FH Salzburg
Informationstechnik & System-Management

Grundlagen der Elektrotechnik

Peter Lindmoser
2021/22

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Physikalische Größen, Koordinatensysteme und Einheiten

Es ist die Aufgabe der Physik durch systematische Beobachtungen und Messungen die in der Natur ablaufenden Vorgänge zu erfassen, daraus Gestzmäßigkeiten abzuleiten und in Gleichungen zu beschreiben.
Beispielesweise hat der englische Physiker und Mathematiker Isaac Newton (1642-1727) den physikalischen Begriff Kraft als Wechselwirkung zwischen Körpern definiert und das Grundgesetz der Mechanik.

$$\text{Kraft} = \text{Masse x Beschleunigung}$$

aufgestellt. Die Begriffe Masse, Beschleunigung und Kraft bezeichnet man darin als physikalische Größen. Um nun diese Beziehung in einer eindeutigen mathematischen Schreibweise darzustellen ist es zunächst notwendig die physikalischen Größen durch Buchstaben in einer formellen Schreibweise auszudrücken. Dabei muss der Charakter der entsprechenden physikalischen Größe gewahrt bleiben. Grundsätzlich unterscheidet man in der Physik zwei prinzipielle Eigenschaften physikalischer Größen.

1.1 Nicht gerichtete oder skalare Größen

Physikalische Größen, denen keine geometrische Richtung zugeordnet ist, nennt man skalare Größen. In mathematische Ausdrücken (Formeln) werden deren Symbole in normalen Buchstaben geschrieben.
Im Beispiel der Kraftgleichung stellt die Masse m eine derartige Größe da.
Weitere skalare physikalische Größen sind beispielsweise:

$$\text{die Zeit t, die Temperatur T, der Druck p}$$

1.2 Gerichtete, vektorielle Größen

Die oben erwähnte Kraft übt ihre Wirkung in eine bestimmte Richtung aus. Zur Beschreibung der Richtung ist es notwendig ein Koordinatensystem einzuführen.

1.2.1 Das kartesische Koordinatensystem

Im Allgemeinen wird das kartesische Koordinatensystem nach René Descartes (1596-1650) verwendet. Das kartesische Koordinatensystem besteht aus einem Ursprungspunkt im Raum, von welchem drei aufeinander normal stehende (orthogonale) geradlinige Achsen ausgehen (Abb. 1.1).

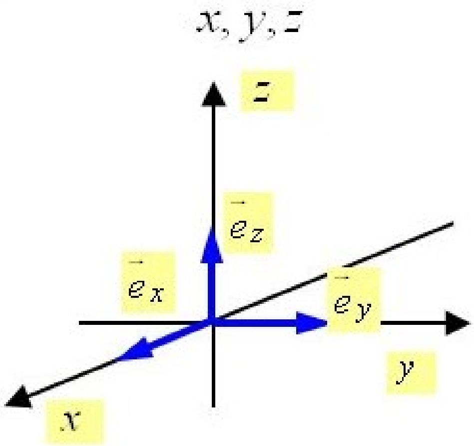


Abbildung 1.1: Aufbau des kartesischen Koordinatensystems

In Abbildung 1.1 sind die drei Koordinatenrichtungen durch die Einheits-Richtungsvektoren $\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$ und $\vec{e_z}$ gekennzeichnet. Diesem Vektortripel ist ein Rechtssinn zugeordnet, dementsprechend mus die vektorielle Beziehung

$$\vec{e_x} \times \vec{e_y} = \vec{e_z}$$

gelten.

1.2.2 Das zylindersymmetrische Koordinatensystem

Zur Beschreibung von mechanischen Rotationsbewegungen oder magnetischer Feldbilder ist es oft von Vorteil Zylinderkoordinaten oder Kugelkoordinaten zu verwenden.

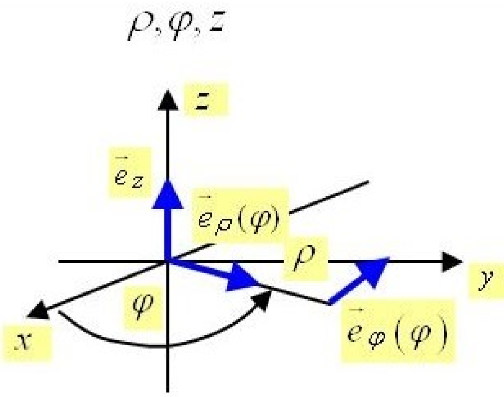


Abbildung 1.2: Aufbau des zylindersymmetrischen Koordinatensystems

Weitere Koordinatensysteme werden in der Grundvorlesung nicht benötigt.
Es wird vereinbart, daß vektorielle Größen mit einem Pfeil über dem Buchstaben dargestellt werden. Die erwähnte Newtonsche Kraftgleichung wird somit durch

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

dargestellt. Ein Vektor besteht uas einer Richtung und einem Betrag. Die Richtung ergibt sich aus den drei Komponenten, für den obigen Fall zu

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

und der Betrag errechnet sich aus

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Vektorielle physikalische Größen sind zum beispielsweise
in der Mechanik: Kraft $\vec{F}$, Drehmoment $\vec{M}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$, Beschleunigung $\vec{a}$
in der Elektrotechnik: elektrische Feldstärke $\vec{E}$, magnetische Feldstärke $\vec{H}$

Kapitel 2

Einheiten in der Physik

Das messbare Merkmal eines physikalischen Objekts, wie z.B. seine Länge oder Masse, wird als Größe gezeichnet. In der Technik werden viele solcher Größen verwendet, die meisten von anderen Größen abhängen. Sie ist z.B. die Größe *Geschwindigkeit* aus den Größen *Länge* und *Zeit* abgeleitet. Länge und Zeit sind unabhängige Größen, sogenannte Basisgrößen.
Ein internationales Einheitensystem wurde 1954 erstellt (SI-System). Im SI-System sind die sieben voneinander unabhängigen Basisgrößen mit ihren Basiseinheiten enthalten:

SI-Basisgröße		SI-Basiseinheit	
Name	Formelzeichen	Name	Einheitenzeichen
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I	Candela	cd

Tabelle 2.1: Basisgrößen und Basiseinheiten des SI-Systems

Die sieben Basisgrößen sind voneinander unabhängige Grundgrößen.
Zur Bezeichnung von Vielfachen oder Teilen der SI-Einheiten sind Einheitenvorsätze festgelegt:

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Faktor
Exa	E	10^{18}
Peta	P	10^{15}
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
Kilo	k	10^{3}
Hekto	h	10^{2}
Deka	da	10^{1}
Dezi	d	10^{-1}
Zenti	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Mikro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Piko	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}

Tabelle 2.2: Vorsätze für SI-Einheiten

Symbol	Name	Symbol	Name
Γ	Gamma	α	alpha
Δ	Delta	β	beta
Θ	Theta	γ	gamma
Λ	Lambda	δ	delta
Σ	Sigma	ϵ	epsilon
Φ	Phi	η	eta
Ψ	Psi	ϑ	theta
Ω	Omega	κ	kappa
		λ	lambda
		μ	mü
		ν	nü
		ξ	xi
		π	pi
		ρ	rho
		σ	sigma
		τ	tau
		φ	phi
		ψ	psi

Tabelle 2.3: Auszug griechischer Buchstaben

Eine physikalische Größe wird durch das Produkt von Zahlenwert und Einheit angegeben.

2.1 Gleichungen

2.2 Das griechische Alphabet

In der Mathematik wie auch in der Physik und ihren Teilgebieten ist auf Grund der großen Anzahl an abgeleiteten physikalischen Größen der Zeichenvorrat voll ausgeschöpft. Aus diesem Grund kommen auch viele griechische Buchstaben zum Einsatz. Die wichtigsten griechischen Buchstaben sind in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

2.2.1 Größengleichung

Größengleichungen verbinden Größen entsprechend den physikalischen Zusammenhängen.
Das soll am Beispiel der Geschwindigkeit erläutert werden:

$$v = \frac{s}{t}$$

2.2.2 Einheitengleichung

Einheitengleichungen verknüpfen Einheiten und geben ihre Beziehung zueinander an. Für obiges Beispiel gilt:

$$1\frac{m}{s} = \frac{1m}{1s}$$

Einige Einheitengleichung sollen dies veranschaulichen:

$$1\,\mathrm{N} = \frac{1\,\mathrm{kg}\cdot 1\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}^2} \qquad 1\,\mathrm{Pa} = \frac{1\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{m}^2} \qquad 1\,\mathrm{W} = \frac{1\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{s}} = \frac{1\,\mathrm{N}\cdot 1\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}}$$

2.2.3 Zahlenwertgleichungen

Diese finden nur in Ausnahmefällen Verwendung und gelten nur, wenn die Zahlenwerte in bestimmten Einheiten eigesetzt werden.
Zum Beispiel:

$$v\left(\frac{\mathrm{k}m}{\mathrm{h}}\right) = 3,6 \cdot \frac{s(\mathrm{m})}{t(\mathrm{s})}$$

Kapitel 3

Grundlagen über Vektoren

Zur Bestimmung der grundlegenden Eigenschaft von Vektoren wird das kartesische Koordinatensystem herangezogen.
Ein Vektor $\vec{a}$ ist durch seinen Anfangspunkt $P(x_a, y_a, z_a)$ und durch seinen Endpunkt $Q(x_e, y_e, z_e)$ im Koordinatensystem eindeutig festgelegt.
Die Koordinaten von $\vec{a}$ ergeben sich daraus zu:

$$a_x = x_e - x_a$$
$$a_y = y_e - y_a$$
$$a_z = z_e - z_a$$

sodass der Vektor $\vec{a}$ durch

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_e - x_a \\ y_e - y_a \\ z_e - z_a \end{pmatrix}$$

dargestellt werden kann. Der Vektor $\vec{a}$ beginnt im Punkt P und endet im Punkt Q, zeigt also von P nach Q. Die Pfeilspitze liegt bei Q.

