3 Digitale Übertragungstechnik

In vielen Bereichen der Nachrichtentechnik sind heute digitale Übertragungssysteme standardisiert und lösen die herkömmlichen analogen Verfahren ab. (DAB, DVB, GSM, DECT, UMTS usw.)

Abbildung 1 zeigt ein Blockschaltbild der wichtigsten Komponenten eines digitalen Übertragungssystems.

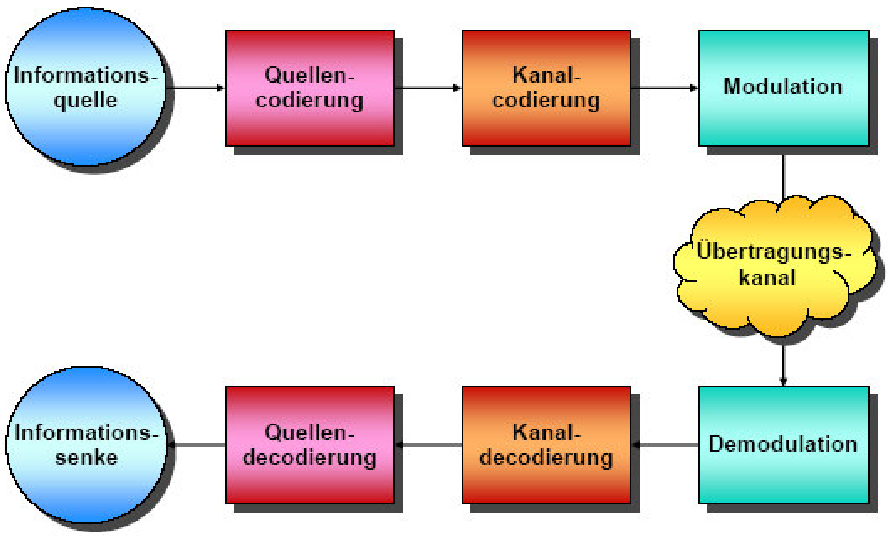

Abbildung 1 Übertragungssystem

Am Anfang der Kette steht die Informationsquelle. Dies kann z. B. der Ausgang eines CD-Spielers oder eines Mikrofons im Mobiltelefon sein. Der Quellencodierer konvertiert die Information in eine Bitsequenz, z.B.: durch Abtastung, Quantisierung und anschließende Pulscodemodulation. Um diese Sequenz so kurz wie möglich zu halten, entfernt der Quellencodierer soviel Redundanz wie möglich aus dem Signal. Im Anschluss daran kommt der Kanalcodierer, dessen Aufgabe es ist, dem Signal kontrolliert Redundanz wie z. B. Prüfbits hinzuzufügen, um eventuell auftretende Fehler im Empfänger korrigieren zu können.
Der Sender formt aus dem digitalen Bitstrom ein analoges Signal, das ¨über den Kanal übertragen werden kann. Der Kanal wird in der Regel das Signal mehr oder weniger verzerren und Rauschen hinzufügen.
Der Empfänger hat danach die Aufgabe, aus dem verzerrten und gestörten Empfangssignal wieder einen Bitstrom zu formen. Der Kanaldecoder kann nun erkannte Fehler korrigieren und schließlich formt der Quellendecoder das Signal wieder in die gewünschte Form für die Senke um.

3.1 Quellcodierung

Bei der Quellcodierung verkleinert man die Datenmenge durch Irrelevanz- und Redundanzreduktion. (Irrelevanz ist Information, die der Empfänger nicht verarbeiten kann und darum gar nicht will. (z.B.: Töne über 20KHz; Dinge die das Display nicht wiedergeben kann (Konvertierung von Kinofilmen in TV-Format).

3.1.1 Informationstheorie

Die in den Jahren 1942 bis 1948 von Shannon begründete Informationstheorie gibt die Möglichkeit Information und damit eine Nachricht nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ zu bewerten.

Eine Nachricht ist von ihrem Wesen her etwas Zufälliges. Ein Signal stellt für den Empfänger nur dann eine Nachricht dar, wenn es nicht vollständig vorhersehbar, d.h. wenigstens teilweise zufällig ist.

Als Einheit der Information wird 1bit (binary digit) definiert.

Die Semantik, d.h. die Bewertung der Nachricht durch eine sie aufnehmende Person wird in der Informationstheorie nicht berücksichtigt.

