



سازمان ملی پرورش استعداد های دانش

ریاضی طلایه داران

سال دوم راهنمایی

فصل پنجم

کاربرد حروف

نسخه ی مخصوص معلم

<http://www.amoozeshshad.com>

فهرست مطالب

عبارت‌های جبری	۱
جانگهدار	۱
تمرین	۲
نکاتی در مورد عبارت‌های جبری	۵
ساده کردن عبارت‌های جبری	۵
تمرین	۵
معادله	۹
حل معادله	۱۰
تعداد جواب‌های یک معادله	۱۰

۱۱	چهار داستان
۱۲	چند خاصیت تساوی
۱۲	روش حل معادله
۱۳	تمرین
۱۸	مختصات
۱۹	به دست فنگ
۱۹	مختصات جغرافیایی
۱۹	نبرد دریایی
۲۰	صفحه‌ی مختصات دکارتی
۲۰	روپاد
۲۰	تمرین
۲۶	بردار انتقال
۲۶	نمایش بردار انتقال
۲۷	تمرین



عبارت‌های جبری

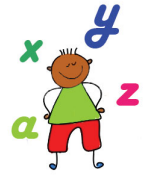
این فصل سه قسمت دارد. قسمت اول و دوم مربوط به جبر و قسمت سوم مربوط به مختصات است. کتاب آموزش و پرورش در قسمت جبر، ابتدا عبارت‌های جبری را معرفی کرده است و سپس معادله را درس داده است. در کتاب تکمیلی سعی بر این است که این ترتیب حفظ شود. برای تدریس قسمت جبر، نیازی نیست که به کتاب آموزش و پرورش مراجعه کنید. زیرا تمرین‌ها و نمونه‌هایی که در این کتاب گفته شده، کافی نیست و مطالب خیلی گذرا بیان شده است. بعد از اینکه درس را از کتاب تکمیلی جلو رفتید، اگر صلاح دانستید، می‌توانید به دانش‌آموزان بگویید که بعضی از تمرین‌ها و کار در کلاس‌ها را داخل کتاب آموزش و پرورش حل کنند.

|| تدریس صفحه ۱ کتاب تکمیلی - جانگهدار ||

در این قسمت مفهومی به نام «جانگهدار» تعریف شده است. واقعیت این است که واژه‌ی «متغیر» در ریاضیات لزوماً به معنی واژه‌ی «متغیر» در زبان فارسی (و یا عربی) نیست. هر جایی نمی‌توان از واژه‌های متغیر استفاده کرد. در واقع خیلی از جاهایی که از واژه‌ی متغیر استفاده می‌کنیم، منظورمان همین واژه‌ی «جانگهدار» است. یعنی قرار نیست چیزی تغییر کند. قرار است چیزی که گم شده است، پیدا شود!!!

این همان چیزی است که در حل معادله به آن مجهول گویند.

|| تمرین - صفحه ۴ کتاب تکمیلی ||



تمرین

۱. در هر قسمت دانش‌آموزان تمام جواب‌ها را باید بنویسند.

الف) $6x + 2 \xrightarrow{x=1} 8$ ، $6x + 2 \xrightarrow{x=2} 14$ ، $6x + 2 \xrightarrow{x=3} 20$

ب) $9y^2 - 4 \xrightarrow{y=-1} 5$ ، $9y^2 - 4 \xrightarrow{y=0} -4$ ، $9y^2 - 4 \xrightarrow{y=1} 5$ ، $9y^2 - 4 \xrightarrow{y=2} 32$

د) $9x^2 + 2y \xrightarrow[y=-1]{x=1} 7$ ، $9x^2 + 2y \xrightarrow[y=0]{x=1} 9$ ، ...

$9x^2 + 2y \xrightarrow[y=-1]{x=2} 34$ ، $9x^2 + 2y \xrightarrow[y=0]{x=2} 36$ ، ...

$9x^2 + 2y \xrightarrow[y=-1]{x=3} 79$ ، $9x^2 + 2y \xrightarrow[y=0]{x=3} 81$ ، ...

۲. بعد از اینکه این تمرین را در کلاس حل کردید، می‌توانید دو رابطه‌ی زیر را نیز به دانش‌آموزان معرفی کنید.

«حاصل $x^2 + x + 41$ و همچنین $x^2 - 79x + 1601$ به‌ازای $x \in \{0, 1, 2, \dots, 39\}$ اعداد اول

هستند.»

۳. الف) ۱۶۹ رقمی $n(A+1) - \frac{10^n - 1}{9} \xrightarrow[A=89]{n=2} 2(89+1) - \frac{10^2 - 1}{9} = 169$

ب) ۱۰۵۹ رقمی $n(A+1) - \frac{10^n - 1}{9} \xrightarrow[A=389]{n=3} 3(389+1) - \frac{10^3 - 1}{9} = 1059$

ج) ۴۴۴۹ رقمی $n(A+1) - \frac{10^n - 1}{9} \xrightarrow[A=1389]{n=4} 4(1389+1) - \frac{10^4 - 1}{9} = 4449$





کاربرد حروف

۴. الف)

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (P-1) + 1 \xrightarrow{P=7} 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (7-1) + 1 =$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 721$$

می‌دانیم ۷۲۱ بر ۷ بخش‌پذیر است.

۵. تا به حال دانش‌آموزان با دو روش ضرب مصری و ضرب تضعیف و تنصیف آشنا شده‌اند. از این رابطه نیز می‌توان به عنوان سومین روش برای ضرب دو عدد نام برد.

$$96 \times 91$$

الف)

$$a = 100 - 96 = 4 \quad \text{و} \quad b = 100 - 91 = 9$$

$$96 \times 91 = (100 - 4 - 9) \times 100 + 4 \times 9 = 87 \times 100 + 36 = 8736$$

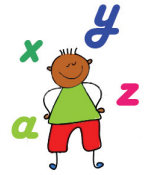
$$500 + 50n$$

۶.

