

# 【大学物理（2）：光学复习（Chapter 14~16）】

## Galaxies

1. **光矢量** 光波是横波，在光波和物质的作用中主要是电场起作用，因此人们以电场强度矢量作为光波中振动矢量的代表，称为光矢量。

2. **光波的相干叠加** 设两列光波分别为

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} \cos(\omega_1 t + \varphi_1 - k_1 r_1), \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{20} \cos(\omega_2 t + \varphi_2 - k_2 r_2)$$

叠加后的光矢量  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ，所以

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

对两端取平均，则

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + \langle 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$$

由于  $I = \langle S \rangle = \langle \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$ ，则

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

则  $I_{12}$  为干涉项。

- 如果  $\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$ ,  $\omega_1 = \omega_2$ ，则  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ,  $E = E_1 + E_2$  且

$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \Delta\varphi \quad (\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - k(r_2 - r_1))$$

所以， $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$ ，光波产生干涉。

因此，光的干涉条件：**①振动方向平行；②频率相同；③相位差恒定。**

- $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - k(r_2 - r_1) = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

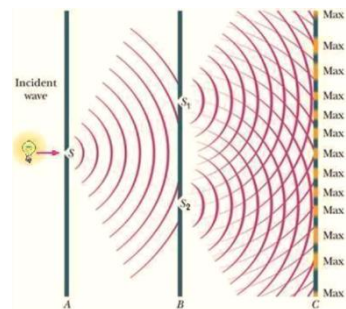
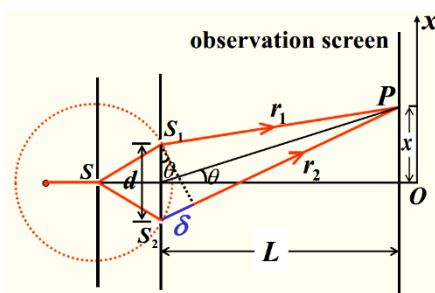
$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$  时，干涉加强； $\Delta\varphi = \pm(2k-1)\pi$  时，干涉减弱。

若  $\varphi_1 = \varphi_2$ ，则  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ ，因此  $\delta = \pm k\lambda$  时，干涉加强； $\delta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}$  时，干涉减弱。

3. **杨氏双缝干涉实验** ( $d \ll L$ ，单色光  $\lambda$ )

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$$

- $\delta = d \sin \theta = \pm k_1 \lambda$ ，干涉加强；
- $\delta = d \sin \theta = \pm(2k_2 - 1)\frac{\lambda}{2}$ ，干涉减弱。
- $k_1 = 0, 1, 2, \dots$  为 明纹级次， $k_1 = 0$  (0 级) 为中央明纹；
- $k_2 = 1, 2, \dots$  为 暗纹级次。



- 明纹中心位置  $x = L \tan \theta \approx L \sin \theta = \pm k_1 \frac{\lambda}{d}$ ；暗纹中心位置  $x = L \tan \theta \approx L \sin \theta = \pm(2k_2 - 1)\frac{\lambda}{2d}$ 。

- 相邻明纹间距（相邻暗纹间距） $\Delta x = \frac{\lambda}{d}$ 。

- 由于光源相同，故  $I_1 = I_2 = I_0$ ，因此  $I = 2I_0 + 2I_0 \cos \Delta\varphi = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} \sin \theta\right)\right) = 4I_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta\right)$ 。

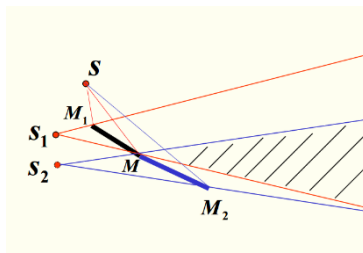
4. 其他分波阵面干涉装置

- 菲涅尔双面镜干涉装置： $S_1, S_2, S$  共圆，利用反射镜得到相干光；
- 劳埃德镜干涉实验：光从光疏介质 (n 小) 入射光密介质 (n 大)，在界面反射时候，相位会突变  $\pi$ ，发生半波损失。因此中央条纹为暗条纹！

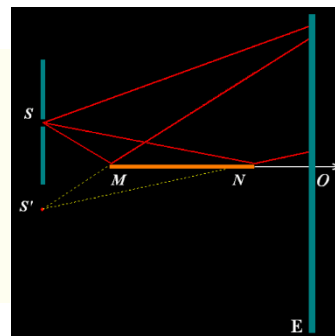
5. **光程**  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - k(r_2 - r_1)$ ，令  $\varphi_1 = \varphi_2$ ，则

