

◄ فصل دوم

🛭 که مختصات و جبر

ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز



فهرست مطالب

ختصات
فهوم بردار
کاربرد بردارها
صعع بردارها
صع بردارها – مفهوم تعادل
سابقهی سمپادکولا
لناب کشی فوق حرفهای
جزیهی بردارها
ىبار تھاى جبرى– يافتن جملەى nاُم
کاربرد رابطه های جبری
باده کردن عبارتهای جبری
وزیع پذیری ضرب روی جمع و تفریق
زی جبدوز



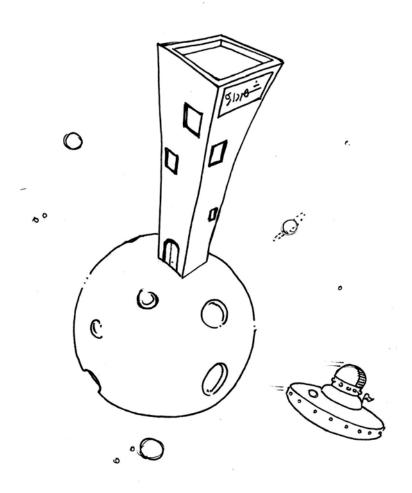
۳۶	معادله
	روش حدس و خطا
٣٩	مغالطههای جبری
f7	کاربرد معادله
FA	شعبدهبازیهای عددی
۸۰	ر هن گشاد ۱۱۱

ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز



مختصات

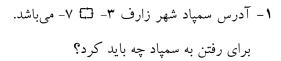
به شهر «زارف» واقع در سیارهی «زپتو ۹» خوش آمدید.

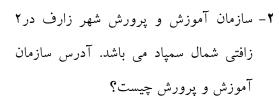


ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز



ساکنین این شهر «زاپو»ها هستند. شهرداری شهر زارف، در مرکز شهر واقع شده است. واحد اندازه گیری زاپوها به احترام مؤسس شهر، آقای «زافتا»، «زافت» نام دارد. آدرس هر نقطه از شهر زارف با توجه به مکان ساختمان شهرداری بیان می شود. برای مثال، خانه ای به آدرس ۳ زافت به سمت شمال رفته و سپس ۲ زافت به سمت شرق حرکت کنیم.





۳- آدرس شهرداری چیست؟



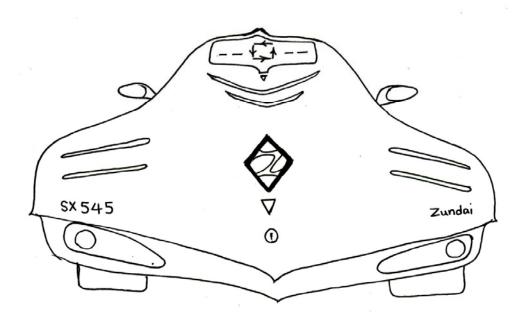
مفهوم بردار

خیابانها، اتوبانها و تمام مسیرهای ماشینی زارف یا شمالی- جنوبی و یا شرقی- غربی هستند. بعضی از زاپوهای مُرفَّه، اتوموبیلهای بسیار پیشرفته و هوشمندی به نام «زیوندای» دارند. زیوندایها تنها با وارد کردن دو عدد به راننده را به مقصد می رسانند. عدد اول مقدار زافت حرکت به سمت شرق را مشخص می کند.



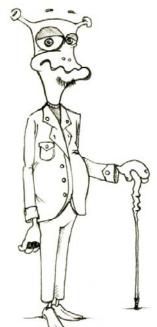
ریاضی طلایه داران – سوم راهنمایی – نسخه ی دانش آموز





۴- «زانا» یکی از اهالی پولدار زارف است. او برای آنکه از قصر با شکوه خود به آدرس ۵۳-۴۷۲۶، به شرکت خود به آدرس ۲۲ ۳۲۳ برود، میبایست چه اعدادی را در زیوندای خود وارد کند؟

۵- زانا برای برگشت از شرکت به منزل خود چهاعدادی را میبایست وارد کند؟

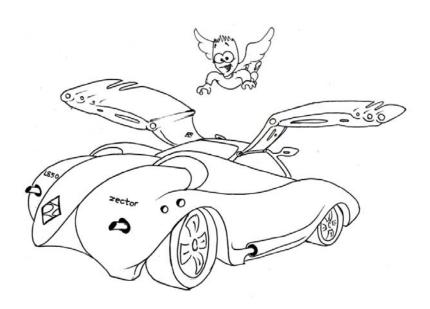




۶- زانا یک روز، برای رفتن به خانه اعداد ۵۰-۴۴۵ را در زیوندای خود وارد کرد. زانا
 کجا بوده است؟ آیا زانا تیزهوش است؟

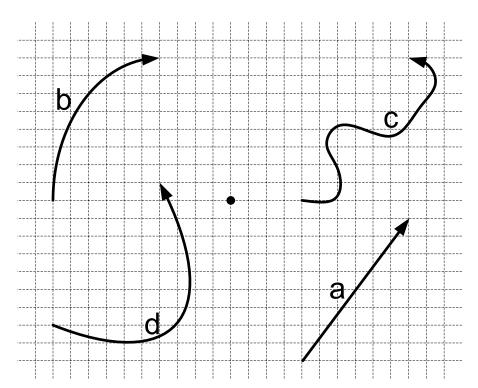
۷- یک روز جمعه که زانا میخواست تعطیلات خود را به کنار دریاچه شهر به آدرس ۱۰۳۵۳ برود، اتوموبیل نازنینش دچار مشکل شده و ارقام زوج را قبول نمی کرد. آیا او می تواند بدون تعمیر ماشین از خانه به کنار دریاچه برود و از تعطیلات خود لذت ببرد.

به تدریج و با افزایش سرمایهدارها، تعداد زیوندایهای شهر زارف زیاد شده است و ترافیک سنگین در ساعات مختلف روز در شهر زاپوها را کلافه کرده است. به همین منظور، شرکت سازنده ی این خودروها نسل جدید آنها را روانه ی بازار کرده است. سری جدید زیوندایها به نام «زکتور» توانایی پرواز دارند و با وارد کردن دو عدد (مانند زیوندایها) به پرواز در آمده و بهصورت کاملاً هوشمند به مقصد می روند.



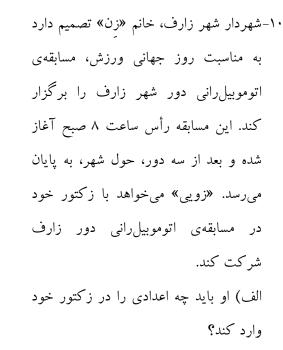


۸- سامانهی هوشمند حمل و نقل و ترافیک شهر زارف هم برای کنترل بهتر حرکت تمامی خودروها، مسیر حرکت آنها را توسط یک سامانهی بسیار هوشمند ثبت می-کند. در شکل زیر بردار حرکت چهار زکتور در شهر زارف رسم شده است. اعداد وارد شده درکدام یک از این زکتورها با بقیه فرق می کند.



۹- زلاتان امروز صبح با زکتور خود به اداره رفت و بازگشت، سامانهی هوشمند حمل و
 نقل و ترافیک شهر زارف بردار حرکت هر این شهروند را چگونه ثبت خواهد کرد.