۷.

b	عدد دلخواهی در نظر بگیرید.
$22b$	آن را در ۲۲ ضرب کنید.
$22b + 4$	به آن ۴ را اضافه کنید.
$3(22b + 4)$	عدد به دست آمده را در ۳ ضرب کنید.
$66b + 12$	(خاصیت پخش‌ی)
$66b + 12 + 14$	حاصل را با ۱۴ جمع کنید.
$66b + 26$	





۸. اگر سن مورد نظر \overline{ab} باشد، داریم:

$5a$	رقم دهگان سن را در ۵ ضرب کنید.
$5a + 3$	عدد ۳ را به آن اضافه کنید.
$2(5a + 3)$	نتیجه را در ۲ ضرب کنید.
$10a + 6$	(خاصیت پخش)
$10a + 6 + b$	سپس رقم یکان را اضافه کنید.

اگر $10a + 6 + b$ را منهای ۶ کنیم، عبارت جبری $10a + b$ به دست می‌آید.

$$10a + b = \overline{ab}$$

۹. فرض کنید یک نفر در تاریخ $\overline{13ab}/\overline{cd}/\overline{ef}$ به دنیا آمده باشد. یعنی در سال $\overline{13ab}$ و در ماه \overline{cd} و در روز \overline{ef} .

$20\overline{ab}$	سال تولدش را در ۲۰ ضرب کنید.
$20\overline{ab} + 77$	جواب را با ۷۷ جمع کند.
$5(20\overline{ab} + 77)$	حاصل را ۵ برابر کند.
$100\overline{ab} + 385$	(خاصیت پخش)
$100\overline{ab} + 385 + \overline{cd}$	با عدد ماه تولد جمع کند.
$20(100\overline{ab} + 385 + \overline{cd})$	حاصل را ۲۰ برابر کند.
$2000\overline{ab} + 7700 + 20\overline{cd}$	(خاصیت پخش)
$2000\overline{ab} + 7777 + 20\overline{cd}$	و دوباره با ۷۷ جمع کند.
$5(2000\overline{ab} + 7777 + 20\overline{cd})$	نتیجه را در ۵ ضرب کند.
$10000\overline{ab} + 38885 + 100\overline{cd}$	(خاصیت پخش)
$10000\overline{ab} + 38885 + 100\overline{cd} + \overline{ef}$	روز تولدش را اضافه کند.
$10000\overline{ab} + 38885 + 100\overline{cd} + \overline{ef} - 38885 = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{ef} = \overline{abcdef}$	





|| تدریس صفحه ۸ کتاب تکمیلی - نکاتی در مورد عبارت‌های جبری ||

در مثالی که در انتهای این قسمت آمده، شرط $x \neq 0$ را جای داده است. این شرط به خاطر این است که جمله‌ی $16x^4$ بر جمله‌ی $2x$ تقسیم شده است. یعنی $2x$ حتماً باید مخالف صفر باشد. به دانش‌آموزان یادآوری کنید که تقسیم بر صفر تعریف نشده است. یعنی مخرج کسر نباید هیچ‌گاه صفر شود. پس در عبارت $5x + 8x^3$ مجاز نیستیم به جای x صفر بگذاریم. دلیل این امر به خاطر این است که در واقع در عبارت جبری $2x \div 5x + 16x^4$ مجاز نیستیم به جای x صفر بگذاریم.

|| تدریس صفحه ۱۰ کتاب تکمیلی - ساده کردن عبارت‌های جبری ||

بعد از اینکه این قسمت را از کتاب تکمیلی تدریس کردید، می‌توانید به تشخیص و صلاح خود به دانش‌آموزان بگویید کار در کلاس و تمرین‌های مربوط به عبارت‌های جبری را از کتاب آموزش و پرورش داخل کتاب انجام دهند.

|| تورق صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۴ کتاب آموزش و پرورش ||

بعد از اینکه کتاب آموزش و پرورش را تورق کردید، به دانش‌آموزان بگویید تمرین‌های صفحه‌ی ۱۲ کتاب تکمیلی را انجام دهند.

|| تمرین - صفحه ۱۲ کتاب تکمیلی ||

تمرین

۱.

دسته‌ی اول: $3, -100, 0$

دسته‌ی دوم: $6x, 8x, 19x, x, 0$

دسته‌ی سوم: $9y, 2y, 0$

دسته‌ی چهارم: $6xy, -2xy, -xy, 16xy, 0$

دسته‌ی پنجم: $3x^2y, 0$

دسته‌ی ششم: $4xy^2, 15xy^2, 0$

دقت کنید که صفر با تمام جملات مشابه است. $0 \times y, 0 \times x^2y, \dots$





۲.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad 18x + 10y - 8x + y - 3x &= 18x - 8x - 3x + 10y + y \\ &= (18 - 8 - 3)x + (10 + 1)y \\ &= 7x + 11y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad 94x + 13xy - 44x - 9xy + 8y &= 94x - 44x + 13xy - 9xy + 8y \\ &= (94 - 44)x + (13 - 9)xy + 8y \\ &= 50x + 4xy + 8y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د)} \quad 8(a - 2y) + 4(4y - 2a) &= 8a - 16y + 16y - 8a \\ &= 8a - 8a - 16y + 16y \\ &= (8 - 8)a + (-16 + 16)y \\ &= 0a + 0y \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ز)} \quad 8x + \frac{6x^2}{x} - 2x^2 \left(\frac{5}{x} + \frac{2x^2}{x^3} \right) &= 8x + \frac{6x^2}{x} - \frac{10x^2}{x} - \frac{4x^4}{x^3} \quad x \neq 0 \\ &= 8x + 6x - 10x - 4x \quad x \neq 0 \\ &= (8 + 6 - 10 - 4)x \quad x \neq 0 \\ &= 0x \quad x \neq 0 \\ &= 0 \quad x \neq 0 \end{aligned}$$

به دانش‌آموزان توضیح دهید که اگر به جای x هر عددی (به غیر صفر) قرار دهند، حاصل آن برابر صفر خواهد شد.





