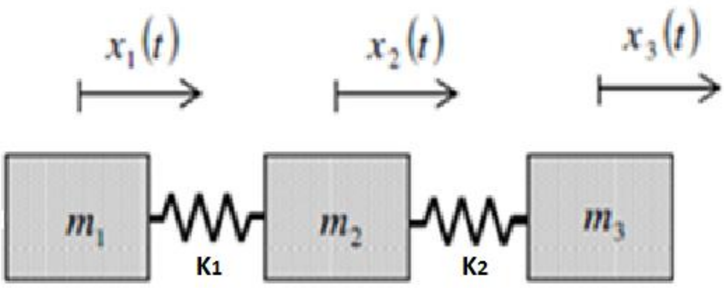
EXO. 1 :

1. Ecrire les équations du système de la figure ci-dessous et déterminer les fréquences et modes par la méthode directe et Modale, Normer la première composante des modes à l'unité.
2. Calculer les deux premières fréquences ω_1 ω_2 par la méthode de Rayleigh-Ritz en prenant arbitrairement comme vecteurs d'essaies $\boldsymbol{\delta_1=(1,1,1)^t}$ **et** $\boldsymbol{\delta_2=(1,2,1)^t}$.

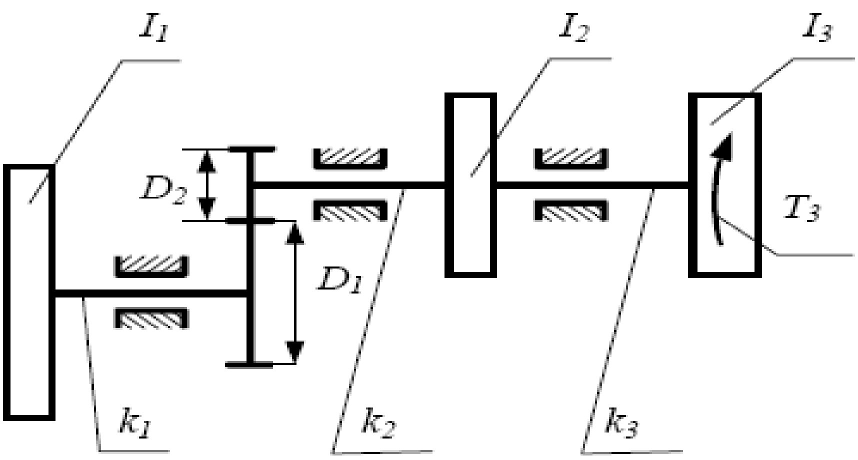


Avec : $\boldsymbol{m_1 = m_3 = m}$**,** $\boldsymbol{m_2 = 2m}$ **et** $\boldsymbol{k_1 = k_2 = k}$**.**

EXO. 2 :

Deux arbres en torsion sont couplés par un engrènement de rapport n, les arbres tournent à vitesse constante.

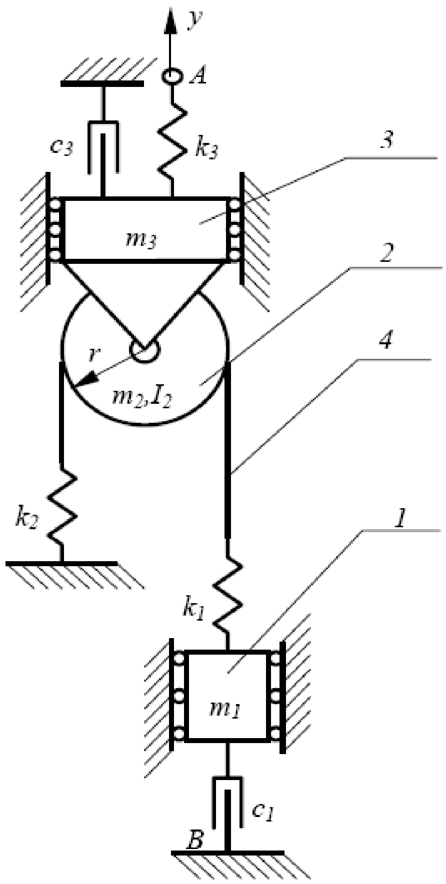
En suppose un couple appliqué sur le disque I3 qu'on peut approcher par la fonction suivante : $T3 = TCos(\omega t)$.



