УТЕШИТЕЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ. 20.05.2018

ВАРИАНТ 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$

Фамилия, имя студента ____ Группа _____________

Фамилия преподавателя, ведущего семинары ____

Классического оформления решения требует только задача № 8; в ней ответ без решения оценивается в 0 баллов. Все остальные задачи сформулированы в виде квестов: каждый пункт надо отметить буквой **Y**, если Вы согласны с соответствующим утверждением, или буквой **N**, если Вы не согласны. Если Вы не знаете правильного ответа, можете не отвечать — проверяющие имеют право попросить объяснить Ваши ответы на устной беседе. Проходной балл на устную часть — 20 очков из 32 возможных. Удачи!

При решении задач можно, **где это необходимо**, пользоваться без доказательства гипотезами

$$\mathbf{P} \neq \mathbf{NP},\ \mathbf{P} \neq \mathbf{co\text{–}NP},\ \mathbf{NP} \neq \mathbf{co\text{–}NP}$$

Задача 1. Даны две функции:

```
Function A(n):
    i = 1, k = 0
    while  i ⩽ n do
        k ← k + i
        i ← i + 1
    end
    return k
```

```
Function B(n, i, k):
    if  i ⩽ n then
        return B(n, i + 1, k + i)
    end
    return k
```

Какие из утверждений ниже верны?

(A) $A(n) = B(n, 1, 0)$.

(B) $B(n, i, k) = \Omega(k^n)$.

(C) Функция $B(n, 1, 0)$ вычисляется за $\Theta(n)$ арифметических операций.

Задача 2. Дано рекуррентное уравнение $T(n) = kT(\frac{n}{2}) + 1$, где $k \in \mathbb{R}$ — некоторая фиксированная константа. Какие из утверждений ниже верны?

(A) Если $k = 1$, то $T(n) = O(\log(n))$.

(B) Если $k = 2$, то $T(n) = \Theta(\log(n))$.

(C) При $k = 4$ имеем $T(n) = \Omega(n \log(n))$.

Задача 3. Симметричную монету подбрасывают шесть раз. Для каких событий корректно вычислена вероятность?

(A) Орел выпадает не более трех раз с вероятностью более $\frac{1}{2}$.

(B) Вероятность того, что орел выпал ровно три раза, равна $\frac{5}{16}$.

(C) Ровно две решки выпадают с вероятностью $\frac{1}{8}$.

$\Diamond$

Задача 4. В списке троек языков $\{L_1, L_2, L_3\}$ ниже отметьте те, для которых выполнено условие: $L_1 \leqslant_p L_2$, $L_3 \leqslant_p L_2$.

(A) $L_1 = \{G = (V, E) | G$ — связен$\}$, $L_2 = \{G = (V, E) | G$ — содержит 100-клику$\}$, $L_3 = \mathbf{CLIQUE}$.

(B) $L_1 = \mathbf{3-SAT}$, $L_2 = \varnothing$, $L_3 = \{(a, b, c) | \gcd(a, b) = c\} \subset \mathbb{N}^3$.

(C) $L_1 = \{3k + 2 | k \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{N}$, $L_2 = \{0, 1, 4, 9\} \subset \mathbb{N}$, $L_3 = (a + b)^* b^2 (a + b)^*$.

Задача 5. Некто доказал теорему, что $\mathbf{3-SAT}$ разрешается детерминированной МТ за $O(f(n))$ тактов. Какие из утверждений ниже являются следствиями этой теоремы?

(A) Если $f(n) = O(2^{\frac{n}{100}})$, то $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$.

(B) Если $\mathbf{3-SAT} \in \mathbf{P}$, то $f(n) = o(n^{1000})$.

(C) Если $f(n) = \Theta(n^{100^{100}})$, то существует полиномиальный алгоритм, находящий хотя бы один набор значений, при которых данная на вход КНФ истинна.

(D) Если $f(n) = O(n \log(n))$, то $\mathbf{3-SAT} \in \mathbf{co{-}NP}$.

Задача 6. Боб поместил в сеть модуль $N = 15$ и открытый ключ $e = 9$. Секретное сообщение Алисы Бобу равно x, по открытому каналу Алиса посылает Бобу y, зашифрованное по протоколу RSA. Чему могут равняться x и y?

(A) $x = 2$, $y = 4$.