کاربرد حروف

۳.

الف) $۱۲m + (-۹m) - ۳k + ۶k = ۳m + ۳k$

ب) $۶(۲x + (-x)) - ۲(-۶y + ۳y) = ۶x + ۶y$

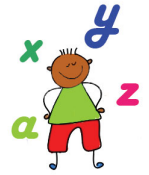
$۶(۲x + ۲y) - ۲(۳x + ۳y) = ۶x + ۶y$

۴.

ریاضی پایه دوازدهم - سال دوم راهنمایی - نسخه‌ی مخصوص معلم

x	یک عدد در نظر بگیرید.
$x + ۱۱$	۱۱ واحد به آن اضافه کنید.
$۲(x + ۱۱)$	مجموع را در ۲ ضرب کنید.
$۲x + ۲۲$	ساده شده‌ی سطر قبل
$۲x + ۲۲ - ۲۰$	از حاصل ضرب ۲۰ واحد کم کنید.
$۲x + ۲$	ساده شده‌ی سطر قبل
$۵(۲x + ۲)$	حاصل را ۵ برابر کنید.
$۱۰x + ۱۰$	ساده شده‌ی سطر قبل
$۱۰x + ۱۰ - ۱۰x$	۱۰ برابر عدد ابتدایی را کم کنید.
۱۰	ساده شده‌ی سطر قبل





۵. سه رقم مانند a و b و c در نظر می‌گیریم به طوری که همگی مخالف صفر باشند. با این سه رقم، شش عدد دو رقمی مانند \overline{ab} , \overline{ba} , \overline{ac} , \overline{ca} , \overline{bc} و \overline{cb} درست کنید.

$$\overline{ab} = 10a + b \quad \text{و} \quad \overline{ba} = 10b + a$$

$$\overline{ac} = 10a + c \quad \text{و} \quad \overline{ca} = 10c + a$$

$$\overline{bc} = 10b + c \quad \text{و} \quad \overline{cb} = 10c + b$$

سپس مجموع این شش عدد را حساب کنید.

$$\begin{aligned} & \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{ac} + \overline{ca} + \overline{bc} + \overline{cb} \\ &= (10a + b) + (10b + a) + (10a + c) + (10c + a) + (10b + c) + (10c + b) \\ &= 22a + 22b + 22c = 22(a + b + c) \end{aligned}$$

سپس مجموع این اعداد را بر مجموع سه رقم تقسیم کنید.

$$\frac{22(a + b + c)}{(a + b + c)} = 22$$

|| تدریس صفحه ۱۴ کتاب تکمیلی - معادله ||





معادله

۱. فقط در قسمت «ج» معادله وجود ندارد.

قسمت «الف» یک معادله است که یک متغیر دارد. در این معادله عبارت جبری $x + 11x^2$ معادل شده است با عبارت جبری $8x - 3x^3$.

قسمت «ب» یک معادله با دو متغیر است. در این معادله، $9y + 12x$ معادل شده است با صفر. در قسمت «ه» سه معادله می‌توان دید:

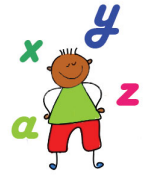
$$\left\{ \begin{array}{l} 4x - 2 = 2x + 4z \rightarrow \text{دارای دو متغیر} \\ 4x - 2 = 5x + 2y \rightarrow \text{دارای دو متغیر} \\ 2x + 4z = 5x + 2y \rightarrow \text{دارای سه متغیر} \end{array} \right.$$

در قسمت «و» شش معادله می‌توان دید:

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x + 4y - z = 20m - 2x + 4y \rightarrow \text{دارای چهار متغیر} \\ 5x + 4y - z = 2t - 5k \rightarrow \text{دارای پنج متغیر} \\ 5x + 4y - z = x \rightarrow \text{دارای سه متغیر} \\ 20m - 2x + 4y = 2t - 5k \rightarrow \text{دارای پنج متغیر} \\ 20m - 2x + 4y = x \rightarrow \text{دارای سه متغیر} \\ 2t - 5k = x \rightarrow \text{دارای سه متغیر} \end{array} \right.$$

مهم: در حل قسمت «ه» و «و» به هیچ عنوان اسمی از «دستگاه معادلات» نیاورید و روش حل آنها را هم به دانش‌آموزان نگویند.





تدریس صفحه‌ی ۱۵ کتاب تکمیلی - حل معادله

در قسمت قبل، معادله را در حالت کلی معرفی کردیم و هیچ محدودیتی برای آن در نظر نگرفتیم. در این قسمت می‌خواهیم «حل معادله» را جا بیاندازیم؛ ولی برای معادله‌هایی که فقط یک متغیر دارند. برای دانش‌آموزان تأکید کنید که حل معادله یعنی ایجاد تعادل بین سمت چپ و سمت راست تساوی. یعنی عددی را پیدا کنیم که با قرار دادن آن عدد به جای جانگهدار (یا متغیر) تساوی بین دو عبارت جبری برقرار بماند. در این قسمت به هیچ عنوان روش حل معادله را نگویید. اجازه دهید دانش‌آموزان در این قسمت به‌طور دقیق با مفهوم حل معادله آشنا شوند. یعنی بفهمند که حل معادله یعنی پیدا کردن عددی که با قرار دادن آن به جای جانگهدار، مقدار عددی دو عبارت سمت چپ و سمت راست تساوی یکی شوند. به همین خاطر مثال‌هایی که ارائه شده، از درجه‌ی دو و سه است. برای اینکه دانش‌آموزان به دنبال روش حل معادله نباشند و با سعی و خطا جواب را پیدا نکنند. تأکید می‌شود که در این قسمت به هیچ عنوان روش حل معادله را به دانش‌آموزان نباید بگویید.

