

面试常考算法模板 Cheat Sheet V4.3

面试常考算法模板 Cheat Sheet V4.3

前言

- 版权归属：九章算法（杭州）科技有限公司
- 可以原文转载和分享，转载时需保留此版权信息，不得对内容进行增删和修改
- 本文作者：九章算法令狐冲
- 官方网站：www.jiuzhang.com/?utm_source=lhc-cheatsheet-v4.0

二分法 Binary Search

使用条件

1. 排序数组 (30-40%是二分)
2. 当面试官要求你找一个比 $O(n)$ 更小的时间复杂度算法的时候(99%)
3. 找到数组中的一个分割位置，使得左半部分满足某个条件，右半部分不满足(100%)
4. 找到一个最大/最小的值使得某个条件被满足(90%)

复杂度

5. 时间复杂度： $O(\log n)$
6. 空间复杂度： $O(1)$

领扣例题

- [LintCode 14. 二分查找](#)(在排序的数据集上进行二分)
- [LintCode 460. 在排序数组中找最接近的K个数](#) (在未排序的数据集上进行二分)
- [LintCode 437. 书籍复印](#)(在答案集上进行二分)

代码模版

Java

```
1 int binarySearch(int[] nums, int target) {
```

```

2 // corner case 处理
3 if (nums == null || nums.length == 0) {
4     return -1;
5 }
6
7 int start = 0, end = nums.length - 1;
8
9 // 要点1: start + 1 < end
10 while (start + 1 < end) {
11     // 要点2: start + (end - start) / 2
12     int mid = start + (end - start) / 2;
13     // 要点3: =, <, > 分开讨论, mid 不 +1 也不 -1
14     if (nums[mid] == target) {
15         return mid;
16     } else if (nums[mid] < target) {
17         start = mid;
18     } else {
19         end = mid;
20     }
21 }
22
23 // 要点4: 循环结束后, 单独处理start和end
24 if (nums[start] == target) {
25     return start;
26 }
27 if (nums[end] == target) {
28     return end;
29 }
30 return -1;
31 }

```

Python

```

1 def binary_search(self, nums, target):
2     # corner case 处理
3     # 这里等价于 nums is None or len(nums) == 0
4     if not nums:
5         return -1
6
7     start, end = 0, len(nums) - 1
8
9     # 用 start + 1 < end 而不是 start < end 的目的是为了避免死循环
10    # 在 first position of target 的情况下不会出现死循环
11    # 但是在 last position of target 的情况下会出现死循环

```

```

12     # 样例: nums=[1, 1] target = 1
13     # 为了统一模板, 我们就都采用 start + 1 < end, 就保证不会出现死循环
14     while start + 1 < end:
15         # python 没有 overflow 的问题, 直接 // 2 就可以了
16         # java和C++ 最好写成 mid = start + (end - start) / 2
17         # 防止在 start = 2^31 - 1, end = 2^31 - 1 的情况下出现加法 overflow
18         mid = (start + end) // 2
19         # >, =, < 的逻辑先分开写, 然后在看看 = 的情况是否能合并到其他分支里
20         if nums[mid] < target:
21             start = mid
22         elif nums[mid] == target:
23             end = mid
24         else:
25             end = mid
26
27     # 因为上面的循环退出条件是 start + 1 < end
28     # 因此这里循环结束的时候, start 和 end 的关系是相邻关系 (1和2, 3和4这种)
29     # 因此需要再单独判断 start 和 end 这两个数谁是我们答案
30     # 如果是找 first position of target 就先看 start, 否则就先看 end
31     if nums[start] == target:
32         return start
33     if nums[end] == target:
34         return end
35     return -1

```

双指针 Two Pointers

使用条件

7. 滑动窗口 (90%)
8. 时间复杂度要求 $O(n)$ (80%是双指针)
9. 要求原地操作, 只可以使用交换, 不能使用额外空间 (80%)
10. 有子数组 subarray / 子字符串 substring 的关键词 (50%)
11. 有回文 Palindrome 关键词(50%)

复杂度

- 时间复杂度: $O(n)$
 - 时间复杂度与最内层循环主体的执行次数有关
 - 与有多少重循环无关
- 空间复杂度: $O(1)$

- 只需要分配两个指针的额外内存

领扣例题

- [LintCode 1879. 两数之和VII\(同向双指针\)](#)
- [LintCode1712.和相同的二元子数组\(相向双指针\)](#)
- [LintCode627. 最长回文串 \(背向双指针\)](#)
- [LintCode 64: 合并有序数组](#)

