



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ریاضی طلایه داران

سال دوم راهنمایی

فصل پنجم

کاربرد حروف

<http://www.amoozeshshad.com>

فهرست مطالب

عبارت‌های جبری	۱
جانگهدار	۱
تمرین	۴
نکاتی در مورد عبارت‌های جبری	۸
ساده کردن عبارت‌های جبری	۱۰
تمرین	۱۲
معادله	۱۴
حل معادله	۱۵
تعداد جواب‌های یک معادله	۱۸

داستان بقالی	۲۰
داستان پیتزا	۲۳
داستان رستوران	۲۸
داستان تصادف	۳۱
چند خاصیت تساوی	۴۰
روش حل معادله	۴۲
تمرین	۴۵
مختصات	۴۸
به دست فنگ	۴۸
مختصات جغرافیایی	۴۹
نبرد دریایی	۵۲
صفحه‌ی مختصات دکارتی	۵۴
روپاد	۵۶
تمرین	۵۷
بردار انتقال	۵۹
نمایش بردار انتقال	۶۱
تمرین	۶۲
برگه‌ی مربوط به بازی نبرد دریایی	۶۵



جانگهدار

می‌خواهیم مفهومی را تعریف کنیم به نام «جانگهدار».

جانگهدار موجودی است که جا نگه می‌دارد!! این تعریف ساده‌تر از آن است که بخواهیم آن را شرح دهیم. در زیر چند مثال از جانگهدار را می‌آوریم.

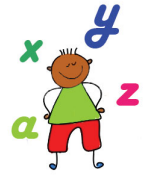
داریوش کاپیتان فوتبال کلاس باید یک تیم برای شرکت در مسابقات فوتبال به مسئولین مدرسه معرفی کند. ولی او در انتخاب دروازه‌بان تیم دچار مشکل شده است. داریوش برای پست دروازه‌بانی باید یک نفر را معرفی کند؛ ولی تعداد کسانی که می‌توانند در این پست بازی کنند زیاد است. او باید از بین سه‌نند، هومن، سروش و محمد یکی را انتخاب کند. مسئولین مدرسه هم گفته‌اند داریوش سریع‌تر تیم خود را معرفی کند. بنابراین داریوش تیم را بدون دروازه‌بان معرفی کرد و از مسئولین مدرسه درخواست کرد که بعداً دروازه‌بان را معرفی کند.

X	دروازه‌بان
داریوش	دفاع آخر
بردیا	هافبک
احسان	هافبک
علی‌رضا	نوک حمله
فرشاد	ذخیره ۱
محسن	ذخیره ۲

در مثال بالا X جانگهدار است. کسانی که می‌توانند در جای X قرار بگیرند عبارت‌اند از سه‌نند، هومن، سروش و محمد. بنابراین X یک جانگهدار اسمی است. یعنی موجوداتی که می‌توانند به جای X قرار بگیرند اسمی دانش‌آموزان هستند.

در ریاضیات معمولاً جانگهدارها با حروف انگلیسی نشان داده می‌شوند. به این جانگهدارها «متغیر» می‌گوییم.





مثال: می‌خواهیم در رابطه‌ی زیر به جای جانگهدار (یا متغیر x) اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را قرار دهیم.

$$3x^2 + 4x + 2$$

$$3x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{x=1} 3 \times 1^2 + 4 \times 1 + 2 = 3 + 4 + 2 = 9$$

$$3x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{x=2} 3 \times 2^2 + 4 \times 2 + 2 = 12 + 8 + 2 = 22$$

$$3x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{x=3} 3 \times 3^2 + 4 \times 3 + 2 = 27 + 12 + 2 = 41$$

$$3x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{x=4} 3 \times 4^2 + 4 \times 4 + 2 = 48 + 16 + 2 = 66$$

$$3x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{x=5} 3 \times 5^2 + 4 \times 5 + 2 = 75 + 20 + 2 = 97$$

می‌بینیم که با قرار دادن اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ به جای متغیر x ، به اعداد ۹، ۲۲، ۴۱، ۶۶ و ۹۷ خواهیم رسید.

در این مثال x یک متغیر عددی است که به جای آن اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را قرار دادیم.

مثال: عدد دلخواهی را در نظر بگیرید. آن را در ۱۱ ضرب کنید. به حاصل ضرب، ۳ را اضافه کنید. سپس

عدد به دست آمده را در ۹ ضرب کنید و حاصل را با ۱۳ جمع کنید. اگر عدد به دست آمده را تقسیم بر

۹۹ بکنید، باقیمانده تقسیم عدد ۴۰ خواهد شد. چرا؟

به عنوان نمونه عدد ۸ را در نظر بگیرید:

$$8 \times 11 = 88$$

$$88 + 3 = 91$$

$$91 \times 9 = 819$$

$$819 + 13 = 832$$

$$\begin{array}{r|l} 832 & 99 \\ - 792 & 8 \\ \hline & 40 \end{array}$$





کاربرد حروف

تمام این جملاتی که به صورت فارسی بیان کردیم را می توان با کمک یک متغیر به صورت جبری نوشت و یک عبارت جبری به دست آورد. عبارت جبری، عبارتی است که در آن تعدادی جانگهدار یا متغیر وجود داشته باشد.

b	عدد دلخواهی در نظر بگیرید.
$11b$	آن را در ۱۱ ضرب کنید.
$11b + 3$	به حاصل ضرب، ۳ را اضافه کنید.
$9(11b + 3)$	سپس عدد به دست آمده را در ۹ ضرب کنید.
$9(11b + 3) + 13$	حاصل را با ۱۳ جمع کنید.
$99b + 27 + 13$	
$99b + 40$	

$$\begin{array}{r|l}
 99b + 40 & 99 \\
 -99b & b \\
 \hline
 40 &
 \end{array}$$

در نمونه ای که صفحه ی قبل به آن اشاره شد، $b = 8$ بود.





تمرین

۱. اگر $x \in \{1, 2, 3\}$ و $y \in \{-1, 0, 1, 2\}$ باشند، در هر قسمت حاصل چه اعدادی می‌توانند باشند.

الف) $6x + 2$

ب) $9y^2 - 4$

ج) $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 + 2x + 2x^2$

د) $9x^2 + 2y$

ه) $\frac{x + y}{x - y + 10}$

۲. اگر در عبارت جبری $2x^2 + 29$ به جای متغیر x اعداد $\{0, 1, 2, \dots, 28\}$ را قرار دهید، حاصل آن

یک عدد اول خواهد شد. اما اگر به جای x عدد ۲۹ را قرار دهید، یک عدد مرکب به دست می‌آید.

به جای x اعداد خواسته شده را قرار دهید و حاصل را به دست آورید.

$$2x^2 + 29 \xrightarrow{x=0}$$

$$2x^2 + 29 \xrightarrow{x=1}$$

$$2x^2 + 29 \xrightarrow{x=2}$$

$$2x^2 + 29 \xrightarrow{x=10}$$

$$2x^2 + 29 \xrightarrow{x=29}$$

$$2x^2 + 29 \xrightarrow{x=30}$$





کاربرد حروف

۳. فرض کنید A یک عدد طبیعی است که n رقم دارد. ریاضی دان‌ها ثابت کرده‌اند که اگر اعداد طبیعی

از ۱ تا A را در یک خط کنار هم بنویسیم، یک عدد $n(A+1) - \frac{10^n - 1}{9}$ رقمی به وجود می‌آید.

به عنوان مثال ۱۶ یک عدد طبیعی است که ۲ رقم دارد. اگر اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۶ را در یک خط

کنار هم بنویسیم، یک عدد ۲۳ رقمی به وجود می‌آید. زیرا

$$n(A+1) - \frac{10^n - 1}{9} \xrightarrow[n=2]{A=16} 2(16+1) - \frac{10^2 - 1}{9} = 34 - 11 = 23$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶

الف) اگر اعداد طبیعی از ۱ تا ۸۹ را در یک خط کنار هم بنویسیم، یک عدد چند رقمی به وجود می‌آید؟

ب) اگر اعداد طبیعی از ۱ تا ۳۸۹ را در یک خط کنار هم بنویسیم، یک عدد چند رقمی به وجود

می‌آید؟

ج) اگر اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۳۸۹ را در یک خط کنار هم بنویسیم، یک عدد چند رقمی به وجود

می‌آید؟

د) اگر می‌خواهید بدانید رابطه‌ی $n(A+1) - \frac{10^n - 1}{9}$ از کجا آمده است، می‌توانید مقاله‌ی «تعداد

رقم‌ها» را از روی وب‌گاه ریاضی سمپاد مطالعه کنید.

۴. قضیه ویلسون: اگر P عددی اول باشد، آنگاه عبارت جبری $1 + 2 \times 3 \times \dots \times (P-1) + 1$ بر

عدد P بخش پذیر است.

به عنوان مثال اگر $P = 5$ باشد، آنگاه $1 + 2 \times 3 \times 4 + 1$ یعنی ۲۵ بر ۵ بخش پذیر است. این

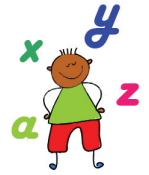
قضیه را برای اعداد اول زیر بررسی کنید.

الف) $P = 7$

ب) $P = 11$

ج) $P = 13$





۵. فرض کنید دو عدد دو رقمی داریم مانند x و y . ابتدا «متنم» x و y را از عبارت‌های جبری

$$a = 100 - x \text{ و } b = 100 - y \text{ به دست می‌آوریم. } a \text{ را متنم } x \text{ و } b \text{ را متنم } y \text{ می‌نامیم.}$$

به عنوان مثال اگر $x = 94$ و $y = 97$ باشند، آنگاه می‌توان نوشت:

$$a = 100 - 94 = 6 \quad \text{و} \quad b = 100 - 97 = 3$$

یعنی متنم ۹۴ عدد ۶ و متنم ۹۷ عدد ۳ خواهد شد.

اگر بخواهیم $x \times y$ را محاسبه کنیم، می‌توان از عبارت جبری زیر استفاده کرد.

$$xy = (100 - a - b) \times 100 + ab$$

به عنوان مثال اگر بخواهیم 94×97 را حساب کنیم می‌توانیم از عبارت جبری بالا کمک بگیریم.

$$94 \times 97 = (100 - 6 - 3) \times 100 + 6 \times 3 = 91 \times 100 + 18 = 9118$$

الف) حاصل ضرب‌های زیر را با استفاده از عبارت جبری بالا به دست آورید.

$$96 \times 91 =$$

$$88 \times 93 =$$

$$76 \times 92 =$$

ب) اگر می‌خواهید بدانید رابطه‌ی $xy = (100 - a - b) \times 100 + ab$ از کجا آمده است، می‌توانید

مقاله‌ی «یک رابطه برای حاصل ضرب دو عدد» را از روی وب‌گاه ریاضی سمپاد مطالعه کنید.

۶. کرایه‌ی یک تاکسی به این ترتیب حساب می‌شود. ۵۰۰ تومان ورودی و برای هر دقیقه ۵۰ تومان. اگر

شخصی n دقیقه سوار تاکسی باشد، کرایه‌اش چقدر می‌شود؟





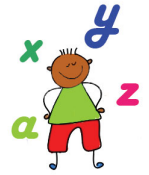
کاربرد حروف

۷. عدد دلخواهی را در نظر بگیرید. آن را در ۲۲ ضرب کنید و به آن ۴ را اضافه کنید. سپس عدد به دست آمده را در ۳ ضرب کنید و حاصل را با ۱۴ جمع کنید. عدد به دست آمده را تقسیم بر ۶۶ کنید. باقیمانده تقسیم برابر ۲۶ خواهد شد. چرا؟

۸. از یک نفر بخواهید رقم دهگان سن خود را در ۵ ضرب کند و عدد ۳ را به آن اضافه کند. نتیجه را در عدد ۲ ضرب کند و سپس رقم یکان سن خود را به آن اضافه کند و نتیجه را به شما بگوید. شما حاصل به دست آمده را در ذهن خود منهای ۶ کنید و نتیجه را به عنوان سن آن شخص به وی اعلام کنید. با استفاده از عبارتهای جبری توضیح دهید که چرا همیشه چنین نتیجه‌ای به دست می‌آید.

۹. از یک نفر بخواهید دو رقم سمت راست سال تولدش را در ۲۰ ضرب کند و سپس جواب را با ۷۷ جمع کند. حاصل را ۵ برابر کند و با عددی که ماه تولدش را نشان می‌دهد جمع کند. سپس حاصل به دست آمده را ۲۰ برابر کند و دوباره با ۷۷ جمع کند. نتیجه را در ۵ ضرب کند و روز تولدش را به آن اضافه کند؛ و نتیجه را به شما اعلام کند. شما هم حاصل به دست آمده را در ذهن خود منهای ۳۸۸۸۵ کنید. با عدد به دست آمده به راحتی می‌توانید تاریخ تولد آن شخص را به وی بگویید. با استفاده از عبارتهای جبری توضیح دهید که چرا چنین کاری ممکن است.





نکاتی در مورد عبارت‌های جبری

در فصل مجموعه‌ی عددهای صحیح، نکاتی را در مورد چهار عمل اصلی و همچنین ترتیب عمل‌ها در محاسبات یاد گرفتید.

تمام آنچه که در آن فصل در مورد عددهای صحیح گفته شد، می‌توان در این فصل و در مورد عبارت‌های جبری تکرار کرد.

عبارت جبری زیر را در نظر بگیرید.

$$15x^2 + 6x - 5$$

این عبارت در واقع به این صورت است.

$$15 \times x^2 + 6 \times x - 5$$

می‌دانیم x یک متغیر عددی است. یعنی x یک جانگهدار عددی است. یعنی x جای یک عدد را نگه داشته است، پس زمانی که بخواهیم در یک عبارت جبری به محاسبات عددی پردازیم، تمام آنچه که در فصل اول در مورد چهار عمل اصلی و ترتیب عمل‌ها در محاسبات گفته شد، در اینجا هم می‌توان گفت.

