

Physique – MP2I

Romain Bricout

7 août 2023

Introduction

Ce document réunit l'ensemble de mes cours de Physique de MP2I. Le professeur était M. Jacob. J'ai adapté certaines formulations me paraissant floues ou ne me plaisant pas mais le contenu pur des cours est strictement équivalent. Le document est organisé selon la hiérarchie suivante : partie, chapitre, I), 1), a). Les parties sont celles du programme : thermodynamique, électricité, mécanique, ... Leur ordre dans ce document est arbitraire et ne reflète pas l'ordre de traitement des chapitres durant l'année.

Les éléments des tables des matières initiale et présentes au début de chaque chapitre sont cliquables (amenant directement à la partie cliquée).

Code couleur des vecteurs (et flèches en général) :

- noir : légendes ou mouvements ;
- violet : champs (par exemple le champ de pesanteur \vec{g}) ;
- rouge : forces ;
- bleu : vecteurs unitaires ;
- vert : vecteurs vitesses.

Table des matières

I	Méthodes & divers	7
1	Dimensions et unités	8
1.1	Dimension d'une grandeur physique	8
1.1.1	Définition	8
1.1.2	Les sept dimensions fondamentales	8
1.1.3	Équations dimensionnelles	9
1.2	Les unités.	10
1.2.1	Le Système International d'unités	10
1.2.2	Les étalons de mesure	10
2	Incertitudes expérimentales	12
2.1	Mesure d'une grandeur physique	12
2.2	Erreur et incertitude	13
2.2.1	Erreurs – définition de l'erreur	13
2.2.2	Incertitudes	14
2.2.3	Présentation d'un résultat expérimental	14
2.2.4	Comparaison entre valeur mesurée et valeur acceptée	15
2.2.5	Comparaison de deux mesures	15
2.3	Évaluation de type A de l'incertitude	15
2.3.1	Meilleure estimation de la moyenne de la distribution des valeurs de x	15
2.3.2	Meilleure estimation de l'écart-type de la distribution des valeurs de x	16
2.3.3	Incertitude-type δx	16
2.3.4	Bilan	16

2.4	Évaluation de type B de l'incertitude	16
2.5	Propagation des incertitudes.	17
3	Propagation d'un signal	18
4	Optique géométrique	19
5	Introduction à la mécanique quantique	20
	Introduction.	20
5.1	Les principes de base de la mécanique quantique	21
5.1.1	Dualité onde-corpuscule	21
5.1.2	Principe d'incertitude de Heisenberg (1927)	22
5.2	Fonction d'onde	22
II	Thermodynamique	24
1	Bases de la thermodynamique & modèle du gaz parfait	25
1.1	Description d'un système thermodynamique	26
1.1.1	Définition	26
1.1.2	Échelles d'étude	26
1.1.3	Équilibre thermodynamique	27
1.1.4	Paramètres/variables d'état	28
1.1.5	Équation d'état	29
1.2	Approche microscopique du gaz parfait monoatomique	29
1.2.1	Agitation moléculaire	29
1.2.2	Le modèle des gaz parfaits monoatomiques	30
1.2.3	La pression cinétique	30
1.2.4	Température cinétique du gaz parfait monoatomique	32
1.2.5	Équation d'état	32
1.3	Énergie interne	33
1.3.1	Définition	33

1.3.2	Gaz parfait monoatomique	33
1.3.3	Cas du gaz parfait polyatomique	34
1.3.4	Phases condensées	34
2	Premier principe de la thermodynamique	36
2.1	Transformations d'un système thermodynamique	37
2.1.1	Types de transformations	37
2.1.2	Énergie	40
2.1.3	Échanges d'énergie	40
2.2	Premier principe de la thermodynamique	41
2.2.1	Énoncé	41
2.2.2	Bilan d'énergie	42
2.3	Travail des forces de pression	42
2.3.1	Expression générale	42
2.3.2	Transformations usuelles	43
2.3.3	Représentation graphique	44
2.4	Transferts thermiques.	46
2.4.1	Méthode de calcul	46
2.4.2	Transformations particulières	46
2.4.3	Capacités thermiques	47
2.5	Transformation adiabatique d'un gaz parfait	50
2.5.1	Transformation réversible	50
2.5.2	Cas d'une évolution irréversible	52
2.6	Annexes	55
2.6.1	Quelques remarques sur la différence entre l'énergie totale E en thermodynamique et l'énergie mécanique E_m en mécanique	55
2.6.2	Interprétation microscopique de l'expression de l'énergie interne	55
2.6.3	Cas d'un mélange de gaz parfaits	57
2.6.4	Bac to basics : la température	57

3	Second principe de la thermodynamique	64
3.1	Phénomènes irréversibles	64
3.1.1	Limites du premier principe, nécessité d'un deuxième principe	64
3.1.2	Les principales causes d'irréversibilité	65
3.1.3	Réversibilité, irréversibilité	66
3.2	Second principe de la thermodynamique.	66
3.2.1	Énoncé	66
3.2.2	Conséquences immédiates	67
3.2.3	Température et pression thermodynamiques	67
3.2.4	Cas d'une transformation réversible	68
3.2.5	Transformation monotherme	68
4	Changements d'état du corps pur	70
5	Machines thermiques	71
III	Électricité	72
1	Introduction à l'électrocinétique	73
1.1	Les porteurs de charge électrique	74
1.1.1	Nature et déplacement des porteurs de charge	74
1.1.2	Les différents types de courants	75
1.2	Le courant électrique	76
1.2.1	Intensité et sens conventionnel du courant	76
1.2.2	Conservation de la charge et loi des nœuds	76
1.2.3	Densité volumique de charge	77
1.2.4	Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)	77
1.2.5	La tension électrique	78
1.3	Dipôle électrocinétique	80
1.3.1	Définition	80
1.3.2	Puissance reçue par un dipôle	80

1.3.3	Caractéristique d'un dipôle	81
1.3.4	Les dipôles fondamentaux	82
1.4	Simplification des circuits	85
1.4.1	Lois d'association des dipôles	85
1.4.2	Pont diviseur de tension	90
1.4.3	Pont diviseur de courant	90
1.4.4	Générateur réel	91
2	Régime transitoire des circuits linéaires	93
2.1	Généralités	93
2.1.1	Régime transitoire et régime permanent	93
2.1.2	Rappels sur les dipôles linéaires	94
2.2	Circuit RC série	95
2.2.1	Régime libre	95
2.2.2	Réponse à un échelon de tension	98
2.2.3	Aspect énergétique	99
3	Régime sinusoïdal forcé et résonance	102
IV	Mécanique	103
1	Cinématique	104
2	Dynamique du point en référentiel galiléen	105
3	Énergie d'un point matériel	106
4	Mouvement de particules chargées dans des champs électriques et magnétiques	107
5	Moment cinétique	108
6	Mouvement dans un champ de force centrale	109
7	Solide en rotation	110

V	Électromagnétisme	111
1	Le champ magnétique et ses effets	112
2	La loi de l'induction	113
3	Induction de Neumann	114
4	Induction de Lorentz	115

Première partie

Méthodes & divers

Chapitre 1

Dimensions et unités

Sommaire

1.1	Dimension d'une grandeur physique	8
1.1.1	Définition	8
1.1.2	Les sept dimensions fondamentales	8
1.1.3	Équations dimensionnelles	9
1.2	Les unités	10
1.2.1	Le Système International d'unités	10
1.2.2	Les étalons de mesure	10
1.2.2.1	L'étalon de masse	10
1.2.2.2	L'étalon de durée	10
1.2.2.3	L'étalon de longueur	11
1.2.2.4	L'étalon de quantité de matière	11

1.1 Dimension d'une grandeur physique

1.1.1 Définition

La dimension d'une grandeur physique traduit la nature physique de cette grandeur.

Deux grandeurs de même dimension sont dites homogènes. Si elles sont homogènes, elles peuvent être comparées.

Par exemple :

- $v_1 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_2 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sont des vitesses. Elles sont homogènes. On peut donc écrire $v_2 > v_1$ et $v_2 = 3v_1$.
- $m = 1000 \text{ kg}$ est une masse donc elle n'est pas homogène avec v_1 . On ne peut donc pas écrire $m > v_1$.

1.1.2 Les sept dimensions fondamentales

Il existe sept dimensions fondamentales indépendantes :

Dimension	Symbole	Unité
Longueur	L	mètre (m)
Temps	T	seconde (s)
Masse	M	kilogramme (kg)
Température	Θ	kelvin (K)
Intensité électrique	I	ampère (A)
Quantité de matière	N	mole (mol)
Intensité lumineuse	J	candela (cd)

Toutes les autres dimensions se déduisent des sept dimensions fondamentales.

Exemples :

- on a vitesse = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$ donc vitesse : $L \cdot T^{-1}$;
- d'après la deuxième loi de Newton, on a $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Or $m : M$ et $a : L \cdot T^{-2}$ donc $F : M \cdot L \cdot T^{-2}$.
- Déterminons la dimension de la tension électrique.
On a $U = RI$ (loi d'Ohm) mais on ne connaît pas la dimension de R donc elle est inutile. On a aussi la puissance électrique $P = UI$.
Or $E = P \Delta t$ et $E = \frac{1}{2}mv^2$ donc $E : M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$.
Donc $P = \frac{E}{\Delta t} : \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{T} = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$.
Donc $U = \frac{P}{I} : \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-3}}{I} = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$.
On en déduit l'unité : volt ($V = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$).

Un nombre (comme 1, π ou j) n'a pas de dimension.

1.1.3 Équations dimensionnelles

Si A est une grandeur, on note $[A]$ sa dimension.

Soient A, B, C, D des grandeurs.

Si $A = B$ alors $[A] = [B]$.

Si $A + B = C + D$ alors $[A] = [B] = [C] = [D]$: tous les termes d'une somme sont homogènes.

Si $A = BC$ alors $[A] = [B] \times [C]$.

Par exemple, considérons l'égalité suivante :

$$a = \frac{v^2}{R^2}$$

avec

a désignant une accélération ;

v désignant une vitesse ;

R désignant une distance.

On a :

$$[R] = L \quad [v] = L \cdot T^{-1} \quad [a] = L \cdot T^{-2}.$$

On remplace :

$$\left[\frac{v^2}{R^2} \right] = \frac{[v]^2}{[R]^2} = \frac{L^2 \cdot T^{-2}}{L^2} = T^{-2}.$$

Donc $\frac{v^2}{R^2}$ n'est pas une accélération. Donc $a = \frac{v^2}{R^2}$ est faux.

Il faut donc procéder régulièrement à l'analyse dimensionnelles de ses résultats intermédiaires.

1.2 Les unités

1.2.1 Le Système International d'unités

Le Système International d'unités donne les unités associées aux dimensions fondamentales : le mètre (m), le kilogramme (kg), la seconde (s), l'ampère (A), la candela (cd), la mole (mol) et le kelvin (K), et deux pseudo-unités sans dimension : le radian (rad) pour les angles et le stéradian (sr) pour les angles solides.

Il a été adopté en 1960.

1.2.2 Les étalons de mesure

Toute mesure d'une grandeur se fait en comparaison à une grandeur de référence : l'étalon.

1.2.2.1 L'étalon de masse

C'est un cylindre de platine iridié conservé au bureau international des poids et mesures (Saint-Cloud), jusqu'en 2019. Depuis, un kilogramme est défini en fixant certaines constantes physiques.

1.2.2.2 L'étalon de durée

Une seconde correspond à 9 192 631 770 périodes de la transition entre deux niveaux hyperfins de l'atome de Césium 133.

1.2.2.3 L'étalon de longueur

Un mètre est la distance parcourue dans le vide par la lumière pendant une durée de $\frac{1}{299\,792\,458}$ s.

Conséquence :

$$c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

C'est une valeur exacte qui ne se mesure plus.

1.2.2.4 L'étalon de quantité de matière

Une mole est la quantité de matière contenue dans un échantillon de $6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}$ atomes. C'est une valeur exacte qui ne se mesure plus.

Avant 2019, on avait une quantité de matière étalon : un échantillon de 12 g de Carbone 12.

Chapitre 2

Incertitudes expérimentales

Sommaire

2.1	Mesure d'une grandeur physique	12
2.2	Erreur et incertitude	13
2.2.1	Erreurs – définition de l'erreur	13
2.2.1.1	Erreurs aléatoires	13
2.2.1.2	Erreurs systématiques	13
2.2.2	Incertitudes	14
2.2.2.1	Évaluation de type A	14
2.2.2.2	Évaluation de type B	14
2.2.3	Présentation d'un résultat expérimental	14
2.2.4	Comparaison entre valeur mesurée et valeur acceptée	15
2.2.5	Comparaison de deux mesures	15
2.3	Évaluation de type A de l'incertitude	15
2.3.1	Meilleure estimation de la moyenne de la distribution des valeurs de x . . .	15
2.3.2	Meilleure estimation de l'écart-type de la distribution des valeurs de x . . .	16
2.3.3	Incertitude-type δx	16
2.3.4	Bilan	16
2.4	Évaluation de type B de l'incertitude	16
2.5	Propagation des incertitudes	17

La notion d'incertitude est essentielle dans la démarche expérimentale. Sans elle, on ne peut juger de la qualité d'une mesure, de sa pertinence ou de sa compatibilité avec une loi physique. On introduit ici les outils nécessaires à l'analyse des résultats expérimentaux.

2.1 Mesure d'une grandeur physique

Le processus d'attribution d'une valeur expérimentale à une grandeur physique s'appelle le mesurage.

L'instrument de mesure fournit une valeur mesurée.

La grandeur soumise au mesurage s'appelle le mesurande.

Par exemple, on mesure l'intensité du courant qui circule dans un circuit électrique à l'aide d'un ampèremètre. On effectue donc le mesurage du mesurande (l'intensité du courant électrique), la valeur mesurée étant affichée par l'ampèremètre (qui se place en série dans le montage).

2.2 Erreur et incertitude

Beaucoup de scientifiques confondent ces deux termes et parlent de calculs d'erreurs au lieu de calculs d'incertitudes.

2.2.1 Erreurs – définition de l'erreur

Lors de la mesure d'une grandeur physique x , l'erreur est la différence entre la valeur mesurée x et la valeur vraie X . La valeur vraie est en général inconnue (puisqu'on la cherche).

2.2.1.1 Erreurs aléatoires

Lorsqu'on mesure la période d'oscillation d'un pendule en opérant avec un chronomètre manuel, on constate qu'en répétant les mesures on trouve des résultats légèrement différents, dus surtout aux retards de déclenchement qui vont réduire ou accroître la valeur de la période suivant qu'ils ont eu lieu au début ou à la fin de la mesure. Ce phénomène sera détecté par une étude statistique (en effectuant un grand nombre de mesures).

On parle d'erreur aléatoire.

Le résultat de la mesure est caractérisé par une distribution de probabilité répartie autour de la valeur vraie dans le cas d'erreurs purement aléatoires.

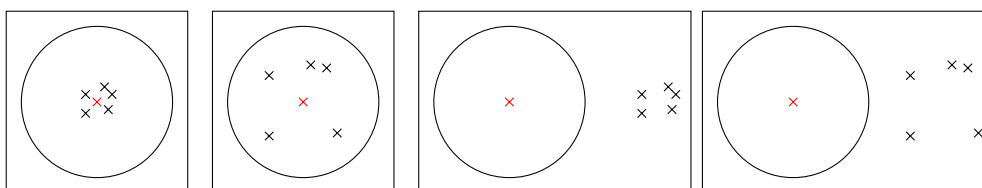
2.2.1.2 Erreurs systématiques

Supposons maintenant qu'on mesure la période d'oscillation d'un pendule avec un chronomètre faussé qui indique toujours des temps 2% trop faibles. Une étude statistique ne le détectera pas, on parle d'erreur systématique. C'est la composante de l'erreur qui ne varie pas dans des conditions de mesures répétées.

Les erreurs systématiques sont difficiles à détecter a priori mais une fois détectées, on peut souvent les corriger.

Exemple : influence de la température sur la vitesse du son (si on ne précise pas la température, il est impossible de comparer la valeur mesurée à une valeur de référence).

On représente classiquement les rôles respectifs des erreurs aléatoires et systématiques par analogie avec un tir sur cible, le centre de la cible représentant la valeur vraie de la grandeur à mesurer :



- Si tous les impacts sont proches du centre : faibles erreurs aléatoires et faible erreur systématique.
- Si les impacts sont très étalés mais centrés en moyenne sur la cible : fortes erreurs aléatoires et faible erreur systématique.

- Si les impacts sont groupés mais loin du centre : faibles erreurs aléatoires mais forte erreur systématique.
- Si les impacts sont étalés et loin du centre : fortes erreurs aléatoires et forte erreur systématique.

Le défaut de cette analogie est qu'en général, dans les mesures physiques, on ne connaît pas le centre de la cible.

2.2.2 Incertitudes

L'incertitude δx traduit les tentatives scientifiques pour estimer l'importance de l'erreur aléatoire commise. En l'absence d'erreur systématique, elle définit un intervalle de confiance autour de la valeur mesurée qui inclut la valeur vraie avec un niveau de confiance déterminé. La détermination de l'incertitude n'est pas simple a priori.

On rencontre en pratique deux situations :

2.2.2.1 Évaluation de type A

δx est évaluée statistiquement. On cherche dans ce cas à caractériser la distribution de probabilité des valeurs de x , en évaluant le mieux possible la valeur moyenne et l'écart-type de cette distribution. Ceci se fait par l'analyse statistique d'un ensemble de mesures de x .

En l'absence d'erreurs systématiques, l'estimation de la valeur moyenne est la meilleure estimation de la valeur vraie X tandis que l'incertitude δx , directement reliée à l'estimation de l'écart-type de la distribution, définit un intervalle dans lequel la valeur vraie de x se trouve avec un niveau de confiance connu. On choisit le plus souvent comme incertitude l'estimation de l'écart-type de la distribution. On parle alors d'incertitude-type.

2.2.2.2 Évaluation de type B

δx est évaluée par d'autres moyens. Si on ne dispose pas du temps nécessaire pour faire une série de mesures, on estime δx à partir des spécifications des appareils de mesures et des conditions expérimentales.

2.2.3 Présentation d'un résultat expérimental

L'écriture rapportant la mesure d'une grandeur physique x est :

$$\text{valeur mesurée de } x = \bar{x} \pm \delta x$$

où

\bar{x} est la meilleure estimation de la valeur vraie X

δx est l'incertitude-type sur la mesure (incertitude absolue).

En l'absence d'erreur systématique, on considère que la valeur vraie X de x se trouve dans l'intervalle

- $[\bar{x} - \delta x ; \bar{x} + \delta x[$ avec une probabilité de 68% ;
- $[\bar{x} - 2 \delta x ; \bar{x} + 2 \delta x[$ avec une probabilité de 95% ;
- $[\bar{x} - 3 \delta x ; \bar{x} + 3 \delta x[$ avec une probabilité de 99,7%.

2.2.4 Comparaison entre valeur mesurée et valeur acceptée

Ayant obtenu la valeur mesurée avec son intervalle d'incertitude, on la compare à la valeur de référence (pour une valeur expérimentale de référence, on ne parle pas de valeur exacte mais de valeur tabulée).

Il n'est pas anormal que l'intervalle ne contienne pas la valeur de référence.

On commencera à douter de la qualité de la mesure lorsque l'écart entre la valeur tabulée et la valeur mesurée atteint plus de $2 \delta x$.

2.2.5 Comparaison de deux mesures

Pour pouvoir comparer deux mesures entre elles, il faut un critère quantitatif pour indiquer si ces deux mesures sont considérées comme compatibles ou incompatibles.

On définit donc l'écart normalisé E_N entre deux processus de mesure donnant les valeurs m_1 et m_2 et d'incertitudes-types $u(m_1)$ et $u(m_2)$ par :

$$E_N = \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{u(m_1)^2 + u(m_2)^2}}.$$

Par convention, on qualifie souvent deux résultats de compatibles si leur écart normalisé vérifie la propriété $E_N < 2$.

2.3 Évaluation de type A de l'incertitude

On s'occupe ici de la mesure d'une grandeur physique x dont les sources de variabilité sont uniquement aléatoires.

Dans la pratique, on réalise un nombre fini n de mesures de résultats respectifs x_1, x_2, \dots, x_n dont on cherche à extraire les meilleures estimations de X , valeur moyenne et σ , écart-type, de la distribution de probabilité de x .

2.3.1 Meilleure estimation de la moyenne de la distribution des valeurs de x

La meilleure estimation de la valeur vraie X , notée \bar{x} , obtenue à partir des n mesures x_1, x_2, \dots, x_n est la moyenne de ces mesures :

$$\text{meilleure estimation de } X = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

2.3.2 Meilleure estimation de l'écart-type de la distribution des valeurs de x

La meilleure estimation de σ déduite des n mesures x_1, x_2, \dots, x_n notée σ_x est donnée par :

$$\text{meilleure estimation de } \sigma = \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

2.3.3 Incertitude-type δx

L'incertitude-type δx sur la mesure de x se déduit de l'écart-type de la distribution des valeurs de x , σ_x , par :

$$\delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

où n est le nombre de mesures des valeurs de x .

2.3.4 Bilan

Si on réalise n mesures de x , avec les résultats x_1, x_2, \dots, x_n , on écrira le résultat final sous la forme :

$$x = \bar{x} \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

où \bar{x} et $\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ sont les meilleures estimations de la valeur vraie et de l'incertitude-type.

Exemple pratique :

Huit étudiants mesurent la longueur d'onde de la raie verte du mercure et obtiennent les résultats suivants :

i (n° de l'étudiant)	1	2	3	4	5	6	7	8
λ trouvée (en nm)	538,2	554,3	545,7	552,3	566,4	537,9	549,2	540,3

En utilisant la calculatrice, on peut déterminer aisément $\bar{\lambda} = 548,04$ nm et $\sigma_\lambda = 9,72$ nm.

On en déduit que l'incertitude sur la moyenne des huit valeurs vaut $\delta\lambda = \frac{\sigma_\lambda}{\sqrt{8}} = \frac{9,72}{\sqrt{8}} = 3,44$ nm.

On peut donc écrire : meilleure estimation de $\lambda = 548 \pm 3$ nm.

On peut comparer à la valeur tabulée $\lambda_{\text{tab}} = 545,07$ nm et conclure qu'il y a une bonne concordance.

2.4 Évaluation de type B de l'incertitude

On rappelle que l'évaluation de type B de l'incertitude est réalisée lorsqu'il est trop long ou impossible de procéder à une évaluation de type A. Une connaissance générale de l'expérience est nécessaire pour rechercher et évaluer les sources d'erreurs.

L'évaluation de type B de l'incertitude d'une mesure effectuée sur un instrument de précision Δ est :

$$\delta x = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}.$$

On retiendra que :

- la précision des instruments de mesure gradués est égale à une demi-graduation ;
- la précision des autres instruments notamment numériques est à chercher sur la notice de l'instrument ;
- la précision de la méthode de mesure est à déterminer expérimentalement.

Exemples :

- sur une règle graduée au mm, la précision vaut $\Delta = 0,5 \text{ mm}$;
- sur la notice d'un multimètre numérique utilisé en DC sur le calibre 5 V, on lit « Accuracy: 0,3% rdg + 2 digits ». La précision de l'appareil est donc de 0,3% de la valeur lue (rdg signifie reading) à laquelle on ajoute deux fois la valeur du dernier chiffre affiché.

Pour une valeur lue de 2,5462 V, la précision vaut : $\Delta = \frac{0,3}{100} \times 2,5462 + 0,0002 = 0,0076 \text{ V}$.

