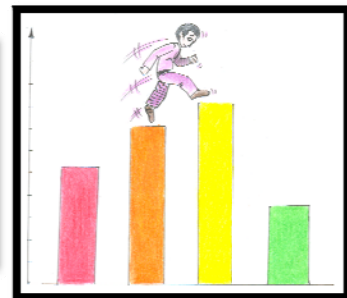
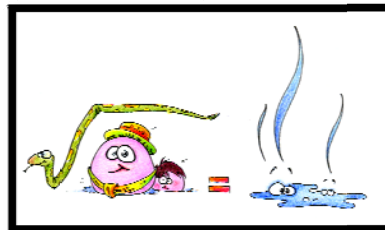


## فصل چهارم

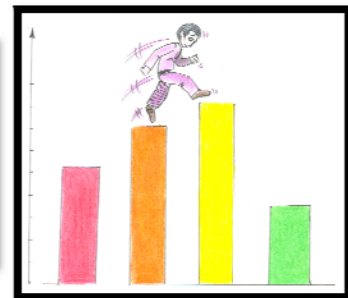
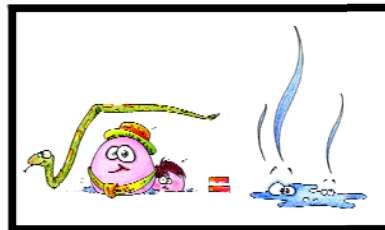
مجموعه‌ی عددهای حقیقی

آمار



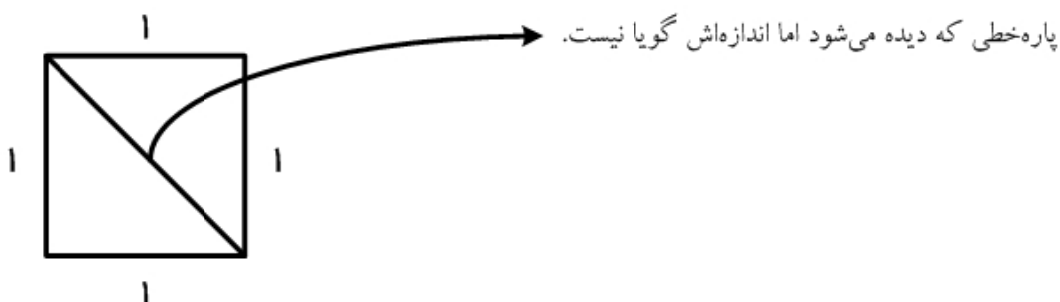
## فهرست مطالب

۳	اعداد گنگ و گویا
۶	آمار
۶	تحلیل اطلاعات
۱۴	میانگین



## اعداد گنگ و گویا

فیثاغورس بسیار به قضیه‌ی خود می‌بالید، زیرا توانسته بود بین هندسه و حساب یک رابطه‌ی اتصال پدید آورد. اما این پیروزی عمر کوتاهی داشت زیرا مثلاً قطر مربعی به ضلع ۱ را نمی‌توانست به صورت عددی گویا بیان کند.



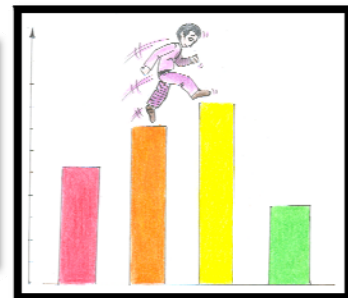
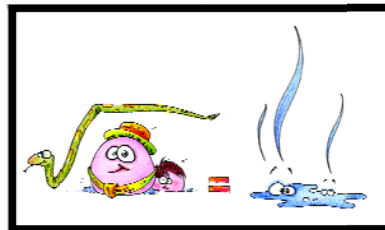
در میان فیثاغورسیان<sup>۱</sup> حیرت زیادی ایجاد شد که پایه‌های فلسفی آن‌ها را به لرزه درآورده بود. آن‌ها به اعدادی به این صورت «آلوگون»<sup>۲</sup> یعنی گنگ یا نگفتنی گفتند و اعضای انجمن فیثاغورسیان، سوگند یاد کردند که تا وجود چنین اعدادی را هرگز فاش نکنند.