فرض کنید در عبارت $15x^2 + 6x - 5$ به جای x مقدار ۲ را قرار دهیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 15x^2 + 6x - 5 &= 15 \times x^2 + 6 \times x - 5 \xrightarrow{x=2} 15 \times 2^2 + 6 \times 2 - 5 \\ &= 60 + 12 - 5 \\ &= 67 \end{aligned}$$

همچنین می‌دانیم که عمل تفریق را می‌توان به عمل جمع تبدیل کرد و عمل تقسیم را می‌توان به عمل ضرب تبدیل کرد.

$$a - b = a + (-b) \quad \text{و} \quad a \div b = a \times \frac{1}{b}$$





کاربرد حروف

به مثال‌های زیر توجه کنید.

ریاضی
طلایه‌داران - سال دوم راهنمایی

$$\text{الف) } 5x - 2y + 6y - 2x = 5x + (-2y) + 6y + (-2x)$$

$$= 5x + (-2x) + 6y + (-2y)$$

$$= 5x - 2x + 6y - 2y$$

$$\text{ب) } 5x + 16x^4 \div 2x = 5x + 16x^4 \times \frac{1}{2x} \quad x \neq 0$$

$$= 5x + \frac{16x^4}{2x} \quad x \neq 0$$

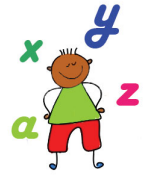
$$= 5x + \frac{16 \times x^4}{2 \times x} \quad x \neq 0$$

$$= 5x + \frac{16 \times x \times x \times x \times x}{2 \times x} \quad x \neq 0$$

$$= 5x + 8 \times x \times x \times x \quad x \neq 0$$

$$= 5x + 8x^3 \quad x \neq 0$$





ساده کردن عبارت‌های جبری

وقتی ۴ تا سیب داشته باشیم و ۲ تای دیگر به آن‌ها اضافه کنیم، ۶ تا سیب خواهیم داشت.



وقتی ۴ تا x داشته باشیم و ۲ تای دیگر به آن‌ها اضافه کنیم، ۶ تا x خواهیم داشت.

$$(x + x + x + x) + (x + x) = (x + x + x + x + x + x)$$

۴ تا x را با $4x$ نشان می‌دهیم. زیرا:

$$x + x + x + x = 4 \times x = 4x$$

۲ تا x را هم با $2x$ نشان می‌دهیم. زیرا:

$$x + x = 2 \times x = 2x$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$4x + 2x = 6x$$

حال فرض کنید ۴ تا سیب و ۲ تا پرتقال داشته باشیم و از آن‌ها ۲ تا سیب برداریم و ۳ تا پرتقال به آن‌ها اضافه کنیم. در نهایت ۲ تا سیب و ۵ تا پرتقال خواهیم داشت.



۴ تا x و ۲ تا y داریم و از آن‌ها ۲ تا x کم می‌کنیم و به آن‌ها ۳ تا y اضافه می‌کنیم. در نهایت ۲ تا x و ۵ تا y خواهیم داشت.

$$4x + 2y - 2x + 3y = 2x + 5y$$





کاربرد حروف

عبارت جبری $4x + 2y - 2x + 3y$ ، چهار جمله دارد که آن جملات عبارت‌اند از $4x$ ، $2y$ ، $2x$ و $3y$. از طرفی عبارت جبری $2x + 5y$ دارای دو جمله است که عبارت هستند از $2x$ و $5y$. زمانی که بتوانیم تعداد جملات یک عبارت جبری را کاهش دهیم، در واقع آن عبارت را «ساده» کرده‌ایم.

در مثال بالا $2x + 5y$ ساده شده‌ی عبارت جبری $4x + 2y - 2x + 3y$ است.

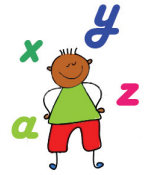
تنها نکته‌ای که در ساده کردن عبارت‌های جبری باید به آن توجه شود، این است که تشخیص دهیم کدام جمله‌ها شبیه هم هستند. پیدا کردن جمله‌های شبیه هم (یا متشابه) در یک عبارت جبری کار دشواری نیست. در عبارت $4x + 2y - 2x + 3y$ ، جمله‌های $4x$ و $2x$ باهم متشابه هستند. همچنین $2y$ و $3y$ نیز باهم متشابه هستند. بنابراین برای ساده کردن عبارت جبری $4x + 2y - 2x + 3y$ ، جمله‌ی $4x$ را از $2x$ کم می‌کنیم و سپس $2y$ را با $3y$ جمع می‌کنیم که حاصل آن می‌شود $2x + 5y$.

در واقع برای ساده کردن یک عبارت جبری، سیب‌ها را باهم ساده می‌کنیم و پرتقال‌ها را باهم!!

واقعیت امر این است که در واقع ساده کردن یک عبارت جبری به کمک فاکتورگیری انجام می‌شود.

$$\begin{aligned}4x + 2y - 2x + 3y &= 4x - 2x + 2y + 3y \\&= (4x - 2x) + (2y + 3y) \\&= (4 - 2)x + (2y + 3y) \\&= (4 - 2)x + (2 + 3)y \\&= 2x + 5y\end{aligned}$$





تمرین

۱. کدام یک از جملات زیر با هم متشابه‌اند؟

$$6x, 6xy, 8x, 3, 4xy^2, -2xy, -100, 15xy^2$$

$$3x^2y, 19x, -xy, x, 9y, 2y, 16xy, 0$$

۲. عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

الف) $18x + 10y - 8x + y - 3x$

ب) $94x + 13xy - 44x - 9xy + 8y$

ج) $\frac{3}{7}x - \frac{3}{7}y - \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y$

د) $8(a - 2y) + 4(4y - 2a)$

ه) $3(x - 2z) - (8x - 4z) - 3(x - 2z)$

و) $9(x - x^2 + 1) + 6x(2x - 4) + 16$

ز) $8x + \frac{6x^2}{x} - 2x^2 \left(\frac{5}{x} + \frac{2x^2}{x^3} \right) \quad x \neq 0$

ح) $\frac{8a^6b^4x^8}{2a^3b^8x^8} + \frac{12a^3b^5y^2}{3b^8y^2} \quad a, b, x, y \neq 0$

۳. جاهای خالی را به‌طور مناسب پر کنید.

الف) $12m + \text{-----} - 3k + \text{-----} = 3m + 3k$

ب) $6(2x + \text{-----}) - 2(\text{-----} + 3y) = 6x + 6y$





کاربرد حروف

۴. یک عدد در نظر بگیرید. ۱۱ واحد به آن اضافه کنید. مجموع را در ۲ ضرب کنید و از حاصل ضرب

۲۰ واحد کم کنید. آنچه را که به دست آمده در ۵ ضرب کنید و از حاصل ضرب، ۱۰ برابر عددی که در ابتدا در نظر گرفته بودید، کم کنید. حاصل برابر ۱۰ خواهد شد.

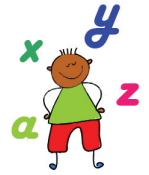
با استفاده از رابطه‌های جبری توضیح دهید که چرا همیشه به عدد ۱۰ می‌رسید.

۵. سه رقم انتخاب کنید به طوری که همگی مخالف صفر باشند. با این سه رقم شش عدد دو رقمی

مختلف درست کنید. مجموع این عددهای دو رقمی را بر مجموع سه رقم انتخابی تقسیم کنید. حاصل برابر ۲۲ خواهد شد.

با استفاده از رابطه‌های جبری توضیح دهید که چرا همیشه به عدد ۲۲ می‌رسید.





معادله

هرگاه یک عبارت جبری مساوی یک عبارت جبری دیگر (و یا یک عدد) شود، معادله تشکیل می‌شود. در زیر چند نمونه معادله می‌بینید.

$$۱۵x - ۴ = ۵$$

$$۱۸x^2 - ۳xy = ۱۲x - ۴yx$$

$$x^5 + ۲x^4 + ۳x^3 + ۴x^2 + ۵x + ۶ = -۶ - ۵y - ۴y^2 - ۳y^3 - ۲y^4 - y^5$$

$$x^5 + ۲x^4 + ۳x^3 + ۴x^2 + ۵x + ۶ = ۷$$

$$z = ۱۸x^5 - ۴t$$

هر کدام از تساوی‌های بالا یک معادله است. معادله یعنی «معادل شدن» یک عبارت جبری با یک عبارت جبری دیگر (و یا یک عدد). در تساوی $۱۵x - ۴ = ۵$ ، عبارت جبری $۱۵x - ۴$ معادل است با ۵. این معادله دارای یک متغیر x است.

در تساوی $۱۸y^2 - ۳xy = ۱۲x - ۴yx$ ، عبارت جبری $۱۸y^2 - ۳xy$ معادل است با عبارت جبری $۱۲x - ۴yx$. این معادله دارای دو متغیر x و y است.

۱. در کدام یک از موارد زیر معادله نمی‌بینید؟ در معادله‌هایی که وجود دارند، تعیین کنید چه چیزی معادل چه چیزی است. همچنین تعیین کنید که هر معادله چند متغیر دارد.

الف) $۱۱x^2 + x = ۸x - ۳x^3$

ب) $۱۲x + ۹y = ۰$

ج) $۱۳x - ۴x^2$

د) $۸x - ۴ = ۲x + ۶$

ه) $۴x - ۲ = ۲x + ۴z = ۵x + ۲y$

و) $۵x + ۴y - z = ۲۰m - ۲x + ۴y = ۲t - ۵k = x$





حل معادله

از اینجا به بعد دربارهی معادله‌هایی صحبت می‌کنیم که فقط یک متغیر دارند.

تساوی $2x^2 + 5x = x^3 - 12$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم که این تساوی یک معادله است. در این معادله عبارت جبری $2x^2 + 5x$ معادل شده است با عبارت جبری $x^3 - 12$.

در این معادله x یک متغیر عددی است. یعنی به جای x باید یک عدد قرار بگیرد.

به نظر شما آیا در تساوی یا معادله‌ی بالا به جای x می‌توان هر عددی را قرار داد؟

به عنوان نمونه در معادله‌ی بالا مقدار x را برابر با ۲ قرار می‌دهیم. در این صورت آیا تساوی بین دو عبارت جبری $2x^2 + 5x$ و $x^3 - 12$ برقرار می‌ماند؟

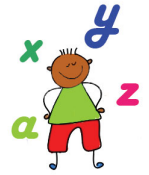
$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x = x^3 - 12 &\xrightarrow{x=2} 2 \times 2^2 + 5 \times 2 \stackrel{?}{=} 2^3 - 12 \\ &\rightarrow 2 \times 4 + 5 \times 2 \stackrel{?}{=} 8 - 12 \\ &\rightarrow 18 \stackrel{?}{=} -4 \end{aligned}$$

آیا تساوی به دست آمده برقرار خواهد بود؟؟!!

واضح است که $-4 \neq 18$ ؛ یعنی ۱۸ مساوی -4 نیست. پس ما مجاز نیستیم به جای x مقدار ۲ را قرار دهیم. یعنی عدد ۲ اجازه ندارد به جای x قرار بگیرد. حال این سؤال مطرح می‌شود:

به جای x چه عدد (و یا اعدادی) را مجاز هستیم قرار دهیم؟





۱. در معادله $x^3 - 12 = 2x^2 + 5x$ به جای x مقدارهای خواسته شده را قرار دهید و بررسی کنید که

آیا تساوی به دست آمده درست است یا نه؟

$$x = -2 \rightarrow 2 \times (-2)^2 + 5 \times (-2) \stackrel{?}{=} (-2)^3 - 12 \rightarrow 2 \times 4 + (-10) \stackrel{?}{=} -8 - 12 \\ \rightarrow 8 - 10 \stackrel{?}{=} -8 - 12 \rightarrow -2 \neq -20$$

$$x = 0 \rightarrow$$

$$x = 1 \rightarrow$$

$$x = 3 \rightarrow$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$x = 4 \rightarrow$$

اگر تمرین قبل را به طور کامل انجام دهید، ملاحظه خواهید کرد که تساوی $2x^2 + 5x = x^3 - 12$ به ازای $x = 4$ برقرار خواهد بود. یعنی اگر به جای x عدد ۴ را قرار دهیم، توانسته ایم بین دو عبارت $2x^2 + 5x$ و $x^3 - 12$ ایجاد تعادل کنیم.

حل معادله یعنی «ایجاد تعادل». ایجاد تعادل بین سمت چپ و سمت راست تساوی.

مثال: می خواهیم معادله $6 - 11x = x^3 - 6x^2$ را حل کنیم. یعنی باید عددهایی را پیدا کنیم که اگر آن

عددها را به جای x قرار دهیم، تساوی بین دو عبارت جبری $x^3 - 6x^2$ و $6 - 11x$ برقرار بماند.

ابتدا به جای x مقدار ۱- را قرار می دهیم.

$$x = -1 \rightarrow (-1)^3 - 6 \times (-1)^2 \stackrel{?}{=} 6 - 11 \times (-1) \rightarrow -7 \neq 17$$

بنابراین $x = -1$ بین دو عبارت جبری $x^3 - 6x^2$ و $6 - 11x$ ایجاد تعادل نمی کند. بنابراین $x = -1$

نمی تواند جواب معادله $6 - 11x = x^3 - 6x^2$ باشد.





کاربرد حروف

به جای x مقدار ۰ را قرار می‌دهیم.

$$x = 0 \rightarrow 0^3 - 6 \times 0^2 \stackrel{?}{=} 6 - 11 \times 0 \rightarrow 0 \neq 6$$

$x = 0$ هم نمی‌تواند جواب معادله باشد.

به جای x ، مقدار ۱ را قرار می‌دهیم.

$$x = 1 \rightarrow 1^3 - 6 \times 1^2 \stackrel{?}{=} 6 - 11 \times 1 \rightarrow -5 = -5$$

اگر $x = 1$ باشد، بین دو عبارت جبری $x^3 - 6x^2$ و $6 - 11x$ تعادل ایجاد شده است. پس $x = 1$ یک جواب برای معادله $x^3 - 6x^2 = 6 - 11x$ است.

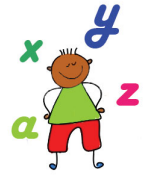
به جای x مقدار ۲ را قرار می‌دهیم.

$$x = 2 \rightarrow 2^3 - 6 \times 2^2 \stackrel{?}{=} 6 - 11 \times 2 \rightarrow -16 = -16$$

$x = 2$ هم یک جواب برای معادله $x^3 - 6x^2 = 6 - 11x$ است.

