수험생 물리

수험생용 물리를 중심으로 이야기합니다.

ID : 2222

개념

 # 단진자, 돌림힘, 회전운동

Level 7

돌림힘 (토크/토오크, torque)

최근 고등학교 과정에 돌림힘을 가르치게 변경되어 일부 배운 분들도 있을 것입니다. 고등학교 과정을 보시려면 돌림힘 기초 를 참조하세요.

이글은 회전운동에 대한 전체적인 내용(회전운동) 대해서 살펴본 뒤, 회전운동을 어떻게 기술하는지(회전에 사용된 변수들)에 대해서 이해한 분이 읽는다는 가정이 들어 있습니다. 회전운동에 대해서 잘 모르신다면 한 번 확인하신후 읽어 보시길을 권합니다.

용어의 시작

20여년전에 물리용어를 한글로 바꾸려는 노력을 많이 하였습니다. 그때 생소하게 느껴지는 새로운 용어들이 많이 제안되었고 그 중 일부는 잘 안 쓰고 있고 일부는 지금도 잘 사용되고 있습니다. 돌림힘이란 용어는 그 중 잘 살아남은 용어에 속합니다. 이 용어 이전에 토크/토오크(torque) 라고 불렀던 것을 지금은 돌림힘이라고 합니다. 물리에서 토크/토오크를 돌림힘으로 바꾸어 쓰고 있지만 아직도 다른 학문, 산업현장에서는 예전 용어를 그대로 쓰고 있는 경우가 많으므로 토크나 토오크도 같이 알고 있어야 용어 사용의 혼란이 없을 것입니다.

우리말을 쓰니까 좋긴한데 돌림힘이란 단어에 '힘'이란 단어가 들어가서 걱정이 많습니다. ~~힘 ~~력이란 용어는 힘 개념에 많이 사용되기때문에 돌림힘도 힘이라고 착각할 것이란 걱정입니다. 돌림힘은 병진운동에서 배운 힘 개념이 회전운동에서 대응되는 개념이긴 하지만 힘은 아닙니다. 병진운동에서 '힘이 크면 물체가 더 쉽게 움직인다'하고 표현하는 것처럼 회전 운동에서 대응되는 표현으로 '———' 가 크면 물체가 더 쉽게 회전한다(돌아간다) 라는 표현 할 수 있을 겁니다. '—' 자리에 들어가는 것이 영어로 토크/토오크(torque)이

고 이것을 우리말로 바꾸는 과정에서 나온 말이 돌림힘입니다. (영어를 보면 전혀 힘(force)란 뜻이 안들어 있지요.)

>>혹시나 많이 알고 있는 분이 시비를 걸 것같아서 추가로 남깁니다. 물리학자들이 돌림힘이라고 이름지은것은 물리학자들이 보기에는 아주 당연하기 때문입니다. 일반 물리 수준에서는 힘과 돌림힘이 차원도 다른 완전히 다른 개념이지만, 물리학자들은 Lagrangian, Hamiltonian formalism 에 따라 힘이란 개념이 아주 추상화되어 generalized force 란 개념을 가지고 있습니다. 그래서, 회전운동도 기술하는 변수가 다를 뿐, 모든 개념들이 추상화된 동일한 방식으로 병진운동과 동일하게 기술됩니다.

>> 인터넷 어느 자료에 (나무위키였던가?) 돌림힘도 힘의 일종이란 구절을 본 것 같아서 이렇게 어려운 말을 남기게 첫번째 이유이고 두번째는 다른 주제의 글에서 조금 어려운 개념을 적어두었더니 제가 몰라서 그러는지 알고 누군가 저에게 열심히 알려주시더군요. 그렇게 알려주시지 않아도 됩니다. 제가 모르는 것은 어떻게 설명해야 여러분이 잘 알아 들을지를 모르겠다는 뜻입니다.