(B) $x = 3$, $y = 3$.

(C) $x = 7$, $y = 8$.

(D) $x = 8$, $y = 8$.

Задача 7. Приведенным далее *тестом Ферма* проверяется простота числа n:

```
a = random ∈ [2; n − 1];
if НОД(a, n) > 1 then
    return n составное;
else
    if a^(n−1) ≡ 1 (mod n) then
        return n простое;
    else
        return n составное;
    end
end
```

Какие утверждения ниже корректны?

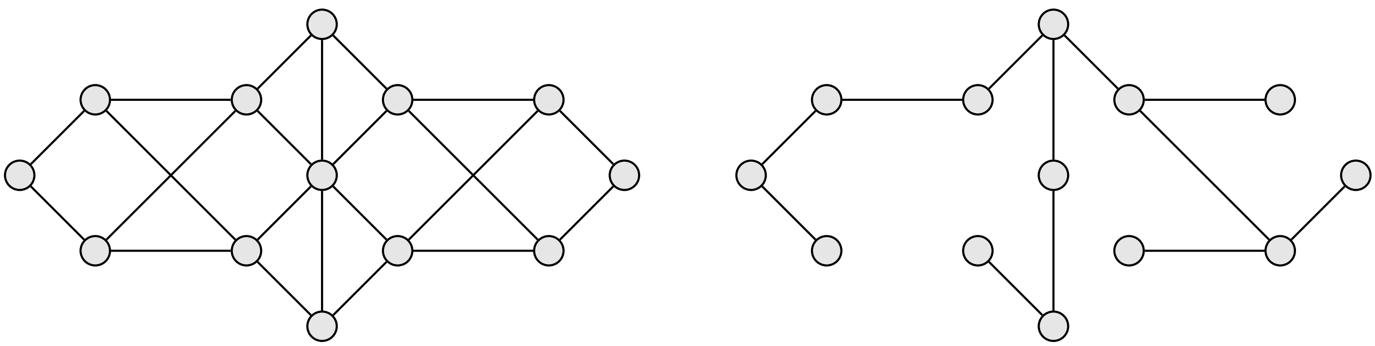
(A) Если n — простое, то тест Ферма всегда будет давать положительный результат.

(B) За $\frac{n}{2}$ применений теста Ферма можно гарантированно установить простоту числа n.

(C) Если бы n было составным числом, то тест Ферма рано или поздно выдал бы отрицательный результат.

Задача 8. (2 очка) Вычислите $DFT([0,0,1,0,1,0,0,0])$.

Задача 9. На картинке слева изображен граф G. Какие из следующих утверждений верны?



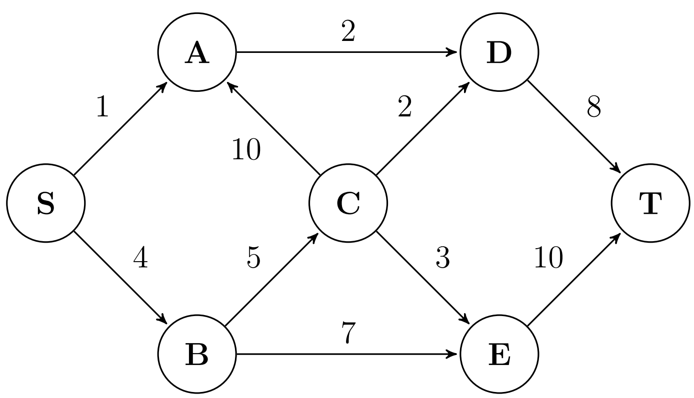
(A) Задача о принадлежности графа G языку **3-COLOR** является **NP**-полной.

(B) В любом DFS-дереве графа G есть хотя бы одна вершина степени более 2.

(C) В G любые две вершины могут быть соединены путем, состоящим из не более 7 ребер.

(D) Подграф $G' \subset G$, данный на правой картинке, является некоторым BFS-деревом.

Задача 10. Дан взвешенный ориентированный граф (G, c).



Какие из утверждений верны?

(A) Максимальный поток в этой сети из S в T равен 5.

(B) Максимальный поток в этой сети из A в T равен 5.

(C) В минимальном разрезе сети $(G, c, \mathbf{S}, \mathbf{T})$ обязательно присутствует ребро **CE**.

ЧЕРНОВИК