Clase 15 Regresión lineal simple

Diplomado en Análisis de Datos con R e Investigación reproducible para Biociencias.

Dr. José Gallardo Matus | https://genomics.pucv.cl/

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

13 October 2022

PLAN DE LA CLASE

1.- Introducción

- ¿Qué son los modelos lineales?
- ¿Qué es y para qué sirve una Regresión lineal?
- Correlación v/s causalidad.
- Ecuación de regresión lineal: betas.
- Interpretación Regresión lineal con R.
- Evaluación de supuestos.

2.- Práctica con R y Rstudio cloud

- Realizar análisis de regresión lineal.
- Realizar gráficas avanzadas con ggplot2.
- Elaborar un reporte dinámico en formato html.

MODELOS LINEALES

Los modelos lineales se usan para explicar, modelar o predecir la relación lineal de una variable respuesta Y con una o más P variables predictoras $X_1, X_2, ...X_P$.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ...\beta_p X_p + \epsilon_i$$

Si p=1, regresión lineal simple.
Si = >1 regresión lineal múltiple.
Si p> 1 y existe una variable categórica, se lama ancova.

ESTUDIO DE CASO: METILACIÓN GEN ASPA Y EDAD

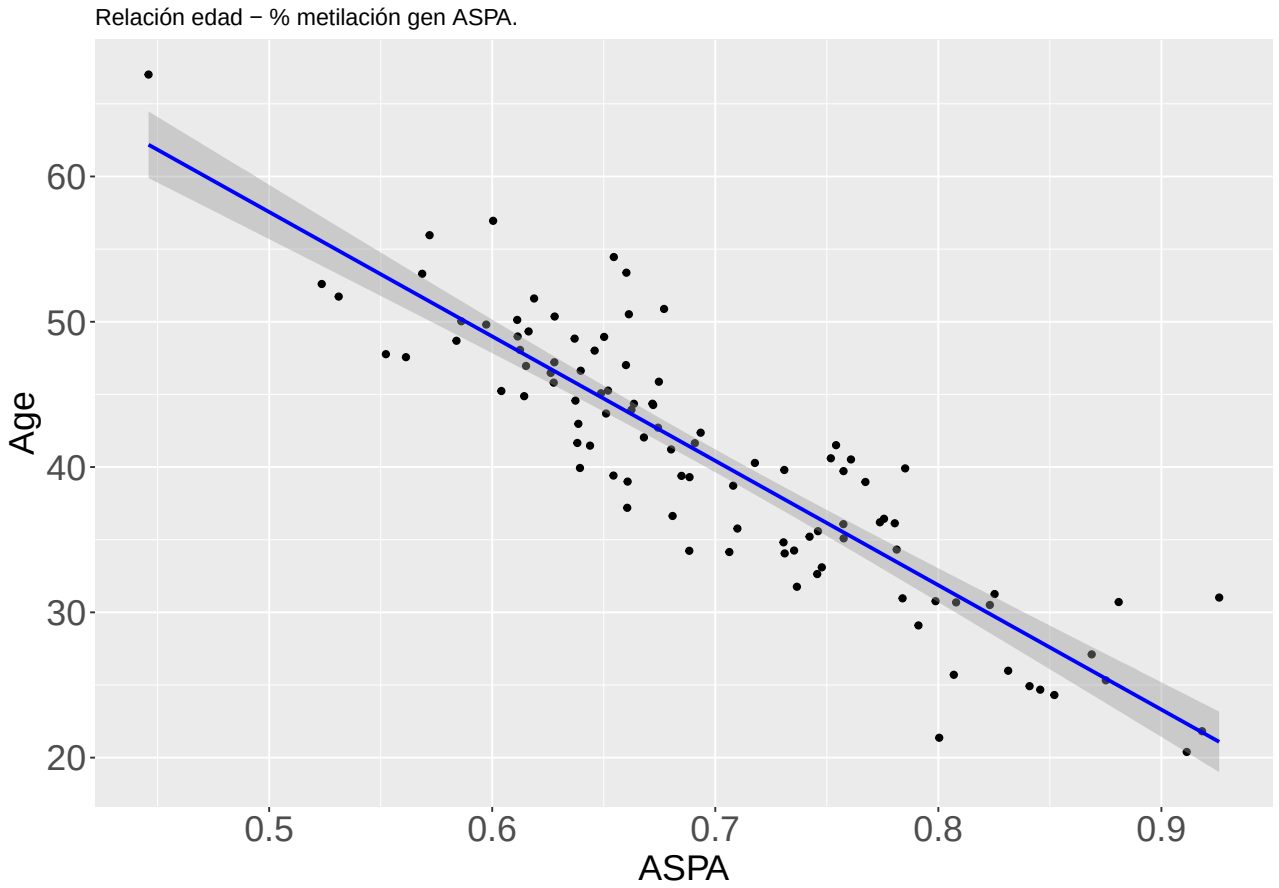
Gen ASPA: Codifica la enzima Aspartoacilasa. Variable respuesta: Edad en años. Variable predictora: % de metilación gen ASPA.

```
## # A tibble: 6 x 3
##   Sample  ASPA   Age
##   <chr>  <dbl> <dbl>
## 1 1      0.586  50.0
## 2 2      0.731  34.8
## 3 3      0.823  30.5
## 4 4      0.710  35.8
## 5 5      0.926  31.0
## 6 6      0.524  52.6
```

Fuente: Adaptado de Huang et al. 2015

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

Herramienta estadística que permite determinar si existe una relación (asociación) entre una variable predictora (independiente) y la variable respuesta (dependiente).