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$ ，因此波程差  $\Delta x = r_2 - r_1$ 。光在不同介质折射率不同，故  $\lambda$  不同，但光的频率  $f$  (周期

$T$  相同。介质内有  $v = \frac{c}{n}$ ,  $\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n}$ ，因此光在



菲涅尔双面镜干涉装置



劳埃德镜干涉实验

介质中的路程  $x$  相当于真空中的路程  $nx$ ，因此定义光程

$$\delta = \sum_i n_i l_i$$

$$\text{则 } \Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

#### 6. 薄膜等倾干涉 (需要考虑半波损失! 由于干涉由入射角决定, 故称等倾干涉)

$$P_1 P_4 = P_1 P_3 \sin \theta = 2t \tan \gamma \sin \theta, P_1 P_2 = P_2 P_3 = \frac{t}{\cos \gamma}$$

$$\delta = n_2(P_1 P_2 + P_2 P_3) - n_1 P_1 P_4 + \frac{\lambda}{2} = \frac{2n_2 t}{\cos \gamma} - 2n_1 t \tan \gamma \sin \theta + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = \frac{2t}{\cos \gamma} (n_2 - n_1 \sin \gamma \sin \theta) + \frac{\lambda}{2}$$

由折射定律,  $n_1 \sin \theta = n_2 \sin \gamma$ , 于是

$$\delta = \frac{2t}{\cos \gamma} (n_2 - n_2 \sin^2 \gamma) + \frac{\lambda}{2} = 2n_2 t \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} = 2t \sqrt{n_2^2 - n_2^2 \sin^2 \gamma} + \frac{\lambda}{2} = 2t \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} + \frac{\lambda}{2}$$

于是,  $\delta = k\lambda$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) 干涉加强;  $\delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 干涉减弱。

从而  $2t \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} = k\lambda$  干涉极大;  $2t \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$  干涉极小。

•  $\delta = 2tn_2 \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ , 因此  $\gamma$  减小,  $\delta$  增大, 但是  $r$  减小 (由于折射角减小),

从而  $k$  增大, 干涉明纹的最大级数:

$$k_{\max} = \frac{2tn_2}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

同时,  $t$  增大,  $k$  也增大。

•  $-2tn_2 \sin \gamma \Delta \gamma = \Delta k \lambda$ , 若  $\Delta k = 1$ , 则  $\gamma_k - \gamma_{k+1} = -\Delta \gamma = \frac{\lambda}{2tn_2 \sin \gamma}$ ; 从而  $r$  减小时,

$\gamma$  减小, 但是  $|\Delta \gamma|$  增大, 即相邻亮条纹折射角的间距增大; 当  $t$  增大时,  $|\Delta \gamma|$  减小。

#### 7. 相干长度 电磁波存在波列, 设波列在真空中长度 $\Delta x$ ; 当光程差 $\delta > \Delta x$ 无干涉, 当 $0 < \delta < \Delta x$ 即可实现相干叠加, 产生干涉条纹; $\delta = 0$ , 光程差为 0, 完全重叠, 干涉条纹可见度最大; $\delta > \Delta x$ , 光程差超过波列长度, 完全不能重叠, 不能产生干涉, 干涉条纹可见度为 0。令 $\delta_m = \Delta x$ 为相干长度, 则 $\Delta t = \frac{\delta_m}{c}$ 为相干时间, 称时间相干性。

• 时间相干性和光源单色性有联系, 设频谱宽度为  $\Delta \lambda$ , 则  $\Delta x \Delta \lambda \approx \lambda^2$ ,  $\delta_m \approx \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$ 。

光谱单色性越好, 相干长度越长, 相干时间越长, 时间相干性越好。

#### 8. 薄膜的等厚干涉 (由于干涉由薄膜厚度决定, 故称等厚干涉)

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ 时为明纹; } \delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \text{ 时为暗纹。}$$