پروکلوس<sup>۳</sup> نوشته است: «کسانی که مقادیر اصم یا گنگ را نخستین بار از نهان‌گاه بیرون آوردند و افشا کردند تا آخرین نفر در طوفانی که کشتی آن‌ها را شکست، هلاک شدند. زیرا نگفتنی‌ها باید نگفتنی باقی بماند.»

<sup>۱</sup> افرادی که به اصول باستان اعتقاد نداشتند و به همه چیز به دید «چرا؟» نگاه می‌کردند و بعدها در مدرسه‌ای که فیثاغورس تأسیس کرده بود انجمنی به نام فیثاغورسیان تشکیل دادند.

<sup>۲</sup> Alogon

<sup>۳</sup> Perocelos



تا مدت‌ها  $\sqrt{2}$  تنها عدد گنگ شناخته شده بود. بعدها به گفته‌ی افلاطون، تئودوروس کورنه‌یی<sup>۴</sup> نشان داد که  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{14}, \sqrt{15}$  و  $\sqrt{17}$  نیز گنگ هستند.

۱- می‌دانیم که  $\sqrt{2}$  عدد گنگ است. کدام دسته از اعداد زیر گنگ هستند؟ چرا؟

(الف)  $2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \dots$

(ب)  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \dots$

(پ)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{3}, \frac{7\sqrt{2}}{4}, \dots$

۲- کدام یک از اعداد زیر گنگ هستند؟

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{8}}, \frac{0}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{1+0/44}$$

۳- مثلی به اضلاع  $\sqrt{2}, \sqrt{3}+1, 2\sqrt{2}$  رسم کنید.

۴- سه مثلث به مساحت  $\sqrt{6}$  رسم کنید.

۵- (الف) بین  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{7}$  هشت عدد گنگ بنویسید.

(ب) راه‌حلی ارائه کنید که بتوان بین هر دو عدد گنگ، ۱۰۰ عدد گنگ یافت.

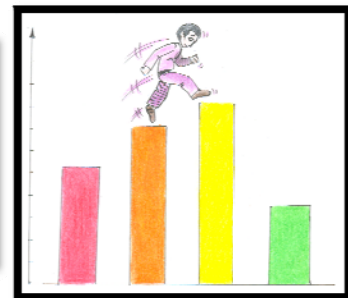
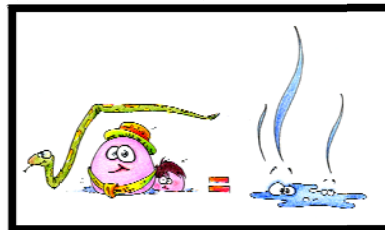
۶- (الف) بین  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{7}$  هشت عدد گویا بنویسید.

(ب) راه‌حلی ارائه کنید که بتوان بین هر دو عدد گنگ، ۱۰۰ عدد گویا یافت.

۷- (الف) بین ۲ و ۷ هشت عدد گنگ بنویسید.

(ب) راه‌حلی ارائه کنید که بتوان بین هر دو عدد گویا، ۱۰۰ عدد گنگ یافت.

<sup>۴</sup>Theodorus Cyrene



۸- الف) بین ۲ و ۷ هشت عدد گویا بنویسید.

ب) راه‌حلی ارائه کنید که بتوان بین هر دو عدد گویا، ۱۰۰ عدد گویا یافت.

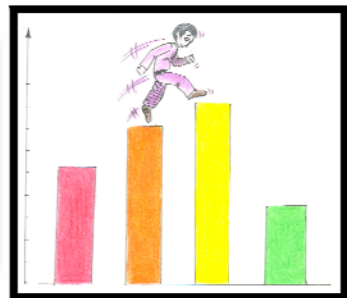
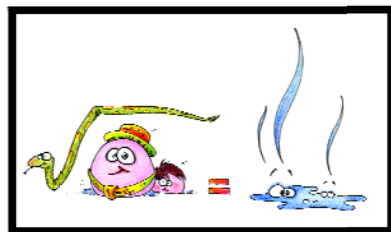
۹- الف) بین  $\sqrt{2}$  و ۷ هشت عدد گویا بنویسید.

ب) راه‌حلی ارائه کنید که بتوان بین یک عدد گنگ و گویا، ۱۰۰ عدد گویا یافت.

۱۰- الف) بین  $\sqrt{2}$  و ۷ هشت عدد گنگ بنویسید.

ب) راه‌حلی ارائه کنید که بتوان بین یک عدد گنگ و گویا، ۱۰۰ عدد گنگ یافت.