2.5 Propagation des incertitudes

Lorsqu'on réalise une mesure indirecte, on calcule la valeur d'une grandeur physique à partir de grandeurs mesurées. Les incertitudes de détermination des grandeurs mesurées se propagent sur la grandeur calculée et on doit déterminer l'incertitude induite sur cette dernière. Cette compétence est particulièrement utile lorsqu'on effectue une évaluation de type B de l'incertitude.

On s'intéresse donc au problème suivant : on connaît les grandeurs expérimentales x, y, \dots avec les incertitudes $\delta x, \delta y, \dots$. Quelle est l'incertitude δq sur la grandeur physique $q = f(x, y, \dots)$? On peut montrer qu'on a :

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \times (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \times (\delta y)^2 + \dots}$$

où $\frac{\partial f}{\partial x}$ est la dérivée partielle de f par rapport à x , les autres variables étant considérées comme constantes.

Chapitre 3

Propagation d'un signal

★★ À VENIR ★★

Chapitre 4

Optique géométrique

★★ À VENIR ★★

Chapitre 5

Introduction à la mécanique quantique

Sommaire

Introduction	20
5.1 Les principes de base de la mécanique quantique	21
5.1.1 Dualité onde-corpuscule	21
5.1.2 Principe d'incertitude de Heisenberg (1927)	22
5.2 Fonction d'onde	22

Introduction

La notion d'atome est déjà bien établie et, grâce à diverses expériences, on connaît les constituants principaux de la matière :

- Crookes et Perrin : expériences du rayonnement cathodique \Rightarrow mise en évidence des électrons ;
- Thomson : déviation de faisceaux d'électrons dans des champs électriques et magnétiques \Rightarrow détermination du rapport $\frac{q}{m_e}$;
- Millikan (1909) : chute de gouttelettes d'huile dans un champ électrique \Rightarrow détermination de q :

$$q = -e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

- Chadwick et Goldstein : détermination des caractéristiques des protons et des neutrons :

$$q_p = e \quad q_n = 0 \quad m_p \approx m_n \approx 1840m_e = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Au cours du temps, divers modèles d'atomes ont été proposés :

- 1901 : Perrin propose un modèle planétaire avec un « soleil » de charge positive autour duquel gravitent des corpuscules minuscules de charge négative ;
- 1903 : Thomson propose un modèle globulaire : l'atome serait une sphère d'électricité positive à l'intérieur de laquelle gravitent les électrons (« pudding » de Thomson) ;

- 1911 : l'expérience de Rutherford (étude de la déviation de particules α chargées positivement et traversant une mince feuille d'or) met en évidence le caractère lacunaire de l'atome, ce qui permet de rejeter le modèle de Thomson. Rutherford propose un modèle planétaire avec des orbites circulaires pour les électrons autour du noyau.

Ordres de grandeur des rayons :

$$\text{noyau : } r \approx 10^{-15} \text{ m} \quad \text{atome : } R \approx 10^{-10} \text{ m.}$$

Problèmes rencontrés :

- le modèle de Rutherford est a priori assez intéressant, mais un électron en accélération centrale doit, d'après la physique classique, émettre un spectre continu d'énergie, donc perdre de l'énergie et finir sur le noyau !
- tous ces modèles sont incapables de décrire de façon satisfaisante l'infiniment petit et notamment la quantification de l'énergie des atomes.

5.1 Les principes de base de la mécanique quantique

5.1.1 Dualité onde-corpuscule

Nous avons déjà vu au chapitre précédent que la description du comportement de la lumière peut être soit ondulatoire soit corpusculaire.

En 1924, Louis de Broglie (prononcer « de Breuil ») généralise la dualité onde-corpuscule en supposant qu'à toute particule de quantité de mouvement p est associée une onde de longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

avec

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ la constante de Planck ;

λ en m : description ondulatoire ;

p en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: description corpusculaire.

Cette hypothèse est confirmée en 1927 par l'expérience de Davisson et Germer : ils observent la diffraction d'un faisceau d'électrons envoyé sur un cristal de nickel et le résultat est celui correspondant à la diffraction d'une onde électromagnétique de longueur d'onde λ telle que $\lambda = h/p$ où p est la quantité de mouvement des électrons incidents. Ceci signifie qu'il faut renoncer à décrire les électrons de façon classique comme des particules ordinaires.

Remarque : cette dualité onde-corpuscule intervient uniquement à l'échelle atomique. Considérons par exemple un joueur de rugby ($m \approx 80 \text{ kg}$) qui court à $v = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ pour aller marquer un essai :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{80 \times 30/3,6} \propto 10^{-36} \text{ m.}$$

Il est impossible de mettre en évidence le caractère ondulatoire du joueur mais l'adversaire qui est en face a de grandes chances de ressentir l'effet corpusculaire...

5.1.2 Principe d'incertitude de Heisenberg (1927)

En mécanique quantique, la notion de trajectoire n'a plus de sens puisque la notion de particule a elle-même perdu le sien.

Une conséquence est le principe d'incertitude formulé par Heisenberg en 1927 : il est impossible de déterminer simultanément la position et la quantité de mouvement d'un corpuscule avec autant de précision qu'on le désire.

Cette incertitude ne provient pas du tout d'un quelconque manque de précision d'un appareil de mesure. À l'échelle de l'atome, c'est la mesure elle-même qui perturbe le système, d'où l'incertitude.

On a, en 1D :

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$

avec

Δx : incertitude sur la position de la particule ;

Δp_x : incertitude sur la quantité de mouvement de la particule ;

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$: constante de Planck réduite.

Les deux lectures suivantes sont intéressantes :

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x} \quad \text{ou} \quad \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{\Delta x}.$$

De plus, on a, en 3D :

$$\Delta r \Delta p \geq \hbar.$$

5.2 Fonction d'onde

En mécanique quantique, on ne peut plus parler de position ou de trajectoire. On adopte une description probabiliste à l'aide d'une fonction d'onde $\psi(x, y, z, t)$ où x , y et z correspondent à la position et t au temps. On a $\text{Im } \psi = \mathbb{C}$ et ψ n'a aucune signification physique.

On définit la densité de probabilité de présence par :

$$|\psi|^2.$$

Soit $d\tau$ un volume élémentaire (en m^3).

La probabilité élémentaire de trouver la particule quantique dans le volume $d\tau$ est :

$$dP = |\psi|^2 d\tau.$$

Dans un volume V , la probabilité de trouver la particule quantique est :

$$P = \iiint_V dP = \iiint_V |\psi|^2 d\tau.$$

On est certains de trouver la particule dans tout l'espace :

$$1 = \iiint_{\text{espace}} |\psi|^2 \, d\tau.$$

C'est la condition de normalisation.

ψ est l'analogue de la position.

L'évolution de la fonction d'onde est régie par l'équation de Schrödinger (analogue du principe fondamental de la dynamique).

Deuxième partie

Thermodynamique

Chapitre 1

Bases de la thermodynamique & modèle du gaz parfait

Sommaire

1.1	Description d'un système thermodynamique	26
1.1.1	Définition	26
1.1.2	Échelles d'étude	26
1.1.3	Équilibre thermodynamique	27
1.1.4	Paramètres/variables d'état	28
1.1.4.1	Température	28
1.1.4.2	Pression	28
1.1.4.3	Grandeurs extensives et grandeurs intensives	29
1.1.5	Équation d'état	29
1.2	Approche microscopique du gaz parfait monoatomique.	29
1.2.1	Agitation moléculaire	29
1.2.2	Le modèle des gaz parfaits monoatomiques	30
1.2.3	La pression cinétique	30
1.2.3.1	Choc d'un atome contre la paroi	30
1.2.3.2	Choc de l'ensemble des atomes utiles pendant une durée dt	31
1.2.3.3	Critique du modèle	32
1.2.4	Température cinétique du gaz parfait monoatomique	32
1.2.5	Équation d'état	32
1.3	Énergie interne	33
1.3.1	Définition	33
1.3.2	Gaz parfait monoatomique	33
1.3.3	Cas du gaz parfait polyatomique	34
1.3.4	Phases condensées	34

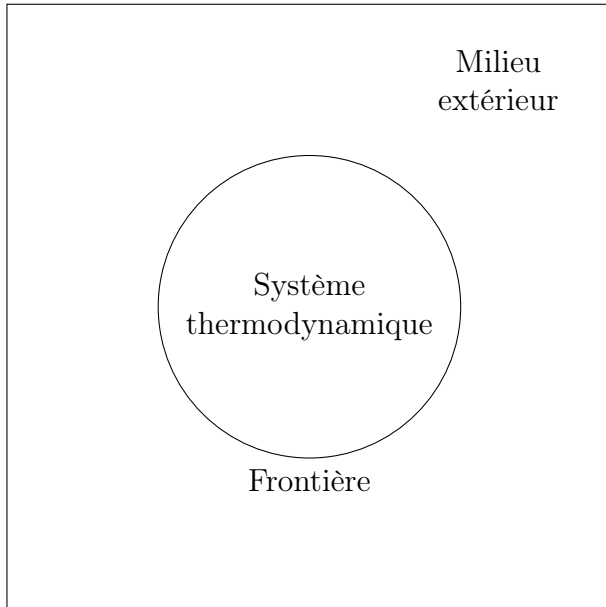
Introduction

La thermodynamique est la science des phénomènes thermiques. Elle est née à la fin du XVIII^e siècle, avec l'apparition de la machine à vapeur. De grands physiciens tels que William Thomson (Kelvin), Joule ou Watt ont participé à son développement.

1.1 Description d'un système thermodynamique

1.1.1 Définition

Un système thermodynamique est un corps ou un ensemble de corps séparés du milieu extérieur par une frontière (réelle ou fictive).



$$\text{Univers} = \text{Milieu extérieur} \cup \text{Système thermodynamique}$$

À travers cette frontière, il peut exister des échanges de matière et d'énergie.

- Système fermé : pas d'échange de matière avec le milieu extérieur.
- Système isolé : pas d'échange de matière ou d'énergie avec le milieu extérieur.
- Système ouvert : échanges de matière ou d'énergie avec le milieu extérieur possibles.

1.1.2 Échelles d'étude

En thermodynamique, les systèmes étudiés seront toujours caractérisés par un très grand nombre de particules. Par exemple, 1 mm^3 d'air ambiant contient de l'ordre de 10^{16} molécules. En effet :

Aux conditions normales de température et de pression, on a le volume molaire :

$$V_m = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Or on a le volume $V = 1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$ donc on a la quantité de matière

$$n = \frac{V}{V_m} = \frac{10^{-9}}{24 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ mol}.$$

Or une mole contient $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ particules donc on retrouve bien

$$N = 6,022 \cdot 10^{23} \times 4 \cdot 10^{-8} = 2,4 \cdot 10^{16}$$

molécules dans 1 mm^3 d'air.

Problème :

- pour un système à deux corps en interaction : résolution analytique ;
- pour un système à trois corps en interaction : résolution numérique ;
- pour un système à 10^{16} corps en interaction : résolution numérique impossible, même pour les plus gros ordinateurs.

On définit donc trois échelles d'étude :

- Échelle microscopique : chaque particule ponctuelle possède trois variables de position et trois variables de vitesse, donc pour N particules, on a $6N$ variables. Étant donné que l'on ne peut pas suivre la trajectoire de chaque particule au cours du temps, l'étude ne peut être que statistique et relève donc de la thermodynamique statistique.
- Échelle macroscopique : le système présente un comportement collectif. En effet, la moyenne des effets microscopiques donne à toute grandeur un aspect continu. On a donc une description globale à partir de paramètres macroscopiques que l'on appelle paramètres d'état. C'est cette échelle que nous utiliserons généralement.
- Échelle mésoscopique : c'est une échelle intermédiaire entre celle de la mole (macroscopique) et celle de la molécule (microscopique) et on l'utilisera quelques fois, notamment en statique des fluides. On travaille sur des éléments de volume petits à l'échelle macroscopique mais quand même assez grands pour pouvoir contenir un grand nombre de particules (par exemple : 1 mm^3 d'air). Ce nombre est assez grand pour pouvoir considérer que la matière contenue dans l'élément de volume est homogène et identifiable par des paramètres thermodynamiques (pression, température, ...) ; le volume est assez petit pour pouvoir considérer que ces paramètres y ont la même valeur en tout point (moyennes statistiques).

Ordres de grandeur :

	Microscopique	Mésoscopique	Macroscopique
N (nombre de particules)	1	$10^{13} \leftrightarrow 10^{16}$	10^{23}
Taille (en m)	10^{-10}	10^{-5} (10 μm)	1

1.1.3 Équilibre thermodynamique

L'expérience nous montre que tout système isolé tend vers un état d'équilibre pour lequel les grandeurs température, pression, densité moléculaire, etc..., sont les mêmes en tout point.

Ceci revient à dire qu'il n'y a pas de mouvement macroscopique à l'intérieur du système. Évidemment, les particules continuent à avoir un mouvement microscopique : c'est l'agitation thermique.

En fait, les grandeurs macroscopiques fluctuent autour d'une valeur moyenne qui reste constante au cours du temps.

1.1.4 Paramètres/variables d'état

Ce sont les grandeurs qui permettent de définir l'état d'un système à un instant donné.

Par exemple : pression P , température T , charge q , etc...

Toutes ces grandeurs sont susceptibles d'être modifiées lors d'une transformation du système.

1.1.4.1 Température

Pour l'instant, on la considère sous son sens le plus courant, c'est-à-dire la grandeur macroscopique mesurable à l'aide d'un thermomètre.

L'expérience montre que :

- un corps en équilibre thermodynamique possède la même température en chacun de ses points ;
- deux corps mis en contact prolongé se mettent en équilibre thermique ;
- deux corps en équilibre thermique avec un troisième corps sont en équilibre thermique entre eux :

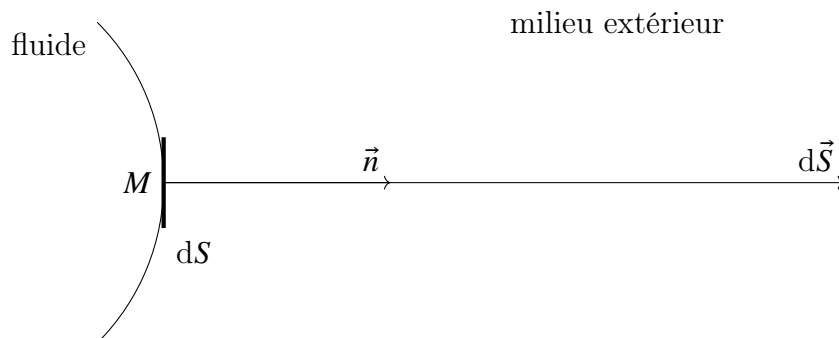
$$(T_1 = T_3 \quad \text{et} \quad T_2 = T_3) \implies T_1 = T_2.$$

C'est le principe « zéro » de la thermodynamique ou principe de l'équilibre thermique.

Son unité légale est le Kelvin (K). Elle est liée au degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$) par :

$$T \text{ (K)} = T \text{ (}^{\circ}\text{C)} + 273,15$$

1.1.4.2 Pression



Pour un fluide en équilibre au contact d'une paroi solide, on définit la pression au point M par :

$$d\vec{F}_{(M)} = p_{(M)} d\vec{S}_{(M)} = p_{(M)} dS_{(M)} \vec{n}.$$

La pression est donc la force exercée par le fluide par unité de surface. Elle existe en tout point du fluide, même si celui-ci n'est pas en contact avec une paroi (c'est celle que mesurerait un manomètre).

Son unité légale est le pascal (Pa) : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$.

Il existe d'autres unités usuelles :

- le bar : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$;
- l'atmosphère : $1 \text{ atm} = 1,0135 \cdot 10^5 \text{ Pa}$;
- le millimètre de Mercure : $760 \text{ mm Hg} = 1,0135 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ torr}$.

1.1.4.3 Grandeurs extensives et grandeurs intensives

On dit qu'une grandeur (paramètre ou fonction d'état) est intensive pour un système (Σ) si elle prend la même valeur dans tout sous-système de (Σ) à l'équilibre thermodynamique, indépendamment de sa taille. En clair, c'est une grandeur indépendante de la quantité de matière.

Par exemple, la pression, la température ou la masse volumique sont des grandeurs intensives.

On dit qu'une grandeur G (paramètre ou fonction d'état) est extensive si elle est additive, c'est-à-dire si elle est proportionnelle à la quantité de matière. En clair, si $(\Sigma) = (\Sigma_1) \cup (\Sigma_2)$ alors $G = G_1 + G_2$.

Par exemple, le volume, la masse ou la quantité de matière sont des grandeurs extensives.

Pour un système constitué d'une phase homogène, on peut construire de nouvelles grandeurs intensives en faisant le rapport de deux grandeurs extensives pour chacun de ses éléments de volume dV :

$$\text{int} = \frac{\text{ext}}{\text{ext}}$$

Par exemple, la masse volumique $\mu = \frac{dm}{dV}$, le volume massique $v = \frac{1}{\mu} = \frac{dV}{dm}$, etc...

1.1.5 Équation d'état

C'est une équation qui relie entre elles les différentes variables d'état qui caractérisent l'état d'un système.

Par exemple, dans le cas d'un gaz faiblement comprimé, l'équation d'état déterminée expérimentalement est :

$$pV = nRT$$

où

n : nombre de moles

R : constante des gaz parfaits ($R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$)

Il faut évidemment que toutes ces grandeurs soient exprimées dans le Système International :

$$p : \text{Pa} \quad V : \text{m}^3 \quad T : \text{K}$$

Pour les gaz fortement comprimés et les liquides, les équations d'état sont généralement plus compliquées et ne sont valables qu'au voisinage d'un état d'équilibre thermodynamique donné.

1.2 Approche microscopique du gaz parfait monoatomique

1.2.1 Agitation moléculaire

Bernoulli (XVIII^e siècle) postule qu'un gaz est constitué d'un grand nombre de particules en agitation incessante.

Brown (1827) observe au microscope le mouvement désordonné de particules colloïdales dans un fluide : mouvement brownien.

La trajectoire de chaque particule est une marche au hasard en direction et en vitesse. On a un chaos moléculaire.

La marche au hasard est due aux collisions particule/particule et particule/paroi.

1.2.2 Le modèle des gaz parfaits monoatomiques

Un gaz parfait monoatomique est constitué uniquement d'atomes (gaz rares, par exemple : He, Ne, Ar, ...). Dans la nature, on rencontre essentiellement des gaz parfaits diatomiques (par exemple : O₂, N₂, H₂, ...) ou triatomiques (par exemple : CO₂, H₂O, ...).

Par définition, un gaz est parfait si les atomes n'interagissent pas entre eux. Les atomes sont ponctuels et tous identiques. Les seules interactions sont les collisions atome/paroi.

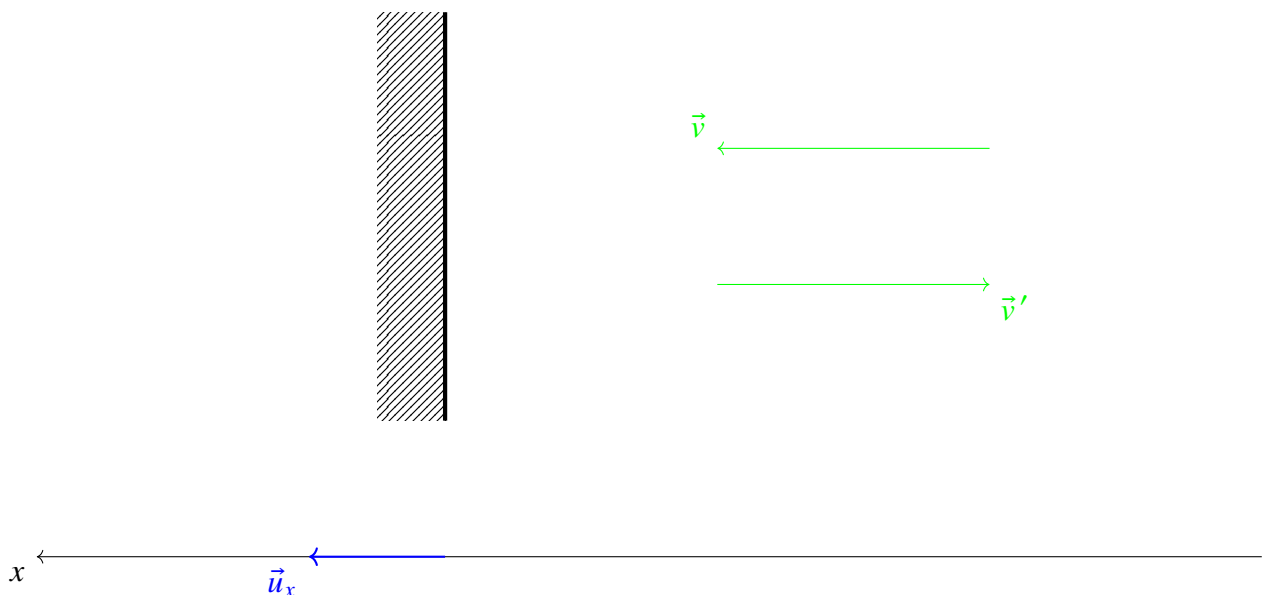
1.2.3 La pression cinétique

Hypothèses du modèle d'un gaz parfait monoatomique :

- les atomes sont tous identiques et il n'existe pas d'interaction entre eux ;
- les atomes sont animés de la même vitesse u ;
- à tout instant, chaque atome ne se déplace que selon une direction (\vec{u}_x , \vec{u}_y ou \vec{u}_z) et dans un sens (\rightleftharpoons) ;
- tous les sens et directions sont équiprobables.

Donc à un instant donné, un sixième des atomes se déplace dans un sens et une direction fixés.

1.2.3.1 Choc d'un atome contre la paroi



Avant le choc, l'atome a pour vitesse $\vec{v} = u\vec{u}_x$.

Après le choc, il a pour vitesse $\vec{v}' = -u\vec{u}_x$.

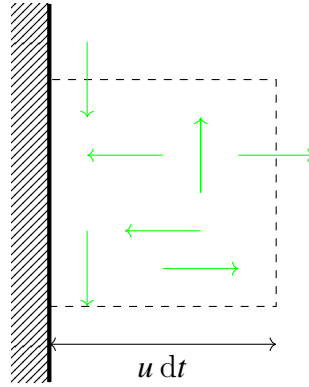
On calcule la variation de quantité de mouvement de l'atome lors de la collision :

$$d\vec{p}_{\text{atome}} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}' - m\vec{v} = -2mu\vec{u}_x.$$

Donc on a

$$d\vec{p}_{\text{paroi}} = -d\vec{p}_{\text{atome}} = 2mu\vec{u}_x.$$

1.2.3.2 Choc de l'ensemble des atomes utiles pendant une durée dt



Seuls les atomes avec une vitesse selon $+\vec{u}_x$ peuvent entrer en collision avec la paroi s'ils sont situés à une distance inférieure à $u dt$ de la paroi.

On pose n^* le nombre d'atomes par unité de volume. C'est la densité particulaire (en m^{-3}).

On a le nombre de collisions :

$$dN = \frac{n^* \overbrace{u dt dS}^{\text{volume où sont logés les atomes utiles}}}{6}$$

où dS est la surface de la paroi.

Donc on a la variation de quantité de mouvement de la paroi pendant dt :

$$d\vec{p}_{\text{paroi}} = \frac{2mu^2 n^* dt dS \vec{u}_x}{6}$$

On applique le principe fondamental de la dynamique sur la paroi :

$$\frac{d\vec{p}_{\text{paroi}}}{dt} = d\vec{F}_{\text{paroi}} = \frac{2mu^2 n^* dS \vec{u}_x}{6}$$

où $d\vec{F}_{\text{paroi}}$ est la force que subit la paroi sur la surface dS .