由于存在半波损失, 棱边为零级暗纹。

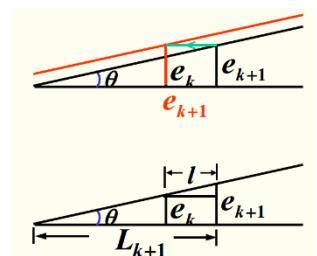
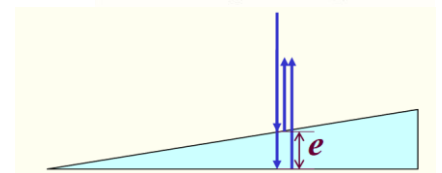
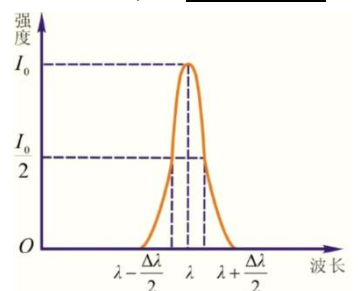
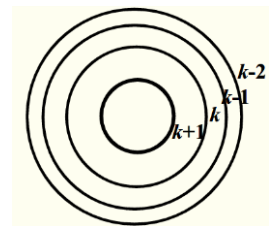
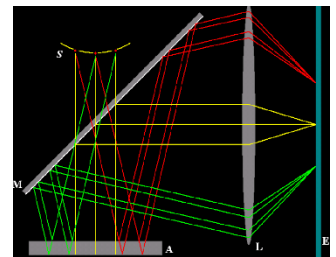
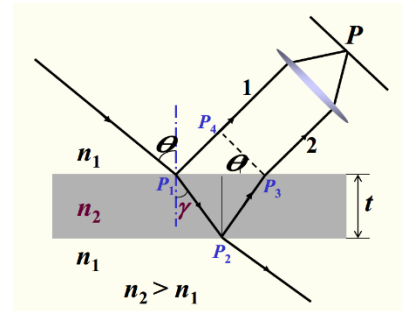
相邻条纹对应的厚度差:

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$$

从而倾角

$$\theta \approx \frac{e_{k+1}}{L_{k+1}} = \frac{\Delta e}{l} = \frac{\lambda}{2nl}$$

当  $\theta$  增大时,  $l$  减小, 条纹变密。



设劈尖最高高度 $d$ ，总长度 $L$ 。定义条纹数量 $N = \frac{L}{l}$ ，则

$$\frac{d}{L} = \frac{e_{k+1}}{L_{k+1}} = \frac{\lambda}{2nl} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2n} N$$

9. **牛顿环** 光程差和等倾干涉相似，只是不需要乘以折射率 $n$ ，为

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

$2e_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ 为明纹； $2e_k + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 为暗纹。

由于 $R \gg e$ ，故 $r^2 = R^2 - (R-e)^2 = 2Re - e^2 \approx 2Re$ ，从而

$$e_k = \frac{r_k^2}{2R}$$

在 $k$ 较小时， $r$ 较小，条纹靠内。

于是  $r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$  ( $k=1,2,\dots$ )为明环； $r = \sqrt{kR\lambda}$  ( $k=0,1,2,\dots$ )为暗环。

从而 $r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$ ， $D_{k+m}^2 - D_k^2 = 4mR\lambda$ 。

10. **迈克耳孙干涉仪** 同心圆环状的等倾干涉条纹，根据等倾干涉有

$$\delta = 2tn \cos \gamma = k\lambda$$

由于这里 $n=1$ 为空气，且 $\gamma \approx \theta_i$ 为入射角。

$$\delta = 2t \cos \theta_i = k\lambda$$

当 $t$ 连续变化时候，同级条纹 $\theta_i$ 减小，因此条纹内吞！

注视某级亮条纹， $2t \cos \theta_i = k\lambda$ ，小范围观察时 $\cos \theta_i \approx 1$ ， $2t = k\lambda$ ，于是

$$\Delta t = \frac{\lambda}{2} \Delta k$$

每当 $t$ 改变 $\frac{\lambda}{2}$ 时， $\Delta k = 1$ ；若有 $N$ 条条纹移过标记，则

$$\Delta t = N \frac{\lambda}{2}$$

波长接近的两条光谱 $\lambda_1 < \lambda_2$ ，注视场中某处，当 $\lambda_1$ 的 $k_1$ 级极大和 $\lambda_2$ 的 $k_2$ 级极大重合，干涉条纹最清晰，即

$$2t \cos \theta_i = k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

当一个波长的极大和另一个波长的极小重合时，条纹变得模糊不清，假定 $\lambda_1$ 的级次改变了 $\Delta k$ ，则 $\lambda_2$ 的级次改变了 $\Delta k - \frac{1}{2}$ ，于是

$$2\Delta t \cos \theta_i = \Delta k \lambda_1 = \left(\Delta k - \frac{1}{2}\right) \lambda_2$$

从而

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2\Delta k} \approx \frac{\bar{\lambda}}{2\Delta k}$$

条纹可见度变化一个周期（清晰~模糊~清晰）， $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta k}$ ，于是

$$\Delta t = \frac{\bar{\lambda}}{2} \Delta k = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta \lambda}$$