۱۱- زینت می‌گوید بین هر دو عدد، بی‌شمار عدد گنگ و گویا وجود دارد. آیا حرف زینت درست است؟ توضیح دهید.

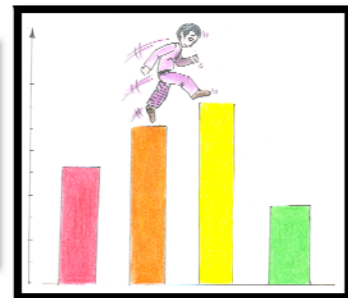
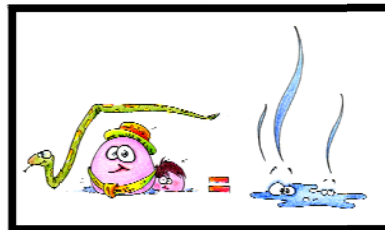


آمار

تحلیل اطلاعات

۱۲- یک دانش آموز دانشمند، برای آزمایش زیست خود طول کرم های باغچه ی خانه شان را اندازه گرفت.





او اطلاعات به دست آمده درباره‌ی این صد و یک کرم را به این ترتیب دسته‌بندی کرد:

۳۱ کرم به طول  $\frac{3}{1}$ ، ۱۹ کرم به طول  $\frac{3}{2}$ ، ۱ کرم به طول  $\frac{3}{3}$ ، ۱۰ کرم به طول  $\frac{3}{4}$ ، ۲۰ کرم به طول  $\frac{3}{5}$ ، ۱۵ کرم به طول  $\frac{3}{7}$  و ۵ کرم به طول ۴ سانتی متر.

با توجه به این اطلاعات به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) بیشتر کرم‌ها چه طولی داشته اند؟

ب) میانه‌ی این آزمایش چه عددی است؟

دقت کنید که میانه عددی است که نصف کرم‌ها از آن بلندتر و نصف دیگر کرم‌ها از آن کوتاه‌ترند.

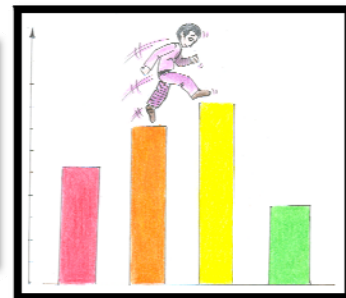
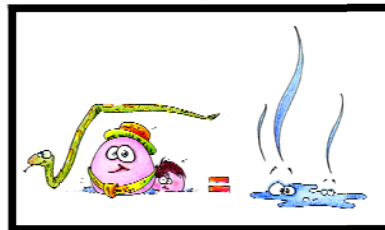
پ) میانگین طول کرم‌ها چقدر است؟

۱۳- امتحان ریاضی سختی در یک کلاس ۲۵ نفره برگزار شد. بعد از تصحیح اوراق توسط معلم کلاس، معلم نتایج امتحان را برای اولیای دانش‌آموزان این گونه بیان کرد که:

امتحانی که برای فرزندان شما برگزار شد، امتحان سختی بود اما خوش‌بختانه بیشتر دانش‌آموزان در این آزمون، حداکثر نمره (یعنی ۲۰) را کسب کردند که این مایه‌ی سرافرازی و سربلندی مدرسه است.

و به این ترتیب اولیا احساس بسیار خوبی نسبت به مدرسه و اوضاع ریاضی دانش‌آموزان پیدا کردند.