آیا می‌توانید باز هم برای این معادله جواب پیدا کنید؟ به نظر شما معادله $x^3 - 6x^2 = 6 - 11x$ چند جواب خواهد داشت؟





تعداد جواب‌های یک معادله

بعضی معادله‌ها هستند که اصلاً نمی‌توان برای آنها جواب پیدا کرد. معادله‌هایی که در زیر می‌آیند، از این نوع هستند.

$$x + 4 = x - 2$$

$$x^2 = -4$$

بعضی معادله‌ها هستند که فقط یک جواب دارند. معادله‌هایی که در زیر می‌آیند، از این نوع هستند.

$$-2x - 4 = x + 6$$

$$3x - 2 = 7$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x^2 + 6x - 4 = x^2 + 5x + 6$$

بعضی معادله‌ها هستند که فقط دو جواب دارند؛ بعضی معادله‌ها هستند که فقط سه جواب دارند و همین جور تا آخر!!

بعضی معادله‌ها هستند که به تعداد نامتناهی جواب دارند. معادله‌هایی که در زیر می‌آیند، از این نوع هستند.

$$x(x - 1) + x = x^2$$

$$3x + 4 - x = 5x - 2 + x - 4x + 6$$





کاربرد حروف

پس تکلیف ما چیست؟ از کجا بفهمیم که یک معادله چند جواب دارد؟ جواب‌های یک معادله را چگونه باید پیدا کنیم؟ اینها سؤالاتی است که به همه‌ی آنها نمی‌توان امسال پاسخ داد. چند سال برای جواب دادن به این سؤالات وقت لازم است. کمی صبور باشید!!

معادله‌هایی که امسال باید با آنها آشنا شوید و حل آنها را یاد بگیرید، معادله‌هایی هستند که فقط یک متغیر دارند و توان متغیر در آنها یک است. در زیر چند نمونه از این معادلات را مشاهده می‌کنید.

$$3x = 18$$

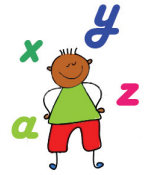
$$6x + 5x = 11$$

$$2x - 6 = 5$$

$$12y - 9 = 3y - 6$$

آیا می‌توانید چند نمونه از این معادله‌ها را خودتان بسازید؟





بقالی

حاج رحمان از اهالی محله شان و از معتمدین صنف^۱ بقال ها به حساب می آید. او چند روز پیش به سفر حج^۲ تمع رفت و اداره ی بقالی خود را به دست محسن پسر کوچکش سپرد. حاج رحمان قبل از رفتن به سفر به محسن کلی سفارش کرده بود که در حساب و کتاب به دقت عمل کند تا خدایی نکرده مدیون کسی نشوند. محسن هم به حاج رحمان قول داده بود که تمام نیروهای خود را در اداره بقالی به کار گیرد.

محسن در حساب و کتاب روش خاص خودش را داشت و به گونه ای خاص به مشتری ها جنس می فروخت. روش کار محسن این گونه بود که او هنگام تحویل جنس به مشتری ها مقداری پول هم به روی جنس آنها قرار می داد. بعضی از مشتری ها که از حساب و کتاب سر در می آوردند، متوجه کار محسن می شدند و مشکلی پیش نمی آمد. بعضی دیگر از مشتری ها از کار محسن سر در نمی آوردند؛ ولی به او اعتماد می کردند و بدون اینکه حرفی بزنند مغازه را ترک می کردند. اما بعضی از مشتری ها که زیاد اهل حساب و کتاب های پیچیده نبودند، احساس می کردند که محسن گران فروشی می کند و به شدت به او اعتراض می کردند. مهری خانم از جمله ی این افراد بود.

مهری خانم آمد و شش عدد تخم مرغ خواست. محسن هم بعد از چند لحظه کیسه ی تخم مرغ ها را گذاشت روی کفه ی ترازو تا مهری خانم آن را بردارد.

محسن: امر دیگری باشه مهری خانم؟

مهری خانم: نه... دستت درد نکنه... پولش چقدر میشه؟

محسن: قابل شما رو نداره... شما باید ۹۰۰ تومان به من بدید.

مهری خانم که به شدت عصبانی شده بود شروع کرد به داد و فریاد...

مهری خانم: هنوز هیچی نشده داری گرون فروشی می کنی؟ بچه جون چرا آبروی چندین و چند ساله ی

۱. شغل

۲. حج واجب





کاربرد حروف

حاج رحمان رو می‌بری؟ اون بنده‌ی خدا یک ذره تا حالا حلال رو حروم نکرده. تو یک دفعه

برای چی قیمت تخم مرغ رو گرون کردی؟ حاج رحمان هیچ وقت بابت شش تا تخم مرغ از من

۹۰۰ تومان نمی‌گرفت. یادمه پول شش تا تخم مرغ کمتر از این می‌شد.

مهری خانم با اکراه ۹۰۰ تومان پول به محسن داد و همچنان که مشغول غرولند^۱ بود، کیسه‌ی تخم مرغ‌ها را از

کفهی ترازو برداشت و خواست که برود که یک دفعه متوجه مقداری پول داخل کیسه شد.

مهری خانم: این پول‌ها چیه داخل کیسه‌ی تخم مرغ‌ها؟ مال کیه این پول‌ها؟

محسن: این ۶۰ تومان مال خودتونه مهری خانم.

مهری خانم: یعنی چه بچه؟

محسن: مهری خانم؛ من قیمت چیزی رو گرون نکردم. شما یه خورده زود قضاوت کردی.

مهری خانم که از کار محسن چیزی سر در نیاورده بود، نگاه آرامی به محسن انداخت...

مهری خانم: یعنی الان تو به همون قیمت قبل به من تخم مرغ فروختی؟

محسن: بله مهری خانم... خیالتون راحت.

مهری خانم: خب؛ حساب و کتابت چه جوری بوده پسرجان؟ الان از کجا قیمت هر تخم مرغ رو من می‌تونم

بفهمم؟

محسن: بذارین براتون حساب و کتاب کنم. ببینین مهری خانم؛ من به شما شش تا تخم مرغ به همراه ۶۰

تومان پول دادم. شما هم به من ۹۰۰ تومان پول دادی. خب... از این رابطه می‌تونید قیمت

هر تخم مرغ رو حساب کنید.

$$6t + 60 = 900$$

در این رابطه، t یعنی قیمت هر تخم مرغ.

مهری خانم: تی‌تی می‌تی دیگه چیه پسر. من که حالیم نمیشه چی می‌گی... باشه قبولت دارم.

۱. زیر لب شکایت کردن





محسن: گوش کن مهری خانم... بذارین بقیه اش رو هم بگم. شما 900 تومان پول دادین و من 60 تومان پس دادم. این یعنی در واقع شما بابت شش تا تخم مرغ $900 - 60$ تومان به من پول دادین؛ یعنی 840 تومان.

$$6t = 900 - 60$$

$$6t = 840$$

خب... الان 6 ، ضرب در یک عددی شده 840 تومان. حالا باید دنبال اون عدد باشیم.

قبول دارین اگه 840 رو تقسیم کنیم به 6 ، اون عدد به دست می‌یاد؟

مهری خانم: هان؟ ... چی می‌گی؟

محسن: هیچی مهری خانم؛ مثل اینکه من دارم برای خودم حرف می‌زنم. t می‌شه 140 ($t = 140$).

یعنی قیمت هر تخم مرغ 140 تومن؛ دیدین که من گرون فروشی نکردم.

مهری خانم: چی چی می‌شه 140 ؟ تی تی؟

محسن: نه مهری خانم؛ $t \dots t$ می‌شه 140 ؛ یعنی قیمت هر تخم مرغ.

مهری خانم: من رفتم ... خدا حافظ.





پیتزا

نصرت خان جلوی تلویزیون روی کاناپه^۱ نشسته و مشغول دیدن فوتبال بود. نصرت خانم همسر نصرت خان یک استکان چای ریخت و آمد کنار نصرت خان نشست و با کنترل از راه دور کانال تلویزیون را عوض کرد.

نصرت خان: |||... چی کار کردی؟ داشتم فوتبال می دیدم.

نصرت خانم: الان سریال شروع می شه. قسمت آخرشه. می خوام بینم آخرش عروسی می شه یا نه!

نصرت خان: کدوم سریال؟ همون ...

نصرت خانم: آره ... همون سریال درِ پشته^۲.

نصرت خان: باشه؛ چاره ای نیست... وقتی شما می خوای سریال ببینی، ما هم می بینیم.

اصلاً چه کاری از سریال دیدن بهتر؟ ... دستت درد نکنه؛ چای خوش رنگیه. برای خودت

چرا نریختی؟

نصرت خانم استکان چای را برداشت و یک قُلپ هم از آن خورد.

نصرت خانم: چای شما داخل قوریه... ..

نصرت خان: بله خب... چای داخل قوری تازه تره ...

نصرت خان رفت داخل آشپزخانه تا برای خودش چای بریزد ...

نصرت خان: نصرت جان... شام چی داریم؟

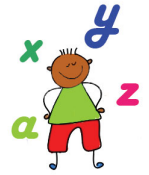
نصرت خانم: نصرت جان... شام چیزی نداریم.

نصرت خان: من گرسنه هستم. یعنی چی که شام چیزی نداریم.

۱. صندلی راحتی

۲. در اصطلاح به چیزهای کم ارزش گویند.





نصرت خانم: یعنی اینکه هم من گرسنه هستم، هم نصیر، هم ناصر. آگه یه خورده دیر پیتزافروشی سر خیابون هم تعطیل می‌کنه.

نصرت خان: نصیر، ناصر... بلند بشین برین سر خیابون شام بگیرین و بیاین. من تا حالا اونجا نرفتم. شما برین که زیاد رفتین. زباله‌ها رو هم بذارین دم در. مأمورین شهرداری الان میان.

نصرت خانم: کار خودته. اونا نشستن پای کامپیوتر و دارن بازی می‌کنن. فکر نکنم بتونی بلندشون کنی... نصرت خان: مگه دست خودشونه! الان میرم بلندشون می‌کنم.

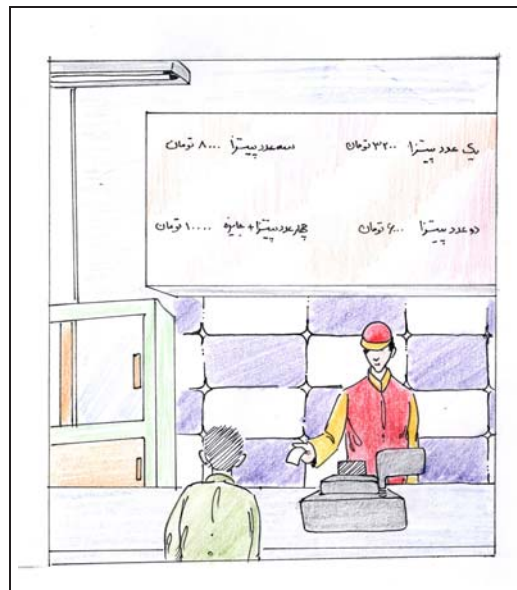
نصرت خان رفت داخل اتاق بچه‌ها و بعد از چند لحظه برگشت...

نصرت خان: خب.. بذار بچه‌ها بازی شون رو بکنن. چی کارشون داری آخه زن؟ خودم میرم غذا می‌گیرم و میام. اصلاً خوب نیست این وقت شب بچه بره بیرون...

نصرت خانم: زباله‌ها رو هم بی زحمت بگذار دم در. مأمورین شهرداری الان میانا...

چند دقیقه بعد، نصرت خان مشغول دیدن تابلویی بود که بالا سر فروشنده نصب شده بود.

یک عدد پیتزا	۳۲۰۰ تومان
دو عدد پیتزا	۶۰۰۰ تومان
سه عدد پیتزا	۸۰۰۰ تومان
چهار عدد پیتزا	۱۰۰۰۰ تومان





کاربرد حروف

نصرت خان: سلام آقا... خسته نباشید. چهار تا پیتزا لطف کنید.

فروشنده: سلام بر شما... سلامت باشید. چهار تا پیتزا... امر دیگه ای نیست؟ نوشابه؟ سالاد؟ سیب زمینی؟

نصرت خان: خیر... فقط چهارتا پیتزا... بفرمایید؛ اینم ۱۰۰۰۰ تومان پول.

فروشنده: قابل شما رو نداره... دست شما درد نکنه.

نصرت خان: این جایزه که اینجا نوشتید چی هست حالا؟

فروشنده: معلومه که شما اولین باره که از ما خرید می کنید. چون از جایزه ی ما اطلاعی ندارین.

نصرت خان: بله... همین طوره. همیشه بچه ها میان برای خرید.

فروشنده: پس تحمل بفرمایید. جایزه رو به همراه غذاها به شما تحویل می دیم.

نصرت خان با خودش مشغول فکر کردن شد که حالا جایزه چه چیز می تواند باشد؟ با خودش گفت: «فوقش به جاکلیدی یا به تقویم روی پیتزاها قرار می دن و اسمش رو هم جایزه گذاشتن.» بعد با خودش فکر کرد که قیمت هر پیتزا چند است. ولی تا از محتوای جایزه باخبر نمی شد نمی توانست قیمت هر پیتزا را در بیاورد. قیمت هر پیتزا بستگی داشت به ارزش و قیمت جایزه ای که قرار بود دریافت کند. نصرت خان با خودش فکر کرد که اگر قیمت جایزه ای که قرار بود بگیرد را از ۱۰۰۰۰ تومانی که به فروشنده داده، کم کند، می شود قیمت چهارتا پیتزا.

نصرت خان رابطه ی زیر را پشت رسیدی که از فروشنده گرفته بود، نوشت:

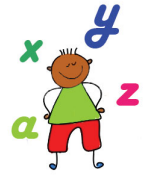
$$\text{قیمت جایزه} - ۱۰۰۰۰ = ۴ \times P$$

نصرت خان P را قیمت تمام شده ی هر پیتزا برای خودش در نظر گرفته بود.

چند دقیقه بعد، فروشنده نصرت خان را صدا زد و پنج عدد پیتزا به او تحویل داد.

نصرت خان: فکر کنم اشتباهی رخ داده. اولاً من چهارتا پیتزا می خواستم. ولی شما یک پیتزا اضافه برای





من آورده‌اید. ثانیاً جایزه را هم فراموش کردید بدهید.

