一、选择题: 本题共 8 小	趣,每小题 5 分,共 40 分.任母	小题给出的四个选项中,只有	目一坝是符合题日要水的.		
1. 己知集合 <i>M</i> = {−2,−1	$\{0,1,2\}$, $N = \{x \mid x^2 - x - 6 \ge 1\}$	≥ 0 },则 $M \cap N = $ ()			
A. $\{-2, -1, 0, 1\}$	B. {0,1,2}	C. {-2}	D. 2		
2. 己知 $z = \frac{1-i}{2+2i}$,则 z	$-\overline{z} = ($) A. $-i$ B	. i C. 0 D. 1			
3. 已知向量 $\vec{a} = (1,1), \vec{b} =$	$=(1,-1)$,若 $(\vec{a}+\lambda\vec{b})$ \perp $(\vec{a}+\mu$	<i>b</i>),则()			
A. $\lambda + \mu = 1$	B. $\lambda + \mu = -1$	C. $\lambda \mu = 1$	D. $\lambda \mu = -1$		
4. 设函数 $f(x) = 2^{x(x-a)}$ ਹ	在区间(0,1)单调递减,则 <i>a</i> [的取值范围是()			
A. $(-\infty, -2]$ B. $[-2]$	2,0) C. (0,2] D. [2	$(2,+\infty)$			
5. 设椭圆 C_1 : $\frac{x^2}{a^2} + y^2 =$	$1(a > 1), C_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离化	心率分别为 e_1,e_2 . 若 $e_2=\sqrt{3}$	e_1 , $\bigcup a = ($		
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	B. $\sqrt{2}$	C. $\sqrt{3}$	D. $\sqrt{6}$		
6. 过点 $(0,-2)$ 与圆 $x^2+y^2-4x-1=0$ 相切的两条直线的夹角为 α ,则 $\sin\alpha=$ (
A. 1	B. $\frac{\sqrt{15}}{4}$	C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$	D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$		
7. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前	$\int n$ 项和,设甲: $\{a_n\}$ 为等差	E数列;乙: $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数数	列,则()		
A. 甲是乙的充分条件但	1不是必要条件	B. 甲是乙的必要条件但	日不是充分条件		
C. 甲是乙的充要条件		D. 甲既不是乙的充分条			
8. 已知 $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, c	$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{6}$, $\mathbb{M} \cos(2\alpha + 2)$	$(2\beta) = ($) A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{1}{9}$	C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$		
	小题,每小题 5 分,共 20 分		有多项符合题目要求. 全		
	选对的得 2 分,有选错的得 (
	(x, ···, x ₆ , 其中 x ₁ 是最小值, x 的平均数		モン・・ かけ 位数		
A. x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数等于 x_1, x_2, \dots, x_6 的平均数 B. x_2, x_3, x_4, x_5 的中位数等于 x_1, x_2, \dots, x_6 的中位数 C. x_5, x_3, x_4, x_5 的标准差不小于 x_1, x_2, \dots, x_6 的标准差 D. x_5, x_3, x_4, x_5 的极差不大于 x_1, x_2, \dots, x_6 的极差					
2 3 . 3	. 2	2 3 . 3	n		
10. 噪声污染问题越来起	越受到重视. 用声压级来度量				
$p_{0}(p_{0}>0)$ 是听觉下限阈	\mathbb{I} 值, p 是实际声压.下表为	不同声源 ├───			
	然油汽车、混合动力汽车、申		10← 60 ~ 90 ← 10← 50 ~ 60 ← 1		
	别为 p_1, p_2, p_3 ,则()	16日初777(十5	10€ 30 ≈ 60 €		
	B. $p_2 > 10p_3$		D. $p_1 \le 100 p_2$		
	义域为 R , $f(xy) = y^2 f(x) +$		-		
	f(x) = 0 C. $f(x)$ 是偶函数		值点		
	整体放入棱长为1(单位: m)	-			
A. 直径为0.99m 的球体	S B. 所有棱长均为1.4m f	的四面体			
C. 底面直径为0.01m,	高为1.8m 的圆柱体	D. 底面直径为1.2m,	高为0.01m 的圆柱体		
	小题,每小题5分,共20分				
13. 某学校开设了4门位	本育类洗修课和4门艺术类员	比修课, 学生需从这 8 门课口	中选修2门或3门课,并目		

每类选修课至少选修1门,则不同的选课方案共有_____种(用数字作答).

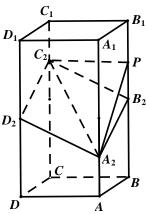
- 14. 在正四棱台 $ABCD A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2, A_1B_1 = 1, AA_1 = \sqrt{2}$,则该棱台的体积为_____.
- 15. 已知函数 $f(x) = \cos \omega x 1(\omega > 0)$ 在区间[0,2 π]有且仅有 3 个零点,则 ω 的取值范围是
- 16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 点 A 在 C 上,点 B 在 y 轴上,

 $\overrightarrow{F_1A} \perp \overrightarrow{F_1B}, \overrightarrow{F_2A} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$,则 C 的离心率为_____.

