**实验报告 5**

**姓名：徐煜森 学号： PB16110173**

1. **算法分析**

本次实验使用使用Jacobi迭代法和Gauss-Seidel迭代法计算线性方程组的迭代解。使用自己写的norm函数计算两个列向量的无穷范数。若两次迭代的解向量x之差的无穷范数小于等于10-5，则认为迭代已收敛。

两种迭代法均使用迭代的分量形式，而没有对矩阵求逆，因为对于容易求逆的矩阵，可以直接求逆来求解方程组，而迭代法一般用于求解难以计算矩阵的逆的情况。

其中Jacobi迭代法源代码：

void Jacobi(vector<vector<int>> A, vector<int> b, int row, int col) {

printf("Jacobi\nstep\t");

for (int k = 0; k < col; k++) {

printf("x%d\t", k + 1);

}

printf("\n");

vector<double> x(col, 0.0);

vector<double> last(col, 0.0);

int step = 0;

printf("%d\t", step++);

for (auto xi : x) {

printf("%lf\t", xi);

}

printf("\n");

do {

last.assign(x.begin(), x.end());

for (int i = 0; i < col; i++) {

x[i] = (double)b[i];

for (int j = 0; j < col; j++) {

if (i == j) continue;

x[i] -= A[i][j] \* last[j];

}

x[i] = x[i] / (double)A[i][i];

}

printf("%d\t", step++);

for (auto xi : x) {

printf("%lf\t", xi);

}

printf("\n");

} while (norm(x, last) > 0.00001);

return;

}

其中Gauss-Seidel迭代法源代码：

void GaussSeidel(vector<vector<int>> A, vector<int> b, int row, int col) {

printf("GaussSeidel\nstep\t");

for (int k = 0; k < col; k++) {

printf("x%d\t", k + 1);

}

printf("\n");

vector<double> x(col, 0.0);

vector<double> last(col, 0.0);

int step = 0;

printf("%d\t", step++);

for (auto xi : x) {

printf("%lf\t", xi);

}

printf("\n");

do {

last.assign(x.begin(), x.end());

for (int i = 0; i < col; i++) {

x[i] = (double)b[i];

for (int j = 0; j < col; j++) {

if (i == j) continue;

x[i] -= A[i][j] \* x[j];

}

x[i] = x[i] / (double)A[i][i];

}

printf("%d\t", step++);

for (auto xi : x) {

printf("%lf\t", xi);

}

printf("\n");

} while (norm(x, last) > 0.00001);

return;

}

1. **计算结果**

**Jacobi迭代法**

表1 Jacobi迭代法



从图中可以看出本次实验中Jacobi迭代法经过33步迭代后收敛，收敛结果经过验算后证实其在当前精度条件下正确。

**Gauss-Seidel迭代法**

表2 Gauss-Seidel迭代法



从图中可以看出Gauss-Seidel迭代经过15步迭代后收敛，迭代步约为Jacobi迭代的1/2，两者收敛结果有细微的差异 （小于等于10-5），验算后证实其在当前精度条件下为正确结果。

1. **结果分析与对比**

对比表一和表二可以发现，Jacobi迭代法经过33步迭代后收敛，而Gauss-Seidel迭代法经过15步就收敛了。这一实验结果符合预期，因一般情况下Gauss-Seidel迭代法收敛速度比Jacobi迭代法要快。理论上，收敛速度最终是由迭代矩阵的谱半径决定的。

1. **实验小结**

通过本次实验掌握了解线性方程组的两种迭代法，在部分情况下通过求解矩阵的逆或直接法来求解线性方程组十分困难，这种情况下可以使用迭代法求解方程组。理论上，Jacobi迭代法是否收敛和Gauss-Seidel迭代法是否收敛没有联系。另外一般情况下，Gauss-Seidel迭代法收敛速度比Jacobi迭代法要快。