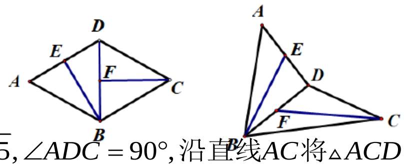
立体几何（2）线面角解答（2）

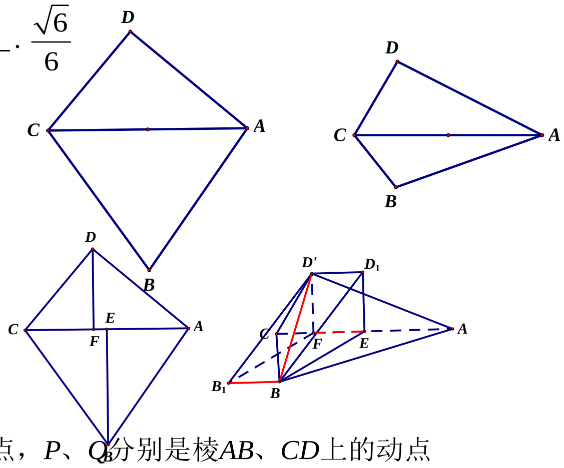
2023-05-14

（201510 学考 18）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°$,线段AD,BD的中点分别为E,F，现将$\triangle ABD$沿对角线BD翻折，则异面直线BE与CF所成角的取值范围为（　）C



$A.(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3})$　$B.(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]$　$C.(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}]$　$D.(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3})$

(16浙江文）如图，已知平面四边形$ABCD,AB=BC=3,CD=1,AD=\sqrt{5},\angle ADC=90°$,沿直线$AC$将$\triangle ACD$翻折成$\triangle ACD'$,直线$AC$与$BD'$所成角的余弦值的最大值是______. $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$



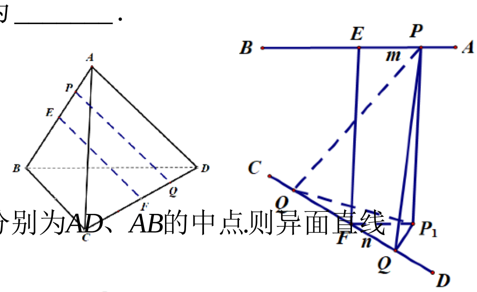
key:构造直三棱柱$D'FB_1-D_1EB$,设$\angle D_1EB=\theta$,

$D'F=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}},EF=\dfrac{2}{\sqrt{6}},BE=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

$$\therefore \tan<\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD'}>=\frac{D'B_1}{BB_1}=\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot\sqrt{\frac{5}{6}+\frac{15}{2}-2\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{30}}{2}\cos\theta}$$

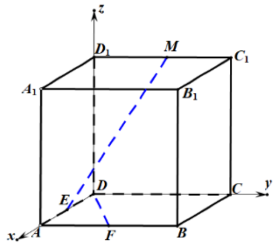
$$=\frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{\frac{25}{3}-5\cos\theta}\ge\sqrt{5},\therefore \cos<\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD'}>_{\max}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

变式 3（1）①在正四面体$ABCD$中，E、F分别为AB、CD的中点，P、Q分别是棱AB、CD上的动点（点P、Q异于点E、F),则PQ与EF所成角的余弦值的取值范围为_______.



$$key:令AB=1,则\cos\theta=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}+m^2+n^2}}\in[\frac{\sqrt{2}}{2},1)(m,n\in(0,\frac{1}{2}])$$

②在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,动点 M 在线段C_1D_1上，E、F分别为AD、AB的中点,则异面直线ME与DF所成角的正弦值的最小值为_____. $\dfrac{\sqrt{21}}{5}$