Or $d\vec{F}_{\text{paroi}} = p d\vec{S}$ donc

$$p = \frac{1}{3} n^* m u^2$$

est la pression cinétique (due aux collisions).

1.2.3.3 Critique du modèle

- En réalité, il n'y a pas forcément que six couples (direction, sens).
- Les vitesses de chaque atome ne sont pas forcément égales.
- La paroi n'est pas nécessairement plane.
- Les collisions peuvent ne pas être élastiques.

1.2.4 Température cinétique du gaz parfait monoatomique

On définit la température cinétique du gaz parfait monoatomique à l'équilibre thermodynamique comme une moyenne de l'énergie cinétique d'agitation thermique :

$$\langle E_{\text{c}_{\text{atome}}} \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

où

T est la température (en Kelvin, K) ;

k_B est la constante de Boltzmann ($k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$).

On en déduit :

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}.$$

À $T = 0 \text{ K}$, on a $u = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (état d'ordre absolu).

À $T = 293 \text{ K}$, en considérant la masse de l'Hélium $m_{\text{He}} = 4 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, on a $u \propto 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < c$, ce qui est cohérent. On a un grand nombre de collisions donc cela valide le modèle du gaz parfait monoatomique.

1.2.5 Équation d'état

On a :

$$p = \frac{1}{3} n^* m u^2 \quad \text{et} \quad \frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m u^2$$

donc :

$$p = n^* k_B T$$

où n^* est le nombre de particules par unité de volume donc $n^* = \frac{N}{V}$, où N est le nombre de particules donc $N = n N_A$ donc on a :

$$p = \frac{n N_A}{V} k_B T.$$

On pose :

$$R = N_A k_B = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

On a $p = \frac{nRT}{V}$, d'où :

$$pV = nRT.$$

C'est l'équation d'état des gaz parfaits, obtenue à partir du modèle cinétique.

p , V , n et T sont des paramètres d'état donc des grandeurs macroscopiques.

1.3 Énergie interne

1.3.1 Définition

L'énergie interne est l'énergie totale contenue dans un système thermodynamique. Elle est notée U . Elle est la somme de

- l'énergie cinétique de translation des particules ;
- l'énergie cinétique de rotation des particules sur elles-mêmes ;
- l'énergie cinétique de vibration des particules polyatomiques ;
- l'énergie potentielle d'interaction entre les particules.

1.3.2 Gaz parfait monoatomique

Pour un gaz parfait monoatomique, l'énergie interne n'est constituée que de l'énergie cinétique de translation des particules :

$$U = \sum_i E_{c_i} = \sum_i \frac{1}{2} m u^2 = N \times \frac{1}{2} m u^2.$$

Or on a $\frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m u^2$ donc :

$$U = \frac{3}{2} N k_B T.$$

Or $N = n N_A$ donc :

$$U = \frac{3}{2} n N_A k_B T = \frac{3}{2} n R T.$$

On a une équation d'état.

On sait que n est une grandeur extensive donc U est une grandeur extensive.

U ne dépend que des paramètres d'état donc c'est une fonction d'état. On peut donc décrire un système en donnant son énergie interne.

De plus, on définit :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

la capacité thermique à volume constant (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$).

Or $U = \frac{3}{2} n R T$ donc :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} n R.$$

C_V est l'énergie qu'il faut fournir au gaz parfait monoatomique pour élever sa température de 1 K.

On définit aussi la capacité thermique molaire à volume constant (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$) :

$$C_{V_m} = \frac{C_V}{n}$$

et la capacité thermique massique à volume constant (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$) :

$$c_V = \frac{C_V}{m}.$$

Pour un gaz parfait monoatomique, on a :

$$C_{V_m} = \frac{\frac{3}{2}nR}{n} = \frac{3}{2}R = 12,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

C_V est extensive mais C_{V_m} et c_V sont intensives.

1.3.3 Cas du gaz parfait polyatomique

Les gaz parfait polyatomiques contiennent des molécules non-ponctuelles donc dans l'expression de l'énergie interne, il faut ajouter l'énergie cinétique de rotation et de vibration, ainsi que l'énergie potentielle élastique.

Pour les pressions faibles, le gaz parfait polyatomique tend vers un comportement limite tel que :

- on a une équation d'état $pV = nRT$;
- son énergie interne ne dépend que de la température : $U = U(T)$.

Idem, on définit :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{dU}{dT}.$$

On trouve $C_{V_m} > \frac{3}{2}R$. Cela signifie qu'il faut plus d'énergie pour élever la température d'un gaz parfait polyatomique que celle d'un gaz parfait monoatomique.

1.3.4 Phases condensées

Les phases condensées sont les liquides ou les solides. Les molécules sont très proches les unes des autres et ont donc beaucoup d'interactions entre elles.

On définit la compressibilité isotherme (en Pa^{-1}) :

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

En général, pour une phase condensée, $\chi = 0$ donc $dV = 0$.

Donc quelles que soient les conditions de température et de pression, $V = \text{cte}$: on a une équation d'état pour les phases condensées.

De plus, de même que pour les gaz parfaits, l'énergie interne des phases condensées ne dépend que de la température : $U = U(T)$.

On définit

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T}$$

et on obtient

$$dU = C_V dT.$$

Pour C_V , on utilise des tables thermodynamiques.

On n'a pas de modèle pour les phases condensées parce qu'il y a beaucoup d'interactions entre les molécules.

Chapitre 2

Premier principe de la thermodynamique

Sommaire

2.1	Transformations d'un système thermodynamique	37
2.1.1	Types de transformations	37
2.1.1.1	Transformations infiniment lentes	37
2.1.1.2	Transformations réversibles	38
2.1.1.3	Transformations irréversibles	38
2.1.1.4	Transformations particulières	39
2.1.2	Énergie	40
2.1.3	Échanges d'énergie	40
2.2	Premier principe de la thermodynamique.	41
2.2.1	Énoncé	41
2.2.2	Bilan d'énergie	42
2.3	Travail des forces de pression	42
2.3.1	Expression générale	42
2.3.2	Transformations usuelles	43
2.3.2.1	Transformation isochore	43
2.3.2.2	Transformation monobare	43
2.3.2.3	Transformation isobare	44
2.3.2.4	Transformation isotherme	44
2.3.3	Représentation graphique	44
2.3.3.1	Transformation isobare	44
2.3.3.2	Évolution cyclique	45
2.4	Transferts thermiques	46
2.4.1	Méthode de calcul	46
2.4.2	Transformations particulières	46
2.4.2.1	Transformation isochore	46
2.4.2.2	Transformation monobare	47
2.4.3	Capacités thermiques	47
2.4.3.1	Choix du couple (T, V) (variables naturelles de U)	47
2.4.3.2	Choix du couple (T, P) (variables naturelles de H)	48
2.5	Transformation adiabatique d'un gaz parfait	50
2.5.1	Transformation réversible	50
2.5.2	Cas d'une évolution irréversible	52
2.6	Annexes.	55
2.6.1	Quelques remarques sur la différence entre l'énergie totale E en thermodynamique et l'énergie mécanique E_m en mécanique	55

2.6.2	Interprétation microscopique de l'expression de l'énergie interne	55
2.6.3	Cas d'un mélange de gaz parfaits	57
2.6.4	Bac to basics : la température	57
2.6.4.1	Qu'est-ce que la température ?	58
2.6.4.2	Peut-on parler de la température d'un seul atome ?	58
2.6.4.3	Deux corps à la même température se comportent-ils de la même manière ?	59
2.6.4.4	Comment mesure-t-on la température ?	59
2.6.4.5	À quelle température les atomes ne s'agitent-ils donc plus ?	60
2.6.4.6	Quelle est l'étendue des valeurs que peut prendre la température ?	61
2.6.4.7	Quelle gamme de températures convient à la vie ?	62
2.6.4.8	Pourquoi tenter d'atteindre de très basses températures ?	63

Introduction

La thermodynamique est la discipline qui fait le lien entre les phénomènes mécaniques et thermiques.

Son but est de faire des bilans d'énergie sur des systèmes thermodynamiques au cours de transformations thermodynamiques.

2.1 Transformations d'un système thermodynamique

2.1.1 Types de transformations

Rappel : un système thermodynamique (Σ) est à l'équilibre thermodynamique si ses paramètres d'état intensifs sont définis en tout point du système et ont la même valeur en tout instant.

Pour que (Σ) évolue vers un autre état thermodynamique (*i.e.* un autre état d'équilibre), il faut rompre le premier état d'équilibre en ajoutant ou en supprimant des contraintes.

Le passage d'un état d'équilibre à un autre est une transformation thermodynamique.

2.1.1.1 Transformations infiniment lentes

Au cours d'une transformation thermodynamique infiniment lente, le système passe par une succession d'états d'équilibre infiniment voisins les uns des autres.

Pour cela, il faut que le temps de réponse du système soit très faible, de sorte qu'après modification des contraintes, le système rejoigne un état d'équilibre.

Pour une transformation infiniment lente, (Σ) est en état d'équilibre à tout instant.

2.1.1.2 Transformations réversibles

Il s'agit d'une transformation thermodynamique infiniment lente au cours de laquelle on peut inverser le sens de parcours.

Dans les deux sens, le système repasse par les mêmes états d'équilibre successifs.

Pour une transformation réversible, à tout instant, (Σ) est en état d'équilibre et en équilibre avec le milieu extérieur.

2.1.1.3 Transformations irréversibles

Une transformation réversible est en réalité un modèle inatteignable.

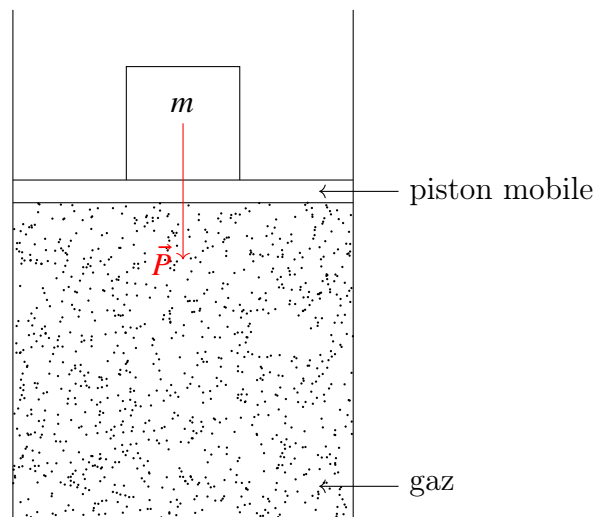
Toute transformation est en réalité irréversible, soit parce qu'elle est rapide, soit parce qu'elle est lente mais non-renversible au cours du temps.

Les principales causes d'irréversibilité sont :

- les transferts de matière et d'énergie dus aux hétérogénéités de température, de pression, de concentration, ... ;
- les réactions chimiques en général ;
- les frottements solides ou visqueux.

Par exemple, étudions la compression d'un gaz dans un cylindre.

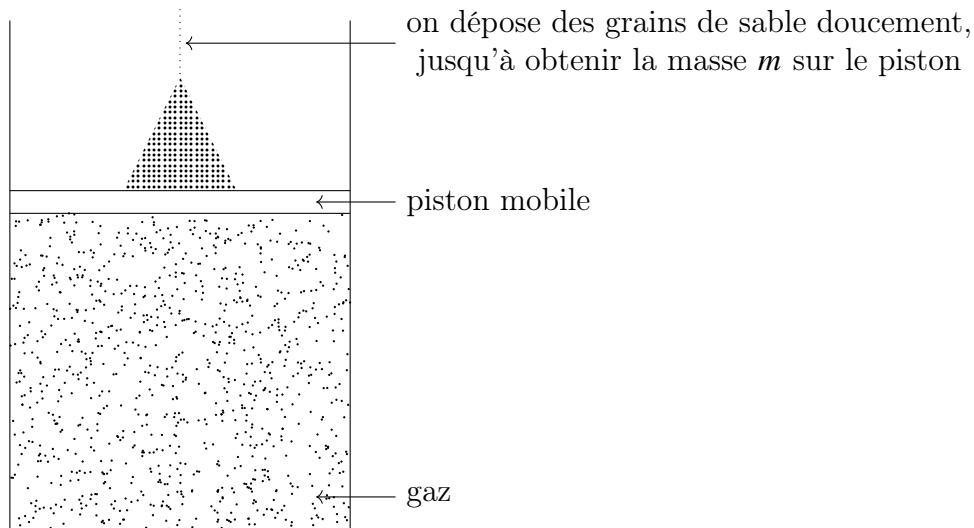
Cas numéro 1 :



On dépose brutalement une masse m sur le piston mobile, qui descend donc rapidement, oscille, et finit par s'arrêter en raison des frottements.

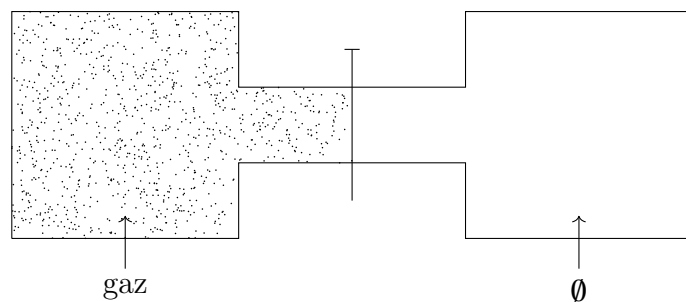
La transformation n'est pas infiniment lente : juste après avoir déposé la masse, la pression et la température du gaz ne sont pas définies. La transformation est donc irréversible.

Cas numéro 2 :

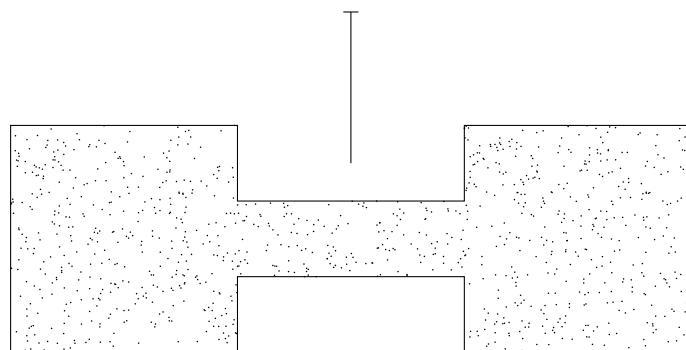


Le piston descend continûment, la transformation est infiniment lente, la température et la pression sont définies à tout instant. Le système est en équilibre avec le milieu extérieur. Donc la transformation est réversible.

Voyons un autre exemple, la détente d'un gaz :



À $t = 0$, on ouvre le robinet :



La transformation est irréversible : même en ouvrant le robinet doucement, la transformation est rapide. On n'a pas une succession d'états d'équilibre.

2.1.1.4 Transformations particulières

$$\left. \begin{array}{ll} T_{(\Sigma)} = \text{cte} & \text{transformation isotherme} \\ P_{(\Sigma)} = \text{cte} & \text{transformation isobare} \end{array} \right\} \text{transformations réversibles}$$

$$\left. \begin{array}{ll} V_{(\Sigma)} = \text{cte} & \text{transformation isochore} \\ T_{\text{ext}} = \text{cte} & \text{transformation monotherme} \\ P_{\text{ext}} = \text{cte} & \text{transformation monobare} \end{array} \right\} \text{transformations irréversibles}$$

2.1.2 Énergie

Rappel : dans un référentiel galiléen, on peut définir l'énergie interne U comme :

$$U = E_{c_{\text{micro}}} + E_{p_{\text{micro}}}$$

où

$E_{c_{\text{micro}}}$: la somme des énergies cinétiques microscopiques

$E_{p_{\text{micro}}}$: la somme des énergies potentielles microscopiques

et l'énergie mécanique E_m comme :

$$E_m = E_{c_{\text{macro}}} + E_{p_{\text{macro}}}$$

avec $E_{c_{\text{macro}}} = \frac{1}{2} m_{(\Sigma)} v_{(\Sigma)}^2$.

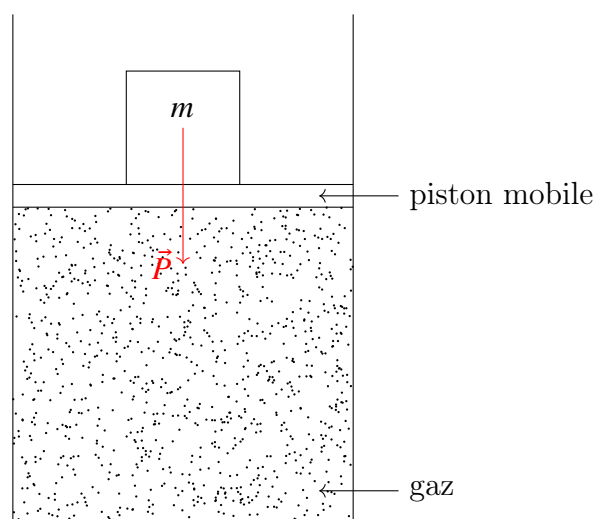
On définit alors l'énergie totale E comme :

$$E = U + E_m.$$

C'est l'énergie totale stockée dans le système.

2.1.3 Échanges d'énergie

On reprend l'exemple du cylindre rempli de gaz avec un piston mobile :

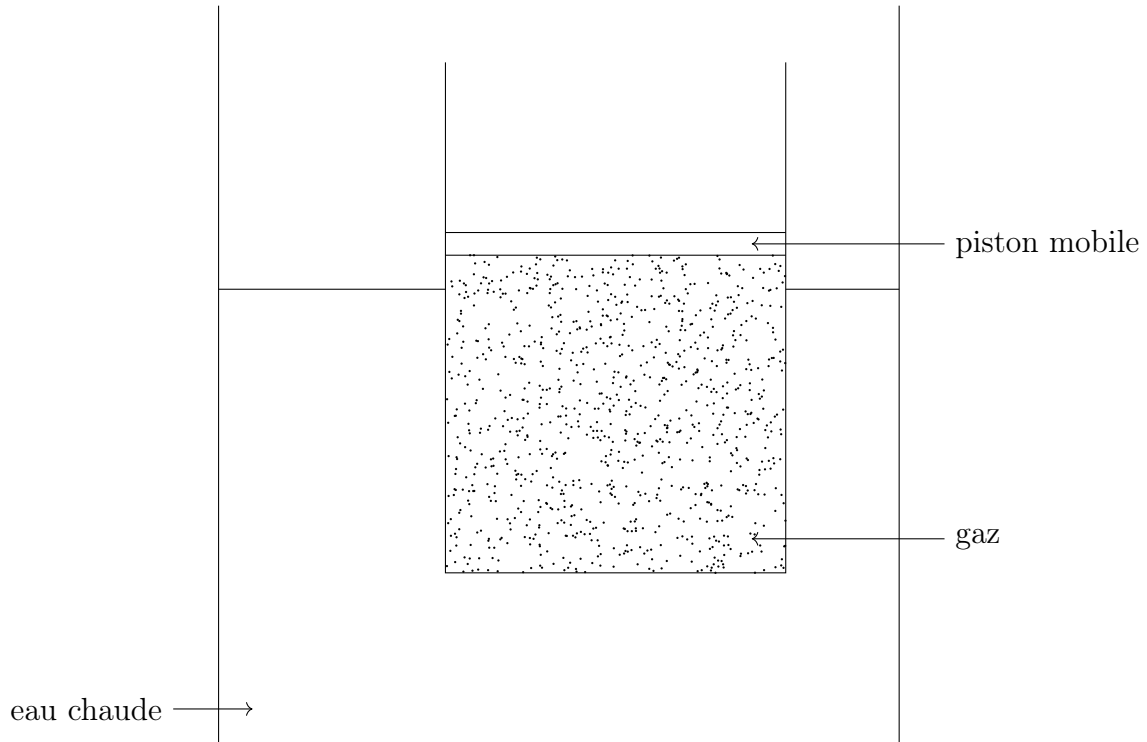


Si on pose une masse m sur le piston mobile, celui-ci s'enfonce. Donc la masse a cédé une partie de son énergie potentielle au système.

Expérimentalement, on remarque que si la température augmente, l'énergie interne augmente.

Il y a eu transfert d'énergie entre le travail du poids et l'énergie interne du système.

On plonge le cylindre dans une eau chaude :



Alors, la température du gaz augmente et donc son énergie interne aussi.

Il y a eu transfert d'énergie entre l'eau et le gaz.

Le transfert d'énergie sans transfert de matière ni déplacement s'appelle le transfert thermique Q .

Le transfert thermique s'interprète au niveau microscopique comme l'agitation thermique se propageant de proche en proche à travers le cylindre.

On a le tableau suivant :

Grandeur énergétique \ Échelle	Macroscopique	Microscopique
Énergie	E_m	U
Transfert d'énergie	W	Q

2.2 Premier principe de la thermodynamique

2.2.1 Énoncé

Pour tout système fermé (Σ), on peut définir une fonction U dépendant des variables d'état extensives et telle que l'énergie totale du système $E = E_m + U$ soit conservative, c'est-à-dire se conserve si (Σ) est isolé. U est l'énergie interne du système.

C'est un principe de conservation. Il traduit l'impossibilité de création d'énergie.

2.2.2 Bilan d'énergie

Si l'on fait un bilan d'énergie sur (Σ) , on obtient :

$$\Delta E = \Delta (E_m + U) = W + Q.$$

Si (Σ) est au repos ($E_{c_{\text{macro}}} = \text{cte}$ et $E_{p_{\text{macro}}} = \text{cte}$) alors $\Delta E_m = 0$ donc :

$$\Delta U = W + Q.$$

C'est la forme réduite du premier principe de la thermodynamique (Carnot, 1850). Cette expression donne l'équivalence travail/transfert thermique (Joule).

On peut donc faire varier U à l'aide soit d'un travail W , soit d'un transfert thermique Q .

Pour un système en évolution cyclique, les états d'équilibre initiaux et finaux sont égaux. Donc :

$$\Delta U = 0.$$

Convention : W et Q sont toujours orientés vers le système.

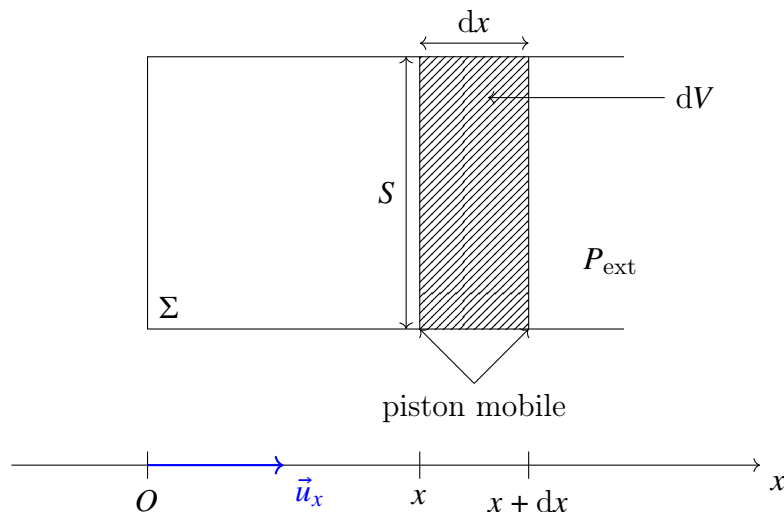
Si $Q > 0$ ou $W > 0$, U augmente car le système reçoit du travail ou du transfert thermique du milieu extérieur.

Si $Q < 0$ ou $W < 0$, U diminue car le système fournit du travail ou du transfert thermique au milieu extérieur.