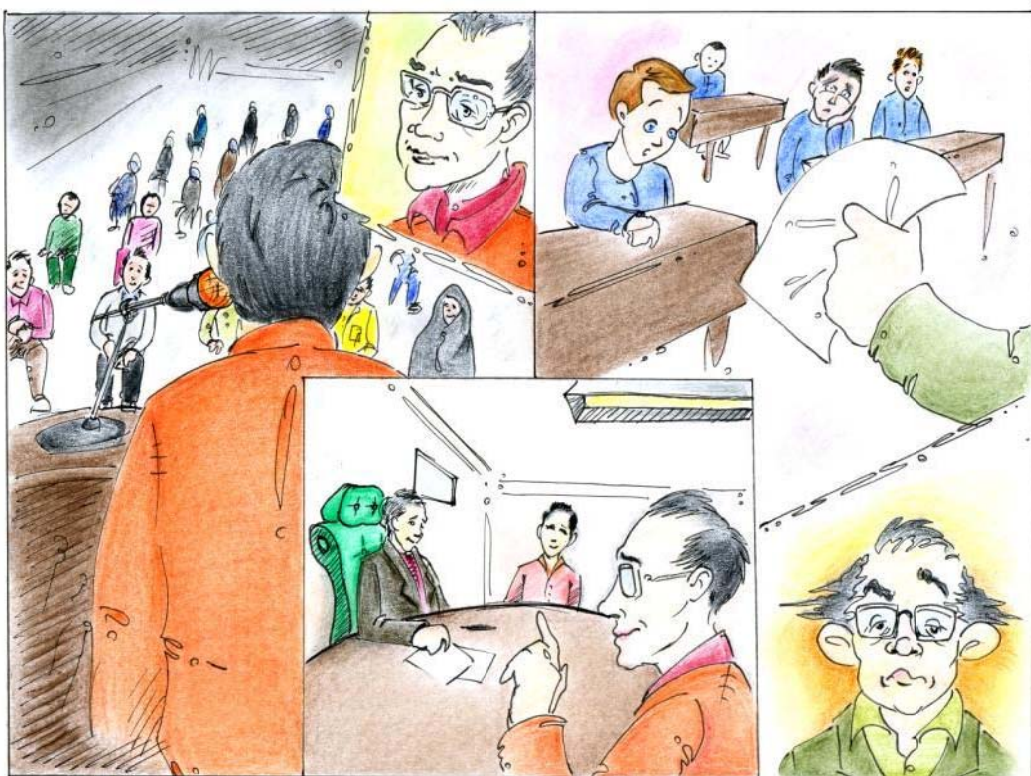


معلم چند روز بعد در جلسه‌ای که با مدیر و گروه ریاضی مدرسه داشت، نتایج را به گونه‌ای دیگر تفسیر کرد و گفت:

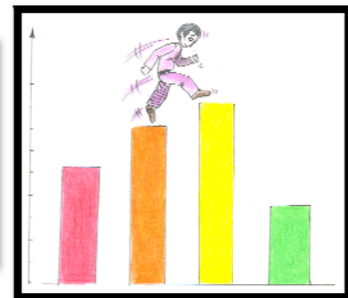
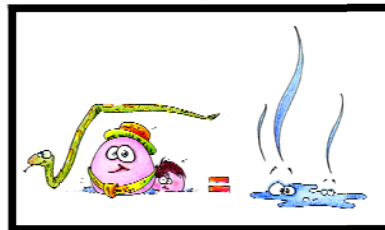
خدا را شاکر هستیم که در این امتحان ریاضی سخت گروه ریاضی مدرسه نتیجه‌زحماتی را که برای دانش‌آموزان کشیده بود گرفت و بیش از نصف دانش‌آموزان کلاس ۱۸ و بالاتر از آن شدند.

اما همین معلم، در جمع دانش‌آموزان کلاس با نارضایتی اعلام کرد که:

وضعیت ریاضی شما با توجه به نتیجه‌ی امتحان اصلاً راضی‌کننده نیست زیرا میانگین نمرات شما در آزمون ۹ شده و می‌بایست تلاش خود را کرده تا پایان سال نتیجه‌ی بهتری بگیرید.







با توجه به این نکته که می‌دانیم تمام معلم‌های ریاضی دنیا راست‌گو هستند به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) با استناد به سخنان این معلم، به نظر شما، نتایج دانش‌آموزان این کلاس در این آزمون بالاخره مثبت بوده یا منفی؟ توضیح دهید.

