Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès
Département Energétique

Chapitre 3:

Similitudes de fonctionnement

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès
Département Energétique

Similitude de fonctionnement

1. Introduction
2. Analyse dimensionnelle
3. Coefficient de vitesse spécifique
4. Effet d'échelle
5. Variables réduites

1. Introduction

Les lois de similitude d'une turbomachine hydraulique résultent de l'examen des questions suivantes:

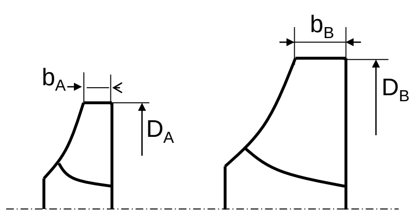
• Influence de la vitesse de rotation sur les caractéristiques de fonctionnement d'une machine.

• Transposition des résultats d'essais sur modèles réduits avec le même fluide ou un autre.

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès Département Energétique

1. Introduction

Les lois de similitude de fonctionnement concernent les turbomachines de même type, dites aussi géométriquement semblables. C'est-à-dire lorsque on peut passer d'une machine à une autre en multipliant toutes les dimensions linéaires par un même facteur, appelé **coefficient de similitude géométrique**



- $\lambda = \dfrac{D_A}{D_B} = \dfrac{b_A}{b_B}$
- Angles identiques

2. Analyse dimensionnelle

Elle permet de substituer à la liste des variables décrivant un phénomène physique, un nombre réduit de groupement adimensionnels mieux utilisables.

Théorème de Vaschy-Buckingham:

« le nombre de produits adimensionnels et indépendants pour décrire un phénomène physique faisant intervenir n grandeurs est égal à **n-r**, où r représente le nombre d'unité fondamentales (3 ou 4) » .

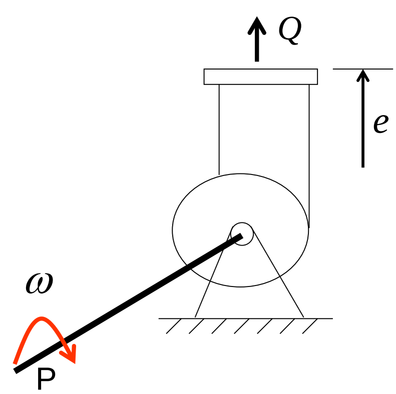
Unités fondamentales: Longueur, Masse, Temps, Température

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès Département Energétique

2. Analyse dimensionnelle

Variables de fonctionnement:

- Débit Q (m^3/s) L^3T^{-1}
- Énergie spécifique e (J/Kg) L^2T^{-2}
- Puissance à l'arbre P (W) ML^2T^{-3}
- Vitesse de rotation ω (rd/s) T^{-1}
- Rayon du rotor R (m) L
- Masse volumique ρ ML^{-3}
- Viscosité dynamique μ $ML^{-1}T^{-1}$



! e représente l'énergie spécifique échangée entre la pompe et le fluide tandis que e_{th} calculée par le théorème d'Euler représente l'énergie spécifique échangée entre le rotor et le fluide

2. Analyse dimensionnelle

Pour établir les paramètres adimensionnels régissant la similitude de fonctionnement d'une famille de machine de même type nous considérons les relations:

$$e = f(Q, \omega, R, \rho, \mu) \qquad P = f(Q, \omega, R, \rho, \mu)$$

Donc on peut réduire le nombre des groupements régissant le fonctionnement d'une turbomachine à 3 groupement (6 – 3)

Après l'application de l'analyse dimensionnelle on retrouve les relation suivantes:

(On fixe a et d)

$$\frac{e}{\omega^2 R^2} = f\left(\frac{Q}{\omega R^3}, \frac{\rho \omega R^2}{\mu}\right) \qquad \frac{P}{\rho \omega^3 R^5} = f\left(\frac{Q}{\omega R^3}, \frac{\rho \omega R^2}{\mu}\right)$$

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès Département Energétique

2. Analyse dimensionnelle

On pose:

$$\psi = \frac{e}{\omega^2 R^2}$$ Coefficient d'énergie

$$\delta = \frac{Q}{\omega \; R^3}$$ Coefficient de débit

$$\tau = \frac{P}{\rho \omega^3 R^5}$$ Coefficient de puissance

Coefficients de RATEAU

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \omega R^2}{\mu}$$ Nombre de Reynolds

La caractéristique d'énergie et de puissance s'écrivent donc sous la forme adimensionnelle:

$$\psi = f(\delta, \mathrm{Re}) \qquad \tau = f(\delta, \mathrm{Re})$$

Pour un fonctionnement en similitude les coefficients de RATEAU restent inchangés

3. Coefficient de vitesse spécifique

Le coefficient de vitesse spécifique permet d'identifier une famille de machines en similitude.