2.3 Travail des forces de pression

2.3.1 Expression générale

On considère un fluide Σ dans un cylindre avec un piston mobile de surface S :



On exerce une contrainte (P_{ext}) sur le piston. Si la transformation de Σ est quelconque, la pression P et la température T du fluide ne sont pas forcément définies. La pression extérieure l'est toujours.

Le piston se déplace de dx donc on a un accroissement du volume de Σ de :

$$dV = S dx.$$

Ainsi, on a la force pressante \vec{F} exercée par le milieu extérieur sur Σ :

$$\vec{F} = -SP_{\text{ext}}\vec{u}_x.$$

D'où le travail élémentaire :

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -SP_{\text{ext}} dx = -P_{\text{ext}} dV.$$

δW est algébrique : $\delta W \leq 0$.

Si $dV < 0$ (compression) alors $\delta W > 0$: le système reçoit du travail du milieu extérieur.

Si $dV > 0$ (détente) alors $\delta W < 0$: le système fournit du travail au milieu extérieur.

Au cours d'une transformation non-élémentaire, on a le travail :

$$W = \int \delta W = \int_{V_1}^{V_2} -P_{\text{ext}} dV = - \int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} dV.$$

Donc on a une formule pour calculer le travail des forces de pression.

Si la transformation est réversible, Σ est en équilibre avec le milieu extérieur donc $P = P_{\text{ext}}$. On a donc :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

On a besoin de $P(V)$ pour obtenir l'équation d'état.

2.3.2 Transformations usuelles

2.3.2.1 Transformation isochore

On a $V = \text{cte}$ donc $dV = 0$ donc :

$$W = 0.$$

2.3.2.2 Transformation monobare

On a $P_{\text{ext}} = \text{cte}$ donc :

$$W = -P_{\text{ext}} \int_{V_1}^{V_2} dV = -P_{\text{ext}} (V_2 - V_1).$$

2.3.2.3 Transformation isobare

On a $P = P_{\text{ext}} = \text{cte}$ donc :

$$W = -P (V_2 - V_1) .$$

2.3.2.4 Transformation isotherme

On a $T = \text{cte}$ et $P = P_{\text{ext}}$ donc :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P \, dV .$$

Si on a un gaz parfait, on a $PV = nRT$ donc :

$$P = \frac{nRT}{V} .$$

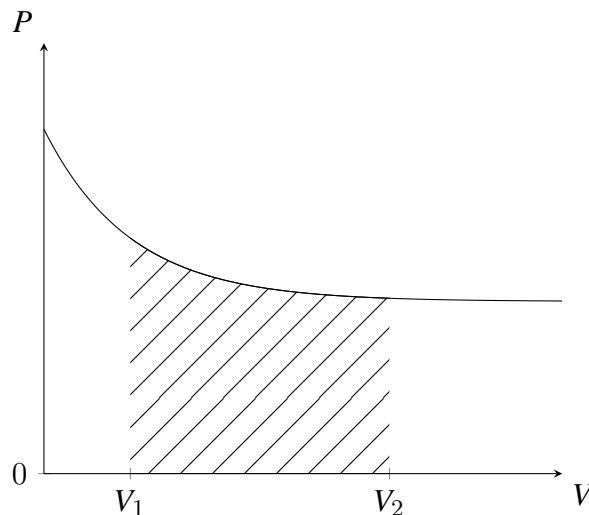
Donc on a :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} \, dV = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) .$$

2.3.3 Représentation graphique

Dans le cas d'une transformation réversible, on a $W = - \int_{V_1}^{V_2} P \, dV$.

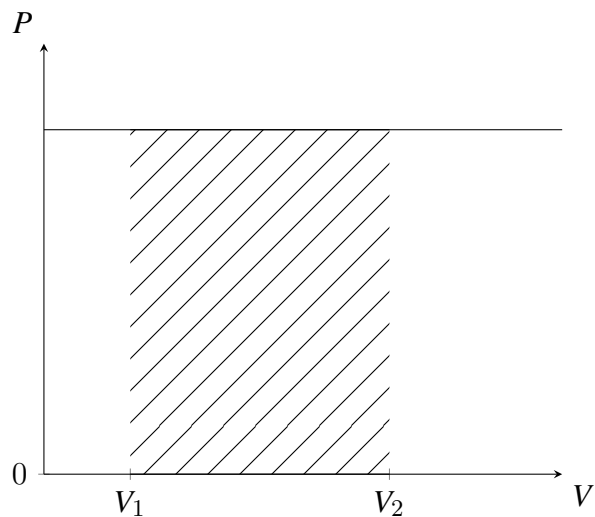
Donc le travail est l'aire sous la courbe $P(V)$:




Un tel diagramme est appelé diagramme de Watt. On a $|W| =$ 

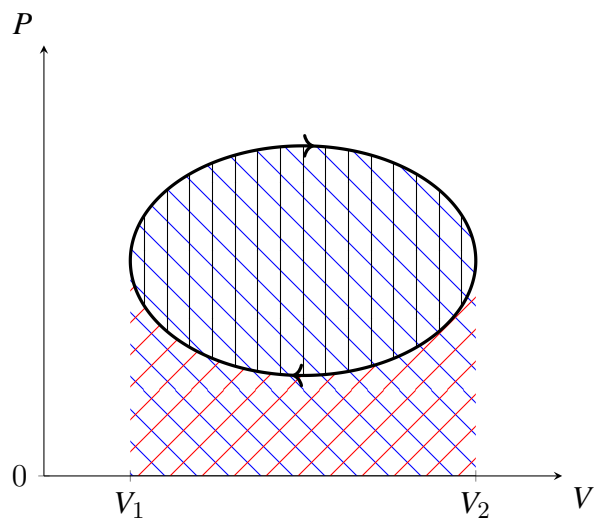
2.3.3.1 Transformation isobare

On a $P = \text{cte}$:




On a $W = -P (V_2 - V_1) = -$ 


2.3.3.2 Évolution cyclique




De V_1 à V_2 on a :

$$W_{\text{aller}} = - \int_{V_1}^{V_2} P \, dV = -$$
 

De V_2 à V_1 on a :

$$W_{\text{retour}} = - \int_{V_2}^{V_1} P \, dV =$$
 


Donc on a :


$$W_{\text{cycle}} = W_{\text{aller}} + W_{\text{retour}} = -$$
 

donc :

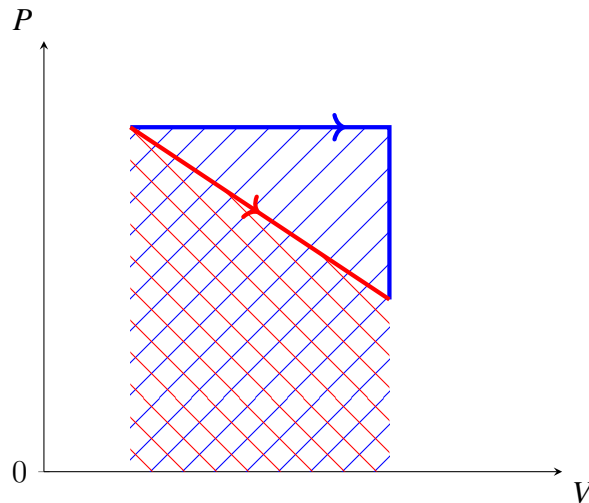
$$|W_{\text{cycle}}| = A_{\text{cycle}}$$



où A_{cycle} désigne l'aire du cycle.

Si on a un cycle dans ce sens :  alors le système est moteur : il fournit du travail au milieu extérieur.

Si on a un cycle dans ce sens :  alors le système est récepteur : il reçoit du travail du milieu extérieur.

Le travail dépend du chemin suivi (il n'est donc pas conservatif) :



On a bien  \neq 

2.4 Transferts thermiques

2.4.1 Méthode de calcul

D'après le premier principe de la thermodynamique, on a $\Delta U = W + Q$ donc on a :

$$Q = \Delta U - W.$$

On doit calculer ΔU et W pour calculer Q .

2.4.2 Transformations particulières

2.4.2.1 Transformation isochore

On a $V = \text{cte}$ donc $W = 0$ donc

$$Q_V = \Delta U.$$

2.4.2.2 Transformation monobare

On a $P_{\text{ext}} = \text{cte}$ donc $W = -P_{\text{ext}} (V_2 - V_1)$ donc on a :

$$\begin{aligned} Q &= \Delta U - W \\ &= U_2 - U_1 + P_{\text{ext}} (V_2 - V_1) \\ &= U_2 + P_{\text{ext}} V_2 - (U_1 + P_{\text{ext}} V_1). \end{aligned}$$

On pose $H^* = U + P_{\text{ext}} V$ et on a donc :

$$Q = H_2^* - H_1^*.$$

H^* est en fonction de P_{ext} donc ce n'est pas une fonction d'état.

On impose donc une nouvelle contrainte : le système doit être en équilibre avec le milieu extérieur aux états initial et final. Ainsi, à l'état initial on a $P_1 = P_{\text{ext}}$, et à l'état final on a $P_2 = P_{\text{ext}}$.

On définit donc la fonction d'état appelée enthalpie par :

$$H = U + PV.$$

Ainsi, pour une transformation monobare entre états d'équilibre, on a :

$$Q = H_2 - H_1 = \Delta H.$$

2.4.3 Capacités thermiques

On travaille avec un corps pur monphasé soumis aux seules forces de pression.

Les paramètres d'état T , P et V sont liés par une équation d'état. Seuls deux suffisent pour décrire le système.

2.4.3.1 Choix du couple (T, V) (variables naturelles de U)

On a :

$$\begin{aligned} U &= U(T, V) \\ dU &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} U &= U(T, V) \\ dU &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV. \end{aligned}} \right) d$$

On définit la capacité thermique à volume constant (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$) par :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

On considère une transformation isochore. On a donc $Q_V = \Delta U$ d'après le premier principe de la thermodynamique.

De plus, on a $dU = C_V dT + 0$ donc :

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT.$$

Enfin, si $C_V = \text{cte}$ alors on a :

$$\Delta U = C_V (T_2 - T_1).$$

C_V est donnée par les tables thermodynamiques.

On peut donc calculer ΔU et Q à partir des températures T_1 et T_2 .

2.4.3.2 Choix du couple (T, P) (variables naturelles de H)

On a :

$$\begin{aligned} H &= H(T, P) \\ dH &= \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} H &= H(T, P) \\ dH &= \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP. \end{aligned}} \right) d$$

On définit la capacité thermique à pression constante (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$) par :

$$C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$$

On définit aussi les capacités thermiques à pression constante molaire et massique par :

$$C_{P_m} = \frac{C_P}{n} \quad \text{et} \quad c_P = \frac{C_P}{m}.$$

On a :

$$\begin{aligned} H &= U + PV \\ dH &= dU + d(PV) \\ &= dU + V dP + P dV \\ &= \delta W + \delta Q + V dP + P dV. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} H &= U + PV \\ dH &= dU + d(PV) \end{aligned}} \right) d$$

On considère une transformation isobare. On a donc $P_{\text{ext}} = P = \text{cte}$. On a donc :

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -P dV.$$

Donc on a :

$$\begin{aligned} dH &= \delta Q \\ \Delta H &= Q_P. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} dH &= \delta Q \\ \Delta H &= Q_P. \end{aligned}} \right) \int$$

On a aussi :

$$\begin{aligned} dH &= C_P dT \\ \Delta H &= \int_{T_1}^{T_2} C_P dT. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} dH &= C_P dT \\ \Delta H &= \int_{T_1}^{T_2} C_P dT. \end{aligned}} \right) \int$$

Enfin, si $C_P = \text{cte}$, on a :

$$\Delta H = C_P (T_2 - T_1) .$$

C_P est donnée par les tables thermodynamiques.

On peut donc calculer ΔH à partir des températures T_1 et T_2 .

Par exemple, calculons la variation d'enthalpie associée au passage d'un mélange gazeux de la température $T_1 = 298 \text{ K}$ à $T_2 = 600 \text{ K}$. On a $C_{P_m} = (31,4 + 2,1 \cdot 10^{-2} T) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ (valable sur $[T_1 ; T_2]$). On a $n = 1 \text{ mol}$. On a donc :

$$\begin{aligned} \Delta H &= \int_{T_1}^{T_2} C_P \, dT \\ &= \int_{T_1}^{T_2} n C_{P_m} \, dT \\ &= \int_{T_1}^{T_2} (31,4 + 2,1 \cdot 10^{-2} T) \, dT \\ &= \left[31,4T + \frac{2,1 \cdot 10^{-2}}{2} T^2 \right]_{T_1}^{T_2} \\ &= 12,3 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Pour un gaz parfait, on a :

$$\begin{aligned} H &= U + PV \\ \left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left(\frac{\partial (PV)}{\partial T} \right)_{P \text{ ou } V} \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left(\frac{\partial (nRT)}{\partial T} \right)_{P \text{ ou } V} \end{aligned} \right\} \frac{\partial}{\partial T} \\ C_P &= C_V + nR. \end{aligned}$$

On en déduit les relations :

$$C_{P_m} = C_{V_m} + R$$

et

$$\begin{aligned} c_P &= c_V + \frac{n}{m} R \\ &= c_V + \frac{R}{M} \end{aligned}$$

où M est la masse molaire du gaz considéré.

On a donc les relations de Mayer pour les gaz parfaits :

$$C_P = C_V + nR \quad C_{P_m} = C_{V_m} + R \quad c_P = c_V + \frac{R}{M}.$$

On définit l'indice adiabatique (sans unité) par :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}.$$

On obtient deux relations (uniquement valables pour les gaz parfaits) :

$$C_{P_m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_{V_m} = \frac{R}{\gamma - 1}.$$

Par exemple :

- pour un gaz parfait monoatomique, on a $C_{V_m} = \frac{3}{2}R$ et $C_{P_m} = \frac{5}{2}R$ donc $\gamma = \frac{5}{3} = 1,67$;
- pour un gaz parfait diatomique, on a $C_{V_m} = \frac{5}{2}R$ et $C_{P_m} = \frac{7}{2}R$ donc $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$;
- pour l'air ambiant, on mesure $\gamma = 1,41$ ce qui confirme la large majorité du dioxygène et du diazote dans sa composition.

Pour les phases condensées, *i.e.* indilatables et incompressibles, quelles que soient la température et la pression, on a $V = \text{cte}$. Donc dans les conditions normales de température et de pression, on a :

$$H = U$$

et la capacité thermique (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$) :

$$C = C_V = C_P.$$

Si C est une constante dans l'intervalle de températures considéré alors on a :

$$\Delta H = \Delta U = C \Delta T = Q$$

car $\Delta U = W + Q$ avec $W = - \int P_{\text{ext}} dV = 0$.

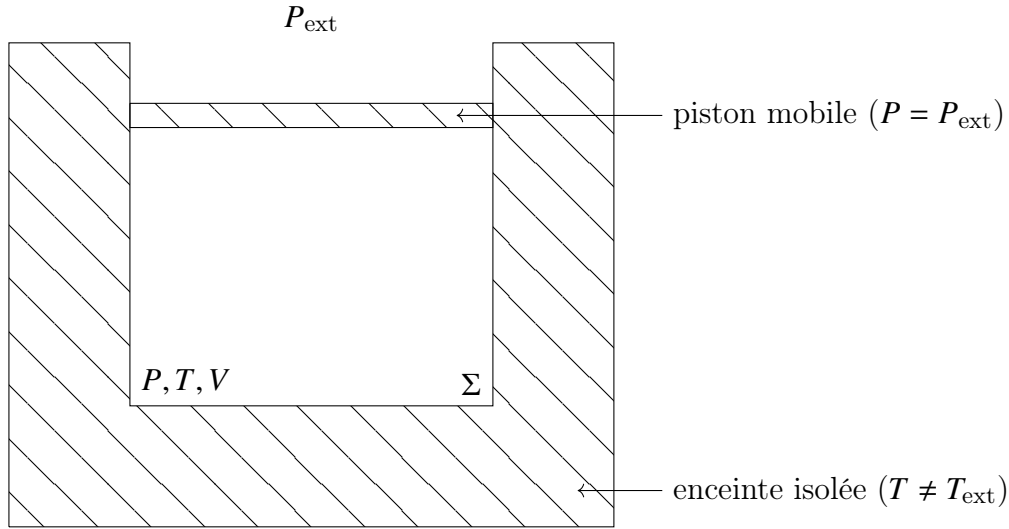
Ordres de grandeur :

- on a $C_{\text{eau}} = 4,185 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} = 1 \text{ cal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$, avec $1 \text{ cal} = 4,185 \text{ J}$ (une calorie est l'énergie qu'il faut fournir à 1 g d'eau pour élever sa température de 1 K ou de 15 °C à 16 °C) ;
- on a $C_{\text{fer}} = 0,46 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \approx 0,1 C_{\text{eau}}$.

2.5 Transformation adiabatique d'un gaz parfait

2.5.1 Transformation réversible

On passe d'un état initial avec une pression P_1 , une température T_1 et un volume V_1 à un état final avec une pression P_2 , une température T_2 et un volume V_2 par le biais d'une transformation adiabatique (donc $Q = 0$ et $T \neq T_{\text{ext}}$) et réversible (donc $P = P_{\text{ext}} \neq \text{cte}$) :



D'après le premier principe de la thermodynamique, on a $\Delta U = W + Q$ donc pour une transformation infinitésimale, on a :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

avec :

$$dU = C_V dT = \frac{nR}{\gamma - 1} dT$$

et, comme on a une transformation réversible :

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -P dV$$

et, comme on a une transformation adiabatique :

$$\delta Q = 0.$$

D'où :

$$\frac{nR}{\gamma - 1} dT = -P dV.$$

Or on a un gaz parfait donc $PV = nRT$ donc on a :

$$T = \frac{PV}{nR}.$$

Donc on a :

$$\begin{aligned} \frac{nR}{\gamma - 1} d\left(\frac{PV}{nR}\right) &= -P dV \\ \frac{1}{\gamma - 1} (P dV + V dP) &= -P dV \\ P dV + V dP &= -(\gamma - 1) P dV \\ V dP + \gamma P dV &= 0 \\ \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} &= 0 \quad \left. \begin{array}{l} \div PV \\ \int \end{array} \right\} \\ \ln P + \gamma \ln V &= \text{cte} \\ \ln(PV^\gamma) &= \text{cte}. \end{aligned}$$

On obtient finalement la loi de Laplace pour un gaz parfait en évolution adiabatique et réversible :

$$PV^\gamma = \text{cte.}$$

Par exemple, prenons un gaz parfait d'indice adiabatique $\gamma = 1,4$ passant d'une pression $P_1 = 1$ bar, d'un volume $V_1 = 1$ L et d'une température $T_1 = 300$ K à une pression P_2 , un volume $V_2 = 0,1$ L et une température T_2 par le biais d'une transformation adiabatique et réversible.

D'après la loi de Laplace, on a $PV^\gamma = \text{cte}$ donc on a :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma.$$

Donc on a :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 1 \times 10^{1,4} = 25,1 \text{ bar.}$$

De plus, on a $PV = nRT$ donc $P = \frac{nRT}{V}$ donc d'après d'après la loi de Laplace, on a :

$$\frac{nRT}{V} \times V^\gamma = \text{cte.}$$

On en déduit $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ donc $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ donc on a :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 300 \times 10^{0,4} = 754 \text{ K.}$$

D'où $T \neq \text{cte}$ (transformation non-isotherme).

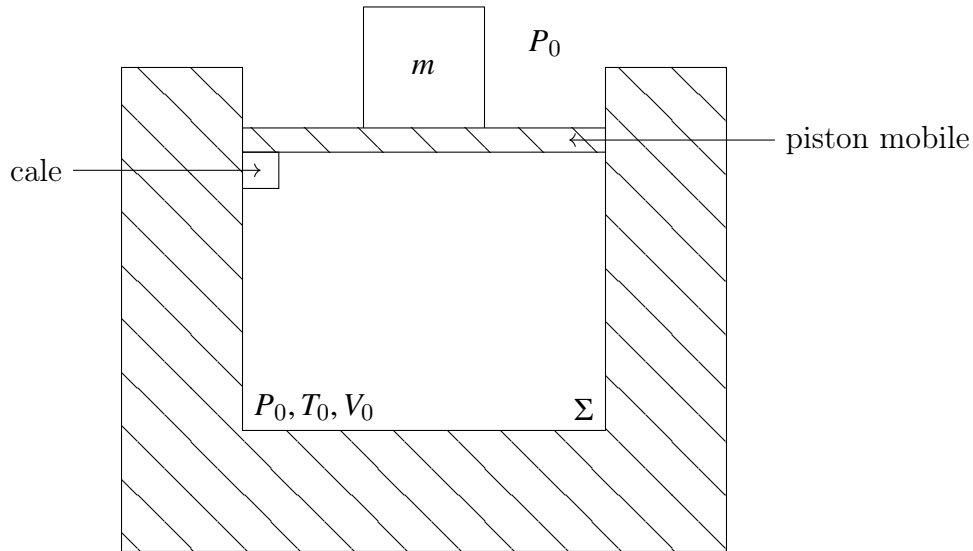
De plus, on obtient les lois de Laplace, en combinant la loi de Laplace pour un gaz parfait en évolution adiabatique et réversible et la loi des gaz parfaits :

$$PV^\gamma = \text{cte} \quad TV^{\gamma-1} = \text{cte} \quad P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte.}$$

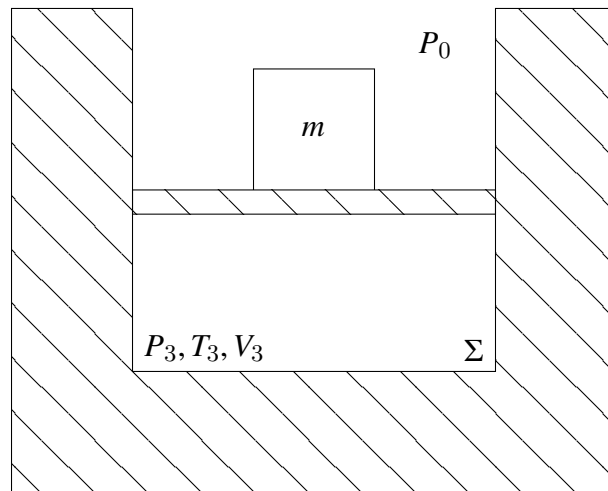
2.5.2 Cas d'une évolution irréversible

On reprend l'exemple précédent mais on supprime l'hypothèse de réversibilité :

On passe d'un état initial avec une pression $P_1 = 1$ bar, une température $T_1 = 300$ K et un volume $V_1 = 1$ L à un état final avec une pression $P_3 = 25,1$ bar, une température T_3 et un volume V_3 par le biais d'une transformation adiabatique (donc $Q = 0$ et $T \neq T_{\text{ext}}$) :



À $t = 0$, on enlève la cale :



On a :

$$P_{\text{ext}} = P_0 + \frac{mg}{S}.$$

La transformation est brutale donc P n'est pas définie à tout instant dans le système.

De plus, elle est monobare donc on a :

$$P_{\text{ext}} = P_0 + \frac{mg}{S} = \text{cte}$$

mais pas entre états d'équilibre.