$$۱. \quad x = ۴ \text{ تنها جواب معادله‌ی } x^3 - ۱۲ = x^2 + ۵x \text{ است.}$$

در مثال صفحه‌ی ۱۶، معادله دارای سه جواب است که عبارت‌اند از $x = ۱$ و $x = ۲$ و $x = ۳$.

تدریس صفحه‌ی ۱۸ کتاب تکمیلی - تعداد جواب‌های یک معادله





[[تدریس صفحه‌ی ۲۰ تا ۳۹ کتاب تکمیلی - چهار داستان]]

بعد از اینکه قسمت «تعداد جواب‌های یک معادله» را تدریس کردید، وارد داستان‌های این فصل شوید. دقت داشته باشید که نیازی نیست دانش‌آموزان پاسخ سؤال‌هایی که در قسمت «تعداد جواب‌های یک معادله» مطرح شده را بدانند. این سؤالات صرفاً برای این مطرح شده که دانش‌آموزان احساس نیاز به روش‌های حل معادله پیدا کنند. دانش‌آموزان روش حل معادله را باید بعد از خواندن این چهار داستان که در این قسمت آمده، یاد بگیرند و در طول داستان نباید روش حل معادله را به دانش‌آموزان یاد دهید. هدف از چهار داستانی که در این قسمت آمده، این است که دانش‌آموزان به روش‌های حل معادله احساس نیاز پیدا کنند. داستان‌ها را بهتر است دانش‌آموزان خودشان در کلاس بخوانند. یعنی هر شخصیت داستان توسط یک دانش‌آموز خوانده شود و شما بهتر است قسمت‌هایی که مربوط به راوی است را بخوانید. می‌توانید از قبل هر شخصیت را به یک دانش‌آموز بدهید تا بروند و تمرین کنند. شخصیت‌های داستان‌ها عبارتند از:

داستان بقالی: راوی - مهری خانم - محسن

داستان پیتزا: راوی - نصرت خان - نصرت خانم - فروشنده

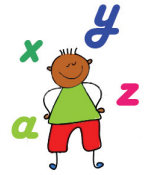
داستان رستوران: راوی - امین - صاحب رستوران

داستان تصادف: راوی - اصغر آقا - کاظم - راننده‌ی سواری - راننده‌ی وانت - راننده‌ی مینی‌بوس -

سرهنگ کریمی - کارشناس بیمه

سعی کنید هر چهار داستان در یک جلسه خوانده شوند. یعنی هم‌زمان در یک جلسه. سپس در جلسه بعدی می‌توانید روش حل معادله را به دانش‌آموزان درس دهید.





|| تدریس صفحه‌ی ۴۰ کتاب تکمیلی - چند خاصیت تساوی ||

|| تدریس صفحه‌ی ۴۲ کتاب تکمیلی - روش حل معادله ||

روش حل معادله در کتاب تکمیلی به صورت تئوری گفته شده است. این روش را شما باید به خوبی برای دانش‌آموزان توضیح دهید. ابتدا سعی کنید دانش‌آموزان این روش را به خوبی فرا بگیرند. بعد از اینکه این روش برای دانش‌آموزان جا افتاد، می‌توانید روش دوم حل معادله را که در واقع همین روش اول است، توضیح دهید. روش دوم همان روشی است که معلوم‌ها را یک طرف و مجهول‌ها را یک طرف جمع می‌کنند و با عبور یک جمله از تساوی علامت آن عوض می‌شود و ...

روش حل معادله در کتاب تکمیلی به این صورت گفته شده است که دانش‌آموزان باید با جمع و تفریق تعدادی جمله، تساوی را به گونه‌ای بنویسند که در یک طرف آن یک عدد و در طرف دیگر یک جمله‌ی جبری داشته باشند؛ مانند:

$$3x = 12$$

$$-5y = -8$$

$$\frac{3}{5}x = 4$$

$$15 = 2x$$

به دانش‌آموزان تأکید کنید بعد از اینکه معادله را حل کردند، حتماً جواب‌های خود را داخل معادله بگذارند و آن را امتحان کنند.

|| تمرین - صفحه‌ی ۴۵ کتاب تکمیلی ||





کاربرد حروف

تمرین

۱. الف)

$$6t + 60 = 900$$

$$\rightarrow 6t + 60 - 60 = 900 - 60$$

$$\rightarrow 6t = 840$$

$$\rightarrow \frac{6t}{6} = \frac{840}{6}$$

$$\rightarrow t = 140$$

ج)

$$24x + 8000 = 50000 + 200000 + 2x$$

$$\rightarrow 24x + 8000 = 250000 + 2x$$

$$\rightarrow 24x + 8000 - 8000 = 250000 + 2x - 8000$$

$$\rightarrow 24x = 242000 + 2x$$

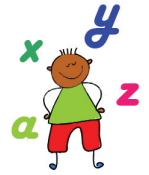
$$\rightarrow 24x - 2x = 242000 + 2x - 2x$$

$$\rightarrow 22x = 242000$$

$$\rightarrow \frac{22x}{22} = \frac{242000}{22}$$

$$\rightarrow x = 11000$$





۲.

