Rayonnement Thermique

Définitions:

- Le **rayonnement thermique** concerne les **ondes électromagnétiques** dont la longueur d'onde couvre le spectre **ultraviolet** et le spectre **infrarouge** (de 0,01 à 100 µm) en passant par le spectre **visible** (0,38 à 0,76 µm).

- La plupart des corps portés à une température supérieure à 0 K émettent un **rayonnement électromagnétique**. Lorsque ce dernier est **absorbé,** il est transformé en **énergie thermique**.

- Lorsqu'un flux d'énergie rayonnée rencontre un corps, une partie de l'énergie est **absorbée**, une partie est **réfléchie**, une partie continue son trajet après avoir traversé le corps.

Définitions:

- Si **toute l’énergie incidente** est absorbée, le corps est appelé **corps noir** ou **radiateur intégral.**

- Si **aucune énergie** ne traverse le corps, on dit que ce dernier est **opaque (le contraire de *transparent*).**

- Si une partie de l’énergie est absorbée, mais que cette partie est constante quelle que soit la longueur d’onde de l’énergie incidente, on dit que l’on a affaire à un **corps gris.**

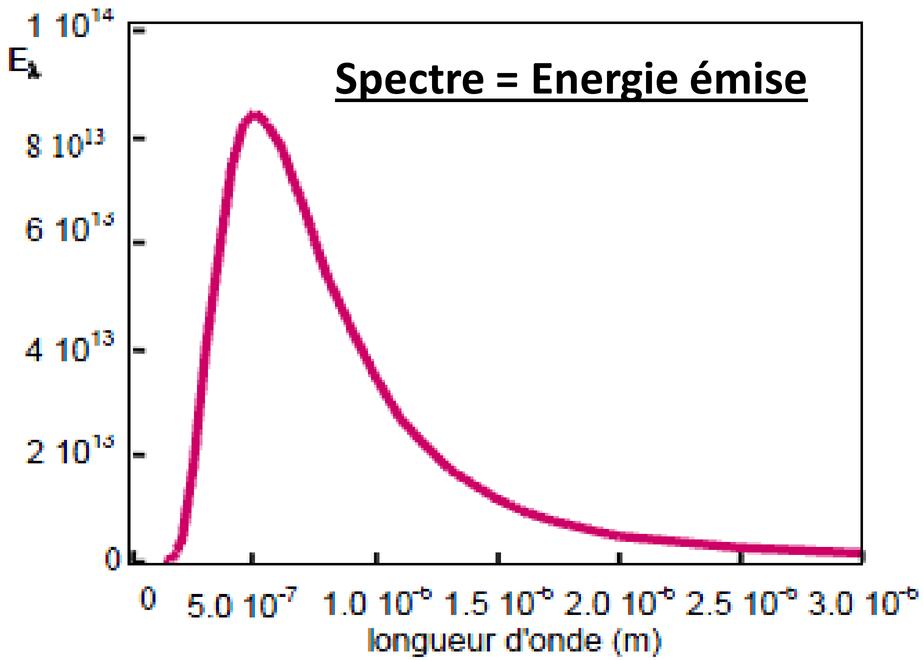
Définitions:

- Le **rayonnement thermique** peut être décomposé en un **spectre** formé de **radiations monochromatiques (**ou **ondes électromagnétiques)** caractérisées par :

Période : $\boxed{T}$

Fréquence : $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

Longueur d'onde : $\boxed{\lambda = C.T}$



Définitions:

- Pour étudier les échanges de chaleur par rayonnement, on est amené à définir un certain nombre de grandeurs dites **monochromatiques** et **totales**.

- ***Grandeur Totale G :*** elle se rapporte à l'émission ou à l'absorption, par la surface d'un corps, sur l'ensemble du spectre du rayonnement thermique.