1. Calculer les énergies cinétiques et potentielles de ce système ;
2. A laide de l'équation de Lagrange, déterminer les équations de mouvement sous forme matricielle ;

   Pour la suite du calcul, on suppose que n=2.
3. Calculer les pulsations propres du système ;
4. Déterminer les vecteurs de forme correspondants et vérifier leur orthogonalité.
5. Déduire la réponse dynamique du système.

EXO. 3 :



La Figure ci-contre représente le modèle physique d'un treuil.

Les blocs 1 et 3 sont rigides et leurs masses sont respectivement M1 et M3 respectivement.

La poulie rigide 2 a un rayon r, de la masse m_2 et de moment d'inertie autour de son axe de rotation I_2.

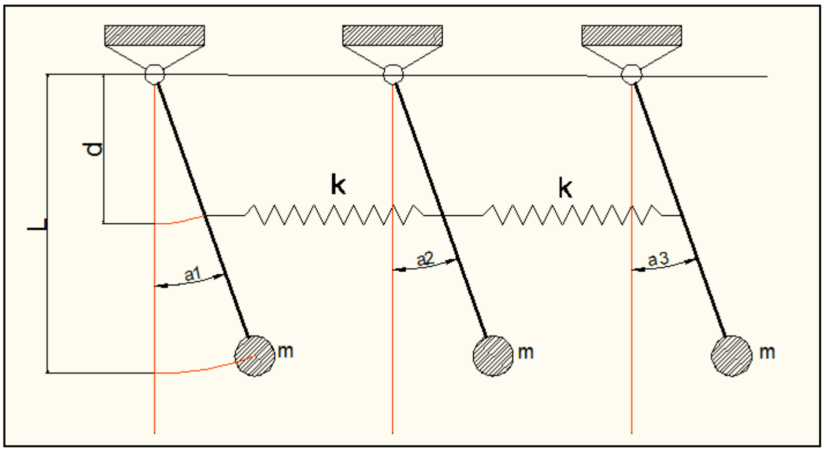
Les propriétés élastiques du câble 4 sont modélisées par deux ressorts de raideur K1 et K2.

Le point A se déplace par rapport à l'axe y en fonction de l'équation suivante $y = aCos(\omega t)$.

Ecrire les équations du mouvement et calculer les fréquences et modes propres par la méthode directe.

EXO. 4 :

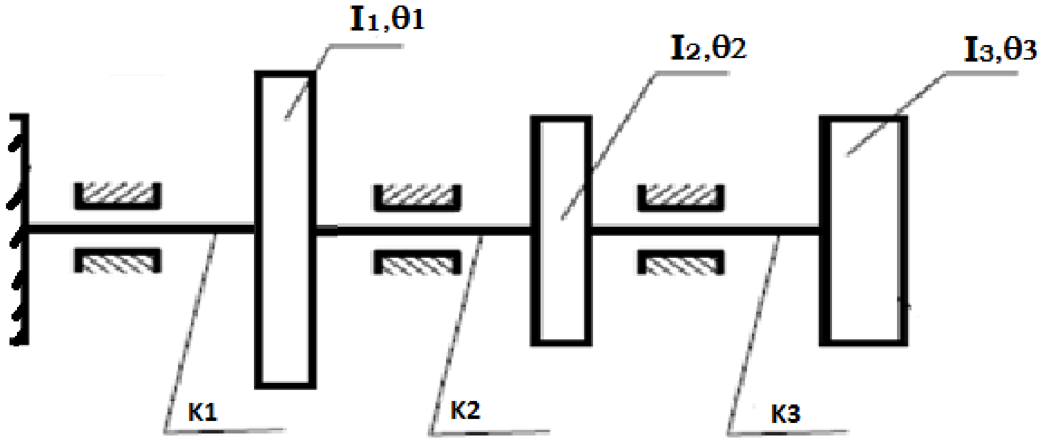
Soit le pendule triple symétrique représenté sur la figure ci-dessous :



1. Déterminer les équations de mouvement de système en utilisant la méthode directe ;
2. Calculer les énergies cinétiques et potentielles de ce système ;
3. A l'aide de l'équation de Lagrange, déterminer les équations de mouvement sous forme matricielle ;
4. Calculer les pulsations propres du système ;
5. Déterminer les vecteurs de forme correspondants et vérifier leur orthogonalité, Normer la première composante des modes à l'unité.
6. Déduire la réponse dynamique du système et représenter les formes propres obtenues.