Eine Nachricht ist eine für den Empfänger zufällige Auswahl eines bestimmten Signals aus einem durch Übereinkunft festgelegten Zeichenvorrat.

Begriffe

Entscheidungsgehalt H_0 ist jene Informationslänge (Bitanzahl) die benötigt wird, um ein Zeichen aus einer bestimmten Zeichenmenge zu definieren, wenn alle Zeichen gleichwahrscheinlich sind.
oder: Die zur Auswahl eines Zeichens aus einem Kollektiv von n gleichwahrscheinlichen Zeichen benötigte Anzahl von Binärentscheidungen.

z.B. Alphabet mit 26 Buchstaben: $H_0 = ld26 = 4{,}7004$bit
Alphabet mit 52 Buchstaben: $H_0 = ld52 = 5{,}7004$bit

Dabei ist ld der Logarithmus zur Basis 2 und die Einheit bit (von „binary digit").

Für die **Definition des Informationsgehaltes** einer Nachricht ergeben sich zunächst drei Kriterien:

- Der Informationsgehalt I_x einer Nachricht muss umso größer sein, je kleiner die Wahrscheinlichkeit p_x ihres Auftretens ist – je überraschender sie ist (=>reziproke Wahrscheinlichkeit)
- Eine Nachricht mit der Wahrscheinlichkeit $p_x=1$ muss den Informationsgehalt $I_x=0$ haben (=> logarithmus nahe liegend)
- Die Informationsgehalte voneinander unabhängiger Nachrichten sollen sich addieren (=>Logarithmus zwingend erforderlich)

Diese drei Kriterien werden von:

$$I_x = ld \frac{1}{p_x} bit / Symbol$$

erfüllt.
Beispiel mit Urne
Sucht man den mittleren Informationsgehalt aller x möglichen Nachrichtenelemente so muss man den arithmetischen Mittelwert bilden. Dieser mittlere Informationsgehalt wird **Entropie H** genannt

$$H = \sum_x p_x . ld \frac{1}{p_x}$$

Der Begriff Entropie wurde aus der Thermodynamik entnommen, wo er ein Maß für die statistische Unordnung bzw. Unsicherheit ist.
H gibt die kleinstmögliche Anzahl von Bits, die für die Codierung der Zeichen zu einem Alphabet benötigt werden. (häufige Worte kurz, seltene lang => mittlere Wortlänge über eine hinreichend lange Zeit).

Redundanz R ist jener Anteil einer Nachricht, der über das Mindestmaß, das gerade zum Erkennen der Information notwendig ist, hinausgeht.

Jede Abweichung von der Gleichverteilung bzw. von der statistischen Unabhängigkeit bewirkt eine Verringerung des mittleren Informationsgehalts der Nachricht.

$$R = H_0 - H$$

Manchmal gibt man auch die relative Redundanz

$$r = \frac{H_0 - H}{H_0}$$

an. Die Redundanz einer Nachricht ist teilweise sehr wichtig und wird oft bewusst vergrößert. Sie verlängert zwar die eigentliche Nachricht und verlangsamt damit die Übertragung, ermöglicht jedoch häufig das Erkennen und Korrigieren einer gestörten Nachricht.

Unter dem **Informationsfluss F** versteht man die Geschwindigkeit mit der eine Information übertragen werden kann:

$$F = \frac{H}{T_m}$$

Dabei ist T_m die mittlere Zeit, die für die Übertragung eines Nachrichtenelements benötigt wird.

Die **Kanalkapazität C** ist der maximale Informationsfluss, der über einen gegebenen Nachrichtenkanal fehlerfrei übertragen werden kann $C = F_{max}$.

Die Kanalkapazität ist eine absolute obere Grenze für die Leistungsfähigkeit eines Nachrichtenkanals. Sie hängt nur vom Kanal und nicht von der Nachrichtenquelle ab. C. E. Shannon hat die Kanalkapazität theoretisch abgeleitet:

$$\boxed{C = \Delta f \, .ld\left(1 + \frac{P_S}{P_N}\right)[bit/s]}$$

Die Formel sagt aus, dass bei gegebener Bandbreite des Übertragungskanals die Kanalkapazität gesteigert werden kann, wenn das P_S/P_N steigt. Hier wird die Güte eines Kanals nicht nur bezüglich seiner Bandbreite, sondern auch bezüglich seiner Störungen bewertet. Unter der **Kanaldynamik D** versteht man den Ausdruck

$$\boxed{D = ld\left(1 + \frac{P_S}{P_N}\right)}$$

Für die in der Praxis notwendige Forderung $P_S/P_N \gg 1$ gilt die Näherungsformel:

$$\boxed{C \approx \Delta f \, .ld \frac{P_S}{P_N}}$$

bzw.