3.1 Vektoraddition und Vektorsubtraktion

Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ werden addiert bzw. subtrahiert, indem man die Komponenten addiert bzw. subbtrahiert.
Summenvektor $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

Differenzvektor $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \\ a_z - b_z \end{pmatrix}$$

3.2 Das innere Produkt zweier Vektoren

Das innere Produkt oder das Inprodukt zweier Vektoren $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (sprich $\vec{a}$ in $\vec{b}$) ist das Produkt ihrer Längen mal den Cosinus ihres einschließenden Winkels:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \varphi$$

Das Ergebnis des inneren Produktes ist eine **skalare Größe!**

In Komponentenschreibweise gilt:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

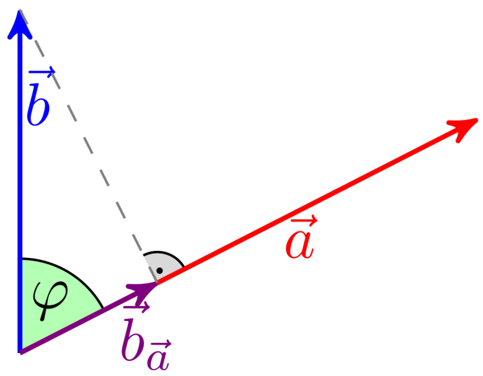


Abbildung 3.1: Inprodukt

Das innere Produkt zweier Vektoren ist null, wenn diese normal aufeinander stehen, positiv für 0° $\leq \varphi < \pm$ 90° und negativ für
90° $< \varphi \leq$ 270°.

3.3 Das äußere Produkt zweier Vektoren

Das äussere Produkt oder das Exprodukt zweier Vektoren $\vec{a} \times \vec{b}$ sprich
($\vec{a}$ ex $\vec{b}$) ist folgend definiert:

$$\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_y - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$

Der Betrag des neuen Vektors $\vec{v}$ errechnet sich aus den Beträgen der Einzelvektoren mal dem Sinus des Winkels φ.
Das Ergebnis des äusseren Produktes ergibt immer einen **Vektor!**
Der durch das Exprodukt entstandene Vektro $\vec{v}$ steht normal auf die von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannte Ebene und ist diesen in einem Rechtssinn zugeordnet. Man dreht den Vektor $\vec{a}$ entsprechend einer Rechtsschraube in Richtung des Vektors $\vec{b}$. Die Fortschreitrichtung der Schraube ergibt die Richtung des neuen Vektors $\vec{v}$.
Achtung: Die Vektormultiplikation ist nicht kommutativ! Es gilt:

$$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

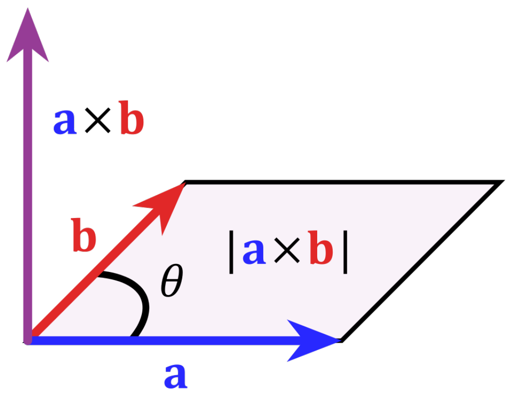


Abbildung 3.2: Exprodukt

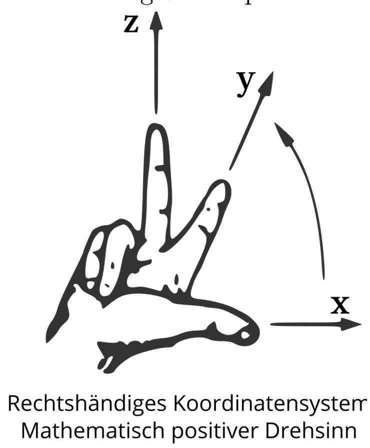


Abbildung 3.3: Rechtsschraubensinn

Kapitel 4

Einleitung

4.1 Elektrische Energie

Elektrizität hat sich im letzten Jahrhundert zur dominanten Energieform entwickelt und die Verbreitung nimmt noch weiter zu. Die Vorteile elektrischer Energie sind die einfache Übertragbarkeit über Stromnetze und die einfache, oft sehr effiziente Umwandlung in andere Energieformen. Elektrische Energie ist heute praktisch überall verfügbar, so kann sie jederzeit und fast überall in Form von Wärme, Licht oder mechanischer Energie genutzt werden. Ein Nachteil elektrischer Energie ist der Umstand dass es sehr aufwändig ist sie zu speichern. Elektrische Energie wird nicht „erzeugt“, man kann nur andere Energieformen in elektrische Energieformen umwandeln. Meist wird mithilfe eines Generators mechanische Energie in elektrische Energie umgewandelt. Die mechanische Energie mit der der Generator betrieben wird stammt oft von Turbinen - diese können mit Wasserkraft oder Wasserdampf angetrieben werden. Alternativ kann elektrische Energie auch mithilfe von speziellen Materialien („Halbleiter“) unter Ausnutzung des Photoelektrischen Effekts hergestellt werden (Photovoltaikanlage).[1]

4.2 Elektrizitätsleitung

Elektrizitätsleitung bezeichnet den Transport von elektrischen Ladungen. Dieser kann in verschiedenen Materialien stattfinden. Voraussetzung für den Ladungstransport ist immer das Vorhandensein freier Ladungsträger und einer elektrischen Spannung U die die Ladungsträger antreibt. Man kann die vorhandene Materie nach ihrer Leitfähigkeit einteilen, folgende Unterscheidung wird getroffen:

- **Leiter** - Ladungstransport möglich
- **Halbleiter** - Ladungstransport unter bestimmten Umständen möglich
- **Isolatoren** - (fast) kein Ladungstransport möglich

Die Leitfähigkeit dieser Stoffe unterscheidet sich um mehrere Zehnerpotenzen. Auch ist die Leitfähigkeit dieser Stoffe temperaturabhängig wie andere physikalische Eigenschaften auch. So wie sich die Dichte von Wasser mit der Temperatur ändert verändert sich auch die elektrische Leitfähigkeit aller Stoffe wenn sich die Temperatur ändert.

Stoffe ändern bei Temperaturveränderungen ihre physikalischen und elektrischen Eigenschaften

[1] [**?**, Seite 11]

4.2.1 Aufbau der Materie

Baryonische Materie[2] ist aus nur 3 Bausteinen aufgebaut: Protonen, Neutronen und Elektronen. Protonen und Neutronen werden durch die Kernkraft (Starke Wechselwirkung) zusammengehalten und bilden den Atomkern (Durchmesser: etwa $10 \cdot 10^{-15}m$). Die Neutronen sind nicht geladen, die Protonen tragen positive Ladungen[3].

Atome enthalten einem Kern, der positiv geladen ist

Der Atomkern wird von der Atomhülle umschlossen, diese besteht aus Elektronen die aufgrund ihrer negativen Ladung[4] an den Atomkern gebunden sind[5]. Für jedes Proton im Kern besitzt ein Atom ein Elektron, so ist das komplette Atom ungeladen (die positiven Ladungen der Protonen und die negativen Ladungen der Elektronen heben sich gegenseitig auf). Nach dem Schalenmodell halten sich die Elektronen in konzentrischen Schalen um den Atomkern herum auf. Jede Schale kann nur eine bestimmte Anzahl von Elektronen aufnehmen. Je nach Anzahl der gefüllten Schalen haben komplette Atome einen Durchmesser von mehreren 10 bis 100 Pikometern (1 Pikometer = $10^{-12}m$).

Der Atomkern wird von negativ geladenen Elektronen umkreist

Jedes Elektron trägt eine negative Elementarladung e

Im wesentlichen besteht ein Atom also aus leerem Raum. Elektronen sind sehr leicht, deshalb sind etwa $99,9\%$ der Masse eines Atoms im Atomkern konzentriert. Das kleiste Atom ist ein Wasserstoffatom (siehe Abbildung 4.1), es gibt aber auch deutlich größere (und damit auch schwerere) Atome wie zum Beispiel das Einsteinium (siehe Abbildung 4.3)[6].

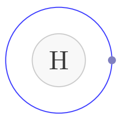


Abbildung 4.1: Wasserstoffatom

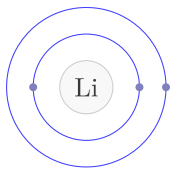


Abbildung 4.2: Lithiumatom

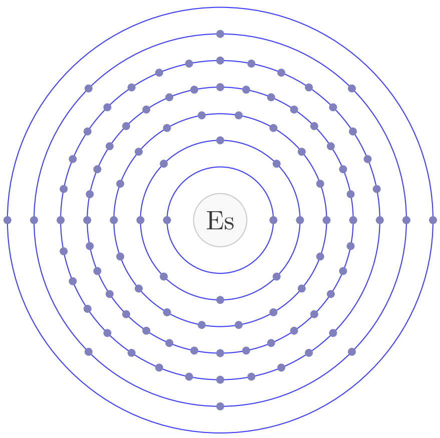


Abbildung 4.3: Einsteinium

4.2.2 Elektrizitätsleitung in Metallen

Bei Metallen sind die positiv geladenen Atomkernrümpfe (Kationen) in Gitterform angeordnet, diese bilden eine sich immer wiederholende Struktur:
Die äußersten Schalen sind nicht vollständig gefüllt und weit vom Atomkern entfernt, daher sind die darin enthaltenen Elektronen nur schwach an den Atomkern gebunden. Diese Elektronen nennt man Valenzelektronen, sie sind für den Ladungstransport zuständig.

[2] Baryonische Materie: Alles was man sehen oder angreifen kann
[3] Jedes Proton trägt eine positive Elementarladung e von $1,6 \cdot 10^{-19}C$ (Coulomb), siehe Abschnitt 5.2
[4] Jedes Elektron trägt eine negative Elementarladung e von $-1,6 \cdot 10^{-19}C$, siehe Abschnitt 5.2
[5] Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an, siehe Abschnitt 5.2
[6] [**?**, Seite 1–25]

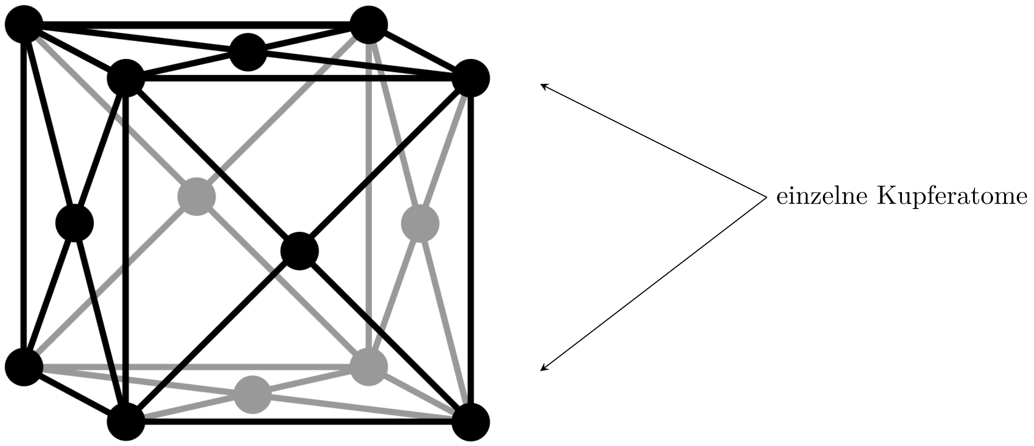


Abbildung 4.4: Gitteranordnung bei Kupfer

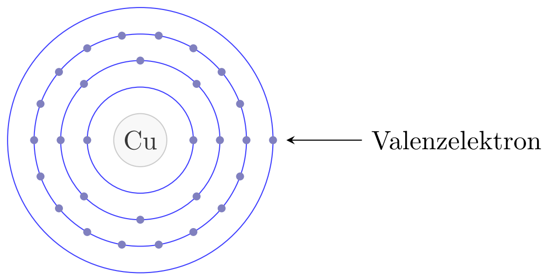


Abbildung 4.5: Aufbau einen Kupferatoms

Nachdem diese Valenzelektronen sehr schwach an den Atomkern gebunden können sich diese als *freie Elektronen* im Metallgitter bewegen - diese Elektronen bilden das *Elektronengas*. Sobald man nun eine elektrische Spannung an die beiden Enden eines Metalldrahts anlegt werden die freien Elektronen vom negativen Pol des angelegten elektrischen Feldes abgestoßen und beginnen sich deshalb Richtung positiven Pols zu bewegen.