EXO. 5 :

Un arbre en torsion est discrétisé par 3 degrés de liberté (θ1,θ2,θ3) auxquels correspondent les inerties (I1,I2,I3). La raideur en torsion de chaque élément élastique est k. la rotation de l'arbre s'effectue à vitesse constante et les angles sont mesurés par rapport à la position instantanée de l'arbre.

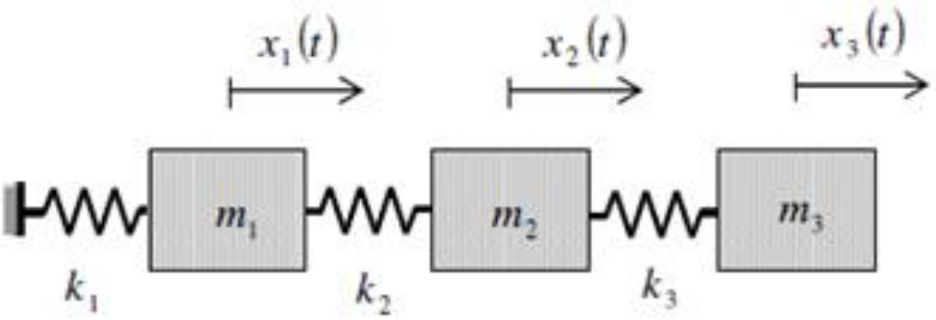


1. Calculer les énergies cinétiques et potentielles du système ;
2. Calculer les fréquences et les modes propres du système.

Avec: $I_1 = I_2 = I_3 = I \,/\, k_1 = k_2 = k_3 = k$.

EXO. 6 :

Soit le système représenté dans la figure ci-dessous.



1. Calculer les énergies cinétiques et potentielles du système ;
2. Déduire la forme matricielle des équations du mouvement.
3. Calculer les fréquences et les modes propres du système ;
4. Calculer (ω_1,Φ_1) par itération avec comme vecteur d'essai $\mathbf{(1,1,1)^t}$.
5. Calculer (ω_2,Φ_2) par itération avec comme vecteur d'essai $\mathbf{(1,1,1)^t}$.

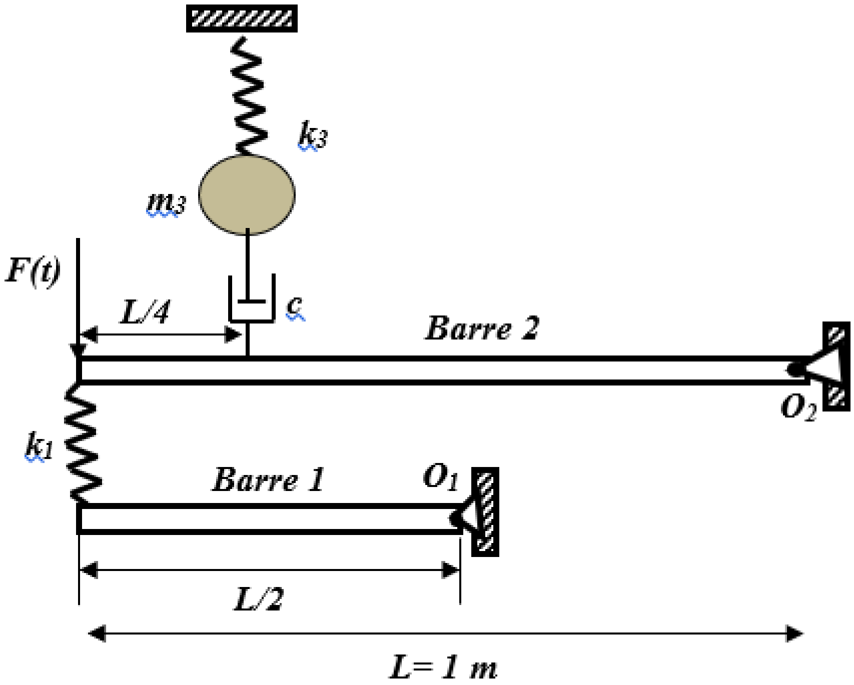
Avec : $m_1 = 2m,\ m_2 = m,\ m_3 = 3m\ \ k_1 = k_3 = k\ ;\ k_2 = 2k_1$

EXO. 7 :

La figure suivante représente schématiquement un mécanisme pivotant. Il est excité à son extrémité par une force harmonique ***F(t)=100sin(40t)*** (en Newtons). La rigidité du ressort k_1 est de ***2500 N/m***. Le coefficient d'amortissement ***c = 100 Ns/m***. La rigidité du ressort k_3 est de ***2000 N/m***.