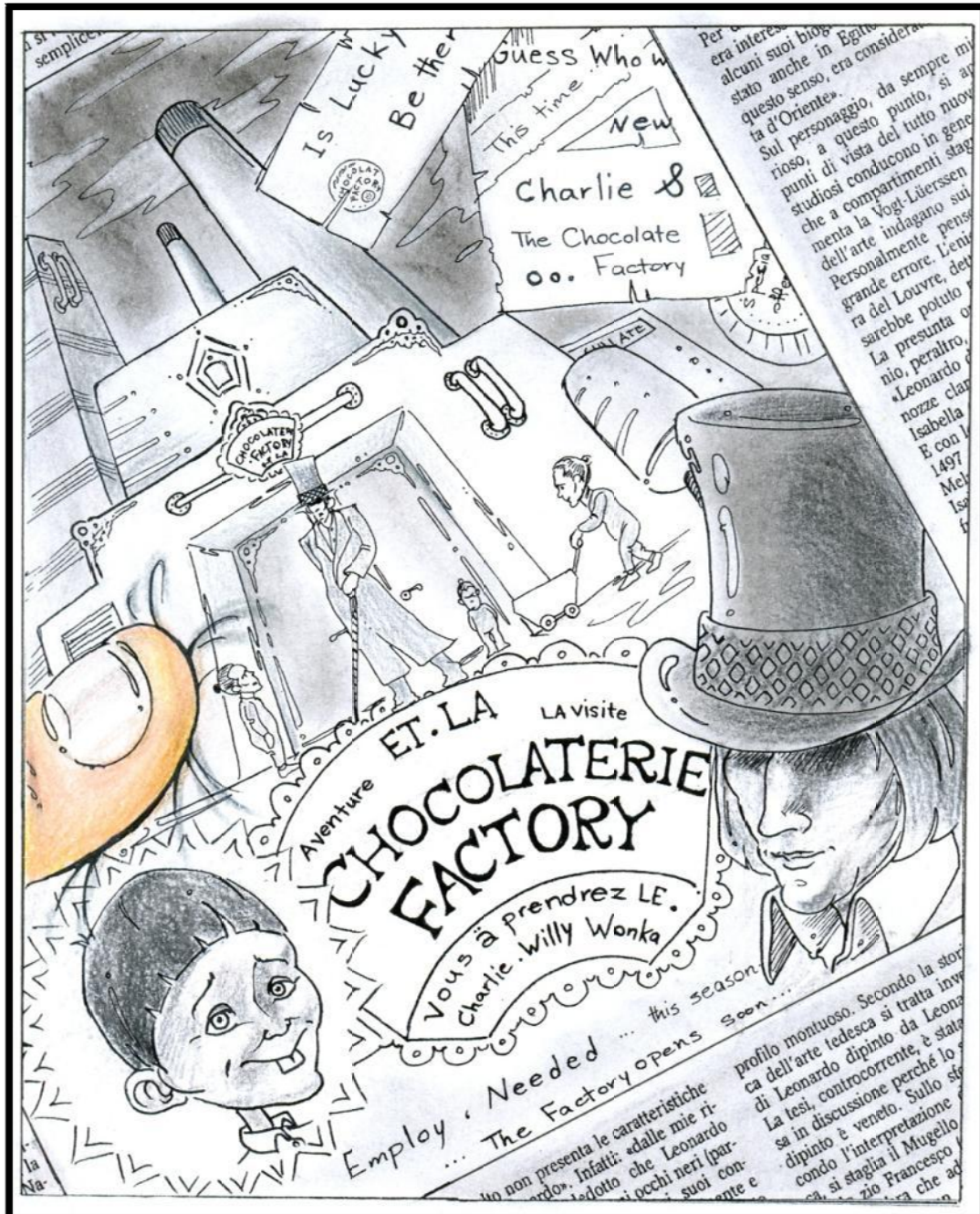
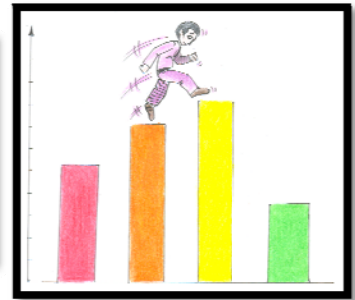
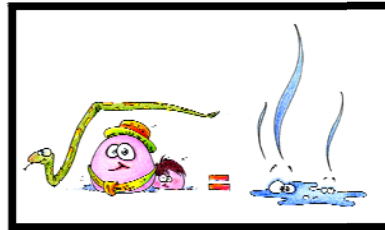
ب) جدول از نمراتی که دانش‌آموزان این کلاس در این آزمون کسب کرده‌اند تشکیل دهید به گونه‌ای صحت سخنان معلم را نشان دهند یعنی اولاً بیشتر دانش‌آموزان در این آزمون، حداکثر نمره (یعنی ۲۰) را کسب کرده، ثانیاً بیش از نصف دانش‌آموزان کلاس ۱۸ و بالاتر از آن شده باشند و ثالثاً میانگین نمرات آن‌ها در آزمون ۹ باشد.

