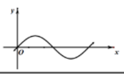
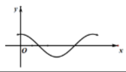
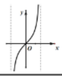
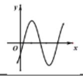
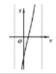
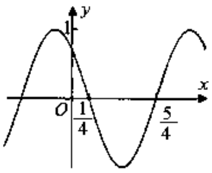
二、三角函数图象性质

以下$k\in Z$

性质＼函数		$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$	$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0)$	$f(x)=A\tan(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0)$
图象						
定义域		R	R	$(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$	R	$(\frac{k\pi}{\omega}+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},\frac{k\pi}{\omega}+\frac{\frac{3\pi}{2}-\varphi}{\omega})$
值域		$[-1,1]$	$[-1,1]$	R	$[-A,A]$	R
奇偶性		奇	偶	奇	$\begin{cases}奇\Leftrightarrow f(0)=0\\ 偶\Leftrightarrow f(0)=\pm A\end{cases}$	奇$\Leftrightarrow f(0)=0$或不存在
对称性	轴	$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$	$x=k\pi$		$x=\frac{2k\pi+\pi-2\varphi}{2\omega}$	
	中心	$(k\pi,0)$	$(k\pi+\frac{\pi}{2},0)$	$(\frac{k\pi}{2},0)$	$(\frac{k\pi-\varphi}{\omega},0)$	$(\frac{k\pi-2\varphi}{2\omega},0)$
周期		2π	2π	π	$T=\frac{2\pi}{\omega}$	$T=\frac{\pi}{\omega}$
单调性	增	$[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}]$	$[2k\pi-\pi,2k\pi]$	$(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$	$(kT+\frac{-\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},kT+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega})$	$(kT+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},kT+\frac{\frac{3\pi}{2}-\varphi}{\omega})$
	减	$[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}]$	$[2k\pi,2k\pi+\pi]$		$(kT+\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},kT+\frac{\frac{3\pi}{2}-\varphi}{\omega})$	



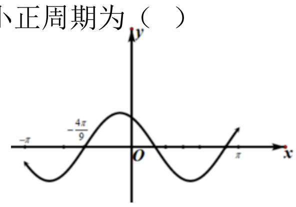
（2015Ⅰ）（8）函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$的部分图像如图所示，则$f(x)$的单调递减区间为（ ）

$A.(k\pi-\frac{1}{4},k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$ $B.(2k\pi-\frac{1}{4},2k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$ $C.(k-\frac{1}{4},k+\frac{3}{4}),k\in Z$ $D.(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}),k\in Z$

（2015Ⅰ）$key:\begin{cases}\omega\cdot\frac{1}{4}+\varphi=\frac{\pi}{2}\\ \omega\cdot\frac{5}{4}+\varphi=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$ 得$\omega=\pi,\varphi=\frac{\pi}{4},\therefore T=2,$递减区间为$[2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}],$选$D$

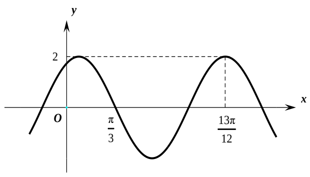
（2020Ⅰ）（7）设函数$f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})$在$[-\pi,\pi]$的图像大致如下图，则$f(x)$的最小正周期为（ ）

$A.\frac{10\pi}{9}$　$B.\frac{7\pi}{6}$　$C.\frac{4\pi}{3}$　$D.\frac{3\pi}{2}$



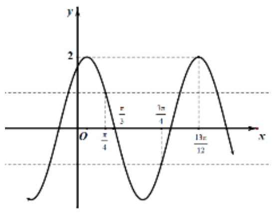
（2020Ⅰ）$\omega\cdot(-\frac{4\pi}{9})+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$得$\omega=\frac{3}{2},\therefore T=\frac{4\pi}{3},$选$C$

（2021甲）若$f(x)$的部分图像如图所示，则满足条件$(f(x)-f(-\frac{7\pi}{4}))(f(x)-f(\frac{3\pi}{4}))>0$的最小正整数$x$为____.