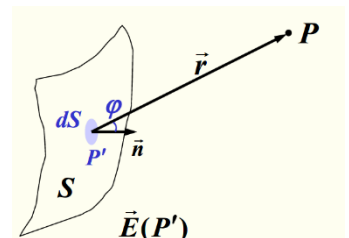
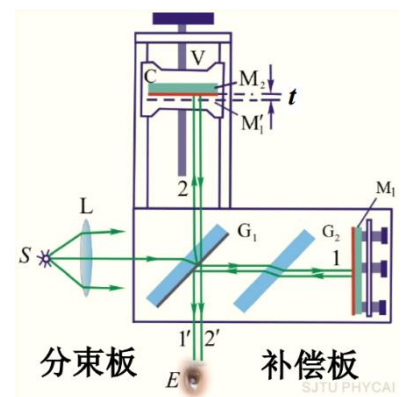
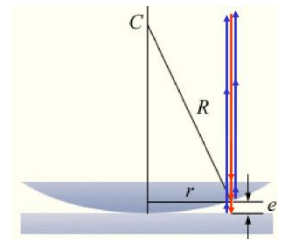
于是可以测得 $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ 。

11. **惠更斯-菲涅尔原理** 同一波阵面上各点所发出的子波，经传播在空间某点相遇时，也可相互叠加产生干涉现象。

12. **光的衍射** 对于光波，当参与相干叠加的振动矢量近于平行时，可做标量处理。

$$dE \propto E(P') \cos(\omega t - kr) \frac{dS}{r} K(\varphi)$$

其中， $K(\varphi)$ 为倾斜因子， $\varphi$ 增大时， $K(\varphi)$ 减小， $\varphi \geq \pi/2$ 时， $K(\varphi) = 0$ 。



A.J.W.Sommerfield 给出了  $K(\varphi) = \cos \varphi$ 。

衍射即为光作为电磁波，穿过障碍物的特性。常见障碍物为带有各种形状小孔的不透光屏。

衍射分为菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射，前者为近场衍射（光源和障碍物有限远，不可看作平行光），后者为远场衍射（光源和障碍物无限远，可看作平行光）。

### 13. 夫琅禾费单缝衍射 S 为单色光源， $a = \overline{AB}$ 为缝宽， $\theta$ 为衍射角。

将缝面处的波阵面划分成 N 个与狭缝平行的等宽窄条， $\Delta x = \frac{a}{N}$ 。

其中，N 很大。狭缝最边缘两个窄条 A、B 发出的衍射光到达 P 点时的光程差  $\delta = AC = a \sin \theta$ ，相邻两个窄条发出的子波在 P 点的光程差  $\Delta \delta = \Delta x \sin \theta = \frac{a \sin \theta}{N}$ ，相位差  $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \delta = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda N}$

于是，P 处的光振动可以视作 N 个同频率、同振幅、振动方向平行、相位依次差恒量  $\Delta \varphi$  的光振动的合成。于是：

- 对于 O 点， $E_O = N \Delta E_O$ ；
- 对于 P 点，根据矢量图叠加，有

$$\beta = \frac{N \Delta \varphi}{2} = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

于是，

$$\frac{E_P}{\frac{E_O}{2}} = \sin \beta \Rightarrow E_P = 2R \sin \beta$$

而  $E_O = l_{ab} = 2\beta R$ ，于是

$$\frac{E_P}{E_O} = \frac{\sin \beta}{\beta}$$

由于  $I_O \propto E_O^2, I \propto E_P^2$ ，从而

$$\frac{I}{I_O} = \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \Rightarrow I = I_O \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

- 中央明纹中心： $\theta = 0, \beta = 0, \frac{\sin \beta}{\beta} = 1, I = I_O = I_{max}$ ，单缝中央主极大光强；
- 暗纹中心： $\beta = \pm k\pi (k = 1, 2, 3, \dots)$ ， $\frac{\sin \beta}{\beta} = 0$ ，从而  $I = 0$ ；即  $\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \pm k\pi$ ，即  $a \sin \theta = \pm k\lambda$ 。
- 其他各级明纹中心： $\frac{dI}{d\beta} = 0 \Rightarrow \tan \beta = \beta$  为超越方程， $\beta = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots$
- 光强分布：中央明纹光强  $I_O = I_{max}$ ，从内往外各级明纹光强分别为  $0.0472I_O, 0.0165I_O, 0.0083I_O, \dots$ ，即  $I_{\text{subsidiary maxima}} \ll I_{\text{principle maximum}}$
- 条纹宽度：