Elektronen bewegen sich vom Minuspol des elektrischen Feldes zum Pluspol

Dabei findet ein Ladungstransport statt, da jedes Elektron eine negative Ladung trägt.

Der Ladungstransport in Metallen wird von den freien Elektronen durchgeführt

Sobald sich die Valenzelektronen im Gitter bewegen werden diese oftmals von den im Gitter sitzenden Atomrümpfen eingefangen, andere Elektronen können sich aus dem Gitter lösen und übernehmen so den Ladungstransport. Es kommt auch vor dass Elektronen zusammenstoßen und sich deshalb anschließend mit einer anderen Geschwindigkeit in eine andere Richtung als vor dem Zusammenstoß weiterbewegen. Im Schnitt beträgt die Geschwindigkeit der Elektronen ca $\frac{1cm}{100sec}$, die Impulsausbreitung erfolgt dennoch knapp unter der Lichtgeschwindigkeit[7], da sich die Elektronen gegenseitig „anstoßen". Steigt die Temperatur des Metalls nimmt auch das thermische Zittern der Atomrümpfe im Gitter zu, das erschwert die Fortbewegung der Elektronen mit zunehmender Temperatur und sorgt für eine abnehmende Leitfähigkeit bei zunehmender

[7] Die Lichtgeschwindigkeit (Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen) im Vakuum beträgt $299\,792\,458\,\frac{m}{s}$, in Kupfer etwa $200\,000\,000\,\frac{m}{s}$

Temperatur.

Die Leitfähigkeit von Metallen nimmt mit steigender Temperatur ab

4.2.3 Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten

Es gibt auch Flüssigkeiten die elektrischen Strom leiten können, diese Flüssigkeiten nennt man Elektrolyte. Elektrolyte bestehen aus Wasser in dem chemische Verbindungen[8] gelöst sind. Diese chemischen Verbindungen spalten sich im Wasser auf und bilden Ionen[9] die als Ladungsträger genutzt werden können.

Elektrolyte sind leitende Flüssigkeiten die Ionen als Ladungsträger nutzen

In Elektrolyten werden also nicht einzelne Elektronen zum Ladungstransport benutzt sondern es bewegen sich Ionen oder Moleküle (mehrere verbundene Atome). Deshalb findet in Elektrolyten neben dem Ladungstransport auch ein Materialtransport statt was Vorgänge wie das Galvansisieren (z.B. Verchromen) ermöglicht. Durch den Stromtransport erfahren die beteiligen Flüssigkeiten auch eine chemische Änderung die man als Elektrolyse bezeichnet. Dies kann zum Beispiel ausgenutzt werden um Wasser (H_20) in seine Bestandteile Wasserstoff (H) und Sauerstoff (O) zu zerlegen.

4.2.4 Elektrizitätsleitung in Gasen

Gase sind schlechte Leiter weil Gase aus einzelnen Atomen bestehen die keine elektrische Ladung tragen. Wenn aber ein Gasatom durch Ionisation ein oder mehrere Elektronen verliert wird es zu einen positiv geladenen Ion das als Ladungsträger dienen kann.

Damit Gase leitfähig werden muss man sie ionisieren

Man kann Gase ionisieren in dem man ein starkes elektrisches Feld anlegt. Dadurch werden einzelne Elektronen aus den Atomen herausgerissen. Die herausgerissenen Elektronen können durch das elektrische Feld stark beschleunigt werden so dass sie weitere Elektronen aus Atomen herausschlagen können wenn sie mit diesen kollidieren. Dabei kann Energie in Form von Licht abgegeben werden was z.B. bei Neonröhren ausgenutzt wird.

Leitende Gase können leuchten

4.2.5 Elektrizitätsleitung im Vakuum

Vakuum ist komplett leerer Raum der nichts enthält[10]. Nachdem also keine Ladungsträger vorhanden sind müssen diese von außen eingebracht werden, dies kann z.B. in einer Elektronenröhre durch Anlegen einer Spannung erfolgen. Die Elektronen die ins Vakuum eingeschossen werden um es leitfähig zu machen sind sehr schnell (mehrere $1000\frac{km}{s}$). Im 20. Jahrhundert wurden die Pixel auf Röhrenmonitoren auf diese Art zum aufleuchten gebracht (Kathodenstrahlröhre), auch der Vorläufer des Transistors[11], die Elektronenrähre, basierte darauf Vakuum zwischen leitendem und nicht leitendem Zustand hin- und herzuschalten.

[8] z.B. Salze, Säuren oder Basen

[9] Atom oder Verbindung mehrerer Atome mit Elektronenmangel oder Elektronenüberschuss. Ionen sind immer geladen. Positiv geladene Ionen nennt man Kationen, negativ geladene Ionen nennt man Anionen.

[10] Stimmt nicht ganz: Auch im Vakuum können spontan Teilchen entstehen und verschwinden, die sind für uns aber nicht relevant

[11] Wichtiges Bauteil in der Elektronik, in einer Computer-CPU sind ca. 50 Milliarden Transistoren verbaut

Um Vakuum leitfähig zu machen müssen Elektronen eingeschossen werden

Kapitel 5

Grundgrößen und -beziehungen

5.1 Der elektrische Strom I

Nachdem jedes Elektron eine Ladung trägt können diese zum Ladungstransport genutzt werden. Sobald man einen Stromkreis (5.1) schließt und eine Spannung anlegt beginnen die Elektronen sich zu bewegen und transportieren so Ladung in eine bestimmte Richtung. Diesen Ladungstransport nennt man *elektrischen Strom*.

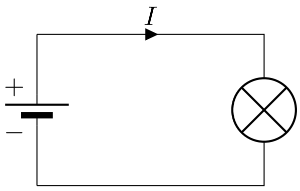


Abbildung 5.1: geschlossener Stromkreis

Elektrischer Strom ist die Bewegung elektrischer Ladungen

Das Formelzeichen des Stroms ist I, die Einheit für den elektrischen Strom ist *Ampere*[1], abgekürzt A. Als Einheitengleichung schreibt man:

$$[I] = 1A$$

Der Strom hat das Formelzeichen I und die Einheit Ampere

In Schaltungen wird der Strom als Pfeil am Leiter eingezeichnet der in die technische Stromrichtung zeigt:

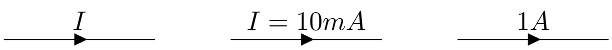


Abbildung 5.2: Symbol für den elektrischen Strom

In Schaltungen wird immer die technische Stromrichtung eingezeichnet

[1] benannt nach dem französischen Physiker und Mathematiker André-Marie Ampère, ⋆1775 in Lyon, † 1836 in Marseille

Die elektrische Stromstärke Ampere sind eine SI-Einheit, definiert ist ein Ampere als Fluss von 1 Coulomb[2] pro Sekunde durch einen Leiterquerschnitt[3] (siehe Abbildung 5.3).

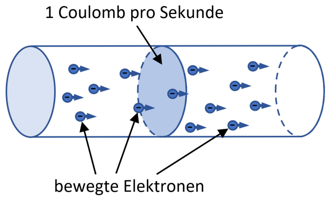
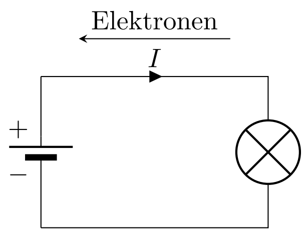


Abbildung 5.3: Definition der Einheit Ampere

5.1.1 Technische Stromrichtung

Auch wenn sich die Elektronen vom Minuspol der angelegten Spannung zum Pluspol bewegen wurde die technische Stromrichtung vom Pluspol des Elektrischen Feldes zum Minuspol festgelegt. Als der elektrische Strom entdeckt wurde waren die Hintergründe noch nicht bekannt, deshalb wurde die technische Stromrichtung so festgelegt.



I... technische Stromrichtung

Abbildung 5.4: Stromrichtung und Richtung der Elektronenbewegung

Die technische Stromrichtung ist als Bewegung vom Plus- zum Minuspol des elektrischen Feldes definiert

5.1.2 Wirkungen des elektrischen Stroms

Sobald ein elektrischer Strom fließt treten verschiedene Effekte auf, die wichtigsten sind hier beschrieben.

Wärmewirkung

Erwärmung tritt auf sobald sich Elektronen in einem Leiter bewegen. Dieser Effekt wird in Heizdrähten ausgenutzt die zum Beispiel in Backöfen, Warmwasserboilern oder Bügeleisen eingesetzt werden.

Magnetische Wirkung

Stromdurchflossene Leiter sind von einem Magnetfeld umgeben, dieser Effekt kann ausgenutzt werden um Elektromagnete, Lautsprecher oder Elektromotoren zu konstruieren.

Lichtwirkung

Stromfluß kann auch eine Lichtabgabe zur Folge haben. Einerseits bei Leuchtstofflampen („Neonröhre“) durch Gasentladung oder bei Glühbirnen in dem ein Draht zum Glühen und damit auch zum Leuchten gebracht wird. In speziellen Halbleitern (LED oder Leuchtdiode) kann ein Stromfluss auch zu Abgabe von Licht führen.

[2]Coulomb ist die Einheit für die Ladung. $1C = 1As$
[3]siehe [**?**, Seite 472]

Elektrolytische Wirkung

Nachdem bei Stromleitung in Flüssigkeiten die Ladungsträger Ionen und somit eine elektrolytische Eintritt können so Gegenstände Galvanisiert oder Moleküle zerlegt (Elektrolyse) werden.

