1. Cantitatea de informație

Cantitatea de informație \mathbf{I} ce se conține într-un mesaj emis de sursă cu număr finit de mesaje se determină din relația: $\mathbf{I} = \mathbf{log_an}$, unde n este numărul de mesaje posibile ale sursei. Dacă unitatea de măsură a cantității de informație este bitul (cantitatea de informație într-un mesaj al unei surse cu numai 2 mesaje posibile) atunci $\mathbf{I} = \mathbf{log_2n}$.

Dacă se cunoaște cantitatea de informație I ce se conține într-un mesaj, cantitatea totală de informație emisă de sursă se determină din relația: $V=N*I=N*log_2n$, unde N este numărul de mesaje transmise.

Tipuri de probleme:

1. Cantitatea de informație în 1000 de mesaje emise de o sursă este egală cu 4000 biți. Calcutați numărul de mesaje posibile al acestei surse.

Este dat: Rezolvare:

V=4000 biţi

N=1000 $V=N*I=N*log_2n => log_2n=V/N=4000/1000=4 => n=2^4=16$ (mesaje posibile)

n-?

2. Cantitatea de informație emisă de o sursă cu 8 mesaje posibile este egală cu 3000 biți. Calcutați numărul de mesaje emise de această sursă.

Este dat: Rezolvare:

V=3000 biţi

n=8 $V=N*I=N*log_2n => N=V/log_2n=3000/log_28=3000/3 => N=1000 (mesaje)$

N-? emise)

3. Cantitatea de informație în informațiile textuale.

Pe o pagină pot fi tipărite 60 de rînduri de text. Fiecare rînd conține 90 de caractere. Cîte pagini pot fi memorate în formă nearhivată pe o dischetă de 1,44 MB?

Rezolvare:

Codificarea textului se realizează prin înlocuirea fiecărui caracter cu un cuvînt binar 8-pozițional, adică, cu un octet (Byte). Numărul de caractere de pe o pagină se estimează ca produsul dintre numărul de rînduri și numărul de caractere în fiecare rînd: 90*60=5400.

De aici, cantitatea de informație ce se conține într-o pagină de text este 5400 B.

Numărul de pagini ce pot fi memorate în formă nearhivată pe o dischetă de 1,44 MB este egal cu $1,44*10^6/5400\approx167$ (pagini)

2. Cuantizarea imaginilor

Pentru a evalua cantitatea de informație, imaginea este împărțită în microzone cu ajutorul unui rastru. Fiecare microzonă se descrie prin luminanța sa. Această mărime poate fi discretizată în valoare (cuantificată). Numărul cuantelor n caracterizează puterea de rezoluție a echipamentelor pentru formarea imaginilor. Cantitatea de informație a unei imagini monocrome: $\mathbf{I}=\mathbf{m_xm_ylog_2n}$, unde $\mathbf{m_x}$ și $\mathbf{m_y}$ reprezintă numărul de microzone ale rastrului respectiv pe orizontală și verticală. Întrucît culorile pot fi redate prin suprapunerea a trei reprezentări ale aceleiași imagini în roșu, verde și albastru, cantitatea de informație dintr-o imagine color se determină din relația:

 $I=3m_xm_v\log_2n$.

1. Evaluați cantitatea de informație într-o fotografie monocrom (sau color) cu dimensiunile 10x10 cm redată cu ajutorul unui rastru cu rezoluția 24 puncte/cm. Fiecare punct poate avea 256 nivele de luminanță.

Rezolvare:

Numărul de puncte $m_x=10*24=240$;

Numărul de puncte $m_v=10*24=240$;

Cantitatea de informație ce se conține în fiecare punct este $\log_2 256=8$ (biți); Cantitatea de informație într-o fotografie monocrom $I=m_x m_y \log_2 n=240*240*8=460800$ (biți) Cantitatea de informație într-o fotografie color $I=3*m_x m_y \log_2 n=240*240*8=4147200$ (biți)

2. Cîte nivele de luminanță pot fi redate pe ecran dacă cuvintele imaginii numerice sînt 4-poziționale?

Rezolvare:

Cuvintele imaginii numerice sînt 4-poziționale, de aici rezultă că cantitatea de infornație ce se conține în fiecare punct este I=log₂n=4 (biți).