（2021甲）$key:$由图知$\begin{cases}\omega\cdot\frac{\pi}{3}+\theta=\frac{\pi}{2}\\ \omega\cdot\frac{13}{12}\pi+\theta=2\pi\end{cases}$ 得$\begin{cases}\omega=2\\ \theta=-\frac{\pi}{6}\end{cases},\therefore f(x)=2\cos(2x-\frac{\pi}{6}),$

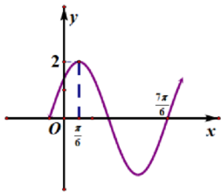
$\therefore x_{\max}=\frac{\pi}{12},x_{\min}=\frac{7\pi}{12},$而$f(-\frac{7\pi}{4})=f(\frac{\pi}{4})=f(-\frac{\pi}{12}),f(\frac{3\pi}{4})=f(\frac{5\pi}{12}),$



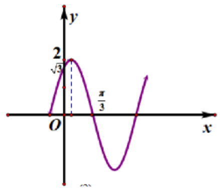
如图，得原不等式$\Leftrightarrow k\pi-\frac{\pi}{12}<x<k\pi+\frac{\pi}{4},or,k\pi+\frac{5\pi}{12}<x<k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in Z,\therefore x_{\min}=2$

1（1）已知函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$的图象：

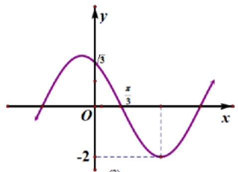
如图 (1),则其解析式为____________; $\begin{cases}\omega\cdot\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}\\ \omega\cdot\frac{7\pi}{6}+\varphi=2\pi\end{cases}$ 得$f(x)=2\sin(\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4});$



如图（2),则其解析式为____________；$\begin{cases}\omega\cdot\dfrac{\pi}{3}+\varphi=\pi\\ \omega\cdot 0+\varphi=\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$ 得$f(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$;



如图（3),则其解析式为____________．$\begin{cases}\omega\cdot\dfrac{\pi}{3}+\varphi=\pi\\ \omega\cdot 0+\varphi=\dfrac{2\pi}{3}\end{cases}$ 得$f(x)=2\sin(x+\dfrac{2\pi}{3})$;

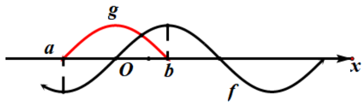


（3）已知函数 $y=4\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})(0\le x\le\dfrac{7\pi}{6})$ 的图象与直线 $y=k$ 的交点个数为 N，且交点的横坐标分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_N\,(x_1<x_2<\cdots<x_N)$.若 $N=2$,则$x_1+x_2=$___; $N=3$，则$x_1+2x_2+x_3=$___.

key:如图：$N=2$时,$x_1+x_2=2\cdot\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{4\pi}{3}$; $N=3$时,$x_1+x_2+x_2+x_3=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{4\pi}{3}=\dfrac{5\pi}{3}$

(1999) （4）函数$f(x)=M\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$在区间$[a,b]$上是增函数，且$f(a)=-M$, $f(b)=M$,则函数 $g(x)=M\cos(\omega x+\varphi)$在$[a,b]$上（　）C

$A.$是增函数　$B.$是减函数　$C.$可以取得最大值M　$D.$可以取得最小值$-M$



(2016全国Ⅰ) （12）已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|\le\dfrac{\pi}{2})$, $x=-\dfrac{\pi}{4}$为$f(x)$的零点，$x=\dfrac{\pi}{4}$为$y=f(x)$图象的对称轴，且$f(x)$在$(\dfrac{\pi}{18},\dfrac{5\pi}{36})$单调，则$\omega$的最大值为（ ）$A.11$　　$B.9$　　$C.7$　　$D.5$

(2016Ⅰ) $\begin{cases}\omega\cdot(-\dfrac{\pi}{4})+\varphi=k_1\pi\\ \omega\cdot\dfrac{\pi}{4}+\varphi=k_2\pi+\dfrac{\pi}{2}\end{cases},\therefore\begin{cases}\omega=2(k_2-k_1)+1\\ \varphi=\dfrac{k_1+k_2}{2}\pi+\dfrac{\pi}{4}\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]\end{cases},\therefore\begin{cases}k_1+k_2=0\\ \varphi=\dfrac{\pi}{4}\\ \omega=4k_2+1\end{cases},or,\begin{cases}k_1+k_2=-1\\ \varphi=-\dfrac{\pi}{4}\\ \omega=4k_2+3\end{cases},$

$key1$:由$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$, $\omega x+\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$得$x=\dfrac{k\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi}{\omega}$, $\therefore$单调区间为$[\dfrac{k\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},\dfrac{(k+1)\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi}{\omega}]$,