REGRESIÓN LINEAL: PREDICCIÓN

Bajo ciertos supuestos, una regresión permite predecir el valor de una variable respuesta "y" a partir de una o más variables predictoras "x".

$$Y = a + \beta_1 X_1$$

Predicción de edad cuando la metilación es 0,5%, 1,0%, 1,5%.

```
reg <- lm(Age ~ ASPA, data = age.aspa)
predict.lm(reg,
           newdata=data.frame(ASPA=c(0.5, 1, 1.5)),
           interval="confidence")
```

```
##          fit       lwr       upr
## 1   57.55590  55.68747  59.42433
## 2   14.74239  12.06592  17.41886
## 3 -28.07112 -34.92509 -21.21714
```

INFERENCIA Y CAUSALIDAD

¿Cómo probar que existe una relación causal entre X e Y?

1. Temporalidad: La causa X debe preceder al efecto Y.
2. Dirección: La relación va desde la causa X al efecto Y.
3. Asociación (regresión): Debe ser distinta de cero.

La asociación es lo único que puedo probar con un análisis de regresión.

ECUACIÓN DE REGRESIÓN LINEAL: BETAS

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \epsilon$$

Betas miden la influencia del intercepto y la pendiente sobre la variable Y.

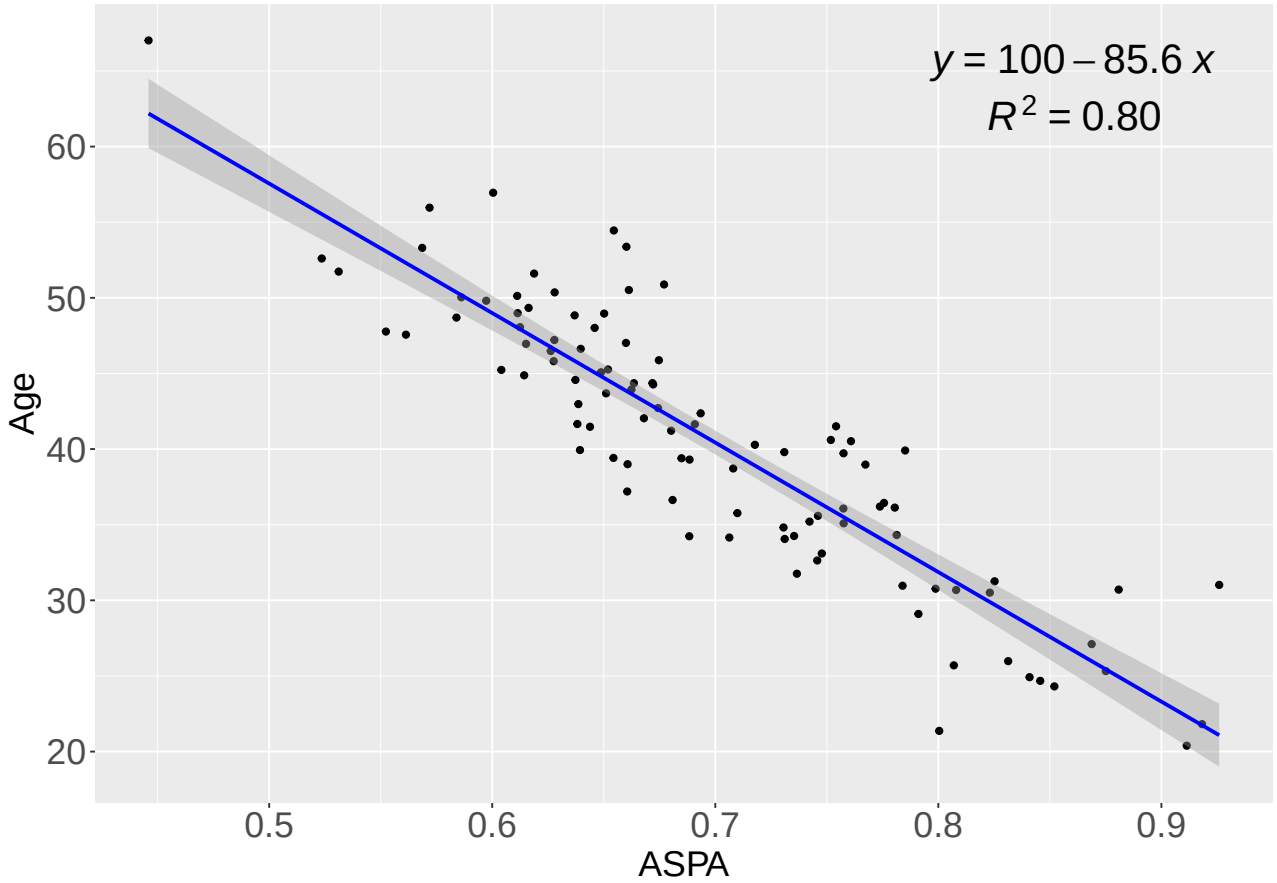
β_0 = Intercepto = valor que toma "y" cuando x = 0.