۱۴- الف) آلفردو<sup>۵</sup> در یک روزنامه به دنبال کار می‌گشت تا اینکه آگهی زیر را خواند.

مژده به متقاضیان کار

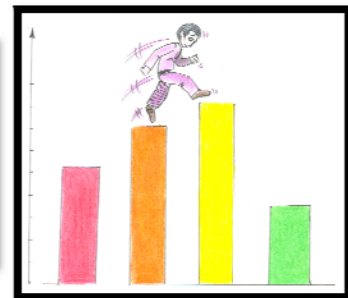
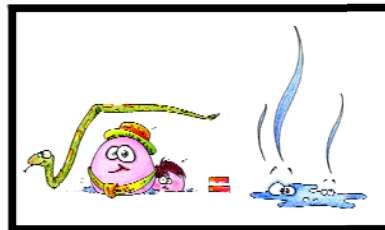
شرکت شکلات‌سازی چارلی و شرکا به منظور تست مزه‌ی شکلات‌های خود به چند متخصص شکلات‌خوری شکمو نیازمند است.

<sup>۵</sup> Alfredo



www.Amouzehshad.com

ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه‌ی دانش آموز - فصل چهارم



آلفردو با توجه به این که چنین ویژگی را در خود می‌دید که بتواند در این شرکت استخدام شود و در ضمن از مزایای دیگر این شغل که همان خوردن شکلات است بهره‌برد تصمیم گرفت که حتماً در آزمون استخدام، شرکت کند. اما او نگران حقوق خود در شرکت بود که ناگهان در همان روزنامه مصاحبه‌ی مدیر این شرکت را خواند که در آن رئیس شرکت گفته بود:

در شرکت کوچک ما، ۲۵ کارمند وجود دارند و بقیه‌ی کارها ماشینی انجام می‌گیرد ولی برای ما کارمندان مهمترین جزء شرکت هستند و حقوق بالایی هم دریافت می‌کنند و گواه آن این- که میانگین حقوق کارمندان شرکت ما امسال، یک میلیون و ۱۴۰ هزار تومان در ماه می‌باشد.

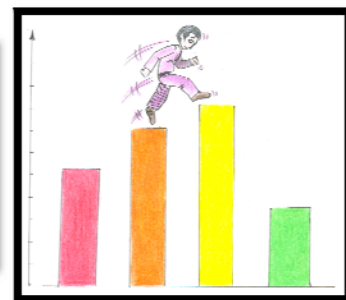
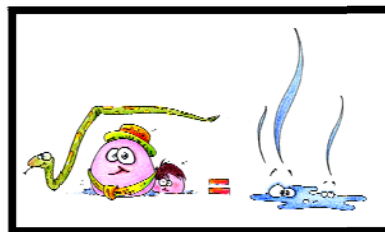
به نظر شما اگر آلفردو در این شرکت استخدام شود حقوقش تقریباً چقدر خواهد بود؟ (دقت کنید که آمار شرکت توسط یک شرکت آماری به‌دست آمده و درست می‌باشد)

ب) آلفردو برای بررسی بیشتر شرایط این شرکت، سراغ اینترنت رفت و در یک وب‌گاه صحبت‌های معاون مالی شرکت را خواند که گفته بود:

وضعیت مالی شرکت بسیار عادلانه است و طبق آمار نیمی از کارمندان شرکت، حقوقشان بیشتر از ۶۰۰ هزار تومان در ماه است و مابقی کمتر یا مساوی این مقدار است. همان‌طور که مشخص است ما در شرکت سعی می‌کنیم سلسله‌مراتب سازمانی را رعایت کنیم.

به نظر شما اگر آلفردو در این شرکت استخدام شود حقوقش تقریباً چقدر خواهد بود؟ (دقت کنید که آمارها دقیق هستند.)

