这是我当大二复习时候小小总结的，希望对各位学弟学妹有用吧。个人联系方式：微信：bldznb　　QQ：2969457737——许文博【博文天下】

概率论复习资料

1．$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$ $C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$, $A \cup B =$ “A 或 B”发生，AB: AB 同时发生，$A-B$：A 发生且 B 不发生，$A-B = A - AB$

2. $\overline{ABC} = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$, $\overline{A \cup B \cup C} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

3. $p(B-A) = p(B) - p(AB)$, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(AB)$

$p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(AB) - p(AC) - p(BC) + p(ABC)$

4. $p(A|B) = \frac{p(AB)}{p(B)}$

5. $p(AB) = p(A) \cdot p(B|A) = p(B) \cdot p(A|B)$(乘法公式，灰常重要)

6. 全概率公式：设事件组$A_1, A_2, \cdots A_n$互斥且$A_1 + A_2 + \cdots A_n = \Omega$，则对任一事件 B 有 $p(B) = p(A_1) \cdot p(B|A_1) + p(A_2) \cdot p(B|A_2) + \cdots p(A_n) \cdot p(B|A_n)$

7. 贝叶斯公式(已知结果问原因用该公式，和全概率公式的应用条件一样）

$$p(A_i|B) = \frac{p(A_iB)}{p(B)} = \frac{p(A_i) \cdot p(B|A_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(A_k) \cdot p(B|A_k)}$$

8.（泊松逼近定理）若 $X\sim B(n,p_n)$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty} np_n=\lambda$，则对任意确定自然数有

$$\lim_{n\to\infty} p\{x=k\}=\lim_{n\to\infty} C_n^k p_n^k(1-p_n)^{n-k}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

9. ① $p\{x=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ 泊松分布 $X\sim P(\lambda)$

② $p\{x=k\}=pq^{k-1}(q=1-p)$ 则 $X\sim G(p)$ 几何分布，若 x 表示伯努利实验中事件 A 首次出现所需的试验次数，则 x 服从几何分布

10. 分布函数 $F(-\infty)=0$，$F(+\infty)=1$

11. 常见的连续性分布

(1)均匀分布 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & x\in(a,b)\\ 0 & \end{cases}$ $X\sim U(a,b)$

(2)指数分布 $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}\ (\lambda>0)$ $X\sim E(\lambda)$

(3)正态分布 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $X\sim N(\mu,\sigma^2)$

$X\sim N(0,1)\to$ 标准正态，其概率密度函数为 $\varphi(x)$，$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$，该函数

的分布函数为 $\Phi(x)$，$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}}dx$，$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\sqrt{2\pi}$，

$\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$, 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$则$X^* = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0，1)$ ∴ 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$F(x) = \Phi\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right), \Phi(x) + \Phi(-x) = 1, p\{|X| \le x\} = \Phi(x) - \Phi(-x) =$

$2\Phi(x) - 1, p\{|X| \ge x\} = 2[1 - \Phi(x)]$

12. $F(x,y) = p\{X \le x, Y \le y\}, F(-\infty, y) = 0$($y$ 取任一固定值)，$F(-\infty, +\infty)$

$= 0$，$F(+\infty, +\infty) = 1$

13. 对于平面上的区域 D, 有 $p\{(x,y) \in D\} = \iint_D f(x,y)\,dxdy$

14. 边缘分布函数：$F_X(x) = F(x, +\infty), F_Y(y) = F(+\infty, y)$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy, f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx$$

15. 在 $Y = y$ 的条件下 X 的条件概率密度函数$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$

16. 设(X,Y)是二维随机变量，若 $F(x,y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$, 则称 X 与 Y 相互独立

17. $(X,Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$则 X 与 Y 相互独立的条件是 $\rho = 0$

18. 求谁的期望谁乘概率密度函数作积分，$EX=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,dx, \sum_{k=1}^{\infty}|x_k|\,p_k$

$<+\infty$时，EX 不存在

19. $DX=EX^2-(EX)^2$，X 与 Y 相互独立时，才有 $D(X\pm Y)=DX+DY$

20. $X^*=\dfrac{X-EX}{\sqrt{DX}}, E(X^*)=0$，$D(X^*)=1$

21. $X_1,X_2\cdots X_n$相互独立，$EX_i=\mu, DX_i=\sigma^2$令$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i, E\overline{X}=\mu, D(\overline{X})$

$=\dfrac{\sigma^2}{n}$

22. ① $X\sim P(\lambda), EX=\lambda, EX^2=\lambda+\lambda^2$，$DX=\lambda$

②$X\sim U(a,b), EX=\dfrac{a+b}{2}, EX^2=\dfrac{1}{3}(a^2+ab+b^2), DX=\dfrac{1}{12}(b-a)^2$