- 四、解答题: 本题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.
- 17. (10 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $A + B = 3C, 2\sin(A C) = \sin B$.
- (1) 求 $\sin A$; (2) 设AB = 5, 求AB边上的高.

18. (12 分)如图, 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, AB = 2, $AA_1 = 4$. 点 A_2 , B_2 , C_2 , D_2 分别在棱 AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 上, $AA_2 = 1$, $BB_2 = DD_2 = 2$, $CC_2 = 3$. (1)证明: B_2C_2 / A_2D_2 ;

(2) 点 P 在棱 BB_1 上,当二面角 $P-A_2C_2-D_2$ 为150° 时,求 B_2P .



2023-06-08

- 19. (12 分)已知函数 $f(x) = a(e^x + a) x$. (1)讨论 f(x) 的单调性;
- (2) 证明: 当a > 0时, $f(x) > 2\ln a + \frac{3}{2}$.

- 20. (12 分)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,且d>1.令 $b_n=\frac{n^2+n}{a_n}$,记 S_n,T_n 分别为数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的前 n项和. (1)若 $3a_2=3a_1+a_3,S_3+T_3=21$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $\{b_n\}$ 为等差数列,且 $S_{99}-T_{99}=99$,求d.

2023-06-08

- 21. (12分)甲、乙两人投篮,每次由其中一人投篮,规则如下:若命中则此人继续投篮,若末命中则换为对方投篮.无论之前投篮情况如何,甲每次投篮的命中率均为0.6,乙每次投篮的命中率均为0.8.由抽签确定第1次投篮的人选,第1次投篮的人是甲、乙的概率各为0.5.(1)求第2次投篮的人是乙的概率;
- (2) 求第*i* 次投篮的人是甲的概率;
- (3)已知: 若随机变量 X_i 服从两点分布,且 $P(X_i=1)=1-P(X_i=0)=q_i, i=1,2,\cdots,n$,则 $E(\sum_{i=1}^n X_i)=\sum_{i=1}^n q_i$.记前 n 次(即从第 1 次到第 n 次投篮)中甲投篮的次数为 Y ,求 E(Y) .

- 22. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中,点 P 到 x 轴的距离等于点 P 到点 $(0,\frac{1}{2})$ 的距离,记动点 P 的轨迹为 W.
- (1) 求 W的方程; (2) 已知矩形 ABCD 有三个顶点在 W上,证明:矩形 ABCD 的周长大于 $3\sqrt{3}$.

(2023II)22.(1) 证明: 当0 < x < 1时, $x - x^2 < \sin x < x$;

(2) 已知函数 $f(x) = \cos ax - \ln(1-x^2)$, 若x = 0是f(x)的极大值点,求a的取值范围.

- (2018年全国III理科) 已知函数 $f(x) = (2 + x + ax^2) \ln(1 + x) 2x$.
- (1) 若a = 0, 证明: 当-1 < x < 0时, f(x) < 0; 当x > 0时, f(x) > 0;
- (2) 若x = 0是f(x)的极大值点,求a的值.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

解答

1. 己知集合 <i>M</i> = {−2,−1	$1,0,1,2$, $N = \{x \mid x^2 - x - x\}$	$\{-6 \geq 0\}$,则 $M \cap N =$	()			
A. $\{-2, -1, 0, 1\}$	B. {0,1,2}	C. {-2}	D. 2			
2. 己知 $z = \frac{1-i}{2+2i}$,则 z	$z - \overline{z} = ($) A. $-i$	B. i C. 0	D. 1			
3. 已知向量 $\vec{a} = (1,1), \vec{b} = (1,-1)$,若 $(\vec{a} + \lambda \vec{b}) \perp (\vec{a} + \mu \vec{b})$,则(
A. $\lambda + \mu = 1$	B. $\lambda + \mu = -1$	C. $\lambda \mu = 1$	D. $\lambda \mu =$	= -1		
4. 设函数 $f(x) = 2^{x(x-a)}$ 在区间 $(0,1)$ 单调递减,则 a 的取值范围是 ()						
A. $(-\infty, -2]$ B. $[-2]$	2,0) C. (0,2] D.	$[2,+\infty)$				
5. 设椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + y^2 =$	$1(a > 1), C_2 : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ fr	离心率分别为 e_1,e_2 . λ		()		
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	B. $\sqrt{2}$	C. $\sqrt{3}$	D. $\sqrt{6}$			
6. 过点 $(0,-2)$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$ 相切的两条直线的夹角为 α ,则 $\sin \alpha = ($						
A. 1	B. $\frac{\sqrt{15}}{}$	C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$	D. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$			
	7	T	7			
7. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,设甲: $\{a_n\}$ 为等差数列;乙: $\{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列,则()						
A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件 B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件						
C. 甲是乙的充要条件 D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件						
8. 己知 $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{6}$, 则 $\cos(2\alpha + 2\beta) = ($) A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$						
二、选择题: 本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全						
部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.						
9. 有一组样本数据 x_1, x_2, \dots, x_6 ,其中 x_1 是最小值, x_6 是最大值,则(
A. x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数等于 x_1, x_2, \dots, x_6 的平均数 B. x_2, x_3, x_4, x_5 的中位数等于 x_1, x_2, \dots, x_6 的中位数						
C. x_2, x_3, x_4, x_5 的标准差不小于 x_1, x_2, \dots, x_6 的标准差 D. x_2, x_3, x_4, x_5 的极差不大于 x_1, x_2, \dots, x_6 的极差						
10. 噪声污染问题越来	越受到重视. 用声压级来	4	*	n		
$p_{o}(p_{o} > 0)$ 是听觉下限阈	\mathbb{Q} 值, p 是实际声压.下表	表为不同声源 声源·		+		
- 0 - 0	然油汽车、混合动力汽车	然油汽		60 ~ 90 ←		
10m 处测得实际声压分) 电动汽		40€		
A. $p_1 \geq p_2$	B. $p_2 > 10p_3$		$\mathbf{D.} p_1 \leq$			
11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , $f(xy) = y^2 f(x) + x^2 f(y)$,则()						
A. $f(0) = 0$ B. $f(1) = 0$ C. $f(x)$ 是偶函数 D. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极小值点						
12. 下列物体中, 能够被整体放入棱长为 1 (单位: m)的正方体容器 (容器壁厚度忽略不计) 内的有 ()						
A. 直径为0.99m 的球体 B. 所有棱长均为1.4m 的四面体						
C. 底面直径为0.01m,	高为1.8m 的圆柱体	D. 底面直径为	1.2m,高为0.01m的]圆柱体		
三、填空题:本题共4/	小题,每小题 5 分,共 20)分.				

