

## هل من مزید ۱

۱. فرض کنید که  $a, b$  و  $c$  سه عدد باشند. ثابت کنید که اگر  $x^4 + ax^2 + bx + c$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر

باشد، آنگاه بر  $x^2 - c^2$  هم بخش پذیر خواهد شد.

۲. با کمک تقسیم چندجمله‌ای‌ها ادعاهای زیر را ثابت کنید.

الف)  $x^5 + y^5$  بر  $x + y$  بخش پذیر است.

ب)  $x^5 + y^5$  بر  $x - y$  بخش پذیر نیست.

۳. فرض کنید که

$$A = x^2y + xy^2 + y^2$$

$$B = y^2 - 1$$

$$C = xy - 1$$

به دنبال سه چندجمله‌ای  $P, Q$  و  $R$  هستیم، به طوری که

$$A = BP + CQ + R$$

الف) با این فرض که  $P$  خارج قسمت تقسیم  $A$  بر  $B$  و  $Q$  خارج قسمت تقسیم  $A - BP$  بر  $C$  است،

مسئله را حل کنید.

ب) با این فرض که  $Q$  خارج قسمت تقسیم  $A$  بر  $C$  و  $P$  خارج قسمت تقسیم  $A - CQ$  بر  $B$  است،

مسئله را حل کنید.

ج) آیا  $R$  در قسمت «الف» و «ب» یکسان است؟

۴. با کمک ترتیب لغت نامه‌ای معکوس<sup>۱</sup>، مسئله‌ی ۳ را دوباره حل کنید.

---

۱. رجوع شود به «شیوه‌های استانداردسازی» در فصل «چندجمله‌ای‌ها و اتحادها» در وبگاه ریاضی سمپاد

۵. الف) با در نظر گرفتن مسأله‌های ۳ و ۴، روشی برای تقسیم چندجمله‌ای‌ها ابداع کنید به‌طوری که در آن به جای تقسیم معمولی (که یک مقسوم‌علیه دارد)، تقسیم پیشرفته‌ای با دو مقسوم‌علیه به‌دست آید.<sup>۲</sup>

$$x^2y + xy^2 + y^2 \overline{) y^2 - 1}$$

نمونه‌ای از تقسیم با یک مقسوم‌علیه

$$x^2y + xy^2 + y^2 \overline{) y^2 - 1} \overline{) xy - 1}$$

نمونه‌ای از تقسیم با دو مقسوم‌علیه

ب) آیا می‌توانید روش تقسیمی ابداع کنید که اگر در آن جای دو مقسوم‌علیه را عوض کنیم خارج قسمت تغییر نکند؟

---

۲. امروزه در بخشی از ریاضی به نام جبر جابه‌جایی بحث زنده و بروزی درباره‌ی تقسیم همزمان یک چندجمله‌ای بر چند تا چندجمله‌ای تحقیق می‌کنند.