三角函数（1）

一．三角变换

①三角函数定义、象限上的符号、特殊角三角函数值、三角函数线

②同角三角函数关系: $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

③诱导公式:**以下$k\in Z$**

周期性: $\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha,\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha,\tan(k\pi+\alpha)=\tan\alpha,$

奇偶性: $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha,\cos(-\alpha)=\cos\alpha,\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha,\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha,\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha,\sin(\pi+\alpha)=\sin\alpha,\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha,$

$\sin(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha,\cos(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha,\tan(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)=\dfrac{1}{\tan\alpha};\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha,\cos(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha,$

$\tan(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)=-\dfrac{1}{\tan\alpha};\sin(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha,\cos(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha,\tan(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=\dfrac{1}{\tan\alpha};$

$\sin(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha)=-\cos\alpha,\cos(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha)=\sin\alpha,\tan(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha)=-\dfrac{1}{\tan\alpha}$

（2）特殊角三角函数值: $k\in Z,m\in Z$

$\sin\dfrac{k\pi}{6}=$______, $\cos\dfrac{k\pi}{6}=$_______, $\tan\dfrac{k\pi}{6}=$______$(k=6m\pm1)$; $\sin\dfrac{k\pi}{4}=$______, $\cos\dfrac{k\pi}{4}=$_______,

$\tan\dfrac{k\pi}{4}=$______$(k=4m\pm1)$; $\sin\dfrac{k\pi}{3}=$______, $\cos\dfrac{k\pi}{3}=$_______, $\tan\dfrac{k\pi}{3}=$______$(k=3m\pm1)$

（2）和差倍角公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta;\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

变式①： $a\sin\alpha+b\cos\alpha=$____________

② $\sin\alpha\pm\sin\beta=$_______________, $\cos\alpha\pm\cos\beta=$___________________.

③ $\sin\alpha\cos\beta=$_________________, $\cos\alpha\cos\beta=$___________________, $\sin\alpha\sin\beta=$______________

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}\Rightarrow\tan\alpha\pm\tan\beta=\tan(\alpha\pm\beta)(1\mp\tan\alpha\tan\beta)$

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha\Rightarrow\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{2}\sin2\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$，变式: $\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha},\sin2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha},\cos2\alpha=\dfrac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

升幂公式: $1+\cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2},1-\cos\alpha=2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

降幂公式: $\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos2\alpha}{2},\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos2\alpha}{2}$, 变形: $\sin\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}},\cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}},\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

2．三角变换的基本出发点：①角关系：互余、互补，和、差、倍；②名称关系：切化弦，

③结构特征：分式（分子分母尽量化积），根式，高次降幂

例 1（1）①在$\triangle ABC$中, $\sin A=\dfrac{3}{5},\sin B=\dfrac{12}{13}$，则$\sin C=$______________.

②已知$\cos\theta-\sin\theta=\dfrac{7\sqrt{2}}{25}$, 求$\sin(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{8})$的值.

③已知$\frac{5\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha+2\cos\alpha}=\frac{16}{5}$,则$\frac{\sin\alpha\cos\alpha-1}{2-\sin^2\alpha}=$__________;

变式：已知$\sin\beta=\frac{3}{5}(\frac{\pi}{2}<\beta<\pi)$，且$\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$,则$\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha=$_____.

（2）①已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{7}{5}$,则$\tan\alpha=$__________.

②已知$\theta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$,$\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=2\sqrt{2}$,则$\sin(2\theta-\frac{\pi}{3})=$________.

③函数$f(x)=(1-\cos x)(1+\sin x)(x\in[0,\frac{\pi}{2}])$的值域为________.

变式1（1）已知实数x,y满足$x^2+y^2=1$,则$z=\frac{x+y}{1-xy}$的最大值为_______.

（2）实数x,y满足$x^2-xy+2y^2=1$,则①x^2+y^2的取值范围为_____；

②$(x^2-y^2)_{\max}=$______;$(x^2-y^2)_{\min}$______；

③$(x^2+xy)_{\max}=$______;$(x^2+xy)_{\min}$______；

④$(x^2-2xy)_{\max}=$______;$(x^2-2xy)_{\min}$______；

变式 1：实数x,y满足$x^2-xy-2y^2=1$,则①x^2+y^2的取值范围为_____；

②$(x^2-y^2)_{\max}=$______;$(x^2-y^2)_{\min}$______；

③$(x^2+xy)_{\max}=$______;$(x^2+xy)_{\min}$______.

