta = m\lambda$

Кольца Ньютона (1675)

Интерференционная картина в виде концентрических колец возникает между поверхностями, одна из которых плоская, а другая имеет большой радиус кривизны. Ньютон исследовав их в монохроматическом и белом свете обнаружил, что радиус колец возрастает с увеличением длины волны (от фиолетового к красному).

$$R^2 = (R - h)^2 + r^2 = R^2 - 2Rh + \cancel{h^2} + r^2 \quad r = \sqrt{2Rh}$$

max: $2hn \cos \beta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$

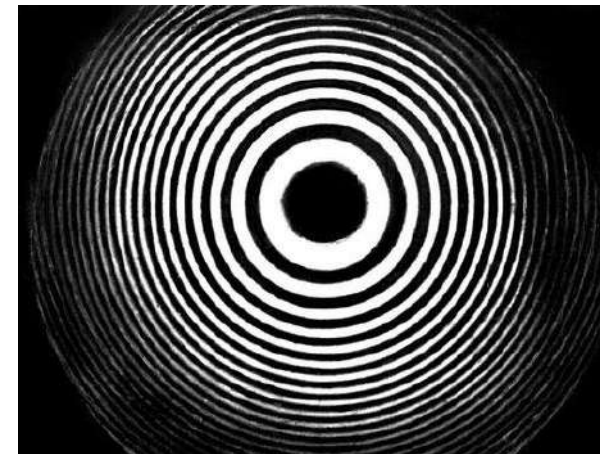
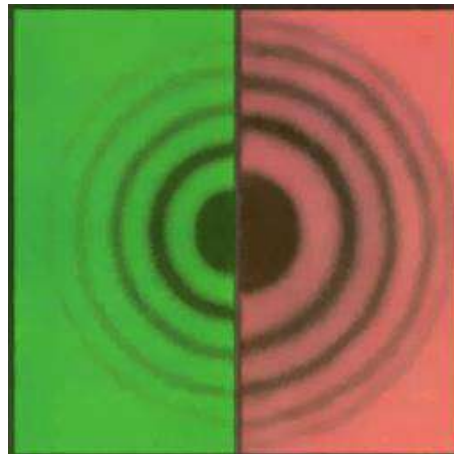
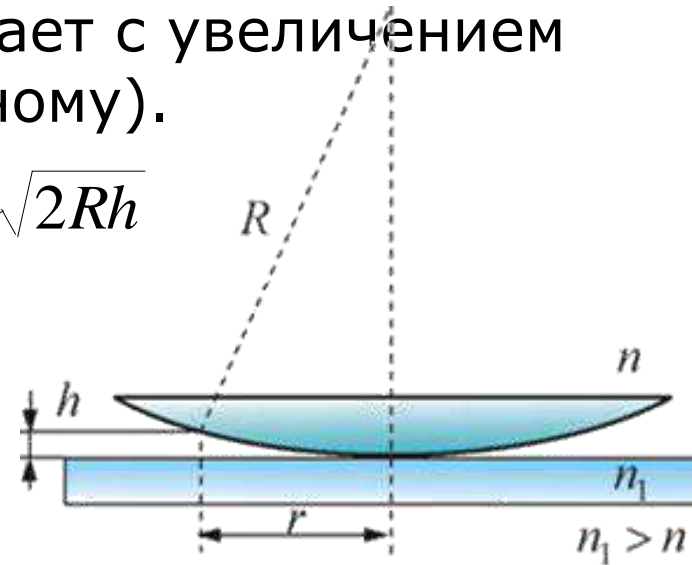
$$\cos \beta = 1$$
$$n = 1$$