$\therefore\dfrac{k\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi}{\omega}\le\dfrac{\pi}{18}<\dfrac{5\pi}{36}\le\dfrac{(k+1)\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi}{\omega}$ 即$18(k+\dfrac{1}{2}-\dfrac{\varphi}{\pi})\le\omega\le\dfrac{36}{5}(k+\dfrac{3}{2}-\dfrac{\varphi}{\pi})$

当$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$时,$18(k+\dfrac{1}{4})\le\omega\le\dfrac{36}{5}(k+\dfrac{5}{4})$，且$\omega=4k_2+1$, $\therefore\omega_{\max}=9$

当$\varphi=-\dfrac{\pi}{4}$时,$18(k+\dfrac{3}{4})\le\omega\le\dfrac{36}{5}(k+\dfrac{7}{4})$，且$\omega=4k_2+3$, $\therefore\omega_{\max}=3$

$key2$:（排除法）

变式:（2023（下）名校协作体开学考）7.已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$,

$f(-x)+f(x-\dfrac{\pi}{2})=0$, $f(x)-f(\dfrac{\pi}{2}-x)=0$对任意的实数$x$均成立，$f(x)$在$(\dfrac{\pi}{8},\dfrac{5\pi}{28})$上单调，则 C

ω的最大值为（　）$A.17$ $B.16$　$C.15$　$D.13$

key：由$f(x-\frac{\pi}{2})+f(-x)=0$得$\omega\cdot(-\frac{\pi}{4})+\varphi=k_1\pi,k_1\in Z$,

由$f(x)=f(\frac{\pi}{2}-x)$得$\omega\cdot\frac{\pi}{4}+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2},k_2\in Z,\therefore\begin{cases}\omega=2(k_2-k_1)+1\\ \varphi=\frac{1}{2}(k_1+k_2)\pi+\frac{\pi}{4}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}k_1+k_2=0\\ \varphi=\frac{\pi}{4}\\ \omega=4k_2+1\end{cases}$，或$\begin{cases}k_1+k_2=-1\\ \varphi=-\frac{\pi}{4}\\ \omega=4k_2+3\end{cases}$，$\therefore B$错

若$\omega=17,\varphi=\frac{\pi}{4}$，则$f(x)=A\sin(17x+\frac{\pi}{4})$，由$17x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$得$x=\frac{\pi}{68}$，得递减区间为$[\frac{\pi}{68},\frac{5\pi}{68}]$，$\therefore A$错

若$\omega=15,\varphi=-\frac{\pi}{4}$，则$f(x)=A\sin(15x-\frac{\pi}{4})$，由$15x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$得$x=\frac{\pi}{20}$，得递减区间为$[\frac{\pi}{20},\frac{7\pi}{60}]$，$\frac{7\pi}{60}<\frac{\pi}{8}<\frac{5\pi}{28}<\frac{11\pi}{60}$，$C$对

（2018安徽）函数$f(x)=|\sin(2x)+\sin(3x)+\sin(4x)|$的最小正周期为_____ π

（2018）（10）若$f(x)=\cos x-\sin x$在$[-a,a]$是减函数，则a的最大值是（ ）$A.\frac{\pi}{4}$ $B.\frac{\pi}{2}$ $C.\frac{3\pi}{4}$ $D.\pi$

2018：$f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{4})$，由$T=2\pi,x+\frac{\pi}{4}=0$得$x=-\frac{\pi}{4}$

$\therefore f(x)$的递减区间为$[2k\pi-\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{\pi}{4}]$，$\therefore$选$A$

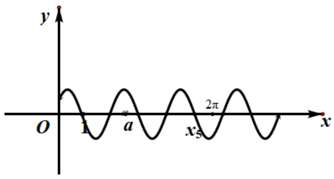
（2019Ⅰ）关于函数$f(x)=\sin|x|+|\sin x|$有下述四个结论：①$f(x)$是偶函数；②$f(x)$在区间$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递增；③$f(x)$在$[-\pi,\pi]$有4个零点；④$f(x)$的最大值为2.其中所有正确结论的编号是（ ）

A.①②④ B.②④ C.①④ D.①③

2019Ⅰ key：$f(-x)=f(x),\therefore f(x)$是偶函数，①对；当$x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$时，$f(x)=2\sin x$是减函数，②错；当$x\in[0,\pi]$时，$f(x)=2\sin x$，③错；$f(x)\le1+1=2$，④对.$\therefore$选$C$