β_1 = Pendiente = Cambio promedio de "y" cuando "x" cambia en una unidad.

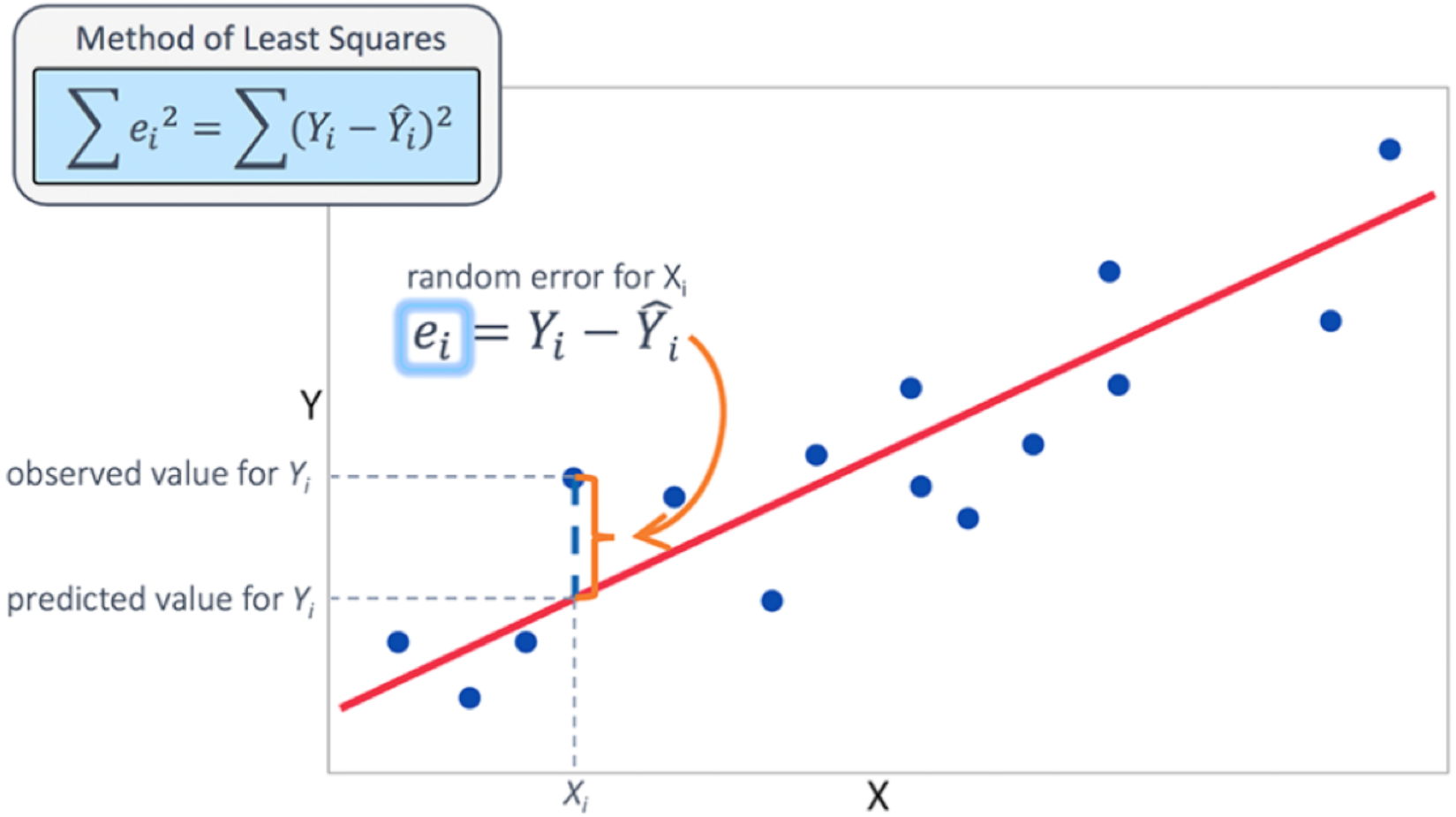
ϵ = mide la variabilidad de la variable respuesta que no es explicada por la recta de regresión.

LINEA DE REGRESIÓN

Línea de regresión: Corresponde a los valores "ajustados" o estimados de "y" en función de "x". Se calcula con los estimadores de *mínimos cuadrados* de β_0 y β_1.