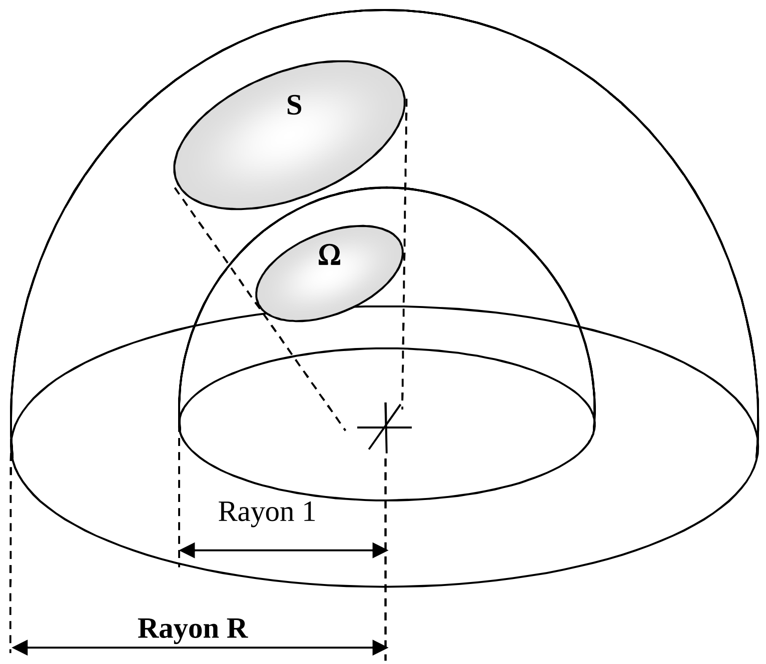
- ***Grandeur Monochromatique G_λ :*** elle se rapporte à l'émission ou à l'absorption, par la surface d'un corps, dans un petit domaine de longueur d'onde d λ compris entre les longueurs d'onde λ et λ +d λ

$$\boxed{\mathbf{G = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} G_{\lambda} d\lambda}}$$

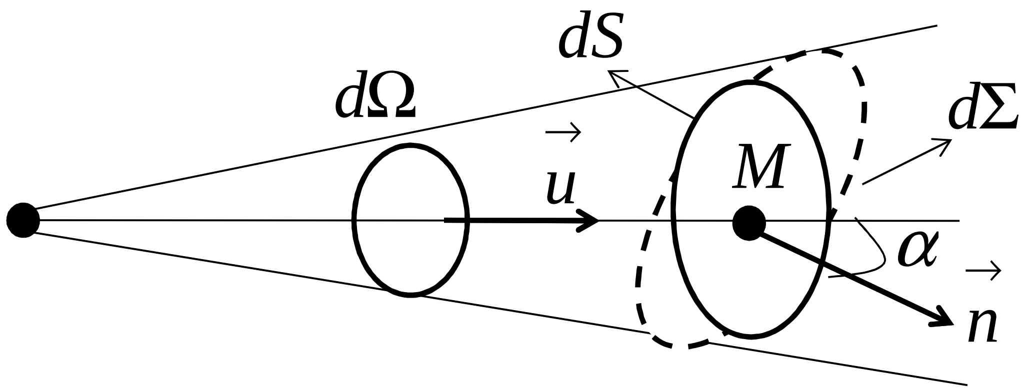
Définitions:

- **L'angle solide** est le rapport de la surface d'une partie d'une sphère sur le rayon au carré. Son unité est le **stéradian** noté **sr**. On le note souvent **Ω**. Il mesure la surface sur laquelle un objet se projette radialement sur une sphère de rayon unité.

$$\boxed{\Omega = \frac{S}{R^2}}$$



- **L’angle solide élémentaire:**



$$d\Omega = \frac{d\Sigma}{r^2} = \frac{dS\cos(\alpha)}{r^2}$$

Grandeurs énergétiques:

1- Grandeurs énergétiques relatives aux surfaces <u>émettant</u> un rayonnement:

<u>*1-1 Flux énergétique ϕ [W]*</u>

Le flux énergétique étant la quantité d’énergie transportée sous forme de radiation pendant l’unité de temps. On l’appelle ϕ **(W)**

1-2 Émittance énergétique [W/m²]

La quantité d'énergie émise par une source, par unité de temps et par unité de surface de cette source, dans tout le demi-espace délimité par cette surface:

$$\boxed{\mathbf{M} = \frac{\mathbf{d\phi}}{\mathbf{dS}}}$$

1-3 Intensité

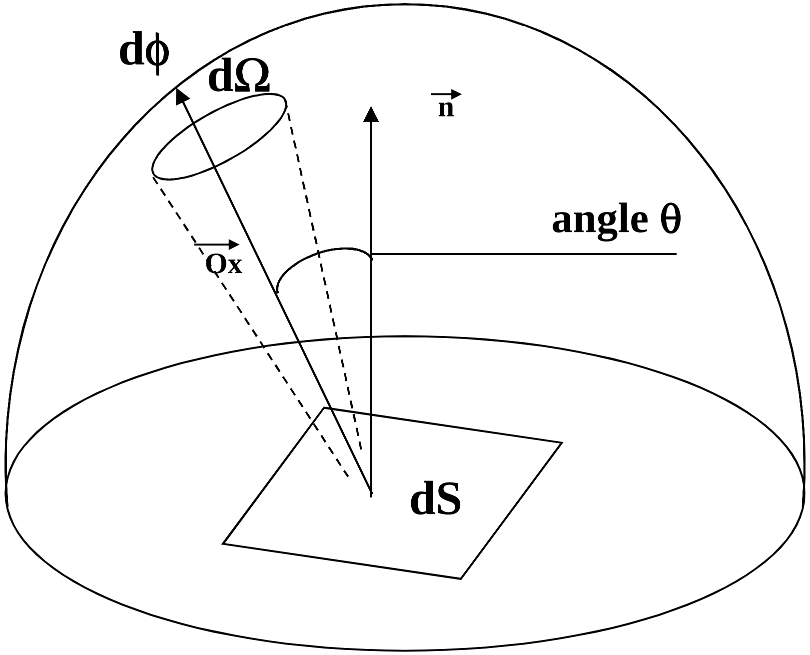
Le flux énergétique émis par une surface dans une direction donnée Ox. Soit :

$$I_{Ox} = \frac{d\phi_{ox}}{d\Omega}(Watt/sr): \textit{flux par unité d'angle solide}$$

1-4 Luminance énergétique L [W.m^{-2}.sr^{-1}]

La luminance **Lox** d'une source d'aire **dS**, dans la direction **ox** comme l'intensité de la source dans cette direction **Iox** divisée par l'aire apparente **dS'** de cette source dans la même direction:

$$L_{ox} = \frac{I_{ox}}{dS'} = \frac{I_{ox}}{dS\cos\theta}$$



$$\boxed{L_{ox} = \frac{d\phi}{dS\cos\theta d\Omega}}$$

Le flux émis par un élément de surface dS dans un angle solide dΩ entourant une direction Ox, inclinée d'un angle θ sur la normale à cette surface, a pour expression: $d\phi = L_{ox} dS\cos\theta d\Omega$

1-5 Grandeurs monochromatiques

$$\phi_\lambda = \frac{d\phi}{d\lambda} \Longrightarrow \phi = \int_0^\infty \phi_\lambda \, d\lambda$$

$$M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda} \Longrightarrow M = \int_0^\infty M_\lambda \, d\lambda$$

$$L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} \Longrightarrow L = \int_0^\infty L_\lambda \, d\lambda$$

2- Grandeurs énergétiques relatives aux surfaces recevant un rayonnement:

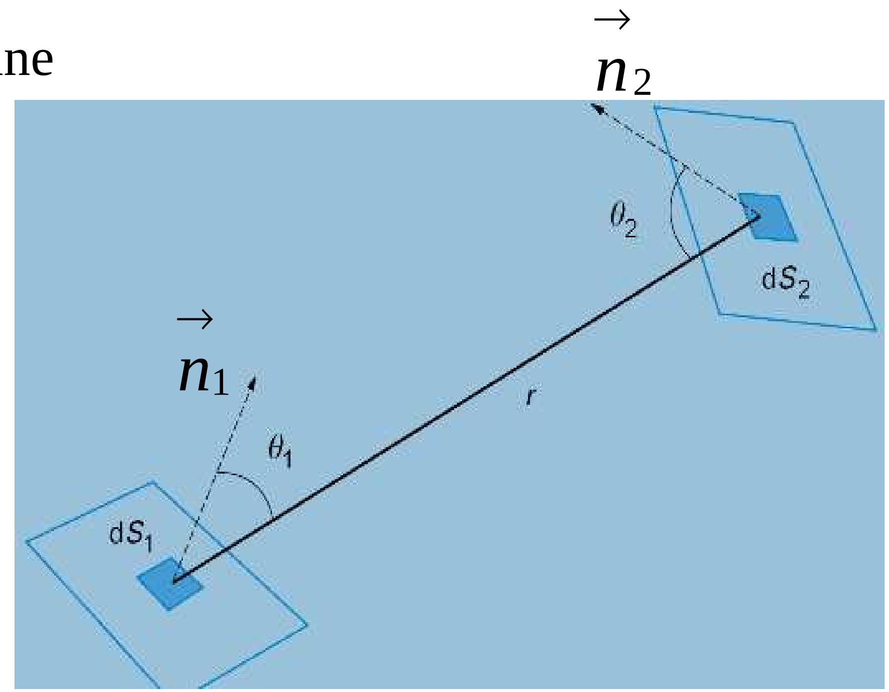
Les notions de flux, d'intensité, de luminance s'appliquent aussi bien au rayonnement incident qu'au rayonnement émis par une surface. Par contre la notion d'émittance est remplacée par l'éclairement.