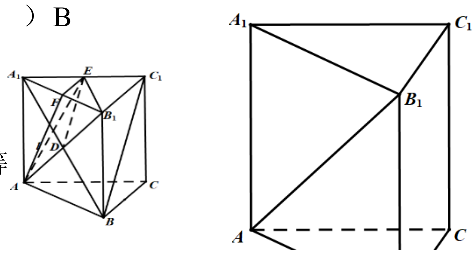
$key:E(\dfrac{1}{2},0,0),F(1,\dfrac{1}{2},0),M(0,t,1)(t\in[0,1])$

$$\therefore\cos<\overrightarrow{DF},\overrightarrow{EM}>=\frac{|(1,\frac{1}{2},0)\cdot(-\frac{1}{2},t,1)|}{\sqrt{\frac{5}{4}}\cdot\sqrt{\frac{5}{4}+t^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{\frac{(1-t)^2}{t^2+\frac{5}{4}}}(u=\frac{1}{1-t}\in[1,+\infty))$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{4}(u-\frac{4}{9})^2+\frac{5}{9}}}\in[0,\frac{2}{5}],\therefore\sin<\overrightarrow{DF},\overrightarrow{EM}>_{\min}=\frac{\sqrt{21}}{5}$$

（2）①已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的所有棱长都相等，过AB_1作平面$M//BC_1$，设平面M与平面ACC_1A_1的交线为l,记l与直线AB,BC,CA所成锐角分别为α,β,γ,则有（　）B

$A.\alpha>\gamma>\beta$　$B.\alpha=\beta>\gamma$　$C.\gamma>\beta>\alpha$　$D.\alpha>\beta=\gamma$

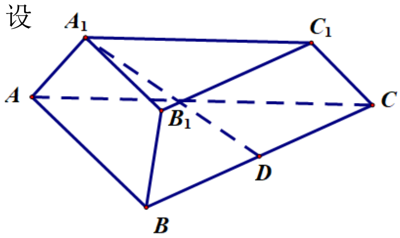


key:如图，取AC,A_1C_1的中点E_1,E,则平面$AB_1E//$平面BC_1E_1

$\therefore l$就是AE，且l在面ABC上的射影为AC,AC与AB,BC所成角相等

$\therefore\gamma<\alpha=\beta$,选$B$

②在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=3AA_1=\dfrac{3}{2}A_1B_1=6,D$是$BC$的中点，设$A_1D$与$BC$、$BB_1$、$BA$所成角分别为$\alpha$、$\beta$、$\gamma$，则（　）D

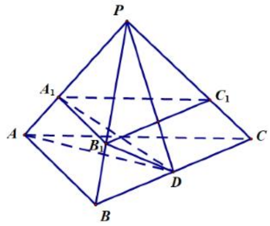


$A.\alpha<\gamma<\beta$　$B.\alpha<\beta<\gamma$　$C.\beta<\gamma<\alpha$　$D.\gamma<\beta<\alpha$

立体几何（2）线面角解答（2）

2023-05-14

$key: A_1D\perp BC$，由$A_1B_1=4, AB=6, AA_1=2$得$PA=6, \cos\angle A_1AD=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



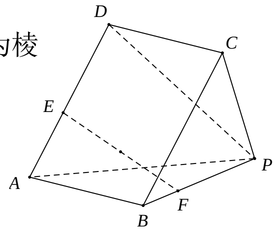
$\therefore A_1D=\sqrt{19}, \therefore \cos\angle AA_1D=\dfrac{4+19-27}{2\cdot 2\cdot\sqrt{19}}=-\dfrac{1}{\sqrt{19}}, \therefore \cos\beta=\dfrac{1}{\sqrt{19}},$

$\cos\gamma=\dfrac{16+19-7}{2\cdot 4\cdot\sqrt{19}}=\dfrac{7}{2\sqrt{19}}>\cos\beta, \therefore \gamma<\beta<\alpha$

（2008 竞赛）6.圆锥的轴截面 SAB 是边长为 2 的等边三角形，O 为底面中心，M 为 SO 的中点，动点 P 在圆锥底面内（包括圆周）.若 $AM\perp MP$，则 P 点形成的轨迹的长度为（　　）B

A.$\sqrt{7}$　　B.$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　C.3　　D.$\dfrac{3}{2}$