Din această egalitate găsim numărul de nivele de luminanță ce pot fi redate pe ecran: $n=2^4=16$ (nivele de luminanță).

3. Codificarea și decodificarea informației

Se numește **semn** un element al unei mulțimi finite de obiecte ce se pot distinge. O mulțime de semne ordonate liniar se numște **alfabet**.

Un şir finit de m semne, dintre care unele se pot repeta, formează un cuvînt.

Cuvintele formate din semne binare se numesc **cuvinte binare**. Dacă lungimea cuvintelor binare este constantă, ele se numesc **m-poziționale**.

Regula de transformare a mesajelor în cuvinte se numește **cod**, iar operația respectivă – **codificare**. Operația inversă codificării se numește **decodificare**.

Cel mai simplu este codul în care mesajelor posibile $s_1, s_2, ...s_n$ le corespund cuvinte binare de lungime constantă m (cod m-pozițional). Decodificarea va fi univocă numai dacă lungimea m a cuvîntului de cod satisface inegalitatea $2^m \ge n$. Lungimea cuvintelor unui cod pozițional trebuie să fie mai mare sau egală cu cantitatea de informație a unui mesaj: $m \ge log_2 n$.

Tipuri de probleme.

1. Cod Bacon – codificare, decodificare.

În codul propus de filozoful englez Francis Bacon literele alfabetului latin se prezintă astfel:

A - 00000 B - 00001 C - 00010 D - 00011.... Z - 11001.

Decodificați, utilizînd codul Bacon, următorul șir binar:

01000 00011 00100 00000.

Rezolvare:

Construim tabelul de codificare și găsim literele respective secvențelor binare din condiția problemei: **IDEA.**

A	00000	N	01101
В	00001	0	01110
C	00010	P	01111
D	00011	Q	10000
E	00100	R	10001
F	00101	S	10010
G	00110	T	10011
Н	00111	U	10100
Ι	01000	V	10101
J	01001	W	10110
K	01010	X	10111
L	01011	Y	11000
M	01100	Z	11001

2. Reprezentarea în cod pozițional a indicațiilor numerice de forma zz.ll.aa (zz-ziua, ll-luna, aa-anul, ultimele 2 cifre) a unui calendar electronic este 01011010000010. Decodificați acest mesaj. Motivați răspunsul.

Rezolvare:

Numărul mesajelor posibile ce se conțin în zz este 31 (S_{zz} ={1..31}). Cantitatea de informație întrun mesaj I_{zz} =log₂31. Lungimea minimă a cuvintelor m-poziționale se determină din inegalitatea: $m_{zz} \ge \log_2 31 = 5$ (biți).

Numărul mesajelor posibile ce se conțin în ll este 12 (S_{ll} ={1..12}). Cantitatea de informație întrun mesaj I_{ll} = log_2 12. Lungimea minimă a cuvintelor m-poziționale se determină din inegalitatea: $m_{ll} \ge log_2$ 12=4(biți).

Numărul mesajelor posibile ce se conțin în aa este 100 (S_{aa} ={00..99}). Cantitatea de informație într-un mesaj I_{zz} =log₂100. Lungimea minimă a cuvintelor m-poziționale se determină din inegalitatea: $m_{aa} \ge log_2 100$ =7 (biți).

Reprezentarea în cod pozițional a indicațiilor numerice de forma zz.ll.aa (zz-ziua, ll-luna, aa-anul, ultimele 2 cifre) a unui calendar electronic este formată din 3 cuvinte binare: Primul are 5 biți și reprezintă ziua: (01011)₂=(11)₁₀

Al doilea are 4 biți și reprezintă luna: (0101)₂=(05)₁₀

Al treilea are 7 biţi şi reprezintă ultimele două cifre ale anului: (0000010)₂=(02)₁₀.