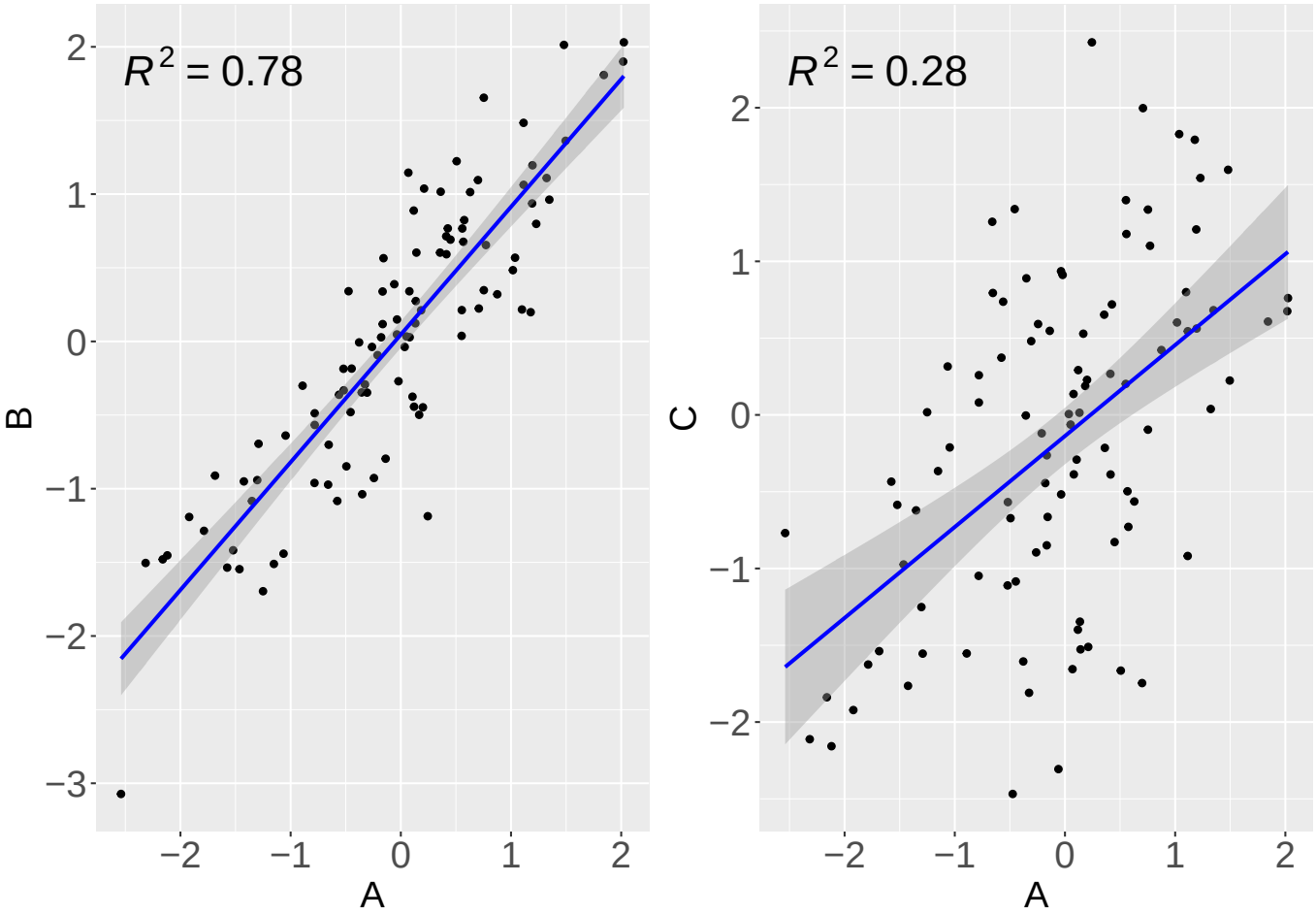


RESIDUOS Y MÉTODOS DE MÍNIMOS CUADRADOS



COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN

R^2 mide la proporción de la variación muestral de "y" que es explicada por x (varía entre 0-1). Se calcula como el cuadrado del coeficiente de correlación de pearson.



PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Prueba de hipótesis del coeficiente de regresión y el intercepto **Tipo de prueba**: Prueba de t – student

La hipótesis nula en ambos casos es que los coeficiente (β_0) y (β_1) son iguales a 0.

$H_0 : \beta_0 = 0$ y $H_0 : \beta_1 = 0$

Prueba de hipótesis del modelo completo **Tipo de prueba**: Prueba de F.

La hipótesis nula es que los coeficientes son iguales a 0.

$H_0 : \beta_j = 0 \; ; \; j = 1, 2, ..., k$

Un Beta significativo indica que X esta correlacionado con Y, pero no necesariamente es un indicador de causalidad.

REGRESIÓN LINEAL CON R: COEFICIENTES

reg <- lm(Age~ ASPA, < data = age.aspa) summary(reg)

```
Call:
lm(formula = Age ~ ASPA, data = age.aspa)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-10.4653  -3.1157  -0.0222   2.0904  10.1301

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  100.369      3.022   33.22   <2e-16 ***
ASPA         -85.627      4.284  -19.99   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3.978 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.803,     Adjusted R-squared:  0.801
F-statistic: 399.5 on 1 and 98 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

REGRESIÓN LINEAL CON R: PRUEBA DE F

Anova de la regresión.