À l'équilibre mécanique, on a :

$$P_3 = P_{\text{ext}} = P_0 + \frac{mg}{S} = 25,1 \text{ bar}.$$

Comme la transformation est adiabatique, on a $Q = 0$. Donc d'après le premier principe de la thermodynamique, on a :

$$\Delta U = W.$$

Or on a :

$$\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) = \frac{P_1 V_1}{(\gamma - 1) T_1} (T_3 - T_1)$$

et :

$$W = - \int_{V_1}^{V_3} P_{\text{ext}} dV = - \int_{V_1}^{V_3} \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) dV = - \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) (V_3 - V_1) .$$

Donc on a :

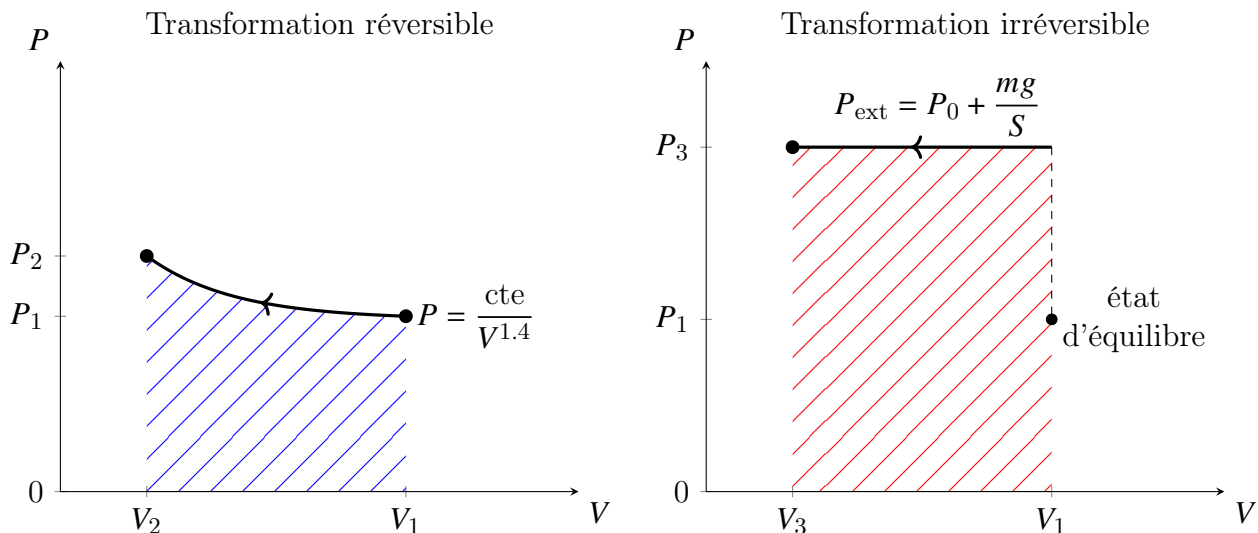
$$\frac{P_1 V_1}{(\gamma - 1) T_1} (T_3 - T_1) = - \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) (V_3 - V_1) .$$

On en déduit :

$$V_3 = 0,31 \text{ L} \quad P_3 = 25,1 \text{ bar} \quad T_3 = 2366 \text{ K} .$$

Si l'on compare ces résultats avec ceux trouvés pour la transformation réversible, on remarque que l'hypothèse de réversibilité n'est pas anodine.

Interprétation physique (travail) :



Pour la transformation réversible, on a :

$$W = - \int_{V_2}^{V_1} P_{\text{ext}} dV = - \int_{V_2}^{V_1} P dV = \text{[blue shaded box]}$$

Pour la transformation irréversible, on a :

$$W = - \int_{V_3}^{V_1} P_{\text{ext}} dV = - P_{\text{ext}} (V_3 - V_1) = \text{[red shaded box]}$$

On remarque donc que :

$$\text{[blue shaded box]} < \text{[red shaded box]}$$

2.6 Annexes

2.6.1 Quelques remarques sur la différence entre l'énergie totale E en thermodynamique et l'énergie mécanique E_m en mécanique

Si on applique le théorème de l'énergie cinétique à un système (Σ) fermé, on a :

$$\Delta E_c = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}} = W_{\text{ext,nc}} + W_{\text{ext,c}} + W_{\text{int,nc}} + W_{\text{int,c}}$$

donc on a :

$$\Delta E_c + \Delta E_p = W_{\text{ext,nc}} + W_{\text{int,nc}}$$

puisque les travaux des forces extérieures et intérieures conservatives se mettent sous la forme de l'opposé d'une variation d'énergie potentielle.

Si en plus d'être fermé on suppose (Σ) isolé, on a :

$$W_{\text{ext,nc}} = 0 \implies \Delta E_c + \Delta E_p = W_{\text{int,nc}}$$

Avec $E = E_c + E_p = E_m + U$, d'après ce que l'on vient de voir, on a :

$$\Delta E_m + \Delta U = \Delta E = W_{\text{int,nc}}$$

Si on veut que E soit conservative (*i.e.* avoir le premier principe de la thermodynamique), il faut que $\Delta E = 0$ pour (Σ) isolé et donc :

$$W_{\text{int,nc}} = 0.$$

Problème : ceci implique que toutes les forces intérieures d'interaction microscopiques dérivent d'une énergie potentielle, c'est-à-dire soient conservatives ! N'est-ce alors pas contradictoire avec l'existence en mécanique de forces de frottement non-conservatives permettant d'expliquer la dissipation d'énergie ?

Réponse : non, car ces forces de frottement sont des modèles utilisés à l'échelle macroscopique pour expliquer la disparition d'énergie mécanique. Mais la mécanique ne précise pas du tout ce que devient cette énergie mécanique perdue. La thermodynamique, en revanche, montre qu'elle se transforme en énergie interne pour (Σ) : on a $\Delta E = 0$ donc :

$$\Delta E_m < 0 \implies \Delta U > 0.$$

Conclusion :

- il faut bien faire la distinction entre l'énergie mécanique et l'énergie totale : la première n'est pas conservative tandis que l'autre l'est ;
- contrairement à la mécanique, la thermodynamique peut être qualifiée de science « achevée » en ce sens qu'elle permet de prolonger la mécanique à l'échelle microscopique.

2.6.2 Interprétation microscopique de l'expression de l'énergie interne

On peut se demander pourquoi un gaz polyatomique nécessite plus d'énergie pour être chauffé qu'un gaz monoatomique. Il faut pour répondre introduire la notion de degré de liberté.

Pour une molécule ponctuelle, il existe trois degrés de liberté : les trois directions de l'espace suivant lesquelles elle peut se déplacer. Les trois directions sont équiprobables et nécessitent donc chacune autant d'énergie, soit un tiers de l'énergie interne ou $\frac{1}{2}Nk_B T$. Statistiquement, pour chaque particule, un degré de liberté va donc nécessiter :

$$\frac{1}{3} \frac{U}{N} = \frac{1}{2} k_B T.$$

Une molécule diatomique possède plus de degrés de liberté, car comme cela a été vu en mécanique des systèmes de deux points matériels, le mouvement de la molécule se décompose en un mouvement de translation du centre d'inertie (trois degrés de liberté) composé à un mouvement de rotation autour de ce centre d'inertie. Si on imagine la molécule rigide, comme une règle, il y a deux possibilités de rotation autour des deux axes de rotation perpendiculaires à la direction de la liaison. Cela ajoute deux degrés de liberté aux trois de translations, soit cinq degrés de liberté en tout, eux aussi équiprobables. Si l'on compte comme précédemment, statistiquement, $\frac{1}{2}k_B T$ par molécule et par degré de liberté, cela fait en tout une énergie $\frac{5}{2}k_B T$ par molécule. On a alors l'énergie interne :

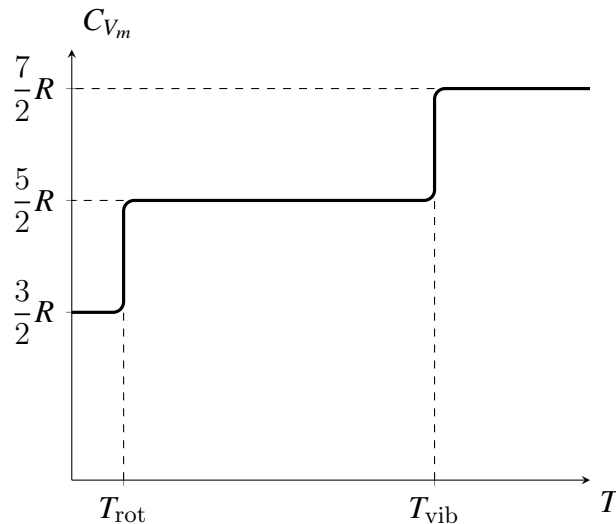
$$U = \frac{5}{2}Nk_B T = \frac{5}{2}nRT.$$

On en déduit alors la capacité thermique molaire à volume constant :

$$C_{V_m} = \frac{5}{2}R \approx 20,8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Remarque : en réalité, pour un gaz quelconque, la capacité thermique molaire à volume constant dépend de la température. Pour un gaz parfait diatomique, C_{V_m} évolue avec T de la façon suivante :

- $C_{V_m} = \frac{3}{2}R$ pour $T \leq 60 \text{ K}$;
- $C_{V_m} = \frac{5}{2}R$ pour $60 \text{ K} \leq T \leq 7000 \text{ K}$;
- $C_{V_m} = \frac{7}{2}R$ pour $T \geq 7000 \text{ K}$.



Cela signifie qu'aux très basses températures, l'énergie interne n'est due qu'aux mouvements de translation du centre d'inertie de la molécule. Les mouvements propres de rotation et de vibration n'apparaissent qu'à partir de certaines températures limites appelées T_{rot} et T_{vib} . Dans le domaine des températures usuelles de la thermodynamique ($200 \text{ K} \leftrightarrow 1000 \text{ K}$), pour les molécules usuelles (H_2 , N_2 , O_2), il y a cinq degrés de liberté.

Conclusion : l'énergie s'homogénéise entre les différents degrés de liberté du système. On parle d'équipartition de l'énergie. Chaque degré de liberté « consomme » $\frac{1}{2}k_B T$ au niveau de la molécule. Plus le nombre d'atomes augmente dans la molécule, plus le nombre de degrés de liberté augmente et plus il faut d'énergie pour pouvoir tous les exciter.

2.6.3 Cas d'un mélange de gaz parfaits

Considérons un récipient de volume V contenant plusieurs gaz parfaits à la température T , en équilibre thermodynamique.

Le nombre total de molécules de gaz est :

$$n = \sum_i n_i$$

La fraction molaire du gaz i est :

$$X_i = \frac{n_i}{\sum_i n_i} = \frac{n_i}{n}$$

La pression partielle du gaz i est :

$$p_i = \frac{n_i RT}{V}$$

Ceci revient à considérer le gaz i comme s'il était seul dans le récipient. C'est logique puisqu'il n'y a pas d'interaction entre les molécules. Ainsi, le mélange total se comporte comme un gaz parfait et on a :

$$pV = nRT \implies p = \frac{\left(\sum_i n_i\right) RT}{V}$$

On en déduit la loi de Dalton :

$$p = \sum_i p_i$$

2.6.4 Bac to basics : la température

En physique, biologie ou chimie, aucune expérience digne de ce nom ne se passe de sa mesure. Partout, elle impose sa loi : état de la matière, fonctionnement du vivant, jusqu'aux propriétés cachées des matériaux. Les physiciens détiennent-ils la clé de son sens profond ?

2.6.4.1 Qu'est-ce que la température ?

Si les mots perdaient leur sens dès lors qu'on les employait à tort et à travers, notre vocable sonnerait bien creux tellement il surgit çà et là au détour des conversations : on le confond souvent avec la chaleur, parfois avec l'énergie, voire avec un tempérament ou un état d'âme.

Pour les physiciens, la température est une grandeur couramment utilisée pour décrire un milieu. Que mesure-t-elle en réalité ? L'agitation moyenne des particules qui composent le corps : celle des atomes pour un corps simple ou des molécules pour un corps composé. Grâce à la température, le physicien se forge une idée sur l'état des particules qui composent l'objet, mais aussi celle des forces qui assurent à l'échelle microscopique la cohésion du corps. En somme, mesurer la température permet d'ausculter l'atome en palpant l'objet. De l'art et la manière d'effectuer un détour au cœur de la matière sans bourse délier, ni microscope à traîner...

Cette vision est celle qui convient le mieux au physicien d'aujourd'hui. Mais pour en arriver là, il a fallu deux siècles de réflexion... Car définir la température comme une mesure de l'agitation thermique moyenne des particules, voilà qui aurait heurté l'honnête homme du siècle passé. Quelles particules ? Quelle agitation thermique ? « *La température, c'est ce qui fixe le sens des échanges thermiques* », aurait-il lancé. En effet, tout au long de la première moitié du XIX^e siècle, les esprits scientifiques les plus fûtés s'étaient emparés d'un problème aux multiples retombées : comment améliorer les machines thermiques ? En d'autres termes, comment rentabiliser au maximum son tas de charbon ? Honneur à l'initiateur : dans son ouvrage paru en 1824, mais devenu célèbre bien après sa mort, le Français Sadi Carnot évoquait déjà le principe des machines qui allaient porter son nom : la chaleur – le fluide calorique en termes de l'époque – circule de la source ayant la plus haute température à celle ayant la température la plus basse. Ajoutez à cela, quelque vingt ans plus tard, les cogitations d'un fils de brasseur, James Prescott Joule : excellent dans l'art de la bière, il démontre que la chaleur est une forme d'énergie qui ne se conserve pas. Mais, pour que le concept s'affine et que les idées sur la nature de la température évoluent, il fallait encore le grain de sel de l'Anglais William Thomson alias lord Kelvin.

2.6.4.2 Peut-on parler de la température d'un seul atome ?

Non. Bien avant la découverte de l'atome, un génie incompris du début du XX^e siècle, l'Autrichien Ludwig Boltzmann, émit l'hypothèse que les propriétés des objets résultaient des comportements microscopiques de la matière. C'est sur ce trait d'union entre l'infiniment petit et le macroscopique que s'est construite la thermodynamique moderne. Pourtant, la température d'un atome isolé ne signifie alors pas grand-chose, et c'est là tout le paradoxe. Car bien que cette grandeur soit déterminée par l'agitation des particules, elle ne peut s'appliquer qu'à la collectivité : les divagations d'un individu n'intéressent guère le physicien qui s'inquiète plutôt des mouvements des atomes les uns par rapport aux autres. Et sachant que douze malheureux grammes de carbone contiennent $6,026 \cdot 10^{23}$ atomes (le nombre d'Avogadro), on comprend la nécessité d'adopter un point de vue collectiviste et de régler le comportement de tous par une seule loi. Or, depuis Boltzmann, entre l'individu et la société il y a la statistique et ses règles d'or égalitaristes, attribuant la même probabilité à toutes les configurations que peuvent prendre les atomes. Du coup, lorsque l'on chauffe un corps, ses constituants en bénéficient en moyenne de manière équitable : dans un corps, à une température donnée, à un instant donné, des frénétiques peuvent côtoyer des flegmatiques et, l'instant d'après, se comporter tous comme un bataillon d'excités... Mais la distribution des rôles reste constamment orchestrée par les lois de Boltzmann. C'est pourquoi la température est une grandeur statistique et qu'elle ne représente que l'agitation thermique moyenne. La température d'un seul atome n'a de sens que si celui-ci est en contact avec une collection d'atomes.

2.6.4.3 Deux corps à la même température se comportent-ils de la même manière ?

Pas vraiment. Petite démonstration : prenons deux pots, l'un en fer et l'autre en terre, ayant la même température de 50°C . Dans une pièce isolée à 20°C , ils vont tous les deux commencer par se refroidir, donc dégager de la chaleur pour atteindre pratiquement 20°C : « pratiquement », car les deux pots vont à leur tour un peu réchauffer la pièce, même si leur masse est bien trop petite pour que ce réchauffement soit perceptible. Cependant, ils ne vont pas dégager la même quantité de chaleur pour se refroidir. Tout dépend de leur capacité calorifique, qui est propre à chaque matériau.

Certains dégagent beaucoup de chaleur pour atteindre les 20°C , d'autres bien moins. Que se passe-t-il donc dans leur for intérieur ? D'aucuns encaissent mine de rien toute l'agitation de leurs entrailles, tandis que d'autres ne veulent rien savoir de ce gargouillis interne. Impassibles à la bougeotte de leurs atomes. Pourquoi ? Tout dépend du degré de liberté des atomes dudit matériau : plus ils sont capables de se tortiller dans tous les sens, dansant sur tous les modes possibles (exhibant des mouvements de translation, de vibration et de rotation), plus leur capacité calorifique est grande. Résultat : il leur faut dépenser beaucoup de chaleur pour perdre un petit degré. La capacité calorifique du fer et de la terre ne sont pas les mêmes.

Mais au bout d'un quart d'heure le pot de fer refroidi peut narguer le pot en terre qui est encore tout chaud. Là aussi terre et fer diffèrent : le second évacue rapidement ses soubresauts, tandis que le premier peine à transmettre sa chaleur interne. Ses atomes sont rangés de manière plus régulière et transmettent leur agitation de proche en proche. Tout dépend de la conductivité thermique du matériau.

Le premier paramètre agit dans l'instant, le second opère dans le temps. Les choses se compliquent toutefois quand on sait que la conductivité thermique et la capacité calorifique pour un solide dépendent elles-mêmes de la température !

2.6.4.4 Comment mesure-t-on la température ?

Avec un thermomètre, pardi ! Sauf que ces instruments de mesure peuvent prendre différentes formes et figures... Deux types de graduation peuvent porter la mesure de la température, chacune arborant le nom de leur inventeur. Celle de Celsius, qui remonte vers 1742, est centésimale, – c'est-à-dire comprend cent graduations entre deux points fixes (0 pour la température de la glace fondante et 100 pour celle de l'eau bouillante à pression atmosphérique).

L'échelle de température thermodynamique date de 1852. Elle est l'œuvre de William Thomson, qui deviendra plus tard Lord Kelvin. L'Écossais, ayant fait un détour sur le continent, a beaucoup utilisé non seulement ses neurones, mais aussi ses talents d'expérimentateur dans les machines de Carnot, qui avait remarqué que la chaleur échangée ne dépend que du rapport entre la température de la source chaude et celle de la source froide. Et que le rapport entre le travail produit et la chaleur absorbée définit le rendement d'une machine. Thomson s'est mis alors en tête de déterminer la température qui permet le meilleur rendement : pour le cas idéal où le rendement est égal à un, on trouve en extrapolant vers les basses températures que la source froide doit afficher une température de $-273,15\text{ K}$. L'échelle absolue des températures venait de naître. Le choix de ce zéro absolu (qui fixe le point triple de l'eau à $273,16\text{ K}$) facilitera considérablement les concepts thermodynamiques : il évite les températures négatives et des zéros aux dénominateurs, terreurs des mathématiciens. Mais toute sa portée ne se révélera qu'un peu plus tard...

Quant aux thermomètres, ils possèdent dans l'ensemble le même principe de fonctionnement : ils visent tous un corps, solide, liquide ou gaz, dont le comportement en fonction de la température est

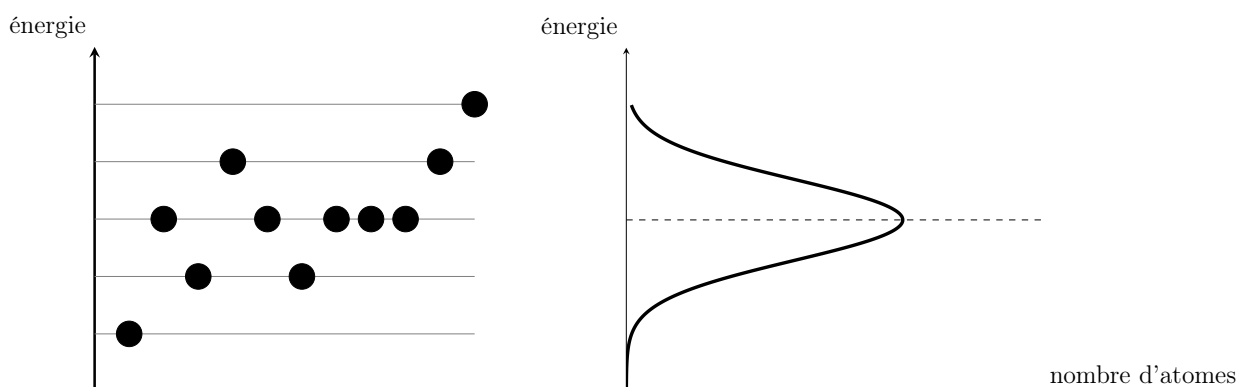
bien connu et bien calibré. Si, en outre, celui-ci obéit à une loi simple, alors nous tenons tous les ingrédients indispensables pour fabriquer un thermomètre. Par exemple, un gaz contenu dans un volume défini voit sa pression augmenter avec la température. Mesurer l'augmentation de pression revient alors directement à mesurer la température. Le mercure de nos thermomètres d'antan est un liquide dont la dilatation volumique avec la température est bien calibrée. Il suffit de connaître le volume de mercure pour accéder à la température...

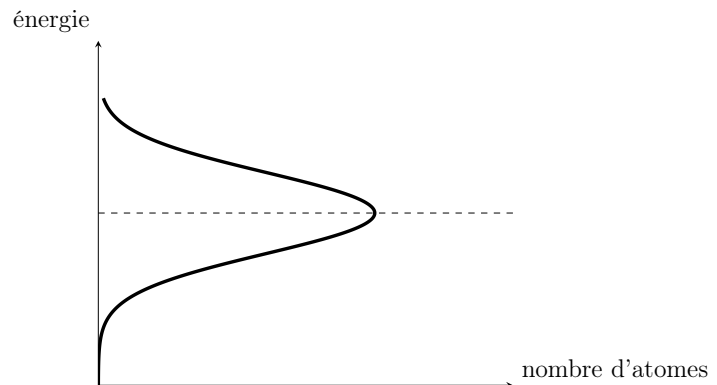
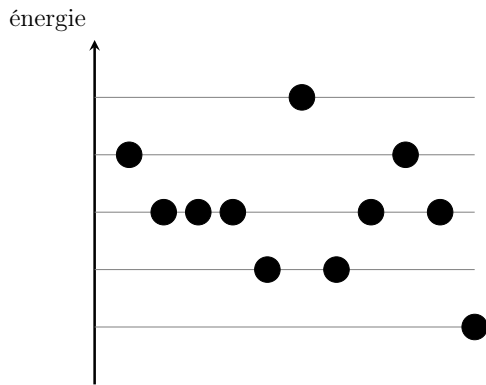
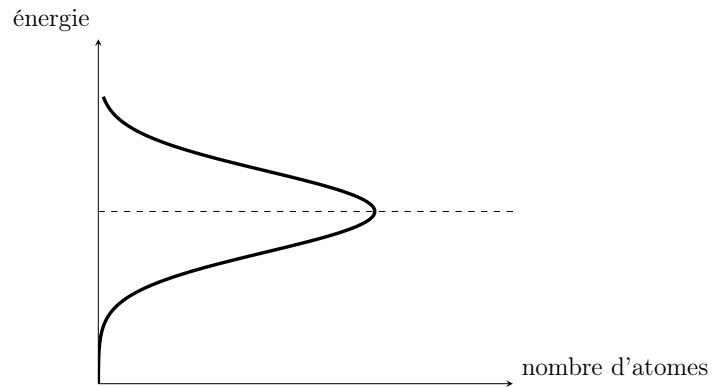
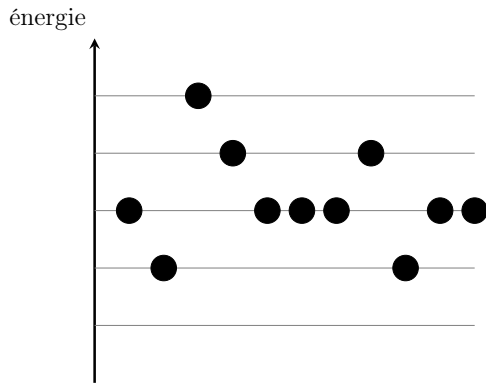
2.6.4.5 À quelle température les atomes ne s'agitent-ils donc plus ?