（2019Ⅲ）（12）（多选题）设函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{5})(\omega>0)$，已知$f(x)$在$[0,2\pi]$有且仅有5个零点.则（ ）$A.f(x)$在$(0,2\pi)$有且仅有3个极大值点 $B.f(x)$在$(0,2\pi)$有且仅有2个极小值点

$C.f(x)$在$(0,\frac{\pi}{10})$单调递增 $D.\omega$的取值范围是$[\frac{12}{5},\frac{29}{10})$



2019Ⅲ：key：由$T=\frac{2\pi}{\omega},\omega x+\frac{\pi}{5}=\frac{\pi}{2}$得$x=\frac{3\pi}{10\omega}$，

则$\frac{3\pi}{10\omega}+\frac{9}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}\le2\pi<\frac{3\pi}{10\omega}+\frac{11}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}$即$\frac{12}{5}\le\omega<\frac{29}{10}$，有$\frac{3\pi}{10\omega}\in(\frac{3}{29}\pi,\frac{5}{40}\pi)$，$\therefore$选$ACD$

（2020Ⅲ）关于$f(x)=\sin x+\frac{1}{\sin x}$有如下四个命题：①$f(x)$的图像关于$y$轴对称；②$f(x)$的图像关于原点对称；③$f(x)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称；④$f(x)$的最小值为2.其中所有真命题的序号是________.

（2020Ⅲ）②③$f(\pi-x)=\sin x+\frac{1}{\sin x}=f(x)$

（2020贵州）（多选题）已知函数$f(x)=\sin x|\cos x|$，则以下叙述正确的是（　）

$A.$若$|f(x_1)|=|f(x_2)|$，则$x_1=x_2+k\pi(k\in Z)$　$B.f(x)$的最小正周期为π

$C.f(x)$在$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上为增函数　　$D.f(x)$的图象关于$x=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$对称

2020贵州：$f(x)$是奇函数，$f(x+\pi)=-\sin x|\cos x|,\therefore$ 选CD

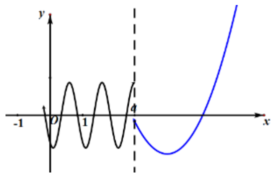
（2021乙）7.把函数$y=f(x)$图像上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数$y=\sin(x-\frac{\pi}{4})$的图像，则$f(x)=$（　）

$A.\sin(\frac{x}{2}-\frac{7\pi}{12})$　$B.\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12})$　$C.\sin(2x-\frac{7\pi}{12})$　$D.\sin(2x+\frac{\pi}{12})$

2021乙：$y=\sin(x-\frac{\pi}{4})\xrightarrow{左\frac{\pi}{3}}y=\sin(x+\frac{\pi}{12})\xrightarrow{伸2}y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{12})$，选$B$

（2021天津）设$a\in R$，函数 $f(x)=\begin{cases}\cos(2\pi x-2\pi a), x<a,\\ x^2-2(a+1)x+a^2+5, x\ge a,\end{cases}$ 若$f(x)$在区间$(0,+\infty)$内恰有6个零点，则a的取值范围是（　）

$A.(2,\frac{9}{4}]\cup(\frac{5}{2},\frac{11}{4}]$　$B.(\frac{7}{4},2)\cup(\frac{5}{2},\frac{11}{4})$　$C.(2,\frac{9}{4}]\cup[\frac{11}{4},3)$　$D.(\frac{7}{4},2)\cup[\frac{11}{4},3)$

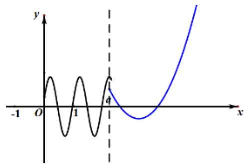


2021key：易得$a>2$，$\because$ 对称轴$x=a+1>a$，$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2+5)=4(2a-4)>0$

当$f(a)=5-2a\ge 0$即$2<a\le\frac{5}{2}$时，$f(x)$在$[a,+\infty)$上有2个零点，$\therefore f(x)$在$(0,a)$上有4个零点，

$\therefore a-2-\frac{1}{4}>0$得$2<a\le\frac{9}{4}$

当$f(a)=5-2a<0$即$a>\frac{5}{2}$时，$f(x)$在$[a,+\infty)$上有1个零点，$\therefore f(x)$在$(0,a)$上有5个零点，



$\therefore\begin{cases}a-2-\frac{1}{4}>0\\ a-2-\frac{3}{4}\le 0\end{cases}$ 得$\frac{5}{2}<a\le\frac{11}{4}$，选$A$