```
anova(reg)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: Age
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## ASPA       1 6319.8  6319.8  399.46 < 2.2e-16 ***
## Residuals 98 1550.4    15.8
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1
```

EXTRAER INFORMACIÓN DE LA REGRESIÓN LINEAL

```
summary(reg$residuals)
```

```
##       Min.    1st Qu.     Median       Mean    3rd Qu.       M
## -10.46534  -3.11570  -0.02219   0.00000   2.09042  10.13
```

```
summary(reg)$sigma
```

```
## [1] 3.977514
```

```
summary(reg)$r.squared
```

```
## [1] 0.8030012
```

```
summary(reg)$adj.r.squared
```

```
## [1] 0.800991
```

PREDICCIÓN LINEAL DE LA EDAD

Predicción de la Edad con 0,25 - 0,50 y 0,75% de metilación del gen ASPA

```
predict.lm(reg,
           newdata=data.frame(ASPA=c(0.25,0.50,0.75)),
           interval="confidence")
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 78.96265 75.06294 82.86236
## 2 57.55590 55.68747 59.42433
## 3 36.14914 35.24935 37.04893
```

SUPUESTOS DE LA REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

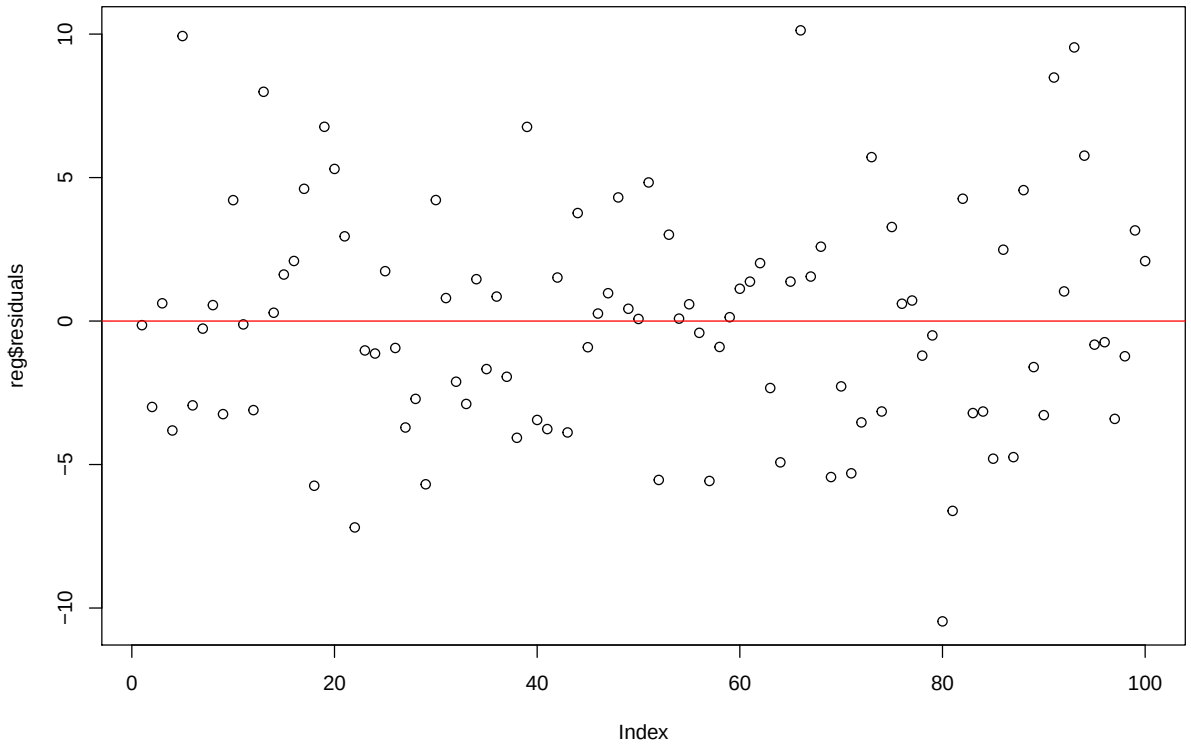
- ¿Cuales son los supuestos?
  Independencia.
  Linealidad entre variable independiente y dependiente.
  Homocedasticidad.
  Normalidad.
- ¿Por qué son importantes?
  Para validar el resultado obtenido.
  En caso de incumplimiento se pueden transformar datos o elaborar otros modelos (Regresión logística).

INDEPENDENCIA: MÉTODO GRÁFICO

$\mathbf{H_0}$: Los residuos son independientes entre sí.

$\mathbf{H_A}$: Los residuos no son independientes entre sí (existe autocorrelación).

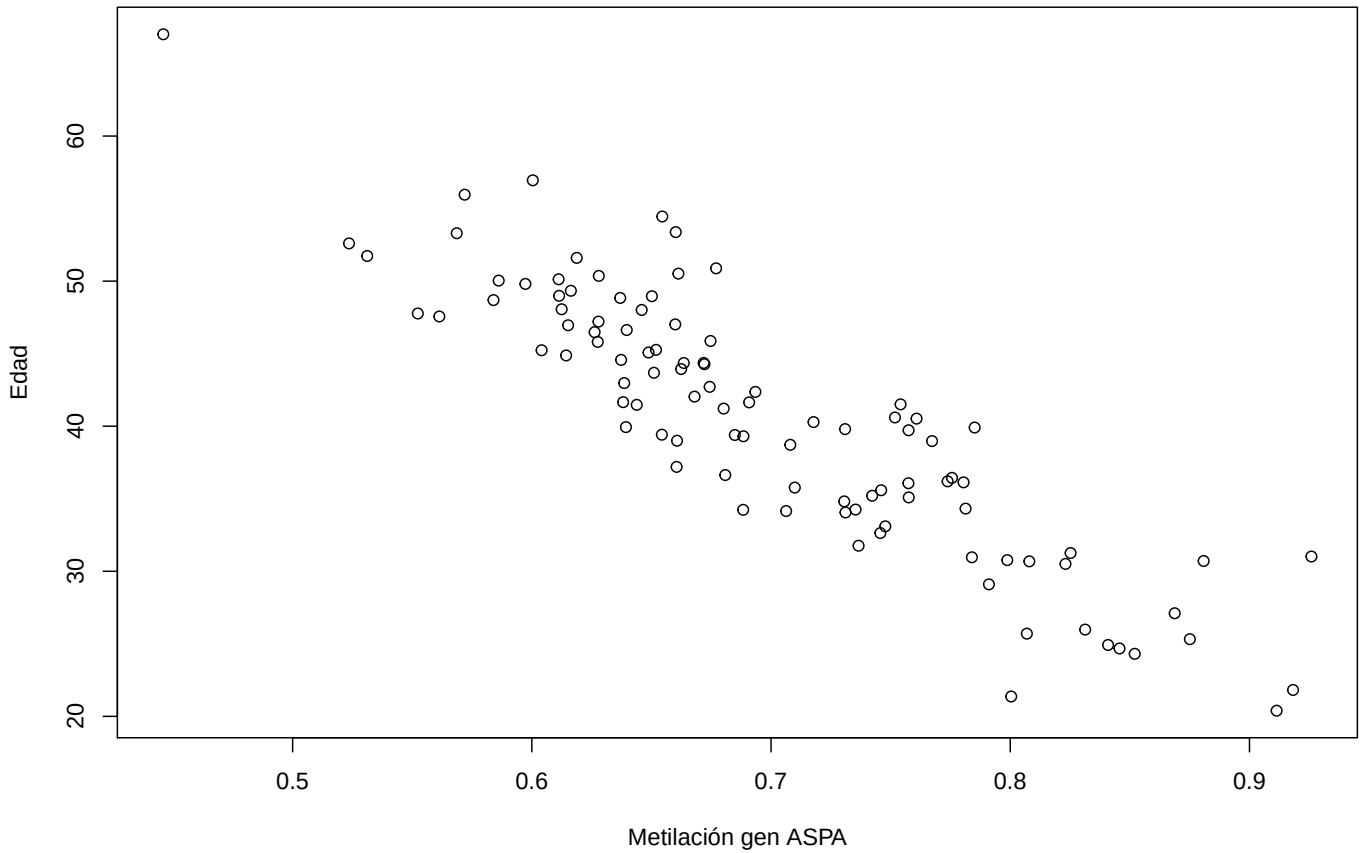
```
plot(reg$residuals)
abline(h=0, col="red")
```



LINEALIDAD: MÉTODO GRÁFICO

H_0: Hay relación lineal entre la variable regresora y la variable predictora.

H_A: No hay relación lineal entre la variable regresora y la variable predictora.

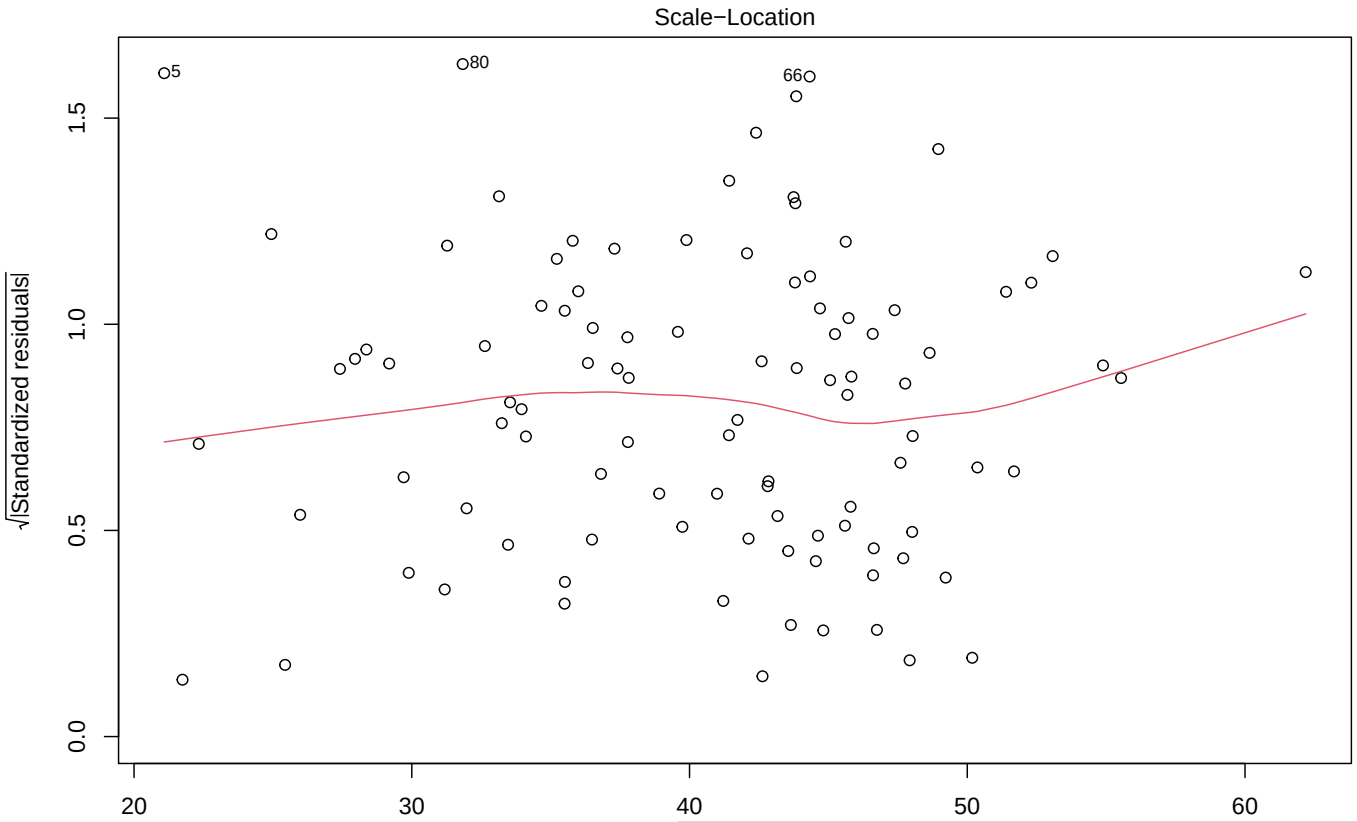


HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS: MÉTODO GRÁFICO

H_0: La varianza de los residuos es constante.

H_A: La varianza de los residuos no es constante.