代码模版

Java

```
1 // 相向双指针(partition in quicksort)
2 public void partition(int[] A, int start, int end) {
3     if (start >= end) {
4         return;
5     }
6     int left = start, right = end;
7     // key point 1: pivot is the value, not the index
8     int pivot = A[(start + end) / 2];
9     // key point 2: every time you compare left & right, it should be
10    // left <= right not left < right
11    while (left <= right) {
12        while (left <= right && A[left] < pivot) {
13            left++;
14        }
15        while (left <= right && A[right] > pivot) {
16            right--;
17        }
18        if (left <= right) {
19            int temp = A[left];
20            A[left] = A[right];
21            A[right] = temp;
22            left++;
23            right--;
24        }
25    }
26 }
27
28 // 背向双指针
29 left = position;
30 right = position + 1;
31 while (left <= 0 && right < length) {
```

```
32     if (可以停下来了) {
33         break;
34     }
35     left--;
36     right++;
37 }
38
39 // 同向双指针
40 int j = 0;
41 for (int i = 0; i < n; i++) {
42     // 不满足则循环到满足搭配为止
43     while (j < n && i 到 j之间不满足条件) {
44         j += 1;
45     }
46     if (i 到 j之间满足条件) {
47         处理i, j这次搭配
48     }
49 }
50
51 // 合并双指针
52 ArrayList<Integer> merge(ArrayList<Integer> list1, ArrayList<Integer> list2) {
53     // 需要 new 一个新的 list, 而不是在 list1 或者 list2 上直接改动
54     ArrayList<Integer> newList = new ArrayList<Integer>();
55
56     int i = 0, j = 0;
57     while (i < list1.size() && j < list2.size()) {
58         if (list1.get(i) < list2.get(j)) {
59             newList.add(list1.get(i));
60             i++;
61         } else {
62             newList.add(list2.get(j));
63             j++;
64         }
65     }
66
67     // 合并上下的数到 newList 里
68     // 无需用 if (i < list1.size()), 直接 while 即可
69     while (i < list1.size()) {
70         newList.add(list1.get(i));
71         i++;
72     }
73     while (j < list2.size()) {
74         newList.add(list2.get(j));
75         j++;
76     }
77 }
```

```
78     return newList;
79 }
```

Python

```
1  # 相向双指针(partition in quicksort)
2  def partition(self, A, start, end):
3      if start >= end:
4          return
5      left, right = start, end
6      # key point 1: pivot is the value, not the index
7      pivot = A[(start + end) // 2];
8      # key point 2: every time you compare left & right, it should be
9      # left <= right not left < right
10     while left <= right:
11         while left <= right and A[left] < pivot:
12             left += 1
13         while left <= right and A[right] > pivot:
14             right -= 1
15         if left <= right:
16             A[left], A[right] = A[right], A[left]
17             left += 1
18             right -= 1
19
20 # 背向双指针
21 left = position
22 right = position + 1
23 while left >= 0 and right < len(s):
24     if left 和 right 可以停下来了:
25         break
26     left -= 1
27     right += 1
28
29 # 同向双指针
30 j = 0
31 for i in range(n):
32     # 不满足则循环到满足搭配为止
33     while j < n and i到j之间不满足条件:
34         j += 1
35     if i到j之间满足条件:
36         处理i到j这段区间
37
38 # 合并双指针
39 def merge(list1, list2):
```

```

40     new_list = []
41     i, j = 0, 0
42
43     # 合并的过程只能操作 i, j 的移动, 不要去用 list1.pop(0) 之类的操作
44     # 因为 pop(0) 是 O(n) 的时间复杂度
45     while i < len(list1) and j < len(list2):
46         if list1[i] < list2[j]:
47             new_list.append(list1[i])
48             i += 1
49         else:
50             new_list.append(list2[j])
51             j += 1
52
53     # 合并剩下的数到 new_list 里
54     # 不要用 new_list.extend(list1[i:]) 之类的方法
55     # 因为 list1[i:] 会产生额外空间耗费
56     while i < len(list1):
57         new_list.append(list1[i])
58         i += 1
59     while j < len(list2):
60         new_list.append(list2[j])
61         j += 1
62
63     return new_list

```

排序算法 Sorting

使用条件

复杂度

- 时间复杂度:
 - 快速排序(期望复杂度): $O(n \log n)$
 - 归并排序(最坏复杂度): $O(n \log n)$
- 空间复杂度:
 - 快速排序: $O(1)$
 - 归并排序: $O(n)$

领扣例题

- [LintCode 463. 整数排序](#)
- [LintCode 464. 整数排序 II](#)