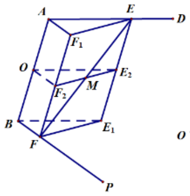
（201501 会考 25 题）如图，在底面为平行四边形的四棱锥$P-ABCD$中，E,F分别为棱AD,BP上的动点，且满足$AE=2BF$，则线段EF的中点的轨迹是（　）A

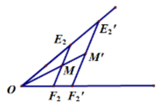


$A.$一条线段$B.$一段圆弧$C.$椭圆的一部分$D.$一个平行四边形

$key: \triangle E_2OF_2\sim\triangle E_2'OF_2', \therefore \triangle E_2OM\sim\triangle E_2'OM'$

$\therefore \angle E_2OM=\angle E_2'OM', \therefore M$的轨迹为线段





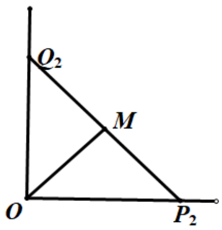
变式1：已知点P、Q分别在两异面直线a,b上，PQ的中点为M.

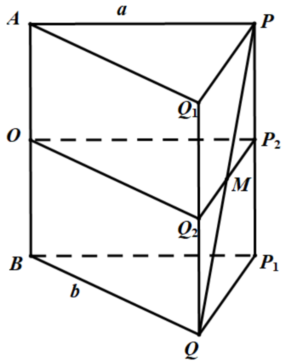
若P、Q是动点，则M的轨迹为_______；a,b公垂线的中垂面

若$a\perp b$，且PQ为定长，则M的轨迹形状为_______；圆

若$a\not\perp b$，且PQ为定长，则M的轨迹形状为_______. 椭圆

当$a\perp b$时，$OM=\dfrac{1}{2}\sqrt{l^2-d^2}, \therefore M$的轨迹为圆



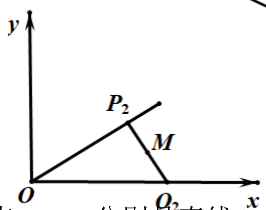


当$a\not\perp b$时，记$P_2Q_2=m, OP_2$方程为$y=kx$

设$P_2(x_2,kx_2), Q_2(x_1,0), M(x,y)$

则$\begin{cases}x_1+x_2=2x\\ kx_2=2y\\ (x_1-x_2)^2+k^2x_2^2=m^2\end{cases}$　　消去x_1,x_2得：

$(2x-\dfrac{4y}{k})^2+4y^2=m^2$即$4x^2-\dfrac{16}{k}xy+(4+\dfrac{16}{k^2})y^2-m^2=0$

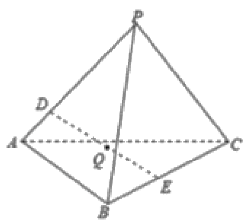


有$\Delta=\dfrac{256}{k^2}-64(1+\dfrac{4}{k^2})=-64<0, \therefore M$的轨迹形状为椭圆

变式 2（1）在正四面体$ABCD$中，P,Q分别是棱AB,CD的中点，E,F分别是直线AB,CD上的动点，M是EF的中点，则能使点M的轨迹是圆的条件是（　）D

$A.PE+QF=2$　　$B.PE\cdot QF=2$　　$C.PE=2QF$　　$D.PE^2+QF^2=2$

（2）在棱长为 6 的正三棱锥 $P-ABC$ 中，D 为棱 PA 上一动点，E 为 BC 上一动点，且满足 $3AD=2BE$，则线段 DE 的中点 Q 的运动轨迹的测度$|L|$为__$\sqrt{13}$____（L 为曲线、平面图形、几何体时，$|L|$分别对应长度、面积、体积）.