- 对中央明纹， $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$ ，于是

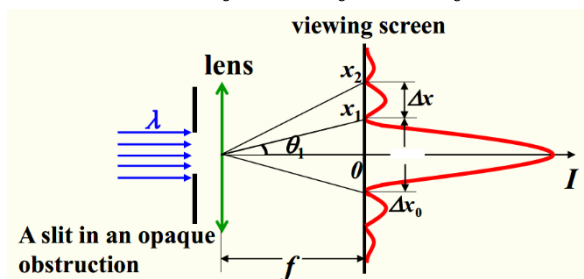
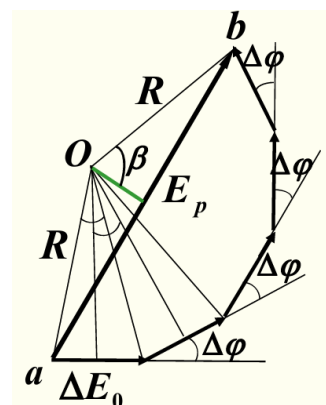
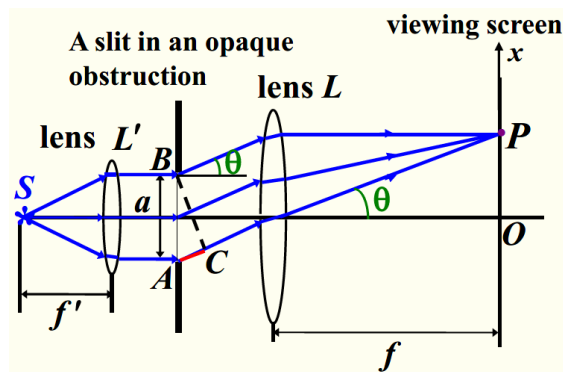
$$\tan \theta_1 = \frac{\Delta x_0}{f}$$

从而， $\Delta x_0 = 2f \tan \theta_1 \approx 2f \sin \theta_1 = \frac{2f\lambda}{a}$ ；

- 其他明纹： $\Delta x \approx \frac{f\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta x_0$ ；

- $\Delta x \propto \lambda, \Delta x \propto \frac{1}{a}$ ：波长越长，条纹宽度越宽；缝宽越小，条纹宽度越宽。

- 单缝衍射对双缝干涉的影响：



双缝干涉时候  $I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta\right)$ , 于是考虑单缝衍射则有

$$I = 4I_{Psingle} \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta\right) = 4I_{Osingle} \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta\right)$$

各干涉极大受到单缝衍射的调制。

由于  $I_{Psingle}$  在某些时候等于 0, 所以可能会产生干涉缺级现象。

(1) 干涉明纹位置:  $d \sin \theta = \pm k\lambda$ ;

(2) 衍射暗纹位置:  $a \sin \theta = \pm k'\lambda$ 。

当  $\frac{d}{a} = \frac{k}{k'}$  时候, 干涉明纹出现缺级。干涉明纹缺级的级次:

$$k = \frac{d}{a} k' (k = 1, 2, 3, \dots)$$

14. **光栅衍射** 由大量等宽等间距的平行狭缝构成的光学器件叫做光栅。

缝间距即相邻缝对应点之间的距离  $d$ ,  $d = a + b$  称为光栅常数。每个缝发出的光在对应于衍射角  $\theta$  方向的 P 点均有  $E_{Psingle} = E_{Osingle} = \frac{\sin \beta}{\beta} \left(\beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)$ , 相邻缝发出光在 P 点相位差  $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ 。每个缝发出的光在 P 点光振动近似平行, 振幅近似相等。于是相似的, 有

$$\frac{E_P}{R} = \sin \frac{N\Delta\varphi}{2} \Rightarrow E_P = 2R \sin \frac{N\Delta\varphi}{2}, E_{Psingle} = 2R \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$$

于是,

$$\frac{E_P}{E_{Psingle}} = \frac{\sin \frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}$$

令  $\alpha = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$ , 于是

$$\frac{E_P}{E_{Psingle}} = \frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}$$

和单缝衍射叠加后, 有  $E_{Psingle} = E_{Osingle} \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)$ , 于是总光强

$$I_P = I_{Osingle} \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$$

$I_{Osingle}$  为单缝中央主极大光强,  $\left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$  为单缝衍射因子,  $\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$  为多光束干涉因子。其中,

$$\alpha = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

• 主极大:  $\alpha = \pm k\pi \Rightarrow d \sin \theta = \pm k\lambda (k = 0, 1, 2, 3)$  即为光栅方程, 此时

$$I_P = I_{max} = I_{Osingle} N^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$$