2（1）①已知函数 $f(x)=\cos(\frac{\pi}{4}+ax)(a>0)$.若 $y=|f(x)|$的周期为π，则$a=$____；1

若 $y=|f(x)|$的图象关于直线$x=\pi$对称，则a的最小值为____．$\frac{1}{4}$

$key:\frac{\pi}{a}=\pi,\therefore a=1$;由已知得:$\frac{\pi}{4}+a\pi=\frac{k}{2}\pi$即$a=\frac{2k-1}{4}\ge\frac{1}{4}$

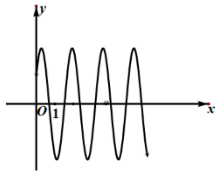
② 设ω是正实数，若存在$a,b(\pi\le a<b\le 2\pi)$，使得$\sin\omega a+\sin\omega b=2$，则$\omega$的取值范围是________．

$key:$由已知得$\begin{cases}\omega a=2k_1\pi+\frac{\pi}{2}\\ \omega b=2k_2\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases},\therefore\pi\le\frac{2k_1\pi+\frac{\pi}{2}}{\omega}<\frac{2k_2\pi+\frac{\pi}{2}}{\omega}\le 2\pi$，即$\frac{2k_2+\frac{1}{2}}{2}\le\omega\le 2k_1+\frac{1}{2}(k_2>k_1,k_1,k_2\in Z)$，

$\therefore\omega\in[\frac{9}{4},\frac{5}{2})\cup[\frac{13}{4},+\infty)$

③已知函数$f(x)=3\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$.若在区间$[0,2]$至少有6个最值点，则$\omega$的取值范围为____；

$key:\omega\geq\frac{8\pi}{3}$



若在区间$[a,a+2](a\in R)$至少有6个最值点，则ω的取值范围为_____.

$key:3\cdot\frac{2\pi}{\omega}\leq 2$即$\omega\geq 3\pi$

④已知函数 $f(x)=\sin^2\omega x+\frac{1}{2}\sin 2\omega x-\frac{1}{2}(\omega>0,\omega\in R)$，若 $f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 内没有极值点，则 ω 的取值范围是___________. $(0,\frac{3}{16}]\cup[\frac{3}{8},\frac{7}{16}]$

（2）①已知函数 $y=\cos(\frac{3\pi}{2}+\pi x),x\in[\frac{5}{6},t)(t>\frac{5}{6})$ 既有最小值也有最大值，则实数 t 的取值范围是（ C）

A. $\frac{3}{2}<t\leq\frac{13}{6}$　　B. $t>\frac{3}{2}$　　C. $\frac{3}{2}<t\leq\frac{13}{6}$或$t>\frac{5}{2}$　　D. $t>\frac{5}{2}$

②函数$f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$在$[0,\pi]$内的值域为$[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}]$，则$\omega$的取值范围为（　　）D

$A.[\frac{3}{2},\frac{5}{3}]$ $B.[\frac{5}{6},\frac{3}{2}]$ $C.[\frac{6}{5},+\infty)$ $D.[\frac{5}{6},\frac{5}{3}]$

可以：$T=\frac{2\pi}{\omega},\omega x+\frac{\pi}{6}=0$得$x=-\frac{\pi}{6\omega}$,而$f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2},\therefore\frac{\pi}{\omega}-\frac{\pi}{6\omega}\leq\pi\leq 2(\frac{\pi}{\omega}-\frac{\pi}{6\omega})$得$\omega\in[\frac{5}{6},\frac{5}{3}]$,选$D$

③若函数 $f(x)=A\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$在区间$[0,a]$上的值域为$[0,\frac{1+\sqrt{2}}{2}]$，则实数$a$的取值范围为______.

$key:$如图,$-\frac{\sqrt{2}}{2}A+\frac{1}{2}\geq 0$即$A\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$.若$A<\frac{\sqrt{2}}{2}$,则$a>\frac{3\pi}{4}$,且$A+\frac{1}{2}=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$得$A=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore A=\frac{\sqrt{2}}{2},\therefore f(0)=0,$且$a\in[\frac{3\pi}{8},\frac{3\pi}{4}]$

④函数$y=2\sin(2x+\theta)$与$y=2\cos(2x+\theta)(0<\theta<\pi)$在$x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上的最大值都为2，则$\theta$的取值范围为__.