فروشنده: اشتباهی رخ نداده. در این مغازه در واقع اگر کسی چهار پیتزا سفارش دهد، ما یک پیتزای دیگر به عنوان جایزه به او می‌دهیم.

نصرت خان: خب... این کار شما اسراف است. چون من چهار تا پیتزا احتیاج دارم و به پیتزای پنجم احتیاجی ندارم. همه‌ی ما باید یاد بگیریم به اندازه‌ای که احتیاج داریم مصرف کنیم. با تمام این حرف‌ها، من از شما تشکر می‌کنم. پیتزای اضافی را هم که به من دادید، در یخچال منزل قرار می‌دهم و فردا آن را می‌برم سرکار و به عنوان نهار آن را می‌خورم. دست شما درد نکند. خدانگهدار.

نصرت خان رسید منزل و اهل منزل را صدا زد.

نصرت خان: نصرت جان؛ بچه‌ها رو صدا بزن بیان. غذا سرد میشه.

نصرت خانم: احتیاجی نیست صداشون بزنیم. خودشون الان میان.

نصرت خان: آره دیگه. اون برای خرید کرده که باید یری بلندشون کنی. برای خوردن خودشون بلند می‌شن... راست می‌گی.

نصرت خانم: دیدی گفتم آخر سریال اون دوتا عروسی می‌کنن!

نصرت خان: خسته نباشی؛ واقعاً هنر کردی که تونستی این اتفاق رو پیش‌بینی کنی.

نصرت خانم: حالا چرا پنج تا پیتزا گرفتی؟ دستت درد نکند. می‌دونستم که به فکر غذای فردا ظهر من هستی. بچه‌ها که مدرسه هستن. تو هم که سرکار هستی. خدا عمرت بده چه شوهر خوبی هستی.





کاربرد حروف

نصرت خان رسید خرید رو از جیبش در آورد تا محاسبات خود را کامل کند. او رابطه‌ی «قیمت جایزه - $4P = 10000$ » را این گونه اصلاح کرد.

$$4P = 10000 - P$$

ولی هر چقدر فکر کرد، نتوانست بفهمد که P باید چند باشد.

نصرت خانم آمد بالای سر نصرت خان.

نصرت خانم: چی کار داری می کنی؟

نصرت خان: می خوام بینم قیمت هر پیتزا چند در اومده.

نصرت خانم: مگه پنج تا پیتزا نگرفتی؟

نصرت خان: بله.

نصرت خانم: مگه 10000 تومان پول ندادی؟

نصرت خان: بله.

نصرت خانم: الان تو توو چی گیر کردی؟

نصرت خان با خودش گفت: راست می گه ها. این که خیلی ساده است. پنج تا پیتزا گرفتم. 10000 تومان

هم پول دادم. یعنی $5P = 10000$.

پس رابطه‌ی $4P = 10000 - P$ به راحتی تبدیل میشه به رابطه‌ی $5P = 10000$.

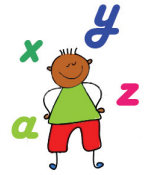
خب؛ 5 ضرب در یک عددی، شده 10000 . پس اون عدد باید 2000 باشه. یعنی 10000 تقسیم بر 5 .

پس $P = 2000$ می شه. یعنی هر پیتزا شده دونه‌ای 2000 تومان.

نصرت خانم: چی شد؛ مشکلت حل شد؟

نصرت خان: پس این بچه ها چرا نیومدن!!!





رستوران

امین می خواهد به مناسبت ازدواجش به دوستانش شام بدهد. برای همین امین تصمیم می گیرد این کار را در یک رستوران انجام دهد. او به یکی از رستوران های شهر رفت تا برای هفته ی بعد چند میز را رزرو کند و نوع غذا و نوع پذیرایی را هم تعیین کند. امین تصمیم گرفت از دوستانش به صورت منوی باز^۱ پذیرایی کند. یعنی از مدیر رستوران درخواست کرد تا برای روز مهمانی ۲۴ کیلو از انواع غذاهای گوشتی را برایشان آمده کند و در یک میز جدا بچینند تا مهمان ها خودشان غذایشان را انتخاب کنند.

مدیر رستوران یک برگه را برای عقد قرارداد به امین داد و به امین گفت که تمام موارد داخل قرارداد را مطالعه کند. امین هم به صورت خیلی سریع نگاهی به قرارداد انداخت و پایین آن را امضاء کرد. سپس مدیر رستوران به عنوان بیعانه^۲ مبلغ ۵۰۰۰۰ تومان از امین دریافت کرد و به امین اطمینان داد تا به نحو احسن سفارش آن روز را تدارک ببینند.

روز مهمانی امین کمی زودتر از مهمان ها رفت رستوران تا مطمئن شود مشکلی وجود ندارد. کارگران رستوران سفارش امین را روی میزها چیده بودند و همه چیز آماده بود تا مهمان ها برسند. امین رفت پیش مدیر رستوران برای تسویه حساب و تشکر.

امین: دست شما درد نکه. واقعاً زحمت کشیدید.

مدیر رستوران: خواهش می کنم. انجام وظیفه کردیم.

امین: بفرمایید برای تسویه حساب چقدر باید تقدیم کنم؟

مدیر رستوران: قابل شما رو نداره... شما ۵۰۰۰۰ تومان داده بودید.

سپس از داخل دخل رستوران ۸۰۰۰ تومان پول به امین داد و گفت:

مدیر رستوران: حالا برای تسویه باید مبلغ ۲۰۰۰۰۰ تومان پردازید.

۱. یکی از انواع پذیرایی که در آن، مهمان ها می توانند غذایی را که می خواهند از میز غذا انتخاب کنند.

۲. پیش پرداخت





بعد از اینکه امین باقیمانده‌ی پول را با کارت هوشمند بانکی خود پرداخت کرد، مدیر رستوران یکی از کارگراها را صدا زد و گفت برو و سهم غذای کارگراها را از میز غذای مهمان‌ها بردارد.

امین: ببخشید؛ غذای کارگراها را از میز غذای ما برمی دارید؟

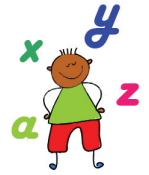
مدیر رستوران: بله؛ طبق بند آخر قرارداد که امضا کردید، رستوران در مهمانی‌هایی که به صورت منوی باز برگزار می‌شود، ۲ کیلو از غذاها رو به منظور غذای کارگراها برمی دارد.



امین نگاهی به بند آخر قرارداد انداخت و دید که حق با مدیر رستوران است و او این بند را موقع عقد قرارداد نخوانده است.

امین از مدیر رستوران تشکر کرد و وارد سالن رستوران شد تا با اولین دوستش که وارد رستوران شده بود، احوال‌پرسی کند.





زمانی که مهمان‌ها مشغول خوردن غذا بودند، امین با خودش مشغول حساب و کتاب شد که هر کیلو از غذاها، برایش چقدر درآمده است.

امین رابطه‌ی زیر را پشت برگه‌ی قراردادش نوشت و با خود گفت سمت چپ تساوی ارزش چیزهایی است که من از رستوران دریافت کرده‌ام. و سمت راست تساوی ارزش چیزهایی است که من به رستوران داده‌ام.

$$24x + 8000 = 50000 + 200000 + 2x$$

در رابطه‌ی بالا امین x را قیمت هر کیلو غذا در نظر گرفته بود.

امین گفت رابطه را می‌توان ساده‌تر کرد.

من ابتدا ۲۴ کیلو غذا دریافت کرده بودم که ۲ کیلو را پس دادم. یعنی ۲۲ کیلو غذا دریافت کرده‌ام.

از طرفی ۲۵۰۰۰۰ تومان پول دادم و ۸۰۰۰ تومان پول پس گرفتم. یعنی ۲۴۲۰۰۰ تومان پول داده‌ام.

پس من بابت ۲۲ کیلو غذا، ۲۴۲۰۰۰ تومان پول داده‌ام.

در نتیجه رابطه‌ی $24x + 8000 = 50000 + 200000 + 2x$ تبدیل می‌شود به رابطه‌ی $22x = 242000$.

۲۲ ضرب در یک عددی شده ۲۴۲۰۰۰. پس آن عدد از تقسیم ۲۴۲۰۰۰ بر ۲۲ به دست می‌آید.

یعنی x برابر خواهد بود با ۱۱۰۰۰؛ یعنی $x = 11000$ ؛ یعنی هر کیلو غذا ۱۱۰۰۰ تومان شده است.





تصادف

اصغر آقا پیرمردی است که از ۴۰ سال پیش به وسیله‌ی تاکسی امرار معاش^۱ می‌کند. تا چند ماه پیش اصغر آقا یک تاکسی قدیمی پیکان مدل ۴۰ داشت. اما چون مدل تاکسی‌اش بسیار قدیمی شده بود، به یک شرکت خودروسازی مراجعه کرد و خودروی فرسوده‌ی خود را با یک تاکسی مدل جدید تعویض کرد.

اصغر آقا راننده‌ی محتاطی است و بسیار با دقت رانندگی می‌کند. ماجرای زیر چند وقت پیش برای اصغر آقا اتفاق افتاد.

اصغر آقا صبح زود از منزل خارج شد تا به ایستگاه خط خود برود. ماشین را که از پارکینگ خارج کرد، کاظم را دید. کاظم پسر همسایه‌ی اصغر آقا، دوران مقدّس سربازی را طی می‌کرد و از خدمتش ۱۸ ماه و ۱۸ روز گذشته بود. کاظم به‌طور قانونی باید ۱۸ ماه خدمت می‌کرد. ولی به علت بی‌نظمی‌هایش، ۲۵ روز اضافه خدمت خورده بود. یعنی یک هفته‌ی دیگر خدمتش تمام می‌شد. محل خدمت کاظم نزدیک منزلشان بود. کاظم پلیس راهنمایی و رانندگی بود.

کاظم: سلام اصغر آقا!.. صبح بخیر.

اصغر آقا: سلام جناب سروان تنبل! صبح خودت بخیر؛ باز هم که داری دیر می‌ری.. مگه نباید

ساعت ۶/۳۰ سرپُست^۲ باشی. الان که ساعت داره ۷ می‌شه.

کاظم: چرا اصغر آقا!.. خب چه کار کنم.. بازم دیر شد دیگه.

اصغر آقا: چرا حالا کفش‌هایت را واکس نزدی شلخته^۳؟!

کاظم: اصغر آقا، خواهش می‌کنم شما دیگه بهم گیر نده.. مافوق^۴ مون به اندازه‌ی کافی من رو

سین جیم^۴ می‌کنه.

۱. گذرانیدن زندگانی از طریق کسب و کاری (فرهنگ فارسی معین)

۲. کسی که کارهایش از روی نظم و ترتیب نباشد.

۳. ارشد (در درجه و خدمت)

۴. سؤال و جواب





اصغر آقا: بیا سوار شو تا دم سه راه می برمت. از اونجا خودت برو سر پست.

کاظم: مزاحم نمی شم اصغر آقا.

اصغر آقا: بیا بالا بچه... حرف زیادی نزن.

بین راه، کاظم از اصغر آقا درباره ی ماشین جدیدش پرسید..

کاظم: اصغر آقا، این ماشین بهتره یا پیکان قدیمی که داشتی؟

اصغر آقا: این چه سؤالیه که می پرسی... معلومه که پیکان قدیمیه بهتر بود. این ماشین های امروزی

رو فله ای درست می کنن. چهل سال با اون پیکان مسافرکشی کردم. روزی چند صدبار

مسافرها درب ماشین رو باز و بسته می کردن. نه قفلش آخ گفت، نه خود درب چیزیش

شد. این تاکسی رو یک ماهی میشه که تحویل گرفتم. هنوز هیچی نشده قفل عقب

خراب شده. از همون روز اول هم که دفرنسیالش^۱ روزه می کشید.

کاظم: چی بگم اصغر آقا... ولی انصافاً دست فرمون خوبی داری اصغر آقا.. خیلی با دقت

رانندگی می کنی.

اصغر آقا نگاهی به کاظم انداخت..

اصغر آقا: پسر جون... تو این ۴۰ ساله که دارم رانندگی می کنم تا حالا یک بار هم تصادف نکردم.

تصادف مال راننده های بی دقت و حواس پرتیه...

اصغر آقا به یک دور برگردان رسید و خواست که دور بزند. راهنمای سمت چپ ماشین را زد و وارد دور برگردان

شد. در حال دور زدن بود که ناگهان... ددوووووم... یک مینی بوس با سرعت زیاد به درب عقب ماشین

اصغر آقا برخورد کرد. لحظاتی بعد یک ماشین سواری نیز از عقب به ماشین اصغر آقا برخورد کرد. اصغر

آقا و کاظم مات و مبهوت^۲ نگاهی به هم انداختند که ناگهان صدای ترمزی نگاهشان را از هم دزدید. صدای

۱. قطعه ای در اتومبیل

۲. سرگشته و سراسیمه

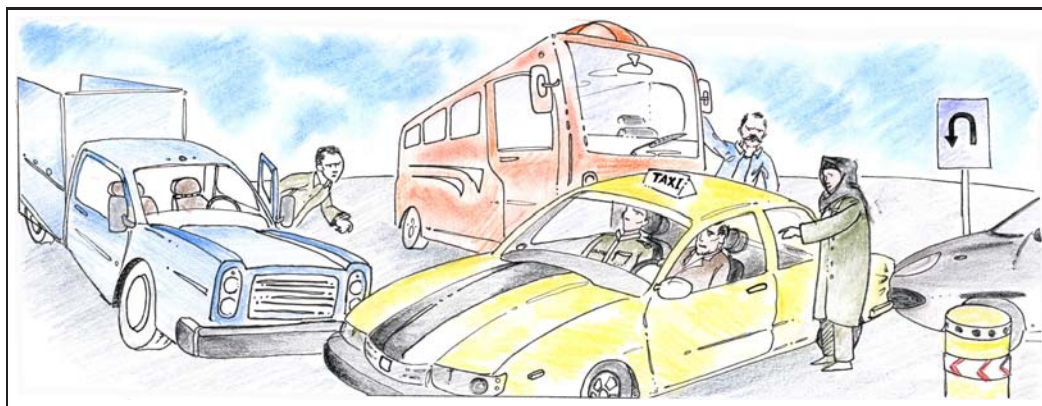




کاربرد حروف

ترمز متعلق به یک وانت بود که راننده‌ی آن نتوانسته بود وانت خود را کنترل کند و محکم به گلگیر جلوی ماشین اصغر آقا برخورد کرده بود.