③ $X\sim E(\lambda), EX=\dfrac{1}{\lambda}, EX^2=\dfrac{2}{\lambda^2}, DX=\dfrac{1}{\lambda^2}$

④几何分布 $EX=\dfrac{1}{p}, EX^2=\dfrac{2-p}{p^2}, DX=\dfrac{1-p}{p^2}$

23. 协方差 $Cov(X,Y)=E(XY)-EX\cdot EY=E[(X-EX)(Y-EY)]$

相关系数$\rho_{XY}=\dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}, D(X\pm Y)=DX+DY\pm 2\,Cov(X,Y)$,

$Cov(X,Y)=Cov(Y,X), Cov(aX,bY)=abCov(X,Y), Cov(X_1+X_2,Y)=$

$Cov(X_1,Y)+Cov(X_2,Y)$;

$\rho_{XY}=1$,线性正相关，$\rho_{XY}=-1$ 线性负相关，$\rho_{XY}=0$，不相关

24. 切比雪夫不等式：$p\{|X-EX|<\varepsilon\}\geq 1-\dfrac{DX}{\varepsilon^2}$

25. n 充分大时，①$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\sim N(0,1)$②$\sum_{i=1}^{n}X_i\sim N(n\mu,n\sigma^2)$

③$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\sim N\left(\mu,\dfrac{\sigma^2}{n}\right)$

26. 不管分布如何，形式如何，主体变量减其期望比其标准差必近似于 $N(0,1)$

27. 独立同分布(简单随机样本满足的特性)

28. 样本均值$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$,样本方差$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

29. $ES^2=DX$

30. 二阶中心距$S_n^2=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2=\dfrac{n-1}{n}S^2$

31. ①χ^2分布，$\chi_n^2=\sum_{i=1}^{n}{X_i}^2={X_1}^2+{X_2}^2+\cdots {X_n}^2$,n 表示自由度，$X_1,X_2,\cdots X_n$独立且服从相同分布 $N(0，1)$

②t 分布，$T_n=\dfrac{X}{\sqrt{Y/n}}=\dfrac{N(0，1)}{\sqrt{\chi^2(n)/n}}$,后一个等式不是正确的式子，是为了

记忆方便。关注微信公众号“博文天下”获取更多学习资料

③F 分布，$F=\dfrac{X/n_1}{Y/n_2}, X\sim\chi^2(n_1), Y\sim\chi^2(n_2)$且 X, Y 独立

32. $(X_1，X_2\cdots X_n)$取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$的一个样本，$\overline{X}$和S^2分别为样本均值和样本方差，则有①$\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n}\sim N(0，1)$②$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$

③$\dfrac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n}\sim t(n-1)$

33. $\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0，1)$

第七章

34. ①矩估计：基本思想是：总体矩 = 样本矩，有三种形式

$$\begin{cases} EX=\overline{X}(\text{一阶矩等式}) \\ EX^2=\dfrac{1}{n}\sum {X_i}^2(\text{二阶矩等式}) \\ E(X-EX)^2=\dfrac{1}{n}\sum(X_i-\overline{X})^2 \end{cases}$$

②最大似然估计

$$\begin{cases} \text{总体分布为离散的情形：把样本值代入概率公式作连乘积} \\ \text{总体分布为连续的情形：把样本值代入概率密度函数作连乘积} \end{cases}$$

注意：σ^2是方差，σ 是标准差。$D(X-Y)=DX+DY\neq DX-DY$

35. 估计量的评价标准

$$\begin{cases} \text{无偏性} \ E\hat{\theta}=\theta \ \text{称}\hat{\theta}\text{是}\ \theta\ \text{的无偏估计量} \\ \text{有效性} \ D(\widehat{\theta_1})\le D(\widehat{\theta_2})\ \text{称}\widehat{\theta_1}\text{比}\widehat{\theta_2}\text{更有效} \\ \qquad\qquad\qquad \text{相合性} \end{cases}$$

36. 区间估计

做题只会涉及正态总体均值的区间估计，分以下几种情况

(1)σ^2已知，求 μ 的置信区间

μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间 $\left(\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}U_{\frac{\alpha}{2}},\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}U_{\frac{\alpha}{2}}\right)$

(2)σ^2未知，求 μ 的置信区间

μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间 $\left(\bar{x}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)，\bar{x}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$

(2)σ^2未知 μ 未知

σ^2的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间（$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2{}_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$，$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2{}_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$）

第八章

37. 参数假设检验

(1)关于均值 μ 的检验

①σ^2已知，取检验统计量为 $U=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n}\sim N(0,1)$得拒绝域 $W=\left\{|u|\geq U_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$

②σ^2未知，取检验统计量为 $T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S}\sqrt{n}\sim t(n-1)$得拒绝域 $W=\left\{|t|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}$

(2)关于方差σ^2的检验

取统计量为$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{{\sigma_0}^2}\sim\chi^2(n-1)$