Wirkung auf den menschlichen Körper

Fließt ein elektrischer Strom durch den menschlichen Körper tritt ab einer Stromstärke von cirka $50mA$ akute Lebensgefahr ein. Jährlich passieren allein in Österreich etwa 10 tödliche Stromunfälle.

5.2 Die elektrische Ladung Q

Fließt ein konstanter elektrischer Strom I für eine bestimmte Zeit t durch einen Leiter so wird eine definierte Ladung transportiert. Das Formelzeichen für die Ladung ist Q[4]. Diese Ladung trägt die Einheit Coulomb, kurz C. In SI-Einheiten ausgedrückt ist $1C = 1As$. Die Ladung Q kann folgendermaßen berechnet werden:

$$Q = I \cdot t$$

Q... Ladung
I... Stromstärke
t... Zeit

Ladung = Strom x Zeit

Die Einheit Coulomb kann einfach mithilfe einer Einheitengleichung aus SI-Einheiten hergeleitet werden:

$$[Q] = [I] \cdot [t] = 1A \cdot 1s = 1As = 1C$$

Ladung hat das Formelzeichen Q und die Einheit C (Coulomb)

Bei Akkumulatoren ist die maximal speicherbare Ladung oft in Amperestunden (Ah) angegeben, dies kann einfach auf Amperesekunden bzw. Coulomb umgerechnet werden:

$$1Ah = 1A \cdot 1h = 1A \cdot 3600s = 3600As = 3600C$$

Elektrische Ladungen üben Kräfte aufeinander aus: gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnaminge Ladungen ziehen sich an (siehe Abbildung 5.5). Das Kraftfeld, das diese Kräfte vermittelt nennt man *Elektrisches Feld*. Egal wie weit zwei Ladungen voneinander entfernt sind, sie üben immer eine Kraft aufeinander aus. Da diese Kraft aber mit der Entfernung der Ladungen voneinander quadratisch abnimmt sind meistens nur Ladungen die sich nahe beieinander aufhalten interessant[5].

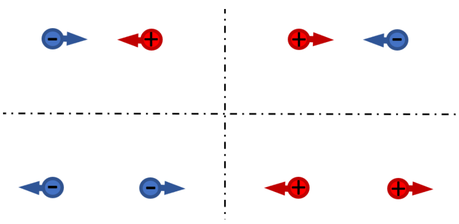


Abbildung 5.5: Kraftwirkung von Ladungen

Elektrische Ladungen üben Kräfte aufeinander aus

.

[4] $6,241509 \cdot 10^{18}$ Elektronen tragen eine negative Ladung mit dem Betrag 1 Coulomb.

[5] aus [?]: Die Elektrische Kraft $\vec{F_C}$ zwischen zwei Punktladungen Q und q im Abstand r wirkt auf der Verbindungsgeraden der beiden Ladungen. Die Stärke (Betrag) dieser Kraft lässt sich wie folgt berechnen: $F_C = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$ ϵ_0 nennt man die elektrische Feldkonstante, sie beträgt $8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{m}$

Der **Ladungserhaltungssatz** ist ein sehr wichtiger Satz der Physik: Er sagt aus dass in einem abgeschlossenen System die Summe der enthaltenen Ladungen immer konstant bleibt. Das bedeutet, dass Ladungen weder erzeugt noch zerstört werden können. Ladungen können nur verschoben werden.

Elektrische Ladungen können weder erzeugt noch zerstört werden, man kann sie nur verschieben

5.3 Die Stromdichte J

Die Stromdichte J ist das Verhältnis zwischem dem fließendem Strom I und dem dazu zur Verfügung stehenden Leiterquerschnitt A. Die Stromdichte lässt sich einfach berechnen:

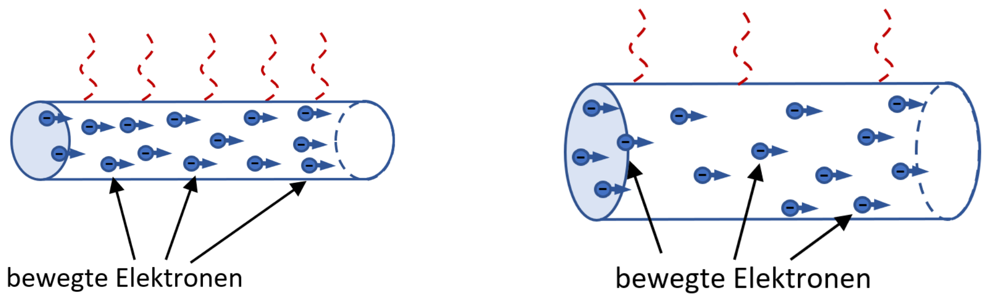
$$J = \frac{I}{A}$$

J... Stromdichte in A/mm^2
I... Strom in A
A... Leiterquerschnitt in mm^2

Achtung! Bei der Berechnung der Stromdichte wird der Leiterquerschnitt nicht in der SI-Einheit m^2 angegeben sondern in mm^2. Dies hat praktische Gründe da Leiter fast immer Querschnitte haben die sehr viel kleiner als ein Quadratmeter sind. Darum lautet auch die Einheitengleichung wie folgt:

$$[J] = \frac{[I]}{[A]} = \frac{1A}{1mm^2} = 1\frac{A}{mm^2}$$

Die Stromdichte sagt aus wie stark ein Leiter thermisch beansprucht wird. Fließt der selbe Strom einmal durch einen dünnen Leiter und einmal durch einen Leiter mit größerem Querschnitt so wird sich der dünnere Leiter stärker erwärmen. Die Stromdichte ist im dünneren Leiter auch größer als in dem Leiter mit größerem Querschnitt.



kleiner Querschnitt A
große Stromdichte J
starke Erwärmung

großer Querschnitt A
kleine Stromdichte J
geringe Erwärmung

Abbildung 5.6: Stromfluss und Abwärme bei verschiedenen Leiterquerschnitten und selbem Strom

Je größer die Stromdichte in einem Leiter, desto heißer wird der Leiter

Um Leitungen nicht zu Überlasten muss die Stromdichte unter gewissen Grenzwerten gehalten werden. Bei Kupferleitern beträgt die erlaubte Stromdichte zwischen $2A/mm^2$ und $6A/mm^2$, bei Heizelementen sind Stromdichten von bis zu $50A/mm^2$ anzutreffen. Die maximal zulässige Stromdichte hängt von Material, Verlegeart und verwendetem Isolationsmaterial der Leitung ab und ist gesetzlich festgelegt[6].

[6]siehe [?] Tabelle 41-2

5.4 Das Potential φ und die elektrische Spannung U

Das elektrische Potential φ sagt aus wie viel Arbeit das elektrische Feld an einer Ladung verrichten kann. Es ist vergleichbar mit der potentiellen Energie eines Körpers den die Gravitation noch verrichten kann. Umso mehr elektrisches Potential eine Ladung hat desto mehr Arbeit kann noch damit verrichtet werden. Das elektrische Potential in einem Stromkreis muss immer auf einen anderen Punkt (Meistens Masse) bezogen angegeben werden. Die Einheit des elektrischen Potentials ist $Volt$, abgekürzt V.

Das Formelzeichen des elektrischen Potentials ist φ, die Einheit Volt

Da man bei der Angabe eines elektrischen Potentials immer ein Bezugspotential braucht arbeitet man immer mit Potentialdifferenzen. Diese Potentialdifferenzen in einem elektischen Feld nennt man elektrische Spannung U. In der Elektrotechnik wird ausschließlich mit Spannungen gearbeitet, nicht mit elektrischen Potentialen. Anhand einer Batterie aus vier Zellen lassen sich elektrisches Potential und elektrische Spannung anschaulich erklären:

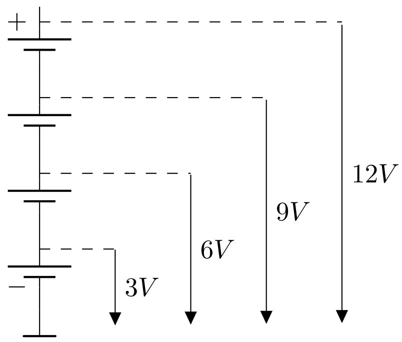


Abbildung 5.7: Spannungen gegenüber Bezugspunkt

Das elektrische Potential zwischen Plus- und Minuspol jeder einzelnen Zelle in Abbildung 5.7 unterscheidet sich um $3V$, es liegt also an jeder Batteriezelle eine Spannung von $3V$ an. Schaltet man mehrere dieser Batterien in Reihe in dem man je einen Pluspol einer Batterie mit einem Minuspol einer anderen Batterie verbindet so summieren sich die Spannungen auf und es treten Spannungen von $6V$ (2 Zellen in Reihe), $9V$ (3 Zellen in Reihe) und $12V$ (4 Zellen in Reihe) auf.

Die elektrische Spannung entspricht einer elektrischen Potentialdifferenz

Das Formelzeichen der elektrischen Spannung ist U, die Einheit Volt (V)

Die elektrische Spannung ist die Ursache für die Bewegung von Ladungen in Leitern und damit bewirkt das Anlegen einer elektrischen Spannung an einen Leiter das Fließen einen elektrischen Stromes. Um eine elektrische Spannung zu erzeugen müssen Ladungen getrennt werden, so baut sich ein elektrisches Feld auf. In Spannungsquellen passiert also nichts anderes als eine Ladungstrennung.

5.4.1 Erzeugung von elektrischen Spannungen

Spannungen können auf verschiedene Arten erzeugt werden:

Induktion
Bewegt man einen Leiter durch ein Magnetfeld so wird in diesen eine Spannung induziert[7]. Dies wird bei Generatoren (z.B. in Wasserkraftwerken, Atomkraftwerken oder in Windrädern) angewendet. Ein Großteil unserer elektrischen Energie wird auf diese Art erzeugt.

Licht
Licht kann in elektrische Energie umgewandelt werden[8]. Solarzellen machen genau das, so wird zum Beispiel Strom für mobile Geräte oder zur Versorgung ganzer Häuser und Städte erzeugt.

Wärme
Wird die Kontaktstelle von zwei Unterschiedlichen Metallen erwärmt so tritt eine Thermospannung auf. Auf diese Art und Weise können keine nennenswerten Leistungen erzeugt werden. Anwendung findet diese Art der Spannungserzeugung bei Temperaturmessungen mittels Thermoelement.

Chemisch
Bringt man unterschiedliche Elemente zusammen (z.B. Kohle und Zink) so kann sich eine elektrische Spannung einstellen. Auf diese Art funktionieren Batterien und Akkumulatoren.

