

آزمونک ۳ (اتحاد مربع سه جمله‌ای)

۱. می‌دانیم که $ab + bc + ca = 0$ و $a + b + c = 0$. ثابت کنید $a = b = c = 0$.

۲. ثابت کنید:

$$(a + b + c)^2 = \frac{1}{4}[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] + 3(ab + bc + ca)$$

۳. هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت مربع یک سه جمله‌ای بنویسید.

الف) $4a^2 + b^2 + \frac{c^2}{4} - 2ca + bc - 4ba$

ب) $\frac{a^2}{4} + b^2 + 4c^2 + 2ca - 4bc - ba$

۴. آیا چندجمله‌ای زیر به صورت مربع یک سه جمله‌ای نوشته می‌شود؟

$$x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 4x + 2$$

۵. درستی و یا نادرستی نامساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $0 \leq a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$

ب) $0 \leq a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca)$

ج) $0 \leq a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

د) $0 \leq a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + bc + ca)$