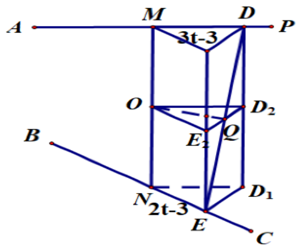


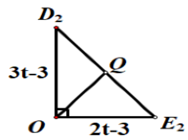
立体几何（2）线面角解答（2）

2023-05-14

$key1$: 轨迹是线段，当$AD=0$时，Q是AB的中点，

当$BE=BC$时，DE的中点为Q，$\therefore OQ=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{13}$

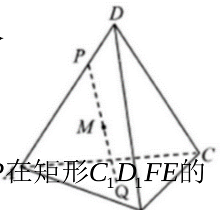




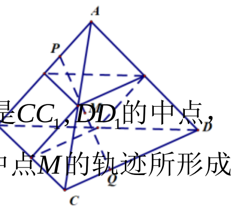
$key2$: 设$Q(x,y)$，则$\begin{cases}x=\frac{2t-3}{2}\\ y=\frac{3t-3}{2}\end{cases}$，且$\begin{cases}2t-3\le 6\\ 3t-3\le 6\end{cases}$即$0\le t\le 2$,

$\therefore y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}(-\frac{3}{2}\le x\le\frac{3}{2})$，$\therefore$轨迹线段长为$\sqrt{1+\frac{4}{9}}\cdot 3=\sqrt{13}$

(14会考26题）在三棱锥$D-ABC$中，P为棱AD上一动点，Q为底面ABC上一动点，M为PQ的中点，若点P,Q都运动时，点M构成的点集是一个空间几何体，则这个几何体是（ ）$A.$棱柱 $B.$棱台 $C.$棱锥 $D.$球 A

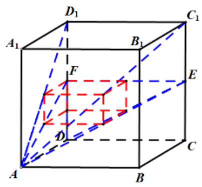


方法：找边界



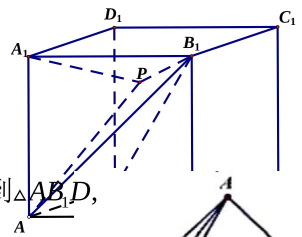
(1601）已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E,F分别是CC_1,DD_1的中点，点P在矩形C_1D_1FE的内部及其边界上运动，点Q在线段AD上运动，则线段PQ中点M的轨迹所形成的几何体的体积为（ ）C

$A.\frac{1}{8}$ $B.\frac{1}{4}$ $C.\frac{1}{2}$ $D.1$



1601: 几何体是一个长、宽、高为$1,1,\frac{1}{2}$的长方体，选C

(201904学考）已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，空间一动点P满足$A_1P\perp AB_1$，且$\angle APB_1=\angle ADB_1$，则点$P$的轨迹为（ ）$A.$直线 $B.$圆 $C.$椭圆 $D.$抛物线 B

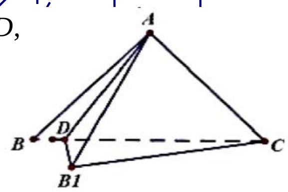


201904：$\because A_1P\perp AB_1$，$\therefore P$在平面A_1BCD_1内，

由$\angle APB_1=\angle ADB_1$，$\therefore P$在以$A_1B$为轴的圆锥面上，

，而平面$A_1BCD_1\perp A_1B$，$\therefore$选B

变式1(1) 如图，已知$\triangle ABC$，$AB=AC$，D是BC上的点，将$\triangle ABD$沿AD翻折到$\triangle AB_1D$，设点A在平面B_1CD上的射影为O，则点D在BC上运动时，点O（ ）

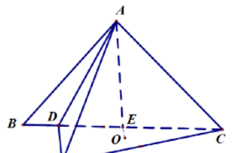


$A.$位置保持不变 $B.$在一条直线上 $C.$在一个圆上 $D.$在一个椭圆上

key: 设BC的中点为E，$\because AB=AC$，$\therefore AE\perp CD$，$\therefore OE\perp EC$

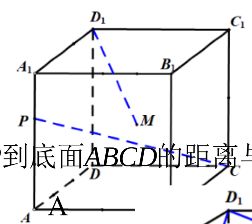
$\therefore O$在过E垂直于EC的平面内

而$AO\perp OE$，AE为定长，$\therefore O$在以AE为直径的球面上，$\therefore$选C



（2）如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PA_1}$，点 M 在侧面 AA_1B_1B 内．若 $D_1M\perp CP$，则点 M 的轨迹为（ ）A