Așadar: 01011 0101 0000010 este reprezentarea binară a următoarei date calendaristice 11.05.02

3. Scrieți lungimea minimă a șirurilor binare, necesară pentru codificarea și decodificarea univocă a informației, dacă mulțimea mesajelor posibile ale sursei de informație este $S=\{0,1,\ldots,9,A,B,C,\ldots,Z\}$. Argumentați răspunsul.

Rezolvare:

Lungimea cuvintelor m-poziționale binare pentru codificarea mesajelor din această sursă, care are 10+26=36 mesaje se determină din inegalitatea: $m \ge \log_2 36$; m=6 (biți)

1. Care este numărul secvențelor binare distincte formate din 3 biți? Scrieți aceste secvențe. Rezolvare:

Fiecare poziție binară poate conține una din două valori posibile: 0 sau 1. Numărul total de secvențe binare este $2^n=2^3=8$. Vom scrie aceste secvențe: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

5. Codificarea caracterelor unui text poare fi făcută utilizînd cifrele ternare 0, 1 și 2. De exemplu, simbolului A îi va corespunde codul ternar (6-pozițional) (01000001)₂ = (65)₁₀ =

 $(002102)_3$, simbolului B îi va corespunde codul ternar $(01000010)_2 = (66)_{10} = (002110)_3$ ş. a. m. d. În astfel de cazuri unitatea de măsură a informației este tritul.

Cantitatea de informație dintr-un text este 240000 triți. Exprimați această cantitate în biți și în octeți.

Rezolvare:

Caculăm inițial număru de caractere codificate cu 240000triți: 240000(triți)/6(triți)=40000 (caractere). Fiecare caracter se codifică cu 8 biți. De aici, aceeași cantitate de informație exprimată în biți este 40000*8 (biți)=320000 (biți)=40000 (octeți)

Sisteme de numerație

Totalitatea regulilor de reprezentare a numerelor, împreună cu mulțimea cifrelor poartă denumirea de **sistem de numerație**. Numărul cifrelor definește **baza** sitemului de numerație. Sistemele în care semnificația cifrelor depinde de poziția ocupată în cadrul numerelor se numesc **sisteme de numerație poziționale**.

Presupunem că numărul N are partea întreagă formată din n+1 cifre, iar partea fracționară – din m cifre:

$$N = c_n c_{n-1} \dots c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-m}$$

Valoarea acestui număr se evaluează în funcție de baza sistemului:

$$(N)_b = c_n b^n + c_{n-1} b^{n-1} + \ldots + c_1 b^1 + c_0 b^0 + c_{-1} b^{-1} + \ldots + c_{-m} b^{-m}.$$

Conversiunea numărului zecimal $(N)_{10}$ în echivalentul său în baza b se efectuează conform următoarelor reguli:

- se împarte la baza respectivă partea întreagă și cîturile obținute după fiecare împărțire pînă se obține cîtul zero: rezultatul conversiunii părții întregi este constituit din resturile obținute, considerate în ordinea inversă de apariție;
- se înmulțește cu baza partea fracționară, apoi toate părțile fracționare obținute din produsul anterior, pînă cînd partea fracționară a unui produs este zero sau pînă la obținerea unui număr de cifre fracționare dorit; rezultatul conversiunii părții fracționare este constituit din părțile întregi ale produselor, considerate în ordinea apariției.

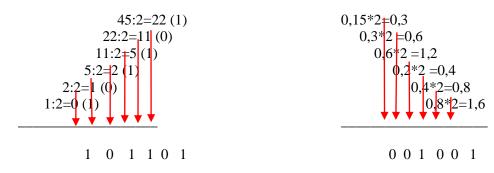
Conversiunea binar-octală sau octal-binară se face direct, reieşind din faptul că fiecare cifră octală se reprezintă prin 3 cifre binare.

Conversiunea binar-hexazecimală sau hexazecmal-binară se face direct, reieşind din faptul că fiecare cifră hexazecimală se reprezintă prin 4 cifre binare.