```
plot(reg, which=3)
```

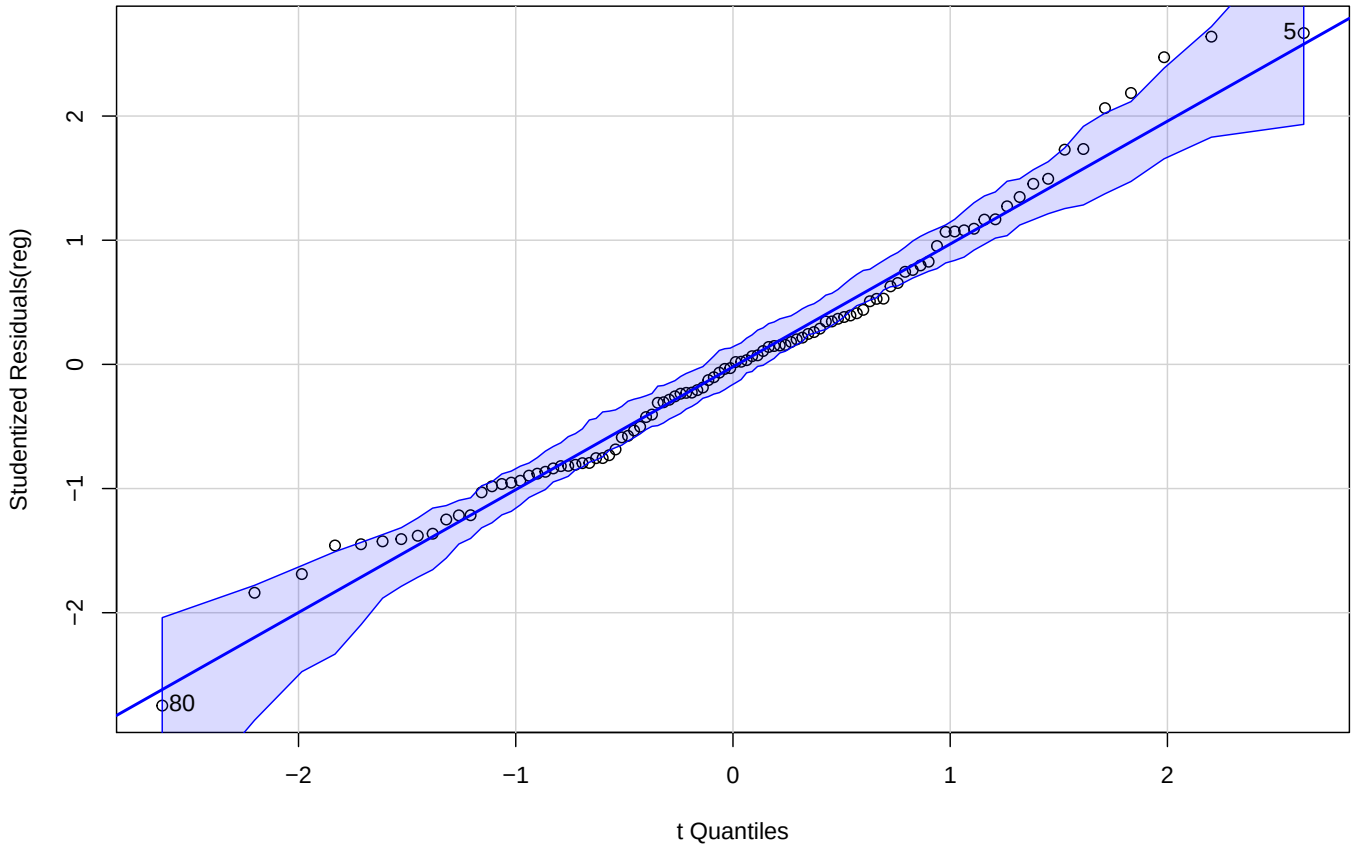


NORMALIDAD: GRÁFICO DE CUANTILES

H_0: Los residuos tienen distribución normal.

H_A: Los residuos no tienen distribución normal.