A.线段 B.圆弧 C.抛物线一部分 D.椭圆一部分

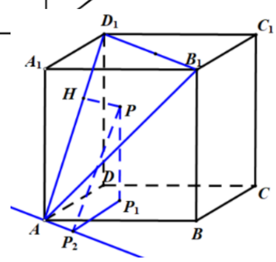


key: 点M在过D_1垂直于CP的平面上

（3）如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P为平面AB_1D_1内一动点，P到底面$ABCD$的距离与到直线AD_1的距离相等，则P点的轨迹是（ ）$A.$直线 $B.$圆 $C.$抛物线 $D.$椭圆 A

key: 可得$PH=\lambda PP_2$

（4） 若三棱锥$V-ABC$的侧面VAB内一动点P到底面ABC的距离与VA的距离之比为常数λ，则动点P的轨迹是形状为______.



立体几何（2）线面角解答（2）

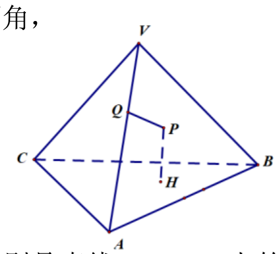
2023-05-14

key：作$PD\perp BC$于D，连DH，则$\angle PDH$就是二面角$V-BC-A$的平面角，

$\therefore \lambda=\dfrac{PQ}{PH}=\dfrac{PQ}{PD\sin\angle PDH}$ 即 $\dfrac{PQ}{PH}=\lambda\sin\angle PDH$ 为定值，

$\therefore P$的轨迹是线段

（设$P(x,y),BV;y=kx$，则$|y|=\dfrac{|kx-y|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{kx-y}{\sqrt{1+k^2}}$是直线方程）



（5）在正四面体 $ABCD$ 中，P，Q 分别为棱 AB，CD 中点，E，F 分别是直线 AB，CD 上的动点，M 是 EF 中点，且满足$\left|\overrightarrow{PE}-\overrightarrow{QF}\right|=\sqrt{2}$，则 M 的轨迹是（　A　）

A. 圆　　　　B. 抛物线　　　　C. 椭圆　　　　D. 双曲线

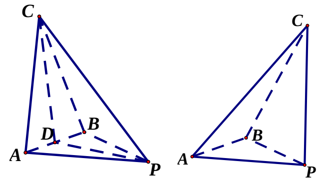
（6）三棱锥 $P-ABC$中，$PA=PB=AB=\sqrt{2},PC=a,AC=b,BC=c$，若$\triangle PAC$和$\triangle PBC$ 都是等腰直角三角形，则 a,b,c 可能的不同取值有(　C　)

A. 1 种　　B. 2 种　　C. 3 种　　D. 至少 4 种

key：若$CA\perp AP$，则$b=\sqrt{2},a=2,c=\sqrt{2}$;

若$CA\perp CP$,则$AC=CP=1,CB=1,\therefore CA\perp CB,CB\perp CP,CP\perp CA,\therefore a=b=c=1$;

若$CP\perp AP$，则$a=\sqrt{2},b=AC=2,c=BC=2$

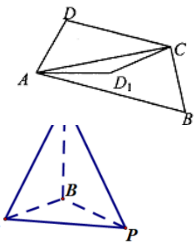


（7）如图，将四边形 $ABCD$ 中$\triangle ADC$ 沿着 AC 翻折到 AD_1C，则翻折过程中线段 DB 中点 M 的 轨迹是（　C　）椭圆的一段　B．抛物线的一段　C．一段圆弧　D.双曲线的一段

key：如图，AD在翻折过程中形成一个圆锥面，其底面为圆O，作$BB_1\perp$圆O，且BB_1为定值，

$MM_1\perp DB_1$于M_1，取OB_1的中点N，则$MN=\sqrt{MM_1{}^2+MN^2}=\sqrt{\dfrac{BB_1^2}{4}+\dfrac{OD^2}{4}}$为定值，