代码模板

Java

Java

```
1 // quick sort
2 public class Solution {
3     /**
4      * @param A an integer array
5      * @return void
6      */
7     public void sortIntegers(int[] A) {
8         quickSort(A, 0, A.length - 1);
9     }
10
11     private void quickSort(int[] A, int start, int end) {
12         if (start >= end) {
13             return;
14         }
15
16         int left = start, right = end;
17         // key point 1: pivot is the value, not the index
18         int pivot = A[(start + end) / 2];
19
20         // key point 2: every time you compare left & right, it should be
21         // left <= right not left < right
22         while (left <= right) {
23             while (left <= right && A[left] < pivot) {
24                 left++;
25             }
26             while (left <= right && A[right] > pivot) {
27                 right--;
28             }
29             if (left <= right) {
30                 int temp = A[left];
31                 A[left] = A[right];
32                 A[right] = temp;
33
34                 left++;
35                 right--;
```



```

36         }
37     }
38
39     quickSort(A, start, right);
40     quickSort(A, left, end);
41 }
42 }
43 // merge sort
44 public class Solution {
45     public void sortIntegers(int[] A) {
46         if (A == null || A.length == 0) {
47             return;
48         }
49         int[] temp = new int[A.length];
50         mergeSort(A, 0, A.length - 1, temp);
51     }
52
53     private void mergeSort(int[] A, int start, int end, int[] temp) {
54         if (start >= end) {
55             return;
56         }
57         // 处理左半区间
58         mergeSort(A, start, (start + end) / 2, temp);
59         // 处理右半区间
60         mergeSort(A, (start + end) / 2 + 1, end, temp);
61         // 合并排序数组
62         merge(A, start, end, temp);
63     }
64
65     private void merge(int[] A, int start, int end, int[] temp) {
66         int middle = (start + end) / 2;
67         int leftIndex = start;
68         int rightIndex = middle + 1;
69         int index = start;
70         while (leftIndex <= middle && rightIndex <= end) {
71             if (A[leftIndex] < A[rightIndex]) {
72                 temp[index++] = A[leftIndex++];
73             } else {
74                 temp[index++] = A[rightIndex++];
75             }
76         }
77         while (leftIndex <= middle) {
78             temp[index++] = A[leftIndex++];
79         }
80         while (rightIndex <= end) {

```

```

81         temp[index++] = A[rightIndex++];
82     }
83     for (int i = start; i <= end; i++) {
84         A[i] = temp[i];
85     }
86 }
87 }

```

Python

Python

```

1  # quick sort
2  class Solution:
3      # @param {int[]} A an integer array
4      # @return nothing
5      def sortIntegers(self, A):
6          # Write your code here
7          self.quickSort(A, 0, len(A) - 1)
8
9      def quickSort(self, A, start, end):
10         if start >= end:
11             return
12
13         left, right = start, end
14         # key point 1: pivot is the value, not the index
15         pivot = A[(start + end) // 2];
16
17         # key point 2: every time you compare left & right, it should be
18         # left <= right not left < right
19         while left <= right:
20             while left <= right and A[left] < pivot:
21                 left += 1
22
23             while left <= right and A[right] > pivot:
24                 right -= 1
25
26             if left <= right:
27                 A[left], A[right] = A[right], A[left]
28
29                 left += 1
30                 right -= 1
31

```

```

32         self.quickSort(A, start, right)
33         self.quickSort(A, left, end)
34     # merge sort
35     class Solution:
36     def sortIntegers(self, A):
37         if not A:
38             return A
39
40         temp = [0] * len(A)
41         self.merge_sort(A, 0, len(A) - 1, temp)
42
43     def merge_sort(self, A, start, end, temp):
44         if start >= end:
45             return
46
47         # 处理左半区间
48         self.merge_sort(A, start, (start + end) // 2, temp)
49         # 处理右半区间
50         self.merge_sort(A, (start + end) // 2 + 1, end, temp)
51         # 合并排序数组
52         self.merge(A, start, end, temp)
53
54     def merge(self, A, start, end, temp):
55         middle = (start + end) // 2
56         left_index = start
57         right_index = middle + 1
58         index = start
59
60         while left_index <= middle and right_index <= end:
61             if A[left_index] < A[right_index]:
62                 temp[index] = A[left_index]
63                 index += 1
64                 left_index += 1
65             else:
66                 temp[index] = A[right_index]
67                 index += 1
68                 right_index += 1
69
70         while left_index <= middle:
71             temp[index] = A[left_index]
72             index += 1
73             left_index += 1
74
75         while right_index <= end:

```

```
76         temp[index] = A[right_index]
77         index += 1
78         right_index += 1
79
80     for i in range(start, end + 1):
81         A[i] = temp[i]
```

二叉树分治 Binary Tree Divide & Conquer

使用条件

- 二叉树相关的问题 (99%)
- 可以一分为二去分别处理之后再合并结果 (100%)
- 数组相关的问题 (10%)

复杂度

时间复杂度 $O(n)$

空间复杂度 $O(n)$ (含递归调用的栈空间最大耗费)

领扣例题

- [LintCode 1534. 将二叉搜索树转换为已排序的双向链接列表](#)
- [LintCode 94. 二叉树中的最大路径和](#)
- [LintCode 95. 验证二叉查找树](#)

代码模板

Java

```
1 public ResultType divideConquer(TreeNode node) {
2     // 递归出口
3     // 一般处理 node == null 就够了
4     // 大部分情况不需要处理 node == leaf
5     if (node == null) {
6         return ...;
7     }
8     // 处理左子树
9     ResultType leftResult = divideConquer(node.left);
10    // 处理右子树
11    ResultType rightResult = divideConquer(node.right);
```

```
12     //合并答案
13     ResultType result = merge leftResult and rightResult
14     return result;
15 }
```

