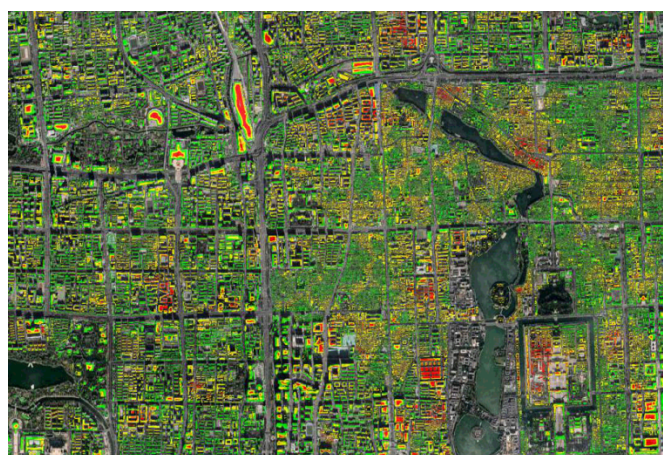


2022 年第十二届 MathorCup 高校数学建模挑战赛题目

D 题 移动通信网络站址规划和区域聚类问题

移动通信技术规模飞速发展，运营规模也越来越大，导致带来的通信网络越来越复杂。随着 5G 的发展，通信的带宽越来越大，但基站的能覆盖范围越来越小，使得覆盖同样的区域，需要的基站数量变的更多。另外，基站和天线的种类也变多了。这就使得通信网络的规划特别是站址选择的问题变得越来越复杂。站址选择问题是：根据现网天线的覆盖情况，给出现网的弱覆盖区域，选择一定数量的点，使得在这些点上新建基站后，可以解决现网的弱覆盖区域的覆盖问题。例如，下图为某城市某区域的现网覆盖情况，其中红色的区域表示为弱覆盖区域。



在实际网络规划中，考虑基站的建设成本和一些其他因素，有时候可能无法把所有弱覆盖区域都解决，这时候就需要考虑业务量的因素，尽量优先解决业务量高的弱覆盖区域。

为了便于计算，将给定的区域用很小的栅格进行划分，只考虑每个栅格的中心点，即任给一个区域，都可以划分成有限个点。每个点有一些属性值，包括：坐标，是否为弱覆盖点，业务量等。站址也只能选择区域内

的点。某个点是否被规划基站覆盖可以按如下方法判断：

设选择基站的覆盖范围为 d ，基站所规划的点的坐标为： $P_0(x_0, y_0)$ ，则对于坐标为 $P(x, y)$ 的点，若 $\|P - P_0\|_2 \leq d$ ，则认为该点被该基站覆盖，否则认为该点没有被该基站覆盖。

同时，实际中还需要考虑一个约束条件，即新建站址之间以及新建站址和现有站址之间的距离不能小于等于给定门限。

问题 1： 给定区域的大小是 2500×2500 个栅格即 2500×2500 个点，其中横坐标范围是 0 到 2499，纵坐标范围是 0 到 2499。附件 1 中是筛选出该区域中的弱覆盖点的信息，包括每个点的坐标和业务量。给定 2 种基站，分别为：

宏基站（覆盖范围 30，成本 10）

微基站（覆盖范围 10，成本 1）

附件 2 中还给出了现网基站的坐标点，新建站址之以及新建站址和现有站址之间的距离的门限是 10。

根据给定的信息和附件中的数据，进行站址规划，使得弱覆盖点总业务量的 90% 被规划基站覆盖。给出选择的站址的坐标以及每个站址选择的基站种类。站址的坐标只能在给定区域内的 2500×2500 个点中选择。

问题 2： 进一步考虑，实际中，每个站并不是完全的圆形覆盖，而是每个站上有 3 个扇区，每个扇区指向一个方向。每个扇区在主方向上覆盖范围最大（宏基站为 30，微基站为 10），在主方向左右 60 度的范围内可以覆盖，覆盖范围按线性逐渐缩小，在 60 度的时候，覆盖范围为主方向覆盖

范围的一半。超过 60 度，则无法被该扇区覆盖。

考虑每个站的任意 2 个扇区的主方向之间的夹角不能小于 45 度，同时仍然考虑上一问中的基站成本等其他条件，问在最优站址和扇区角度的条件下，新建站能否覆盖弱覆盖点总业务量的 90%。若能，给出最优站址和扇区角度的结果；否则，给出给出最优站址和扇区角度的结果，并给出最多可以覆盖的弱覆盖点的总业务量的比例。

问题 3：实际工作中，为了更好的解决弱覆盖问题，需要对弱覆盖点进行区域聚类，把距离近的弱覆盖点聚成一类，可以得到弱覆盖区域，这样可以对不同的弱覆盖区域分开管理使得可以更好的解决弱覆盖问题。

若 2 个弱覆盖点的距离不大于 20，则这 2 个弱覆盖点应聚为一类，并且考虑聚类性质具有传递性，即若点 A 和点 B 是一类的，点 B 和点 C 是一类的，则点 A、B 和 C 都是一类的。试对所有弱覆盖点进行聚类，要求聚类所用方法的总时间复杂度尽量低。