همه چیز یک دفعه اتفاق افتاد. کاظم و اصغر آقا هنوز در شوک تصادف بودند که راننده‌ی سواری که یک خانم جوان بود آرام به پنجره‌ی اصغر آقا کوید و گفت: «حاج آقا شما حالتون خوبه؟»



حدود ۱۵ دقیقه از تصادف گذشته بود و هنوز پلیس به محل تصادف نرسیده بود. کاظم رو به اصغر آقا کرد..

کاظم: طبق مقررات راهنمایی و رانندگی شما هیچ تقصیری در این تصادف نداشتی و مقصر رانندگان مینی بوس و وانت و سواری هستند.

راننده‌ی وانت که خیلی هم خواب‌آلود بود، به سمت کاظم آمد..

راننده وانت: سرکار چرا پارتی بازی می‌کنی؟ من تقصیری نداشتم. مقصر راننده‌ی تاکسی بود..

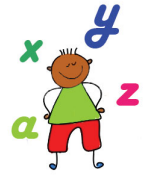
کاظم: اولاً مأمورین خدمت^۱ راهنمایی و رانندگی هیچ وقت حق رو ناحق نمی‌کنن. ثانیاً نظر نهایی

رو سرهنگ راهنمایی و رانندگی می‌ده و من حق اظهار نظر ندارم. من فقط به این خاطر

که با مقررات آشنایی دارم، می‌دونم که راننده‌ی تاکسی در این تصادف تقصیری نداره.

۱. بسیار خدمت کننده





راننده سواری: من خودم می‌دونم که مقصر بودم. چون فاصله‌ی ماشین من تا تاکسی بسیار کم بود. طبق آیین‌نامه‌ی راهنمایی و رانندگی فاصله‌ی خودروی من باید تا تاکسی حداقل به اندازه‌ی طول پنج خودروی سواری می‌بود که خودم می‌دونم تقصیرکار بوده‌ام.

راننده مینی‌بوس: خانم شما که آیین‌نامه رو از برهستین، بگین خلاف ما چی بوده؟ ما چرا مقصر هستیم؟

راننده سواری: شما هم فکر کنم حق تقدّم رو رعایت نکرده باشین.

کاظم: درسته؛ حق با این خانم است.

چند دقیقه بعد ماشین راهنمایی و رانندگی رسید و یک سرهنگ از آن خارج شد. کاظم رو کرد به اصغر آقا..

کاظم: اصغر آقا ایشون سرهنگ کریمی، مافوق من هستند.

سرهنگ جلو آمد و کاظم دست راست خود را کنار گوش راستش برد و برای سرهنگ احترام نظامی گذاشت.

سرهنگ کریمی: اینجا چه می‌کنی رحیمی؟

کاظم: داشتم می‌رفتم سرپست که این تصادف پیش اومد.

راننده وانت: جناب سرهنگ من راننده‌ی وانت هستم. خودتون نگاه کنید. من تقصیری نداشتم. مقصر راننده‌ی تاکسی بود.

سرهنگ کریمی: حواست کجا بوده موقع رانندگی. خط ترمزت نشون میده که سرعت خیلی بالایی داشتی. با این سرعت کجا می‌خواستی بری؟! اگه خدایی نکرده با این سرعت به یک عابر پیاده می‌زدی که الان آمبولانس باید جنازه‌ی اون عابر رو می‌برد پزشکی قانونی.

راننده سواری: جناب سرهنگ؛ من خودم می‌دونم که مقصر هستم. طبق آیین‌نامه‌ی راهنمایی و رانندگی فاصله‌ی خودروی من باید تا تاکسی حداقل به اندازه‌ی طول پنج خودروی سواری می‌بود که اعتراف می‌کنم فاصله‌ام کمتر از فاصله‌ی قانونی بود.





کاربرد حروف

راننده مینی بوس: سرکار من بیکار نیستم. باید برم با این مینی بوس یک لقمه نون در بیارم. خسارت این

حاج آقا رو تعیین کنید. بهش تقدیم کنیم بریم دنبال کار و زندگی مون.

سرهنگ کریمی: اگه موقع رانندگی حواست رو جمع می کردی، این جوری گرفتار نمی شدی. خسارت رو،

من نمی تونم تعیین کنم. من فقط کروکی می کشم. برای تعیین خسارت کارشناس بیمه

باید این کار رو انجام بده. مدارکتون رو تحویل بدید. می خوام کروکی بکشم.

راننده سواری: جناب سرهنگ؛ چه مدارکی رو باید تحویل بدم؟

راننده مینی بوس: خانم شما که هنوز نمی دونی چه مدارکی رو باید تحویل بدی، چه جوری پشت فرمون

می شینی؟

سرهنگ کریمی: کارت ماشین، بیمه، گواهینامه...

اصغر آقا که به ماشین خودش تکیه داده بود رو به کاظم کرد:

اصغر آقا: بیا این مدارک من؛ برو بین کروکی رو چه جوری می کشن. نشه یه وقت یه جوری بکشن

یک دفعه منم مقصر بشم! من که تقصیری نداشتم..

کاظم: سرهنگ کریمی آدم وارديه. کروکی رو دقیق می کشه.

اصغر آقا: دیدی کاظم! اینم از ماشین جدید. ماشین نو سوار شدن به ما نیومده.

سرهنگ کریمی کروکی رو کشید و تحویل اصغر آقا داد...

سرهنگ کریمی: حاج آقا شما که در این تصادف تقصیری نداشتی. خدارو شکر که خودت سالمی.

غصه ی ماشین رو نخور. یک خیری در این اتفاق بوده. شانسی که آوردین این بود که

بیمه ی این سه تا ماشین متعلق به یک شرکت بیمه هستش. بنابراین کار شما راحت تر شده.

این کروکی رو که براتون کشیدم رو شما به همراه سه تا راننده ی دیگه ببرید شرکت بیمه تا

کارشناس بیمه براتون تعیین خسارت کنه. تعیین خسارت این تصادف یه خورده سخته.





یک ساعت بعد ...

کارشناس بیمه: ببینید... خسارت این تصادف جوری نیست که هر کس بخواد خسارت مربوط به خودش رو بده. الان ماشین تاکسی احتیاج به شاسی کشی داره. مثلاً برای همین مورد شاسی کشی که گفتم هر سه تا ماشین مقصر هستند. بنابراین بعضی از خسارتهایی که وارد شده، به صورت مشترک وارد شده. یعنی هر سه تا راننده مقصر هستند. من الان به عنوان کارشناس بیمه دوتا کار باید انجام بدم. اول اینکه کل خسارت وارد شده به ماشین رو برآورد کنم. دوم اینکه حدوداً تعیین کنم هر راننده چند برابر دیگری خسارت وارد کرده.

راننده وانت: ولی آقای کارشناس؛ من تقصیری نداشتم. مقصر راننده تاکسی بود.

کارشناس بیمه: بین آقای عزیز؛ با توجه به کروکی که اینجا کشیده شده، شما مقصر صد درصدی و راننده تاکسی هیچ تقصیری نداشته. در ضمن نظر سرهنگ راهنمایی و رانندگی هم همین بوده.





کاربرد حروف

راننده مینی بوس: داداش؛ سریع خسارت این حاجی ما رو تعیین کن بریم به کار و زندگی مون برسیم.

کارشناس بیمه: خوب دقت کنید. خسارتی که راننده و وانت به خودروی تاکسی وارد کرده، دو برابر خسارتی بوده که راننده مینی بوس وارد کرده. کل خسارتی هم که راننده سواری به تاکسی وارد کرده، به اندازه نصف مجموع خسارتی بوده که راننده و وانت و مینی بوس به تاکسی وارد کرده اند. در مجموع به کل تاکسی هم چیزی حدود ۹۶۳۰۰۰ تومان خسارت وارد شده. اصغر آقا: آقا شما مطمئن با ۹۶۳۰۰۰ تومان میشه ماشین رو درست کرد؟ این ماشین بالای یک میلیون خرج برداشته ها.

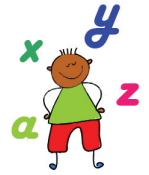
کارشناس بیمه: اگه خودروتون رو جهت تعمیر به صافکاری های تحت نظر شرکت بیمه تحویل بدید، با همین قیمت خودروی شما رو درست می کنند. خب... اگه کسی اعتراضی نداره، من صورت جلسه کنم و خسارتی که هر راننده وارد کرده رو محاسبه کنم تا بتونیم از بیمه ی هر راننده خسارت تاکسی رو پرداخت کنیم.

راننده وانت: آقای کارشناس؛ من اعتراضی ندارم؛ اما من مقصر نبودم. راننده ی تاکسی مقصر بود. راننده سواری: آقای کارشناس؛ طبق آیین نامه ی راهنمایی و رانندگی فاصله ی خودروی من باید تا تاکسی حداقل به اندازه ی طول پنج خودروی سواری می بود. من خودم می دونم که مقصر بودم. اعتراضی هم ندارم. این آقای راننده ی مینی بوس هم اعتراضی ندارند. چون خودشون می دونن که مقصر هستن. سریع حساب و کتاب ها رو انجام بدین که این بنده ی خدا هم به کار و زندگی اش برسه.

راننده مینی بوس: این یکی رو خوب اومدی خانم. واقعاً از کار و زندگی مون افتادیم.

تمرین: به کارشناس بیمه کمک کنید تا بتواند تعیین کند هر کدام از سه راننده ی مینی بوس، وانت و سواری چه مبلغی را از بیمه ی خود باید به عنوان خسارت به راننده ی تاکسی پرداخت کنند؟





برای تعیین خسارت کارشناس بیمه روی کاغذ جلوی خود چنین نوشت:

راننده وانت دو برابر راننده‌ی مینی بوس: مینی بوس $\times 2 =$ وانت

راننده سواری به اندازه نصف مجموع راننده‌های وانت و مینی بوس: (مینی بوس + وانت) $\times \frac{1}{2} =$ سواری

کل خسارت ۹۶۳۰۰۰ تومان: $963000 =$ مینی بوس + وانت + سواری

سپس به جای اینکه از کلمه‌ی وانت استفاده کند از حرف V استفاده کرد. همچنین به جای کلمه سواری از S و به جای مینی بوس از M استفاده کرد.

V یعنی میزان خسارتی که راننده‌ی وانت باید پرداخت کند. S یعنی میزان خسارتی که راننده‌ی سواری باید پرداخت کند و M هم یعنی میزان خسارتی که راننده‌ی مینی بوس باید پرداخت کند. سپس محاسبات خود را به شکل زیر اصلاح کرد.

$$V = 2M$$

$$S = \frac{1}{2}(V + M)$$

$$S + V + M = 963000$$

کارشناس بیمه با خود این جور فکر کرد:

خسارتی که راننده‌ی سواری باید پرداخت کند به اندازه‌ی نصف مجموع خسارتی است که رانندگان وانت و مینی بوس باید پرداخت کنند. این یعنی خسارتی که رانندگان وانت و مینی بوس روی هم باید پرداخت کنند، دو برابر خسارتی است که راننده‌ی سواری باید پرداخت کند. یعنی

$$V + M = 2S$$

و سپس محاسبات را این گونه نوشت:

$$S + (V + M) = 963000$$

$$S + 2S = 963000$$

$$3S = 963000$$

و با خود گفت اگر خسارتی که راننده‌ی سواری باید پرداخت کند را ضرب در ۳ بکنیم، می شود ۹۶۳۰۰۰ تومان.





کاربرد حروف

پس اگر ۹۶۳۰۰۰ را تقسیم بر ۳ بکنیم، می شود خسارتی که راننده ی سواری باید بپردازد. در نتیجه خسارتی که راننده ی سواری باید بپردازد، می شود ۳۲۱۰۰۰ تومان. یعنی $S = ۳۲۱۰۰۰$.
در ادامه کارشناس بیمه محاسبات خود را این گونه نوشت:

$$۳۲۱۰۰۰ + V + M = ۹۶۳۰۰۰$$

و با خود گفت کل خسارتی که باید به راننده ی تاکسی پرداخت شود ۹۶۳۰۰۰ تومان است. از این مبلغ ۳۲۱۰۰۰ تومان باید توسط راننده ی سواری پرداخت شود. باقی مانده خسارت را باید رانندگان وانت و مینی بوس از بیمه شان پرداخت کنند. باقی مانده خسارت هم به عبارتی می شود $۹۶۳۰۰۰ - ۳۲۱۰۰۰$ تومان؛ که می شود ۶۴۲۰۰۰ تومان.

$$M + V = ۹۶۳۰۰۰ - ۳۲۱۰۰۰$$

$$M + V = ۶۴۲۰۰۰$$

از طرفی راننده ی وانت باید دو برابر راننده ی مینی بوس خسارت پرداخت کند.

$$V = ۲M$$

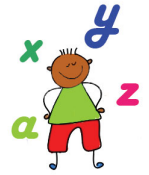
پس چون $M + V = ۶۴۲۰۰۰$ ، می توان نوشت:

$$M + ۲M = ۶۴۲۰۰۰$$

$$\rightarrow ۳M = ۶۴۲۰۰۰$$

این یعنی اگر خسارتی که راننده ی مینی بوس باید پرداخت کند را ضرب در ۳ کنیم، می شود ۶۴۲۰۰۰ تومان. در نتیجه اگر ۶۴۲۰۰۰ را تقسیم بر ۳ بکنیم، می شود خسارتی که راننده ی مینی بوس باید پرداخت کند. پس خسارتی که راننده ی مینی بوس باید پرداخت کند برابر می شود با ۲۱۴۰۰۰ تومان؛ یعنی $M = ۲۱۴۰۰۰$.
راننده ی وانت هم که باید دو برابر راننده ی مینی بوس خسارت پرداخت کند؛ $V = ۲M$. پس خسارتی که راننده ی وانت باید پرداخت کند برابر است با ۴۲۸۰۰۰ تومان؛ یعنی $V = ۴۲۸۰۰۰$.
در نهایت معلوم شد که هر راننده چه مقدار باید از بیمه اش به راننده ی تاکسی خسارت پرداخت کند. راننده ی مینی بوس ۲۱۴۰۰۰ تومان. راننده ی سواری ۳۲۱۰۰۰ تومان و راننده ی وانت ۴۲۸۰۰۰ تومان.





