

## هل من مزید ۴

۱. «ریشه حداکثر به تعداد درجه» را از وبگاه ریاضی سمپاد بخوانید.

۲. اگر  $a, b, c$  و  $a', b', c'$  عدد باشند و معادله‌ی زیر بیش از دو جواب داشته باشد، ثابت کنید که این معادله بی‌نهایت جواب دارد.

$$ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$$

۳. درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف)  $(x-1)^2(a^2+1) - (x^2+1)(a-1)^2 = 2(x-a)(ax-1)$

در دو مورد زیر،  $a, b$  و  $c$  سه عدد متفاوت هستند.

ب)  $\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(c-a)} = 1$

ج)  $\frac{a^2(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} = x^2$

۴. الف) ثابت کنید هیچ چندجمله‌ای مثل  $P(x)$  یافت نمی‌شود که در رابطه‌ی زیر صدق کند:

$$«1 = xP(x) \quad , \quad x \in \mathbb{R} - \{0\}»$$

راهنمایی. به تعداد ریشه‌های  $xP(x) - 1$  توجه کنید.

ب) ثابت کنید که  $\frac{1}{x}$  برابر هیچ چندجمله‌ای نمی‌تواند باشد.

۵. ثابت کنید  $\sqrt{x}$  برابر هیچ چندجمله‌ای نمی‌تواند باشد؛ (بدین ترتیب ثابت می‌شود که  $\sqrt{x}$  چندجمله‌ای نیست!)

راهنمایی. اگر  $\sqrt{x} = P(x)$ ، آنگاه  $x = (P(x))^2$ ؛ بنابراین  $x = (P(x))^2 - x = 0$ .