• 极小: (暗纹中心),  $\sin N\alpha = 0, \sin \alpha \neq 0$ , 此时  $I_P = 0$ , 即

$$d \sin \theta = \pm \frac{k'}{N} \lambda (k' \neq Nk, k' \neq 0)$$

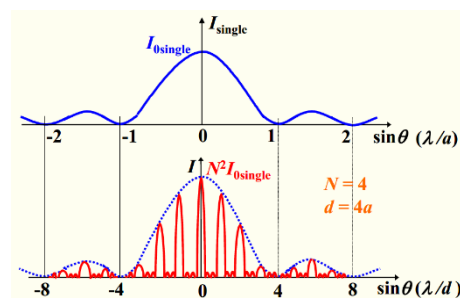
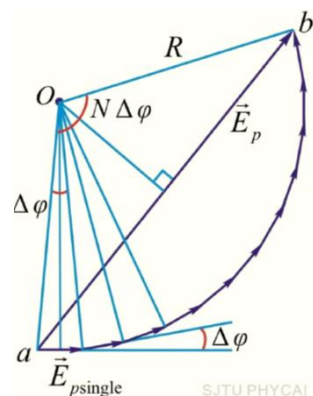
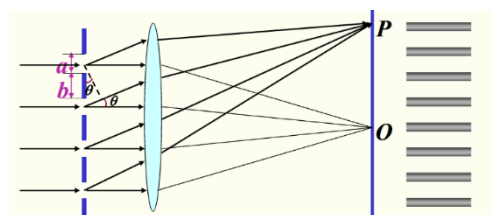
• 次极大: 每两个极小之间有一个次极大。

• 每两个主极大之间有  $N-1$  个极小, 有  $N-2$  个次极大。

• 各干涉主极大收到单缝衍射的调制。

• 当主极大位置和衍射暗纹中心重合时, 同样出现缺级, 干涉明纹缺

级的条次为:  $k = \frac{d}{a} k'' (k'' = 1, 2, \dots)$ 。





## 15. 光学仪器的分辨本领

- a) 圆孔的夫琅禾费衍射：艾里斑。艾里斑集中了全部光能的 83.78%。

艾里斑有方程：

$$d \sin \theta_1 \approx 1.22 \lambda$$

于是，艾里斑半角宽度

$$\theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

- b) **瑞利判据**：两个强度分布相同的艾里斑重叠后，其总光强分布曲线中央凹陷处的光强为最大光强的 80% 时则恰好能分辨。因此，对于两个等光强非相干物点，其中一个像斑中心恰好落在另一像斑的边缘。

此时，最小分辨角即为艾里斑的半角宽度  $\theta_1$ ，于是

$$\delta\theta = \theta_1 = \frac{1.22\lambda}{d}$$

**分辨本领** 定义为

$$R = \frac{1}{\delta\theta} = \frac{d}{1.22\lambda}$$

- c) 光栅光谱、光栅的分辨本领：如果入射光中含几种不同波长的光  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ ，则会发生色散。除零级主极大无色散之外，其他各级均有色散。从而在衍射角  $\theta$  处的第  $k$  级主极大的半角宽度设为  $\Delta\theta_{hw}$ ，则

$$d \sin \theta = \pm k\lambda, \quad d \sin \theta = \pm \frac{k'}{N} \lambda$$

$$\Delta(\sin \theta) = \frac{\lambda}{Nd} \Rightarrow \Delta\theta_{hw} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

光栅的作用是使不同波长的光波的同级光谱有不同的衍射角，为描述光栅的这一功能，定义 **角色散本领**

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda}$$

$D$  表示同一级光谱中，单位波长间隔的两条谱线散开角度大小，于是

$$d \sin \theta = k\lambda \Rightarrow d \cos \theta d\theta = k d\lambda \Rightarrow D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}$$

**色分辨本领**：  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}}$ ，于是

$$\Delta\theta_{hw} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

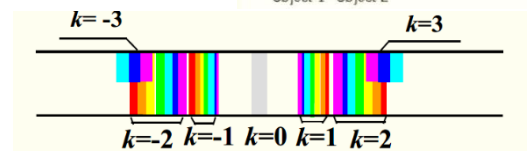
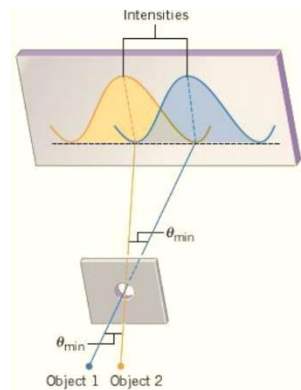
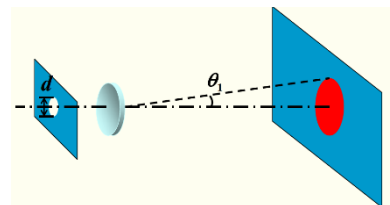
$$d \sin \theta = k\lambda \Rightarrow d \cos \theta \Delta\theta_{hw} = k \Delta\lambda_{min}$$