2-1 Eclairement E [W.m^{-2}]

Flux reçu par unité de surface réceptrice : $E = \dfrac{d\phi}{dS}$

2-2 Relation entre l'éclairement et la luminance

Le flux **émis** par la surface **dS2** en direction d'une surface **réceptrice dS1** :



$$d\phi_2 = L_2 dS_2 \cos\theta_2 \, d\Omega_2$$

$$d\Omega_2 = \frac{dS_1 \cos\theta_1}{r^2}$$

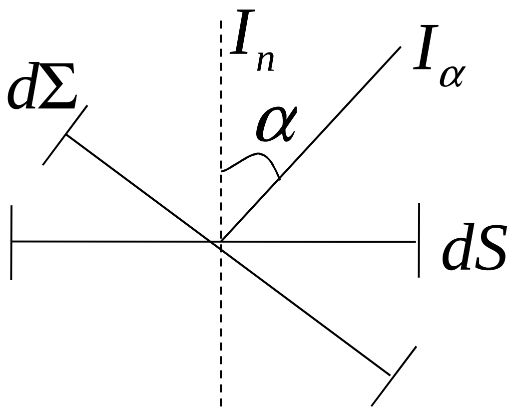
$$d\phi_2 = L_2 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{r^2}$$

L'éclairement de dS1 :

$$E = \frac{d\phi_2}{dS_1} = L_2 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_2}{r^2}$$

3-Lois du rayonnement thermique :

3-1- Loi de Lambert ou Loi du cosinus



I_n : Intensité selon la normale à la surface émettrice dS

I_α : Intensité dans une direction faisant l'angle α avec la normale

$$L_n = \frac{I_n}{dS}$$

$$L_\alpha = \frac{I_\alpha}{d\Sigma} = \frac{I_\alpha}{dS\cos(\alpha)}$$

On dit que le rayonnement suit la loi de Lambert si la relation : $I_\alpha = I_n \cos(\alpha)$

Par conséquent:

$$L_\alpha = \frac{I_\alpha}{dS\cos(\alpha)} = \frac{I_n\cos(\alpha)}{dS\cos(\alpha)} = \frac{I_n}{dS} = L_n$$

La luminance est la même dans toutes directions lorsqu'un rayonnement suit la loi de Lambert

Dans le cas d'une **émission Lambertienne (**qui suit la **loi de Lambert)** :

$$M = \pi L$$

3-2- Réception d'un rayonnement par un corps :

- Facteur de réflexion : $\boxed{r = \dfrac{\phi_r}{\phi_i}}$

- Facteur de transmission: $\boxed{t = \dfrac{\phi_t}{\phi_i}}$

- Facteur d'absorption : $\boxed{a = \dfrac{\phi_a}{\phi_i}}$

- Loi de conservation : $\boxed{a + t + r = 1}$ ou $\boxed{a_\lambda + t_\lambda + r_\lambda = 1}$

- Cas d'un **corps noir** : $\boxed{a = 1}$

3-3- Corps noir :

On appelle corps noir ou récepteur intégral toute surface dont le facteur d'absorption est égale à l'unité. Quelque soit la longueur d'onde de la radiation incidente: $a=a_\lambda=1$

Remarque:

Les grandeurs relatives au corps noir seront affectées d'un indice « ° » à droite « exemple : L° »

3-3-1 Loi de Planck : « émittance monochromatique d'un corps noir »

Cette loi relie l'émittance monochromatique d'un corps noir à la longueur d'onde et à sa température absolue :

$$M_\lambda^\circ = \frac{2\pi h C^2 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hC}{k\lambda T}\right) - 1}$$