الف) او باید چه اعدادی را در زکتور خود وارد كند؟

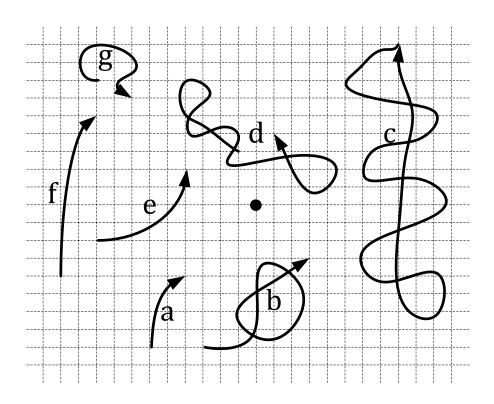
شركت كند.

ب) سامانهی هوشمند حمل و نقل و ترافیک شهر زارف، بردار حرکت اتوموبیلهای شرکت کننده را چگونه ثبت خواهد کرد.





۱۱-مختصات هر یک از بردارهای زیر را بنویسید.



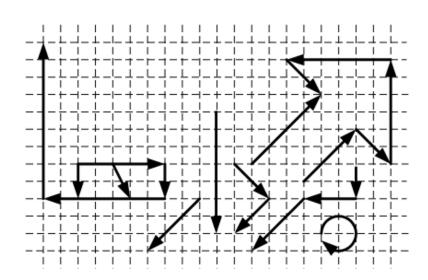
۱۲- «باب زایس» نقاش معروف، یک روش جدید برای آموزش نقاشی اختراع کرده است. او به وسیلهی بردارها، رسم اشکال مختلف را آموزش میدهد. مثلاً در زیر یک روش الگوی نقاشی آمده است. کافیست از نقطهای دلخواه شروع کنید و پشت سر هم طبق بردارهای آمده، شکلی را رسم کنید. آیا پیش از شروع کار میتوانید حدس بزنید باب زایس چه شکلی را برای شما آماده کرده است؟



$$\begin{bmatrix} \circ \\ 1 \circ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Delta \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu \\ \nu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu \\ \nu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu \\ \nu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu \\ \nu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 0$$

۱۳-به روش باب زایس طرح زیر را بهصورت برداری بیان کنید. می توانید برای بعضی بردارها

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{p} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$$
 ابتدا در $\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$ ابتدا در اییان کنید. مثلاً بردار





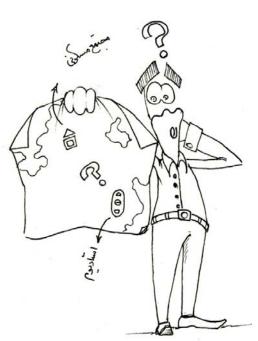
كاربرد بردارها

۱۴-در تمام علوم، دو نوع کمیت وجود دارد. کمیتهای عددی مثل قد و کمیتهای برداری مثل نیرو. چه تفاوتهایی بین این دو نوع کمیت میبنید؟

۱۵-سرعت یک خودرو چه نوع کمیتی است؟ جرم یک خودرو چطور؟

۱۶-دو خودروی سواری با سرعتهای ۲۰ و ۳۰ کیلومتر در ساعت در جاده کاشان - اصفهان در حال حرکت هستند. اگر این دو خودرو در یک لحظه در کنار هم باشند، بعد از گذشت ۲ ساعت در چه فاصلهای از یکدیگر قرار دارند؟

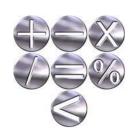




۱۷-شهر زارف که به خاطر می آورید! یک تاجر به نام «زاجر» می خواهد یک فروشگاه زنجیرهای بزرگ به مساحت برت زافت مربع در این شهر بسازد. او می خواهد فروشگاهش را در نقطهای از شهر بسازد که فاصلهاش تا مجتمعهای مسکونی شهر به آدرس ۱۶-۹۲ و استادیوم ورزشی زارف به آدرس مردمی که در مجتمعهای مسکونی شردمی که در مجتمعهای مسکونی زندگی می کنند و هم تماشاچیان مسابقات

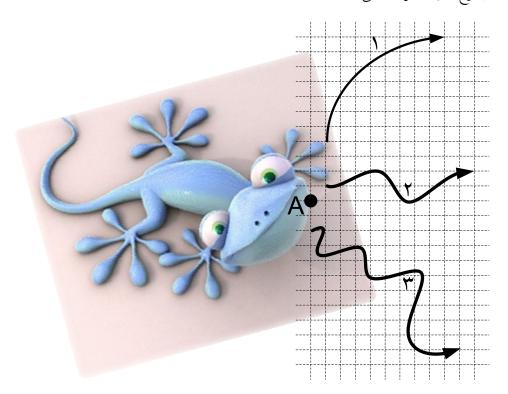
ورزش به راحتی بتوانند به این فروشگاه رفت و آمد کنند. به زاجر کمک کنید و آدرسی را که باید در آن فروشگاه زنجیرهای خود را بنا کند بیابید.

ار $S=\begin{bmatrix} -\mathbf{p} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$ به دست آورید. (راهنمایی: نقطه ی وسط پاره خط S است.) $S=\begin{bmatrix} -\mathbf{p} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$ است.)



جمع بردارها

۱۹-عموی الهه برای او یک عروسک کنترلی بسیار پیشرفته خریده است. روی کنترل این عروسک ۳ دکمه وجود دارد. الهه هر بار که دکمهای را می فشارد عروسک طبق بردار آن حرکت می کند. مثلاً وقتی دکمه ی ۱ را می فشارد، عروسک طبق بردار ۱ شروع به حرکت می کند و وقتی دو دکمه ی ۳ و ۲ را با هم می فشارد، عروسک طبق بردار مجموع ۲ و ۳ حرکت می کند.



الف) عروسک با فشردن به ترتیب دکمههای ۱ و ۲ و ۳ (هر کدام یکبار) از نقطهی شروع(A) به چه نقطهای می رسد؟



ب) اگر ترتیب فشردن دکمهها را بهصورت ۳ و ۲ و ۱ (هر کدام یکبار) تغییر دهیم، عروسک از نقطهی شروع به کجا میرسد؟

پ) اگر الهه هر یک بار سه دکمه را با هم بفشرد عروسک از نقطهی شروع به چه نقطهای میرسد؟

ت) بهترین ترتیب فشردن دکمه ها برای آنکه عروسک به دورترین فاصله از مکان اولیهاش برسد، چیست؟ (به شرطی که هر دکمه را فقط یک بار بفشاریم)

۲۰-مورچهها موجودات بسیار قدرتمند و پرکاری هستند و البته بعضیها معتقدند که آنها بسیار باهوش هم هستند. تا به حال حتماً حمل بار توسط تعداد زیادی از مورچهها را دیدید که با یکدیگر و با نظم و ترتیب بار سنگینی رو تا لانهشان حمل می کنند. زیور یک دانشمند نوجوان و علاقه مند به کار روی زندگی مورچه هاست. او حالا که با بردارها تا حدی آشنا شده، می خواهد حمل بار توسط دسته ی مورچهها را با بردار توصیف کند.

الف) به او در این کار کمک کنید و بردار حرکت تمام مورچه ها را رسم و بردار مجموع را بیابید. (توجه کنید یک مورچه می تواند جسمی را بکشد ولی نمی تواند هٔل دهد.)