1. Transformați numărul (45,15)₁₀ în sistemul binar și sistemul octal de numerație.

Partea întreagă poate fi convertită în baza 2 așa:

Fracția se convertește în baza 2 astfel:

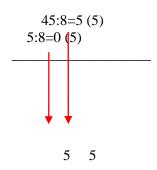


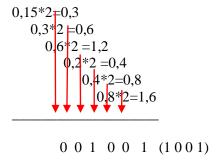
 $(45,15)_{10} = (101101,001001)_2$

Pentru a transforma numărul dat în baza 8 vom folosi conversiunea zecimal-octală.

Partea întreagă poate fi convertită în baza 8 așa:

Fracția se convertește în baza 2 astfel:





Pentru a transforma numărul dat în baza 8 putem folosi și conversiunea binar-octală.

Vom grupa, începînd de la virgulă, a cîte 3 cifre binare.

Apoi vom converti fiecare grup de cifre binare în baza 8 (de exemplu: $101=1*2^2+0*2^1+1*2^0=5$). Cifrele se scriu în ordinea lor de apariție:

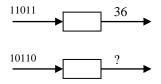
 $(101\ 101,001\ 001\ 100\ 110)_2 = (55,1146)_8$

2. Transformați numărul (**C,DB3**)₁₆ în sistemele binar și octal de numerație.

Conversiunea hexazecimal-binară se realizează prin reprezenterea cifrelor hexazecimale componente ale numărului în baza 2 conținînd fiecare a cîte 4 biți (cantitatea de informație în 16 mesaje – cifrele hexazecimale – este: $I = log_2 16 = 4$, de aici, lungimea codului binar m-pozițional este 4).

Cifra	Reprezentar	
hexazecimală	ea binară	
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	$(C,DB3)_{16}=(1100,1101\ 1011\ 0011)_2$
4	0100	
5	0101	Pentru a transforma numărul dat în baza 8 vom folosi conversiunea
6	0110	binar-octală. Vom grupa, începînd de la virgulă, a cîte 3 cifre
7	0111	binare.
8	1000	Apoi vom converti fiecare grup de cifre binare în baza 8.
9	1001	$(C,DB3)_{16} = (001\ 100,110\ 110\ 110\ 011)_2 = (14,663)_8$
A	1010	
В	1011	
C	1100	
D	1101	
E	1110	
F	1111	

1. "Cutia neagră" transformă numerele scrise în baza 10 în altă bază. Determinați această bază și numărul la ieșirea acesteia în cazul al doilea .



Rezolvare:

Reprezentăm în baza 10 primul număr: $(11011)_2=1*2^4+1*2^3+0*2^2+1*2^1+1*2^0=(27)_{10}$ $(27)_{10}=3*b^1+6*b^0$;

Rezolvăm ecuația 3b+6=27; 3b=21; b=7;

Reprezentăm numărul $(10110)_2=1*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+0*2^0=(22)_{10}$

Convertim acest număr în baza 7: 22:7=3 (1)

3:7=0(3)

 $(31)_7$

Răspuns: baza în care se reprezintă numărul la ieșirea din "cutie neagră" este 7. Numărul la ieșire este (31)₇

Reprezentarea numerelor în calculator

Reprezentarea numerelor întregi în calculator se realizeazî pe un număr fix de poziții binare. Se cunosc trei moduri de reprezentare, numite coduri binare pentru numere algebrice.

Cod direct: o poziție, prima din stînga, este rezervată semnului. Dacă în această poziție este înscris 0, numărul binar este pozițiv, dacă 1 – numărul reprezentat este negativ.

Intervalul posibil admis de reprezentarea dată este [-2ⁿ⁻¹+1, 2ⁿ⁻¹-1]

Cod invers: Pentru numerele pozitive scrierea în cod invers este identică cu cea din cod direct. Dacă numărul este negativ, el se înscie așa cum ar fi pozitiv, apoi se inversează fiecare cifră binară. Pe n poziții binare pot fi reprezentate numere întregi din intervalul $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$

Cod complementar: Scrierea numerelor pozitive în cod invers este identică cu cea din cod direct. Dacă numărul este negativ, el se înscie în cod invers, apoi se adună 1 la cifra cea mai puțin semnificativă. Pe n poziții binare pot fi reprezentate numere întregi din intervalul [-2ⁿ⁻¹, 2ⁿ⁻¹-1].