变式 2：实数x,y满足$x^2-2xy+y^2+x+y=1$,则$(x^2+y^2)_{\min}=$_____.

(3) 函数$y=2x-\sqrt{1-x^2}$的值域为______;

函数$y=\sqrt{3+x}+2\sqrt{1-x}$的值域为______

③已知$\sin\alpha+2\cos\alpha=\dfrac{11}{5}(0<\alpha<\pi)$，则$\tan\alpha=$___________.

（3）①已知$\alpha,\beta\in(\dfrac{3\pi}{4},\pi)$， $\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$， $\sin(\beta-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{12}{13}$, 则$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=$____.

②设$\sin(\dfrac{\pi}{4}+\theta)=\dfrac{1}{3}$， 则$\sin 2\theta=$___________.

③ 设α为锐角，若$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{4}{5}$， 则$\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{12})=$______.

④设$\alpha,\beta\in(0,\pi),\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{5}{13},\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1}{2}$， 则$\cos\beta$的值是________.

⑤已知$\cos(\alpha-\dfrac{\beta}{2})=-\dfrac{1}{9},\sin(\dfrac{\alpha}{2}-\beta)=\dfrac{2}{3}$,且$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi,0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$,则$\cos(\alpha+\beta)=$________.

⑥已知$\tan(2\alpha+\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{4}{3},\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},0)$， 则$\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{12})=$___, $\tan\alpha=$________

（4）①设$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2}),\beta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$,且$\tan\alpha=\dfrac{1+\sin\beta}{\cos\beta}$， 则（　　）

A. $3\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{2}$　B. $3\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$　C. $2\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{2}$　D. $2\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$

②已知$\tan\alpha\tan\beta=\dfrac{7}{3},\tan\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,则$\cos(\alpha+\beta)=$_____, $\cos(\alpha-\beta)=$_____

③已知α、β为锐角，且$\dfrac{1+\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{1+\sin\beta-\cos\beta}{\sin\beta}=2$， 则$\tan\alpha\tan\beta=$_____.

（5）①若 $\cos x\cos y+\sin x\sin y=\frac{1}{2},\sin 2x+\sin 2y=\frac{2}{3}$,则 $\sin(x+y)=$ ________ .

②在$\triangle ABC$中，$\begin{cases}3\sin A+4\cos B=6\\3\cos A+4\sin B=1\end{cases}$，则$\cos(A+B)=$ _______, $\sin A=$ _______.

③已知 $\frac{\sin\alpha\cdot 2\sin\alpha\cos 2\beta}{\sin^2\alpha\cos^2 2\beta-\cos^2\alpha\sin^2 2\beta}=2,\sin\beta\neq 0,\sin\alpha-k\cos\beta=0$,则$k=$ （　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$-\sqrt{2}$　C．$\sqrt{2},or,-\sqrt{2}$　　D．以上都不对

④若$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{3}$,则$\cos\alpha\sin\beta$的取值范围为______

⑤（2018 河南）已知$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$,则$\cos\alpha$的取值范围为______.

⑥设$\frac{\pi}{12}\le z\le y\le x$, 且$x+y+z=\frac{\pi}{2}$， 则$(\cos x\sin y\cos z)_{\max}=$____, $(\cos x\sin y\cos z)_{\min}=$____.

⑦已知$\alpha,\beta,\gamma\in[0,\frac{\pi}{2}]$,则$\cos\alpha+2\cos\beta+\cos\gamma-\cos(\alpha+\gamma)-2\cos(\beta+\gamma)$的最大值为____.

⑧已知$\frac{\sin a}{\sin b}=\frac{\sin c}{\sin d}=\frac{\sin(a-c)}{\sin(b-d)},a,b,c,d\in(0,\pi)$, 证明： $a=b,c=d$.

若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,则（合比定理）$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$;分比定理:$\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$;合分比定理:$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

等比定理:$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$

（6）①已知$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{2},\cos\beta=-\dfrac{7\sqrt{2}}{10},\alpha,\beta\in(0,\pi)$,求$2\alpha-\beta$.

②若$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1,3\sin 2\alpha-2\sin 2\beta=0,\alpha,\beta\in(-\dfrac{\pi}{2},0)$,求$\alpha+2\beta$.

2（1） 若$\sin 76°=m$,则$\cos 7°=$__________.

（2）$\dfrac{(1+\sqrt{3}\tan 65°)\sin 25°}{\sqrt{1+\sin 100°}}=$_________;

（3）$(\dfrac{1}{\sin^2 10°}-\dfrac{3}{\sin^2 80°})\cdot\dfrac{1}{\sin 70°}=$___________.