>> 위에서 힘이랑 다르다고 강조하는 것은 물리학자가 보기에는 힘과 다를바 없는 개념이지만, 처음 배우는 사람이 그렇게 추상화된 개념을 가지고 있지 않기 때문에 강조해서 표현하는 것입니다. 여러분이 아주 아주 아주 물리를 깊게 공부하시면 회전운동과 병진운동이 똑같다는것을 이해하시게 될것입니다. 이글을 읽는 사람의 99.9%는 아주 아주 아주 물리를 깊게 공부할 사람들이 아니기 때문에 인터넷 자료에서 설명하는 것과 달리 힘이랑 다르다는 것을 강조하는 것이고, 대신 제가 회전운동을 설명하는 모든 자료에 회전운동과 병진운동이 대응한다는 것만 강조하고 있는 것입니다.

개념

병진운동에서 힘이 클수록 물체가 쉽게 움직이듯 회전운동에서는 돌림힘이 클수록 물체는 더 쉽게 돌아갑니다.

일상 생활에서 이 개념을 살펴봅시다. 1) 여닫이 문을 열고 닫는다는 것은 문이 경첩이 있는 곳을 축으로 하는 회전운동을 하는 것으로 볼 수 있습니다. 경첩에 가까운 곳을 밀때랑 먼 쪽을 밀때 어는 것이 더 편하든가요? 경첩에서 멀리 떨어진 곳을 밀때 쉽게 문을 열고 닫을 수 있기 때문에 문의 손잡이는 경첩에서 멀리 떨어진 곳에 설치합니다. 2) 나사를 돌릴때 드라이버를 사용합니다 이것도 드라이버의 가운데를 축으로 하는 운동입니다. 드라이버 손잡이부분을 돌리지만 나사를 돌리는 가는 부분을 잡고 돌려보았는지요? 어떤게 더 쉽게 나사를 돌릴 수 있는지요? 3) 시소에 어린 아이가 앉아 있습니다 맞은편에서 아래로 누르면 시소의 어린 아이는 위로 올라갑니다. 이것도 시소 가운데를 회전 축으로 하는 회

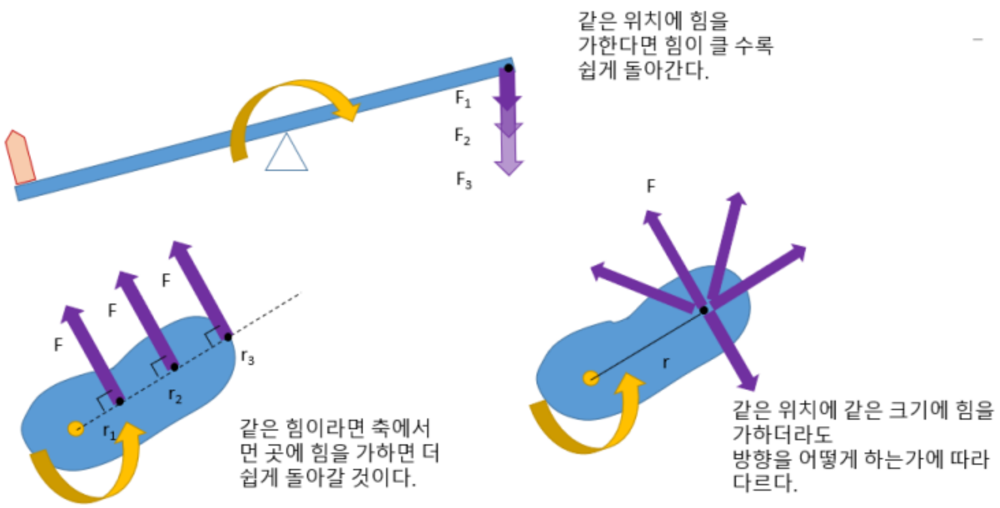
전 운동이라고 할 수 있습니다. 시소 축에서 멀리 떨어진 곳을 누를 때 더 쉽게 상대방을 들어 올릴 수 있습니다. 1)2)3) 모두 같은 크기의 힘을 위치(작용점)을 달리하여 가할 때 이야기입니다.