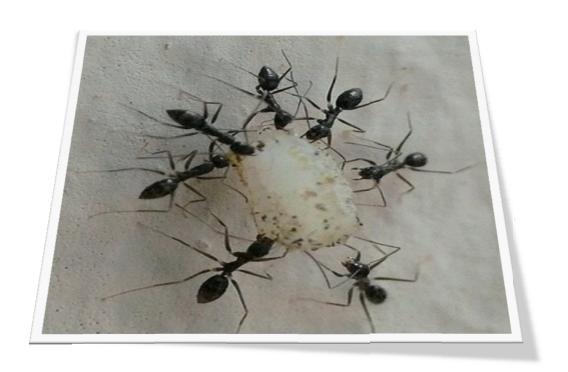
ب)اگر لانهی این مورچهها در شمال غرب تصویر واقع باشد، کدام جمله صحیح تر است؟

* مورچههای پایینِ تصویر اصلاً باهوش نیستند.

* هیچ مورچهای در دنیا باهوش نیست.



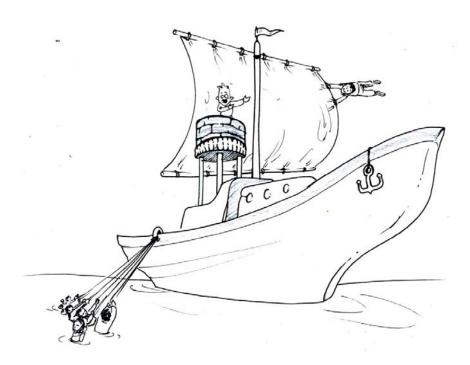
ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز



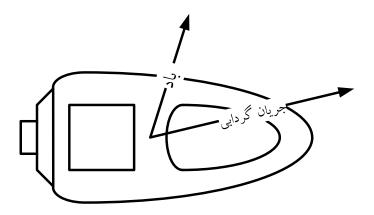


جمع بردارها - مفهوم تعادل

۲۱- ناخدا احد با کشتی بادبانی و صد خدمه ی خود در دریای طوفانی خلیج فارس گم شده است. در آخرین ارتباط رادیویی گارد ساحلی با ناخدا احد داشته اند به او دستور داده اند تا کشتی خود را به هیچ عنوان از جایش تکان ندهد تا تکاوران گارد ساحلی بتوانند پیدایشان کنند. اما باد شدید و جریان آب باعث شده اند تا ناخدا دچار مشکل بزرگی شود و بر خلاف دستور، کشتی به حرکت درآید. او به تمام خدمه ی شجاع خود دستور داد تا به آب بپرند و با طنابهایی کشتی را بکشند تا از جای خود تکان نخورد. به ناخدا احد کمک کنید و جهت و مقدار نیرویی را که خدمه اش باید وارد کنند را با یک بردار مشخص کنید.





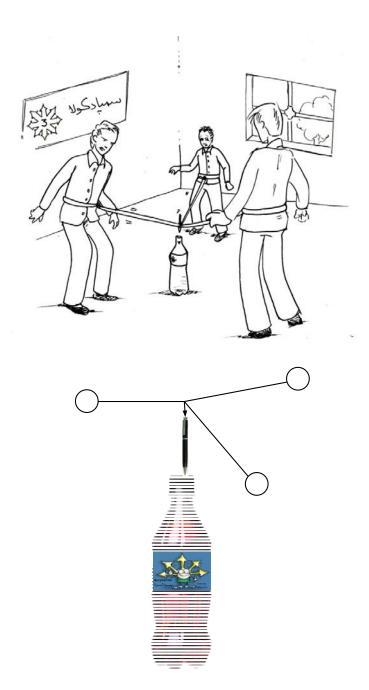


مسابقهى سمپاد كولا

77- یک شرکت سازنده ی نوشابه ی مبتکر به نام «سمپاد کولا»، دست به طراحی بازی تلویزیونی جذابی، برای جلب مشتری های بیشتر زده است. در این بازی چند گروه سه نفره شرکت می کنند. به دور کمر هر یک از نفرات گروه یک نخ کاموایی به طول ۱۵۰ سانتی متر متصل می باشد و طرف دیگر هر سه نخ به یک خود کار وصل است. نفرات گروه به گونه ای مثلثی می ایستند و یک شیشه ی نوشابه در مرکز مثلث قرار می گیرد. افراد گروه باید سعی کنند بدون استفاده از دست و تنها با تکان خوردن، خود کار را به درون شیشه ی نوشابه ی سمپاد کولا ببرند. گروهی برنده ی بازی است که بتواند زود تر از بقیه ی گروه ها و بدون دست زدن به نخها و تنها با حرکات بدن، خود کار را داخل شیشه ی نوشابه ببرد.



ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز

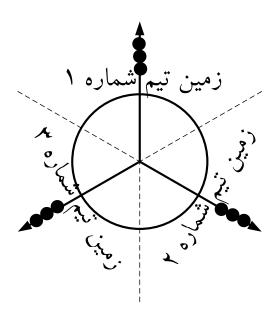


چه راهبردی برای بردن این بازی پیشنهاد می کنید؟



طناب کشی فوق حرفهای

۲۳- نُه قهرمان مسابقات جهانی طناب کشی توانستهاند بازی طناب کشی را ارتقا دهند. آنها در ۳ گروه ۳ نفره و در زمینی به شکل زیر قرار می گیرند.

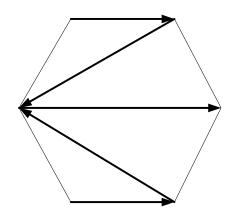


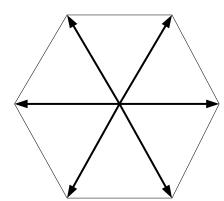
دایره ی مرکز زمین به شعاع نیم متر می باشد. سه طناب در مرکز زمین به یکدیگر گره خوردهاند و به گره سه طناب یک پارچه ی وصل شده است. سه گروه ابتدا در زمین مربوط به خود مستقر شده و سپس همزمان و با سوت داور شروع به کشیدن طناب می کنند. گروهی برنده است که بتواند پارچه متصل به گره را به زمین خود بیاورد. دقت کنید که در ابتدای بازی زاویه ی سه طناب با یکدیگر ۱۲۰ درجه باشد.

چه راهبردی برای بردن این بازی پیشنهاد می کنید؟



۲۴- بردار مجموع بردارهای زیر را رسم کنید. (ششرضلعیهایی که میبینید منتظم هستند.)





تجزیهی بردارها

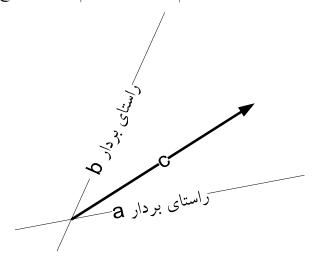
را رسم کنید. $\vec{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ -\mathbf{r} \end{bmatrix}$ را رسم کنید.

الف) دو بردار را چنان رسم کنید که جمعشان برابر بردار $ec{a}$ شود.

ب) چند جفت بردار وجود دارند که جمعشان برابر بردار وجود دارند که جمعشان برابر بردار و



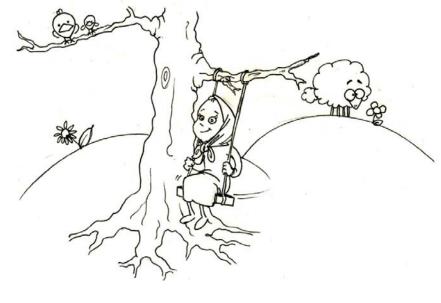
راستاهای دو بردار \vec{c} و میدانیم که \vec{c} ایم دانیم که \vec{c} راستاهای دو بردار \vec{c} و داده \vec{c} داده شدهاند. بردارهای \vec{c} و \vec{d} را رسم کنید و روش رسم خود را توضیح دهید.