Aucune. On a beau abaisser autant que possible la température, les atomes restent animés des mouvements de vibration, de rotation et de translation qui les caractérisent. Mais il est possible de les assagir sérieusement : à la température du zéro absolu, soit à $-273,15\text{ K}$, ils se retrouvent tous dans le même état, l'état fondamental. Pour illustrer cette configuration extrême, on peut prendre l'exemple d'un régiment, chaque soldat représentant un atome. À température élevée, l'agitation thermique moyenne des atomes, autrement dit la température, peut être comparée au taux d'alcoolémie des membres de la patrouille : or, chacun le sait, une armée de soûlards ne marche pas au pas. Outre les traîne-savates qui prennent du retard, il y a ceux qui s'égareront à gauche ou à droite, un peu, beaucoup, au gré de leur humeur. Le commandant qui se retourne fréquemment pour les surveiller peut les surprendre dans toutes les configurations possibles et imaginables : deux à droite, un à gauche, cinq dans le rang, ou bien encore trois à gauche, deux à droite, trois dans le rang... Or, plus ils sont soûls, plus le nombre de configurations qu'ils donnent à voir à leur commandant est élevé. Cela fait pour le moins désordre... De la même manière, plus la température est élevée, plus les atomes s'agitent et sont susceptibles de se placer de manière différente. Le nombre de configurations possibles indique si un système renferme beaucoup de désordre. Or, il apparaît bien que ce désordre est directement proportionnel à la température.

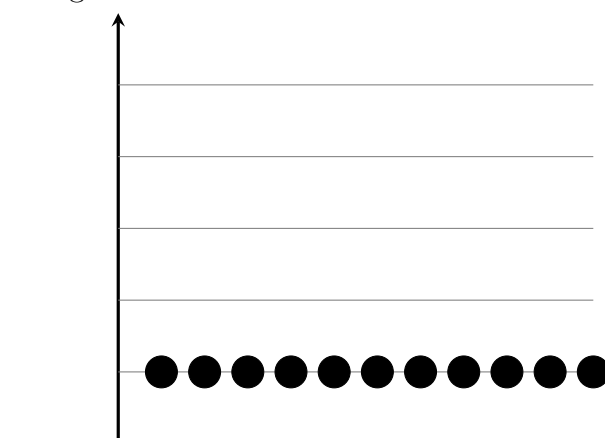
La multitude d'états possibles que peut prendre un système est en fait une notion importante pour les physiciens : c'est l'entropie du système. Or, à la température du zéro absolu, l'entropie est nulle, et le désordre pareillement. L'échelle définie auparavant par Lord Kelvin pour déterminer le rendement maximal d'une machine thermique a donc une portée bien plus profonde. Que se passe-t-il chez les atomes et les soldats ? Disons que le froid dessoûle sérieusement. Les atomes sont contraints à occuper leur niveau d'énergie le plus bas, le même pour tous, l'état fondamental. Résultat : chez les atomes, une seule configuration l'emporte. Au sein du régiment, chacun a recouvré ses esprits et marche au pas. Le commandant a beau se retourner, pas une seule tête ne dépasse : le degré zéro du désordre, sans que les hommes restent figés. L'entropie d'un tel système est nulle, et il règne une température de $-273,15\text{ K}$. Cette valeur de la température garantit une entropie nulle à tous les atomes quels qu'ils soient : on perçoit alors le sens profond de l'échelle absolue de température définie auparavant par Kelvin.

Désordre ($T = 300\text{ K}$)





État fondamental ($T = 0 \text{ K}$)



À la température du zéro absolu, tous les atomes sont dans leur état de plus basse énergie. Dès que la température s'élève, les atomes s'écartent de cet état fondamental : à une température donnée, leur agitation thermique moyenne peut résulter d'un grand nombre de configurations différentes à l'échelle atomique (trois sont représentées ici).

2.6.4.6 Quelle est l'étendue des valeurs que peut prendre la température ?

Les 300 K qui règnent sur Terre laissent l'eau s'écouler en rivière, jaillir en cascades. C'est la condition préalable à l'émergence de la vie sur la planète. Cette température clémente règne-t-elle ailleurs dans l'Univers ? Nul ne le sait aujourd'hui, mais les plus extrêmes s'y côtoient : le gaz qui est en passe d'être englouti par les astres les plus denses, trous noirs ou étoiles à neutrons, affiche une température de plus d'un million de degrés. Ainsi chauffée, la matière se transforme en plasma : les électrons se libèrent du giron de l'atome, et le noyau part en solitaire. Un véritable océan d'électrons et de noyaux atomiques à la dérive. Or, cet état de la matière est extrêmement courant dans l'Univers : ce

gaz chaud émet des rayons très énergétiques, des X et des gamma, que l'on peut capter grâce aux satellites d'observations astronomiques.

Mais les températures à proximité d'un trou noir sont sans commune mesure avec celles qui font le quotidien des théoriciens. Les cosmologistes qui tentent d'expliquer à coup d'équations les premiers instants de l'Univers ont estimé la température qui colle à leurs modèles : ainsi après un milliardième de seconde après le Big Bang, aurait régné une température de 10^{13} K, indispensable pour la formation des premières particules stables, les protons et les neutrons, éléments des futurs noyaux atomiques...

Côté basses températures, la nature se fait largement doubler par les expériences de laboratoire : des solides entiers ont pu être refroidis jusqu'à quelques millièmes de Kelvin, tandis que les atomes froids frisent quelques milliardièmes de Kelvin. Qu'est-ce qui distingue un atome froid de son cousin réchauffé ? L'atome glacé reste comme suspendu dans le vide, sans cette agitation thermique qui distingue son état habituel lorsqu'il est enfoui au sein d'un objet à température ambiante. Pour le tenir ainsi, on braque sur sa personne une multitude de lasers d'égale intensité. Quant à l'intérêt de l'opération... ce n'est pas de voir son nom gravé dans le livre des records, mais de manipuler les atomes quasiment comme des prunes : les déplacer un par un et les compter. Dans quel but ? Celui de vérifier les lois de la physique quantique, et, à plus long terme, de fabriquer des faisceaux laser où les grains de lumière seront remplacés par les atomes.

2.6.4.7 Quelle gamme de températures convient à la vie ?

Aux températures élevées, la matière a la faculté – en fournissant de l'énergie interne sous forme de chaleur – d'arracher un électron à un atome et ainsi de l'ioniser. Or, il s'agit là du principe même de la réactivité chimique. La température impose la vitesse des réactions chimiques : oxydation, digestion, putréfaction, tout ce qui relève de la chimie lui doit une fière chandelle. Sans oublier la vie qui englobe une multitude de réactions : le métabolisme du vivant n'est possible que dans une gamme restreinte de températures. Si les 37°C du corps humain optimisent la vitesse des réactions chimiques, c'est en grande partie à cause de l'existence de l'eau sous sa forme liquide. C'est elle qui se charge, par le biais des fluides biologiques, de transporter et de distribuer les substances nécessaires aux différents organes. La vie est-elle possible sans eau liquide ? Jamais vu, jamais envisagé, répondent en chœur les exobiologistes. Mais des cas d'adaptation aux températures extrêmes sont suivis de très près. Côté forte température, le record du vivant dépasse la centaine de degrés : à proximité des sources hydrothermales des grands fonds, dans une eau à plus de 100°C où pullulent des colonies de micro-organismes...

À l'autre bout de l'échelle, les psychrophiles sont des organismes unicellulaires qui se contentent d'un petit 20°C , voire moins. Certains restent en vie à des températures de -12°C . Non pas qu'ils se passent d'eau liquide, vivant au ralenti, mais parce qu'ils ont la faculté de conserver l'eau sous forme liquide à des températures inférieures au point de congélation. Leur secret ? Le même que des milliards d'automobilistes pris par le froid hivernal : la cellule psychrophile produit des molécules antigel à base de sucre et d'alcool.

L'antigel est aussi la substance fétiche de certaines personnes qui, séduites par la cryogénisation, ont émis le désir de se réveiller un jour dans un monde meilleur : après leur mort, les fluides vitaux de leurs corps ont été remplacés par... du glycérol... qui est censé préserver leur dépouille dans un état de conservation telle que, des années plus tard, les progrès de la science aidant, ils puissent revenir à la vie. L'escroquerie a rencontré quelque succès outre-Atlantique. De leur côté, les cryobiologistes ont déjà réussi la conservation de cellules : les banques de sang et de sperme utilisent des méthodes de conservation par le froid. Mais leur objectif pour les prochaines décennies est de concevoir une banque d'organes : des reins, foies ou poumons à prélever, à conserver et au besoin à transplanter, parfois bien longtemps après. La difficulté dans ce domaine est de refroidir très rapidement – vitrifier, car la

même technique est utilisée pour produire des verres –, afin que les cristaux de glace ne puissent pas se former. En effet, l'eau en gelant voit son volume augmenter et ferait éclater les membranes. De plus, la glace en se constituant abandonne ses sels minéraux. L'antigel idéal se laisse encore désirer.

2.6.4.8 Pourquoi tenter d'atteindre de très basses températures ?

Pour démasquer la vraie nature de la matière : la température, à cause de l'agitation qu'elle provoque chez les atomes, cache quelques phénomènes fondamentaux dont la compréhension éclairerait tout un pan de la physique. La supraconductivité, par exemple, en fait partie : il s'agit de la faculté de transporter du courant sans perte. En dessous d'une certaine température critique, la résistivité électrique du matériau devient pratiquement nulle, il devient alors supraconducteur. Seulement les matériaux disponibles ont des températures critiques si basses qu'aujourd'hui le gain d'énergie ne rembourserait pas le coût du refroidissement. Du coup, l'utilisation des supraconducteurs est pour l'instant limitée aux instruments de mesure des très faibles champs magnétiques, aux outils de diagnostic médical fonctionnant sur la base de la résonance magnétique nucléaire, ou encore au sein de gros accélérateurs de particules.

Une autre propriété de la matière est à mettre en parallèle avec la supraconductivité : elle se manifeste chez l'hélium 4 liquide. Placé dans un récipient, celui-ci grimpe aux parois pour se déverser spontanément. En effet, en dessous d'une certaine température critique, l'hélium 4 perd toute viscosité : il se transforme en un fluide parfait qui n'oppose aucune adhérence aux parois. Ces deux bizarreries qui se manifestent à basse température sont encore dans l'attente d'une théorie qui rende compte de tous leurs aspects.

Chapitre 3

Second principe de la thermodynamique

Sommaire

3.1	Phénomènes irréversibles	64
3.1.1	Limites du premier principe, nécessité d'un deuxième principe	64
3.1.2	Les principales causes d'irréversibilité	65
3.1.2.1	Sens naturel ou spontané des transformations	65
3.1.2.2	Frottements solides et frottements fluides	65
3.1.3	Réversibilité, irréversibilité	66
3.2	Second principe de la thermodynamique	66
3.2.1	Énoncé	66
3.2.2	Conséquences immédiates	67
3.2.3	Température et pression thermodynamiques	67
3.2.3.1	Première identité thermodynamique	67
3.2.3.2	Deuxième identité thermodynamique	68
3.2.4	Cas d'une transformation réversible	68
3.2.5	Transformation monotherme	68
3.2.5.1	Notion de thermostat	68

3.1 Phénomènes irréversibles

3.1.1 Limites du premier principe, nécessité d'un deuxième principe

Nous avons introduit, dans l'énoncé du premier principe, les notions de transfert thermique et de travail. Nous avons pu constater que ces deux notions traduisent des transferts d'énergie et qu'a priori rien ne différencie ces deux notions, qui ont d'ailleurs la même unité.

Le premier principe pour un cycle de transformations thermodynamiques s'écrit :

$$\Delta U = W + Q = 0 \implies Q = -W.$$

C'est-à-dire qu'il semble qu'il y ait équivalence entre Q et W . En particulier, le premier principe peut laisser penser que le moteur ($W < 0$) en contact avec une seule source de chaleur ($Q > 0$) peut exister et qu'il a un rendement égal à 1 puisque $|W| = |Q|$. Cependant, l'expérience prouve que ce moteur n'existe pas (*cf.* chapitre sur les machines thermiques).

D'autre part, rien n'interdit dans le premier principe d'inverser le sens d'une machine thermique, c'est-à-dire de pouvoir lui faire décrire un cycle dans le sens horaire ou trigonométrique : autrement dit, d'après le premier principe, il serait par exemple possible d'utiliser un réfrigérateur pour faire avancer une voiture !

Cet exemple du fonctionnement d'une machine thermique est tout à fait représentatif du rôle du premier principe : il nous permet de faire des bilans d'énergie au cours de diverses transformations d'un système, mais il ne nous renseigne pas du tout sur le sens naturel de ces transformations. Ces transformations sont dites irréversibles et l'expérience prouve l'existence d'un sens unique d'évolution et donc l'impossibilité des transformations inverses.

Ainsi, le premier principe est insuffisant pour expliquer ces phénomènes et étudier la notion d'irréversibilité.

3.1.2 Les principales causes d'irréversibilité

3.1.2.1 Sens naturel ou spontané des transformations

Certains phénomènes naturels sont irréversibles car ils tendent à réuniformiser une distribution non homogène (concentration de matière, température, concentration de charges, etc...).

Non homogénéité de concentration : transfert de particules.

Un flacon de parfum ouvert à l'air libre laisse s'évaporer une odeur se répandant dans tout l'espace environnant : des molécules odorantes se sont déplacées de la solution (zone de forte concentration) vers l'air extérieur (zone de faible concentration). Si l'on considère le système global « parfum + air extérieur », la transformation spontanée tend à l'uniformiser.

Non homogénéité de température : transfert thermique.

Une casserole d'eau chaude laissée à l'air libre se refroidit : de l'énergie thermique se perd par rayonnement, par conduction (à travers le support matériel), et par convection (l'air chaud au contact de la casserole a tendance à se déplacer vers des régions plus froides). Pour le système global « casserole d'eau chaude + air extérieur », le transfert thermique se fait spontanément du corps chaud vers le corps froid, et tend à réuniformiser la température.

Dans les deux cas présentés, l'évolution spontanée inverse ramenant le système à son état initial n'est jamais observée. En conclusion, ces transformations constituent des processus irréversibles. On peut remarquer que cela revient à faire intervenir le temps comme nouveau paramètre : l'évolution d'un système isolé est associée au sens d'écoulement du temps, encore dit flèche du temps.

3.1.2.2 Frottements solides et frottements fluides

Les forces de frottement sont des causes d'irréversibilité car elles sont toujours résistives donc dissipatives.

Le frottement fluide se définit en mécanique par une force proportionnelle et opposée à la vitesse, donc il intervient quel que soit le sens du mouvement mais on peut le rendre quasi négligeable si l'on effectue un déplacement infiniment lent.

Par contre, le frottement solide est proportionnel au déplacement et indépendant de la vitesse. Par

conséquent, il est toujours créateur d'une force résistive quels que soient le sens et la vitesse du mouvement. Pour le minimiser, on peut lubrifier les surfaces en regard, mais on ne peut l'annuler.

Remarque : l'effet Joule est lui aussi toujours dissipatif. L'énergie est toujours dissipée, quel que soit le sens du courant. On peut l'interpréter par une force de frottement fluide, traduisant le freinage ressenti par les porteurs de charge.

3.1.3 Réversibilité, irréversibilité

Les transformations réversibles ont déjà été évoquées dans le chapitre sur le premier principe, mais c'est grâce au deuxième principe que cette notion peut être développée.

Une transformation est dite réversible si une modification infiniment petite des paramètres extérieurs permet d'en inverser le sens.

Une transformation réelle est en général non-réversible, mais on peut parfois réaliser des transformations réelles dont les états successifs sont très voisins d'une transformation réversible qui apparaît comme une transformation idéale limite.

Mais pourquoi s'intéresse-t-on à des transformations réversibles ? Tout d'abord, pour une machine fonctionnant avec de telles transformations qui sont idéales, les pertes sont minimisées et le rendement augmenté. D'autre part, on a vu dans le chapitre sur le premier principe qu'il est souvent plus aisé de calculer les échanges d'énergie lorsque la transformation est réversible.

Ainsi, il arrive bien souvent que l'on fasse l'hypothèse qu'une machine est réversible sachant qu'alors, le rendement calculé est maximal (*cf.* chapitre sur les machines thermiques). Le rendement réel est toujours inférieur au rendement calculé dans le cas réversible.

3.2 Second principe de la thermodynamique

3.2.1 Énoncé

Rappel : le premier principe $\Delta U = W + Q$ a permis de faire des bilans d'énergie. C'est un principe de conservation.

Problème : il ne nous dit pas si une transformation est possible ou non (sens d'évolution).

On introduit donc une nouvelle grandeur non-conservative, l'entropie, notée S et telle que :

$$\Delta S = S_e + S_c$$

de manière à avoir $\Delta S = S_c$ si le système est isolé.

Dans le cas d'une transformation réversible, on a $S_c = 0$. Sinon, on a $S_c > 0$.

Énoncé : pour tout système thermodynamique fermé, on peut définir une fonction d'état extensive notée S et appelée entropie, et telle que :

- au cours d'une transformation adiabatique, S ne peut qu'augmenter ($\Delta S \geq 0$) ;
- au cours d'une transformation quelconque, on a la variation d'entropie $\Delta S = S_e + S_c$ où S_e est l'entropie échangée et $S_c \geq 0$ est l'entropie créée.

Ce principe est un principe d'évolution.

3.2.2 Conséquences immédiates

Le travail W n'a aucune conséquence immédiate sur l'entropie.

Remarque : de même qu'on a, pour le premier principe :

$$\Delta U = W + Q \iff dU = \delta W + \delta Q$$

on a, pour le second principe :

$$\Delta S = S_e + S_c \iff dS = \delta S_e + \delta S_c.$$

S est une fonction d'état et ΔS ne dépend pas du chemin suivi, là où S_e et S_c ne sont pas des fonctions d'état et dépendent donc du chemin suivi.

Dans le cas d'une évolution quelconque, on a $S_e \leq 0$ et $S_c \geq 0$ donc on a :

$$\Delta S \leq 0.$$

Si on considère une transformation d'un état 1 vers un état 2 réversible et adiabatique et ensuite une transformation de l'état 2 vers l'état 1 réversible et adiabatique, on a :

$$\Delta S = S_1 - S_2 = S_c = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S = S_2 - S_1 = S_c = 0$$

donc $\Delta S = 0$. On parle de transformation isentropique.

Au cours d'une transformation adiabatique et non-réversible, on a :

$$\Delta S = S_c > 0.$$

Donc l'entropie ne peut qu'augmenter et l'état d'équilibre correspond à l'entropie maximale S_{\max} .

3.2.3 Température et pression thermodynamiques

3.2.3.1 Première identité thermodynamique

S est une fonction d'état donc dépend des paramètres d'état (P, V, T, \dots) .

Donc l'énergie interne U peut-être décrite à partir de (T, V) mais aussi de (S, V) .

On aurait donc :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S dV.$$

On définit la température et la pression thermodynamiques :

$$P = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S \quad \text{et} \quad T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V$$

On obtient la première identité thermodynamique :

$$dU = -P dV + T dS.$$

On repart du premier principe :

$$\Delta U = W + Q$$

$$dU = \delta W + \delta Q$$

$$dU = -P_{\text{ext}} dV + \delta Q$$

Lors d'une transformation réversible, on a $P = P_{\text{ext}}$ et on obtient $\delta Q = T dS$ donc :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

On obtient aussi $S : \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$.

3.2.3.2 Deuxième identité thermodynamique

On a :

$$\begin{aligned} H &= U + PV \\ dH &= dU + V dP + P dV \\ &= -P dV + T dS + V dP + P dV \\ &= V dP + T dS \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right) d$$

C'est la deuxième identité thermodynamique.

3.2.4 Cas d'une transformation réversible

On a :

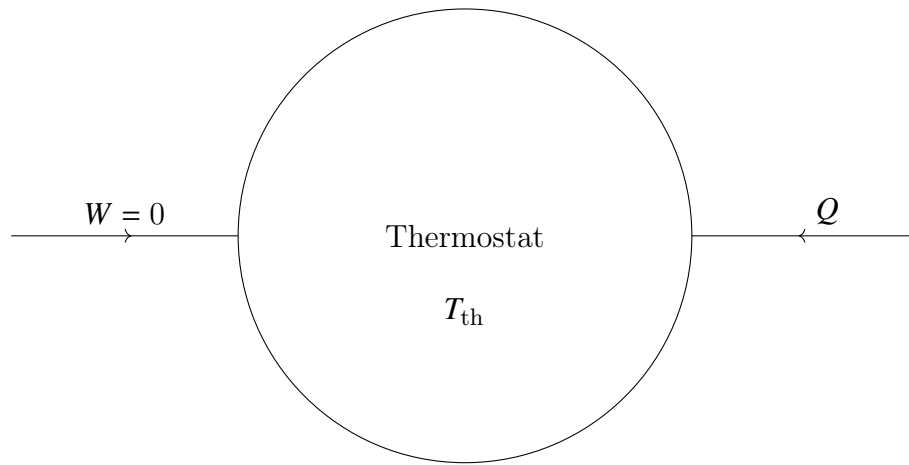
$$\begin{aligned} dS &= \frac{\delta Q}{T} \\ \Delta S &= \int \frac{\delta Q}{T} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right) \int$$

Donc un transfert thermique Q , même effectué réversiblement, peut faire varier l'entropie.

3.2.5 Transformation monotherme

3.2.5.1 Notion de thermostat

Un thermostat est un système thermodynamique ne pouvant échanger de l'énergie que sous forme de transfert thermique.



De plus, on a $T_{\text{th}} = \text{cte}$.

★★ À FINIR ★★

Chapitre 4

Changements d'état du corps pur

★★ À VENIR ★★

Chapitre 5

Machines thermiques

★★ À VENIR ★★

Troisième partie

Électricité

Chapitre 1

Introduction à l'électrocinétique

Sommaire

1.1	Les porteurs de charge électrique	74
1.1.1	Nature et déplacement des porteurs de charge	74
1.1.1.1	Conduction dans les solides	74
1.1.1.2	Conduction dans les liquides	75
1.1.1.3	Conduction dans les gaz	75
1.1.2	Les différents types de courants	75
1.1.2.1	Courants particuliers	75
1.1.2.2	Courants de conduction	75
1.1.2.3	Courants de convection	75
1.2	Le courant électrique	76
1.2.1	Intensité et sens conventionnel du courant	76
1.2.2	Conservation de la charge et loi des nœuds	76
1.2.3	Densité volumique de charge	77
1.2.4	Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)	77
1.2.5	La tension électrique	78
1.3	Dipôle électrocinétique	80
1.3.1	Définition	80
1.3.2	Puissance reçue par un dipôle	80
1.3.3	Caractéristique d'un dipôle	81
1.3.4	Les dipôles fondamentaux	82
1.3.4.1	Dipôles passifs	82
1.3.4.2	Dipôles actifs	83
1.4	Simplification des circuits	85
1.4.1	Lois d'association des dipôles	85
1.4.1.1	Résistances	85
1.4.1.2	Condensateurs	86
1.4.1.3	Bobines	88
1.4.2	Pont diviseur de tension	90
1.4.3	Pont diviseur de courant	90
1.4.4	Générateur réel	91

Introduction

L'électrocinétique est la science qui permet d'étudier les circuits et les grandeurs électriques (tension, courant, charge...).

On distingue le régime continu ($f = 0$ Hz) et le régime variable (f va de 0 à quelques GHz).