Piezo
Wird auf piezoelektrische Materialien[9] eine Kraft ausgeübt so findet eine Ladungsverschiebung statt und es tritt eine Spannung auf. Große Leistungen lassen sich so nicht erzeugen, aber recht hohe Spannungen. Dies wird z.B. bei Piezosensoren oder Piezofeuerzeugen (Piezoelement als Zündquelle) angewendet.

Reibung
Reibung kann ebenso eine Ladungstrennung bewirken, es kann also durch Reibung eine Spannung erzeugt werden. Dies passiert zum Beispiel beim Ausziehen von Kunstfaserpullovern.

[7] Dies ist im Induktionsgesetz (Teil der Maxwellgleichungen) beschrieben: $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

[8] Siehe [?], Seite 132-148. Für die theoretische Beschreibung dieses Effekts (Photoelektrischer Effekt) wurde A. Einstein 1921 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

[9] z.B. Quarzkristalle

Kapitel 6

Der elektrische Widerstand

Fließt ein Strom durch einen elektrischen Leiter so stoßen die Elektronen immer wieder auf Hindernisse. Die Ursachen dieser Hindernisse sind vielfältig, zum Beispiel Materialverunreinigungen, Fehler im Gitteraufbau oder durch die Temperatur verursachte Schwingungen im Gitter. Dadurch wird der Stromdurchgang erschwert.
Diese Eigenschaft des Leiters bezeichnet man **elektrischen Widerstand**.
Das Formelzeichen des elektrischen Widerstands ist R, er wird in der Einheit Ohm (Zeichen: Ω) angegeben. Die abgeleitete Einheit Ohm kann wiederum aus den SI-Einheiten hergeleitet werden:

$$1\Omega = \frac{1V}{1A} = 1\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

1 Ohm ist jener Widerstand, durch den bei Anlegen einer Spannung von 1V ein Strom von 1A fließt.

6.1 Das ohmsche Gesetz

6.1.1 Leitwert G und Widerstand R

Um den Zusammenhang zwischen Strom, Spannung und Widerstand zu erklären sind einige Symbole, welche in Schaltkreisen verwendet werden, notwendig. Diese Symbole sind:

Batterie: Widerstand: Schalter: Spannungsquelle:

Mit diesen Symbolen lässt sich ein einfacher Stromkreis (Abbildung 6.1) aufbauen:

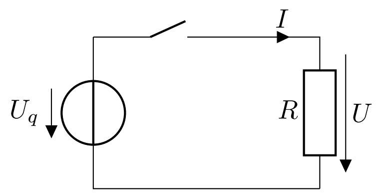


Abbildung 6.1: Einfacher Stromkreis

Sobald der Schalter geschlossen wird beginnt ein Strom zu fließen, das heißt die freien Elektronen bewegen sich vom Minus- zum Pluspol der Spannungsquelle. Je nach dem welcher Widerstand sich diesen Elektronen in den Weg stellt wird sich ein gewisser Stromfluss einstellen. Bei einem großen elektrischen Widerstand wird dieser Strom eher klein sein, bei einem kleinen elektrischen Widerstand wird dieser Strom größer werden. Die Fähigkeit Elektronen zu Leiten nennt man Leitwert, der Leitwert G ist umgekehrt proportional zum Widerstand R.

Für den Leitwert G gilt daher:

$\mathbf{G = \frac{1}{R}}$	R... elektrischer Widerstand in Ω S... Leitwert in S (Siemens)

Die dazugehörige Einheitengleichung lautet:

$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{1}{\Omega} = 1\Omega^{-1} = 1S$$

Für den Widerstand R gilt:

$\mathbf{R = \frac{1}{G}}$	R... elektrischer Widerstand in Ω S... Leitwert in S (Siemens)

6.1.2 Ohmsches Gesetz

Georg Simon Ohm[1] hat 1926 festgestellt das der Stromfluss in einem Stromkreis sowohl von der Spannung („treibende elektrische Kraft") als auch dem sich dieser Kraft in den Weg stellenden Widerstand (elektrischer Widerstand) abhängt.[2]. Er erkannte als erster das der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung linear ist ($U \sim I$). Der Strom ist also direkt proportional zur Spannung[3], der Proportionalitätsfaktor ist der Leitwert des Stromkreises. Aus diesen Erkenntnissen formulierte er das Ohmsche Gesetz:

$$I = G \cdot U \qquad \Rightarrow \qquad I = \frac{U}{R}$$

I... Strom in A (Ampere)
G... Leitwert in S
R... Widerstand in Ω
U... Spannung in V

Durch Umformung erhält man drei sehr wichtige Gleichungen:

Ohmsches Gesetz:	$\mathbf{I = \frac{U}{R}}$	$\mathbf{U = R \cdot I}$	$\mathbf{R = \frac{U}{I}}$

6.2 Widerstand eines Leiters

Der Widerstand eines Leiters bei Raumtemperatur ist im wesentlichen von 3 Eigenschaften abhängig: Der Länge l des Leiters, dem Leiterquerschnitt A und das Material, aus dem der Leiter besteht[4]. Die meist verwendeten Werkstoffe für Leiter sind Kupfer (Cu) und Aluminium (Al).

[1] deutscher Physiker, ⋆1798 in Erlangen, † 1854 in München
[2] veröffentlicht 1827 in [**?**, Seite 36]
[3] Wird die Spannung erhöht, so steigt auch der Strom
[4] Die Temperatur des Widerstands spielt auch eine Rolle

Je länger der Weg ist, den die Elektronen durch den Leiter zurücklegen müssen desto öfter trifft ein Elektron auf eine Störstelle. Deshalb ist der elektrische Widerstand direkt proportional[5] zur Leiterlänge. Wird der Leiterquerschnitt größer haben die Elektronen mehr „Platz“ im Leiter und treffen daher seltener auf Störstellen. Deshalb sinkt der elektrische Widerstand mit steigender Fläche[6]. Die Materialeigenschaft die einen Einfluss auf den elektrischen Widerstand hat nennt man spezifischen Widerstand, das dazugehörige Formelzeichen ist ρ. Der spezifische Widerstand wird in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ angegeben[7]. Aus den Werten l, A und ρ lässt sich der elektrische Widerstand eines Leiters berechnen:

$$\mathbf{R} = \rho \cdot \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{A}}$$

R... elektrischer Widerstand in Ω
ρ... spezifischer Widerstand in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
l... Leiterlänge in m
A... Leiterquerschnitt in mm^2

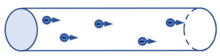


Abbildung 6.2:
$l = l_0,\ A = A_0$
$\mathbf{R = 1\Omega}$

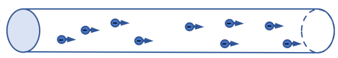


Abbildung 6.3:
$l = 2 \cdot l_0,\ A = A_0$
$\mathbf{R = 2\Omega}$

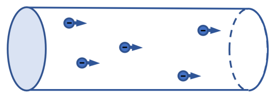


Abbildung 6.4:
$l = l_0,\ A = 2 \cdot A_0$
$\mathbf{R = 0,5\Omega}$

6.2.1 Spezifischer Widerstand ρ

Der Abstand zwischen den einzelnen Atomen, die Anzahl der freien Elektronen und die Temperatur haben einen Einfluß auf den spezifischen Widerstand eines Materials. Der spezifische Widerstand eines Materials ist jener Widerstand, den ein Leiter von $1m$ Länge mit einem Leiterquerschnitt von $1mm^2$ bei einer Temperatur von $20°C$ hat. Aus dieser Festlegung ergibt sich auch die Einheit von ρ:

$$[\rho] = \frac{[R] \cdot [A]}{[l]} = \frac{1\Omega \cdot 1mm^2}{1m}$$

6.2.2 Konduktivität (Leitfähigkeit) γ

Hat ein elektrischer Leiter einen kleinen Widerstand so leitet er gut, das heißt er hat einen großen Leitwert G. Der Leitwert ist also der Kehrwert des Widerstands. Der spezifische Widerstand ist eine Materialkonstante, seinen Kehrwert nennt man Konduktivität γ..

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

ρ...spezifischer Widerstand in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
γ... Konduktivität in $\frac{m}{\Omega \cdot mm^2} = \frac{S \cdot m}{mm^2}$
Hinweis: $S = \frac{1}{\Omega}$

Die Einheit von γ kann man sich wieder anhand der Einheitengleichung überlegen:

$$[\gamma] = \frac{[l]}{[R] \cdot [A]} = 1 \cdot \frac{m}{\Omega \cdot mm^2} \quad oder \quad 1 \cdot \frac{S \cdot m}{mm^2}$$

Auch aus der Konduktivität kann man den Widerstand eines Leiters berechnen:

[5] direkt proportional: Bei doppelter Leiterlänge verdoppelt sich auch der elektrische Widerstand
[6] Der Widerstand ist indirekt proportional zum Leiterquerschnitt
[7] Da Leiterquerschnitte meistens deutlich unter einem Quadratmeter sind wird die Fläche in mm^2, nicht in m^2 angegeben.

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{l}}{\gamma \cdot \mathbf{A}}$$

R...Leiterwiderstand in Ω
γ... Konduktivität in $\frac{m}{\Omega \cdot mm^2} = \frac{S \cdot m}{mm^2}$
l... Leiterlänge in m
A... Leiterquerschnitt in mm^2

Die Konduktivität von Kupfer liegt etwa bei $56 \frac{S \cdot m}{mm^2}$, bei Aluminium liegt die Leitfähigkeit etwa bei $35 \frac{S \cdot m}{mm^2}$.

6.2.3 Temperaturabhängigkeit

Wird ein metallischer Leiter erwärmt so bewegen sich die Atome im Metallgitter stärker. Die freien Elektronen kollidieren deshalb öfter mit diesen Atomen. Es wird für die Elektronen schwerer wird den Leiter zu durchqueren, der elektrische Widerstand des Leiters hat also zugenommen. Leitet ein Widerstand in kaltem Zustand besser als wenn er warm ist nennt man ihn *Kaltleiter*.
Es gibt auf Materialen deren Widerstand sinkt wenn man sie erwärmt, man nennt diese Materialen *Heißleiter*. Halbleiter, Flüssigkeiten und Gase sind fast ausschließlich Heißleiter.

Elektrische Widerstände sind temperaturabhängig

Es gibt auch Materialien deren Widerstand unterhalb einer bestimmten Temperatur verschwindet[8](siehe Abbildung 6.5) - der Widerstand beträgt dann 0Ω. In der Technik gibt es viele Anwendungen für diese Materialen, es ist allerdings noch nicht gelungen ein festes Material zu finden, dass bei Raumtemperatur supraleitend ist. Ebenso ist bis heute nur teilweise geklärt wie Supraleiter (vor allem bei höheren Temperaturen) funktionieren.