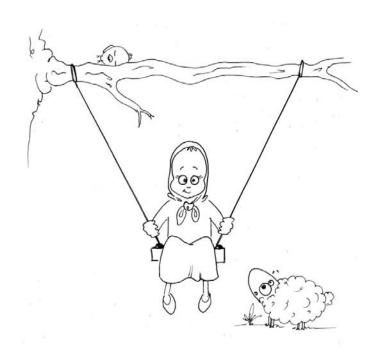


۲۷-تینا، ۴۰ کیلوگرم وزن دارد. او دیروز که به همراه خانوادهاش به دل طبیعت رفته بود طنابی را به شاخه ی قطور یک درخت وصل کرد و مشغول تاب بازی شد. طنابهایی که او استفاده کرده است، می بایست توانایی تحمل حداقل چند کیلوگرم وزن را داشته باشند تا تینا دچار مشکل نشود؟



ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز

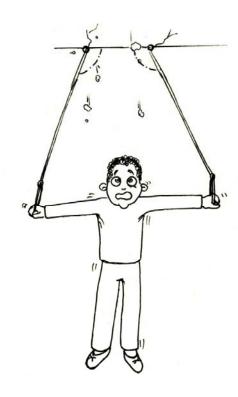






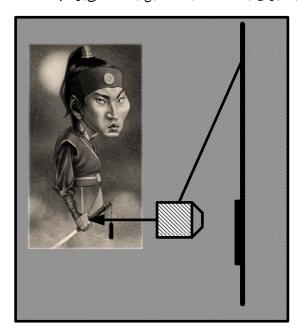
۲۸-تابک برادر تینا، یک ژیمناست نوجوان است. او خود را برای شرکت در مسابقات ژیمناستیک استان در دسته ۵۰ کیلوگرم آماده می کند. اتابک در بخش دارحلقه بسیار توانمند است. اما دیروز که همهی خانواده برای گردش به دل طبیعت رفتند او در خانه برای تمرین بیشتر تنها ماند. او ابتدا مثل هر روز به دارحلقهای که خودش ساخته بود آویزان شد (شکل ۱). پس از مدتی به سراغ یک حرکت جدید تعادلی رفت (شکل ۱). اگر طنابهایی که او استفاده کرده است توانایی تحمل ۲۵۰ نیوتن وزن را داشته باشند، چرا او امروز در بیمارستان بستری است!؟







۲۹-جومونگ را که می شناسید. او برای بیدار کردن مردم شهرش از وسیلهای به شکل زیر استفاده می کند. او هر روز باید این وزنهی سنگین ۱۰۰ کیلوگرمی را کشیده و سپس رها کند تا با صدای برخود این وزنه با طبل تمام مردم شهر بیدار شوند. مقدار نیرویی که او برای هر بار برای به صدا در آوردن طبل به کار می برد چقدر است؟

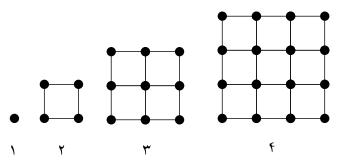




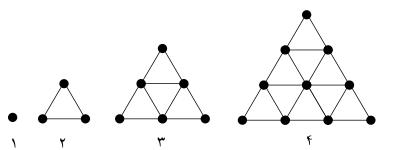
عبارتهای جبری – یافتن جملهی nاُم

۳۰-در ریاضیات بعضی دنباله ها بسیار معروف می باشند. در زیر چند دنباله ی شکلی آمده است. در این شکلها تعداد دایره های سیاه موجود در شکل با شماره ی آن رابطه ای دارند. در مورد هر دنباله ابتدا شکل بعدی را رسم کرده و سپس تعداد دایره های سیاه مین شکل را با یک رابطه ی جبری بیان کنید.

الف) اعداد مربعي



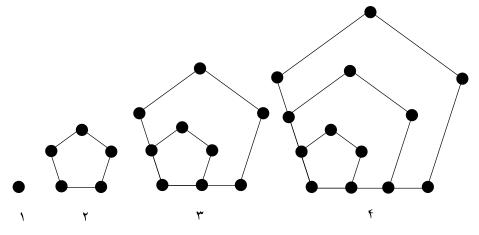
ب) اعداد مثلثي



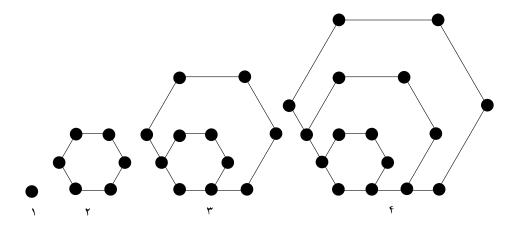
پ) اعداد مُخَمَّسي



ریاضی طلایه داران – سوم راهنمایی – نسخه ی دانش آموز



ت) اعداد مُسَدَّسي





۳۱- «لیندا» با جمع و تفریق بعضی دنباله های بالا، دنباله های جدیدی به دست آورده است. مثلاً با جمع کردن دو دنباله ی اول (اعداد مربعی و مثلثی) دنباله ی

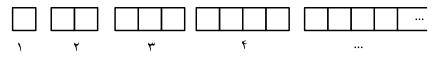
۲, ۷, ۱۵, ۲۶, ۴ ۰, ...

را ساخته است. جمله nاُم هر یک دنبالههای لیندا را بیابید.

- ، ۲,۷,۱۵,۲۶,۴ (الف
- ب) ۲,۸,۱۵,۲۳,۳۲,...
- س) ۲٫۱ ۰٫۲ ۰,۳۲,۴۶,...
- ت) ۲,۹,۱۸,۲۹,۴۲,...
- ش (ث) ۲٫۱ ۱٫۲ ه ۲٫۱ ۲٫۱ (ث
- رج) ۳,۱۴,۲۶,۳۹,۵۳,...

۳۲-نشان دهید جمع هر دو عدد مثلثی متوالی، یک عدد مربعی است.

۳۳-آقای «ترنّم» معلم ریاضی سال سوم راهنمایی است. او روی تخته ی کلاس با چوب-کبریت دنباله ی شکلی زیر را رسم کرد و از دانش آموزان خواست تعداد چوب کبریت-های المین شکل را بیابند.



هر یک از دانش آموزان یک روش را برای شمارش تعداد چوب کبریتهای هر شکل پیشنهاد کردند.



الف) «تفکّر» گفت می توانیم تعداد چوب کبریتهای هر شکل را بدین صورت بشماریم:

1 + M	$l+h\times h$	1+ m × m	1+k×h

با روش تفکر، جملهی nاُم این دنباله را بیابید.

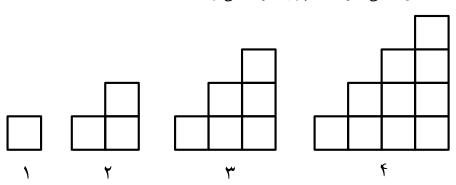
ب) «تحول» دوست تفكر نوشت:

 $1\times F-0$, $Y\times F-1$, $Y\times F-Y$, $Y\times F$, $Y\times F-Y$, $Y\times F$,

پ) جملهی nاُم این دنباله به روش تحول بهدست آورید.

ت) «تصوتر» شاگرد اول کلاس، جملهی (n+1)+n+1 را پیشنهاد کرده است. او چگونه چوب کبریتها را شمرده است.

۳۴-در دنبالهی شکلی زیر که با چوب کبریت می توان آن را نشان داد:



- الف) تعداد مربعهای ۱×۱ شکل nأم چندتاست؟
- ب) تعداد چوب كبريتهاي شكل nاُم را بيابيد.