→ $r_{m \text{ св}} = \sqrt{\frac{R}{n} (2m + 1) (\lambda / 2)}$

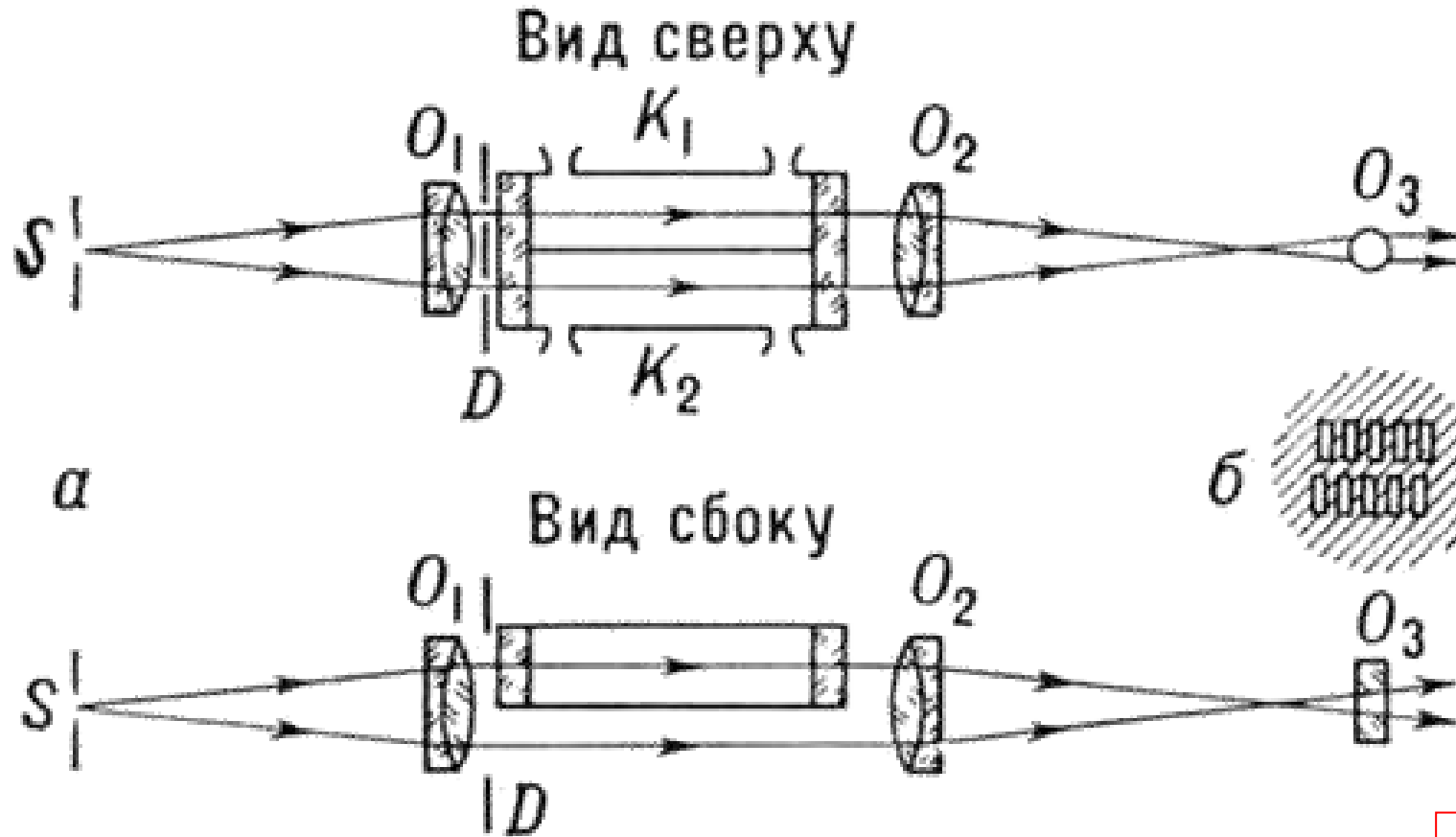
min: $2hn \cos \beta = m \lambda$

$$r_{m \text{ тем}} = \sqrt{\frac{R}{n} (2m) (\lambda / 2)}$$

→ $r_{m \text{ тем}} = \sqrt{\frac{R}{n} m \lambda}$



Интерференционный рефрактометр Рэля

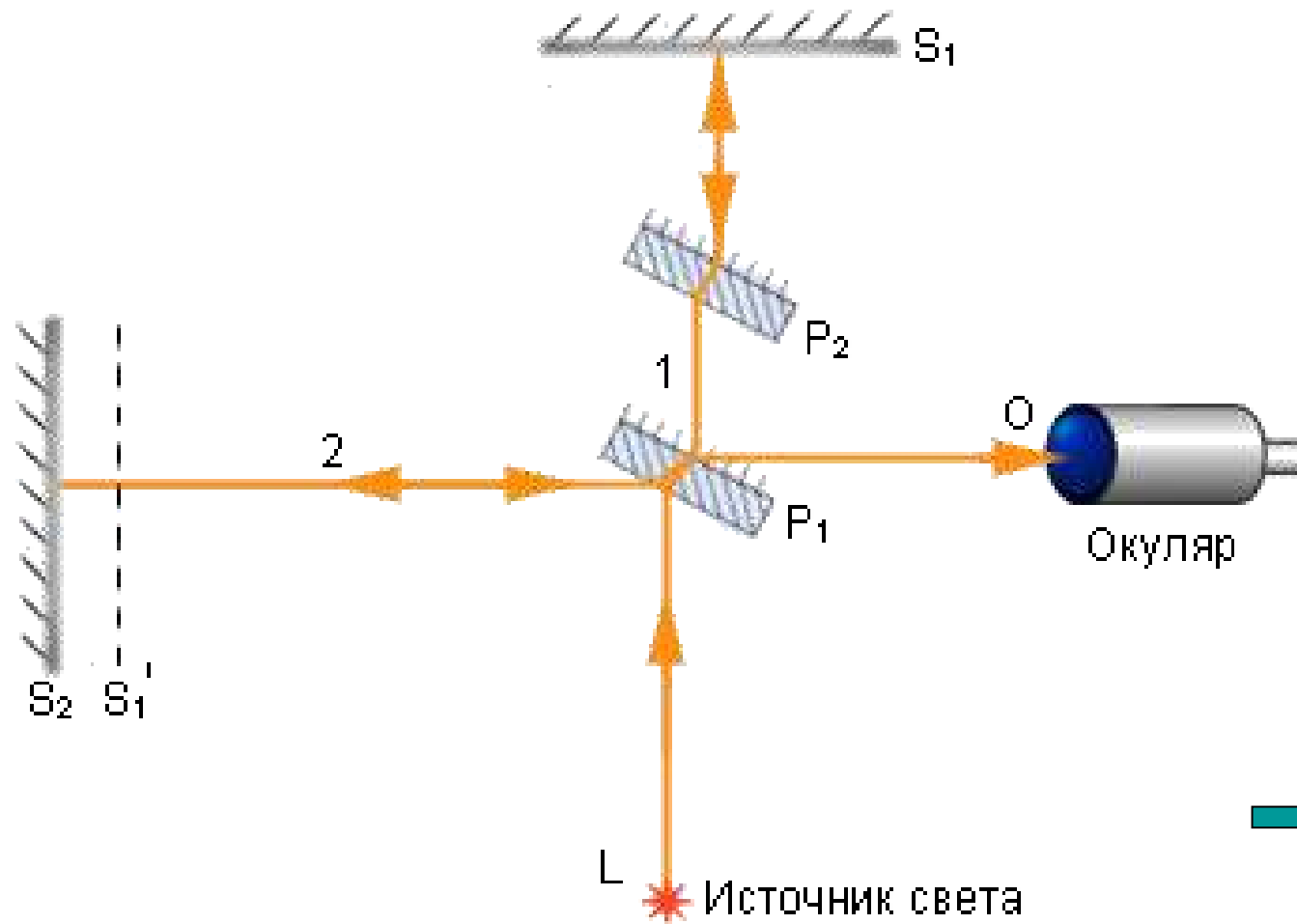


Джон
Уильям
Стретт
лорд Рэлей
1842–1919
Ноб. лаур.
1904

$$\Delta = l(n_2 - n_1)$$

Рефрактометр Рэля (1886) – двулучевой интерферометр, применяемый для определения показателей преломления газов. Разделяет свет от источника на два потока, разница фаз между которыми создаётся пропусканием света сквозь две одинаковые кюветы, заполненные разными