만약에 똑같은 위치에 힘을 가한다면 당연히 힘을 세게 줄수록 더 쉽게 회전하게 할 수 있습니다.

이 경험들을 바탕으로 돌림힘의 개념을 좀 더 자세히 알아 봅시다. 힘을 세게 가한다면 쉽게 회전운동을 할 수 있는 것으로 보아 힘이 클수록 돌림힘(토크)은 더 큰가 봅니다. 뿐만 아니라 물체의 어디를 누르는/미는가/당기는가 에 따라서도 쉽게 물체를 회전시킬수 있는 것 같습니다. 따라서 똑같은 힘을 가한다고 할 때 힘을 어디에 가하는가 즉 힘의 작용점이 어디인가도 돌림힘의 크기에 영향을 줍니다. 물체의 회전은 (병진운동에서 배운)힘의 크기가 일정하더라도 그 힘을 어떤 곳에 가하는가에 따라 쉽기도하고 어렵기도 합니다.

두가지를 한꺼번에 정리해서 말한다면 힘이 클수록, 힘의 작용점이 회전축에서 멀수록 돌림힘이 커집니다. 그러면 돌림힘의 크기는 (축에서 **작용점**까지 거리)x(힘의크기) 라고 할 수 있을까요?

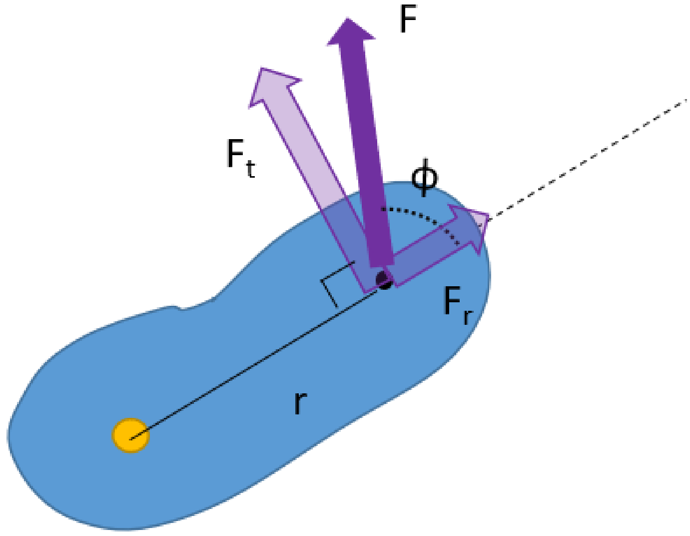
아닙니다. 한가지 빠진게 있습니다. 힘이 작용하는 방향입니다. 앞에서 말한 것은 모두 축과 작용점을 이은 선에 대해 직각인 방향으로 힘을 가할때의 이야기입니다. 만약에 힘을 가하는 방향이 축의 방향이라면 물체를 회전시키는데는 별로 도움이 되지 않습니다.



그러니, 돌림힘의 크기는 (축에서 **작용점**까지의 거리)x(힘이 크기중 **회전을 돕는 방향성분**)이라고 해야할 것입니다.

>> 여기서 x 는 벡터곱 (외적) 이 아니라 그냥 크기의 곱하기입니다. 벡터를 아는 분이 착각할까 싶어서...

Torque (돌림힘)