پ) آلفردو به جست‌وجوی خود در اینترنت ادامه داد و در وب‌گاهی دیگر مطلبی را از زبان نماینده‌ی کارکنان شرکت خواند:

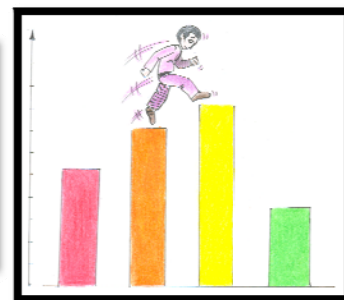
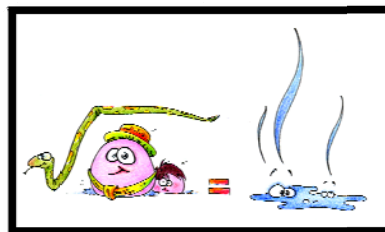


متأسفانه اوضاع مالی کارمندان شرکت اصلاً رضایت‌بخش نیست زیرا اکثر کارمندان شرکت، حقوقشان تنها ۴۰۰ هزار تومان در ماه می‌باشد و این در حالی است که کارمندان به صورت شبانه‌روزی در شرکت کار می‌کنند و جالب‌تر آن که رؤسای شرکت حقوق‌های چند میلیونی دریافت می‌کنند.

با فرض اینکه همه‌ی اطلاعات آماری شرکت درست باشد جدولی از حقوق ۲۵ نفر کارمند شرکت ترتیب دهید که با اطلاعات فوق سازگار باشد.

راهنمایی: در این شرکت ۶ رده‌ی سازمانی وجود دارد که جدول فراوانی آن‌ها در دسترس است و شما کافی است که حقوق مربوط به هر رده را بنویسید.

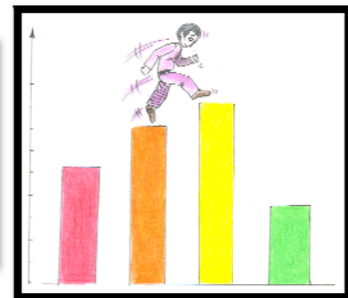
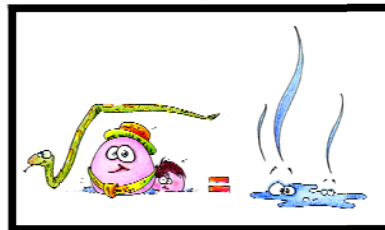
فراوانی	رده‌ی سازمانی
	رئیس شرکت
	مدیرعامل
	مدیران مالی



	مدیر بازاریابی
	معاونین مدیر
	روؤسای شعبه
	منشی رئیس
	کارگران تست شکلات

ت) کدام یک از سه اطلاع داده شده در سؤال به تنهایی برای تصمیم‌گیری کافی است و آیا مدیران شرکت دروغ گو هستند؟ توضیح دهید.





## میانگین

۱۵- آقای تفنن، یک گله با ۲۰ رأس گاو دارد که میانگین وزن این گاوها ۱۵۰ کیلوگرم می باشد. آقای تفنن برای کمک به ساخت یک مدرسه در روستای خود، ۶ رأس از گاوهای خود را فروخت. اگر میانگین وزن این ۶ گاو ۲۰۰ کیلو بوده باشد، میانگین وزن ۱۴ گاو باقی مانده چقدر است؟

۱۶- آقای تفکر، پس از محاسبه ی نمرات ریاضی یک کلاس ۲۱ نفری متوجه شد که یک نمره ی ۱۸ را فراموش کرده است وارد لیست نمرات کند. اگر او میانگین را ۱۷ به دست آورده باشد، میانگین درست نمره های کلاس چند است؟

۱۷- میانگین سن ۱۵ نفر، ۲۵ می باشد. اگر از این گروه مسن ترین و جوان ترین نفرات را حذف کنیم، میانگین ۱۳ نفر باقی مانده چه تغییری خواهد کرد؟

۱۸- میانگین نمرات ۲۰ نفر ۱۷ می باشد.

الف) حداکثر، نمره ی چند نفر از دانش آموزان می تواند ۱۶ باشد؟

ب) اگر بدانیم که تعداد دانش آموزانی که ۱۶ شده اند با تعداد دانش آموزانی که ۱۵ شده اند برابر است، حداکثر، نمره ی چند نفر ۱۶ شده است؟

۱۹- نمرات ریاضی چهار کلاس سوم ۱، سوم ۲، سوم ۳ و سوم ۴ را داریم. میانگین نمرات کلاس های سوم ۱ و سوم ۲ برابر ۱۸/۱۲، میانگین نمرات کلاس های سوم ۲ و سوم ۳ برابر ۱۷/۲۴ و میانگین نمرات کلاس های سوم ۳ و سوم ۴ برابر ۱۹/۱۱ است. میانگین نمرات کلاس های سوم ۱ و سوم ۴ چند است؟