13. 某学校开设了4门体育类选修课和4门艺术类选修课,学生需从这8门课中选修2门或3门课,并且

2023-06-08

每类选修课至少选修1门,则不同的选课方案共有 种(用数字作答).

- 14. 在正四棱台 $ABCD A_i B_i C_i D_i$ 中, $AB = 2, A_i B_i = 1, AA_i = \sqrt{2}$,则该棱台的体积为_____.
- 15. 已知函数 $f(x) = \cos \omega x 1(\omega > 0)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 有且仅有 3 个零点,则 ω 的取值范围是______
- 16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 点 A 在 C 上,点 B 在 y 轴上,

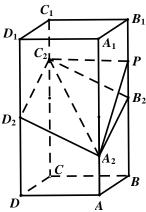
 $\overrightarrow{F_1A} \perp \overrightarrow{F_1B}, \overrightarrow{F_2A} = \frac{2}{3} \overrightarrow{F_2B}$,则 C 的离心率为_____.

四、解答题: 本题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

- 17. (10 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $A + B = 3C, 2\sin(A C) = \sin B$.
- (1) 求 $\sin A$; (2) 设AB=5, 求AB边上的高.

18. (12 分)如图, 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, AB = 2, $AA_1 = 4$. 点 A_2 , B_2 , C_2 , D_2 分别在棱 AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 上, $AA_2 = 1$, $BB_2 = DD_2 = 2$, $CC_2 = 3$. (1)证明: B_2C_2 / A_2D_2 ;

(2) 点 P 在棱 BB_1 上,当二面角 $P-A_2C_2-D_2$ 为150° 时,求 B_2P .



- 19. (12 分) 已知函数 $f(x) = a(e^x + a) x$. (1) 讨论 f(x) 的单调性;
- (2) 证明: 当a > 0时, $f(x) > 2\ln a + \frac{3}{2}$.

- 20. (12 分)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,且 d>1. 令 $b_n=\frac{n^2+n}{a_n}$,记 S_n,T_n 分别为数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的前 n 项和.(1)若 $3a_2=3a_1+a_3,S_3+T_3=21$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $\{b_n\}$ 为等差数列,且 $S_{99}-T_{99}=99$,求d.

2023-06-08

- 21. (12分)甲、乙两人投篮,每次由其中一人投篮,规则如下:若命中则此人继续投篮,若末命中则换为对方投篮.无论之前投篮情况如何,甲每次投篮的命中率均为0.6,乙每次投篮的命中率均为0.8.由抽签确定第1次投篮的人选,第1次投篮的人是甲、乙的概率各为0.5.(1)求第2次投篮的人是乙的概率;
- (2) 求第*i* 次投篮的人是甲的概率;
- (3)已知: 若随机变量 X_i 服从两点分布,且 $P(X_i=1)=1-P(X_i=0)=q_i, i=1,2,\cdots,n$,则 $E(\sum_{i=1}^n X_i)=\sum_{i=1}^n q_i$.记前 n 次(即从第 1 次到第 n 次投篮)中甲投篮的次数为 Y ,求 E(Y) .

- 22. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中,点 P 到 x 轴的距离等于点 P 到点 $(0,\frac{1}{2})$ 的距离,记动点 P 的轨迹为 W.
- (1) 求 W的方程; (2) 已知矩形 ABCD 有三个顶点在 W上,证明:矩形 ABCD 的周长大于 $3\sqrt{3}$.