（4）$\dfrac{1}{\cos 50°}+\tan 10°=$_____

（5）$\sin 18°=$________.

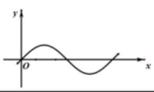
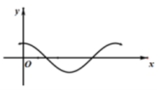
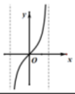
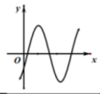
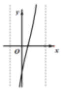
（6）①$\cos 20°\cos 40°\cos 60°\cos 80°=$_____________

②$\sin 20°\sin 40°\sin 60°\sin 80°=$______________

（7）$\sin^2 33°+\cos^2 63°+\cos 57°\sin 27°=$_____

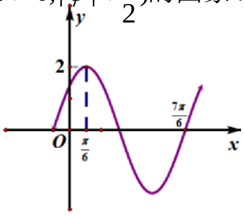
二、三角函数图象性质

以下$k\in Z$

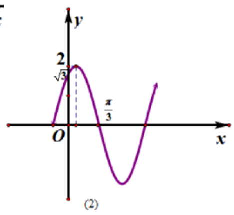
函数 \ 性质		$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$	$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0)$	$f(x)=A\tan(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0)$
图象						
定义域		R	R	$(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$	R	$(\frac{k\pi}{\omega}+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},\frac{k\pi}{\omega}+\frac{\frac{3\pi}{2}-\varphi}{\omega})$
值域		$[-1,1]$	$[-1,1]$	R	$[-A,A]$	R
奇偶性		奇	偶	奇	$\begin{cases}奇\Leftrightarrow f(0)=0\\偶\Leftrightarrow f(0)=\pm A\end{cases}$	奇$\Leftrightarrow f(0)=0$或不存在
对称性	轴	$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$	$x=k\pi$		$x=\frac{2k\pi+\pi-2\varphi}{2\omega}$	
	中心	$(k\pi,0)$	$(k\pi+\frac{\pi}{2},0)$	$(\frac{k\pi}{2},0)$	$(\frac{k\pi-\varphi}{\omega},0)$	$(\frac{k\pi-2\varphi}{2\omega},0)$
周期		2π	2π	π	$T=\frac{2\pi}{\omega}$	$T=\frac{\pi}{\omega}$
单调性	增	$[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}]$	$[2k\pi-\pi,2k\pi]$	$(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$	$(kT+\frac{-\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},kT+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega})$	$(kT+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},kT+\frac{\frac{3\pi}{2}-\varphi}{\omega})$
	减	$[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}]$	$[2k\pi,2k\pi+\pi]$		$(kT+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},kT+\frac{\frac{3\pi}{2}-\varphi}{\omega})$	

1（1）已知函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的图象：

如图（1),则其解析式为______________;

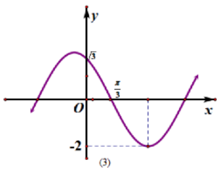


如图（2),则其解析式为_____________；



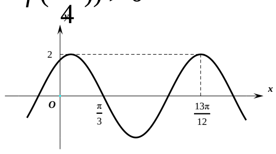
(2)

如图（3),则其解析式为_____________.



(3)

（2）（2021甲）若$f(x)$的部分图像如图所示，则满足条件$(f(x)-f(-\frac{7\pi}{4}))(f(x)-f(\frac{3\pi}{4}))>0$的最小正整数$x$为____.



（3）已知函数 $y=4\sin(2x+\frac{\pi}{6})(0\le x\le\frac{7\pi}{6})$ 的图象与直线 $y=k$ 的交点个数为 N，且交点的横坐标分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_N\,(x_1<x_2<\cdots<x_N)$.若 $N=2$,则$x_1+x_2=$____;$N=3$，则$x_1+2x_2+x_3=$____.

2（1）①已知函数 $f(x)=\cos(\frac{\pi}{4}+ax)(a>0)$. 若 $y=|f(x)|$的周期为π，则$a=$____；

若 $y=|f(x)|$的图象关于直线$x=\pi$对称，则a的最小值为____.

②已知函数$f(x)=3\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$.若在区间$[0,2]$至少有6个最值点，则$\omega$的取值范围为____；

若在区间$[a,a+2](a\in R)$至少有6个最值点，则ω的取值范围为____.

③已知函数 $f(x)=\sin^2\omega x+\frac{1}{2}\sin 2\omega x-\frac{1}{2}(\omega>0,\omega\in R)$，若 $f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 内没有极值点，则 ω 的取值范围是___________.