ب) $-3m - 2 = 13$

$$\rightarrow -3m - 2 + 2 = 13 + 2$$

$$\rightarrow -3m = 15$$

$$\rightarrow \frac{-3m}{-3} = \frac{15}{-3}$$

$$\rightarrow m = -5$$

ت) $12 = 6 - 2x$

$$\rightarrow 12 - 6 = 6 - 2x - 6$$

$$\rightarrow 6 = -2x$$

$$\rightarrow \frac{6}{-2} = \frac{-2x}{-2}$$

$$\rightarrow -3 = x$$

د) $\frac{2k - 2}{6} = k - 3$

$$\rightarrow 6 \times \frac{2k - 2}{6} = 6(k - 3)$$

$$\rightarrow 2k - 2 = 6k - 18$$

$$\rightarrow 2k - 2 - 2k = 6k - 18 - 2k$$

$$\rightarrow -2 = 4k - 18$$

$$\rightarrow -2 + 18 = 4k - 18 + 18$$

$$\rightarrow 16 = 4k$$

$$\rightarrow \frac{16}{4} = \frac{4k}{4}$$

$$\rightarrow 4 = k$$

ز) $\frac{8y - 3}{5} = \frac{6y + 10}{4}$

$$\rightarrow 5 \times 4 \times \frac{8y - 3}{5} = 5 \times 4 \times \frac{6y + 10}{4}$$

$$\rightarrow 4(8y - 3) = 5(6y + 10)$$

$$\rightarrow 32y - 12 = 30y + 50$$

$$\rightarrow 32y - 12 + 12 = 30y + 50 + 12$$

$$\rightarrow 32y = 30y + 62$$

$$\rightarrow 32y - 30y = 30y + 62 - 30y$$

$$\rightarrow 2y = 62$$

$$\rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{62}{2}$$

$$\rightarrow y = 31$$

۳. ۷۵ ثانیه

$$4t = 2t + 150 \rightarrow t = 75$$





کاربرد حروف

۴.

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + x + 2x + 4x + 8x = 16x \longrightarrow x = 31$$

و عدد موردنظر برابر خواهد بود با 16×31 ؛ یعنی ۴۹۶.

ممکن است در ابتدا هیچ دانش‌آموزی معادله را به درستی ننویسد. به عنوان راهنمایی به دانش‌آموزان بگویید که آن عدد می‌تواند به صورت $16x$ باشد که x عددی اول است.

۵.

$$2x + 4x + 6x = 72 \longrightarrow x = 6$$

و کوچکترین قسمت برابر خواهد بود با 2×6 یعنی ۱۲.

۶.

$$x = yz - 4 \xrightarrow[x=2^\circ]{z=8} 2^\circ = 8y - 4 \longrightarrow y = 3$$

$$x = 3z - 4 \xrightarrow{z=1^\circ} x = 3 \times 1^\circ - 4 \longrightarrow x = 26$$

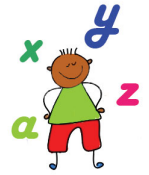
اگر $z = 1^\circ$ باشد، آنگاه $x = 26$ خواهد بود.

۷.

$$x + 3x + 9x + 27x = 40000 \longrightarrow x = 1000$$

جریمه‌ی اولین خطا ۱۰۰۰ تومان بوده است.





۸. مسافتی که ماشین اول در t ساعت طی می‌کند برابر است با $۱۳۵t$.

مسافتی که ماشین دوم در t ساعت طی می‌کند برابر است با $۱۲۰t$.

برای حل مسئله باید معادله زیر را تشکیل داد:

$$۱۳۵t - ۱۲۰t = ۱۳۵ \rightarrow t = ۹$$

یعنی پس از گذشت ۹ ساعت، فاصله‌ی آنها از هم ۱۳۵ کیلومتر می‌شود.

اگر دانش‌آموزان این راه را نفهمیدند، مسئله را اینگونه حل کنید.

ماشین اول در هر ساعت ۱۵ کیلومتر بیشتر از ماشین دوم می‌رود. می‌خواهیم ببینیم پس از چند ساعت

فاصله‌شان ۱۳۵ کیلومتر می‌شود. پس باید معادله‌ی زیر را حل کنیم.

$$۱۵t = ۱۳۵ \rightarrow t = ۹$$

۹.

F : فرزانه و M : مریم و L : لاله

$$\begin{cases} L = 2M + 1 \\ F = 3M - 5 \\ L = F \rightarrow 2M + 1 = 3M - 5 \rightarrow M = 6 \end{cases}$$

یعنی مریم ۶ شکلات خورده است و لاله و فرزانه هر کدام ۱۳ شکلات خورده‌اند.

۱۰. x را تعداد سبدهایی می‌گیریم که رضا درست می‌کند. در نتیجه خواهیم داشت:

$$۶x + ۳(x + ۵) = ۶۰ \rightarrow x = ۵$$

یعنی رضا روزی ۵ سبد درست می‌کند و علی روزی ۱۰ سبد.





کاربرد حروف

۱۱. لاک پشت ۱۰۰۰ متر را در ۱۲۰۰ دقیقه طی می‌کند. پس خواهیم داشت:

$$۱۰۰۰.S = ۱۲۰۰ \rightarrow S = ۱/۲$$

یعنی لاک پشت هر یک متر را در ۱/۲ دقیقه طی می‌کند. پس ۵۰ متر را در $۵۰ \times ۱/۲$ دقیقه یعنی

۶۰ دقیقه، یعنی یک ساعت طی می‌کند.