$\therefore M$在N为球心的球面上，而M到圆O的距离为$\dfrac{BB_1}{2}$，$\therefore M$在一个与圆O平行的平面内，

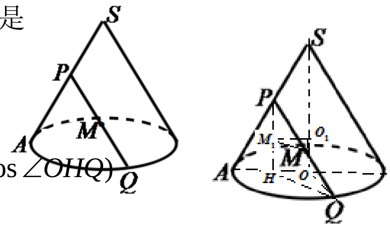


（8）如图，已知点 P 是圆锥母线 SA 的中点，Q 是底面圆周上的点，M 是线段 PQ 的中点.当点 Q 在圆周上运动一周时，点 M 的轨迹是（　B　）

A.线段　　　　B.圆　　　　C.椭圆　　　　D.抛物线

$key:O_1M^2=\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{HQ^2}{4}-2\cdot\dfrac{R}{2}\cdot\dfrac{HQ}{2}\cos\angle QHO=\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{1}{4}(HQ^2-2R\cdot HQ\cos\angle OHQ)$

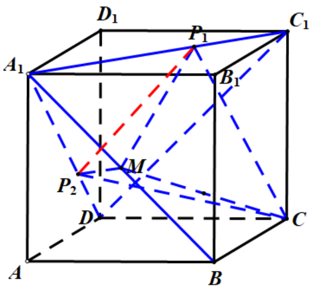
$=\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{1}{4}(\dfrac{R^2}{4}+HQ^2-2R\cdot HQ\cos\angle OHQ-\dfrac{R^2}{4})=\dfrac{R^2}{4}+\dfrac{1}{4}(R^2-\dfrac{R^2}{4})=\dfrac{7R^2}{16}$



2（1）已知棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，M是正方形AA_1B_1B的中心，P是$\triangle A_1C_1D$内（包括边界）的动点，满足$PM=PC$的轨迹的长度为_____.

(1)$key:A_1P_1=x,A_1P_2=y$，则$\sqrt{\dfrac{1}{2}+x^2-2\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot x\cdot\dfrac{1}{2}}=\sqrt{(\sqrt{2}-x)^2+1}$得$x=\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$

$\sqrt{y^2+\dfrac{1}{2}-2\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}y\cdot\dfrac{1}{2}}=\sqrt{(\sqrt{2}-y)^2+1}$得$y=\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$，$\therefore P_1P_2=\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$

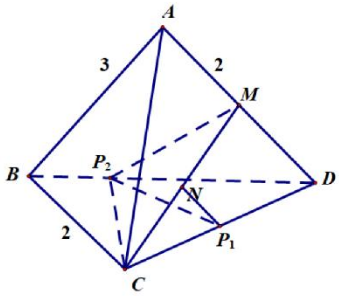


（2）四面体$A-BCD$中，$AD=BC=2$，其余棱长均为3，M为AD的中点，$\triangle BCD$内部的动点P满足$PC=PM$，则点轨迹长度为____.

立体几何（2）线面角解答（2）

2023-05-14

$key: P_1为CD的中点，P_1C = PM$



$设DP_2 = x, 则P_2M = \sqrt{x^2 + 1^2 - 2\cdot x\cdot 1\cdot \frac{1}{3}}$

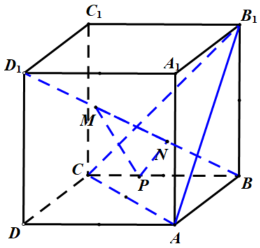
$= P_2C = \sqrt{x^2 + 9 - 2\cdot x\cdot 3\cdot \frac{7}{9}}得x = 2$

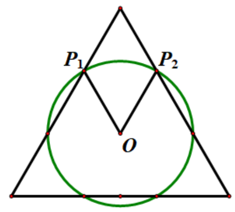
$\therefore P_1P_2 = \sqrt{4 + \frac{9}{4} - 2\cdot 2\cdot \frac{3}{2}\cdot \frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{57}}{6}即为所求的$

（3）已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2\sqrt{3}$，M,N 为体对角线 BD_1 的三等分点，动点 P 在 $\triangle ACB_1$ 内，且三角形 PMN 的面积 $S_{\triangle PMN} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$，则点 P 的轨迹长度为（ C ）