（2）①已知函数 $y=\cos(\frac{3\pi}{2}+\pi x),x\in[\frac{5}{6},1)(t>\frac{5}{6})$ 既有最小值也有最大值，则实数 t 的取值范围是（ ）

A. $\frac{3}{2}<t\le\frac{13}{6}$　　B. $t>\frac{3}{2}$　　C. $\frac{3}{2}<t\le\frac{13}{6}$ 或 $t>\frac{5}{2}$　　D. $t>\frac{5}{2}$

②函数$f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$在$[0,\pi]$内的值域为$[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}]$，则$\omega$的取值范围为（　　）D

$A.[\frac{3}{2},\frac{5}{3}]$ $B.[\frac{5}{6},\frac{3}{2}]$ $C.[\frac{6}{5},+\infty)$ $D.[\frac{5}{6},\frac{5}{3}]$

③若函数 $f(x)=A\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$在区间$[0,a]$上的值域为$[0,\frac{1+\sqrt{2}}{2}]$，则实数$a$的取值范围为______.

④函数$y=2\sin(2x+\theta)$与$y=2\cos(2x+\theta)(0<\theta<\pi)$在$x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上的最大值都为2，则$\theta$的取值范围为__.

⑤函数 $y=\sin^2 x+2\cos x$ 在区间 $[-\frac{2\pi}{3},\theta]$ 上的最小值为 $-\frac{1}{4}$，则 θ 的取值范围是_____

（3）①已知函数$f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，若$f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$，且$x_1,x_2\in[-\pi,\pi]$，则$x_1-x_2$的最大值为____.

②将函数$f(x)=\sin 2x$的图象向右平移$\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$个单位后得到函数$g(x)$的图象，若对满足

$|f(x_1)-g(x_2)|=2$的x_1,x_2,有$|x_1-x_2|_{\min}=\frac{\pi}{3}$,则$\varphi=$（　D　）$A.\frac{5\pi}{12}$　$B.\frac{\pi}{3}$　$C.\frac{\pi}{4}$　$D.\frac{\pi}{6}$

（4）①已知函数 $f(x)=\sin x$. 若存在$x_0\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$，使得$f(2x_0)\ge a$成立，则实数$a$的取值范围为___；

若$\forall x\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$，使得$f(2x)\geq a$成立，则实数$a$的取值范围为____.

②若存在实数 a，对于任意实数 $x\in[0,m]$，均有 $(\sin x-a)(\cos x-a)\leq 0$，则实数 m 的最大值是（　）

A. $\frac{5\pi}{4}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

③设函数 $f(x)=m+\sin\frac{x}{2}, x\in D$. 若$D=(-3\pi,\pi)$，且不等式$a\leq f(x)\leq b$的解集为$[a,b]$，则$a+b=$____;

若$D=(0,4\pi)$，且不等式$a\leq f(x)\leq b$的解集为$[a,b]$，则$a+b=$______.

④已知函数$f(x)=3\sin\omega x$(常数$\omega>0$).

若$\forall x_1\in[0,\frac{\pi}{4}]$，总存在$x_2\in[-\frac{2\pi}{3},0)$，使得$f(x_1)>f(x_2)$，则$\omega$的取值范围为_____；

若存在$x_1\in[-\frac{2\pi}{3},0)$，$x_2\in(0,\frac{\pi}{4}]$，使得$f(x_1)=f(x_2)$，则$\omega$的取值范围为__________

（2019Ⅰ）关于函数$f(x)=\sin|x|+|\sin x|$有下述四个结论：①$f(x)$是偶函数；②$f(x)$在区间$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递增；③$f(x)$在$[-\pi,\pi]$有4个零点；④$f(x)$的最大值为2.其中所有正确结论的编号是（）A.①②④ B.②④ C.①④ D.①③

3（1）①若函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+m$，对任意实数$t$都有$f(\frac{\pi}{8}+t)=f(\frac{\pi}{8}-t)$，且$f(\frac{\pi}{8})=-3$，则$m=$______.

②记 $A=\{\theta\mid f(x)=\sin(x+\omega\theta)$为偶函数$,\omega\in N^*\}$, $B=\{x\mid(x-a)(x-a-1)<0\}$，对任意实数 a，满足 $A\cap B$ 中的元素不超过两个，且存在实数 a 使 $A\cap B$ 中含有两个元素，则 ω 的值是___________.

