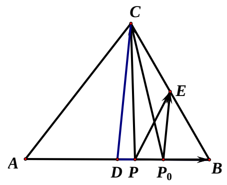
2023-03-12

(2011会考)26.正方形$ABCD$的边长为2，E是线段CD的中点，F是线段BE上的动点，则$\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{FC}$的取值范围是（　）$A.[-1,0]$　$B.[-1,\frac{4}{5}]$ $C.[-\frac{4}{5},1]$ $D.[0,1]$　　key:取中点，选B

(12文理）在$\triangle ABC$中，M是BC的中点，$AM=3,BC=10$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$_____.　key:取中点，-16

(13理）设$\triangle ABC,P_0$是边AB上一定点,满足$P_0B=\frac{1}{4}AB$，且对于AB边上任一点P,恒有$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}\ge\overrightarrow{P_0B}\cdot\overrightarrow{P_0C}$,

则（　　）$A.\angle ABC=90°$ $B.\angle BAC=90°$ $C.AB=AC$ $D.AC=BC$　　D



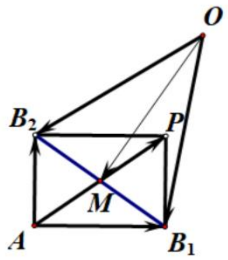
$key:\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PE}^2-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}^2\ge\overrightarrow{P_0B}\cdot\overrightarrow{P_0C}=\overrightarrow{P_0E}^2-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}^2$,

$\therefore|\overrightarrow{PE}|\ge|\overrightarrow{P_0E}|,\therefore\overrightarrow{EP_0}\perp\overrightarrow{AB}$,而$PE//CD$(其中$D$、$E$分别是$AB$、$CB$的中点

$\therefore|\overrightarrow{CA}|=|\overrightarrow{CB}|$，选$D$

（2013 重庆）在平面上,$\overrightarrow{AB_1}\perp\overrightarrow{AB_2},|\overrightarrow{OB_1}|=|\overrightarrow{OB_2}|=1,\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB_1}+\overrightarrow{AB_2}$.若$|\overrightarrow{OP}|<\frac{1}{2}$，则$|\overrightarrow{OA}|$的取值范围为

（ D ）$A.(0,\frac{\sqrt{5}}{2}]$ $B.(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{7}}{2}]$ $C.(\frac{\sqrt{5}}{2},\sqrt{2}]$ $D.(\frac{\sqrt{7}}{2},\sqrt{2}]$

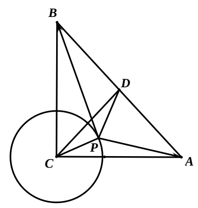


$key:\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OP}^2=2\overrightarrow{OM}^2+\overrightarrow{MP}^2=\overrightarrow{OB_1}^2+\overrightarrow{OB_2}^2=2,\therefore|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{2-|\overrightarrow{OP}|^2}\in(\frac{\sqrt{7}}{2},\sqrt{2}]$

变式：若$|\overrightarrow{OB_1}|=1,|\overrightarrow{OB_2}|=2$?

$key:\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OP}^2=2\overrightarrow{OM}^2+\overrightarrow{MP}^2=\overrightarrow{OB_1}^2+\overrightarrow{OB_2}^2=5,\therefore|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{5-|\overrightarrow{OP}|^2}\in(\frac{\sqrt{19}}{2},\sqrt{5}]$

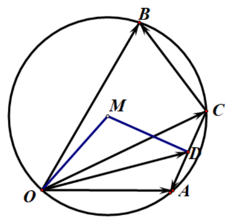
(1407学考24）已知$Rt\triangle ABC$的斜边AB的长为4,设P是以C为圆心1为半径的圆上的任意一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的取值范围是（　）$A.[-\frac{3}{2},\frac{5}{2}]$　$B.[-\frac{5}{2},\frac{5}{2}]$　$C.[-3,5]$　$D.[1-2\sqrt{3},1+2\sqrt{3}]$　　C



(1407)$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PD}^2-4\in[-3,5](|\overrightarrow{PD}|\in[2-1,2+1]),\therefore$选$B$

(15竞赛）已知向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$,$|\vec{a}-\vec{b}|=5$,向量$\vec{c}-\vec{a},\vec{c}-\vec{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$,$|\vec{c}-\vec{a}|=2\sqrt{3}$,则$\vec{a}\cdot\vec{c}$的最大值为__.

15竞赛key:$\triangle OAB$的外接圆直径$2R=\frac{5}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{10}{\sqrt{3}},\therefore|\overrightarrow{MD}|=\sqrt{\frac{25}{3}-3}=\frac{4}{\sqrt{3}}$



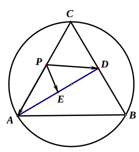
$\therefore|\overrightarrow{OD}|\le|\overrightarrow{OM}|+|\overrightarrow{MD}|=\frac{5}{\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$,

$\therefore\vec{a}\cdot\vec{c}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}^2-3\le24$

(1704学考）设点P是边长为2的正三角形ABC的三边上的动点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的取值范围为_____.

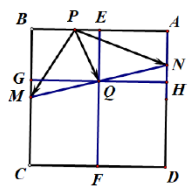
1704学考$key:\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PD}$

$=2(\overrightarrow{PE}^2-\frac{3}{4})\in[-\frac{9}{8},2](\because|\overrightarrow{PE}|\in[\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{\sqrt{7}}{2}])$



（18 陕西）8.在边长为 8 的正方形 $ABCD$ 中，M 是 BC 的中点，N 是 AD 边上一点，且 $DN=3NA$，若对于常数 m，在正方形 $ABCD$ 的标上恰有 6 个不同的点 P，使 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=m$，则实数 m 的取值范围是

（C　）A.　$(-8,8)$　　B.　$(-1,24)$　　C.　$(-1,8)$　　D.　$(0,8)$



key:如图,$|\overrightarrow{QE}|=3,|\overrightarrow{QH}|=|\overrightarrow{QG}|=4,|\overrightarrow{QF}|=5$,

$\therefore m=\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PQ}^2-17\in(-1,8)$