کاربرد رابطههای جبری

۳۵-در ادامه چند رابطهی پرکاربرد فیزیکی آمده است. در هر مورد، متغیر خواسته شده را

بيابيد.

الف) قانون لنز ا

F: فاصلهی کانونی آینه

فاصلهی جسم تا آینه: D_{0}

نه تصویر تا آینه: D_i

$$\begin{split} &\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \\ &D_o = \mathfrak{o}/\gamma \ , \ D_i =_1 \ \to f = ? \end{split}$$

ب) ظرفیت یک خازن

$$C = \frac{k \times \varepsilon_{\circ} \times A}{d}$$

 $k = \text{p} , \epsilon_{\circ} = \text{A}/\text{AG} \times \text{I} \circ^{\text{IP}} , A = \circ/\circ \text{I}, d = \text{I}/\text{I} \times \text{I} \circ^{\text{II}\circ} \rightarrow C = ?$

 $^{"}$ پ) رابطهی رادرفورد $^{"}$ – بور

$$\frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{1}{n_s^{\prime}} - \frac{1}{n^{\prime}} \right)$$

 $R = 1/ \circ 9 \times 1 \circ^{\vee}, n = \gamma, n_s = \gamma \rightarrow \lambda = ?$

۳۶-با توجه به فرمولهای ریاضی زیر مقادیر خواسته شده را بهدست آورید.

الف) قضیه پیک أ: به دست آوردن مساحت یک شکل شبکهای

Lenz's law '

Ernest Raderford

Niels Bohr '



I : تعداد نقاط درون شكل

B: تعداد نقاط مرزى

$$S = I + \frac{B}{r} - I$$

 $I = r_1$, $B = r_A \rightarrow S = ?$

ب) رابطهی هرون^۵

$$p = \frac{a+b+c}{r} , S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$a = r, b = r, c = s \rightarrow S = ?$$

ساده کردن عبارتهای جبری

۳۷-در هر یک از عبارات، زیر جملات متشابه خط بکشید و سپس آنها را ساده کنید.

 $(\pi = \mu/1 + 1 \Delta...)$

الف)
$$\pi a + \mu a + \pi^{r} a =$$

$$\Box$$
) $\psi a + \pi^{\dagger} a - \psi a + \psi \sqrt{\psi} \times a =$

$$\sqrt{\mu}a^{\nu}b + \sqrt{\mu}ab^{\nu} - \pi^{\nu}ab^{\nu} - \sqrt{5}a^{\nu}b =$$

ت)
$$\sqrt{\mathsf{P}}s^{\mathsf{P}}b + \sqrt{\mathsf{A}}b^{\mathsf{P}}s - \mathsf{P}\sqrt{\mathsf{P}}sb^{\mathsf{P}} - \sqrt{\mathsf{PP}}s^{\mathsf{P}}b =$$

ث)
$$\sqrt{\mathsf{P}\,\mathsf{V}\,p^{\,\mathsf{P}}m} + \pi^{\mathsf{P}}pm^{\,\mathsf{P}} - \pi^{\mathsf{P}}pm^{\,\mathsf{P}} - \sqrt{\mathsf{P}}p^{\,\mathsf{P}}m =$$

Pick ' Heron '



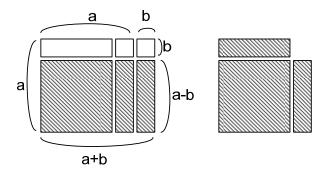
توزیع پذیری ضرب روی جمع و تفریق

-77 پادشاه شهر الجبرا اعلام کرد که هر سال به مناسبت سالروز پادشاهیش، بار عامی برگزار می کند و به هر یک از مهمانان سکهی طلا می دهد. نکته ی جالب آن است که اگر a پسر به دیدنش بروند به هر کدام a تا سکهی طلا می دهد و اگر a دختر به دیدنش بروند به هر کدام a تا سکهی طلا می دهد. که در این صورت در مجموع، دخترها و پسرها $a^r + b^r$ سکهی طلا می گیرند. حال اگر a پسر و $a^r + b^r$ همزمان به دیدن پادشاه بروند چند سکهی طلا بیشتر از قبل می گیرند؟





٣٩-با توجه به شكل به سؤالات زير پاسخ دهيد.



(الف)
$$(a+b)(a-b) =$$

$$(\sqrt{\gamma} + \sqrt{\psi})(\sqrt{\gamma} - \sqrt{\psi}) =$$

$$(\sqrt{\Delta} + \sqrt{\gamma})^{1}$$
 ($\sqrt{\Delta} - \sqrt{\gamma}$) $(\sqrt{\Delta} - \sqrt{\gamma})^{1}$

عبارت
$$\frac{1}{\sqrt{1 \, \Gamma} - \sqrt{1 \, 1}}$$
 را در نظر بگیرید.

الف) این عبارت را در
$$\frac{\sqrt{17 + \sqrt{11}}}{\sqrt{17 + \sqrt{11}}}$$
 ضرب کنید. آیا عبارت ساده تر نشده است؟

ب) عبارت
$$\frac{1}{\sqrt{r \circ q} - \sqrt{1 m \Lambda \Lambda}}$$
 را ساده کنید.



بازی جبدوز^ء

 $^{+}$ این بازی دارای دو جدول است. جدول کوچک پایین دربر گیرنده ی عبارات جبری ساده است و جدول بزرگ $^{+}$ بالا دربر گیرنده ی عبارتهای با $^{+}$ میباشد. در ابتدا دو مهره همسان (مثلاً دو عدد د کمه) در مرکز جدول کوچک قرار دارد. هر کس در نوبت بازی خود، یکی از مهرهها را به دلخواه برمی گزیند و بر روی یکی از عبارتهای جدول کوچک قرار می دهد. با این حرکت او می تواند در جدول بزرگ، عبارتی را که از حاصل ضرب دو عبارت ساده ی مهره دار به دست می آید تصاحب کند و با $^{+}$ یا $^{+}$ به خود اختصاص دهد. هر کس که بتواند سه خانه ی متوالی (افقی – عمودی – مورب) را به خود اختصاص دهد برنده است. دقت کنید که نفر اولی که مهره انتخاب می کند عبارت جبری درجه ی دو یی را برای خود نمی کند و نفر دومی که مهره انتخاب می کند اولین عبارت جبری درجه ی دو را از جدول $^{+}$ به خود از آن خود می کند.

[ٔ] جبر + دوز = جبدوز

ریاضی طلایه داران - سوم راهنمایی - نسخه ی دانش آموز

$x^{r}+yx+1$	х	x * -x -\$	х ^г – ч	x * -1	$x^{\nu} - \mu x + \nu$
$x^{r} + 9x + \Lambda$	x " + Yx + 1 P	х ^ү + ү чх + ү	х ^ү + үх — р	$x^{P} - Px - A$	x " -x -1 P
x ^ч -х - ч	x	x " - - - - - - - -	$x^{r} - 9x + 9$	x * + \tex + \tex	x " + \mu x - \mathbf{\psi}
x " + x - 9	x * + x - 1 Y	х ^ү – үх – ү	x * - &x + +	x " - ax + 5	x " - yx +1 P
x * + &x + F	x * + \mathbf{r} x + \mathbf{r}	$x^{+} + yx - \lambda$	x " + Ax +15	х ^ү – үчх – ү	х ^r – r e
$x^{r} - 9x + \Lambda$	x ^r –15	$x^{P} - Px + I$	x * + &x + \$	x * + 5x + 9	x " - Ax +15

x + 1	<i>х</i> – ж	x + y
x - F		<i>x</i> + ¢
x-y	<i>x</i> + w	x-1



معادله

۴۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف)
$$\frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}(\mathbf{r}x - \mathbf{r}) + \mathbf{r})}{\Delta x^{\mathbf{r}} - \mathbf{r}\mathbf{r}x - \mathbf{r}} = \mathbf{o}$$