C : la vitesse des ondes électromagnétiques dans le milieu où se propage le rayonnement. **C = C₀/n** avec **n** l'indice de réfraction et $C_o = 2{,}9979\,10^8\, m/s$

h : la constante de Planck, $h = 6{,}6255.10^{-34}\, J.s$

k : la constante de Boltzmann, $k = 1{,}3805.10^{-23}\, J/K$

Remarque 1: Lorsque le rayonnement se propage dans un milieu d'indice n=1 (vide ou l'air) :

$$M^{\circ}_{\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp(\frac{C_2}{\lambda T}) - 1}$$

$$C_1 = 2\pi h C_o^2 = 3{,}741.10^{-16}\, W.m^2$$

$$C_2 = \frac{hC_o}{k} = 0{,}01438\, m.K$$

Lois du rayonnement thermique :

3- Loi de Planck : « émittance monochromatique d'un corps noir »

Remarque 2: Pour les courtes longueurs d'ondes (visible et proche infra-rouge $\lambda < 5\,\mu m$)

$$M_{\lambda}^{\circ} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\dfrac{C_2}{\lambda T}\right)}$$

Lois du rayonnement thermique :

4- Loi de Wien (ou loi du maximum d'émission)

La formule de Planck montre que, pour chaque valeur de $\boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{M}$ passe par un maximum qui correspond à une longueur d'onde λ_{max} telle que :

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{max} \,.\, T = 0{,}002\ 896\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}}$$

La valeur maximale de l'émittance monochromatique :

$$M_{max} = 128{,}7.10^{3}(T/100)^{5} \quad \text{en} \quad \mathrm{W/m^2}$$

Lois du rayonnement thermique :

5- Loi de Stefan - Boltzmann

Cette loi résulte de l'intégration de la formule de Planck et donne **l'émittance totale du rayonnement** du **corps noir** dans le vide en fonction de sa température absolue :

$$M^{o} = \sigma T^{4}$$

σ : la constante de Stefan-Boltzmann

Lois du rayonnement thermique :

6- Facteur d’emission d’un corps non noir

On définit un **facteur d’émission** ε comme le rapport de l’émittance réelle à l’émittance du corps noir à la même température. ε est inférieur à 1 sauf pour les corps noirs.

$$\varepsilon = \frac{M}{M^o}$$: facteur d’émission total

$$\varepsilon_\lambda = \frac{M_\lambda}{M_\lambda^o}$$: facteur d’émission monochromatique

Lois du rayonnement thermique :

6- Facteur d'émission d'un corps non noir

Remarque 1: Le rayonnement d'un corps noir (qui n'a pas de direction de propagation préférentielle) suit **la loi de Lambert**:

$$\boxed{\varepsilon_\lambda = \frac{M_\lambda}{M_\lambda^o}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_\lambda = \frac{L_\lambda}{L_\lambda^o}}$$

Lois du rayonnement thermique :

7- Corps en équilibre thermique - Loi de Kirchhoff

La loi de Kirchhoff établit que, pour chaque longueur d'onde et chaque direction de propagation du rayonnement émis par une surface ou incident sur celle-ci, les **facteurs d'émission** et les **facteurs d'absorption monochromatiques** directionnels sont égaux :

$$\varepsilon_{ox,\lambda} = a_{ox,\lambda}$$

Lois du rayonnement thermique :

7- Corps en équilibre thermique - Loi de Kirchhoff

Remarque : On ne peut pas écrire en générale $\varepsilon = a$ sauf dans les cas suivants:

-Corps gris : comme $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$ et $a = a_\lambda$ (indépendants de λ), la loi de Kirchhoff ($\varepsilon_\lambda = a_\lambda$) donne $\varepsilon = a$

- Corps noir : par définition $\varepsilon_\lambda = 1$ quelle que soit λ , on en tire :

$$\varepsilon = a = 1$$

Echanges radiatifs entre surfaces séparées par un milieu parfaitement transparent:

1- Surfaces noires

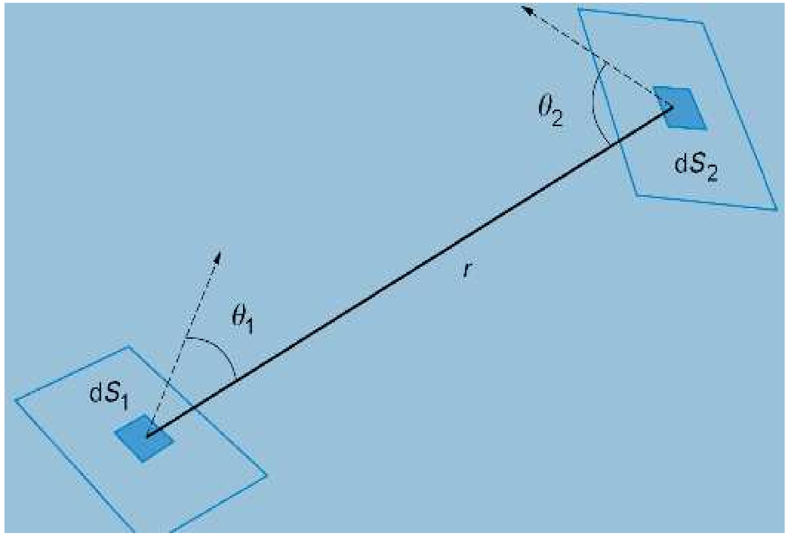
- Considérons un échange par rayonnement entre deux surfaces quelconques ***S_1** et **S_2**. Le **facteur de forme** **F_{12}**, appelé aussi* **facteur d'angle, est une quantité purement géométrique qui représente** la surface ***S_2** vue d'un point de **S_1** , ou plus généralement la* fraction ***F_{12}** du flux hémisphérique émis par **S_1** qui atteint **S_2**.*

- La notion de facteur de forme permet d'écrire : $\phi_{12} = M_1^o S_1 F_{12}$

- De la même manière, nous aurons l'expression suivante pour la part ***F_{21}** de flux hémisphérique émis par **S_2** et qui atteint **S_1** :*

$$\phi_{21} = M_2^o S_2 F_{21}$$

Le flux **émis** par la **surface noire dS2** en direction d'une **surface noire** réceptrice **dS1** :



$$d\phi_{21} = L_2^o dS_2 \cos\theta_2 \, d\Omega_2$$

$$d\Omega_2 = \frac{dS_1 \cos\theta_1}{r^2}$$

$$d\phi_{21} = L_2^o \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{r^2} = M_2^o \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi r^2}$$

$$\phi_{21} = M_2^o \int_{S_1}\int_{S_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi r^2} = M_2^o S_2 \frac{1}{S_2} \int_{S_1}\int_{S_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi r^2}$$

$$\phi_{21} = M_2^o S_2 F_{21} = \phi_2 F_{21}$$

$$F_{21} = \frac{1}{S_2} \int_{S_1}\int_{S_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi r^2}$$

$$\phi_{21} = M_2^o S_2 F_{21} = \phi_2 F_{21}$$

$$\phi_{12} = M_1^o S_1 F_{12} = \phi_1 F_{12}$$

$$F_{21} = \frac{1}{S_2} \int_{S_1} \int_{S_1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi r^2}$$

$$F_{12} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi r^2}$$

Relation de réciprocité :

$$F_{12} S_1 = F_{21} S_2$$

Puissance nette échangée par rayonnement entre S_1 et S_2 :

$$\phi_{12,net} = \phi_{12} - \phi_{21} = M_1^o S_1 F_{12} - M_2^o S_2 F_{21}$$

$$\phi_{12,net} = (M_1^o - M_2^o) S_1 F_{12} = (M_1^o - M_2^o) S_2 F_{21}$$

$$\phi_{12,net} = S_1 F_{12} \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right) = S_2 F_{21} \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

Remarque 1: Considérons maintenant une enceinte fermée constituée de **n** **surfaces noires** individuellement isothermes. Pour la **i-ème** surface on va définir **n** facteurs de forme **F_{ij}** , j = 1,..n

$$F_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{\phi_i}$$

F_{ii} existe si la surface **S_i** est **concave**.

-Le **flux total** émis par **S_i** est absorbé par toutes les surfaces constituants l'enceinte :

$$\phi_i = \sum_{j=1}^{n} \phi_{ij} = \sum_{j=1}^{n} F_{ij}\,\phi_i = \phi_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij}$$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1$$

Remarque 2: En faisant un bilan des échanges radiatifs sur la surface **S_i**.