1.1 Les porteurs de charge électrique

Par définition, un courant électrique est un déplacement d'ensemble ordonné de particules chargées. Évidemment, la nature de ces particules dépend du milieu dans lequel elles se trouvent.

1.1.1 Nature et déplacement des porteurs de charge

1.1.1.1 Conduction dans les solides

Les conducteurs solides sont les plus usuels.

Les atomes sont constitués d'électrons (de charge $-e$), de protons (de charge $+e$) et de neutrons (de charge nulle).

e est la charge élémentaire :

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Globalement, la matière est neutre, mais dans certains solides, il peut y avoir une modification de la répartition des charges dans l'espace : c'est ce qui fait la différence entre les solides conducteurs (appelés aussi métaux) et les isolants.

Dans les métaux, chaque atome peut libérer facilement un ou deux électrons (en moyenne) qui deviennent alors des électrons libres. Un métal est donc un réseau d'ions de charge strictement positive au travers duquel peuvent se déplacer des électrons libres (on parle de « nuage » d'électrons libres).

Conducteur au repos : les cations effectuent des oscillations de faible amplitude autour de leur position d'équilibre, alors que les électrons ont un mouvement complètement aléatoire d'agitation thermique ($v \approx 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Globalement, il n'y a donc aucun déplacement de particules.

Déplacement d'ensemble : si l'on crée une différence de potentiel (donc un champ électrique \vec{E}) entre deux extrémités d'un conducteur, les électrons libres sont entraînés ($\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$) alors que les cations restent fixes (ils sont piégés dans le réseau cristallin). On a donc un mouvement d'ensemble de conduction électrique : c'est le courant électrique.

Un solide isolant est donc un solide qui contient très peu d'électrons libres, voire aucun, sauf à haute température.

Les solides semi-conducteurs ont une nature intermédiaire entre les conducteurs et les isolants. À température usuelle, le nombre d'électrons libres est faible, mais celui-ci peut augmenter très rapidement lorsque la température augmente ou sous l'effet d'une différence de potentiel. C'est donc parce que leur conductivité électrique est « variable » et « commandable » que les semi-conducteurs

comme le silicium et le germanium sont très largement utilisés dans les composants électroniques usuels (diodes, transistors, A.O., etc...).

1.1.1.2 Conduction dans les liquides

Les liquides conducteurs sont appelés des électrolytes. Ils contiennent des ions dont la migration assure la conduite électrique.

Cette propriété est notamment utilisée en conductimétrie pour déterminer les évolutions des concentrations des différentes espèces ioniques dans une solution.

1.1.1.3 Conduction dans les gaz

Dans les conditions usuelles, les gaz ne sont pas conducteurs. Cependant, ils peuvent s'ioniser et devenir très conducteurs s'ils sont portés à de très hautes températures (plasma) ou s'ils sont soumis à des champs électriques très intenses (foudre).

Le champ disruptif de l'air est $E \approx 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

Ceci signifie que si dans l'air on approche deux conducteurs à $1 \mu\text{m}$ l'un de l'autre en maintenant entre eux une différence de potentiel de 1 V, il y aura court-circuit par étincelle.

1.1.2 Les différents types de courants

1.1.2.1 Courants particuliers

Déplacement de particules chargées dans le vide.

Exemple : faisceau électronique dans un tube cathodique.

1.1.2.2 Courants de conduction

Déplacement de porteurs de charge dans un milieu matériel immobile.

Exemples : électrons dans les métaux, ions dans les électrolytes, etc...

1.1.2.3 Courants de convection

Déplacement de charges provoqué par le mouvement du support matériel chargé dans le référentiel d'étude, les charges étant fixes par rapport au support mobile.

1.2 Le courant électrique

1.2.1 Intensité et sens conventionnel du courant

Le courant électrique résulte du déplacement d'ensemble des porteurs de charge dans un milieu matériel. Par définition, l'intensité i du courant électrique à travers une surface S est la quantité de charges qui traversent par unité de temps. On a :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

avec

i l'intensité du courant qui traverse la surface S (en A)

q la charge électrique qui traverse la surface S (en C)

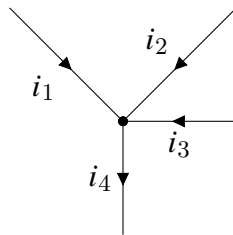
t le temps (en s).

On dit que i est le flux de charge.

De plus, $i = \frac{dq}{dt}$ est une relation algébrique donc $i \leq 0$, selon le sens de déplacement des charges et selon la nature des porteurs de charge.

1.2.2 Conservation de la charge et loi des nœuds

La charge q ne peut être ni créée ni détruite. C'est une grandeur conservative : elle se conserve si le système est isolé. La quantité de charges qui arrive à un nœud de jonction est donc égale à celle qui en repart.



On a :

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_4 \quad \text{ou} \quad \sum_k \varepsilon_k i_k = 0$$

avec

i_k le courant dans la branche k

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & \text{si le courant est dirigé vers le nœud} \\ -1 & \text{si le courant est dirigé à partir du nœud} \end{cases}$$

C'est la loi des nœuds (ou première loi de Kirchhoff).

1.2.3 Densité volumique de charge

On définit la quantité de charges électriques par unité de volume (en $\text{C} \cdot \text{m}^{-3}$) :

$$\rho_V = \frac{dQ}{d\tau}$$

avec

dQ : charge (en C)

$d\tau$: volume (en m^3)

Dans un échantillon élémentaire de volume $d\tau$, on compte la charge dQ .

Soit dN le nombre de porteurs de charge dans $d\tau$. S'il s'agit d'électrons, chacun porte la charge $-e$.

Donc :

$$dQ = -e dN.$$

On pose $n = \frac{dN}{d\tau}$ la densité volumique de porteurs de charge.

On a donc :

$$dQ = -e dN$$

$$\frac{dQ}{d\tau} = -e \frac{dN}{d\tau}$$

$$\rho_V = -en$$

Dans un métal, chaque atome libère un ou deux électrons en moyenne. Donc :

$$n = 10^{29} \text{ m}^{-3}.$$

Donc :

$$\rho_V = -en = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10 \cdot 10^{29} \approx 10^{10} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}.$$

1.2.4 Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Régime continu : toutes les grandeurs électriques sont des constantes du temps.

Régime variable : les grandeurs électriques sont des fonctions périodiques à la fréquence f .

Si les variations des grandeurs électriques sont lentes, les lois de l'électrocinétique en régime variable sont les mêmes qu'en régime continu.

En réalité, les grandeurs électriques sont des ondes électromagnétiques qui se propagent à la célérité $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Dans un conducteur de longueur ℓ , le temps de propagation est donc :

$$\tau = \frac{\ell}{c}.$$

Pour être dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, il faut vérifier que τ est très inférieur à $T = \frac{1}{f}$ avec f la fréquence du générateur, le temps de variation des sources (*i.e.* le générateur). Autrement dit :

$$\text{ARQS} \iff \tau \ll T$$

$$\iff \frac{\ell}{c} \ll \frac{1}{f}$$

$$\iff \ell \ll \frac{c}{f}.$$

Avec le réseau domestique (230 V et 50 Hz) :

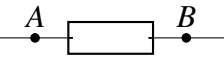
$$\text{ARQS} \iff \ell \ll \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} = 6000 \text{ km}.$$

Ainsi, à l'échelle domestique, on est toujours dans l'ARQS donc les règles de l'électrocinétique s'appliquent. On ne tient pas compte des phénomènes de propagation.

En TP on a des circuits de longueur $\ell = 1 \text{ m}$ donc on est dans l'ARQS si $f \ll 300 \text{ MHz}$. On utilise donc des générateurs basse fréquence.

1.2.5 La tension électrique

On définit le potentiel électrique V en tout point du circuit.

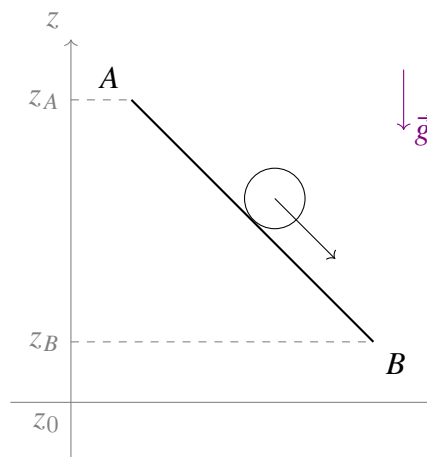
Prenons par exemple un dipôle : 

La tension électrique est la différence de potentiel entre A et B :

$$U_{AB} = V_A - V_B.$$


C'est la tension non-nulle qui permet aux charges électriques de s'écouler et donne naissance au courant électrique.

Analogie avec la mécanique :

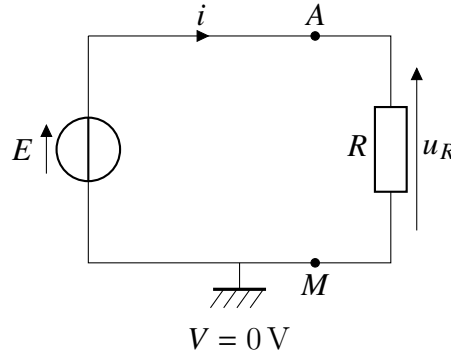



La bille descend car $z_A > z_B$.


De plus, de même que pour l'altitude, on définit une référence de potentiel, c'est-à-dire le « potentiel 0 ».

Cette référence est la masse, que l'on représente ainsi : 

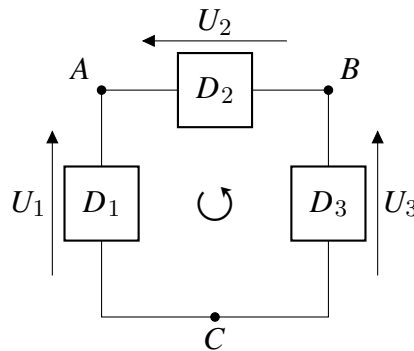
Exemple de circuit :



$u_R = V_A - V_M = V_A$ est la tension aux bornes de la résistance 

$E = V_A - V_M = V_A$ est la tension aux bornes du générateur 

On considère le circuit suivant :



On choisit un sens arbitraire et on parcourt le circuit dans ce sens en écrivant les tensions :

$$-U_1 + U_3 + U_2 = V_A - V_A = 0.$$

On a :

$$U_3 + U_2 = U_1 \quad \text{ou} \quad \sum_k \varepsilon_k U_k = 0$$

avec

U_k la tension aux bornes du dipôle k

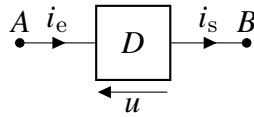
$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & \text{si la flèche de tension est dans le sens arbitraire} \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

C'est la loi des mailles (ou deuxième loi de Kirchhoff).

1.3 Dipôle électrocinétique

1.3.1 Définition

Un dipôle électrocinétique est un dispositif relié au circuit par deux bornes :



Dans l'ARQS, on a :

$$i_e = i_s = i$$

.

On a :

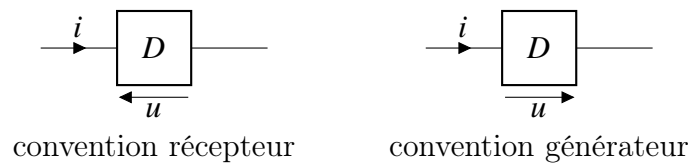
$$u = V_A - V_B$$

la différence de potentiel aux bornes du dipôle.

On effectue un premier pour le sens du courant électrique :



Une fois ce choix effectué, il faut choisir le sens de la flèche de tension :



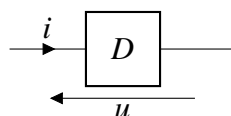
Remarque : u et i sont des grandeurs algébriques donc on a :

$$i \leq 0 \quad \text{et} \quad u \leq 0.$$

Donc les flèches de tension et de courant ne traduisent pas forcément le sens réel.

1.3.2 Puissance reçue par un dipôle

On considère le dipôle suivant :



Entre les instants t et $t + dt$ (durée dt infinitésimale), la charge

$$dq = i dt$$

a traversé le dipôle.

Cela correspond à une énergie

$$\delta W = u dq = ui dt.$$

Or la puissance est la dérivée de l'énergie par rapport au temps donc

$$P = \frac{dW}{dt} = ui.$$

Soit P la puissance reçue par un dipôle en convention récepteur.

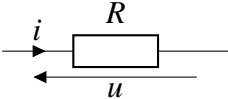
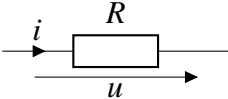
Si $P > 0$, le dipôle a un comportement récepteur.

Si $P < 0$, le dipôle a un comportement générateur.



convention \neq comportement.

Prenons par exemple une résistance :

	Convention récepteur	Convention générateur
Schéma		
Loi d'Ohm	$u = Ri$	$u = -Ri$
Puissance reçue	$P = ui$	$P = -ui$
Puissance	$P = Ri^2 \geq 0$	$P = Ri^2 \geq 0$

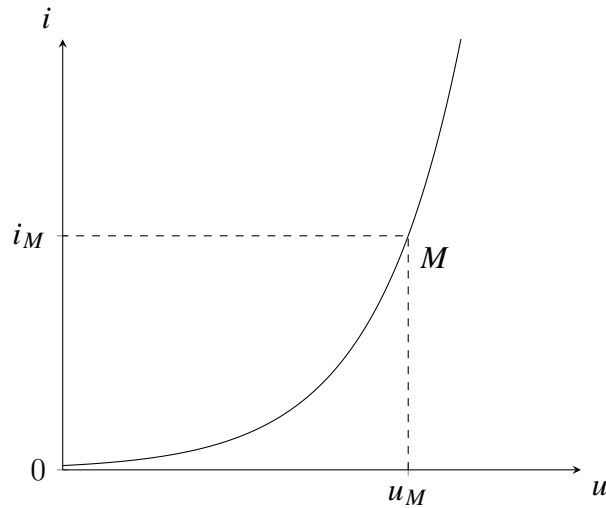
On remarque donc que peu importe la convention utilisée, une résistance a un comportement récepteur.

1.3.3 Caractéristique d'un dipôle

Généralement, l'intensité i qui traverse un dipôle dépend de la tension u à ses bornes. On a donc

$$i = f(u)$$

où f est la caractéristique du dipôle.



L'ensemble des points M appartenant à la caractéristique sont appelés des points de fonctionnement du dipôle.

1.3.4 Les dipôles fondamentaux

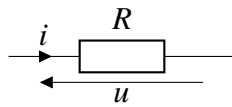
Un dipôle est dit passif si sa caractéristique passe par l'origine. Sinon, il est dit actif.

Un dipôle est dit linéaire si la relation entre i et u est une équation différentielle linéaire. Sinon, il est dit non-linéaire.

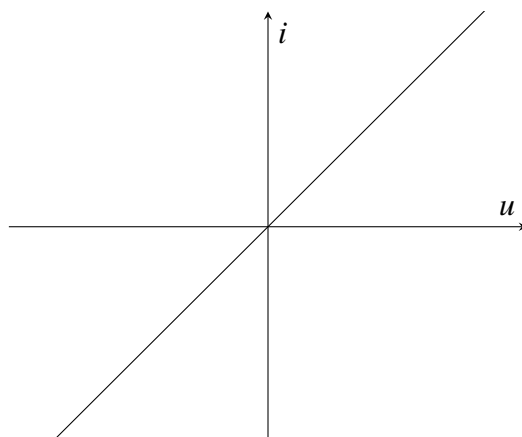
Un dipôle est dit symétrique si sa caractéristique est impaire.

1.3.4.1 Dipôles passifs

Résistance (convention récepteur) :

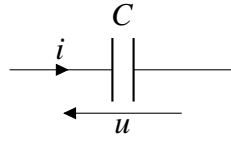


Caractéristique : loi d'Ohm $u = Ri$



C'est un dipôle passif, linéaire et symétrique.

Condensateur (convention récepteur) :



C est la capacité du condensateur (en farad : F).

Caractéristique :

$$i = C \frac{du}{dt}$$

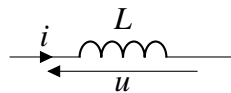
C'est un dipôle passif et linéaire.

On a :

$$P = ui = Cu \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu^2 \right) = \frac{dE}{dt}$$

où E est l'énergie stockée dans le condensateur (en joule : J).

Bobine (convention récepteur) :



L est l'inductance de la bobine (en henry : H).

Caractéristique :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

C'est un dipôle passif et linéaire.

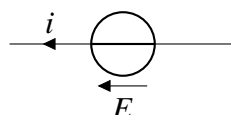
On a :

$$P = ui = Li \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) = \frac{dE}{dt}$$

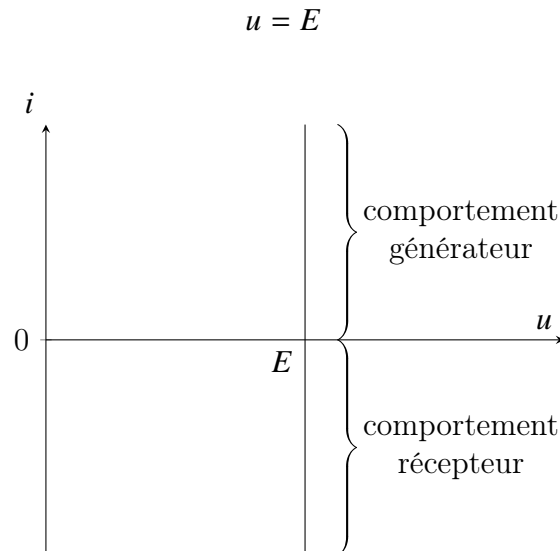
où E est l'énergie emmagasinée dans la bobine ($E > 0$, en joule).

1.3.4.2 Dipôles actifs

Générateur de tension (convention générateur) :



Caractéristique :



Les piles et les batteries sont des exemples de générateurs de tension.

Comportement générateur :

$$P_{\text{re\c{u}e}} = -ui = -Ei < 0$$

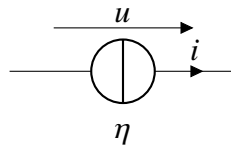
donc $i > 0$: le générateur fournit du travail au milieu extérieur.

Si $i < 0$ on a :

$$P_{\text{re\c{u}e}} = -Ei > 0$$

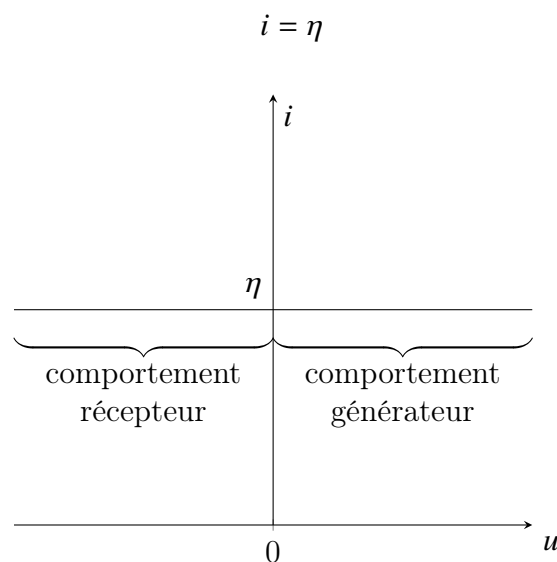
donc comportement récepteur (il pourrait par exemple s'agir du rechargement d'une batterie).

Générateur de courant (convention générateur) :



η est le courant électromoteur fourni par le générateur de courant (en ampère : A).

Caractéristique :

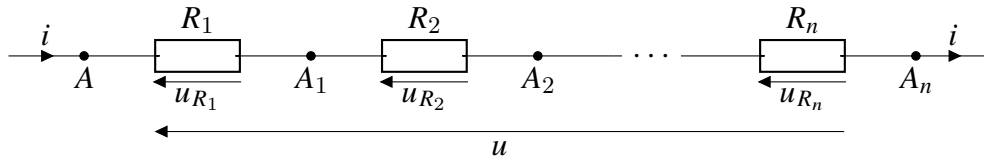


1.4 Simplification des circuits

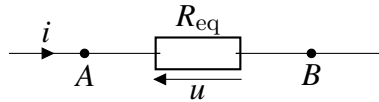
1.4.1 Lois d'association des dipôles

1.4.1.1 Résistances

En série : toutes les résistances sont parcourues par le même courant d'intensité i .



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



On a :

$$\begin{aligned} u &= V_A - V_B \\ &= \underbrace{V_A - V_{A_1}}_{u_{R_1}} + \underbrace{V_{A_1} - V_{A_2}}_{u_{R_2}} + \dots - V_B \\ &= \sum_k u_{R_k}. \end{aligned}$$

C'est la loi d'additivité des tensions.

D'après la loi d'Ohm, on a :

$$\forall k, u_{R_k} = R_k i \quad \text{et} \quad u = R_{eq} i.$$

Donc

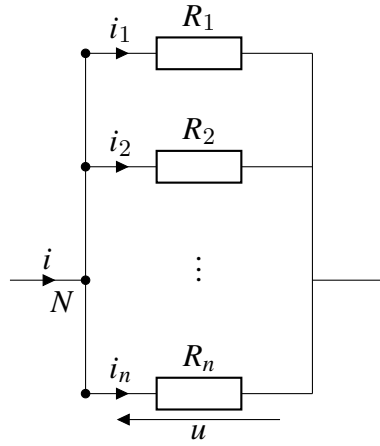
$$u = \sum_k R_k i = i \sum_k R_k = R_{eq} i.$$

D'où

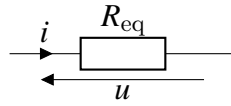
$$R_{eq} = \sum_k R_k.$$

Donc en série, les résistances s'additionnent.

En parallèle : toutes les résistances sont soumises à la même tension u .



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



On applique la loi des nœuds en N :

$$\sum_k \varepsilon_k i_k = 0 \iff i - i_1 - i_2 - \dots - i_n = 0$$

$$\iff i = \sum_k i_k.$$

D'après la loi d'Ohm, on a :

$$i_k = \frac{u}{R_k} \quad \text{et} \quad i = \frac{u}{R_{\text{eq}}}.$$

Donc $\frac{u}{R_{\text{eq}}} = \sum_k \frac{u}{R_k}$ donc on a :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_k \frac{1}{R_k}.$$

Donc en parallèle, les inverses des résistances s'additionnent.

Cas particulier avec deux résistances R_1 et R_2 : on a

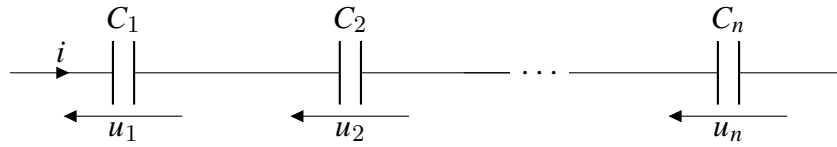
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

donc

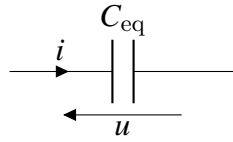
$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

1.4.1.2 Condensateurs

En série :



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



Par la loi d'additivité des tensions, on a :

$$u = \sum_k u_k.$$

D'après la caractéristique des condensateurs, on a :

$$i = C_k \frac{du_k}{dt} \quad \text{et} \quad i = C_{eq} \frac{du}{dt}.$$

Or on a :

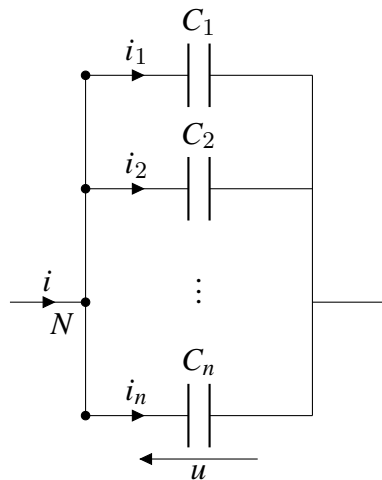
$$\frac{i}{C_{eq}} = \frac{du}{dt} = \sum_k \frac{du_k}{dt} = \sum_k \frac{i}{C_k}$$

donc

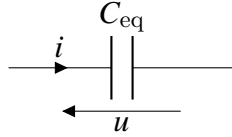
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_k \frac{1}{C_k}.$$

Donc en série, les inverses des capacités s'additionnent.