Python

```
1 def divide_conquer(root):
2     # 递归出口
3     # 一般处理 node == null 就够了
4     # 大部分情况不需要处理 node == leaf
5     if root is None:
6         return ...
7     # 处理左子树
8     left_result = divide_conquer(node.left)
9     # 处理右子树
10    right_result = divide_conquer(node.right)
11    # 合并答案
12    result = merge left_result and right_result to get merged result
13    return result
```

二叉搜索树非递归 BST Iterator

使用条件

- 用非递归的方式（Non-recursion / Iteration）实现二叉树的中序遍历
- 常用于 BST 但不仅仅可以用于 BST

复杂度

时间复杂度 $O(n)$

空间复杂度 $O(n)$

领扣例题

- [LintCode 67. 二叉树的中序遍历](#)
- [LintCode 902. 二叉搜索树的第 k 大元素](#)

代码模板

Java

```
1 List<TreeNode> inorderTraversal(TreeNode root) {
2     List<TreeNode> inorder = new ArrayList<>();
3     if (root == null) {
4         return inorder;
5     }
6     // 创建一个 dummy node, 右指针指向 root
7     // 放到 stack 里, 此时栈顶 dummy 就是 iterator 的当前位置
8     TreeNode dummy = new TreeNode(0);
9     dummy.right = root;
10    Stack<TreeNode> stack = new Stack<>();
11    stack.push(dummy);
12
13    // 每次将 iterator 挪到下一个点
14    // 就是调整 stack 使得栈顶是下一个点
15    while (!stack.isEmpty()) {
16        TreeNode node = stack.pop();
17        if (node.right != null) {
18            node = node.right;
19            while (node != null) {
20                stack.push(node);
21                node = node.left;
22            }
23        }
24        if (!stack.isEmpty()) {
25            inorder.add(stack.peek());
26        }
27    }
28    return inorder;
29 }
```

Python

```
1 def inorder_traversal(root):
2     if root is None:
3         return []
4
5     # 创建一个 dummy node, 右指针指向 root
6     # 并放到 stack 里, 此时 stack 的栈顶 dummy
7     # 是 iterator 的当前位置
8     dummy = TreeNode(0)
9     dummy.right = root
10    stack = [dummy]
```

```
11
12     inorder = []
13     # 每次将 iterator 挪到下一个点
14     # 也就是调整 stack 使得栈顶到下一个点
15     while stack:
16         node = stack.pop()
17         if node.right:
18             node = node.right
19         while node:
20             stack.append(node)
21             node = node.left
22     if stack:
23         inorder.append(stack[-1])
24     return inorder
```

宽度优先搜索 BFS

使用条件

- 12. 拓扑排序(100%)
- 13. 出现连通块的关键词(100%)
- 14. 分层遍历(100%)
- 15. 简单图最短路径(100%)
- 16. 给定一个变换规则，从初始状态变到终止状态最少几步(100%)

复杂度

- 时间复杂度： $O(n + m)$
 - n 是点数, m 是边数
- 空间复杂度： $O(n)$

领扣例题

- [LintCode 974. 01 矩阵\(分层遍历\)](#)
- [LintCode 431. 找无向图的连通块](#)
- [LintCode 127. 拓扑排序](#)

代码模版

Java

```

1  ReturnType bfs(Node startNode) {
2      // BFS 必须要用队列 queue, 别用栈 stack!
3      Queue<Node> queue = new ArrayDeque<>();
4      // hashmap 有两个作用, 一个是记录一个点是否被丢进过队列了, 避免重复访问
5      // 另外一个作用是记录 startNode 到其他所有节点的最短距离
6      // 如果只求连通性的话, 可以换成 HashSet 就行
7      // node 做 key 的时候比较的是内存地址
8      Map<Node, Integer> distance = new HashMap<>();
9
10     // 把起点放进队列和哈希表里, 如果有多个起点, 都放进去
11     queue.offer(startNode);
12     distance.put(startNode, 0); // or 1 if necessary
13
14     // while 队列不空, 不停的从队列里拿出一个点, 拓展邻居节点放到队列中
15     while (!queue.isEmpty()) {
16         Node node = queue.poll();
17         // 如果有明确的终点可以在这里加终点的判断
18         if (node 是终点) {
19             break or return something;
20         }
21         for (Node neighbor : node.getNeighbors()) {
22             if (distance.containsKey(neighbor)) {
23                 continue;
24             }
25             queue.offer(neighbor);
26             distance.put(neighbor, distance.get(node) + 1);
27         }
28     }
29     // 如果需要返回所有点离起点的距离, 就 return hashmap
30     return distance;
31     // 如果需要返回所有连通的节点, 就 return HashMap 里的所有点
32     return distance.keySet();
33     // 如果需要返回离终点的最短距离
34     return distance.get(endNode);
35 }

```

Python

```

1  def bfs(start_node):
2      # BFS 必须要用队列 queue, 别用栈 stack!
3      # distance(dict) 有两个作用, 一个是记录一个点是否被丢进过队列了, 避免重复访问
4      # 另外一个作用是记录 start_node 到其他所有节点的最短距离
5      # 如果只求连通性的话, 可以换成 set 就行
6      # node 做 key 的时候比较的是内存地址