从而，

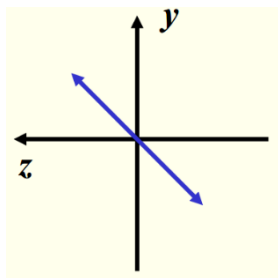
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}} = kN$$

16. **偏振** 光是一种横波，横波振动方向垂直于传播方向，对传播方向的轴来说不具有对称性，这种不对称现象就是 **偏振**；相反的，纵波在传播方向的轴上具有对称性。**偏振是横波区别于纵波的方式**。在垂直于光波的传播方向的平面内光矢量可能有各式各样的振动状态，称为 **偏振态**。最常见的偏振态：① 线偏振光（平面偏振光）；② 自然光；③ 部分偏振光；④ 椭圆偏振光；⑤ 圆偏振光。

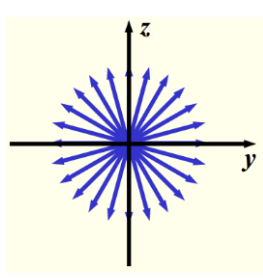
- a) **线偏振光** 光矢量在传播中始终保持在一个固定的平面上振动——振动面。垂直用点表示，平行用线表示。
- b) **自然光** 大量原子随机发射的光波列的集合，每个原子发射的光波列都是线偏振光，每个光波列的频率、相位、振动方向、波列长度均不同。就振动方向而言，无论哪一个方向都不比其他方向占优势。**自然光可分解为两个振动方向相互垂直、等幅的偏振光**。  $I_y = I_z$ 。
- c) **部分偏振光** 光矢量的振动方向在不同方向上振幅不同，在某一方向上振幅最大，与之正交的方向上振幅最小。  $I_{max}$  为最大振幅对应光强，  $I_{min}$  为最小振幅对应光强，于是偏振度  $P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ ，自然光  $P = 0$ ，线



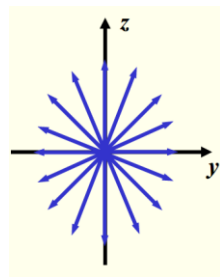
偏振光  $P = 1$ ，部分偏振光  $0 < P < 1$ 。



线偏振光



自然光



部分偏振光

17. **偏振片** 偏振片有一允许光通过的轴——透光轴、偏振化方向。

- **马吕斯定律** 光强为  $I_0$  的线偏振光，透过检偏振器后，透射光强度  $I$ ，则不考虑吸收时有

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

其中， $\alpha$  为入射线偏振光的光振动方向和检偏器的偏振化方向之间的夹角。(推导:  $E' = E \cos \alpha, I \propto E^2$ )

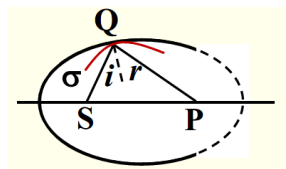
因此， $\alpha = 0, \pi \Rightarrow I = I_0$ ;  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow I = 0$ 。

- 利用一块偏振片即可区分自然光、线偏振光、部分偏振光：将偏振片转动一周，观察有无消光现象、光强是否发生变化即可。

18. **光的反射和折射**

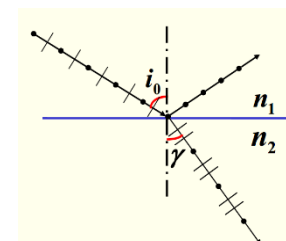
- 费马原理：光从空间的一点到另一点是沿着时间为极值（光程为极值）的路径传播。

- 光程极小：反射、折射；
- 光程恒量：旋转椭球面；
- 光程极大：旋转椭球面内有一个凹面镜相切（如右图）



- 自然光入射两种各向同性介质的分界面，反射和折射光均为部分偏振光。

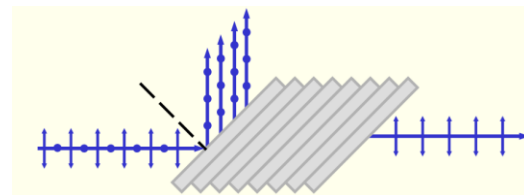
- 布儒斯特角 (Brewster angle)  $i_0$ :  $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$  ( $i_0 + \gamma = \frac{\pi}{2}$ )，当光以布儒斯特角从折射率为  $n_1$  的介质入射到折射率为  $n_2$  的介质，反射光为线偏振光，折射光仍然为部分偏振光。反射光的能量只占入射光中垂直振动光能的一小部分，折射光占有大部分能量，反射的线偏振光强度很小，折射部分的部分偏振光的偏振度很低。