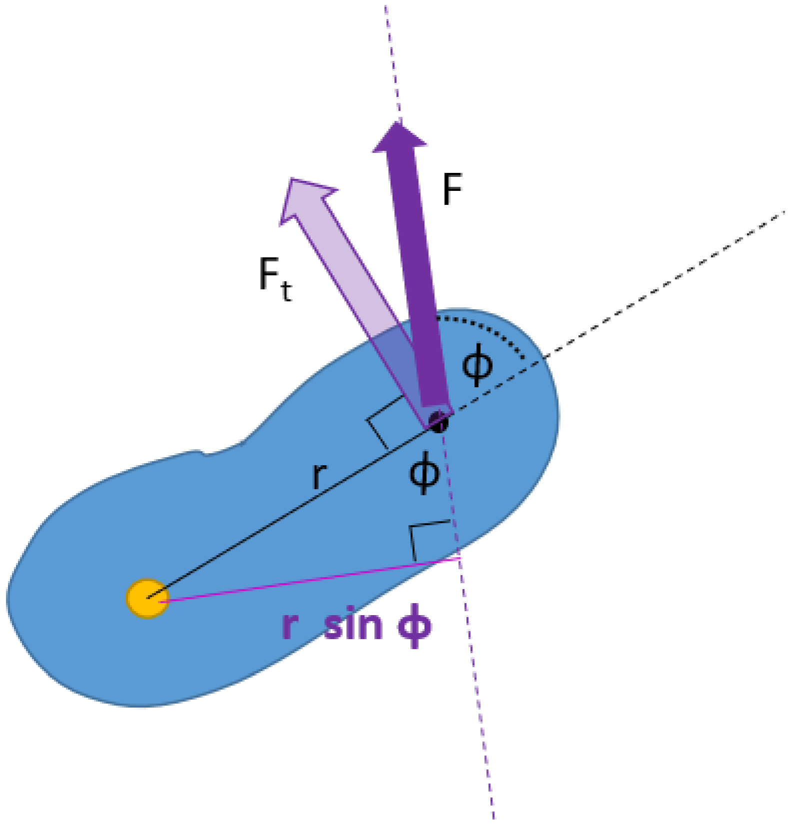


축에서 부터 힘을 작용하는 점까지의 거리 r 이 클수록 더 잘 돌아갈 것이다.

힘 F 를 두 방향으로 쪼개어 보면
F_t 는 돌리는데 기여하지만,
F_r 은 기여하는 바가 없다.

돌림힘의 크기 $\tau = r \cdot F_t$
(여기서 · 은 숫자의 곱을 의미, 벡터의 내적이 아님)

돌림힘의 크기는 (축에서 **작용선**까지의 거리) x (힘의 크기) 로도 표현할 수 있습니다. (힘의 방향이 축 방향이 되면 돌림힘이 0 인 사실도 이렇게 표현할 때도 여전히 같음. 왜 그렇게 표현할 수 있는지는 다음의 그림을 참조하세요.)



$$\begin{aligned} \tau &= r \cdot F_t \\ &= r \cdot (F \cdot \sin\phi) \\ &= (r \cdot \sin\phi) \cdot F \end{aligned}$$

(여기서 ·은 숫자의 곱을 의미,
벡터의 내적이 아님)

힘의 작용점, 작용선이 생소하신가요? 중학교때 배운 내용인데 그동안 쓸일이 없어서 잊어 버렸나 봅니다. [힘의 3요소]부분을 보시면 됩니다. (중등 1학년 과정입니다.) 힘의 작용점을 지나고 힘의 방향에 일치한 직선을 힘의 작용선이라고 합니다.

돌림힘의 방향

돌림힘도 방향이 있는 양입니다. (벡터량입니다.) 일상용어로 말하면 시계방향 반시계방향으로 표현할 수 있겠죠. 그러나 이건 회전축이 고정된 아주 간단한 경우에나 쓸 수 있지 3차원 공간에서 표현하기에는 아주 부족합니다. 어디서 쳐다보냐에 따라 시계방향과 반시계 방향은서로 반대가 될 수도 있습니다. 그래서, 회전축에다가 화살표 표시를 합니다. 오른손으로 엄지척하면 나머지 손가락이 가르키는 방향으로 돌림힘이 작용하도록 약속해 두었습니다. 이 약속을 왼손을 엄지척하도록 다르게 정할수도 있습니다. 그런데 기존 약속과