$key:-\frac{\pi}{4}\leq\frac{\frac{\pi}{2}-\theta}{2}\leq\frac{\pi}{4}$，且$-\frac{\theta}{2}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}](0<\theta<\pi)$得$\theta\in(0,\frac{\pi}{2}]$

⑤函数 $y=\sin^2 x+2\cos x$ 在区间 $[-\frac{2\pi}{3},\theta]$ 上的最小值为 $-\frac{1}{4}$，则 θ 的取值范围是_____

$key:y=-\cos^2 x+2\cos x+1=-(t-1)^2+2(t=\cos x)\therefore-\frac{1}{2}\leq t\leq 1,\therefore\theta\in(-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$

（3）①已知函数$f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，若$f(x_1)\cdot f(x_2)=-4$，且$x_1,x_2\in[-\pi,\pi]$，则$x_1-x_2$的最大值为____.

$\frac{3\pi}{2}$

$key: T=\pi, 2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ 得 $x=\frac{5\pi}{12}$，$\therefore$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 内的最大值点为：

$-\frac{7}{12}\pi, \frac{5}{12}\pi$，最小值点为 $-\frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$，$\therefore (x_1-x_2)_{\max}=\frac{3}{2}\pi$

②将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向右平移 $\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，若对满足

$|f(x_1)-g(x_2)|=2$ 的 x_1,x_2，有 $|x_1-x_2|_{\min}=\frac{\pi}{3}$，则 $\varphi=$（ D ）A. $\frac{5\pi}{12}$　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{\pi}{4}$　D. $\frac{\pi}{6}$

$key: f(x)$ 的最大值点为 $x_f=k_1\pi+\frac{\pi}{4}$，$g(x)=\sin(2x-2\varphi)$ 的最小值点 $x_g=k_2\pi+\varphi-\frac{\pi}{4}$

$\therefore |x_1-x_2|_{\min}=\frac{\pi}{2}-\varphi=\frac{\pi}{3}$ 得 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，选 D

（4）①已知函数 $f(x)=\sin x$. 若存在 $x_0\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$，使得 $f(2x_0)\ge a$ 成立，则实数 a 的取值范围为___；

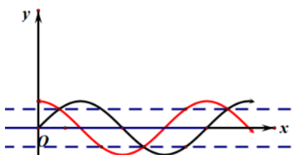
$key:$ 由已知得 $f(2x_0)_{\max}\ge a, \because x_0\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}], \therefore 2x_0\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}], \therefore \sin 2x_0\in[-\frac{\sqrt{3}}{2},1], \therefore a\le 1$

若 $\forall x\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$，使得 $f(2x)\ge a$ 成立，则实数 a 的取值范围为___. $(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}]$

$key:$ 由已知得 $f(2x)_{\min}\ge a, \because x\in[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}], \therefore 2x\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}], \therefore \sin 2x\in[-\frac{\sqrt{3}}{2},1], \therefore a\le -\frac{\sqrt{3}}{2}$

②若存在实数 a，对于任意实数 $x\in[0,m]$，均有 $(\sin x-a)(\cos x-a)\le 0$，则实数 m 的最大值是（ B ）

A. $\frac{5\pi}{4}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

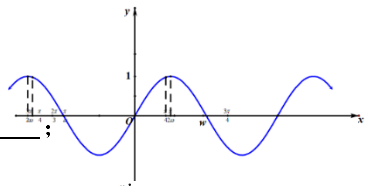


③设函数 $f(x)=m+\sin\frac{x}{2}, x\in D$. 若 $D=(-3\pi,\pi)$，且不等式 $a\le f(x)\le b$ 的解集为 $[a,b]$，则 $a+b=$___； -2π

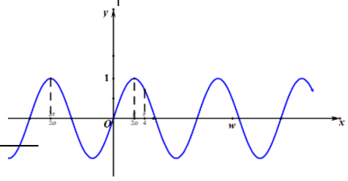
若 $D=(0,4\pi)$，且不等式 $a\le f(x)\le b$ 的解集为 $[a,b]$，则 $a+b=$_____. 2π

④已知函数 $f(x)=3\sin\omega x$（常数 $\omega>0$）.

若 $\forall x_1\in[0,\frac{\pi}{4}]$，总存在 $x_2\in[-\frac{2\pi}{3},0)$，使得 $f(x_1)>f(x_2)$，则 ω 的取值范围为____；



$key: \frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}$ 得 $\omega\in(0,6)$



若存在 $x_1\in[-\frac{2\pi}{3},0), x_2\in(0,\frac{\pi}{4}]$，使得 $f(x_1)=f(x_2)$，则 ω 的取值范围为________

$key:$ 由已知得：$-\frac{2\pi}{3}<-\frac{\pi}{\omega}$ 即 $\omega>\frac{3}{2}$

3（1）① 若函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+m$，对任意实数 t 都有 $f(\frac{\pi}{8}+t)=f(\frac{\pi}{8}-t)$，且 $f(\frac{\pi}{8})=-3$，则 $m=$_____.