```



```

7     queue = collections.deque([start_node])
8     distance = {start_node: 0}
9
10    # while 队列不空，不停的从队列里拿出一个点，拓展邻居节点放到队列中
11    while queue:
12        node = queue.popleft()
13        # 如果有明确的终点可以在这里加终点的判断
14        if node 是终点:
15            break or return something
16        for neighbor in node.get_neighbors():
17            if neighbor in distance:
18                continue
19            queue.append(neighbor)
20            distance[neighbor] = distance[node] + 1
21
22    # 如果需要返回所有点离起点的距离，就 return hashmap
23    return distance
24    # 如果需要返回所有连通的节点，就 return HashMap 里的所有点
25    return distance.keys()
26    # 如果需要返回离终点的最短距离
27    return distance[end_node]

```

Java 拓扑排序 BFS 模板

```

1 List<Node> topologicalSort(List<Node> nodes) {
2     // 统计所有点的入度信息，放入 hashmap 里
3     Map<Node, Integer> indegrees = getIndegrees(nodes);
4
5     // 将所有入度为 0 的点放到队列中
6     Queue<Node> queue = new ArrayDeque<>();
7     for (Node node : nodes) {
8         if (indegrees.get(node) == 0) {
9             queue.offer(node);
10        }
11    }
12
13    List<Node> topoOrder = new ArrayList<>();
14    while (!queue.isEmpty()) {
15        Node node = queue.poll();
16        topoOrder.add(node);
17        for (Node neighbor : node.getNeighbors()) {
18            // 入度减一
19            indegrees.put(neighbor, indegrees.get(neighbor) - 1);
20            // 入度减到0说明不再依赖任何点，可以被放到队列（拓扑序）里了

```

```

21         if (indegrees.get(neighbor) == 0) {
22             queue.offer(neighbor);
23         }
24     }
25 }
26
27 // 如果 queue 是空的时候, 图中还有点没有被挖出来, 说明存在环
28 // 有环就没有拓扑序
29 if (topoOrder.size() != nodes.size()) {
30     return 没有拓扑序;
31 }
32 return topoOrder;
33 }
34
35 Map<Node, Integer> getIndegrees(List<Node> nodes) {
36     Map<Node, Integer> counter = new HashMap<>();
37     for (Node node : nodes) {
38         counter.put(node, 0);
39     }
40     for (Node node : nodes) {
41         for (Node neighbor : node.getNeighbors()) {
42             counter.put(neighbor, counter.get(neighbor) + 1);
43         }
44     }
45     return counter;
46 }

```

Python

```

1 def get_indegrees(nodes):
2     counter = {node: 0 for node in nodes}
3     for node in nodes:
4         for neighbor in node.get_neighbors():
5             counter[neighbor] += 1
6     return counter
7
8 def topological_sort(nodes):
9     # 统计入度
10    indegrees = get_indegrees(nodes)
11    # 所有入度为 0 的点都放到队列里
12    queue = collections.deque([
13        node
14        for node in nodes
15        if indegrees[node] == 0

```

```

16     ])
17     # 用 BFS 算法一个个把点从图里挖出来
18     topo_order = []
19     while queue:
20         node = queue.popleft()
21         topo_order.append(node)
22         for neighbor in node.get_neighbors():
23             indegrees[neighbor] -= 1
24             if indegrees[neighbor] == 0:
25                 queue.append(neighbor)
26     # 判断是否有循环依赖
27     if len(topo_order) != len(nodes):
28         return 有循环依赖(环), 没有拓扑序
29     return topo_order

```

深度优先搜索 DFS

使用条件

- 找满足某个条件的所有方案 (99%)
- 二叉树 Binary Tree 的问题 (90%)
- 组合问题(95%)
 - 问题模型：求出所有满足条件的“组合”
 - 判断条件：组合中的元素是顺序无关的
- 排列问题 (95%)
 - 问题模型：求出所有满足条件的“排列”
 - 判断条件：组合中的元素是顺序“相关”的。

不要用 DFS 的场景

17. 连通块问题（一定要用 BFS，否则 StackOverflow）
18. 拓扑排序（一定要用 BFS，否则 StackOverflow）
19. 一切 BFS 可以解决的问题

复杂度

- 时间复杂度：O(方案个数 * 构造每个方案的时间)
 - 树的遍历：O(n)
 - 排列问题：O(n! * n)

- 组合问题： $O(2^n * n)$

领扣例题

- [LintCode 67. 二叉树的中序遍历\(遍历树\)](#)
- [LintCode 652. 因式分解\(枚举所有情况\)](#)

代码模版

Java

```
1 public ReturnType dfs(参数列表) {
2     if (递归出口) {
3         记录答案;
4         return;
5     }
6     for (所有的拆解可能性) {
7         修改所有的参数
8         dfs(参数列表);
9         还原所有被修改过的参数
10    }
11    return something 如果需要的话, 很多时候不需要 return 值除了分治的写法
12 }
```