$$\boxed{C \approx \frac{\Delta f}{3}.10.\lg\frac{P_S}{P_N} \approx \frac{\Delta f}{3}.SNR}$$

Diese Formel ergibt somit eine Proportionalität zum Störabstand

Kanal	Bandbreite Δf Hz	Störabstand S/N dB	Kanalkapazität C bit/s
Telegrafiekanal	25	15	125
Fernsprechkanal	3.100	50	50.000
Rundfunk AM	6.000	70	140.000
Rundfunk FM	15.000	70	350.000
Fernsehkanal	5.10^6	45	75.10^6

Tab.1 Kanalgrößen

Multipliziert man die Kanalkapazität C mit der Übertragungsdauer T, so erhält man die übertragene Nachrichtenmenge *M = C.T.* Diese Nachrichtenmenge kann nach Küpfmüller zum Erkennen des Zusammenhangs zwischen der Bandbreite Δf, der Übertragungszeit T und des Störabstandes S/N (bzw. der Dynamik) durch den **Nachrichtenquader** dargestellt werden.

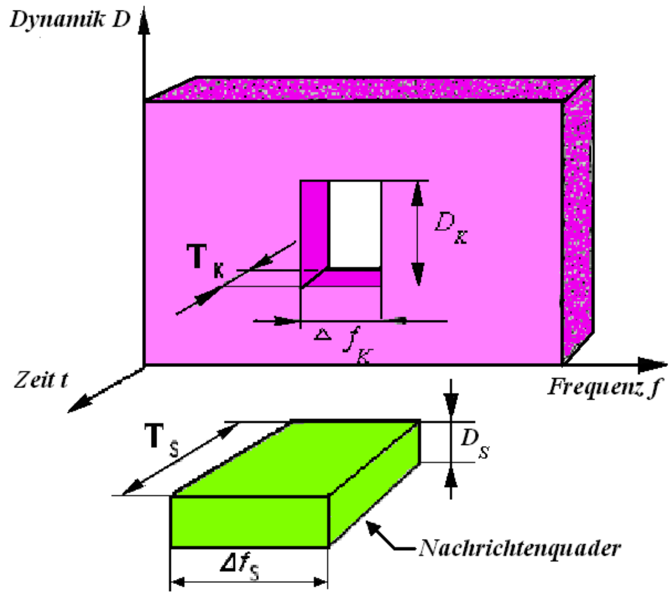

Abb. 3 Nachrichtenquader

Unter der Voraussetzung, dass der Rauminhalt des Quaders konstant bleibt, lässt sich die Nachricht grundsätzlich mit beliebigen Werten von Δf, T und S/N übertragen.

Die Aufgabe einen Nachrichtenfluss F an den Übertragungskanal anzupassen, lässt sich daher durch Umformen des Nachrichtenquaders unter Beibehaltung seines Rauminhaltes lösen.

Diese Beziehung wird das **Zeitgesetz der elektrischen Nachrichtenübertragung** genannt, da es besagt, dass die Zeit, die zur Übertragung einer Nachricht erforderlich ist, umso größer sein muss, je kleiner das zur Verfügung stehende Frequenzband ist.

3.2 Verfahren zur verlustlosen Quellcodierung

Zu komprimierende Daten können immer als eine Folge von einzelnen Zeichen aufgefasst werden. Dabei ist es möglich, ausgehend von den statistischen Eigenschaften einzelner Zeichen, eine Kodierung derart vorzunehmen, dass sich insgesamt, ohne Informationsverlust, die Anzahl der benötigten Bits für eine bestimmte Information verringert. Es ist nicht notwendig, wenn viele gleiche Zeichen mehrfach hintereinander auftreten, alle zu übertragen. Es reicht aus, ein Zeichen zu übermitteln und zusätzlich die Information über die Häufigkeit dieses Zeichens anzugeben.

Im Folgenden sind einige wichtige Methoden beschrieben, die eine verlustlose Komprimierung ermöglichen. Die Effizienz der einzelnen Methoden hängt stark von den zu komprimierenden Daten ab. Es ist auch möglich **und** in einigen Anwendungsfällen durchaus üblich, mehrere Methoden zu kombinieren.