Интерферометр Майкельсона (1881)



S_1 и S_2 – зеркала

P_1 и P_2 – разделительная и компенсационная пластинки



Альберт
Абрахам
Майкельсон
1852-1931
Ноб. лаур.
1907



$$\Delta = n(l_2 - l_1)$$

По смещению интерференционных полос определялась разность времён прохождения лучей, т.е. разница в их скоростях.

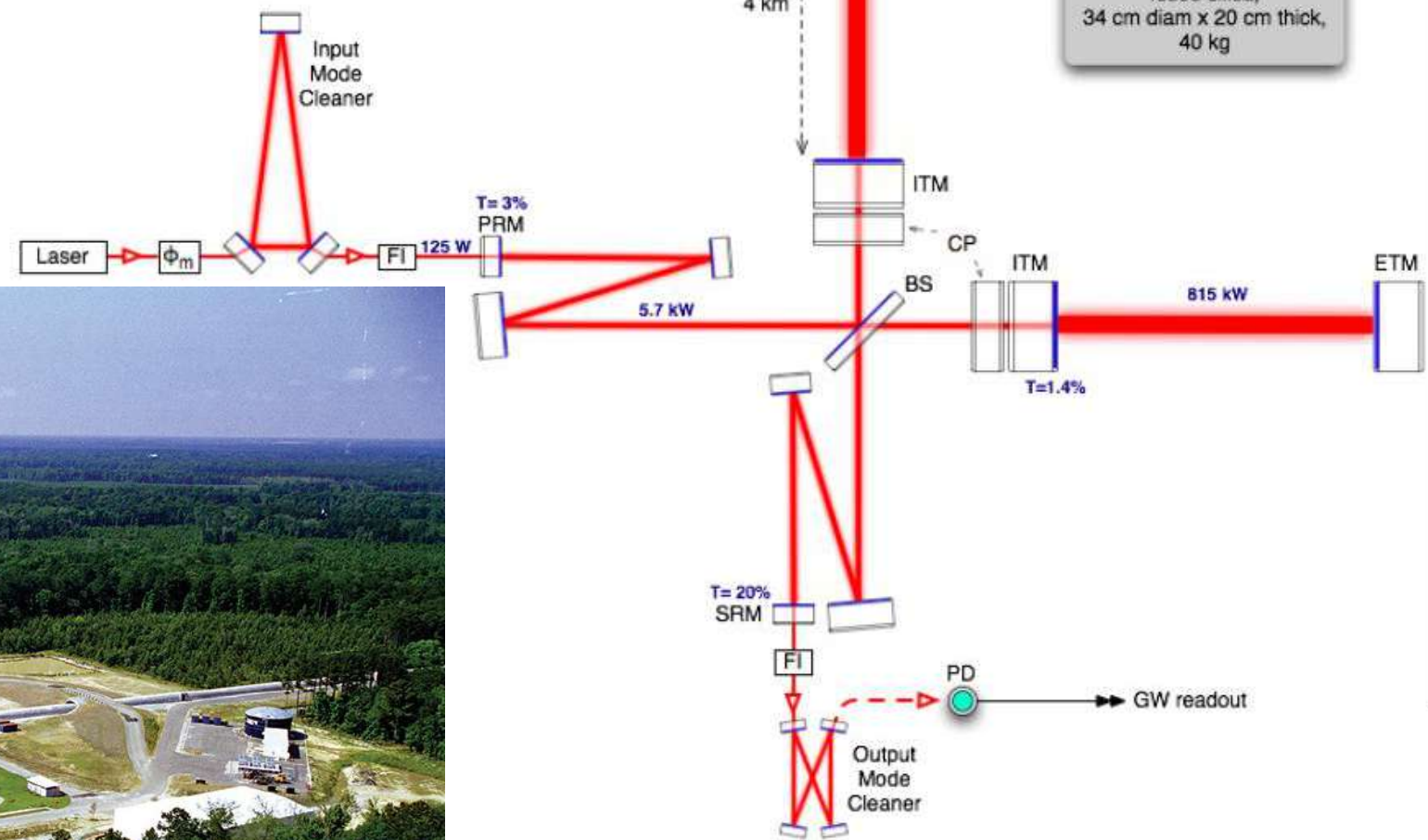
Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory



Diagram illustrating the test facility setup. Two Test Masses are connected by a horizontal line. The distance between them is labeled $L_x = 4 \text{ km}$. The circulating power is labeled 100 kW.

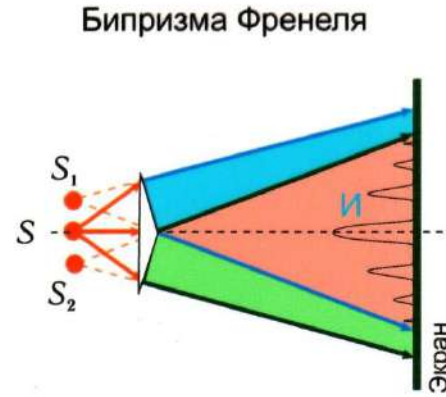
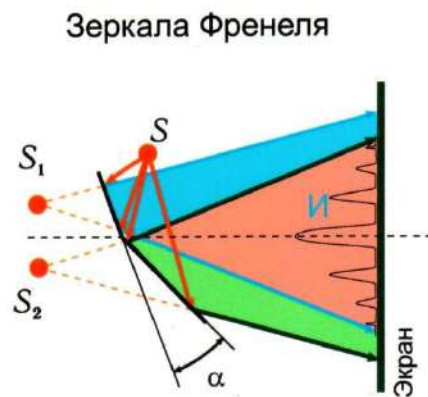
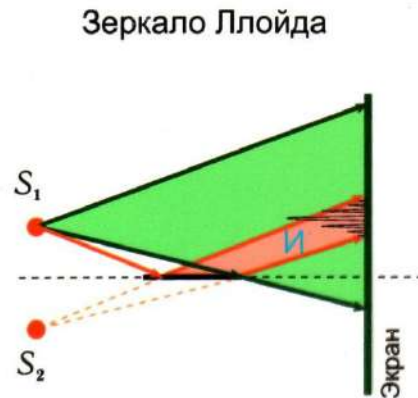
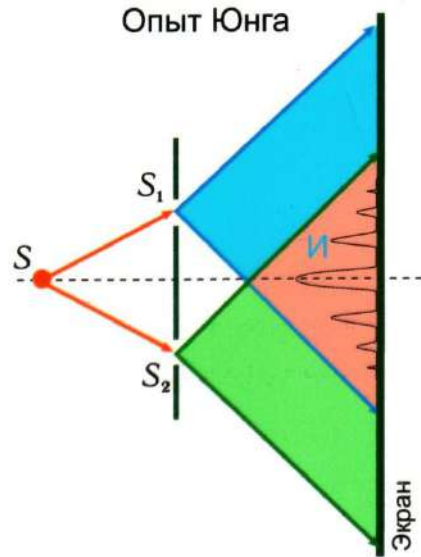
Интерферометр LIGO (2015)

Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory



ПРОБЛЕМА КОГЕРЕНТНОСТИ

Способы получения когерентных лучей



S - источник света,

И - область наблюдения интерференционной картины

Естественные источники света сами по себе некогерентные.

Некогерентность естественных источников света обусловлена тем, что излучение светящегося тела складывается из волновых цугов, испускаемых многими атомами. Каждый атом излучает независимо друг от друга в течение ≈ 10 нс. При этом фаза результирующей волны меняется случайным образом.

Когерентные световые волны можно получить, разделив исходную волну на две части с помощью её отражений или преломлений. Если заставить эти две волны пройти до экрана разные **оптические пути**, а потом наложить их одна на другую, может наблюдаться интерференция.