Python

```
1 def dfs(参数列表):
2     if 递归出口:
3         记录答案
4         return
5     for 所有的拆解可能性:
6         修改所有的参数
7         dfs(参数列表)
8         还原所有被修改过的参数
9     return something 如果需要的话, 很多时候不需要 return 值除了分治的写法
```

动态规划 Dynamic Programming

使用条件

- 使用场景:

- 求方案总数(90%)
- 求最值(80%)
- 求可行性(80%)
- 不适用的场景：
 - 找所有具体的方案（准确率99%）
 - 输入数据无序(除了背包问题外，准确率60%~70%)
 - 暴力算法已经是多项式时间复杂度（准确率80%）
- 动态规划四要素(对比递归的四要素)：
 - 状态 (State) -- 递归的定义
 - 方程 (Function) -- 递归的拆解
 - 初始化 (Initialization) -- 递归的出口
 - 答案 (Answer) -- 递归的调用
- 几种常见的动态规划：
- 背包型
 - 给出 n 个物品及其大小,问是否能挑选出一些物品装满大小为 m 的背包
 - 题目中通常有“和”与“差”的概念，数值会被放到状态中
 - 通常是二维的状态数组，前 i 个组成和为 j 状态数组的大小需要开 $(n + 1) * (m + 1)$
 - 几种背包类型：

▪ 01背包

- 状态 state

`dp[i][j]` 表示前 i 个数里挑若干个数是否能组成和为 j

方程 function

`dp[i][j] = dp[i - 1][j] or dp[i - 1][j - A[i - 1]]` 如果 $j \geq A[i - 1]$

`dp[i][j] = dp[i - 1][j]` 如果 $j < A[i - 1]$

第 i 个数的下标是 $i - 1$ ，所以用的是 $A[i - 1]$ 而不是 $A[i]$

初始化 initialization

`dp[0][0] = true`

`dp[0][1...m] = false`

答案 answer

使得 `dp[n][v]`， $0 \leq v \leq m$ 为 true 的最大 v

▪ 多重背包

- 状态 state

$dp[i][j]$ 表示前 i 个物品挑出一些放到 j 的背包里的最大价值和

方程 function

$dp[i][j] = \max(dp[i-1][j - \text{count} * A[i-1]] + \text{count} * V[i-1])$

其中 $0 \leq \text{count} \leq j / A[i-1]$

初始化 initialization

$dp[0][0..m] = 0$

答案 answer

$dp[n][m]$

- 区间型

- 题目中有 subarray / substring 的信息

- 大区间依赖小区间

- 用 $dp[i][j]$ 表示数组/字符串中 i, j 这一段区间的最优值/可行性/方案总数

- 状态 state

$dp[i][j]$ 表示数组/字符串中 i, j 这一段区间的最优值/可行性/方案总数

方程 function

$dp[i][j] = \max/\min/\text{sum}/\text{or}(dp[i, j \text{ 之内更小的若干区间}])$

- 匹配型

- 通常给出两个字符串

- 两个字符串的匹配值依赖于两个字符串前缀的匹配值

- 字符串长度为 n, m 则需要开 $(n+1) \times (m+1)$ 的状态数组

- 要初始化 $dp[i][0]$ 与 $dp[0][i]$

- 通常都可以用滚动数组进行空间优化

- 状态 state

$dp[i][j]$ 表示第一个字符串的前 i 个字符与第二个字符串的前 j 个字符怎么样怎么样 (max/min/sum/or)

- 划分型

- 是前缀型动态规划的一种, 有前缀的思想

- 如果指定了要划分为几个部分:

- $dp[i][j]$ 表示前 i 个数/字符划分为 j 个部分的最优值/方案数/可行性

- 如果没有指定划分为几个部分:

- $dp[i]$ 表示前 i 个数/字符划分为若干个部分的最优值/方案数/可行性

- 状态 state

指定了要划分为几个部分: $dp[i][j]$ 表示前*i*个数/字符划分为*j*个部分的最优值/方案数/可行性

没有指定划分为几个部分: $dp[i]$ 表示前*i*个数/字符划分为若干个部分的最优值/方案数/可行性

- 接龙型

- 通常会给一个接龙规则, 问你最长的龙有多长

- 状态表示通常为: $dp[i]$ 表示以坐标为 *i* 的元素结尾的最长龙的长度

- 方程通常是: $dp[i] = \max\{dp[j] + 1, j \text{ 的后面可以接上 } i\}$

- LIS 的二分做法选择性的掌握, 但并不是所有的接龙型DP都可以用二分来优化

- 状态 state

状态表示通常为: $dp[i]$ 表示以坐标为 *i* 的元素结尾的最长龙的长度

方程 function

$dp[i] = \max\{dp[j] + 1, j \text{ 的后面可以接上 } i\}$

复杂度

- 时间复杂度:

- $O(\text{状态总数} * \text{每个状态的处理耗费})$

- 等于 $O(\text{状态总数} * \text{决策数})$

- 空间复杂度:

- $O(\text{状态总数})$ (不使用滚动数组优化)

- $O(\text{状态总数} / n)$ (使用滚动数组优化, *n* 是被滚动掉的那一个维度)