La masse de la barre ***1*** est de $m_1 = 2$ ***Kg ,*** sa longueur est $L_1 = L/2 = 0.5$ ***m*** et son inertie par rapport à O_1 est J_1. La masse de la barre ***2*** est $m_2 = 5$ ***Kg ,*** sa longueur est $L_2 = L = 1$ ***m*** et son inertie par rapport à O_2 est J_2 .La masse m_3 est en mouvement de translation vertical uniquement et a une valeur de $m_3 = 3$ ***Kg.***

On rappelle que l'inertie d'une barre par rapport à un axe de rotation lié à son extrémité est donnée par : $J = mL^2/3$.



1. **Déterminer les équations différentielles du mouvement ?**
2. **Déterminer les matrices de masse, rigidité et d'amortissement ? (Expression littérales et application numérique)**
3. **En déduire la matrice dynamique du système ? (Expression littérales et application numérique)**

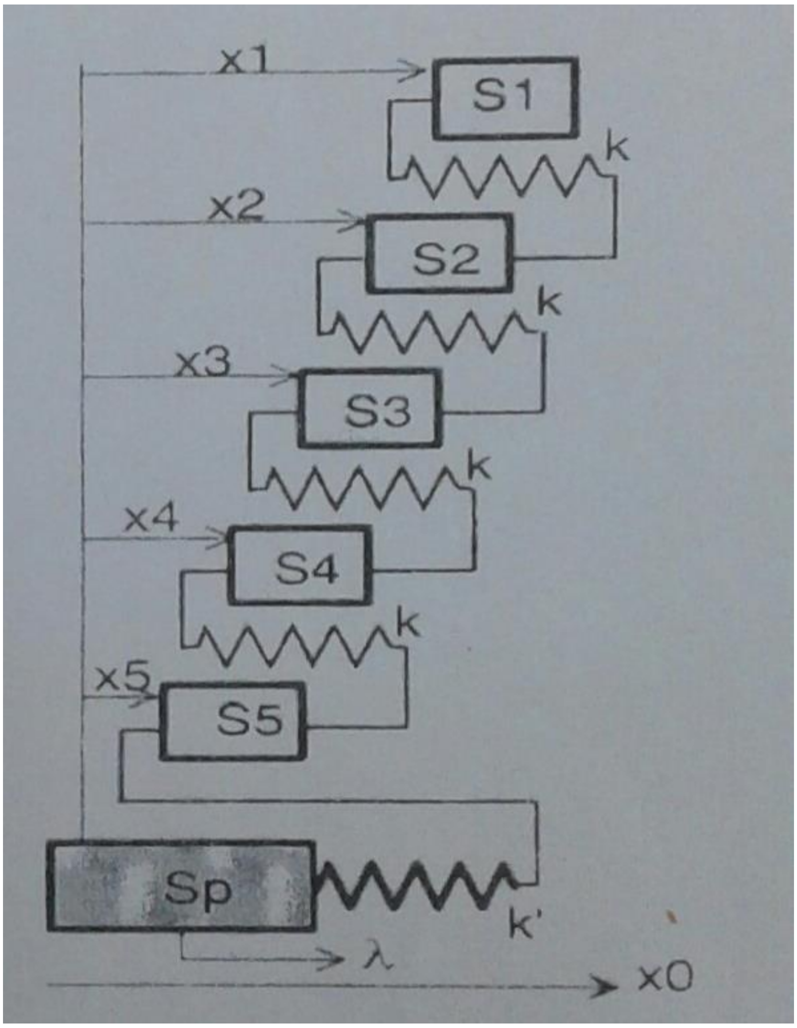
EXO. 8 :

Un outil dentaire est schématiquement constitué d'une tige en acier de section circulaire constante. Cette tige est modélisée par un système conservatif de cinq solides rigides ***(S_i, i=1, .. 5)*** de masse identique ***m***. Ces corps ne possèdent qu'une seule mobilité en translation transversale suivant l'axe ***xo***. Ils sont liés entre eux par quatre liaisons élastiques identiques de raideur ***k***. Le porte outil est modélisé par un solide rigide S_p.