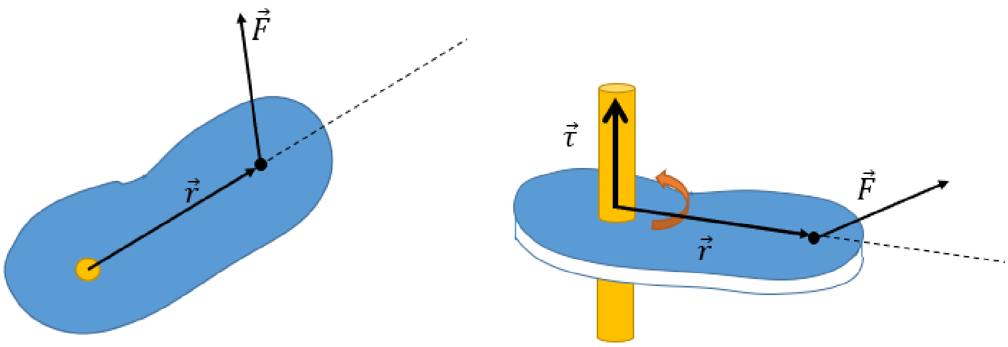
다르게 사용하면 앞으로 나올 식의 모양이 바뀌게 됩니다. 병진운동에서 x,y,z 축을 마음 대로 정해도 큰 탈이 난 적이 없었던 분들은 특히 조심해야합니다. 회전문제에서는 약속과 다른 방법으로 방향을 정할 때 크게 잘못된 결과를 얻을 수도 있습니다. 그러니 이 약속(convention)을 따르지 않으려면 적어도 모든 부분의 식을 자신의 힘으로 정리하려는 각오를 하셔야합니다.

>> 전자기학의 자기장 부분도 마찬가지 입니다. 약속과 달리 방향을 잡았다가 왜 틀렸는지 모르겠다는 사례를 보았습니다.

>> 위 설명은 *[각속도의 방향]을 설명할 때와 같은 방법입니다.*

기호와 벡터로 표시하기

돌림힘은 τ 로 표시하겠습니다. torque 의 첫글자 t 또는 T 를 쓰는 경우도 많이 있습니다만 저는 t 와 닮은 그리스문자를 쓰겠습니다. 그러면 돌림힘(=토크=토오크=torque), 각속도, 각가속도와 같이 회전문제에 관여하는 기호들은 모두 그리스문자가 되어서 회전운동을 쉽게 눈치챌수 있습니다. 그리고 물리에서 t 나 T 로 표시하는 물리량이 너무 많아서 혼동을 막는데도 도움이 될까 싶어서 입니다.



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

돌림힘도 벡터량이고, 돌림힘 τ 의 크기와 방향을 손쉽게 벡터로 표시할 수 있는데 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$입니다. $\vec{r}$는 회전축을 원점으로 잡았을 때 힘의 작용점의 위치벡터, $\vec{F}$ 는 가해준 힘입니다.

>> 여기서 x 는 벡터의 외적 입니다. 위에서 x 와는 다른 개념입니다. 벡터의 외적에 대해서는 시중에 아주 많은 자료들이 있으니 설명하지 않습니다. 직접 찾아 보시고 공부하시길

바랍니다.

>> 주의해야하는 것은 $\vec{F} \times \vec{r}$ 이 아닙니다. 우리는 오른손으로 엄지척하는 약속을 했으며, 외적은 순서를 바꾸면 원래값의 – 값이 됩니다. 내적과 달리 순서를 반드시 지켜야합니다.

$\times$ 는 벡터의 외적(outer product)을 나타내는 기호입니다. 이렇게 표시하는 것은 기가 막히게도 앞에서 말한 성질을 다 표현할 수 있습니다. 물리에서 벡터의 외적을 정식으로 처음 만나는 곳입니다. 외적을 처음 배우는 사람에게는 너무나 낯설기 때문에 머리가 띵해집니다. 익숙해져야 해결됩니다. 나중에 자기장에서 또 나옵니다.

하지만, 돌림힘의 방향을 벡터로 표기하는 것은 일반물리 수준에서는 그다지 중요하지 않을 수 있습니다. 1차원 등가속도 문제를 풀때 굳이 벡터를 쓰지 않고도 힘의 크기와 +- 로 방향을 표현하는 것으로 문제를 풀 수 있듯이 회전축이 고정된 회전문제에서도 같은 방법으로 돌림힘의 크기와 +- 로 방향을 표현하는 것으로 충분하기 때문입니다. +- 따지는 것이 좀 혼동스러울 수 있는데 아래 예제를 참조하세요.

