Musterklausur

IL Mathematik 1 (WS 2024/25)

Simon Kirchgasser

24. Januar 2025

ITS-B und WIN-B Department IT FH Salzburg

Prüfungsdauer: 90 min.

Hilfsmittel: Es ist ein Taschenrechner für die Durchführung von Rechenoperationen erlaubt, allerdings muss der gewählte Lösungsweg trotzdem klar ersichtlich und nachvollziehbar sein. Des weiteren darf die eigenhändig verfasste Formelsammlung (DIN A5, beidseitig beschrieben) verwendet werden. Darüber hinaus sind keine Hilfsmittel gestattet. Mobiltelefone sind auszuschalten und zu verstauen. Dringende Erreichbarkeit ist mit der Klausuraufsicht abzusprechen.

Hinweise: Schreiben Sie leserlich mit Kugelschreiber in blau oder schwarz. Als Zusatzblätter (sofern notwendig) dürfen ausschließlich ausgegebene abgestempelte Blätter verwendet werden. Lösen Sie die Klammer nicht! Sollte das Lösen unbedingt notwendig sein, dann beschriften Sie alle Blätter, die Sie abgeben, mit Namen und Personenkennzeichen.

Antworten Sie präzise und nicht überschießend.

Die Vervielfältigung und Verbreitung, auch auszugsweise, ist nur nach vorheriger, schriftlicher Zustimmung erlaubt. Die Erstellung von Privatkopien unterliegt § 42 UrhG.

	Gutes Gelingen!	
Name:	Personenkennzeichen:	
Note:	Punkte:	von 32

Aufgabe 1 [6 Punkte]

Themengebiet Vektorrechnung:

- a) Was bezeichnet man mathematisch als Skalarprodukt von 2 Vektoren? [1 Punkt]
- b) Gegeben sei eine Ebene E [2 Punkte]

$$E: x + 2y + 3z = 4.$$

Berechnen Sie die Schnittgerade g von E und der "xy"-Ebene.

c) Gegeben seien die folgenden Punkte im \mathbb{R}^3 :

[3 Punkte]

$$B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung die Fläche des Dreiecks welches durch diese Punkte aufgespannt wird.

Aufgabe 2 [5 Punkte]

Themengebiet Mengenlehre und Logik:

a) Wann sind zwei Mengen mathematisch gleich? [1 Punkt]

b) Beschreiben Sie sowohl mathematisch als auch sprachlich was man unter einer Teilmenge versteht. [2 Punkte]

c) Überprüfen Sie für den folgenden Syllogismus [2 Punkte]

 ${\cal A}_1 {:}$ Keine faulen Menschen bestehen Prüfungen.

 A_2 : Einige Studenten bestehen Prüfungen.

K: Einige Studenten sind nicht faul.

ob die Implikation $(A1 \land A2) \Rightarrow K$ korrekt ist.

Aufgabe 3
Themengebiet Relationen und Abbildungen:

a) Beschreiben Sie so kurz wie möglich die Eigenschaft "Injektivität".

b) Definieren Sie eine Funktion, welche surjektiv, aber nicht injektiv ist.

[2 Punkte]

c) Begründen Sie ob die Relation

[3 Punkte]

 \mathbf{R} ... "Mensch x ist größer als Mensch y"

die Eigenschaften reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, asymmetrisch oder transitiv erfüllt.

Aufgabe 4 [8 Punkte]

Themengebiet Komplexe Zahlen:

- a) Beschreiben Sie den Unterschied zwischen einer komplexen Zahl z und der zugehörigen konjugiert Komplexen \bar{z} . [1 Punkt]
- b) Berechnen Sie die Exponentialdarstellung von $z=5-\sqrt{75}i$ [1 Punkt]
- c) Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^3 = -i$ und skizzieren Sie diese. [2 Punkte]
- d) Berechnen Sie die Überlagerung der beiden Schwingungen [4 Punkte]

$$S_1(t) = 3 \cdot \sin(3t + \frac{\pi}{4})$$
 und $S_2(t) = \frac{3}{2} \cdot \sin(3t - \frac{3\pi}{2}).$

Aufgabe 5 [7 Punkte]

Themengebiet Lösen von Gleichungen, Lineare Gleichungssysteme und Matrizen:

a) Gegeben sei die folgende Matrizengleichung

[3 Punkte]

$$A \cdot X \cdot B = C \cdot D.$$

Welche der Matrizen A, B, C oder D müssen eine spezielle Eigenschaft aufweisen, um die Gleichung lösen zu können? Wie lautet diese Eigenschaft und was bedeutet sie?

b) Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ a & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

i) Für welche Wahl von a hat dieses Lineare Gleichungssystem keine Lösungen?

[2 Punkte]

ii) Berechnen Sie die Determinante von A.

[2 Punkte]

Welche Schlussfolgerung lässt die berechnete Determinante zu?