La liaison tige-porte-outil est représentée par un ressort de raideur ***k'*** liant S_p et S_5.

Les mouvements des solides S_i sont repérés par x_i et celui du porte outil par λ

On suppose que le porte outil est bloqué et que le ressort ***k'*** est infiniment rigide.

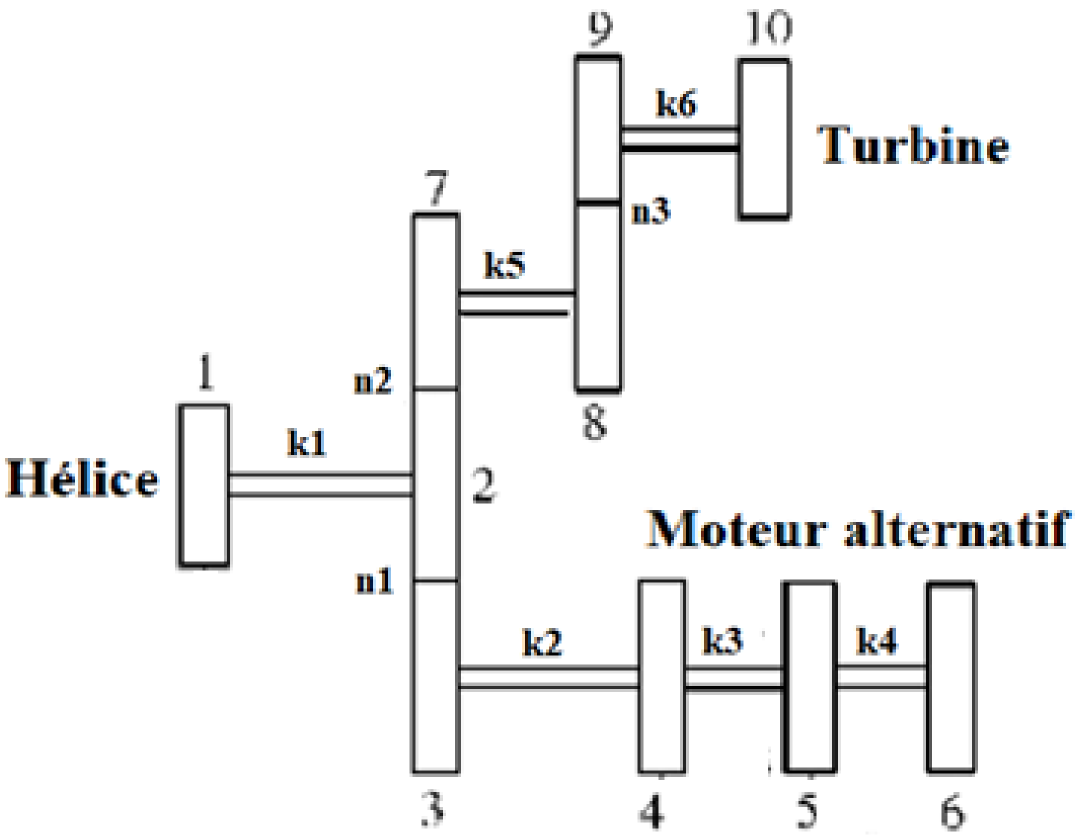


1. Indiquer en le justifiant le nombre de degré de liberté du modèle ?
2. Ecrire les équations du mouvement ?
3. En déduire les matrices de masse et de raideur ?

<u>**EXO. 9 :**</u>

Soit le moteur à hélice représenté dans la figure ci-contre.

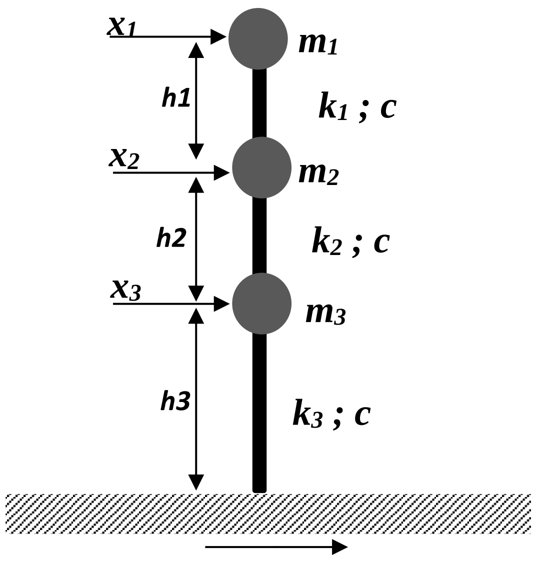
L'engrènement entre les arbres, est de rapport n, les arbres tournent à vitesse constante.