>> 나중에 자기장에서 또 써먹어야 하기 때문에 알아두면 좋습니다. 그 때는 이런 방법이 통하지 않습니다. 조삼 모사일 뿐입니다. 물론 자기장은 기본적으로 벡터의 외적이 필수이기 때문에 어렵기도 하므로 자기장을 버리시면 (보통 시험에서 자기장 출제 비율이 10% 를 넘기는 어렵기 때문에) +- 만으로 해결하는 법을 더 확실히 알고 있는 것이 현명한 방법일 수 있습니다. 물론 돌림힘은 출제비율이 더 낮습니다.

돌림힘의 단위

돌림힘의 정의를 보니 힘과 거리의 곱의 형태로 되어 있기 때문에 힘의 단위인 N 과 거리의 단위인 m 의 곱인 Nm 가 돌림힘의 단위입니다. 그런데 이게 묘하게도 일 에너지의 단위와 같은 모양입니다. 그래서 일 에너지에서는 J 을 쓰지만 돌림힘은 절대 ~ never~ J 을 쓰면 안됩니다. 일 에너지와는 명백히 다른 개념이고 절대 대신해서 쓸 수 있는게 아닙니다. 그리고 에너지와 달리 돌림힘을 표현하기 위한 다른 별도의 단위가 있는 것도 아닙니다. 이렇게 힘의 단위와 거리의 단위의 곱형태로 씁니다. 그러면 어떤 물리량이 일(혹은 에너지)인지 돌림힘(토크) 인지 헷갈리니까 일과 에너지에서는 힘과 거리의 곱을 쓰지 않고 J 를 씁니다. 일 에너지에서는 Nm 를 쓴다고 틀린것은 아니지만 혼동을 방지하고자 주로 J 을 씁니다. 돌림힘에서는 절대 J 로 쓰면 안되며 그렇게 쓰면 틀린 것이됩니다. Nm 와 같이 힘과거리의 곱으로 씁니다.

정리하면 돌림힘은 힘* 거리 의 차원을 가진 양입니다. 단위로 표현하자면 [N m] 입니다. 즉 (질량* 가속도) * 거리 = 질량 * 거리^2 / 시간^2 의 양(단위로 표현하면 $[kg \cdot m^2/s^2]$)입니다. 이렇게 풀어 쓰는 것은 나중에 또 만나게 해 드릴 것이기 때문입니다.

정리

돌림힘은 병진운동의 힘에 대응하여 회전운동에서 사용되는 개념입니다. 돌림힘의 크기와 방향 단위 문제를 살펴보았습니다. 축으로부터 작용점의 위치 벡터와 힘의 외적으로 표현할 수 있습니다. 외적개념을 보통 처음 접하기 때문에 어렵게 느낄테니 연습이 좀 필요합니다 외적개념은 전자기학의 자기장 부분에서도 자주 쓰입니다.(자기장이 전하의 회전과 연관이 많기 때문입니다)

병진운동		회전운동	
위치	x	각	θ
속도	$v = \frac{dx}{dt}$	각속도	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
가속도	$a = \frac{dv}{dt}$	각가속도	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
질량	m	관성모멘트	I
힘	F	**돌림힘(토크)**	τ
뉴턴의 2법칙	$F = ma$	뉴턴의 2법칙	$\tau = I\alpha$
일	$W = \int F dx$	일	$W = \int \tau d\theta$
일률	$P = Fv$	일률	$P = \tau\omega$
운동에너지	$K = \frac{1}{2}mv^2$	운동에너지	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
운동량	$p = mv$	각운동량	$L = I\omega$

