

هل من مزید ۷ (بیشتر درباره‌ی اتحادها)

۱. اتحاد دیوفانت در «نظریه‌ی اعداد» کاربرد دارد. در این تمرین دو نمونه از چنین کاربردهایی را خواهیم دید. همه‌ی متغیرها در این سؤال اعداد طبیعی هستند.

الف) اگر اختلاف m و n ، یک باشد و داشته باشیم: $x + a = m^2$ و $y + a = n^2$ ، در این صورت ثابت کنید $xy + a$ مربع کامل است.

ب) اگر $x = m^2$ ، $y = (m + 1)^2$ و $z = 2(x + y + 1)$ ، در این صورت کدام یک از اعداد زیر مربع کامل خواهند شد؟

$$xy + x + y, yz + y + z, zx + z + x$$

$$xy + z, yz + x, zx + y$$

۲. چهار مجموعه‌ی زیر را در نظر بگیرید.

$$A = \{2a^2 + 1 \mid a \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{2a^2 + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = \{a^2 + a + 1 \mid a \in \mathbb{Z}\}$$

$$D = \{a^2 + ab + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

بسته‌بودن این مجموعه‌ها را نسبت به ضرب بررسی کنید.