1. Calculer les énergies cinétiques et potentielles de ce système ;
2. A l'aide de l'équation de Lagrange, déterminer les équations de mouvement sous forme matricielle; en suppose que le rapport d'engrènement **n1=n2=n3=2.**

EXO. 10 :

Un bâtiment à trois étages est modélisé de façon simple par la figure suivante. Les dalles sont assimilées à des masses concentrées sans rotation et de rigidité infinie. Les rigidités équivalentes au niveau de chaque étage ainsi que l'amortissement sont montrés dans la figure. La structure est soumise à un déplacement à sa base dont l'accélération est donnée par $\ddot{x}_s = a\cos(\omega t)$



$\ddot{x}_s = a\cos(\omega t)$ avec $a = 10\ m/s^2$ et $\omega = 100\ rd/s$

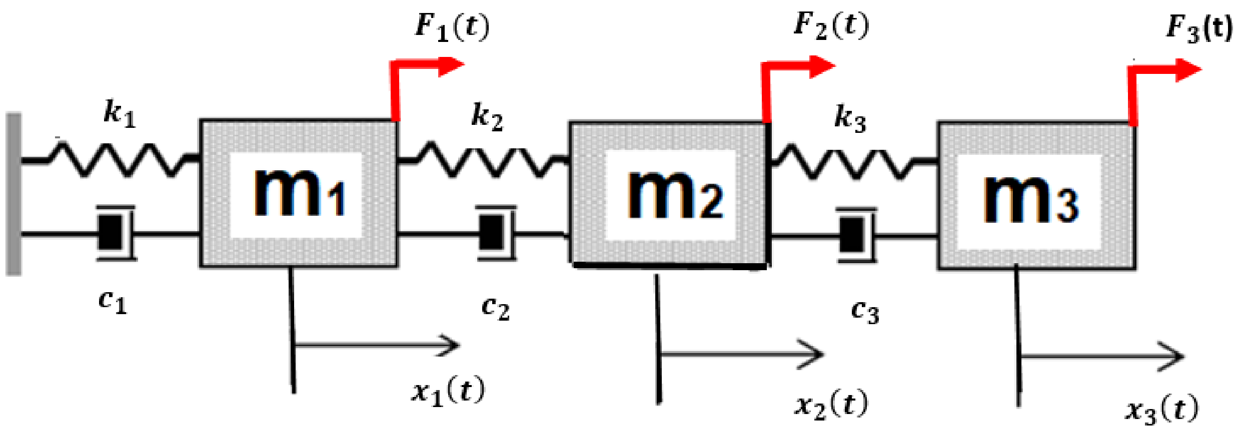
Données : ***$m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $m_3 = 3m = 300$ tonnes ; $k_1 = k$; $k_2 = 2k$; $k_3 = 3k = 300$ KN/mm ; $c = 100$ KNm/s $h_3 = 4$ mètres ; $h_1 = h_2 = 3$ mètres ;***

1. Déterminer les équations du mouvement de la structure.
2. En déduire la matrice des masses, des rigidité et d'amortissement (expression littérale et application numérique)
3. Estimer la fréquence fondamentale de la structure par la méthode de Rayleigh en considérant un vecteur déplacement statique proportionnel aux masses.

   Le facteur d'amortissement ζ est supposé être constant pour chaque mode et a pour valeur ***5%***
4. Déterminer le déplacement maximal de chaque étage par la méthode approchée de Rayleigh en ne considérant que le mode fondamental trouvé à la question ***3***

EXO. 11 :

Soit le système représenté dans la figure ci-dessous.



1. Calculer la première fréquence ω_1 du système non amorti en utilisant **la méthode de Rayleigh-Ritz**, en prenant comme vecteur d'essai les déplacements statiques du système soumis à des charges proportionnelle aux masses.

Avec :

- **m_1=m, m_2 =2m et m_3 =3m.**
- **k_1= k_2= k_3=k.**