ے)
$$| (x - y)(x - y) - y(x + y) = (-yx + y)(x - a)$$

$$\psi) \frac{-(\forall x - \forall y)(x^{\mathsf{P}} - \mathbf{1} + \mathbf{P})}{\mathbf{q} - \Delta x^{\mathsf{P}}} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\frac{\mathbf{F}x - \mathbf{A}}{1 \circ \mathbf{F}} - \frac{\mathbf{P} \circ - x}{\mathbf{F}} + \frac{x + \frac{1}{\mathbf{P}}}{\mathbf{P} \circ \mathbf{F}} - \mathbf{P} \frac{1}{\mathbf{F}}}{\frac{x}{\mathbf{P}} + \frac{x}{\mathbf{F}} + \frac{x}{\mathbf{A}} - x + \mathbf{I} \mathbf{V}} = \frac{\circ}{\mathbf{I} \mathbf{V}}$$

ث)
$$x^{\mathsf{r}}(x^{\mathsf{r}} + \mathsf{A}) = \mathsf{c}$$

$$(\mathbf{r}x - \mathbf{r}y + \mathbf{a})^{\mathbf{r} \circ} + (\mathbf{r}x - \mathbf{s})^{\mathbf{r} \circ} + (z - \mathbf{r}y)^{\mathbf{a}} = \mathbf{a}$$

$$\overline{\xi} \right) \frac{\left(x^{\mathsf{p}} - \mathsf{A}\right)^{\mathsf{p} \circ} \left(x^{\mathsf{p}} - \mathsf{I} \, \mathsf{S}\right)^{\mathsf{p} \circ} \left(x^{\mathsf{p}} + \mathsf{I} \, \mathsf{P} \, \mathsf{A}\right)^{\mathsf{S} \circ} \left((\mathsf{P} x - \mathsf{S})^{\mathsf{p}} + \mathsf{q}\right) \left(\left(\mathsf{P} x + \mathsf{pp}\right)^{\mathsf{p}} - \left(x + \mathsf{pp}\right)^{\mathsf{p}}\right) \left(x^{\mathsf{a} \mathsf{A}} - \mathsf{I}\right)^{\mathsf{a} \circ}}{\left(x^{\mathsf{p}} + \mathsf{P} \, \mathsf{V}\right)^{\mathsf{V}} \left(x^{\mathsf{a} \circ} + \mathsf{I}\right)^{\mathsf{IV}} \left(x^{\mathsf{p}} - \mathsf{S} \, \mathsf{P} \, \mathsf{A}\right) \left(x^{\mathsf{a}} - \mathsf{pp} \, \mathsf{P}\right)^{\mathsf{A}} \left(\frac{x}{\mathsf{pp}} - \mathsf{A} \, \mathsf{pp}\right)^{\mathsf{A}}} = \mathbf{0}$$

$$(x) \frac{1}{x+y} - \frac{y}{(x-y)^{y}} = \frac{1}{x-y}$$

$$\dot{\zeta}$$
) $\frac{x-1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{Px-1}{x^{r}+x}$

$$2) \, \Delta^{x+1} + \Delta^{x-1} = 1 \, \text{mo}$$

ن)
$$\mu^{x-p} = \Delta^{9-px}$$

$$\int \sqrt{\mathbf{r}^x \times \mathbf{m}^{y+1}} = \mathbf{r} \mathbf{r}$$

ز)
$$\mathbf{w}^{x} \times \mathbf{F} \mathbf{V} + \mathbf{w}^{x-1} \times \mathbf{V} \mathbf{V} = \mathbf{F} \mathbf{\Delta} \mathbf{q}$$



روش حدس و خطا

۴۳- میخواهیم معادله ی q = 0 به اینکه این معادله $x^r - 1 \circ x + q = 0$ را حل کنیم. اما با توجه به اینکه این معادله درجه ی دو می باشد، اندکی دچار مشکل می شویم. یکی از روشهای حل این گونه معادلات روش حدس و خطاست. در این روش ابتدا جوابی را حدس می زنیم و در معادله آن را بررسی می کنیم. مثلاً x = 0

$$x = \Delta \rightarrow \Delta^{r} - 1 \circ \times \Delta + 9 = -19 < \circ$$

مقدار عبارت سمت چپ باید صفر باشد اما کمتر از آن شده است. بنابراین این بار عددی بزرگ تر از ۵ را امتحان می کنیم. مثلاً x=1

$$x = 1 \circ \rightarrow 1 \circ^{r} - 1 \circ \times 1 \circ + 9 = 9 > \circ$$

این بار مقدار عبارت سمت چپ از صفر بیشتر شد، پس عددی بین \mathbf{a} و ۱۰ را امتحان می کنیم. $x = \mathbf{A}$.

$$x = \Lambda \rightarrow \Lambda^{r} - 1 \circ \times \Lambda + 9 = -V < \circ$$

این بار مقدار عبارت سمت چپ از صفر کمتر شد، پس عددی بین ۸ و ۱۰ را امتحان می کنیم. x = 9 .

$$x = q \rightarrow q^r - 1 \circ \times q + q = \circ = \circ$$

پس نتیجه می شود که $x = \mathbf{q}$ جواب این معادله می باشد.



البته این روش برای حل انواع معادله، روش بدی نیست. اما دقت داشته باشید که همواره پاسخگو نیست. مثلاً وقتی که جواب معادله عددی گویا باشد. نکته دیگر اینکه این روش ساده است اما وقت گیر می باشد.

با استفاده از این روش معادلات زیر را حل کنید.

الف)
$$x^{P} - yx - \mu_{o} = o$$

$$(-)$$
 $x^{+} + yx - y = 0$

$$(y)$$
 $x^{r} - 1$ ه $x - r = 0$

ت)
$$x^{\mu} - 9x + 9 = 0$$

ث)
$$x^{\mu} + x^{\nu} - \mu x + 1 = 0$$



مغالطه های جبری

۴۴- ارسلان ثابت می کند که ۱ برابر ۲ است. اثبات او را بخوانید:

قبول داریم که -9=9-4 و اگر دو طرف این تساوی را در ۱- ضرب کنیم، به- دست می آید که: -9=9-1. به دو طرف تساوی می توان یک مقدار مساوی اضافه کرد:

$$1-h+\frac{k}{d}=k-b+\frac{k}{d}$$

هر دو طرف تساوی را می توان (با توجه به اینکه $(a-b)^r = a^r - rab + b^r$ به صورت زیر نوشت:

$$(1 - \frac{h}{m})_{h} = (h - \frac{h}{m})_{h}$$

$$1_{h} - h(1)(\frac{h}{m}) + (\frac{h}{m})_{h} = h_{h} - h(h)(\frac{h}{m}) + (\frac{h}{m})_{h}$$

$$1 - h + \frac{h}{d} = k - 2 + \frac{k}{d}$$

و اگر از دو طرف جذر بگیریم، داریم:

$$(1-\frac{h}{h})=(h-\frac{h}{h})$$

حالاً به دو طرف تساوی عدد را اضافه می کنیم، و خواهیم داشت ۲=۱.

اشتباه اثبات ارسلان را بیابید.