A. $\frac{2\sqrt{6}}{9}\pi$ B. $\frac{4\sqrt{6}}{9}\pi$ C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}\pi$

$key: \because BD_1 \perp 平面ACB_1,$



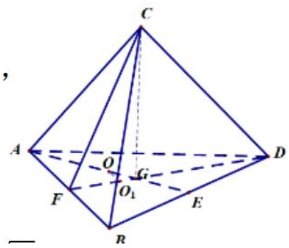


$由S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot d = \frac{2\sqrt{6}}{3}得d = \frac{2\sqrt{6}}{3} > \sqrt{2},$

$\therefore P的轨迹为以N为圆心，半径为\frac{2\sqrt{6}}{3}的圆在\triangle AB_1C内部分$

$\therefore 点P的轨迹长度为:3\cdot \frac{2\sqrt{6}}{3}\cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$

（4）已知三棱锥 A-BCD 的所有棱长均为 2，E 为 BD 的中点，空间中的动点 P 满足 $PA\perp PE, PC\perp AB,$ 则动点 P 的轨迹长度为（ ） $A.\frac{11}{16}\pi$ $B.\frac{\sqrt{3}}{8}\pi$ $C.\frac{\sqrt{11}}{2}\pi$ $D.\sqrt{3}\pi$



$key:由PA\perp PE得P在以AE为直径的球面上（球心为AE的中点O，球半径为\frac{\sqrt{3}}{2}）,$

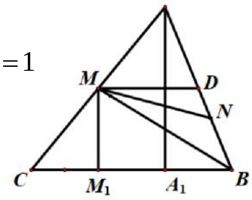
$由PC\perp AB得P在平面CDF内（F为AB的中点）$

$而平面CDF\perp 平面ABD, OH = \frac{\sqrt{3}}{6}, \therefore O到平面CDF的距离OO_1 = \frac{1}{4},$

$\therefore r = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{11}}{4}, \therefore 动点P的轨迹是以O_1为圆心，半径为\frac{\sqrt{11}}{4}的圆，其周长为\frac{\sqrt{11}\pi}{2}$

（5）$在\triangle ABC中，AB = \sqrt{7}, AC = \sqrt{10}, BC = 3, 点M是AC的中点，N是线段AB上的动点，沿MN$ $将\triangle AMN折起到\triangle A'MN，使得A'在平面ABC上的射影在BC上，则A'的轨迹的长度为$______.

$key:由题意得：平面ABC\perp 平面A'BC上，且MA = MA',$

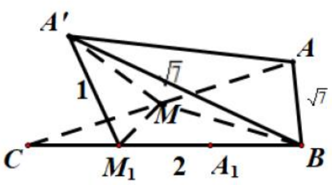


$\therefore A'的轨迹是圆弧，球心M在BC上的射影M_1, 且MM_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}, 轨迹圆弧半径为\sqrt{\frac{10}{4} - \frac{6}{4}} = 1$

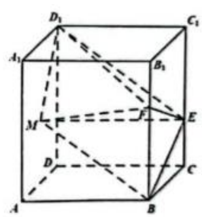
$当N是AB的中点D时，A'在BC上，且BA' = 1,$

$当N = B时，M_1A' = 1, \cos\angle A'M_1B = \frac{1+4-7}{2\cdot 1\cdot 2} = -\frac{1}{2},$

$\therefore \angle A'M_1B = \frac{2\pi}{3}, \therefore 轨迹的长度为\frac{2\pi}{3}$



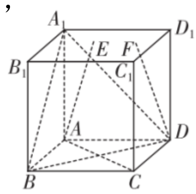
（6）已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 3，点 E,F 分别在 CC_1, BB_1 上，$\overrightarrow{C_1E} = 2\overrightarrow{EC},$



$\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FB}$,动点$M$在侧面$ADD_1A_1$内（包含边界），且满足直线$BM//$平面$D_1EF$,则

点M在侧面ADD_1A_1的轨迹的长度为____，三棱锥D_1-EFM的体积为____ $\sqrt{10};3$

（7）（多选题）已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 E，F 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内，