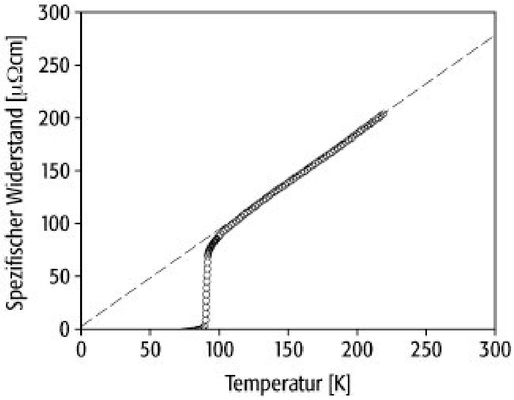


Abbildung 6.5: Widerstand von $YNa_2Cu_3O_7$

[8] 1911 vom niederländischen Physiker Heike Kamerlingh Onnes entdeckt. Der Effekt konnte erst später mithilfe der Quantenmechanik erklärt werden. Hochtemperatursupraleiter existieren, wir Wissen aber heute noch nicht warum und wie sie funktionieren (Stand 2021).

Temperaturdifferenz ΔT

Die Temperatur eines Leiters kann auf verschiedene Arten angegeben werden: Die *absolute Temperatur* wird immer in Kelvin[9] (abgekürzt: K) angegeben. Der Nullpunkt der absoluten Temperatur ($0K$) ist der absolute Nullpunkt[10], dieser liegt bei etwa $-273,16°C$. Wir sind es gewohnt Temperaturen in Grad Celsius[11] (kurz: $°C$) anzugeben, dies ist eine relative Temperaturangabe bezogen auf den Schmelzpunkt des Eises bei Normalluftdruck. $0°C$ entsprechen also $273,16K$.

Die relative Temperatur ϑ wird in $°C$ angegeben, die absolute Temperatur T wird in K angegeben

Berechnet man eine Temperaturdifferenz so wird diese ΔT bezeichnet und in Kelvin angegeben:

$$\mathbf{\Delta T} = \vartheta - \vartheta_\mathbf{0}$$

ΔT... Temperaturdifferenz in K
ϑ... Endtemperatur des Leiters in $°C$
ϑ_0... Ausgangstemperatur des Leiters in $°C$

Erwärmt man also einen Leiter von $\vartheta_0 = 22°C$ auf $\vartheta = 48°C$ dann beträgt die Temperaturdifferenz:

$$\Delta T = \vartheta - \vartheta_0 = 48°C - 22°C = 26K$$

Kühlt man den Leiter anschließend von $\vartheta_0 = 48°C$ auf $\vartheta = 20°C$ ab dann beträgt die Temperaturdifferenz:

$$\Delta T = \vartheta - \vartheta_0 = 20°C - 48°C = -28K$$

Aufgrund der Abkühlung ist bei ΔT ein negatives Vorzeichen aufgetreten.

Linearer Temperaturkoeffizient α

Bei fast allen Werkstoffen die in der Elektrotechnik verwendet werden ist der Widerstand temperaturabhängig. Diese Temperaturabhängigkeit wird vom linearen Temperaturkoeffizienten α beschrieben: Er sagt aus um wieviel sich der Widerstand bei einer Temperaturerhöhung von $1K$ ändert. Der Temperaturkoeffizient von Metallen beträgt etwa $0,004K^{-1}$, das heißt der Widerstand von Metallen nimmt um ca. $0,4\%$ pro K Temperaturanstieg zu. Auch der Temperaturkoeffizient selbst ändert sich mit der Temperatur, meistens wird er für $20°C$ angegeben (α_{20}), manchmal sieht man auch Temperaturkoeffizienten für $0°C$ (α_0). *Kaltleiter* besitzen immer einen positiven Temperaturkoeffizienten[12], *Heißleiter* haben immer einen negativen Temperaturkoeffizienten[13].

Berechnung der temperaturabhängigen Widerstandsänderung

Widerstandswerte sind fast immer für $20°C$(etwa Raumtemperatur) angegeben. Will man den Widerstandswert für eine andere Temperatur berechnen so muss der Temperaturkoeffizient α des Widerstands bekannt sein. Die Widerstandsänderung ΔR lässt sich wie folgt berechnen:

$$\mathbf{\Delta R} = \mathbf{R_{20}} \cdot \alpha_\mathbf{20} \cdot (\vartheta - \mathbf{20°C})$$

ΔR... Widerstandsänderung in Ω
R_{20}... Widerstand bei $20°C$ in Ω
α_{20}... Temperaturkoeffizient in K^{-1} bei $20°C$
ϑ... Temperatur des Widerstands in $°C$

Diese Gleichung funktioniert sowohl

[9] Benannt nach dem britischen Physiker William Thomson, 1. Baron Kelvin. ⋆ 1824 in Belfast, † 1907 in Netherhall bei Largs (Schottland).
[10] Beim absoluten Nullpunkt gibt es keine thermischen Bewegungen mehr, es kann also nicht mehr kälter werden
[11] Die 100 teilige Temperaturskala wurde 1752 von Anders Celsius (⋆ 1701 in Uppsala, † 1744 ebenda) festgelegt und ist nach ihm benannt.
[12] Deshalb nennt man sie auch PTC (**P**ositive **T**emperature **C**oefficient)
[13] Deshalb nennt man sie auch NTC (**N**egative **T**emperature **C**oefficient)

bei positiven als auch negativen Temperaturkoeffizienten und bei Temperaturanstieg und Temperaturabfall. Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand ist im Bereich um $20°C$ linear (siehe Abbildung 6.6), somit liefert diese Formel brauchbare Werte. Liegt die Temperatur unter $20°C$ muss sich bei einem PTC ein negatives ΔR ergeben!

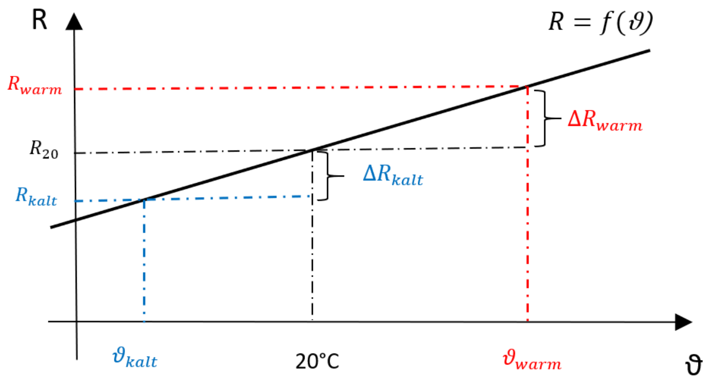


Abbildung 6.6: Widerstandsänderung bei Temperaturänderung eines PTC

Wenn nun die Änderung des Widerstandswertes ΔR und der Ausgangswert des Widerstandes (R_{20}) bekannt sind lässt sich der Widerstand R_ϑ (Wert des Widerstandes bei der Temperatur ϑ) einfach berechnen:

$$\mathbf{R_\vartheta = R_{20} + \Delta R} \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{R_\vartheta = R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta - 20°C)]}$$

Kapitel 7

Grundschaltungen von Widerständen

7.1 Die kirchhoffschen Gesetze

Die meisten Schaltungen beinhalten mehrere Widerstände - sie bestehen also aus einem Widerstandsnetzwerk. Diese Widerstände können auf mehrere Arten miteinander verschalten werden, was in der Schaltung passiert kann mithilfe der kirchhoffschen Gesetze berechnet werden. Die kirchhoffschen Gesetze sind vom Ohmschen Gesetz abgeleitet, sie wurden vom deutschen Physiker Gustav Kirchhoff aufgestellt[1].

7.1.1 Das 1. kirchhoffsche Gesetz - die Knotenregel

In der Praxis werden Widerstände durch quasi widerstandslose Verbindungsleitungen (z.B. Leiterbahnen auf einer Platine) miteinander verbunden. Dabei kann es vorkommen dass sich mehrere Leitungen in einem Punkt treffen, diesen Punkt nennt man einen *Knotenpunkt*.

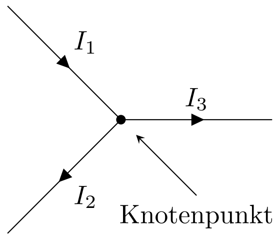


Abbildung 7.1: Einfacher Stromknoten

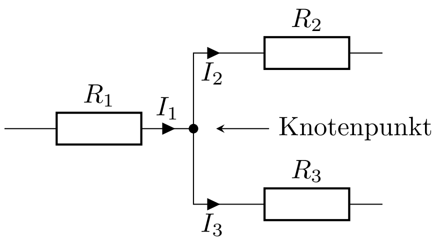


Abbildung 7.2: Stromknoten im Schaltplan

In diesen Knotenpunkt haben die Ströme die in den Knotenpunkt einfließen nun mehrere Möglichkeiten den Knotenpunkt wieder zu verlassen. Es kann also passieren dass, wie in Abbildung 7.1 und 7.2 ein Strom I_1 in einen Knoten hineinfließt und sich in die Ströme I_2 und I_3

[1] *Gustav Friedrich Kirchhoff,* ⋆ 1824 in Königsberg (Preußen), † 1887 in Berlin, hat 1845 die Kirchhoffschen Gesetze erstmals veröffentlicht (siehe [**?**, Seite 513])

aufteilt. Wenn das passiert wird aber weder Ladung erzeugt noch vernichtet[2], deshalb gilt das erste kirchhoffsche Gesetz. Dieses Gesetz nennt man die Knotenregel:

$\boldsymbol{\sum I = 0}$	**Knotenregel:** Die Summe aller zu- und abfließenden Ströme ist in jedem Knotenpunkt null.

Wird die Knotenregel in der Form $\sum I = 0$ angewendet werden zufließende Ströme immer mit einem positive, abfließende Ströme immer mit einem negativen Vorzeichen versehen. Für die Schaltung in Abbildung 7.1 schreibt man also:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Bringt man alle abfließenden Ströme auf die rechte Seite der Gleichung erhält man:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

In allgemeiner Form schreibt man: $\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$. In dieser Form der Gleichung werden auch die abfließenden Ströme mit einem positiven Vorzeichen angeschrieben. Man kann also auch sagen:

$\boldsymbol{\sum I_{zu} = \sum I_{ab}}$	**Knotenregel:** Die Summe der zufließenden Ströme ist in jedem Knotenpunkt gleich der Summe der abfließenden Ströme.