연습하기 – 단진자에서 돌림힘 구하기

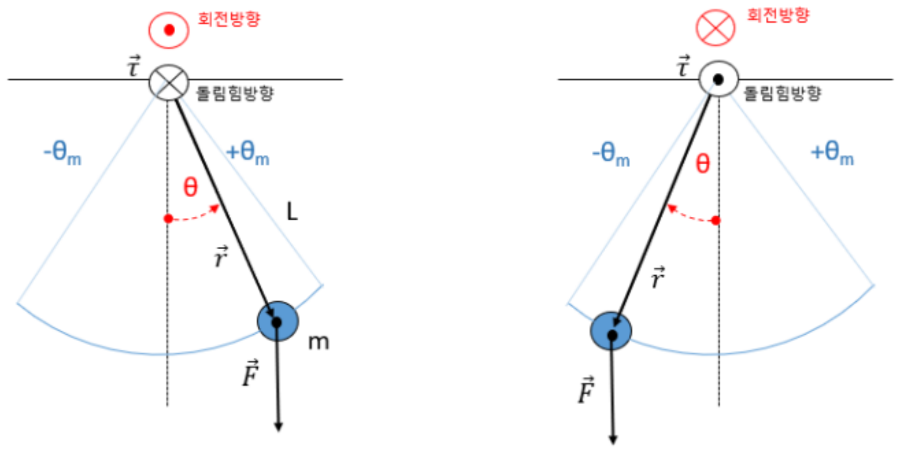
추를 실에 매달아 살짝 흔들면 추가 움직이는 것은 원운동하는 것으로 볼 수 있습니다. 이것은 실을 고정해 둔 다른 한쪽을 중심으로 하는 회전 운동으로도 볼 수 있습니다.

단진자에 관한 글은 이미 써둔게 있습니다.

단진자에 가해지는 돌림힘 $\vec{\tau}$을 구하려면 축을 원점으로 한 추의 위치 $\vec{r}$ 과 추에 가하는 힘 $\vec{F}$ 를 알아야합니다.

단진자에서 중력의 방향은 항상 일정하여 아래쪽 방향입니다. 회전축에서 바라본 추의 위치벡터 (방향을 주의해야합니다.)를 구하여 외적합니다.
회전 방향과는 반대입니다. 지금 사용 되는 모든 방향 기준은 오른손 엄지척의 방향 약속/기준(convention)을 따르고 있는 것입니다.

하나를 어기면 (아래그림과 달리) 돌림힘과 회전 방향이 같게 됩니다. 두개를 어기면 다시 돌림힘과 회전방향이 서로 반대 방향이 되지만 아래그림과 완전히 반대로 됩니다. 그러고 나면 이제 방향 감각을 상실하게 됩니다. 그러니 회전방향과 돌림힘 방향 모두 약속을 잘 지켜야지만 아래 그림의 결과를 얻을 수 있습니다.



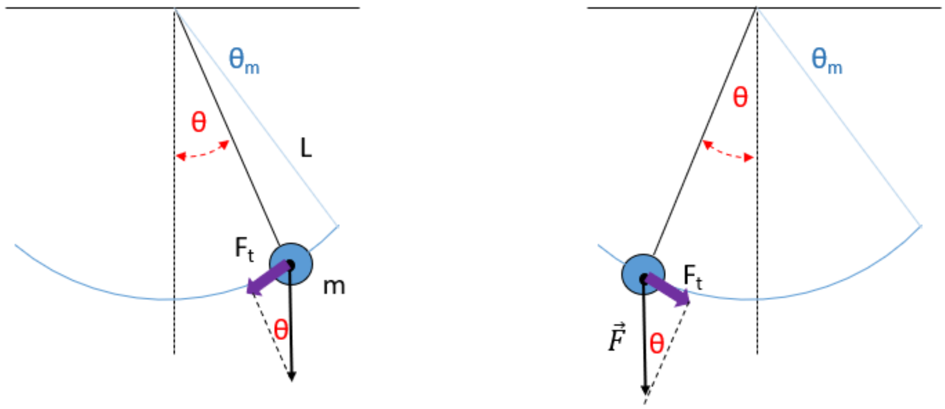
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

이렇게 벡터 개념을 적용하는 것이 아마 쉽지 않을 것입니다. 그래서, 크기와 +- 만 쓰는 법으로 생각해 봅시다. 먼저 회전 방향을 반시계 방향일 때 + 가 된다고 합시다. 회전량을 θ 로 표시합니다.
그 다음에 돌림힘의 방향을 따져야 합니다. 돌림힘의 방향은 회전을 더해 주는 것이 + 이고, 회전을 막는 방향이 – 입니다.