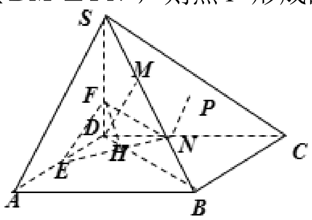


若$|AE|=\sqrt{5},AC\perp DF$，则下列选项中正确的是（　ABC　）

A．点 E 的轨迹是圆的一部分　　B．点 F 的轨迹是一条线段

C．$|EF|$的最小值为$\sqrt{2}-1$　D．AE 与平面 A_1BC 所成角的正弦值的最大值为$\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{30}}{15}$

（8）底面为正方形的四棱锥 $S-ABCD$，且 $SD\perp$平面$ABCD, SD=\sqrt{2}, AB=1,$线段SB上一点M 满足 $\dfrac{SM}{MB}=\dfrac{1}{2}$，$N$ 为线段 CD 的中点，P 为四棱锥 $S-ABCD$ 表面上一点，且 $DM\perp PN$，则点 P 形成的轨迹的



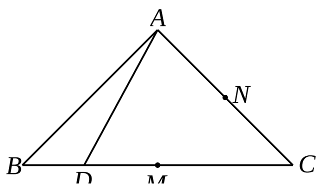
长度为（ B ）A. $\sqrt{2}$　　B. $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

$key:$设E为AD的中点，连EN交DB于H，则$EN\perp BD,$且$DH=\dfrac{1}{4}DB,$

作$HF\perp DM$交SD于F，而$DM=\dfrac{\sqrt{10}}{3},\cos\angle BDM=\dfrac{\dfrac{10}{9}+2-\dfrac{16}{9}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{10}}{3}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5},\therefore DF=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{5}/\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

$\therefore P$的轨迹长度为$NF+FE+EN=\dfrac{3\sqrt{2}}{8}+\dfrac{3\sqrt{2}}{8}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

（9）在等腰直角$\triangle ABC$ 中，$AB\perp AC$，$BC=2$，M 为 BC 的中点，N 为 AC 中点，D 为 BC 边上一个动点，$\triangle ABD$ 沿 AD 向纸面上方或者下方翻折使 $BD\perp DC$， 点 A 在面 BCD 上的投影为点 O，当点 D 在 BC 上运动时，以下说法错误的是（　D　）

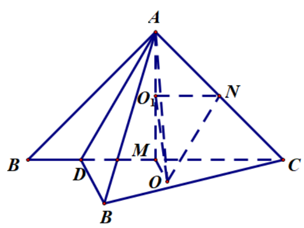


A．线段 NO 划过的曲面面积为$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$　B．$|BC|\ge\sqrt{2}$

C．$\angle AMO+\angle MAO=90°$　D．$|OM|$取值范围为$[0,\sqrt{2})$

$key:$由$AO\perp$平面$BCD,\therefore O$在以AM为直径的球面上，且

$AM\perp DC,\therefore OM\perp CD,\therefore CD\perp$平面$AMO,\therefore O$的轨迹是圆，

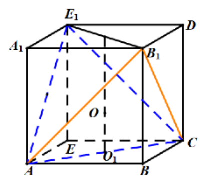


$\therefore NO$的轨迹为圆锥，其面积为$\pi\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$

$\because DB\perp DC,\therefore BD//OM, BC^2=DB^2+DC^2\ge\dfrac{(DB+DC)^2}{1+1}=2,\therefore BC\ge\sqrt{2}$

$\because AO\perp OM,\therefore\angle AMO+\angle MAO=90°;$而$AM=1,\therefore 0\le OM\le AM=1$

（10）三棱锥 $D-ABC$ 中，$DC\perp$平面 ABC， $AB\perp BC$， $AB=BC=CD=1$，点 P 在三棱锥 $D-ABC$ 外接球的球面上，且 $\angle APC=60^{\circ}$，则 DP 的最小值为_______．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



$key:$补成如图的棱长为1正方体$ABCE-A_1B_1DE_1,$

则P在$\triangle ACE_1$或$\triangle ACE_1$外接圆上，D到P距离的最小值为$\dfrac{1}{3}\sqrt{3}$