→ **S_i émet** un flux total ϕ_i et **absorbe** en provenance de toutes les surfaces de l'enceinte (y compris elle-même si elle est concave) des flux ϕ_{ji}

-Le **flux net échangé par S_i avec l'enceinte :**

$$\phi_{i,net} = \phi_i - \sum_{j=1}^{n} \phi_{ji} = S_i M_i^o - \sum_{j=1}^{n} S_j F_{ji} M_j^o = \sum_{j=1}^{n} S_i F_{ij} \left(M_i^o - M_j^o \right)$$

$$\phi_{i,net} \begin{cases} = 0 \\ > 0 \\ < 0 \end{cases}$$

Remarque 3: « <u>Détermination des facteurs de forme</u> »

→ Calcul de l'intégrale **(calcul long !!!)**

→ Détermination à partir de considérations géométriques simples

→ Il existe des abaques ou des tables de facteurs de formes pour différentes configurations géométriques.

Echanges radiatifs entre surfaces opaques grises séparées par un milieu parfaitement transparent:

1- Surfaces opaques grises et diffusantes en émission et en reflexion

Hypothèses : chaque surface bénéficie des propriétés suivantes

-Isotherme

-Propriétés radiatives indépendantes de la longueur d'onde et de la direction pour chaque surface $\varepsilon = a = 1 - r$ (surface opaque)

-Le flux incident ϕ_i est uniformément réparti sur toute la surface

-L'éclairement de la surface : $E = \dfrac{\phi_i}{S}$

-L'émittance de la surface : $M = \varepsilon M^o$

Echanges radiatifs entre surfaces opaques grises séparées par un milieu parfaitement transparent:

1- Surfaces opaques grises et diffusantes en émission et en reflexion

La radiosité J (**qui est la somme de l'émittance de la surface et du flux réfléchi par unité de surface**) est donnée par la relation suivante**:**

$$J = \varepsilon M^{o} + r\,E = \varepsilon M^{o} + (1-\varepsilon)E$$

Le flux perdu par la surface S est égal à la différence entre les flux émis et absorbé par cette surface:

$$\phi_{net} = (\varepsilon M^{o} - a\,E)S = \varepsilon S\left(M^{o} - E\right) = \frac{\varepsilon S}{1-\varepsilon}\left(M^{o} - J\right) = S\left(J - E\right)$$

Echanges radiatifs entre surfaces opaques grises séparées par un milieu parfaitement transparent:

2- Bilan des échanges dans une enceinte vide aux parois grises et diffusantes en émission et réflexion

-L'enceinte est constituée de **n** surfaces **S_i.**

-La radiosité de S_i : J_i

- Émittance propre de S_i : $\varepsilon_i M_i^o$

- Flux incident sur S_i : $\sum_{i=1}^{n} S_j F_{ji} J_j = S_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$

- Flux incident sur l'unité de surface de S_i : $\sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$

- Flux réfléchi par l'unité de surface de S_i : $r_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$

Echanges radiatifs entre surfaces opaques grises séparées par un milieu parfaitement transparent:

2- Bilan des échanges dans une enceinte vide aux parois grises et diffusantes en émission et réflexion

La **radiosité** de $\mathbf{S_i}$ est égale à son émittance propre + le flux en provenance de toutes les surfaces de l'enceinte (y compris $\mathbf{S_i}$ lorsque celle-ci est concave) et réfléchi par l'unité de surface de $\mathbf{S_i}$.

$$J_i = \varepsilon_i M_i^o + r_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j = \varepsilon_i M_i^o + (1-\varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left[\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i) F_{ij}\right] J_j = \varepsilon_i M_i^o = \varepsilon_i \sigma T_i^4$$

$$\Downarrow$$

Cette équation est valable pour toutes les surfaces de l'enceinte ayant une température imposée.

Echanges radiatifs entre surfaces opaques grises séparées par un milieu parfaitement transparent:

2- Bilan des échanges dans une enceinte vide aux parois grises et diffusantes en émission et réflexion

Pour les surfaces ayant un **flux imposé**, il faut établir un autre bilan.
Le flux net perdu par l'unité de surface de S_i = flux quittant l'unité de surface de S_i (radiosité J_i) diminué du flux arrivant sur l'unité de surface S_i égal à $\sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$

$$\varphi_{i,net} = \frac{\phi_{i,net}}{S_i} = J_i - \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j = \sum_{j=1}^{n} \left(\delta_{ij} - F_{ij}\right) J_j$$

$$\varphi_{i,net} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\sigma T_i^4 - J_i\right)$$