$-1, or, -5$

②已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\le\varphi\le\pi)$ 是 R 上的偶函数，其图像关于点 $M(\frac{3\pi}{4},0)$ 对称，且在区间 $[0,\pi]$ 上是单调函数，则 $\omega=$_____,$\varphi=$____________

$key: f(0)=\sin\varphi=\pm1(0\le\varphi\le\pi)$得$\varphi=\frac{\pi}{2},\therefore f(x)=\cos\omega x,\therefore \omega\cdot\frac{3\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$即$\omega=\frac{4}{3}(k+\frac{1}{2}),k\in Z,$

而$\frac{\pi}{\omega}\ge\pi$即$0<\omega\le1,\therefore \omega=\frac{2}{3},or,2,\varphi=\frac{\pi}{2}$

（2）①已知 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>\frac{1}{4},x\in R)$,若$f(x)$ 的任何一条对称轴与 x 轴交点的横坐标都不属于区间 $(\pi,2\pi)$，则 ω 的取值范围是____________． $[\frac{1}{3},\frac{2}{3}]$

$key:\omega x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$即$x=\frac{1}{\omega}(k\pi+\frac{\pi}{3})\notin(\pi,2\pi)$即$\frac{1}{\omega}\notin(\frac{3}{3k+1},\frac{6}{3k+1})$, 而$0<\frac{1}{\omega}<4$

而$(\frac{3}{3k+1},\frac{6}{3k+1})=(3,6),(\frac{3}{4},\frac{3}{2}),(\frac{3}{7},\frac{6}{7}),(\frac{3}{10},\frac{6}{10}),\cdots,$

而$\frac{6}{3(k+1)+1}=\frac{3+3}{3k+1+3}>\frac{3}{3k+1}>\frac{3}{3(k+1)+1}(k\ge1),\therefore\frac{3}{2}\le\frac{1}{\omega}\le3$即$\frac{1}{3}\le\omega\le\frac{2}{3}$

②已知函数$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\omega x-\frac{\pi}{4})(\omega>0)$,若$f(x)$在区间$(\pi,2\pi)$内没有零点，则$\omega$的取值范围为_______.

$key:$由$T=\frac{2\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{\omega}$,令$2\omega x-\frac{\pi}{4}=0$得$x=\frac{\pi}{8\omega},\therefore k\cdot\frac{\pi}{2\omega}+\frac{\pi}{8\omega}\le\pi<2\pi\le k\cdot\frac{\pi}{2\omega}+\frac{\pi}{8\omega}+\frac{\pi}{2\omega},$

即$\frac{4k+1}{8\omega}\le1<2\le\frac{4k+5}{8\omega},\therefore\frac{4k+1}{8}\le\omega\le\frac{4k+5}{16},k\in Z,\therefore\omega\in(0,\frac{1}{16}]\cup[\frac{1}{8},\frac{5}{16}]$

③设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0)$,若对于任意实数φ, $f(x)$在区间$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，则 ω 的取值范围是（　B）

A. $[\frac{8}{3},\frac{16}{3})$　　B. $[4,\frac{16}{3})$　　C. $[4,\frac{20}{3})$　　D. $[\frac{8}{3},\frac{20}{3})$

④（多选题）设函数 $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x+\frac{1}{2}\sin(\omega x+\frac{\pi}{2})(\omega>0)$，已知$f(x)$在$[0,\pi]$有且仅有3个零点，则（AD）

A. 在$(0,\pi)$上存在x_1,x_2,满足$f(x_1)-f(x_2)=2$　B. $f(x)$在$(0,\pi)$有且仅有1个最值点

C. $f(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$上单调递增　　D. ω的取值范围是$[\frac{17}{6},\frac{23}{6})$

$key: f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x+\frac{1}{2}\cos\omega x=\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$

由$T=\frac{2\pi}{\omega},\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$得$x=\frac{\pi}{3\omega},\therefore\frac{5}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}+\frac{\pi}{3\omega}\le\pi<\frac{7\pi}{2}+\frac{\pi}{3\omega}$即$\frac{17}{6}\le\omega<\frac{23}{6}$