Numerele reale se reprezintă în calculator sub formă fracționară cu virgulă fixă sau cu virgulă flotantă.

Reprezentarea în **virgulă fixă** se realizează considerînd că virgula este plasată imediat după poziția cifrei semn. Virgula însăși nu este materializată fizic.

Pe n poziții binare pot fi reprezentate numere reale valoarea absolută a cărora este

 $0,00...0 \le |x| \le 0,11...1$, sau în sistem zecimal, $0 \le |x| \le 1-2^{-(n-1)}$.

Numerele subunitare, ca și numere întregi, pot fi reprezentate în cod direct, cod invers și cod complementar.

1. Codul direct a unui număr întreg reprezentat pe 8 biți este:

1 0 0 0 1 1 1	0	1	1	1	0	0	0	1	
---------------	---	---	---	---	---	---	---	---	--

Scrieți acest număr în sistemul zecimal de numerație.

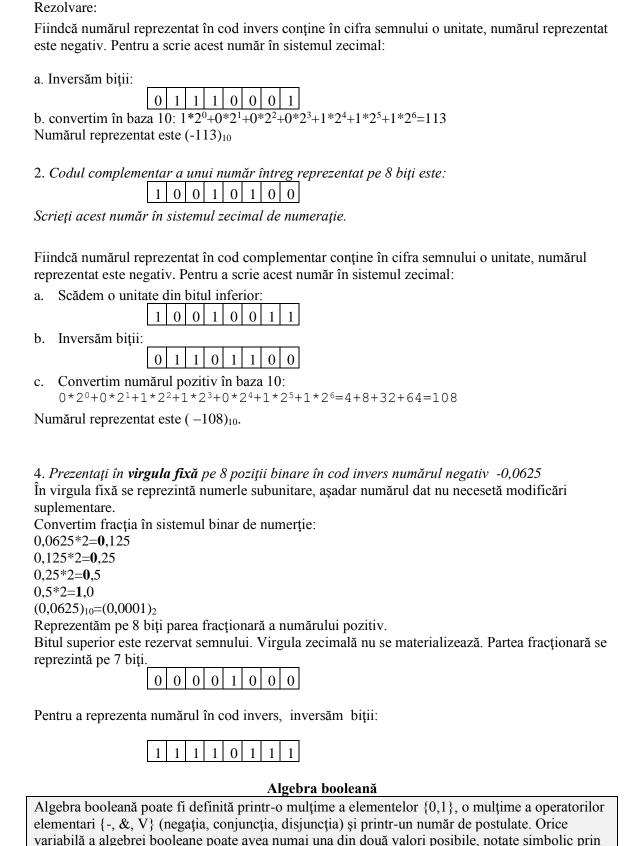
Rezolvare

În poziția superioară este înscrisă valoarea 1, înseamnă că numărul reprezentat este negativ. Convertim în sisemul zecimal reprezentarea binară: $1*2^3+1*2^2+1*2^1=14$.

Aşadar, numărul reprezentat pe 8 biţi este -14.

2. Codul invers al unui număr întreg reprezentat pe 8 biți este:

1	0	0	0	1	1	1	0



0 și 1. Operatorii elementari se definesc cu ajutorul tabelelor de adevăr. Tabelul de adevăr este un

Scrieti acest număr în sistemul zecimal de numeratie.

tabel care include toate combinatiile posibile ale valorilor variabilelor fată de care este definit operatorul și rezultatul operației respective.

