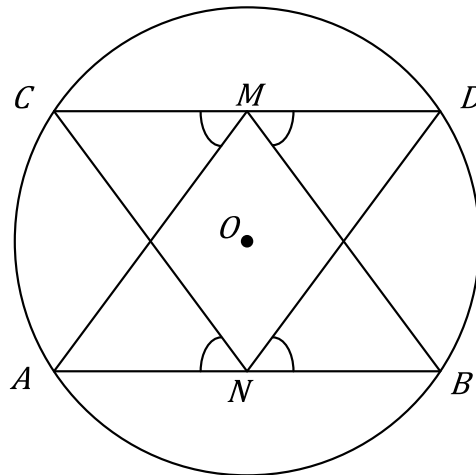


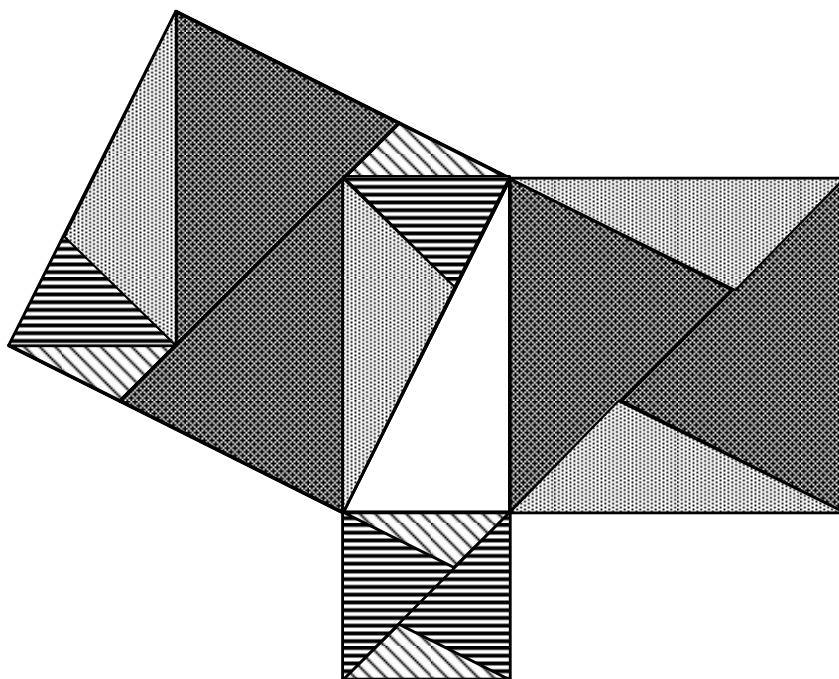
- ۱- پنج دایره‌ی متمایز را به چند طریق می‌توان بر هم مماس کرد، به گونه‌ای که هر ۲ دایره، بر هم مماس باشند و نقاط تماس آن‌ها نیز متمایز باشد.
- ۲- دو وتر AB و CD در دایره‌ای به مرکز O فرض کنید. اگر خط‌هایی که نقاط A و B را به نقطه‌ی M وسط وتر CD وصل می‌کنند با آن، زوایای مساوی بسازند، ثابت کنید خطوطی که نقاط C و D را به وسط AB وصل می‌کنند با آن زوایای مساوی می‌سازند.



- ۳- می‌خواهیم دایره‌ای را درون مثلثی قرار دهیم به گونه‌ای که هر سه ضلع مثلث بر محیط دایره مماس باشند. روش ترسیم خود را به دقت توضیح دهید.
- ۴- ثابت کنید به ازای هر عدد طبیعی n ، سه عدد زیر، سه تایی فیثاغورسی تشکیل می‌دهند:

$$2^{2n} + 1, 2^{2n} - 1, 2^{2n+1}$$

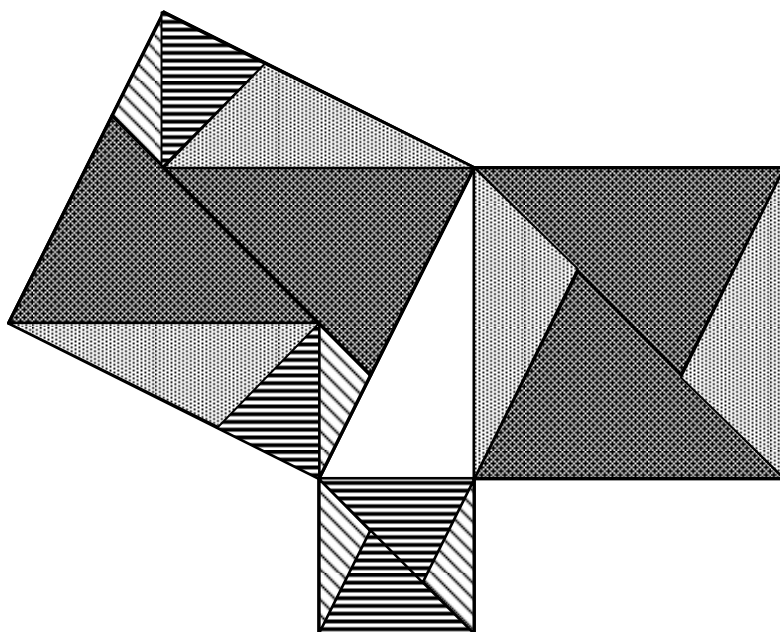
۵- اثبات آقای باچر^۱ را به صورت یک اثبات بی کلام در زیر می بینید. با توجه به شکل باچر، اثباتی برای قضیه ی فیثاغورس بنویسید.



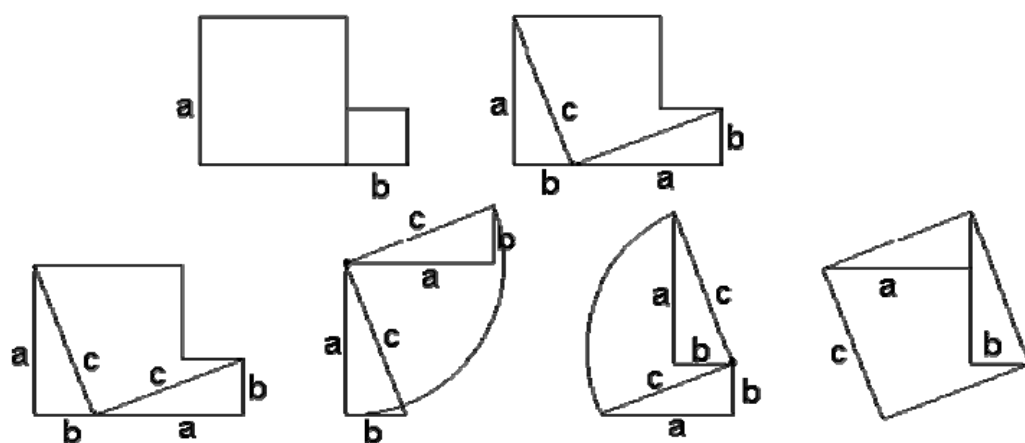
البته شخصی دیگر^۲ همین اثبات را با تقسیم بندی دیگری به نام خود ثبت کرده است.

^۱ J. E. Böttcher

^۲ S. K. Stein



۶- با توجه به اشکال زیر اثباتی برای قضیه‌ی فیثاغورس بنویسید.



۷- از نظر اصول درختکاری فاصله‌ی هر دو درخت باید $1/5$ متر باشد. باغبانی می‌خواهد در زمین مربع‌شکل خود به ضلع ۴ متر، درخت بکارد. او حداکثر چند درخت می‌تواند در زمینش بکارد؟

۸- ثابت کنید که مجموعه‌ی دوران‌های یک شکل مربعی تنها می‌تواند ۱ و ۲ و ۴ و ۸ عضوی باشد.