그 다음 돌림힘의 크기를 따져봅시다. 축에서부터 추까지의 거리 L, 힘의 크기는 mg입니다. 축에서부터 추까지 거리는 (작용선이 아니라) **작용점**까지의 거리이므로 회전을 돕는 성분만을 따져주어야 합니다. $\sin\theta$ 만큼만 돌아가는데 영향을 주는데 힘을 가하는 방향이 회전을 줄이는 방향이므로 $-\sin\theta$가 됩니다.

>> 축에서부터 작용선까지의 거리 x 힘의 크기로 생각한다면 축에서 부터 작용선까지의 거리는 $L\sin\theta$ 이고, 힘(중력)의 크기는 mg 이고, 방향은 회전을 방해하는 방향이므로 그냥 mg가 아니라 -mg 입니다.

따라서, 돌림힘의 크기는 $-mgL\sin\theta$ 가 됩니다.



이 사실은 θ 가 0 보다 작을때 (그림에서 추가 왼쪽에 있을 때)도 마찬가지입니다.
결국, 회전량 θ 값이 +인지 – 인지 상관없이 돌림힘/토크는 $-mgL\sin\theta$ 가 됩니다. – 값을 가지는 것은 회전을 줄이는 방향이란 뜻입니다.(등가속도 직선운동에서 – 힘과 같은의미로 대응됩니다)

+,- 방법을 쓰면 오른손 엄지척이 아니라 왼손 엄치척을 쓰는 것과 같이 회전 방향을 시계방향일 때 + 가 된다고 하더라도 돌림힘의 크기는 $-mgL\sin\theta$ 결론을 얻게 됩니다. 그래서, 방향 약속을 마음대로 써도 틀릴일이 없긴 하지만 벡터의 방향 약속을 따르는데 익숙해지는 것이 나중에 생길 혼동을 막을 수 있을 것입니다. 계속 이야기하지만 지금 당장 편하다고 마음대로 방향을 잡다보면 언제가는 방향감각을 상실하는 순간을 맞게 됩니다. .....

추를 당기는 장력에 의한 돌림힘은 굳이 따로 고려한다고 하더라도 어차피 변위와 나란한 방향 즉 축을 향한 방향이라 회전에는 영향을 주지 않는 방향입니다. 즉 0 입니다. 벡터의 외적을 구해도 두 벡터가 나란하므로 0임을 알 수 있습니다.

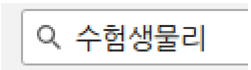
다음주제

힘을 배우고 뉴턴의2법칙 (힘과 가속도의 법칙)을 배울때는 질량을 열심히 배우지는 않았습니다.

>> 어쩌다 보니 질량에 대해서도 글을 쓰게 되었습니다. 시험에는 하나도 도움이 되지않지만 물리공부하는데는 도움이 될 것입니다. F=ma

그런데, 회전 운동은 그렇지 않습니다. 병진운동에서 질량에 대응되는 개념인 관성모멘트/ 회전관성 이라도 부르는 부분은 아주 골치가 아픕니다 이거 배울때 거의 물리를 포기하게 됩니다. 제 주변에서 그런 사례를 다수 보았기에..... 제가 회전운동에 대한 글을 쓰는데 애착이 강합니다.

다음 주제로 관성모멘트/ 회전관성에 대해 써 두었습니다.



검색창에서 "수험생물리"를 검색하시면 다시 찾아올 수 있습니다.

다른 글을 더 읽어 보시겠습니까? 개념지도를 클릭해보세요.

구글 맞춤검색을 이용할 수 있습니다.

개념

 # 단진자, 돌림힘, 회전운동