③已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\leq\varphi\leq\pi)$ 是 R 上的偶函数，其图像关于点 $M(\frac{3\pi}{4},0)$ 对称，且在区间 $[0,\pi]$ 上是单调函数，则 $\omega=$______, $\varphi=$_____________

（2019III）（12）（多选题）设函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{5})(\omega>0)$，已知$f(x)$在$[0,2\pi]$有且仅有5个零点则（　）$A.f(x)$在$(0,2\pi)$有且仅有3个极大值点　$B.f(x)$在$(0,2\pi)$有且仅有2个极小值点

$C.f(x)$在$(0,\frac{\pi}{10})$单调递增　　　　$D.\omega$的取值范围是$[\frac{12}{5},\frac{29}{10})$

（2021天津）设$a\in R$，函数$f(x)=\begin{cases}\cos(2\pi x-2\pi a), x<a,\\ x^2-2(a+1)x+a^2+5, x\geq a,\end{cases}$若$f(x)$在区间$(0,+\infty)$内恰有6个零点，则$a$的取值范围是（　）

$A.(2,\frac{9}{4}]\cup(\frac{5}{2},\frac{11}{4}]$　$B.(\frac{7}{4},2)\cup(\frac{5}{2},\frac{11}{4})$　$C.(2,\frac{9}{4}]\cup[\frac{11}{4},3)$　$D.(\frac{7}{4},2)\cup[\frac{11}{4},3)$

（2）①已知 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>\frac{1}{4},x\in R)$,若$f(x)$ 的任何一条对称轴与 x 轴交点的横坐标都不属于区间$(\pi,2\pi)$，则 ω 的取值范围是___________.

②已知函数$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\omega x-\frac{\pi}{4})(\omega>0)$,若$f(x)$在区间$(\pi,2\pi)$内没有零点，则$\omega$的取值范围为______.

③设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0)$,若对于任意实数φ, $f(x)$在区间$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，则 ω 的取值范围是（　）A. $[\frac{8}{3},\frac{16}{3})$　　B. $[4,\frac{16}{3})$　　C. $[4,\frac{20}{3})$　　D. $[\frac{8}{3},\frac{20}{3})$

④（多选题）设函数 $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x+\frac{1}{2}\sin(\omega x+\frac{\pi}{2})(\omega>0)$，已知$f(x)$在$[0,\pi]$有且仅有3个零点，则（）

A. 在$(0,\pi)$上存在x_1,x_2,满足$f(x_1)-f(x_2)=2$　B. $f(x)$在$(0,\pi)$有且仅有1个最值点

C. $f(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$上单调递增　　D. ω的取值范围是$[\frac{17}{6},\frac{23}{6})$

⑤已知函数 $f(x)=2\sin 2x$,其中常数 $\omega>0$. 将函数 $y=f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位,再向上平移 1 个单位,得到函数 $y=g(x)$ 的图像，区间$[a,b]$满足: $y=g(x)$ 在$[a,b]$上至少含有 30 个零点，则 $b-a$ 的最小值为____.

（3）①函数$f(x)=M\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0)$在区间$[a,b]$上增函数，且$f(a)=-M,\ f(b)=M$，则函数$g(x)=M\sin(\omega x+\varphi)$在$[a,b]$上的值域为__________.

②已知函数$f(x)=\sin(\omega x-\frac{2\pi}{3})(\omega>0),\ f(\frac{\pi}{2})+f(\frac{7\pi}{6})=0$，且$f(x)$在区间$(\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{6})$上单调递增，则$\omega$的最小值为___

③已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|\le\frac{\pi}{2}),x=-\frac{\pi}{4}$为$f(x)$的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为$y=f(x)$图像的对称轴，且$f(x)$在$(\frac{\pi}{18},\frac{5\pi}{36})$单调，则$\omega$的最大值为（ ）A.11　　B.9　　C.7　　D.5

④已知函数$f(x)=2\sin\omega x\cos^2(\frac{\omega x}{2}-\frac{\pi}{4})-\sin^2\omega x(\omega>0)$在区间$[-\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}]$上是增函数，且在区间$[0,\pi]$上恰好取得一次最大值，则$\omega$的取值范围是（　　）

A. $(0,\frac{3}{5}]$　　B. $[\frac{1}{2},\frac{3}{5}]$　　C. $(\frac{1}{2},\frac{3}{5}]$　　D. $(\frac{1}{2},+\infty)$

⑤（多选题）已知函数$f(x)=\tan(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若$f(x)$的最小正周期是2π，则$\omega=\frac{1}{2}$　B. 当$\omega=1$时，$f(x)$的对称中心的坐标为$(k\pi+\frac{\pi}{6},0)(k\in Z)$

C. 当$\omega=2$时，$f(-\frac{\pi}{12})<f(\frac{2\pi}{5})$　D. 若$f(x)$在区间$(\frac{\pi}{3},\pi)$上单调递增，则$0<\omega\le\frac{2}{3}$