7.1.2 Das 2. kirchhoffsche Gesetz - die Maschenregel

Beim zusammenschalten mehrerer Bauteile in Schaltungen können auch *Maschen* auftreten:

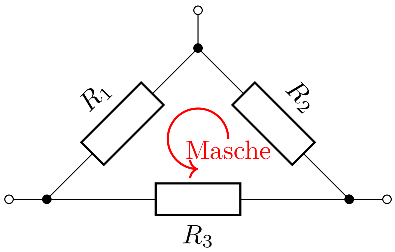


Abbildung 7.3: Masche

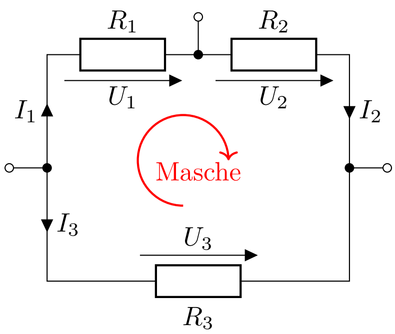


Abbildung 7.4: Masche im Schaltplan

Eine Masche ist ein geschlossener Stromkreis innerhalb eines (Widerstand)Netzwerks. In den einzelnen Zweigen der Masche können elektrische Bauelemente (z.B. Widerstände) sitzen. Jede Masche hat eine Umlaufrichtung, diese kann frei gewählt werden. Maschen werden als Pfeile in die Schaltung bzw. den Schaltplan eingezeichnet, die Pfeilspitze zeigt in die Umlaufrichtung (siehe Abbildungen 7.3 und 7.4).

[2]Ladung kann weder erzeugt noch vernichtet werden, der Ladungserhaltungssatz lautet: *In einem abgeschlossenen System kann Ladung weder erzeugt noch vernichtet werden*

Die meisten Schaltungen enthalten mehr als nur eine Masche, siehe Abbildung 7.5:

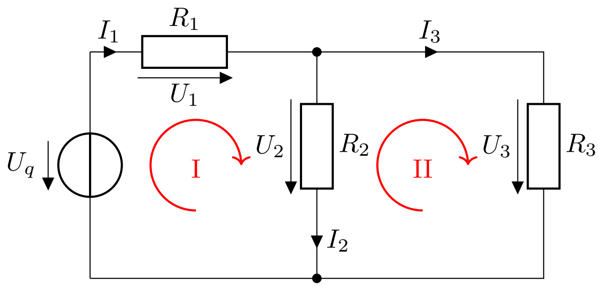
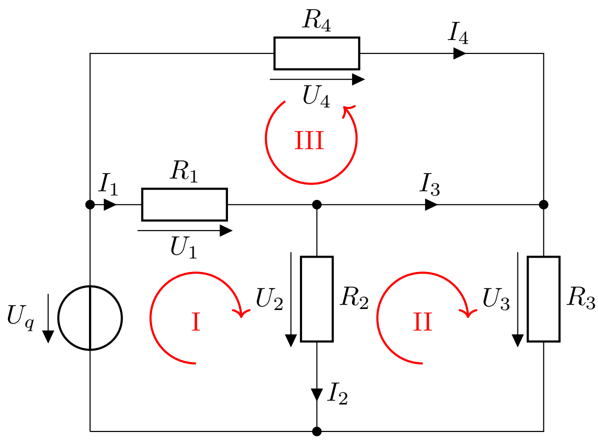


Abbildung 7.5: Beispiele für Maschen in Stromkreisen



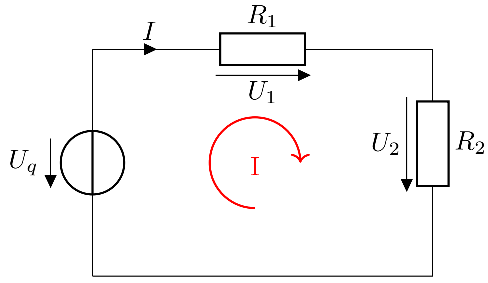
Für jede Masche eine elektrischen Netzwerks gilt immer das *2. kirchhoffsche Gesetz*, die Maschenregel:

$\sum \mathbf{U} = \mathbf{0}$ **Maschenregel:** Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist null.

Auch bei den Spannungen ist auf die richtigen Vorzeichen zu achten, für die Vorzeichen der Spannungen bzw. Spannungsabfälle gilt:

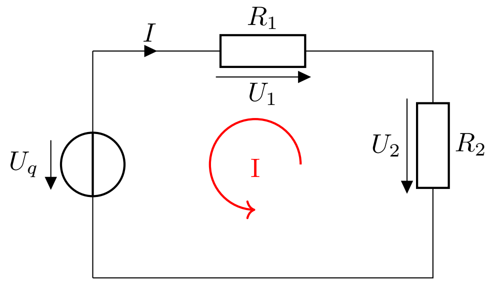
Alle Spannungen bzw. Spannungsabfälle in Richtung des gewählten Umlaufs erhalten ein positives Vorzeichen.
Alle Spannungen bzw. Spannungsabfälle entgegen der gewählten Umlaufrichtung erhalten ein negatives Vorzeichen.

Die Richtung der Masche kann frei gewählt werden (entweder im Uhrzeigersinn oder gegen den Uhrzeigersinn). Welche Richtung gewählt wurde hat keinen Einfluss auf das Ergebniss der Rechnung.
Dies soll anhand einer einfachen Schaltung überprüft werden:



$$-U_q + U_1 + U_2 = 0$$
$$\mathbf{U_q = U_1 + U_2}$$

Abbildung 7.6: Masche im Uhrzeigersinn



$$-U_2 - U_1 + U_q = 0$$
$$\mathbf{U_q = U_1 + U_2}$$

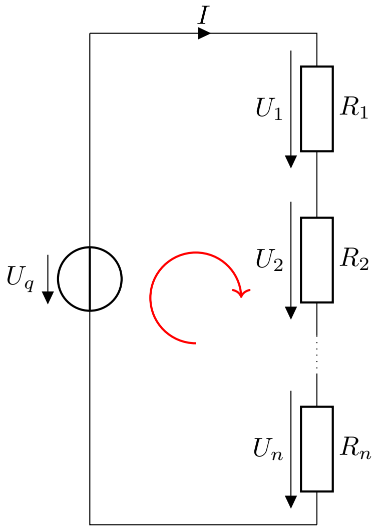
Abbildung 7.7: Masche gegen Uhrzeigersinn

7.2 Reihenschaltung elektrischer Widerstände

Eine *Reihenschaltung* von elektrischen Widerständen ist das hintereinanderschalten mehrerer Widerstände. Man nennt eine Reihenschaltung auch *Serienschaltung*. Bei Serienschaltungen fließt der selbe Strom I durch alle Widerstände, dabei treten verschiedene Spannungsabfälle auf.

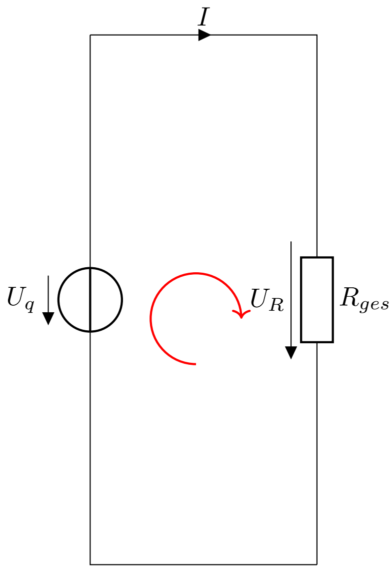
7.2.1 Ersatzwiderstand der Reihenschaltung

Um den Ersatzwiderstand einer Reihenschaltung von Widerständen berechnen zu können brauchen wir die Maschenregel (siehe Kapitel 7.1.2). Damit lässt sich einfach ermitteln durch welchen Widerstand eine Reihenschaltung von mehreren einzelnen Widerständen ersetzt werden kann:



$$-U_q + U_1 + U_2 + ... + U_n = 0$$
$$-U_q + I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + ... + I \cdot R_n = 0$$
$$-U_q + I \cdot (R_1 + R_2 + ... + R_n) = 0$$
$$\mathbf{U_q = I \cdot (R_1 + R_2 + ... + R_n)}$$

Abbildung 7.8: Reihenschaltung



$$-U_q + U_R = 0$$
$$-U_q + I \cdot R_{ges} = 0$$
$$\mathbf{U_q = I \cdot R_{ges}}$$

Abbildung 7.9: Ersatzwiderstand

Wenn R_{ges} aus Abbildung 7.9 die Widerstände $R_1...R_n$ in Abbildung 7.8 ersetzten soll muss bei Anlegen der Spannung U_q der selbe Strom I fließen. Nun kann der Wert von R_{ges} berechnet werden:
Für die ursprüngliche Schaltung gilt:

$$U_q = I \cdot (R_1 + R_2 + ... + R_n)$$

Für die Schaltung mit dem Ersatzwiderstand gilt:

$$U_q = I \cdot R_{ges}$$

Strom und Spannung in der Schaltung sollen konstant bleiben, wir können also schreiben:

$$I \cdot R_{ges} = U_q = I \cdot (R_1 + R_2 + ... + R_n)$$

Nach kürzen durch I kann der Ersatzwiderstand berechnet werden:

$$\mathbf{R_{ges} = R_1 + R_2 + ... + R_n}$$

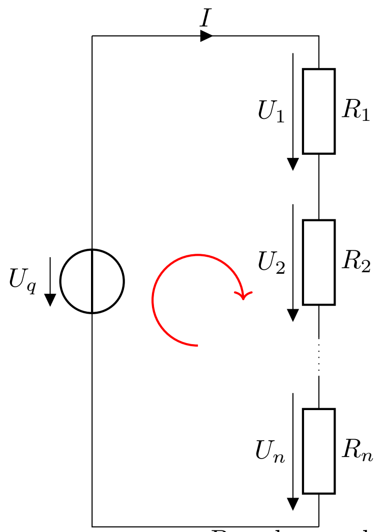
Für eine Reihenschaltung elektrischer Widerstände gilt also:

$$\mathbf{R_{ges} = \sum_{i=0}^{n} R_i}$$

Reihenschaltung: Der Ersatzwiderstand einer Reihenschaltung ist gleich der Summe der einzelnen Teilwiderstände.