این تمرین را با نسبت و تناسب هم می‌توان حل کرد.

$$\frac{۱۰۰۰}{۱۲۰۰} = \frac{۵۰}{S} \rightarrow S = \frac{۵۰ \times ۱۲۰۰}{۱۰۰۰} = ۶۰ \text{ دقیقه}$$

۱۲.

s : تعداد کتاب‌ها و b : تعداد جعبه‌ها

$$\begin{cases} s = ۴۰b + ۱۸۰ \\ s = ۶۰(b - ۳) \end{cases}$$

$$\rightarrow ۴۰b + ۱۸۰ = ۶۰(b - ۳) \rightarrow b = ۱۸$$

تعداد جعبه‌ها ۱۸ عدد و بنابراین تعداد کتاب‌ها ۹۰۰ عدد است.

۱۳.

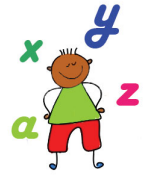
x : عدد اول

$x + ۵$: عدد دوم

$$\rightarrow x + (x + ۵) = ۱۰ \rightarrow x = ۲/۵$$

عدد اول ۲/۵ و عدد دوم ۷/۵ است.

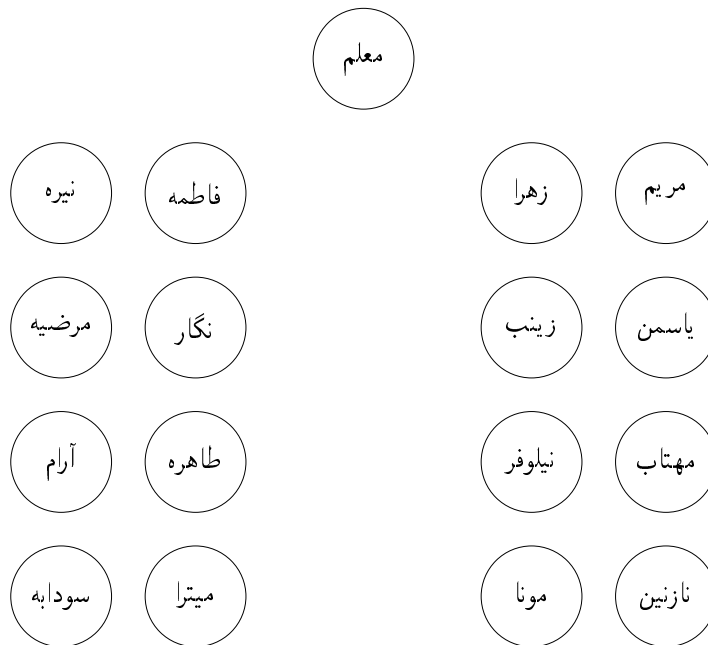




مختصات

قسمت سوم فصل پنجم مربوط به مختصات است. برای تدریس این قسمت ابتدا باید در کلاس چند مثال برای ورود به بحث بزنید.

مثلاً می‌توانید از یکی از دانش‌آموزان بخواهید جای بچه‌های کلاس را بگوید.



به عنوان نمونه می‌توانید جای مریم و نگار را بپرسید. مریم در ردیف اول و ستون اول و نگار در ردیف دوم و ستون سوم قرار دارد.

با این مثال دانش‌آموزان متوجه می‌شوند برای مشخص کردن جای یک نفر به دو چیز احتیاج دارند. یکی ردیف و دیگری ستون جای مورد نظر. این مثال مقدمه‌ای است برای معرفی کردن صفحه‌های مختصاتی. در کتاب تکمیلی نیز سه مثال از صفحه‌های مختصاتی آورده شده است. بعد از اینکه مثال قبل را در کلاس برای دانش‌آموزان مطرح کردید، به سراغ کتاب تکمیلی بروید و سه مثالی که در کتاب تکمیلی آورده شده است را در کلاس بخوانید.





[[تدریس صفحه‌ی ۴۸ کتاب تکمیلی - به دست فنگت]]

[[تدریس صفحه‌ی ۴۹ کتاب تکمیلی - مختصات جغرافیایی]]

دومین مثال مربوط به اطلس جغرافیایی جهان است که در این مثال سامانه موقعیت‌یاب جهانی یا GPS به دانش‌آموزان معرفی شده است.

۱. الف) نقطه‌ای در اقیانوس اطلس

ب) مکه مکرمه

ج) دریاچه‌ای در برزیل

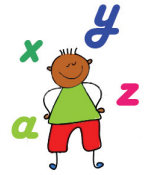
د) یزد

ه) کربلا

[[تدریس صفحه‌ی ۵۲ کتاب تکمیلی - نبرد دریایی]]

«نبرد دریایی» یک بازی دو نفره است که به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا به‌طور صحیح و مناسب از مختصات کمک بگیرند. این بازی به درک و پی بردن به ارزش صفحه‌های مختصات کمک می‌کند. این بازی را حتماً در کلاس انجام دهید. هر کس می‌تواند با دانش‌آموز کنار دستی خود این بازی را انجام دهد. حتی می‌توانید در کلاس مسابقه‌ای به صورت حذفی برگزار کنید. برگه‌های مخصوص این بازی در وب‌گاه ریاضی سمپاد وجود دارد. با این همه در انتهای این فصل نیز نسخه‌ای از این برگه در اختیار دانش‌آموزان قرار داده شده است. علاوه بر این، بازی نبرد دریایی نیز بر روی وب‌گاه ریاضی سمپاد به صورت فایل فلش قرار دارد. دانش‌آموزان می‌توانند به وب‌گاه مراجعه کنند و این بازی را انجام دهند.