领扣例题

- [LintCode563. 背包问题V\(背包型\)](#)

- [LintCode76. 最长上升子序列\(接龙型\)](#)

- [LintCode 476. 石子归并V\(区间型\)](#)

- [LintCode 192. 通配符匹配 \(匹配型\)](#)

- [LintCode107. 单词拆分\(划分型\)](#)

堆 Heap

使用条件

- 20. 找最大值或者最小值(60%)
- 21. 找第 k 大(pop k 次 复杂度 $O(n\log k)$)(50%)
- 22. 要求 $\log n$ 时间对数据进行操作(40%)

堆不能解决的问题

- 23. 查询比某个数大的最小值/最接近的值 (平衡排序二叉树 Balanced BST 才可以解决)
- 24. 找某段区间的最大值最小值 (线段树 SegmentTree 可以解决)
- 25. $O(n)$ 找第k大 (使用快排中的partition操作)

领扣例题

- [LintCode 1274. 查找和最小的K对数字](#)
- [LintCode 919. 会议室 II](#)
- [LintCode 1512. 雇佣K个人的最低费用](#)

代码模板

Java 带删除特定元素功能的堆

```
1 class ValueIndexPair {
2     int val, index;
3     public ValueIndexPair(int val, int index) {
4         this.val = val;
5         this.index = index;
6     }
7 }
8 class Heap {
9     private Queue<ValueIndexPair> minheap;
10    private Set<Integer> deleteSet;
11    public Heap() {
12        minheap = new PriorityQueue<>((p1, p2) -> (p1.val - p2.val));
13        deleteSet = new HashSet<>();
14    }
15
16    public void push(int index, int val) {
17        minheap.add(new ValueIndexPair(val, index));
18    }
19
20    private void lazyDeletion() {
21        while (minheap.size() != 0 && deleteSet.contains(minheap.peek().index)) {
22            ValueIndexPair pair = minheap.poll();
23            deleteSet.remove(pair.index);
24        }
25    }
26}
```



```

24     }
25 }
26
27 public ValueIndexPair top() {
28     lazyDeletion();
29     return minheap.peek();
30 }
31
32 public void pop() {
33     lazyDeletion();
34     minheap.poll();
35 }
36
37 public void delete(int index) {
38     deleteSet.add(index);
39 }
40
41 public boolean isEmpty() {
42     return minheap.size() == 0;
43 }
44 }

```

Python 带删除特定元素功能的堆

```

1 from heapq import heappush, heappop
2
3 class Heap:
4
5     def __init__(self):
6         self.minheap = []
7         self.deleted_set = set()
8
9     def push(self, index, val):
10         heappush(self.minheap, (val, index))
11
12     def _lazy_deletion(self):
13         while self.minheap and self.minheap[0][1] in self.deleted_set:
14             heappop(self.minheap)
15
16     def top(self):
17         self._lazy_deletion()
18         return self.minheap[0]
19
20     def pop(self):

```

```
21         self._lazy_deletion()
22         heappop(self.minheap)
23
24     def delete(self, index):
25         self.deleted_set.add(index)
26
27     def is_empty(self):
28         return not bool(self.minheap)
```

并查集 Union Find

使用条件

- 需要查询图的连通状况的问题
- 需要支持快速合并两个集合的问题

复杂度

- 时间复杂度 union $O(1)$, find $O(1)$
- 空间复杂度 $O(n)$

领扣例题

- [LintCode 1070. 账号合并](#)
- [LintCode 1014. 打砖块](#)
- [LintCode 1813. 构造二叉树](#)

代码模板

java

```
1 class UnionFind {
2     private Map<Integer, Integer> father;
3     private Map<Integer, Integer> sizeOfSet;
4     private int numOfSet = 0;
5     public UnionFind() {
6         // 初始化父指针, 集合大小, 集合数量
7         father = new HashMap<Integer, Integer>();
8         sizeOfSet = new HashMap<Integer, Integer>();
9         numOfSet = 0;
10    }
11}
```

```
12     public void add(int x) {
13         // 点如果出现, 操作无效
14         if (father.containsKey(x)) {
15             return;
16         }
17         // 初始化点的父亲为 空对象null
18         // 初始化该点所在集合大小为 1
19         // 集合数量增加 1
20         father.put(x, null);
21         sizeOfSet.put(x, 1);
22         numOfSet++;
23     }
24
25     public void merge(int x, int y) {
26         // 找到两个节点的根
27         int rootX = find(x);
28         int rootY = find(y);
29         // 如果根不是同一个则连接
30         if (rootX != rootY) {
31             // 将一个点的根变成新的根
32             // 集合数量减少 1
33             // 计算新的根所在集合大小
34             father.put(rootX, rootY);
35             numOfSet--;
36             sizeOfSet.put(rootY, sizeOfSet.get(rootX) + sizeOfSet.get(rootY));
37         }
38     }
39
40     public int find(int x) {
41         // 指针 root 指向被查找的点 x
42         // 不断找到 root 的父亲
43         // 直到 root 指向 x 的根节点
44         int root = x;
45         while (father.get(root) != null) {
46             root = father.get(root);
47         }
48         // 将路径上所有点指向根节点 root
49         while (x != root) {
50             // 暂存 x 原本的父亲
51             // 将 x 指向根节点
52             // x 指针上移至 x 的父节点
53             int originalFather = father.get(x);
54             father.put(x, root);
55             x = originalFather;
56         }
57     }
```

```

58         return root;
59     }
60
61     public boolean isConnected(int x, int y) {
62         // 两个节点连通 等价于 两个节点的根相同
63         return find(x) == find(y);
64     }
65
66     public int getNumOfSet() {
67         // 获得集合数量
68         return numOfSet;
69     }
70
71     public int getSizeOfSet(int x) {
72         // 获得某个点所在集合大小
73         return sizeOfSet.get(find(x));
74     }
75 }