7.2.2 Spannungsteilerregel

Bei einer Reihenschaltung lassen sich die Verhältnisse der Teilspannungen untereinander bzw. die Verhältnisse der Teilspannungen zur Gesamtspannung mithilfe der Spannungsteilerregel ermitteln:



Berechnung der Teilspannungen:

$$U_1 = R_1 \cdot I \qquad U_2 = R_2 \cdot I \qquad U_n = R_n \cdot I \qquad U_{ges} = R_{ges} \cdot I$$

Umformen auf Strom:

$$I = \frac{U_1}{R_1} \qquad I = \frac{U_2}{R_2} \qquad I = \frac{U_n}{R_n} \qquad I = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$$

Strom gleichsetzten:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_n}{R_n} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$$

Das lässt sich Umformen auf:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \qquad \frac{U_n}{U_{ges}} = \frac{R_n}{R_{ges}} \qquad \frac{U_{ges}}{U_2} = \frac{R_{ges}}{R_2} \qquad ...$$

Abbildung 7.10: Spannungsteilerregel

Die Spannungsteilerregel lässt sich in zwei einfachen Merksätzen zusammenfassen: Der 1. Merksatz gibt das Verhältnis einer Teilspannung zur Gesamtspannung an:

Spannungsteilerregel (I):

$$\frac{\mathbf{U_i}}{\mathbf{U_{ges}}} = \frac{\mathbf{R_i}}{\mathbf{R_{ges}}}$$

U_i... Teilspannung am Widerstand R_i
U_{ges}... Spannung am Ersatzwiderstand R_{ges}

Das Verhältnis der Teilspannung U_i zur Gesamtspannung U_{ges} ist gleich dem Verhältnis des Teilwiderstandes R_i zum Gesamtwiderstand R_{ges}

Der 2. Merksatz gibt das Verhältnis der Teilspannungen untereinander an:

Spannungsteilerregel (II):

$$\frac{\mathbf{U_i}}{\mathbf{U_k}} = \frac{\mathbf{R_i}}{\mathbf{R_k}}$$

U_i... Teilspannung am Widerstand R_i
U_k... Teilspannung am Widerstand R_k

Das Verhältnis der Teilspannung U_i zur Teilspannung U_k ist gleich dem Verhältnis des Teilwiderstandes R_i zum Teilwiderstand R_k

7.3 Parallelschaltung elektrischer Widerstände

Eine *Parallelschaltung* von elektrischen Widerständen ist das nebeneinander schalten mehrerer Widerstände. Bei Parallelschaltungen liegt an allen Widerständen die selbe Spannung U an, es fließen dabei unterschiedlich große Ströme.

7.3.1 Ersatzwiderstand einer Parallelschaltung

Mit Hilfe der Knotenregel (siehe Kapitel 7.1.1) lässt sich einfach ermitteln durch welchen Ersatzwiderstand eine Parallelschaltung von mehreren einzelnen Widerständen ersetzt werden kann:

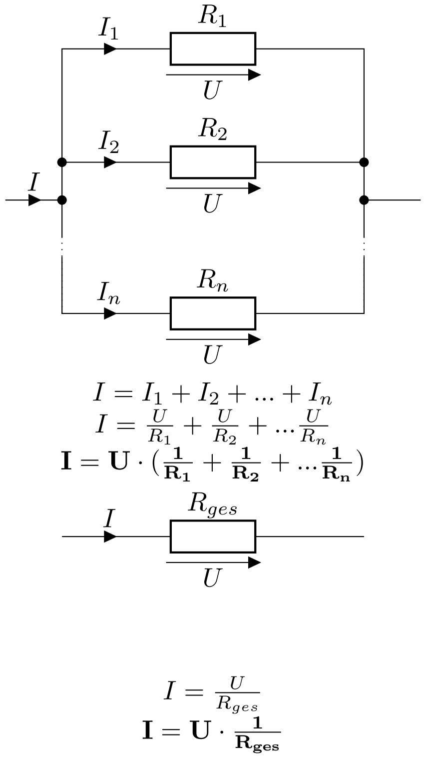


Abbildung 7.11: Parallelschaltung und dazugehöriger Ersatzwiderstand

Für die ursprüngliche Schaltung gilt:

$$I = U \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \frac{1}{R_n})$$

Für die Schaltung mit dem Ersatzwiderstand gilt:

$$I = U \cdot \frac{1}{R_{ges}}$$

Der Strom in der Schaltung muss konstant bleiben, wir können den Strom gleichsetzen:

$$U \cdot \frac{1}{R_{ges}} = I = U \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \frac{1}{R_n})$$

Nach kürzen durch U kann der Ersatzwiderstand berechnet werden:

$$\mathbf{\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \frac{1}{R_n}}$$

Für eine Parallelschaltung elektrischer Widerstände gilt also:

$$\mathbf{\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

Parallellschaltung: Der Kehrwert des Ersatzwiderstandes einer Parallelschaltung ist gleich der Summe der Kehrwerte der einzelnen Teilwiderstände.

Oder bei Betrachtung der Leitwerte:

$$\mathbf{G_{ges} = \sum_{i=0}^{n} G_i}$$

Parallelschaltung: Der Leitwert des Ersatzwiderstandes einer Parallelschaltung ist gleich der Summe der Leitwerte der einzelnen Teilwiderstände.

Es ist sehr oft notwendig den Ersatzwiderstand R einer Parallelschaltung zweier Widerstände R_1 und R_2 zu berechnen. Dies passiert sehr oft mit folgender Formel:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \quad \rightarrow \quad R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Ersatzwiderstand R für die Parallelschaltung der zwei Widerstände R_1 und R_2:

$$\mathbf{R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

7.3.2 Stromteilerregel

Mithilfe der Stromteilerregel können die Teilströme einer Parallelschaltung ohne Umformen berechnet werden:

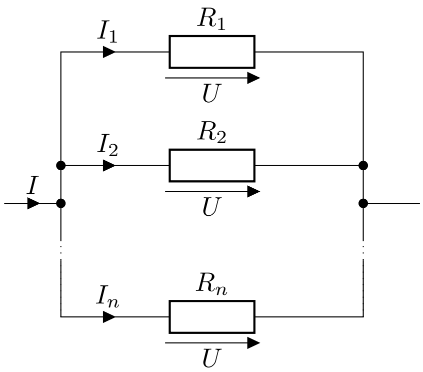


Abbildung 7.12: Stromteilerregel

Alle Widerstände liegen an der selben Spannung U:

$$U = I \cdot R_{ges} = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = ... = I_n \cdot R_n$$

Nach Umformung:

$$I \cdot R_{ges} = I_n \cdot R_n \quad \rightarrow \quad \frac{I}{I_n} = \frac{R_n}{R_{ges}}$$

bzw.:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Daraus lässt sich die Stromteilerregel ableiten, die bei Parallelschaltungen allgemein gültig ist:

Stromteilerregel (I):

$$\mathbf{I_i = I \cdot \frac{R}{R_i}}$$

I_i... Teilstrom durch R_i
I... Gesamtstrom
R... Gesamtwiderstand der Parallelschaltung
R_i... Teilwiderstand

Der Teilstrom I_i durch den Einzelwiderstand R_i ist gleich dem Gesamtstrom I mal dem Verhältnis von Gesamtwiderstand R zu Teilwiderstand R_i

Man kann auch die Verhältnisse der Ströme untereinander mit der Stromteilerregel berechnen:

Stromteilerregel (II):

$$\mathbf{\frac{I_i}{I_k} = \frac{R_k}{R_i}}$$

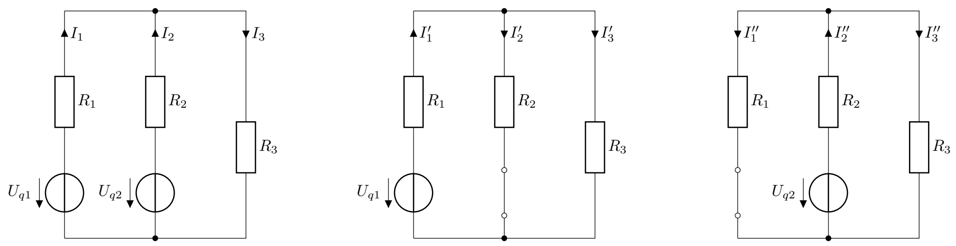
I_i... Teilstrom durch R_i
I_k... Teilstrom durch R_k
R_i... Teilwiderstand
R_k... Teilwiderstand

Das Verhältnis zweier Teilströme einer Parallelschaltung ist indirekt proportional zu dem Verhältnis der dazugehörigen Teilwiderstände

7.4 Überlagerungsverfahren nach Helmholtz

Das Überlagerungsverfahren nach Helmholtz[3] wurde entwickelt um die Berechnung von Widerstandsnetzwerken zu vereinfachen. Das Überlagerungsverfahren basiert auf dem Überlagerungsprinzip[4]. Das Überlagerungsprinzip sagt aus dass sich die einzelnen Spannungsabfälle, die von verschiedenen Spannungs- oder Stromquellen hervorgerufen werden aufsummieren, also überlagern.

Vorgehen bei der Anwendung des Helmholtz'schen Überlagerungsverfahrens:
Bis auf eine Spannungsquelle werden alle anderen durch ihren Innenwiderstand ersetzt. Ideale Spannungsquellen werden also Kurzgeschlossen ($R_i = 0\Omega$), ideale Stromquellen werden durch Leerläufe ersetzt ($R_i = \infty\Omega$). Nun werden für jede der so erhaltenen Schaltungen die gesuchten Teilgrößen berechnet, anschließend kann durch vorzeichenrichtiges Aufsummieren die gesuchte Gesamtgröße des ursprünglichen Netzwerks berechnet werden. Dieses Verfahren wird hauptsächlich zum Ermitteln von Zweigströmen in linearen Netzwerken mit wenigen Quellen angewendet.



Ursprüngliche Schaltung — Nur Quelle 1 aktiv — Nur Quelle 2 aktiv

Abbildung 7.13: Überlagerungsverfahren

[3] *Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz,* ⋆ 1821 in Potsdam, † 1894 in Charlottenburg bei Berlin. Hat das Überlagerungsverfahren im 19. Jahrhundert entwickelt

[4] genauer Fachausdruck: Superpositionsprinzip bei linearen Systemen.

Für die Zweigströme in Abbildung 7.13 gilt:

$$I_1 = I_1' - I_1''$$

$$I_2 = -I_2' + I_2''$$

$$I_3 = I_3' + I_3''$$

Die Vorgangsweise um Zweigströme in Netzwerken mit mehreren Quellen mittels des Überlagerungsprinzips zu berechnen ist wie folgt:

1. Festlegen der Bezugsrichtungen für Zweigströme und Teilspannungen,
2. Alle Quellen bis auf eine durch den Innenwiderstand ersetzten
3. Berechnen der Zweigströme für nun vereinfachte Netzwerk
4. Punkt 2 und Punkt 3 ausführen, bis alle Quellen berücksichtigt wurden,
5. Vorzeichenrichtiges Aufsummieren aller Teilströme zu den gesuchten Zweigströmen.