چند خاصیت تساوی

معادلاتی که باید با حل آنها آشنا شوید و خوب یاد بگیرید معادلاتی هستند که

اولاً: دارای یک متغیر هستند.

ثانیاً: توان متغیر در آنها یک است.

ثالثاً: فقط یک جواب دارند.

قبل از اینکه روش حل معادله را بگوییم، چند خاصیت تساوی را مرور می‌کنیم.

اولین خاصیت تساوی: به طرفین یک تساوی می‌توان یک مقدار مساوی را اضافه کرد.

$$۱۲ = ۱۲ \xrightarrow[\text{عدد ۴ اضافه می‌شود}]{\text{به دو طرف تساوی}} ۱۲ + ۴ = ۱۲ + ۴$$

$$۶ + ۱ = ۷ \xrightarrow[\text{عدد ۳ اضافه می‌شود}]{\text{به دو طرف تساوی}} ۶ + ۱ + ۳ = ۷ + ۳$$

$$۴x - ۲ = ۳x + ۴ \xrightarrow[\text{مقدار } x \text{ اضافه می‌شود}]{\text{به دو طرف تساوی}} ۴x - ۲ + x = ۳x + ۴ + x$$

دومین خاصیت تساوی: از طرفین یک تساوی می‌توان یک مقدار مساوی را کم کرد.

$$۱۲ = ۱۲ \xrightarrow[\text{عدد ۴ کم شده است}]{\text{از دو طرف تساوی}} ۱۲ - ۴ = ۱۲ - ۴$$

$$۶ + ۱ = ۷ \xrightarrow[\text{عدد ۳ کم شده است}]{\text{از دو طرف تساوی}} ۶ + ۱ - ۳ = ۷ - ۳$$

$$۴x - ۲ = ۳x + ۴ \xrightarrow[\text{مقدار } x \text{ کم شده است}]{\text{از دو طرف تساوی}} ۴x - ۲ - x = ۳x + ۴ - x$$





کاربرد حروف

سومین خاصیت تساوی: دو طرف یک تساوی را می‌توان در یک مقدار مساوی ضرب کرد.

$$۱۲ = ۱۲ \xrightarrow[\text{در ۴ ضرب می‌شود}]{\text{دو طرف تساوی}} ۱۲ \times ۴ = ۱۲ \times ۴$$

$$۶ + ۱ = ۷ \xrightarrow[\text{در ۳ ضرب می‌شود}]{\text{دو طرف تساوی}} (۶ + ۱) \times ۳ = ۷ \times ۳$$

$$۴x - ۲ = ۳x + ۴ \xrightarrow[\text{در } x \text{ ضرب می‌شود}]{\text{دو طرف تساوی}} (۴x - ۲) \times x = (۳x + ۴) \times x$$

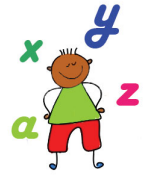
چهارمین خاصیت تساوی: دو طرف یک تساوی را می‌توان بر یک مقدار مساوی به غیر از صفر تقسیم کرد.

$$۱۲ = ۱۲ \xrightarrow[\text{بر ۴ تقسیم می‌شود}]{\text{دو طرف تساوی}} \frac{۱۲}{۴} = \frac{۱۲}{۴}$$

$$۶ + ۱ = ۷ \xrightarrow[\text{بر ۳ تقسیم می‌شود}]{\text{دو طرف تساوی}} \frac{۶ + ۱}{۳} = \frac{۷}{۳}$$

$$۴x - ۲ = ۳x + ۴ \xrightarrow[\text{بر } x \text{ تقسیم می‌شود}]{\text{دو طرف تساوی}} \frac{۴x - ۲}{x} = \frac{۳x + ۴}{x}$$





روش حل معادله

برای حل معادله ابتدا باید عبارت‌های جبری سمت چپ و سمت راست تساوی را ساده کرد. سپس از خواص تساوی باید به گونه‌ای استفاده شود تا پس از به کار بردن خواص تساوی، در یک طرف تساوی فقط عدد داشته باشیم و در سمت دیگر یک جمله که دارای متغیر است داشته باشیم و در نهایت باز هم با استفاده از خاصیت‌های تساوی می‌توانیم به جواب معادله برسیم.

در زیر چند معادله را حل می‌کنیم.

مثال ۱: $5x + 2 = 3x + 14 - x$

باید به دنبال عددی باشیم که اگر آن عدد را به جای متغیر x قرار دهیم، تعادل بین سمت چپ و سمت راست تساوی برقرار بماند. اولین کاری که باید انجام دهیم این است که عبارات جبری سمت چپ و سمت راست تساوی را ساده کنیم.

$$5x + 2 = 2x + 14$$

سپس از خواص تساوی باید به گونه‌ای استفاده کنیم تا در یک طرف فقط یک عدد داشته باشیم و در طرف دیگر یک جمله که دارای متغیر است، داشته باشیم.

در تساوی بالا می‌خواهیم عدد ۲ را از سمت چپ حذف کنیم. پس دو طرف تساوی را منهای ۲ می‌کنیم.

$$5x + 2 - 2 = 2x + 14 - 2$$

$$\rightarrow 5x = 2x + 12$$





کاربرد حروف

حال می‌خواهیم جمله‌ی $2x$ را از سمت راست حذف کنیم. برای این کار دو طرف تساوی را منهای $2x$ می‌کنیم.

$$5x - 2x = 2x + 12 - 2x$$

$$\rightarrow 3x = 12$$

حالا به یک تساوی رسیده‌ایم که در یک طرف آن فقط عدد داریم و در طرف دیگر یک جمله که دارای متغیر است داریم.

حال اگر دو طرف تساوی را به عدد ۳ تقسیم کنیم، جواب معادله به دست می‌آید. جواب معادله یعنی عددی که مجاز هستیم در معادله به جای متغیر قرار دهیم.

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$$

پس در معادله‌ی $5x + 2 = 3x + 14 - x$ اگر به جای x عدد ۴ را قرار دهیم، تساوی برقرار خواهد ماند.

$$5 \times 4 + 2 \stackrel{?}{=} 3 \times 4 + 14 - 4 \rightarrow 20 + 2 \stackrel{?}{=} 12 + 14 - 4 \rightarrow 22 \stackrel{\checkmark}{=} 22$$

$$\frac{3x+5}{4} + 2 = x - 3$$

مثال ۲:

ابتدا هر دو طرف تساوی را در عدد ۴ ضرب می‌کنیم تا مخارج کسر از بین برود و سپس دو طرف تساوی را ساده می‌کنیم.

$$4 \left(\frac{3x+5}{4} + 2 \right) = 4(x-3)$$

$$\rightarrow 3x + 5 + 8 = 4x - 12$$

$$\rightarrow 3x + 13 = 4x - 12$$





سپس برای اینکه عدد ۱۲ را از سمت راست تساوی از بین ببریم، هر دو طرف تساوی را با عدد ۱۲ جمع می‌کنیم.

$$3x + 13 + 12 = 4x - 12 + 12$$

$$\rightarrow 3x + 25 = 4x$$

بعد از آن از دو طرف تساوی $3x$ را کم می‌کنیم تا در سمت چپ تساوی $3x$ از بین برود.

$$3x + 25 - 3x = 4x - 3x$$

$$\rightarrow 25 = x$$

همان‌طور که می‌بینید، مقدار x به دست آمد. اگر در معادله به جای x مقدار ۲۵ را قرار دهیم، تساوی برقرار خواهد می‌ماند.

$$\frac{3 \times 25 + 5}{4} + 2 \stackrel{?}{=} 25 - 3 \rightarrow \frac{80}{4} + 2 \stackrel{?}{=} 22 \rightarrow 22 \stackrel{\checkmark}{=} 22$$





کاربرد حروف

تمرین

۱. الف) در داستان بقالی، معادله‌ای که محسن برای مهری خانم نوشت به صورت $6t + 60 = 900$ بود.

این معادله را حل کنید و قیمت هر تخم مرغ را به دست آورید.

ب) در داستان پیتزا، معادله‌ای که نصرت خان برای نصرت خانم نوشت به صورت $4P = 10000 - P$ بود.

این معادله را حل کنید و قیمت هر پیتزا را به دست آورید.

ج) در داستان رستوران، معادله‌ای که امین به دست آورد به صورت زیر بود.

$$24x + 8000 = 50000 + 200000 + 2x$$

این معادله را حل کنید و قیمت هر کیلو غذا را به دست آورید.

۲. معادلات زیر را حل کنید.

الف) $5t - 4 = 16$

ب) $-3m - 2 = 13$

پ) $-12x + 13 = 1$

ت) $12 = 6 - 2x$

ث) $2b = 8b - 18$

ج) $5z + 2 = 3z - 5$

چ) $x + 2x + 3x + \dots + 10x + 11 = 66$

ح) $4x + 8x + 12x + \dots + 48x + 4 = 784$

خ) $3g + 4 - g + 1 = 3 - 4g$

د) $\frac{2k - 2}{6} = k - 3$

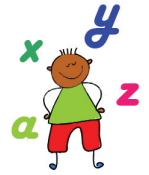
ذ) $\frac{8y - 3}{5} = \frac{6y + 10}{4}$

ر) $\frac{4a - 6}{2} + 3a = 11 - 2a$

۳. سگی به دنبال خرگوشی که با آن 150 متر فاصله دارد، شروع به دویدن می‌کند. خرگوش در هر ثانیه

2 متر و سگ در هر ثانیه 4 متر می‌دود. بعد از چند ثانیه سگ به خرگوش می‌رسد؟





۴. به عددی که مجموع همه‌ی مقسوم‌علیه‌های آن (به جز خود عدد) برابر آن عدد شود، «عدد کامل» گویند. به عنوان مثال ۶ و ۲۸ اعداد کامل هستند.

$$۶ = ۱ + ۲ + ۳ \quad \text{و} \quad ۲۸ = ۱ + ۲ + ۴ + ۷ + ۱۴$$

آیا می‌توانید عدد کاملی پیدا کنید که مضرب ۱۶ باشد؟

۵. چنانچه عدد ۷۲ به سه قسمت متناسب با عددهای ۲، ۴ و ۶ تقسیم شود، کوچکترین قسمت برابر چه عددی خواهد شد؟

۶. فرض کنید $۴ - yz = x$ باشد. اگر $z = ۸$ باشد، آنگاه $x = ۲۰$ خواهد بود. اگر $z = ۱۰$ باشد، آنگاه x برابر چه عددی خواهد شد؟

۷. در یک بازی، جریمه‌ی هر خطا سه برابر جریمه‌ی خطای قبلی است. اگر یک بازیکن چهاربار خطا کند و در کل ۴۰۰۰۰ تومان جریمه شود، جریمه‌ی اولین خطا چقدر بوده است؟

۸. دو ماشین هم زمان از تهران به سمت زاهدان حرکت کردند. اگر ماشین اول با سرعت ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت و ماشین دوم با سرعت ۱۳۵ کیلومتر بر ساعت حرکت کنند، بعد از چند ساعت فاصله‌ی این دو ماشین از هم ۱۳۵ کیلومتر خواهد شد؟

۹. لاله و مریم و فرزانه سه خواهر هستند که یک بسته شکلات را تا آخر خورده‌اند. تعداد شکلات‌هایی که لاله خورده است، یکی بیشتر از دو برابر تعداد شکلات‌هایی است که مریم خورده است. تعداد شکلات‌هایی که فرزانه خورده است، پنج تا کمتر از سه برابر تعداد شکلات‌هایی است که مریم خورده است. اگر فرزانه و لاله به‌طور مساوی شکلات خورده باشند، مریم چندتا شکلات خورده است؟ فرزانه و لاله چندتا شکلات خورده‌اند؟





کاربرد حروف

۱۰. علی و رضا در مغازه‌ی پدرشان سبدهای حصیری درست می‌کنند. علی پسر بزرگ‌تر، روزی ۵ تا بیشتر از رضا سبد درست می‌کند. اگر علی ۳ روز و رضا ۶ روز کار کند، روی هم ۶۰ عدد سبد تولید می‌کنند. تعیین کنید هر کدام روزی چند سبد تولید می‌کنند.
۱۱. اگر یک لاک‌پشت یک کیلومتر را در ۲۰ ساعت بپیماید، ۵۰ متر را در چه زمانی طی می‌کند؟
۱۲. یک نفر تعدادی جعبه دارد و در آن جعبه‌ها می‌خواهد کتاب‌هایش را قرار دهد. اگر در هر جعبه ۴۰ کتاب قرار دهد، ۱۸۰ کتاب روی زمین می‌ماند. اگر در هر جعبه ۶۰ کتاب قرار دهد، ۳ جعبه‌ی خالی برایش باقی می‌ماند. تعیین کنید او چند جعبه و چند کتاب دارد.
۱۳. عدد ۱۰ را به دو قسمت چنان تقسیم کنید که تفاوت آن‌ها برابر ۵ باشد.^۱

۱. این مسئله منسوب به شیخ بهایی است. مزار او در مشهدالرضا در کنار صحن آزادی واقع است.





مختصات

به دست فَنگ^۱

وقتی سربازان در پادگان مشغول تمرین رژه هستند، در چند ردیف و چند ستون در کنار هم قرار می‌گیرند و رژه می‌روند. فرمانده گروهان هنگام رژه رفتن سربازان، به آنها نگاه می‌کند و به کسی که با بقیه هماهنگ نباشد، تذکر می‌دهد. برای تذکر، فرمانده اسم سرباز را نمی‌گوید. چون سربازان همه‌شان یک شکل هستند و قیافه‌ی آنها را نمی‌توان تشخیص داد. بنابراین فرمانده برای تذکر به سرباز خاطی، به موقعیت مکانی او اشاره می‌کند. مثلاً می‌گوید: «ستون سوم، ردیف چهارم؛ دستات هماهنگ بالا نمی‌یاد»، «ستون ششم، ردیف دوم؛ نظر به راست نداری»، «ستون اول، ردیف دهم؛ نگاهت باید مستقیم باشه».