|| تدریس صفحه‌ی ۵۴ کتاب تکمیلی - صفحه‌ی مختصات دکارتی ||

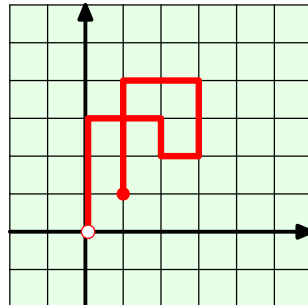
بعد از اینکه بازی نبرد دریایی را در کلاس انجام دادید، می‌توانید صفحه‌ی مختصات دکارتی را تدریس کنید. صفحه‌ی مختصات دکارتی، یک صفحه‌ی مختصات از نوع نامحدود است. یعنی محورهای آن را می‌توانیم هر چه قدر که بخواهیم ادامه دهیم. اطلس جغرافیایی جهان و همچنین صفحه‌ی ناوگان نیروهای خودی در بازی نبرد دریایی از صفحه‌های مختصات محدود هستند.

|| تدریس صفحه‌ی ۵۶ کتاب تکمیلی - روپاد ||

در قسمت روپاد، درس و تمرین با هم برای دانش‌آموزان آورده شده است. بهترین کار برای این قسمت این است که به دانش‌آموزان بگویید این قسمت را خودشان در منزل بخوانند و تمرین‌های آن را هم انجام دهند و سپس شما در جلسه آینده بعد از اینکه دانش‌آموزان این قسمت را در خانه مطالعه کردند و تمرین‌هایش را هم انجام دادند، تمرین‌هایش را در کلاس حل کنید.

|| تمرین - صفحه‌ی ۵۷ کتاب تکمیلی ||

۱.

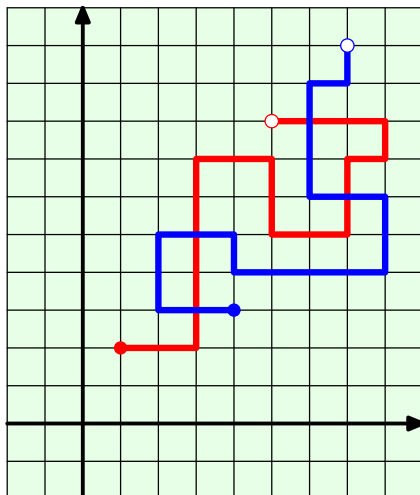


الف) خیر

ب) یک بار

ج) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$





مسیر این دو روپاد در نقطه‌های $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ یکدیگر را قطع می‌کنند. پس اگر قرار

باشد این دو روپاد یکدیگر را ملاقات کنند، باید در این چهار نقطه این اتفاق بیافتد. منتها زمانی روپادها

با هم برخورد می‌کنند که هم‌زمان به این نقطه‌ها برسند. مثلاً اگر قرار باشد که این دو روپاد در نقطه‌ی

$\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ با هم برخورد داشته باشند، هم‌زمان باید به این نقطه برسند.

روپاد شماره‌ی یک در اولین حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ می‌رسد. اما روپاد شماره‌ی دو در سومین حرکت

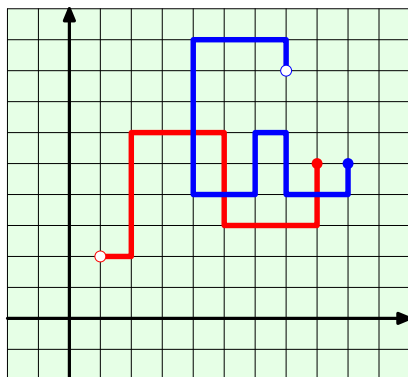
به $\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ می‌رسد. پس این دو روپاد در این نقطه با هم برخوردی نخواهند داشت.

هر دو روپاد در ششمین حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ و در پانزدهمین حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ می‌رسند. پس

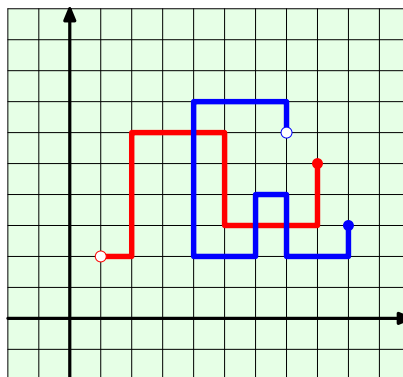
در این دو نقطه با هم برخورد می‌کنند. و در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ هم با هم برخوردی نخواهند داشت.



(ب) در هفتمین حرکت و در نقطه‌ی



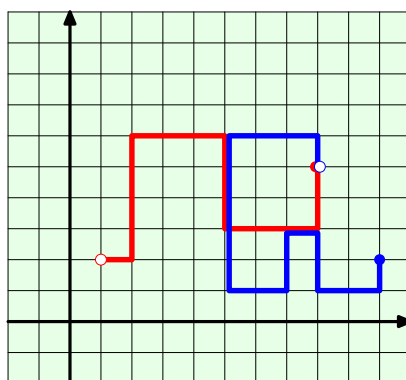
الف) در دوازدهمین حرکت و در نقطه‌ی



شود که روپاد شماری یک در سیزدهمین حرکت در آن نقطه قرار دارد. یعنی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$.

پس روپاد شماری دو باید از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۸ \\ ۵ \end{bmatrix}$ شروع به حرکت کند تا در سیزدهمین حرکت به نقطه‌ی

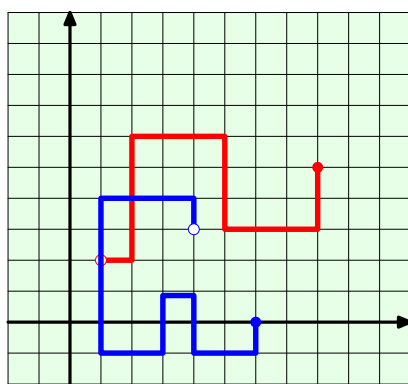
برسند. $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$





کاربرد حروف

(د) روپاد شماره‌ی یک در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ در سومین حرکت خود است. پس روپاد شماره‌ی دو هم باید در سومین حرکت خود به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ برسد. در نتیجه باید حرکت خود را از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ شروع کند.