```
qqPlot(reg) # library(car)
```

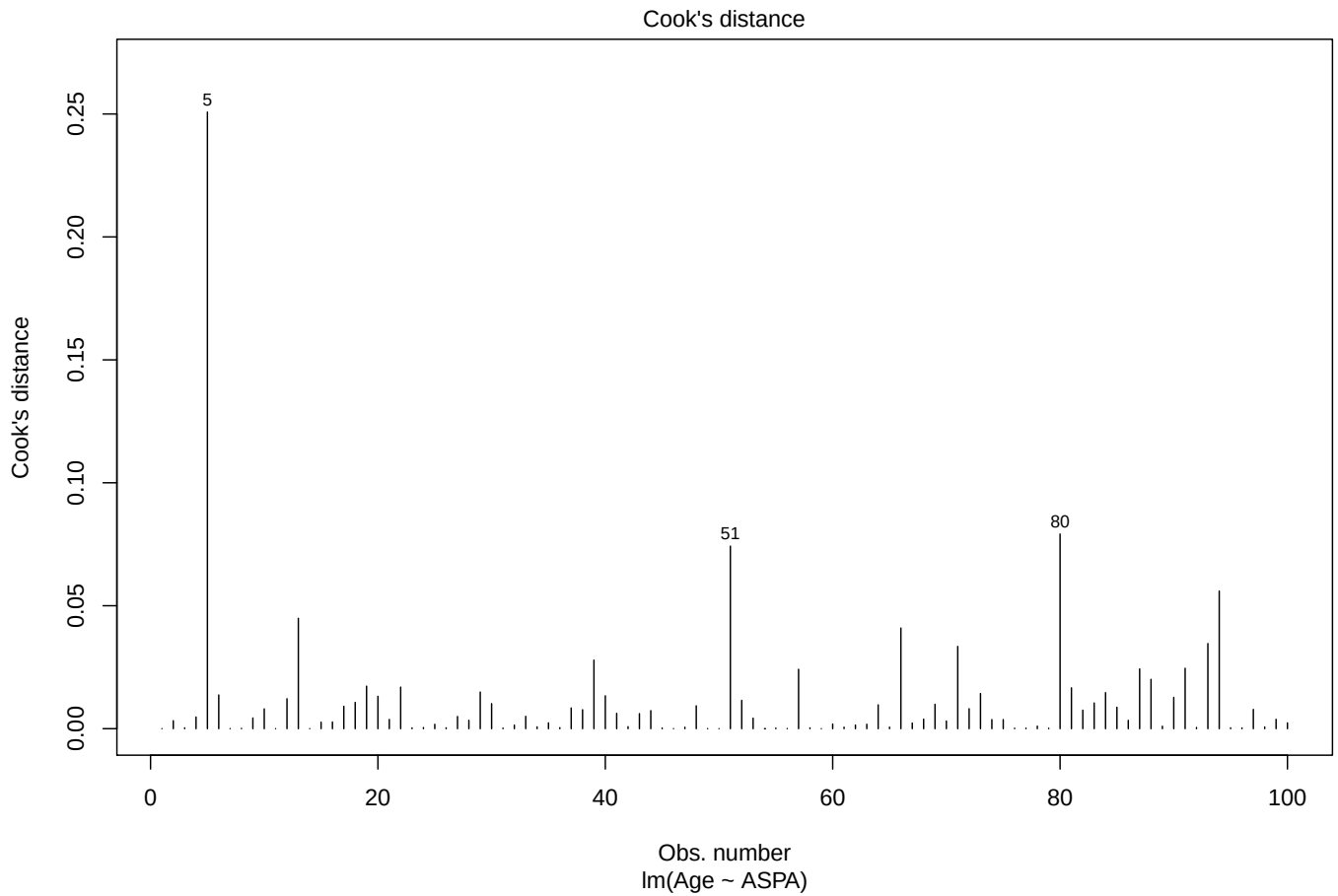



```
## [1]  5 80
```

VALORES ATÍPICOS

Una observación se puede considerar influyente (valor atípico) si tiene un valor de distancia de Cook mayor a 1.

```
plot(reg, which=4)
```



PRÁCTICA ANÁLISIS DE DATOS

- Guía de trabajo práctico disponible en Rstudio.cloud.

RESUMEN DE LA CLASE

- Elaborar hipótesis para una regresión lineal.
- Realizar análisis de regresión lineal simple.
- Interpretar coeficientes y realizar predicciones.
- Evaluar supuestos de los análisis de regresión.