En parallèle :



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



On applique la loi des nœuds en N :

$$i = \sum_k i_k.$$

D'après la caractéristique des condensateurs, on a :

$$i_k = C_k \frac{du}{dt} \quad \text{et} \quad i = C_{\text{eq}} \frac{du}{dt}.$$

Donc on a :

$$C_{\text{eq}} \frac{du}{dt} = \sum_k C_k \frac{du}{dt}.$$

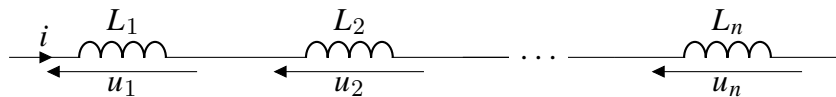
Donc

$$C_{\text{eq}} = \sum_k C_k.$$

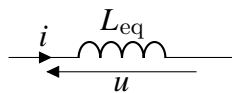
Donc en parallèle, les capacités s'ajoutent.

1.4.1.3 Bobines

En série :



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



Par la loi d'additivité des tensions, on a :

$$u = \sum_k u_k.$$

D'après la caractéristique des bobines, on a :

$$u_k = L_k \frac{di}{dt} \quad \text{et} \quad u = L_{\text{eq}} \frac{di}{dt}.$$

Donc on a :

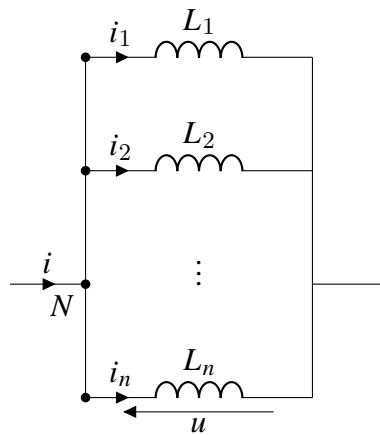
$$L_{\text{eq}} \frac{di}{dt} = \sum_k L_k \frac{di}{dt}.$$

Donc

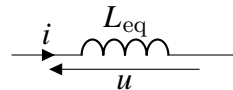
$$L_{\text{eq}} = \sum_k L_k.$$

Donc en série, les inductances s'additionnent.

En parallèle :



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



On applique la loi des nœuds en N :

$$i = \sum_k i_k.$$

D'après la caractéristique des bobines, on a :

$$u = L_k \frac{di_k}{dt} \quad \text{et} \quad u = L_{\text{eq}} \frac{di}{dt}.$$

Donc on a :

$$\frac{u}{L_{\text{eq}}} = \frac{di}{dt} = \sum_k \frac{di_k}{dt} = \sum_k \frac{u}{L_k}.$$

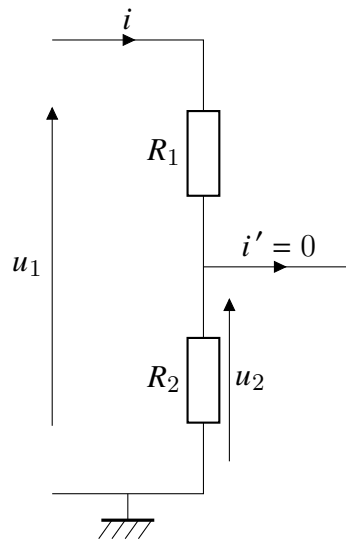
Donc

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_k \frac{1}{L_k}.$$

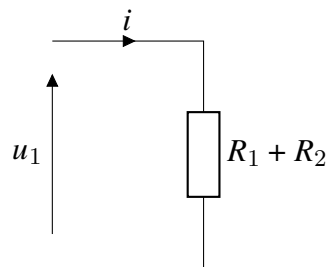
Donc en parallèle, les inverses des inductances s'additionnent.

1.4.2 Pont diviseur de tension

On considère le circuit suivant :



Ce circuit possède l'équivalent suivant :



On a :

$$u_1 = (R_1 + R_2) i \quad \text{et} \quad u_2 = R_2 i.$$

Donc

$$i = \frac{u_1}{R_1 + R_2}.$$

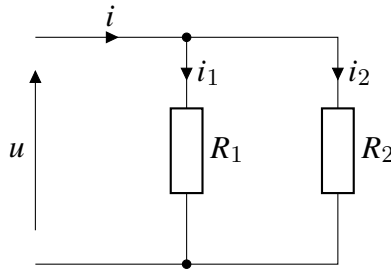
Donc on a :

$$u_2 = u_1 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

C'est la relation du pont diviseur de tension.

1.4.3 Pont diviseur de courant

On considère le circuit suivant :



D'après la loi d'Ohm, on a :

$$i_1 = \frac{u}{R_1} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{u}{R_2}.$$

Donc d'après la loi des nœuds, on a :

$$i = i_1 + i_2 = u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = u \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right).$$

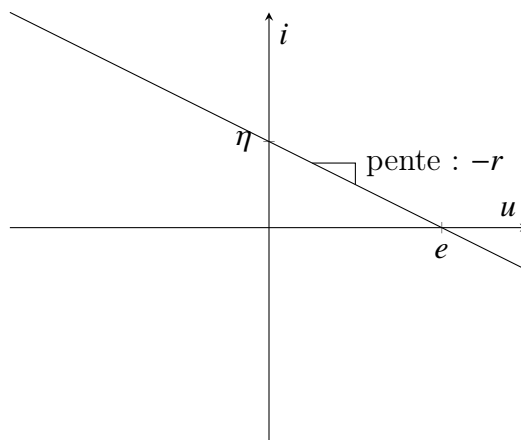
De plus, on a $\frac{i_1}{i} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ donc on a :

$$i_1 = i \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

C'est la relation du pont diviseur de courant.

1.4.4 Générateur réel

En pratique, le générateur idéal n'existe pas. La caractéristique d'un générateur réel (expérimentale) est la suivante :



On a :

$$\frac{1}{r} = \frac{\eta}{e}$$

$$i = -\frac{u}{r} + \eta$$

$$ir = -u + r\eta$$

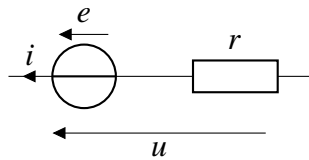
$$u = r\eta - ri$$

$$u = \underbrace{e}_{\text{générateur de tension}} - \underbrace{ri}_{\text{résistance}}$$

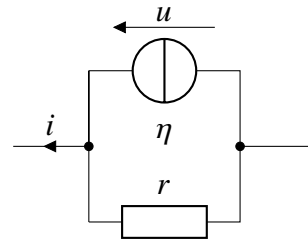
On obtient donc deux équations équivalentes :

$$u = e - ri \quad \text{et} \quad i = \eta - \frac{u}{r}.$$

Cela nous donne l'équivalence entre les deux circuits suivants :



Modélisation de Thévenin



Modélisation de Norton

Chapitre 2

Régime transitoire des circuits linéaires

Sommaire

2.1	Généralités	93
2.1.1	Régime transitoire et régime permanent	93
2.1.2	Rappels sur les dipôles linéaires	94
2.1.2.1	Condensateurs	94
2.1.2.2	Bobines	95
2.2	Circuit RC série	95
2.2.1	Régime libre	95
2.2.2	Réponse à un échelon de tension	98
2.2.3	Aspect énergétique	99

2.1 Généralités

2.1.1 Régime transitoire et régime permanent

Par définition, le régime permanent est le régime où les grandeurs électriques ont des valeurs qui sont imposées par l'excitation (*i.e.* le générateur).

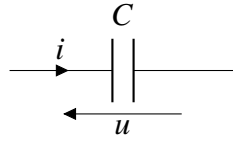
Pour passer d'un régime permanent à un autre régime permanent, il faut temporairement passer par un régime transitoire.

Du point de vue mathématique, les grandeurs électriques sont solutions d'équations différentielles. Si y est une grandeur électrique alors $y(t) = y_P(t) + y_G(t)$ où $y_P(t)$ est une solution particulière et $y_G(t)$ la solution générale de l'équation homogène. $y_P(t)$ caractérise le régime permanent imposé par le générateur et $y_G(t)$ caractérise le régime transitoire du circuit.

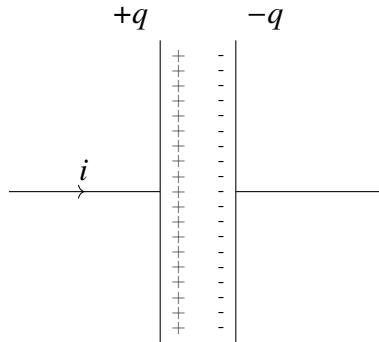
On a $y_G(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} 0$ donc à partir d'une certaine durée, le régime transitoire s'arrête et laisse place au régime permanent.

2.1.2 Rappels sur les dipôles linéaires

2.1.2.1 Condensateurs



Un condensateur possède deux armatures métalliques en influence et porte la charge q :



On a :

$$q = Cu$$

avec C la capacité du condensateur (en farad : F).

Comme $i = \frac{dq}{dt}$, on a :

$$i = C \frac{du}{dt}.$$

On a la puissance reçue :

$$P = ui = Cu \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu^2 \right).$$

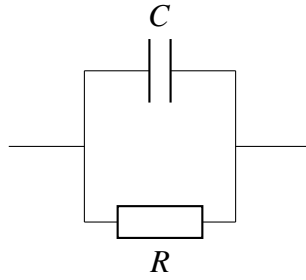
On a l'énergie stockée dans le condensateur :

$$E = \frac{1}{2} Cu^2.$$

Comme $P \neq \infty$, u est continue aux bornes du condensateur.

Condensateur réel : l'isolant entre les armatures n'est pas parfait donc il existe un courant de fuite à travers le condensateur.

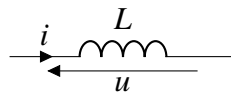
Modèle du condensateur réel :



avec $R \approx 10^8 \Omega$.

Ordre de grandeur de la capacité : μF à nF .

2.1.2.2 Bobines



Ordre de grandeur de l'inductance : mH .

On a

$$u = L \frac{di}{dt}.$$

On a donc la puissance reçue

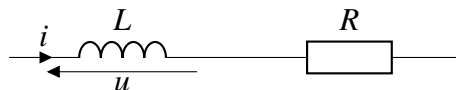
$$P = ui = Li \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right).$$

On a donc l'énergie emmagasinée dans la bobine :

$$E = \frac{1}{2} Li^2.$$

De plus, on a $P \neq \infty$ donc i est continue dans une bobine.

Bobine réelle : on fabrique une bobine en enroulant un fil autour d'un axe. Le fil étant résistif, le modèle de la bobine réelle est le suivant :

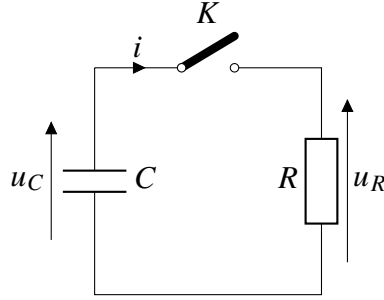


Avec R entre 10Ω et 100Ω .

2.2 Circuit RC série

2.2.1 Régime libre

On considère le circuit suivant :



À l'instant $t = 0^-$, le condensateur est chargé sous une tension $u_C(t = 0^-) = E$. À $t = 0$, on ferme K .

D'après la loi des mailles, on a :

$$u_C - u_R = 0.$$

D'après les caractéristiques des dipôles, on a :

$$i = -C \frac{du_C}{dt} \quad \text{et} \quad u_R = Ri.$$

D'où $u_C - Ri = 0$ et donc :

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0.$$

On a une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants et homogène. On la réécrit comme suit :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0.$$

On pose

$$\tau = RC$$

la constante de temps du circuit RC.

On a :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau} u_C$$

$$\int \frac{du_C}{u_C} = \int -\frac{dt}{\tau}$$

$$\ln u_C = -\frac{t}{\tau} + \mu$$

$$u_C(t) = e^\mu e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

On pose $\lambda = e^\mu$ et on obtient :

$$u_C(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

On détermine λ avec la condition initiale : $u_C(t = 0^-) = E$.

Comme la tension aux bornes d'un condensateur est continue, on a :

$$u_C(t = 0^-) = u_C(t = 0^+) = E.$$

Donc $\lambda e^0 = E$ donc

$$\lambda = E.$$

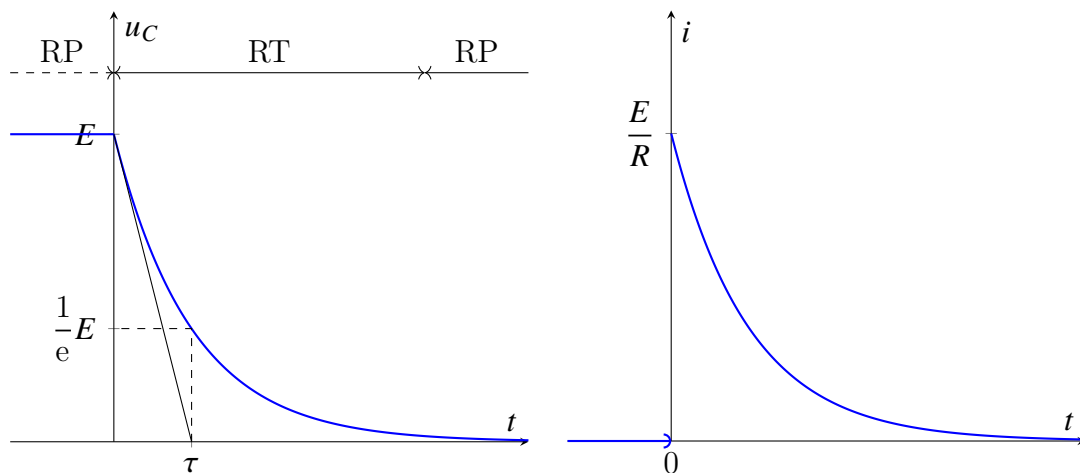
Finalement, on a :

$$u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} i(t) &= -C \frac{du_C}{dt} \\ &= \frac{1}{\tau} E C e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= \frac{EC}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

On obtient les graphes suivants (RP et RT signifiant respectivement « régime permanent » et « régime transitoire ») :



τ est appelé constante de temps du circuit, temps caractéristique ou temps de relaxation du circuit.

Temps de réponse à 5% : on cherche $t_{5\%}$ tel que $u_C(t_{5\%})$ diffère de 5% de sa valeur finale :

$$u_C(t_{5\%}) = 0,05E = E e^{-\frac{t_{5\%}}{\tau}}.$$

On a :

$$\begin{aligned} 0,05 &= e^{-\frac{t_{5\%}}{\tau}} \\ \ln 0,05 &= -\frac{t_{5\%}}{\tau} \\ t_{5\%} &= \tau \ln 20 \\ &= 3\tau. \end{aligned}$$

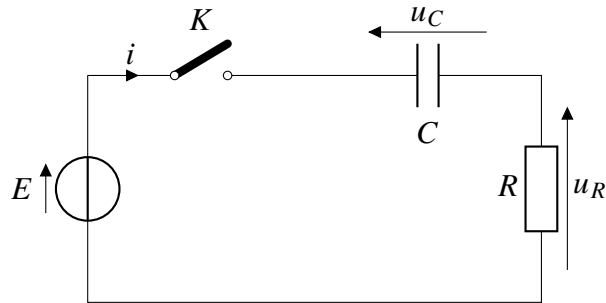
On trouve de même :

$$t_{10\%} = 5\tau.$$

Finalement, on obtient que le régime transitoire dure de 3τ à 5τ .

2.2.2 Réponse à un échelon de tension

On considère le circuit suivant :



À $t = 0^-$, le condensateur est de charge $u_C(t = 0^-) = 0$. À $t = 0$, on ferme K .

D'après la loi des mailles, on a :

$$u_R + u_C - E = 0.$$

D'après les caractéristiques des dipôles, on a :

$$u_R = Ri \quad \text{et} \quad i = C \frac{du_C}{dt}.$$

D'où l'équation différentielle :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C - E = 0.$$

On pose $\tau = RC$ et on obtient :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{E}{\tau}.$$

Donc

$$u_C(t) = u_P + u_H(t)$$

où

u_P est une solution particulière de l'équation différentielle

u_H est la solution de l'équation homogène.

On a l'équation homogène $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0$ donc

$$u_H(t) = \lambda e^{-\frac{t}{\tau}}.$$



On ne détermine pas λ immédiatement car u_H n'est pas solution de l'équation complète !

De plus, on a

$$u_P(t) = \text{cte}$$

car $\frac{E}{\tau}$ est une constante.

On a :

$$\begin{aligned}\frac{du_P}{dt} + \frac{1}{\tau}u_P &= \frac{E}{\tau} \\ \frac{1}{\tau}u_P &= \frac{E}{\tau} \\ u_P &= E.\end{aligned}$$

Finalement, on a :

$$u_C(t) = E + \lambda e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

On détermine λ avec la condition initiale : $u_C(t = 0^-) = 0$.

Comme la tension aux bornes d'un condensateur est continue, on a :

$$u_C(t = 0^-) = u_C(t = 0^+) = 0.$$

Donc $E + \lambda e^0 = 0$ donc

$$\lambda = -E.$$

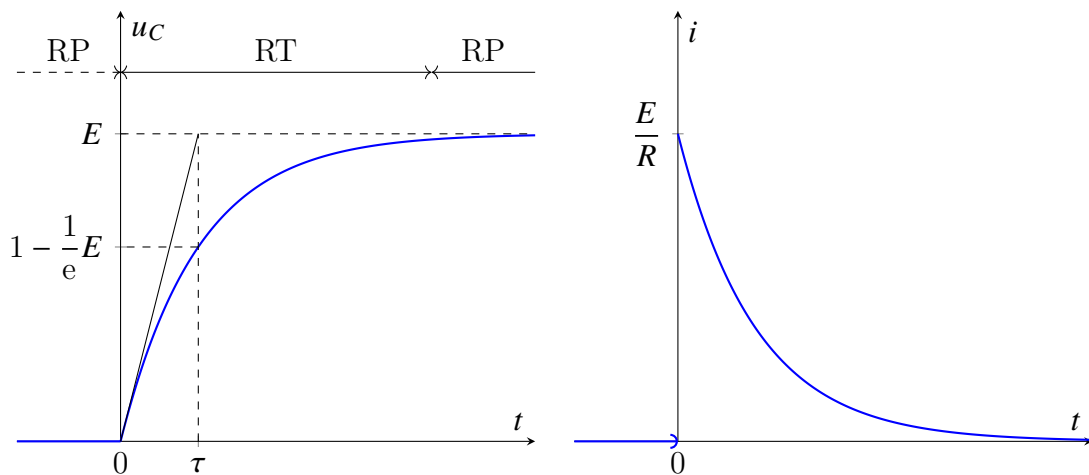
Finalement, on a :

$$u_C(t) = E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

De plus, on a :

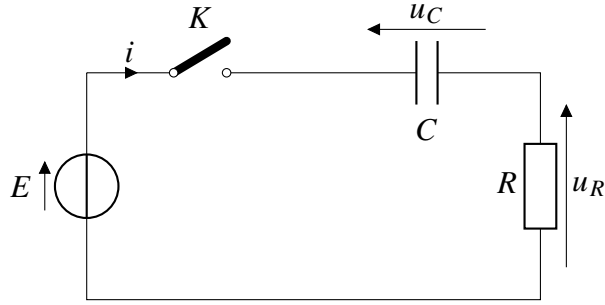
$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

On obtient les graphes suivants :



2.2.3 Aspect énergétique

On considère le circuit suivant :



On a :

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

D'après la loi des mailles on a :

$$\begin{aligned} u_C + Ri &= E \\ i u_C + Ri^2 &= Ei \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} u_C + Ri &= E \\ i u_C + Ri^2 &= Ei \end{aligned}} \right\} \times i$$

$$Cu_C \frac{du_C}{dt} + Ri^2 = Ei.$$

où

Ei : puissance fournie par le générateur

Ri^2 : puissance reçue par la résistance

$Cu_C \frac{du_C}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu_C^2 \right)$: puissance reçue par le condensateur.

On en déduit $E = \frac{1}{2} Cu_C^2$ l'énergie stockée par le condensateur.

Pour passer de la puissance à l'énergie, on intègre :

$$\int_0^{+\infty} Ei \, dt = \int_0^{+\infty} Ri^2 \, dt + \int_0^{+\infty} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu_C^2 \right) dt.$$

On a :

$$\int_0^{+\infty} Ei \, dt = \int_{q(t=0)}^{q(t=+\infty)} E \, dq$$

car $i = \frac{dq}{dt}$ où q est la charge portée par le condensateur.

Or on a :

$$q(t=0) = Cu_C(t=0) = CE \left(1 - e^0\right) = 0 \quad \text{et} \quad q(t=+\infty) = CE.$$

Donc on a :

$$\int_0^{+\infty} Ei \, dt = \int_0^{CE} E \, dq = CE^2.$$

Donc CE^2 est l'énergie fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t = +\infty$ (*i.e.* au cours de la charge du circuit).

De plus, on a :

$$\int_0^{+\infty} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu_C^2 \right) dt = \int_0^{\frac{1}{2} CE^2} d \left(\frac{1}{2} Cu_C^2 \right) = \frac{1}{2} CE^2.$$

Finalement, on a :

$$\int_0^{+\infty} Ri^2 \, dt = \int_0^{+\infty} Ei \, dt - \int_0^{+\infty} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu_C^2 \right) dt = CE^2 - \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}CE^2.$$

D'où le bilan d'énergie entre $t = 0$ et $t = +\infty$:

Énergie fournie par le générateur : CE^2

Énergie reçue par le condensateur : $\frac{1}{2}CE^2$

Énergie reçue par la résistance (dissipée par effet Joule) : $\frac{1}{2}CE^2$.

On définit le rendement :

$$\eta = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie fournie}}.$$

Ici, on a :

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}CE^2}{CE^2} = \frac{1}{2} = 50\%.$$

★★ À FINIR ★★

Chapitre 3

Régime sinusoïdal forcé et résonance

★★ À VENIR ★★

Quatrième partie

Mécanique

Chapitre 1

Cinématique

★★ À VENIR ★★

Chapitre 2

Dynamique du point en référentiel galiléen

★★ À VENIR ★★

Chapitre 3

Énergie d'un point matériel

★★ À VENIR ★★

Chapitre 4

Mouvement de particules chargées dans des champs électriques et magnétiques

★★ À VENIR ★★

Chapitre 5

Moment cinétique

★★ À VENIR ★★

Chapitre 6

Mouvement dans un champ de force centrale

★★ À VENIR ★★

Chapitre 7

Solide en rotation

★★ À VENIR ★★

Cinquième partie

Électromagnétisme

Chapitre 1

Le champ magnétique et ses effets

★★ À VENIR ★★

Chapitre 2

La loi de l'induction

★★ À VENIR ★★

Chapitre 3

Induction de Neumann

★★ À VENIR ★★

Chapitre 4

Induction de Lorentz

★★ À VENIR ★★