⑤已知函数 $f(x)=2\sin 2x$,其中常数 $\omega>0$. 将函数 $y=f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位,再向上平移 1 个单位,

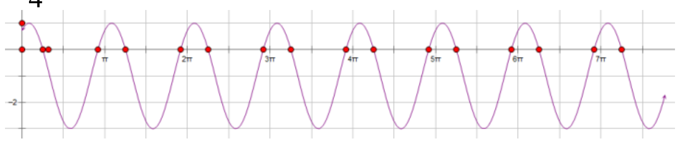
得到函数 $y=g(x)$ 的图像，区间 $[a,b]$ 满足: $y=g(x)$ 在 $[a,b]$ 上至少含有 30 个零点，则 $b-a$ 的最小值为___.

$key:$由$g(x)=2\sin(2(x+\frac{\pi}{6}))+1=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+1=0$

$\Leftrightarrow \sin(2x+\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}$得$x=k\pi+\frac{5\pi}{12},or,x=k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in Z$

即$g(x)$的零点相隔$\frac{\pi}{3}$,或,$\frac{2\pi}{3}$

$\therefore (b-a)_{\min}=14\cdot\frac{2\pi}{3}+15\cdot\frac{\pi}{3}=\frac{43\pi}{3}$



（3）①已知函数$f(x)=\sin(\omega x-\frac{2\pi}{3})(\omega>0)$, $f(\frac{\pi}{2})+f(\frac{7\pi}{6})=0$, 且$f(x)$在区间$(\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{6})$上单调递增，

则ω的最小值为___

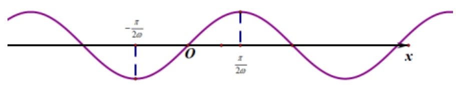
$key:\omega\cdot\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{7\pi}{6}}{2}-\frac{2\pi}{3}=2k\pi(k\in Z)$得$\omega=\frac{12}{5}k+\frac{4}{5}$,且$\frac{7\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{3}\le\frac{\pi}{\omega}$即$\omega\le\frac{3}{2}$,$\therefore \omega=\frac{4}{5}$

②已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos^2(\frac{\omega x}{2}-\frac{\pi}{4})-\sin^2\omega x(\omega>0)$ 在区间 $[-\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}]$ 上是增函数，且在区间 $[0,\pi]$ 上恰好取得一次最大值，则 ω 的取值范围是（　）B

A. $(0,\frac{3}{5}]$　　B. $[\frac{1}{2},\frac{3}{5}]$　　C. $(\frac{1}{2},\frac{3}{5}]$　　D. $(\frac{1}{2},+\infty)$

$key:f(x)=\sin\omega x\cdot(1+\cos(\omega x-\frac{\pi}{2}))-\sin^2\omega x=\sin\omega x$

令$\omega x=\frac{\pi}{2}$得$x=\frac{\pi}{2\omega}$,$\therefore \begin{cases}-\frac{2\pi}{3}\ge-\frac{\pi}{2\omega}\\ \frac{5\pi}{6}\le\frac{\pi}{2\omega}\\ \frac{\pi}{2\omega}\le\pi<\frac{\pi}{2\omega}+\frac{2\pi}{\omega}\end{cases}$　即$\frac{1}{2}\le\omega\le\frac{3}{5}$



③（多选题）已知函数 $f(x)=\tan(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$，则下列说法正确的是（AD　）

A. 若 $f(x)$ 的最小正周期是 2π，则 $\omega=\frac{1}{2}$　B. 当 $\omega=1$ 时，$f(x)$ 的对称中心的坐标为 $(k\pi+\frac{\pi}{6},0)(k\in Z)$

C. 当 $\omega=2$ 时，$f(-\frac{\pi}{12})<f(\frac{2\pi}{5})$　D. 若 $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{3},\pi)$ 上单调递增，则 $0<\omega\le\frac{2}{3}$

$key:AD$: $T=\frac{\pi}{\omega}$,$\omega x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$得$x=-\frac{\pi}{3\omega}$

$\therefore \frac{k\pi}{\omega}-\frac{\pi}{3\omega}\le\frac{\pi}{3}<\pi\le\frac{(k+1)\pi}{\omega}-\frac{\pi}{3\omega}$得$3k-1\le\omega\le k+\frac{2}{3}$,$\therefore \omega\in(0,\frac{2}{3}]$