_	•		, ,					
X	\bar{x}		X	y	x&y	X	Y	$x \lor y$
0	1		0	0	0	0	0	0
1	0		0	1	0	0	1	1
		_	1	0	0	1	0	1
			1	1	1	1	1	1

Variabilele și constantele logice, reunite cu ajutorul operatorilor logice formează expresii logice. Valorile expresiilor logice pot fi calculate cu ajutorul tabelelor de adevăr ale expresiilor logice, care includ toate combinațiile posibile ale valorilor variabilelor din expresiia examenată și rezultatele operațiilor logice în ordinea calculării lor.

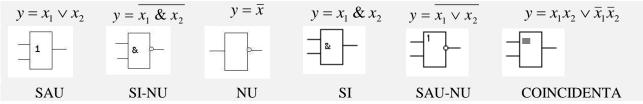
Pentru calcularea expresiilor logice este stabilită următoarea prioritate a operațiilor logice: 1. negația, 2. conjuncția, 3. disjuncția.

Funcția logică de n variabile $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ este o aplicație care pune în corespondență fiecărei combinații de valori ale variabilelor $x_1, x_2, ..., x_n$ valoarea 0 sau 1 a variabilei y. Tabelul de adevăr al funcției logice $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ este un tabel care include toate combinațiile posibile ale valorilor argumentelor $x_1, x_2, ..., x_n$ și valorile corespunzătoare ale variabilei dependente y.

Definirea funcției logice prin formule se face atribuind variabilei y vlorile expresiilor logice ce conțin argumentele $x_1, x_2, ..., x_n$.

Circuitul logic este un dispozitiv destinat calculării funcțiilor logice.

Circuitele destinate calculării funcțiilor logice frecvent utilizate se numesc circuite logice elementare sau porți logice



Tipuri de probleme:

1. Care din următoarele expresii logice sunt egale? (Două expresii logice sunt egale, dacă valorile lor coincid pentru toate combinațiile posibile ale valorilor variabilelor din expresiile respective)

- 1. $(\bar{x} \vee \bar{y})(x \vee y)$
- 2. $x\overline{y} \vee \overline{x}y$ 3. $xy \vee \overline{x}y$
- 4. $(\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y})$

Răspunsuri posibile

- a) 1. și 4.
- b) 1. și 2.
- c) 2. și 3.
- d) 3. și 4.

Rezolvare:

Completăm tabelul de adevăr pentru toate expresiile date.

Sunt egale acele expresii pentru care valorile ppentru toate combinările posibile coincid

X	Y	$(\bar{x}\vee\bar{y})(x\vee y)$	$x\bar{y} \vee \bar{x}y$	$xy \vee \overline{xy}$	$(\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y})$
0	0	0	0	1	1

0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1

Răspunsul corect este d)

2. Funcția logică y este definită prin tabelul de adevăr:

\mathbf{X}_{1}	\mathbf{X}_2	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Scrieți funcția (funcțiile) din cele ce urmează, definite prin formulă, ce corespunde aceluiași tabel de adevăr.

a)
$$y = \overline{x}_1 x_2 \vee x_1 \overline{x}_2$$

b)
$$y = (x_1 \lor \bar{x}_2)(\bar{x}_1 \lor x_2)$$

c)
$$y = x_1 x_2 \vee \overline{x_1} x_2$$

x_1	X_2	$y = \overline{x}_1 x_2 \vee x_1 \overline{x}_2$	$y = (x_1 \vee \overline{x}_2)(\overline{x}_1 \vee x_2)$	$y = x_1 x_2 \vee x_1 x_2$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

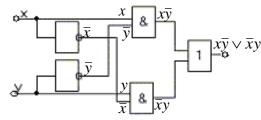
Răspunsul corect este b)

3. Scrieți funcția, din cele de mai jos, materializată în acest circuit combinațional.

a)
$$f(x, y) = x\overline{y} \vee \overline{x}y$$

b)
$$f(x, y) = (\overline{x} \vee \overline{y})(x \vee y)$$

c)
$$f(x, y) = xy \vee \overline{xy}$$



Răspunsul corect este a)

4. Se consideră următoarea funcție logică: $y = x_1 \overline{x}_2 \vee x_2 x_3$.

Construiți circuitul combinațional, care realizează această funcție.