۱. دستوری است از جانب فرمانده که با آن سربازان اسلحه‌های خود را جلوی سینه‌هایشان می‌گیرند.

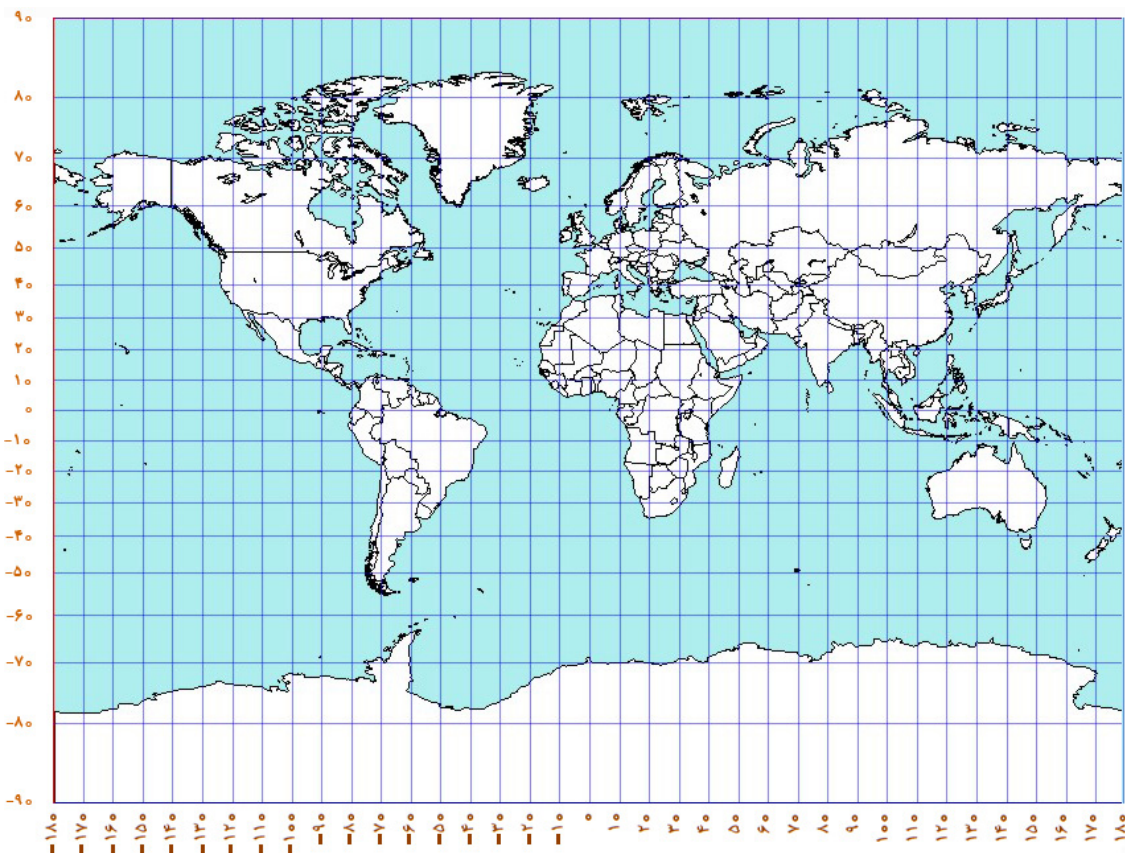




مختصات جغرافیایی

تا به حال به اطلس جغرافیایی جهان دقت کرده‌اید؟

ریاضی طلایه‌داران - سال دوم راهنمایی



با استفاده از اعدادی که در کنار و پایین نقشه می‌بینید، می‌توانید به هر نقطه از جهان به صورت دقیق یک مختصات نسبت دهید. اعدادی که در پایین نقشه به صورت افقی نوشته شده‌اند را طول جغرافیایی و اعدادی که در کنار نقشه به صورت عمودی نوشته شده‌اند را عرض جغرافیایی می‌نامند. مختصات هر نقطه را به صورت

$$\begin{bmatrix} \text{طول جغرافیایی} \\ \text{عرض جغرافیایی} \end{bmatrix}$$
 نشان می‌دهیم. به عنوان مثال نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 51 \\ 35 \end{bmatrix}$ در اطراف شهر تهران، نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 51 \end{bmatrix}$ در

شهر لندن و نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -51 \\ -35 \end{bmatrix}$ در سواحل بوئنوس آیرس قرار دارد.



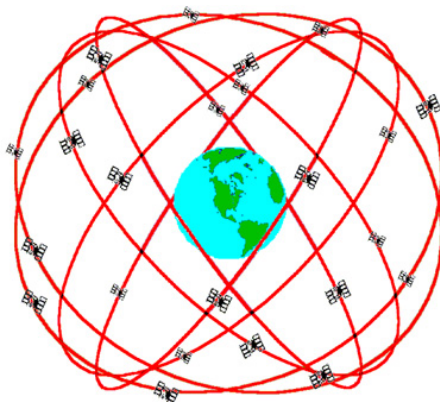


اگر در شبکه جهانی اینترنت به وبگاه « www.wikimapia.org » مراجعه کنید، می‌توانید با دادن عرض و طول جغرافیایی یک نقطه از کره زمین، تصویری از منطقه‌ای که آن نقطه در آنجا قرار دارد را ببینید. به عنوان مثال مختصات $\begin{bmatrix} 51,4 \\ 35,7 \end{bmatrix}$ در شهر تهران قرار دارد.

اگر در صفحه‌ی مرورگر رایانه، نشانی <http://www.wikimapia.org/#lat=35.7&lon=51.4> را وارد کنید، تصویری از شهر تهران نمایش داده خواهد شد.



برای پیدا کردن مختصات نقطه‌ای که در آن قرار دارید، می‌توانید از سامانه موقعیت‌یاب جهانی استفاده کنید. سامانه موقعیت‌یاب جهانی یا GPS^۱، مجموعه‌ای از ۲۴ ماهواره است که دور کره زمین می‌گردند.



۱. Global Positioning System





به عبارت دیگر هر کس با کمک سامانه موقعیت یاب جهانی، طول و عرض جغرافیایی خود را در هر نقطه‌ای از کره زمین که باشد، می‌تواند پیدا کند.

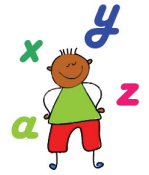
در زمان استفاده از سامانه، اگر دستگاه GPS علاوه بر ارتباط با سه ماهواره، بتواند با یک ماهواره‌ی دیگر نیز ارتباط برقرار کند، علاوه بر طول و عرض جغرافیایی، ارتفاعی که آن شخص از سطح زمین دارد را نیز می‌تواند مشخص کند. همچنین این سامانه علاوه بر پیدا کردن طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع هر کس، می‌تواند سرعت و جهت حرکت هر کس را بر روی کره زمین مشخص کند.

۱. به کمک یک نقشه‌ی جغرافیایی جهان و یا به کمک وب‌گاه « wikimapia.org »، تحقیق کنید هر یک

از مختصات‌های زیر، مشخص کننده‌ی کدام نقطه در جهان است؟

الف) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} 39,82 \\ 21,43 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} -50 \\ -25 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} 54,37 \\ 31,92 \end{bmatrix}$ ه) $\begin{bmatrix} 44,08 \\ 32,61 \end{bmatrix}$





نبرد دریایی

بازی «نبرد دریایی»، یک جنگ دریایی است! باید تلاش کنید در این جنگ شکست نخورید. این بازی، یک بازی دو نفره است. قبل از شروع بازی باید ناوگان خود را مستقر کنید. این کار می‌تواند با فکر و ظرافت خاصی انجام شود. چنانکه خوش اقبال باشید، ناوگان شما از شلیک‌های حریف جان سالم به در خواهد برد. هر نفر قبل از شروع بازی باید در صفحه‌ی «ناوگان نیروهای خودی»، ناوها کشتی‌ها و زیردریایی خود را به صورت عمودی و یا افقی بچیند. هر کس در ناوگان خود، یک ناو هواپیمابر به طول ۵ خانه، یک کشتی جنگی به طول ۴ خانه، یک رزم‌ناو به طول ۳ خانه، یک زیردریایی به طول ۳ خانه و یک ناوشکن به طول ۲ خانه دارد. بنابراین ناو هواپیمابر را با پنج تا «ه»، کشتی جنگی را با چهار تا «ج»، رزم‌ناو را با سه تا «ر»، زیردریایی را با سه تا «ز» و ناوشکن را با دو تا «ن» نشان می‌دهیم.

در زیر نمونه‌ای از این چیدمان را می‌توانید ببینید.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ					ه	ه	ه	ه	ه	
ت				ز						
ث				ز					ج	
ج				ز					ج	
چ									ج	
ح									ج	
خ									ن	ن
د	ر	ر	ر							

ناوگان نیروهای خودی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف

واضح است که حریف شما از نحوه چیدمان ناوگان شما نباید مطلع شود. هر بازیکن در دست خود دو صفحه دارد. یک صفحه مربوط به «ناوگان نیروهای خودی» و یک صفحه مربوط به «ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف» است.





کاربرد حروف

بعد از اینکه شما و حریفان ناوگان هایتان را مستقر کردید، می‌توانید بازی را شروع کنید.

هر کس در نوبت خود یک شلیک به سمت ناوگان حریف باید انجام دهد. برای این منظور باید مختصات یک خانه را انتخاب و به حریف اعلام کنید. مثلاً به او بگویید «من به خانه‌ی الف - ۴ شلیک می‌کنم». سپس حریف شما باید اعلام کند که آیا شلیک شما به یکی از اهداف برخورد کرده است یا خیر. اگر شلیک شما به یکی از اهداف برخورد کرده باشد، شما در خانه‌ی «الف - ۴» در صفحه‌ی «ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف» علامت «✓» را بزنید. در غیر این صورت علامت «×» را بزنید. برنده کسی است که زودتر بتواند ناوگان حریف را از بین ببرد. یعنی بتواند تمام ناوها، کشتی‌ها و زیردریایی‌های حریف را غرق کند.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ					ه	ه	ه	ه	ه	
ت				ز						
ث				ز					ج	
ج				ز					ج	
چ									ج	
ح									ج	
خ									ن	ن
د	ر	ر	ر							

ناوگان نیروهای خودی

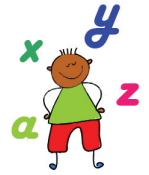
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف				✓						
ب				✓			×			
پ				✓						
ت										
ث						×				
ج										
چ								×		
ح										
خ			✓	×						
د										

ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف

و اما قوانین مسابقه:

۱. برای غرق کردن یک کشتی باید به تمام خانه‌های اشغال شده توسط آن کشتی، شلیک شود. به عنوان مثال اگر می‌خواهید ناو هواپیمابر را غرق کنید، باید به تمام پنج خانه‌ی آن شلیک کنید.
۲. وقتی شما یک وسیله را غرق کردید، حریف باید این موضوع را به شما اعلام کند. مثلاً بگوید «شما توانستید زیردریایی را غرق کنید».
۳. زمانی که یک شلیک به یک هدف برخورد کند، می‌توانید یک شلیک دیگر به عنوان جایزه انجام دهید.





صفحه‌ی مختصات دکارتی

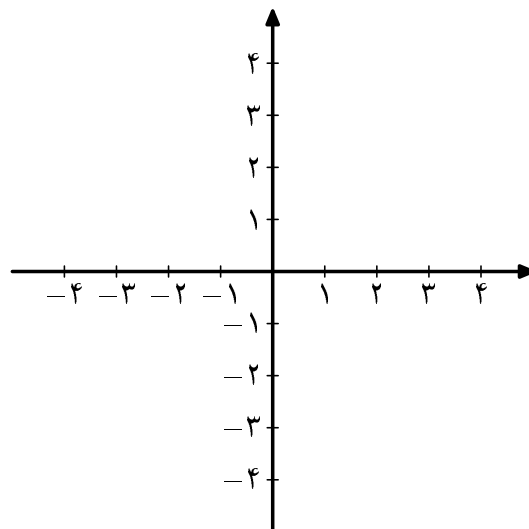
اگر بخواهیم مکان یک نقطه را در یک صفحه مشخص کنیم، به کمک مختصات می‌توانیم این کار را انجام دهیم.

برای مثال در اطلس جغرافیایی جهان، مختصات تهران به صورت $\begin{bmatrix} ۵۱/۴ \\ ۳۵/۷ \end{bmatrix}$ است. یعنی تهران دارای طول جغرافیایی $۵۱/۴$ و عرض جغرافیایی $۳۵/۷$ است.

در بازی نبرد دریایی برای شلیک به یک نقطه، از مختصات آن نقطه کمک گرفتیم. «الف - ۴» مختصات یک نقطه در صفحه‌ی ناوگان حریف است. یعنی خانه‌ای که در سطر «الف» و در ستون ۴ است.

«اطلس جغرافیایی جهان» و صفحه‌ی «ناوگان حریف» در بازی نبرد دریایی، دو نمونه از صفحه‌های مختصاتی هستند. در حالت کلی یک صفحه مختصات دارای دو محور عمود برهم است که یک محور به صورت افقی و محور دیگر به صورت عمودی است.

یکی از معروف‌ترین صفحه‌های مختصاتی، صفحه‌ی مختصاتی دکارتی است که در ریاضیات کاربرد فراوانی دارد. محورهای صفحه‌های مختصات دکارتی، همان محورهای اعداد هستند.



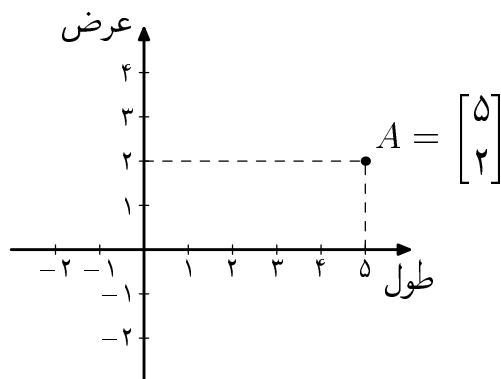


کاربرد حروف

سمت راست محور افقی اعداد مثبت و سمت چپ محور افقی اعداد منفی قرار می‌گیرند. همچنین بالای محور عمودی اعداد مثبت و پایین محور عمودی اعداد منفی قرار می‌گیرند. محور افقی را محور طول‌ها و محور عمودی را محور عرض‌ها می‌نامند. یعنی هر نقطه در صفحه مختصات، یک طول و یک عرض دارد. مختصات یک نقطه را به شکل زیر نشان می‌دهند:

$$\begin{bmatrix} \text{طول نقطه} \\ \text{عرض نقطه} \end{bmatrix}$$

در صفحه‌ی مختصات زیر، نقطه A به طول ۵ و عرض ۲ می‌باشد. یعنی فاصله‌ی نقطه‌ی A از محور عمودی ۵ واحد و از محور افقی ۲ واحد می‌باشد.