3.2.1 Run-Length Encoding (RLE)

3.2.2 Shannon-Fano-Kodierung:

Quelle mit 4 Symbolen: A,B,C,D wobei die Symbolwahrscheinlichkeiten P_1=P(A)=0.5, P_2=P(B)=0.25, $P_{3,4}$=P(C,D)=0.125

Redundanz soll wenn möglich vollständig beseitigt werden.

Vorschrift:

1. Symbole werden mit fallender Wahrscheinlichkeit in eine Zeile geschrieben
2. Mit jedem Kodierungsschritt teilt man die Symbole in 2 Gruppen gleicher Wahrscheinlichkeit
3. Der 1. Gruppe weist man den Binärcode 1 der 2. Gruppe 0 zu.
4. Verfahre weiter mit Punkt 2 bis alle Symbole kodiert sind.

A	**B**	**C**	**D**	
0.5	0.25	0.125	0.125	1.

Ergebnis: A=1;B=01;C=001;D=000

Ergebnisse laut Formeln:

Entropie:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} P_i ld(P_i) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{ bit/Symbol}$$

Entscheidungsgehalt:

$$H_0 = ldn = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{ bit/Symbol}$$

Redundanz vor Kodierung:

$$R = H_0 - H = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{bit/Symbol}$$

mittlere Kodewortlänge:

$$k_m = \sum_{i=1}^{4} k_i P_i = \underline{\hspace{10cm}} \text{bit/Symbol}$$

Da k_m=H ist die Quelle vollständig redundanzfrei kodiert – um dies zu prüfen müssen die vorkommenden Binärsymbole bei einer langen Folge von Quellsymbolen gleichhäufig auftreten

Probe:
Quelle sendet 8 Symbole: Nach Häufigkeitsverteilung kommt A 4 mal, B 2 mal, C und D einmal vor. Man betrachtet jetzt die Anzahl der auftretenden Binärsymbole

für	A	B	C	D	
Binäre 1:	4	2	1	0	= 7
Binäre 0:	0	2	2	3	= 7

Beide Binärsymbole kommen gleichhäufig vor daher wurde redundanzfrei kodiert.

Dies ist möglich da bei unserem Beispiel die Symbolwahrscheinlichkeit der Quelle eine feste Beziehung mit der Anzahl der verwendeten Kodeelemente hat und zwar $P_i = \frac{1}{2^{m_i}}$, mit m_i als ganze Zahl.

3.2.3 Huffman-Kodierung

Bei Quellen die $P_i = \frac{1}{2^{m_i}}$ nicht erfüllen führt die Huffman-Kodierung zu besseren Ergebnissen.

Vorschrift:

1. Symbole werden mit fallender Wahrscheinlichkeit in eine Spalte geschrieben
2. Man fasst von unten beginnend die ersten Wahrscheinlichkeiten paarweise zusammen und kennzeichnet die Verbindung der kleineren mit 0 jener der größeren mit 1
3. Man berechnet die Summenwahrscheinlichkeit der Verbindung und reiht jene zu den übrig gebliebenen ein
4. Verfahre weiter mit Punkt 2 bis alle Symbole kodiert sind

Sym P_i

A 0.34

B 0.24

C 0.14

D 0.12

E 0.07

F 0.05

G 0.03

H 0.01

Ergebnis:
A=11; B=01; C=101;D=100; E=000; F=0011; G=00101; H=00100

Ergebnisse laut Formeln:

Mittlere Kodewortlänge:
$k_m = \sum_{i=1}^{4} k_i P_i =$ ______________________________ =
= 2,55 bit/Symbol

Entropie der Quelle:
$H = -\sum_{i=1}^{n} P_i ld(P_i)$ =2,49 bit/Symbol
Entscheidungsgehalt:
$H_0 = ld8$ = 3 bit/Symbol

Redundanz der Quelle vor Kodierung:
$R = H_0 - H$ = 0,51 bit/Symbol

Die mittlere Kodewortlänge entspricht nicht der Entropie – daher wurde die Redundanz nicht vollständig entfernt. Die Abweichung vom Optimalzustand wird als Kodeeffektivität bezeichnet:

$n_C = \frac{H}{k_m}$ in Prozent für unser Beispiel ergibt sich n_c = 97,6%

Würde man die gegebenen 8 Symbole mit 3 bit kodieren so ergebe sich eine Kodeeffektivität von nur n_c = 2,49/3 = 83%

3.2.4 Arithmetische Codierung