Ce coefficient est défini par:

$$\Omega_S = \frac{\delta^{1/2}}{\psi^{3/4}}$$

$$\boxed{\Omega_S = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}}$$

ω en rd/s

Q en m^3/s

H en m

$H = \frac{e}{g}$

C'est un coefficient sans dimension, et correspond à la vitesse de rotation d'une machine spécifique ayant un débit de 1 m^3/s et une énergie spécifique de 1 J/kg

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès
Département Energétique

3. Coefficient de vitesse spécifique

Comme valeurs pratiques du coefficient de vitesse spécifique:

Pompes: 0,2 à 4

Turbine : 0,05 à 1,5 (PELTON)

0,35 à 4,5 (FRANCIS/KAPLAN)

Pour les turbines hydraulique, la variable principale est la puissance à l'arbre.

On utilise ainsi la vitesse spécifique N_s définie par:

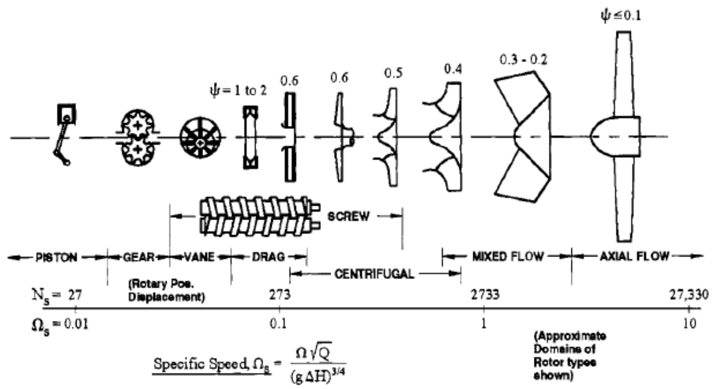
$$N_s = \frac{NP^{1/2}}{H^{5/4}} \quad \begin{cases} N \text{ en tr/min} \\ P \text{ en ch} \end{cases}$$

PELTON: 3 à 36 FRANCIS: 60 à 400 KAPLAN: 300 à 1200

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès

Département Energétique

3. Coefficient de vitesse spécifique



11

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès

Département Energétique

4. Effet d'échelle

La similitude géométrique entre deux modèles (réduit et réel) ne peut pas être poussée en vue d'avoir une rugosité dans le rapport de similitude.

Il faut corriger le rendement

Exemple de formule de correction du rendement;:

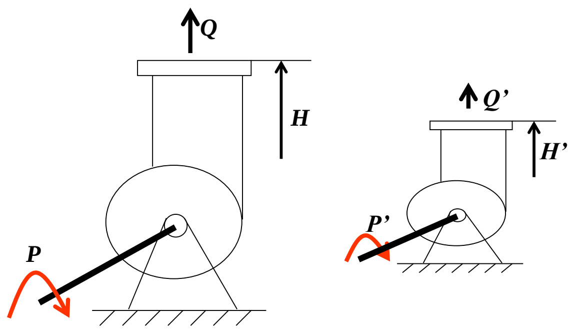
$$\frac{1-\eta}{1-\eta_0} = \left(\frac{\mathrm{Re}_0}{\mathrm{Re}}\right)^{0,1} \left(\frac{D_0}{D}\right)^{0,05}$$

Indice 0 indique les paramètres du modèle réduit

12

Résumé des relations de similitude

Soient deux machines de même type en similitude de fonctionnement:



$$\frac{Q}{ND^3} = \frac{Q'}{N'D'^3}$$

$$\frac{H}{N^2D^2} = \frac{H'}{N'^2D'^2}$$

$$\frac{P}{N^3D^5} = \frac{P'}{N'^3D'^5}$$

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Meknès
Département Energétique

Résumé des relations de similitude

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{N}{N'}\left(\frac{D}{D'}\right)^3$$

$$\frac{H}{H'} = \left(\frac{N}{N'}\right)^2\left(\frac{D}{D'}\right)^2$$

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{N}{N'}\right)^3\left(\frac{D}{D'}\right)^5$$

5. Variables réduites

Ces variables sont utilisées pour représenter les résultats d'essais d'un modèle réduit d'une turbine hydraulique. Elles correspondent aux conditions relatives à une hauteur de chute **H_{11}=1m** et un diamètre de la turbine **D_{11}=1m**