۱. هر یک از نقطه‌های زیر را در صفحه‌ی مختصات نشان دهید.

الف) $A = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$

ب) $B = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix}$

ج) $C = \begin{bmatrix} ۵ \\ -۲ \end{bmatrix}$

د) $D = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$

ه) $E = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۳ \end{bmatrix}$

و) $F = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$





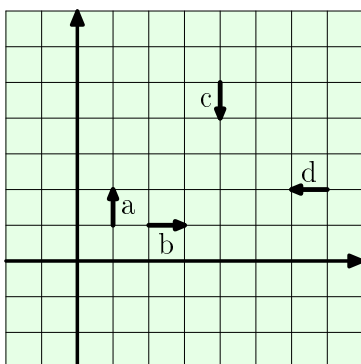
روپاد

چند نفر از دانش‌آموزان مدرسه سمپاد، روباتی به نام روپاد^۱ ساخته‌اند که این روبات را با چهار دستور می‌توانند به هر مکانی در صفحه‌ی مختصات که بخواهند منتقل کنند.

این چهار دستور عبارت‌اند از:

a: یک حرکت روبه بالا b: یک حرکت به سمت راست c: یک حرکت روبه پایین d: یک حرکت به سمت چپ

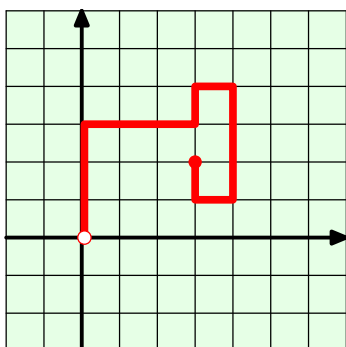
در صفحه‌ی مختصات زیر، عملکرد هر دستور را می‌توانید ببینید.



به عنوان مثال اگر روپاد را بر روی مبدا مختصات $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ قرار دهیم، مجموعه دستورات زیر، روپاد را با سیزده

حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌رساند. دایره‌ی توخالی نقطه‌ی شروع و دایره‌ی توپر نقطه‌ی پایانی مسیر را نشان می‌دهد.

a a a b b b a b c c c d a



۱. مخفف روبات و سمپاد





کاربرد حروف

تمرین

۱. مسیر $a a a b b c b a a d d c c c$ را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر جواب دهید.

الف) اگر روپاد از مبدا مختصات شروع به حرکت کند، آیا به مبدا باز خواهد گشت؟

ب) این روپاد چندبار مسیر حرکتش را قطع می‌کند؟

ج) این روپاد در چه نقطه‌ای متوقف می‌شود؟

۲. فرض کنید وقتی دو روپاد در یک نقطه به هم برسند، بتوانند از کنار یکدیگر عبور کنند و به مسیر خود ادامه دهند.

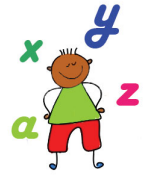
«روپاد شماره‌ی یک» با مسیر $b b b c d c d d a a d d c c c c d d$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$ ،

و «روپاد شماره‌ی دو» با مسیر $c d c c c b b c d d d d a d d c e b b$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$

شروع به حرکت می‌کنند.

این دو روپاد در چه نقطه‌هایی یکدیگر را ملاقات می‌کنند؟





۳. فرض کنید دو روپاد وقتی به هم برخورد بکنند از حرکت متوقف می‌شوند.

«روپاد شماره‌ی یک» با مسیر $baaaabbbcccbbbbcc$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و «روپاد شماره‌ی دو» با مسیر $adddeccccbbaabccbbba$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ شروع به حرکت می‌کنند.

الف) این دو روپاد در چه نقطه‌ای از حرکت متوقف می‌شوند؟

ب) اگر روپاد شماره‌ی دو از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ شروع به حرکت کند، در چه نقطه‌ای متوقف خواهد شد؟

ج) روپاد شماره‌ی دو از چه نقطه‌ای شروع به حرکت کند تا در سیزدهمین حرکت متوقف شود؟

د) روپاد شماره‌ی دو از چه نقطه‌ای شروع به حرکت کند تا در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ متوقف شود؟

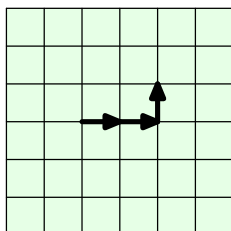
ه) روپاد شماره‌ی دو از چه نقطه‌ای شروع به حرکت کند تا در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ متوقف شود؟



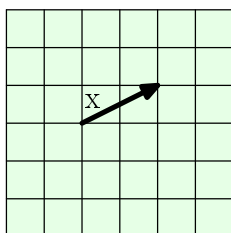


بردار انتقال

دانش‌آموزان سازنده‌ی روپاد برنامه‌ی روپاد را به‌گونه‌ای تغییر دادند که بتوان دستورات ترکیبی برای آن تعریف کرد. به عنوان نمونه دستور ترکیبی $x = b \ b \ a$ ، یعنی روپاد دوبار به سمت راست و یک‌بار به سمت بالا برود. می‌توان عملکرد دستور ترکیبی x را به صورت زیر نشان داد.



اما برای ساده‌تر نشان دادن عملکرد دستور ترکیبی x ، نقطه‌ی شروع دستور را به نقطه‌ی انته‌ای دستور وصل می‌کنیم.



این نحوه‌ی نمایش به این معنی نیست که روپاد واقعاً کج حرکت کرده است. بلکه به ما می‌گوید اگر روپاد این حرکت ترکیبی را انجام دهد، از نقطه‌ی شروع حرکتش به کدام نقطه می‌رسد.

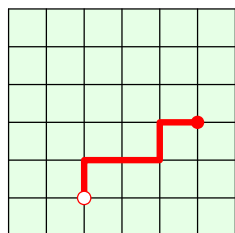
این نحوه‌ی نمایش نه تنها برای دستورات ترکیبی، بلکه برای تمام مسیر حرکت روپاد نیز درست است.

به عملکرد یک دستور ترکیبی و یا یک مسیر، بردار انتقال می‌گوییم. همیشه برای نشان دادن بردار انتقال، ساده‌ترین راه را انتخاب می‌کنیم. یعنی نقطه‌ی شروع را به نقطه‌ی انتها وصل می‌کنیم.

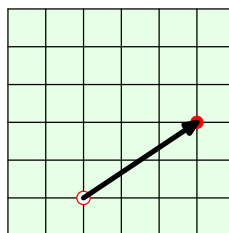




به عنوان مثال بردار انتقال مسیر a b b a b به شکل زیر است.



مسیر حرکت

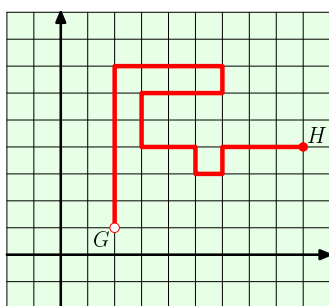


بردار انتقال

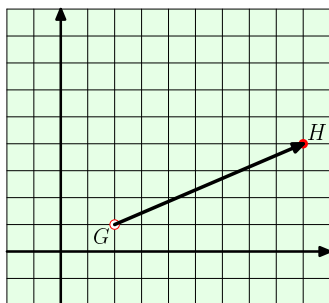
یک مسیر را به کمک بردار انتقال می توان کوتاه کرد به طوری که با کمترین حرکت ممکن می شود از نقطه ی شروع به نقطه ی انتهای مسیر رسید.

به عنوان مثال مسیر a a a a a b b b b b c d d d c b b c b a b b b را با نقطه ی شروع

$$G = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ در نظر بگیرید.}$$



با این مسیر، از نقطه ی $G = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ با بیست و دو حرکت به نقطه ی $H = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$ رسیده ایم. بردار انتقال این مسیر به صورت زیر است.



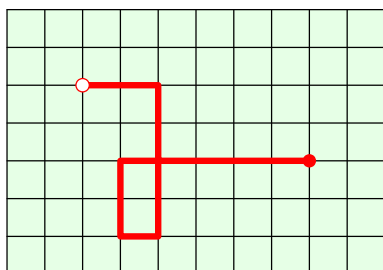


کاربرد حروف

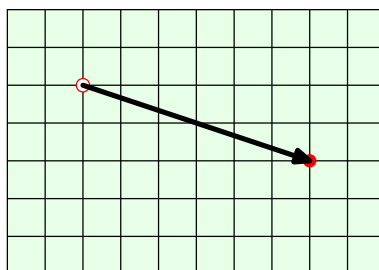
بردار انتقال به ما می‌گوید که برای رفتن از نقطه‌ی $G = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ به نقطه‌ی $H = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$ ، به اندازه‌ی هفت حرکت باید به سمت راست و به اندازه‌ی سه حرکت باید به سمت بالا حرکت کنیم. بنابراین با ده حرکت هم می‌توان از نقطه‌ی G به نقطه‌ی H رسید. پس این مسیر را می‌توان به صورت $bbbbbbaaaa$ کوتاه کرد.

نمایش بردار انتقال

اگر حرکت رو به بالا را مثبت و حرکت رو به پایین را منفی و همچنین حرکت به سمت راست را مثبت و حرکت به سمت چپ را منفی در نظر بگیریم، به راحتی می‌توان بردار انتقال را با دو عدد نشان داد. در مثال صفحه‌ی قبل بردار انتقال به صورت $bbbbbbaaaa$ به دست آمد. بنابراین بردار انتقال را می‌توان به صورت $\vec{GH} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$ نمایش داد. دقت داشته باشید که \vec{GH} با \vec{HG} فرق دارد. \vec{GH} بردار انتقال روپادی است که حرکت خود را از نقطه‌ی G شروع می‌کند و در انتها به نقطه‌ی H می‌رسد. \vec{HG} بردار انتقال روپادی است که حرکت خود را از نقطه‌ی H شروع می‌کند و در انتها به نقطه‌ی G می‌رسد. به عنوان مثالی دیگر، مسیر $bbccccdaabbbbbb$ را در نظر بگیرید.



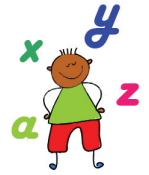
مسیر حرکت



بردار انتقال

بردار انتقال این مسیر به صورت $\begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$ نمایش داده می‌شود. زیرا روپاد برای رسیدن به نقطه‌ی انتهایی مسیر، باید شش حرکت به سمت راست و دو حرکت به سمت پایین داشته باشد.





تمرین

۱. بردار انتقال هر یک از دستورات ترکیبی زیر را به دست آورید.

(الف) $e = a a a b b a b c c c d a$

(ب) $f = b b c c c c d a b b b b b$

(ج) $g = a a d c d c d c d c b$

(د) $h = d d a b a d c d a b$

۲. دستورات ترکیبی تمرین قبل را در نظر بگیرید.

(الف) بردار انتقال مسیر $f e h g e g e h$ را به دست آورید.

(ب) مسیر را به طوری خلاصه کنید که از نقطه‌ی ابتدایی بتوان به نقطه‌ی انتهایی با کمترین حرکت رسید.

(ج) اگر یک روپاد از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ با مسیر قسمت «الف» حرکت کند، در انتها به چه نقطه‌ای می‌رسد؟

۳. یک روپاد با مسیر $a a e a b c b a e e a d a d a$ از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ شروع به حرکت می‌کند.

(الف) دستور ترکیبی e را به گونه‌ای تعریف کنید به طوری که نقطه‌ی انتهای مسیر $\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ باشد. بردار انتقال e را بنویسید.

(ب) دستور ترکیبی e را به گونه‌ای تعریف کنید به طوری که نقطه‌ی انتهای مسیر $\begin{bmatrix} 7 \\ 11 \end{bmatrix}$ باشد. بردار انتقال e را بنویسید.

(ج) دستور ترکیبی e را به گونه‌ای تعریف کنید به طوری که نقطه‌ی انتهای مسیر، نقطه‌ی شروع مسیر باشد. بردار انتقال e را بنویسید.





کاربرد حروف

۴. یک روپاد با بردار انتقال $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ در هر یک از حالت‌های زیر، به چه نقطه‌ای روی صفحه‌ی مختصات می‌رسد؟

الف) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

ب) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

ج) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

۵. یک روپاد قرار است با بردار انتقال $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ حرکت کند. در هر یک از حالت‌های زیر، بگویید روپاد از چه نقطه‌ای باید شروع به حرکت کند.

الف) نقطه‌ی انتهای مسیر $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ باشد.

ب) نقطه‌ی انتهای مسیر $\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$ باشد.

ج) نقطه‌ی انتهای مسیر $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد.





۶. در هر یک از حالات زیر بگویید روپاد با چه بردار انتقالی حرکت کرده است.

الف) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و نقطه‌ی انتها در $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$

ب) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و نقطه‌ی انتها در $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

ج) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و نقطه‌ی انتها در $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

د) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و نقطه‌ی انتها در $\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$

ه) نقطه‌ی شروع از $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و نقطه‌ی انتها در $\begin{bmatrix} -5 \\ -11 \end{bmatrix}$

۷. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $D = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $E = \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

باشد، بردارهای انتقال زیر را به دست آورید.

الف) \vec{EA}

ب) \vec{FA}

پ) \vec{AF}

ت) \vec{BE}

ث) \vec{AE}

ج) \vec{CD}

چ) \vec{CB}

ح) \vec{BC}

خ) \vec{BD}





کاربرد حروف

برگهی مربوط به بازی نبرد دریایی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ناوگان نیروهای خودی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ناوگان نیروهای خودی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ناوگان نیروهای خودی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
الف										
ب										
پ										
ت										
ث										
ج										
چ										
ح										
خ										
د										

ثبت شلیک‌ها به سمت ناوگان حریف