۴۵-اردلان برادر ارسلان اثبات جالبی انجام داده است:

معادلهی x = 1 - xرا در نظر بگیرید. می دانیم که اگر یک مقدار مساوی را در دو طرف یک معادله ضرب کنیم، حاصل ضربهای مساوی به دست می آید. دو طرف این تساوی را در x - x ضرب می کنیم و داریم:

$$x^{\mathsf{P}} - \mathsf{S}x + \Delta = \mathsf{P}x - \mathsf{I} \circ$$

حالا از دو طرف تساوی مقدار x-v را کم می کنیم:

$$x^{\mathsf{r}} - \mathsf{v}x + \mathsf{v} = x - \mathsf{w}$$

و چون $(x - \mathbf{w})(x - \mathbf{p}) = x^{\mathsf{r}} - \mathbf{v}x + \mathbf{i} \mathbf{v}$ پس می توان نوشت:

$$(x - \mathbf{w})(x - \mathbf{v}) = (x - \mathbf{w})$$

و با تقسیم دو طرف معادله بر $(x-\mathbf{w})$ به این نتیجه می رسیم که:

$$(x - \mathbf{F}) = \mathbf{I} \rightarrow x = \Delta$$

پس جواب معادله $\alpha = x$ است.

زيرا جواب معادلهي $x = \alpha$ ، $x - 1 = \gamma$ نيست.

به نظر شما اشتباه اردلان چیست؟

۴۶-ارمغان خواهر اردلان و ارسلان اثبات می کند که هر عدد با نصف خودش مساویست!

$$(a+b)(a-b) = a^{\mathsf{r}} - b^{\mathsf{r}}$$

$$(a+a)(a-a) = a^{r} - a^{r}$$

$$(a+a)(a-a) = a(a-a)$$

حال دو طرف تساوی را بر (a-a) تقسیم می کنیم و بهدست می آوریم:

$$(a+a) = a \rightarrow ra = a \rightarrow a = \frac{a}{r}$$



اشتباه اثبات ارمغان از چه نوعی است؟ اردلانی یا ارسلانی؟

۴۷- اردشیر می گوید که به اندازه ی انیشتین باهوش است و این موضوع را به صورت زیر ثابت کرده است:

فرض کنید M مقدار هوش من و N مقدار هوش انیشتین باشد. متوسط این دو عدد می فرض کنید M مقدار $A=\frac{M+N}{r}$. حالاً در دو طرف این عبارت مقدار $A=\frac{M+N}{r}$ را ضرب می کنیم:

$$(M-N)(M+N) = \gamma A (M-N)$$
 $M^{\gamma} - N^{\gamma} = \gamma A M - \gamma A N$
 $M^{\gamma} - \gamma A M = N^{\gamma} - \gamma A N$

حالاً به دو طرف عبارت ^A ۲ را اضافه می کنیم:

$$M^{\mathsf{r}} - \mathsf{r} A M + A^{\mathsf{r}} = N^{\mathsf{r}} - \mathsf{r} A N + A^{\mathsf{r}}$$
 $(M - A)^{\mathsf{r}} = (N - A)^{\mathsf{r}}$

و از دو طرف جذر می گیریم:

$$(M - A) = (N - A)$$
$$M = N$$

پس من و انیشتین به یک میزان باهوشیم.

اشتباه اردشیر از چیست و از چه نوعی است؟ اردلانی یا ارسلانی؟



كاربرد معادله

۴۹- تاجری مبلغی پول داشت، در سال اول صد میلیون خرج کرد و یکسوم آنچه که برایش باقیمانده بود به پولش اضافه شد. در سال بعد دوباره صد میلیون خرج کرد و یکسوم باقیمانده ی پولش به آنچه داشت اضافه شد. در سال سوم باز هم صد میلیون خرج کرد و بعد وقتی یکسوم دارایی حال حاضرش را به پولی که داشت اضافه کرد دید که دوبرابر سرمایه ی اولیهاش پول دارد. سرمایه ی اولیه ی این تاجر چقدر است؟ دید که دوبرابره ی شرح حال «دیوفانت» ریاضی دان مشهور باستان، اطلاعات خیلی کمی داریم. همه آنچه درباره ی او می دانیم از نوشته ای بر روی کتیبه ی مقبرهاش به دست آمده است: رهگذر! در اینجا دیوفانت خوابیده است. زندگی پرماجرای او به این ترتیب است. یک ششم عمرش دوران خوش زندگی کودکی او بود. یک دوازدهم دیگر عمرش هم در وضعی گذشت که در حال تحصیل علوم ابتدایین بود. یک هفتم عمر دیوفانت در زندگی زناشویی ولی بدون بچه گذشت. بعد از ۵ سال با تولد اولین پسر زیبایش، زندگی زناشویی ولی بدون بچه گذشت. بعد از ۵ سال با تولد اولین پسر زیبایش، خوشبختی به او رو کرد. ولی تقدیر چنین بود که فقط نیمی از عمرش پدرش را خوشبخت و روشن کند. بالاخره در چهارسال آخر عمرش با اندوه عمیقی زندگی کرد، زیرا که پسرش را از دست داده بود.





حالا بگویید وقتی که مرگ زندگی دیوفانت را درهم نوردید، چند سال داشت؟

۵۰-چند سیب لازم است تا چهار نفر از بین شش نفر به ترتیب یکسوم، یکهشتم، یکچهارم و یک پنجم تعداد کل آنها را دریافت کنند و پنجمی ده سیب داشته باشد و یک سیب هم برای نفر ششم باقی بماند؟



۵۱-چهار شریک به نامهای رها، راحله، الهه، الهام روی هم ۴۵ میلیون پول داشتند. اگر به پول رها ۲ میلیون اضافه کنیم، از پول راحله ۲ میلیون کم کنیم، پول الهه را دوبرابر و پول الهام را نصف کنیم، پول هر چهار نفر مساوی می شود. هر کدام چقدر پول به اشتراک گذاشته اند.

۵۲-سه شکارچی، چند روز متوالی را در جنگل برای شکار گذراندند. صبح روز آخر، حادثهی ناگواری پیش آمد. وقتی که آنها پیاده از جوی آب می گذشتند، دو شکارچی در آب افتادند و فشنگدانهایشان خیس شد و مقداری از فشنگهایشان بی مصرف شد. سه دوست، فشنگهایی را که برایشان باقی مانده بود، به طور مساوی بین خودشان تقسیم کردند. بعد از آن، هر یک از شکارچیها ۴ تیر در کردند و برای همهی آنها روی هم همانقدر فشنگ باقی ماند که هر یک، بعد از تقسیم فشنگها داشتند. در موقع تقسیم، روی هم چقدر فشنگ داشتند.

۵۳-به مکالمه ی زیر بین «د کتر کاظم» و «حسین» توجه کنید و فاصله ی بین خانه آنها را محاسبه کنید.

د كتر كاظم به يكى از آشنايانش به نام حسين گفت: فردا پيش من بيا!

- از شما متشکرم. من ساعت ۳ از منزل خارج می شود، ولی اگر شما تصمیم به گردش داشته باشید، می توانید در همین ساعت از منزل حرکت کنید تا در نیمه ی راه به هم برسیم و ادامه مسیر را با هم باشیم.