(ه) نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ نقطه‌ی انتهای مسیر روپاد شماره‌ی یک است که روپاد شماره‌ی یک در شانزدهمین حرکت به این نقطه می‌رسد. زیرا مسیر روپاد شماره‌ی یک شانزده حرکتی است. اما مسیر روپاد شماره‌ی دو، نوزده حرکتی است. این یعنی روپاد شماره‌ی دو می‌تواند در حرکت‌های شانزدهم، هفدهم، هجدهم و یا نوزدهم به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ برسد.

اگر روپاد شماره‌ی دو بخواهد در شانزدهمین حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ برسد، باید حرکت خود را از

نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix}$ آغاز کند. اما این حالت امکان ندارد. چون اگر روپاد شماره‌ی دو از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix}$

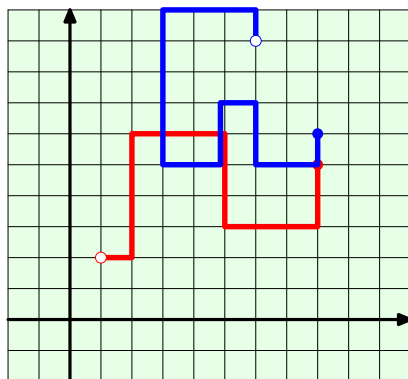




کاربرد حروف

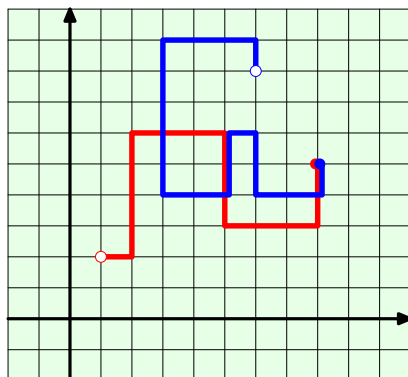
اگر روپاد شماره‌ی دو بخواهد در هجدهمین حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ برسد، باید حرکت خود را از

نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$ آغاز کند.



و در نهایت اگر روپاد شماره‌ی دو بخواهد در نوزدهمین حرکت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$ برسد، باید حرکت

خود را از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ شروع کند.





|| تدریس صفحه‌ی ۵۹ کتاب تکمیلی - بردار انتقال ||

|| تدریس صفحه‌ی ۶۱ کتاب تکمیلی - نمایش بردار انتقال ||

تا به اینجا دانش‌آموزان با مفهوم بردار انتقال باید به خوبی آشنا شده باشند. در این قسمت نحوه نمایش بردار انتقال توضیح داده شده است. بردار انتقال را همانند مختصات یک نقطه نمایش می‌دهند. یعنی هر دو را داخل کروشه می‌گذارند. تنها تفاوت این دو، در نحوه‌ی نام‌گذاری آنها است.

$$\overrightarrow{EF} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} : \text{بردار } EF \quad F = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} : \text{نقطه‌ی } F$$

نقطه‌ی F یعنی نقطه‌ای که طول آن ۳ و عرض آن ۵ است.

بردار EF یعنی از نقطه E سه حرکت به سمت راست و پنج حرکت به سمت بالا برویم و نقطه‌ی انتهایی را F بنامیم.

|| تمرین - صفحه‌ی ۶۲ کتاب تکمیلی ||





تمرین

۱. الف) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

۲. الف)

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ب) $baaaa$ یا $aaabbb$

ج) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$

۳. اگر در مسیر $aaebcbbaeeadada$ سه دستور e را کنار بگذاریم، دستورات باقیمانده، روپاد را از

نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ منتقل می‌کند. با این توضیح این تمرین را به راحتی می‌توان انجام داد.

الف) با سه بار استفاده از دستور e روپاد از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ باید به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ منتقل شود. یعنی شش

حرکت به سمت راست باید داشته باشیم. پس $e = bb$ و $\vec{e} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$.

ب) با سه بار استفاده از دستور e روپاد از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ باید به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 7 \\ 11 \end{bmatrix}$ منتقل شود. یعنی

شش حرکت به سمت راست و سه حرکت به سمت بالا. پس $e = bba$ و $\vec{e} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.





(ج) با سه بار استفاده از دستور e روپاد از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ باید به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ منتقل شود. یعنی شش حرکت به سمت پایین. پس $e = cc$ و $\vec{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} \quad \text{۴. الف} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 11 \end{bmatrix} \quad \text{ب} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 10 \end{bmatrix} \quad \text{ج} \quad \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{۵. الف} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{ب} \quad \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{ج} \quad \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \end{bmatrix}$$





کاربرد حروف

ریاضی
طلایه‌داران - سال دوم راهنمایی - نسخه‌ی مخصوص معلم

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{۶. الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{ب)}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{ج)}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -8 \end{bmatrix} \quad \text{د)}$$

$$\begin{bmatrix} -8 \\ -9 \end{bmatrix} \quad \text{ه)}$$

۷.

$$\text{الف)} \quad \vec{EA} = \begin{bmatrix} -5 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب)} \quad \vec{FA} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{پ)} \quad \vec{AF} = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

بعد از اینکه تمرین‌های صفحه‌ی ۶۲ کتاب تکمیلی را انجام دادید، می‌توانید کتاب آموزش و پرورش را از صفحه‌ی ۱۵۶ تا صفحه‌ی ۱۷۰ در کلاس توزیع کنید و بعضی کار در کلاس‌ها و تمرین‌های آن را حل کنید.

