Problemstellung:

$$\min_{u(\cdot),x(\cdot)} \int_{t_0}^{t_f} L(x(\tau), u(\tau))\mathrm{d}\tau + E(\cdot)$$

$$\begin{aligned} B(\cdot)\dot{x} &= f(x(t), u(t)) \\ 0 &= g(x(t), u(t)) \end{aligned}$$

Algorithmus
SQP mit Multiple Shooting:

$$\min_{w} \nabla F(w)^T d + \frac{1}{2} d^T A_k d \text{ mit } A_k = \nabla^2_{ww} \mathscr{L}(w^{[k]}, \lambda^{[k]}, \mu^{[k]}) \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{u.d.N } G(w^{[k]}) + \nabla G(w^{[k]})^T d &\leq 0 \\ H(w^{[k]}) + \nabla G(w^{[k]})^T d &\leq 0 \end{aligned}$$

(1) Diskretisierung des Control Signales mit $q_j := u(t)$ für $t \in [t_j, t_{j+1})$, $j = 0, 1, \dots N-1$,

(2) Wähle Startschätzung: $w^{[0]} = (q_0, q_1, \dots q_{N-1}, s_0^{[0]}, s_1^{[0]}, \dots, s_N^{[0]})^T \in \mathbf{R}^{N \cdot n_q + (N-1)n_s}$, $\lambda^{[0]} \in \mathbf{R}^m, \mu^{[0]} \in \mathbf{R}^p$

Für $k = 0, 1, 2, \dots$

(3) STOP, falls $(w^{[k]}, \lambda^{[k]}, \mu^{[k]})$ ein KKT - Paar von

$$\begin{aligned} &\min_{w^{[k]} \in \mathbf{R}^{n_w}} F(w^{[k]}) \\ &G(w^{[k]}) \leq 0 \\ &H(w^{[k]}) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{mit } F(w^{[k]}) = \sum_{j=0}^{N-1} L_i(s_j^{[k]}, q_j^{[k]}) + E(\cdot)$$

$$\text{und } w^{[k]} = \begin{bmatrix} q_0^{[k]}, & \dots, & q_{N-1}^{[k]}, & s_0^{[k]}, & \dots, & s_N^{[k]} \end{bmatrix}^T,$$

$$H(w) = \begin{bmatrix} x_j^{[k]}(t_{j+1}) - s_{j+1}^{[k]} \\ h_j^{[s_j^{[k]}, q_j^{[k]}]} \end{bmatrix} = 0,$$

$$G(w) = \begin{bmatrix} \\ g^{[s_j^{[k]}, q_j^{[k]}]} \end{bmatrix} \leq 0$$

Für $j = 0, \dots, N-1$:

(3.1) Löse die Differential-algebraische Gleichungen (DAE) im Zeitintervall $[t_j, t_{j+1}]$

$$\begin{aligned} B(\cdot)\dot{x}_j(t) &= f(t, x_j(t), q_j(t)), \\ x_j(t_j) &= s_j^{[k]} \end{aligned}$$

(3.2) Berechne das Integral:

$$L_j(s_j^{[k]}, q_j) = \int_{t_j}^{t_{j+1}} L(x_j(\theta), q_j(\theta))\mathrm{d}\theta$$

(4) Berechne die Lösung von (1) und die Multiplikatoren $\lambda_{qp}^{[k]}, \mu_{qp}^{[k]}$

(5) Setze $w^{[k+1]} = w^{[k]} + d^{[k]}$, $\lambda^{[k+1]} = \lambda_{qp}^{[k]}$, $\mu^{[k+1]} = \mu_{qp}^{[k]}$