- ولی فراموش نکیند که سن من زیاد است و ساعتی بیش از ۳ کیلومتر نمی توانم راه بروم. ولی شما جوانید و اگر با قدمهای آهسته هم راه بروید در هر ساعت ۴ کیلومتر می شود. عیبی ندارد اگر به هم کمی تخفیف بدهید ممنون می شوم.
- حق با شماست! چون من ساعتی یک کیلومتر بیشتر از شما راه میروم، این یک کیلومتر را به شما میدهم یعنی یک ربع زودتر از شما حرکت می کنم، به نظر شما کافی است؟

دکتر موافقت کرد و گفت: از محبت شما متشکرم. حسین همین کار را کرد. او یک ربع به ۳ از منزل خارج شد و با سرعت ۴ کیلومتر در ساعت به راه افتاد و دکتر هم درست ساعت ۳ از منزلش خارج شد و با سرعت ۳ کیلومتر در ساعت به راه افتاد. وقتی به هم رسیدند، پیرمرد (دکتر کاظم) برگشت و با مرد جوان به طرف منزل خود قدم زدند. مرد جوان (حسین) وقتی به منزل خود بازگشت، پیش خود حساب کرد و دید که به خاطر تخفیف یک ربع ساعت، در مجموع درست چهار برابر دکتر راه رفته است.

۵۴-در کتیبه هایی که از قومی مربوط به قرون ابتدایی به دست آمده است نوشته شده بود: $\Lambda \times \Lambda = V \, I$ به نظر شما این قوم بدوی، مقدار $\Lambda \times \Lambda$ را چه عددی می دانسته اند؟

۵۵- در یک مسابقه ی تلویزیونی، مجری به شرکت کننده ای که به مرحله ی کشف رمز گاوصندوق حاوی صدمیلیون تومان رسیده بود راهنمایی به صورت زیر کرد: رمز سهرقمی این گاوصندوق دارای خصوصیات زیر است:



رقم دهگان آن مساوی ۷، رقم صدگان آن ۴ واحد کمتر از یکان آن است و اگر ارقام عدد را به ترتیب عکس بنویسیم، عدد حاصل ۳۹۶ واحد از عدد مجهول بزرگتر می شود.

آیا مجری با شرکت کننده فامیل بوده است!؟

۵۶-مرد بیکاری به نام «حسن کچل» این طرف آن طرف می رفت و بدون این که به فکر کار و تلاش باشد، دائماً از بی پولی خود گِله می کرد. به هر کس می رسید، درد دلش باز می شد و از این که نمی تواند پول دار شود و زندگی راحتی داشته باشد، آه و ناله می کرد. کلاه برداری تصمیم گرفت از طمع حسن استفاده کند. پیش او آمد و از موجودیش پرسید. وقتی که از موجودی حسن بیکاره آگاه شد، به او گفت:

- من راهحل ساده و خوبی برای پولدار شدن تو دارم.
 - چطور؟
- در خارج این شهر پلی بر روی رودخانه است، تو هر بار که از پل عبور کنی، من پولت را دوبرابر خواهم کرد.
 - تو چرا پولت را مجانی به من میدهی؟
 - من بابت این کار از تو دستمزدی خواهم گرفت.
 - چقدر؟
- هر بار که پول تو را دوبرابر کردم، ۲۴هزار تومان بابت دستمزد به من پرداخت می کنی.
 - همين!
 - بله. همين!



بعد از قول و قرار، به بیرون شهر رفتند، حسن کچل بیکار طمع کار از پل گذشت و مرد حیله گرِ خبیثِ حقهباز پول او را دوبرابر کرد و بعد ۲۴هزار تومان دستمزد از او گرفت. حسن دوباره از پل گذشت و باز هم پولش دوبرابر شد و مبلغ دستمزد را پرداخت. برای سومینبار عمل تکرار شد، ولی وقتی که اینبار حسن بعد دوبرابر شدن پولش دستمزد کلاهبردار را پرداخت، دیگر چیزی برایش نمانده بود که برای دوبرابر کردن آن از پل عبور کند. طمع حسن کچل، تمام پولش را بر باد داده بود. موجودی حسن در ابتدا چقدر بوده است؟





شعبدهبازىهاى عددى

۵۷-بسیاری از حیلههای ساده با اعداد، که در آنها باید عدد انتخابشدهای را حدس زد، دارای دلایلی هستند که با کمک جبر می توان به آنها پی برد. به نمونهی زیر دقت کنید:

شعبدهبازی از یکی از حاضرین خواست که یک عدد دورقمی در نظر بگیرد. سپس از وی خواست که دقم دهگان را در ۵ ضرب و با ۷ جمع کند، حاصل را دوبرابر کند و رقم یکان عدد اصلی را به آن اضافه، نتیجه ی نهایی را اعلام نماید. شعبدهباز از عدد حاصل ۱۴ واحد کم می کند و عدد اصلی را بهدست می آورد. فرض کنید عدد اولیه ۲۶ باشد:

(1)
$$A = Y \circ \rightarrow Y \times \Delta + V = Y \vee \rightarrow Y \vee Y + \varphi = \varphi \circ$$

 $(Y) \quad \varphi \circ - Y \varphi = Y \varphi = A$

به نظر شما این شعبدهباز چرا عدد ۱۴ را کم می کند؟

۸۵-از شخصی خواسته می شود که یک عدد سه رقمی در نظر بگیرد. سپس از وی خواسته می شود رقم صدگان را در ۲ ضرب و با ۳ جمع کند، حاصل را در ۵ ضرب و سپس با ۷ جمع کند، رقم دهگان را به آن بیفزاید، حاصل را در ۲ ضرب و با ۳ جمع کند، این حاصل جمع را در ۵ ضرب کند و رقم یکان را به آن بیفزاید، و نتیجه را اعلام کند. از این نتیجه چه عددی را کم کنیم تا عدد اصلی به دست آید؟ چرا؟



29- از شخصی خواسته می شود که یک عدد سه رقمی که صدگان و یکان آن متفاوتند در نظر بگیرد. سپس از وی خواسته می شود که تفاضل این عدد و عددی که با عکس ترتیب سه رقم عدد به دست می آید، بیابد. تنها با معلوم شدن آخرین رقم این تفاضل، شخص تردست تمام تفاضل را اعلام می کند. او چگونه این کار را انجام می دهد. مثلاً شخص عدد ۲۳۵ را انتخاب کرده است:

A= ۲۳۵ \to ۵۳۲ – ۲۳۵ = ۲۹۷ و ۹ را نیز می گوید.

۶۰-امیرعلی به غلامعلی گفت:

- نمیخواهی بگویی چند سال داری؟
 - نه، نمي گويم.
- بسیارخب! به من بگو که اگر از ۱۰برابر سن تو، ۹ برابر رقمی دلخواه را کم کنیم چه عددی بهدست می آید؟
 - ! 154 -
 - پس تو ۱۷ ساله هستی!
 - چطور فهمیدی؟
 - کافیست یکان عددی را که به من گفتی با بقیهی عدد جمع کنم: ۱۲ + ۳ = ۱۷

علت درستی این روش را بیان کنید.



رمز گشایی!!!

در هر یک از موارد زیر هر حرف جایگزین یک رقم شده و حرفهای متفاوت بیانگر ارقام متفاوتند. به متخصصین رمزگشایی کمک کنید و در هر مورد مشخص کنید هر حرف جایگزین چه رقمی شده است.

-۶۱

$$\frac{AB}{+CDE}$$

$$FGHI$$

-57

$$\begin{array}{cc} & CD \\ \times & CD \\ \hline ABCD \end{array}$$

-۶۳

$$\sqrt{ATOM} = A + TO + M$$

-54

$$\frac{\mathit{FIVE}}{\mathit{+FOUR}}$$

$$\frac{\mathit{NINE}}{\mathit{NINE}}$$