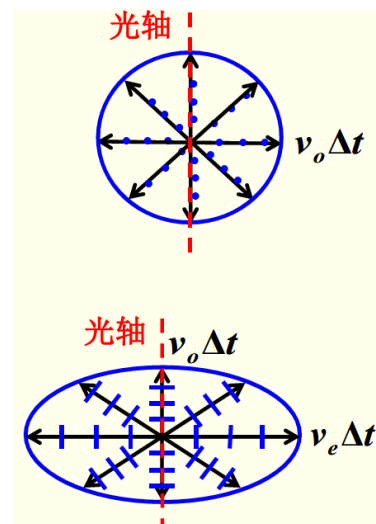
- 用玻璃片堆即可使得任一面上的入射角都是 Brewster 角，从而将光分成垂直和平行的两个部分。

19. **光的双折射** 对各向异性介质，会产生两束折射光，即双折射现象。

晶体中的两束折射光有着不同的性质，在晶体内传播遵守折射定律的光称为**寻常光 (o 光)**，在晶体内传播不遵守折射定律的光称为**非常光 (e 光)**。折射光 e 光①可能不在入射面内；②折射角和入射角的正弦比不是常数，随着入射角而变。



- 在双折射晶体内存在一个特殊的方向，光沿该方向传播不发生双折射现象——光轴。晶体分单轴晶体（一个光轴）、双轴晶体（两个光轴）。
- 晶体的**主截面**：光轴与晶体任一表面的法线构成的平面；
- 光的**主平面**：在晶体内，光的传播方向和光轴构成的平面。
- o 光的光矢量垂直于其主平面，e 光的光矢量平行于其主平面。两个主平面不重合！仅当入射面与晶体主截面重合时，o 光和 e 光的主平面均重合于晶体的主截面，o 光的振动面垂直于晶体主截面，e 光振动面在晶体主截面内。
- 双折射现象的解释：光速与光矢量相对于光轴的取向有关。o 光的光矢量垂直于光的主平面，从而垂直于光轴，因此 o 光向任何方向传播时光速都相同，波阵面为球面；e 光的光矢量和光轴共面，可以有各种夹角，因此 e 光向不同方向传播时，光速不同：e 光的光矢量垂直于光轴时，e 光光速 = o 光光速；e 光光矢量平行于光轴时候，e 光光速和 o 光差别最大，即 e 光波阵面为旋转椭球面。
- o 光的传播速度  $v_o$ ，e 光在与光轴垂直方向传播速度  $v_e$ （此时振动方向和光



轴平行)。则  $v_o > v_e$  为正晶体,  $v_o < v_e$  为负晶体, 晶体的折射率  $n_o = \frac{c}{v_o}, n_e = \frac{c}{v_e}$ 。

• o 光和 e 光从晶体内透射出, 进入各向同性介质后就称为两束光振动方向不同的线偏振光, 其光速相同。

20. 偏振棱镜 (尼科耳棱镜): 获得纯粹的线偏振光, 利用方解石晶体获得双折射的 o 光和 e 光, 利用加拿大树胶对于 o 光和 e 光的不同折射率, 令 o 光发生全反射而 e 光不发生全反射, 从而分开钠黄光的两束光得到线偏振光。

## 21. 圆偏振光、椭圆偏振光

事实上, 可以把 y、z 方向的振动矢量写出

$$E_y = E_{y0} \cos(\omega t + \varphi_1 - kx)$$

$$E_z = E_{z0} \cos(\omega t + \varphi_2 - kx)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$\Delta\varphi \neq 0, \pm\pi$  时为椭圆偏振光;  $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$  时为圆偏振光。

圆偏振光可以分解成两束振动方向相互垂直、等幅、相位差  $\frac{\pi}{2}$  的线偏振光!

• 波片 由晶体做成的有准确厚度的平行板, 光轴与表面平行。通过厚度为 d 的波片, o 光和 e 光产生光程差:

$$\delta = |n_e d - n_o d|$$

$$|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} |n_e d - n_o d|$$

■ 四分之一波片:  $\delta = |n_e d - n_o d| = \frac{\lambda}{4}$ , 此时

$$|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$$

可以实现线偏振光和圆偏振光、椭圆偏振光、线偏振光的相互转化。

①  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , 线偏振光  $\rightarrow$  圆偏振光;

②  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$ , 线偏振光  $\rightarrow$  线偏振光;

③  $\alpha \neq 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ , 线偏振光  $\rightarrow$  椭圆偏振光。

■ 二分之一波片:  $\delta = |n_e d - n_o d| = \frac{\lambda}{2}$ , 此时  $|\Delta\varphi| = \pi$ , 使得线偏振光的振动面

转过  $2\alpha$  角度。

• 椭圆偏振光、圆偏振光的检验: 利用四分之一波片和偏振片。