```

Python

```

1 class UnionFind:
2     def __init__(self):
3         # 初始化父指针, 集合大小, 集合数量
4         self.father = {}
5         self.size_of_set = {}
6         self.num_of_set = 0
7
8     def add(self, x):
9         # 点如果已经出现, 操作无效
10        if x in self.father:
11            return
12        # 初始化点的父亲为 空对象None
13        # 初始化该点所在集合大小为 1
14        # 集合数量增加 1
15        self.father[x] = None
16        self.num_of_set += 1
17        self.size_of_set[x] = 1
18
19    def merge(self, x, y):
20        # 找到两个节点的根
21        root_x, root_y = self.find(x), self.find(y)
22        # 如果根不是同一个则连接
23        if root_x != root_y:

```

```

24         # 将一个点的根变成新的根
25         # 集合数量减少 1
26         # 计算新的根所在集合大小
27         self.father[root_x] = root_y
28         self.num_of_set -= 1
29         self.size_of_set[root_y] += self.size_of_set[root_x]
30
31     def find(self, x):
32         # 指针 root 指向被查找的点 x
33         # 不断找到 root 的父亲
34         # 直到 root 指向 x 的根节点
35         root = x
36         while self.father[root] != None:
37             root = self.father[root]
38         # 将路径上所有点指向根节点 root
39         while x != root:
40             # 暂存 x 原本的父亲
41             # 将 x 指向根节点
42             # x 指针上移至 x 的父节点
43             original_father = self.father[x]
44             self.father[x] = root
45             x = original_father
46         return root
47
48     def is_connected(self, x, y):
49         # 两个节点连通 等价于 两个节点的根相同
50         return self.find(x) == self.find(y)
51
52     def get_num_of_set(self):
53         # 获得集合数量
54         return self.num_of_set
55
56     def get_size_of_set(self, x):
57         # 获得某个点所在集合大小
58         return self.size_of_set[self.find(x)]

```

字典树 Trie

使用条件

- 需要查询包含某个前缀的单词/字符串是否存在
- 字符矩阵中找单词的问题

复杂度

- 时间复杂度 $O(L)$ 增删查改
- 空间复杂度 $O(N * L)$ N 是单词数, L 是单词长度

领扣例题

- [LintCode 1221. 连接词](#)
- [LintCode 1624. 最大距离](#)
- [LintCode 1090. 映射配对之和](#)

代码模板

java

```
1 class TrieNode {
2     // 儿子节点
3     public Map<Character, TrieNode> children;
4     // 根节点到该节点是否是一个单词
5     public boolean isWord;
6     // 根节点到该节点的单词是什么
7     public String word;
8     public TrieNode() {
9         sons = new HashMap<Character, TrieNode>();
10        isWord = false;
11        word = null;
12    }
13 }
14
15 public class Trie {
16     private TrieNode root;
17     public Trie() {
18         root = new TrieNode();
19     }
20
21     public TrieNode getRoot() {
22         return root;
23     }
24
25     // 插入单词
26     public void insert(String word) {
27         TrieNode node = root;
28         for (int i = 0; i < word.length(); i++) {
29             char letter = word.charAt(i);
30             if (!node.sons.containsKey(letter)) {
```

```
31         node.sons.put(letter, new TrieNode());
32     }
33     node = node.sons.get(letter);
34 }
35 node.isWord = true;
36 node.word = word;
37 }
38
39 // 判断单词 word 是不是在字典树中
40 public boolean hasWord(String word) {
41     int L = word.length();
42     TrieNode node = root;
43     for (int i = 0; i < L; i++) {
44         char letter = word.charAt(i);
45         if (!node.sons.containsKey(letter)) {
46             return false;
47         }
48         node = node.sons.get(letter);
49     }
50
51     return node.isWord;
52 }
53
54 // 判断前缀 prefix 是不是在字典树中
55 public boolean hasPrefix(String prefix) {
56     int L = prefix.length();
57     TrieNode node = root;
58     for (int i = 0; i < L; i++) {
59         char letter = prefix.charAt(i);
60         if (!node.sons.containsKey(letter)) {
61             return false;
62         }
63         node = node.sons.get(letter);
64     }
65     return true;
66 }
67 }
```