# 15. 市场需求

**市场需求**是市场中所有消费者需求的加总，这里的加总是需求量的加总，而非价格加总。

需要注意题目中所给的是需求函数还是反需求函数，若是后者应该先求出需求函数。

> 【例】张三的反需求函数为 $p = 10 - q_1$，李四的反需求函数为 $p = 16 - 2q_2$，求市场需求函数。
>
> 张三的阻断价格为 $10$，李四的阻断价格是 $16$。
>
> 张三的需求函数为 $q_1 = 10 - p$，李四的需求函数为 $q_2 = 8 - \frac{1}{2}p$；因此
>
> 市场需求函数 $q = q_1 + q_2 = 18 - \frac{3}{2}p \quad (0 \le p \le 10)$；$q = q_2 = 8 - \frac{1}{2}p \quad (10 < p \le 16)$；$q = 0 \quad (p > 16)$。

因此，随着价格调整，市场需求的变化存在：

1. 集约边际的调整：消费者的收入效应、替代效应导致需求的调整；
2. 广延边际的调整：消费者进入市场时导致需求的调整。

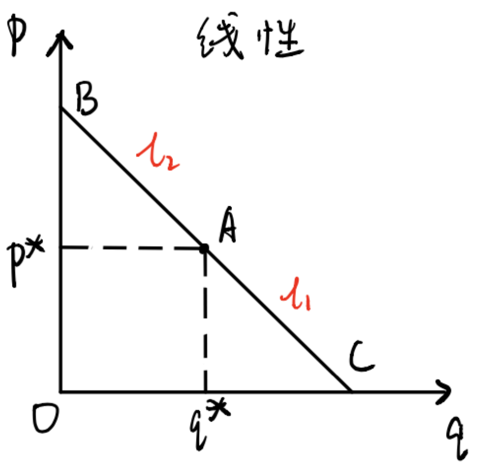
第一章的例子中，租房市场的需求变化全是广延边际的调整；第二章至第六章中，我们全部讨论的是集约边际的调整。

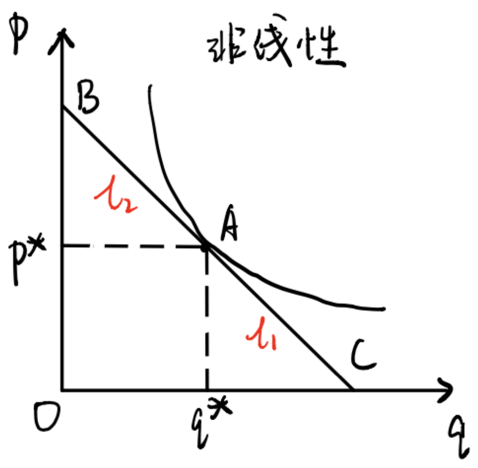
**需求价格弹性** 度量需求量对价格反应（敏感）程度，即

$$E_p = \frac{\mathrm{d}q/q}{\mathrm{d}m/m}$$

- 与斜率相比，克服了量纲问题。
- 线性需求曲线上，需求价格弹性的绝对值等于该点至横轴截距点距离与该点至纵轴截距点距离之比，即 $|E_p| = \frac{l_1}{l_2}$。

  因此，在线性需求曲线上，中点即为单位弹性点，中点价格之上的点富有弹性，中点价格之下的点缺乏弹性。




事实上，无论线性还是非线性，该关系总是成立。

**固定需求价格弹性**：

$$D(p) = Ap^{-\varepsilon}$$

满足弹性绝对值始终为 $\varepsilon$，其中 $\varepsilon \geq 1$。

【证】

$$|E_p| = \left|\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q}\right| = \left|Ap^{-\varepsilon-1}\varepsilon \cdot \frac{p}{Ap^{-\varepsilon}}\right| = \varepsilon$$

**收益** (revenue) $R = pq$ （注意不是表示利润）

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p} = \frac{\mathrm{d}pq}{\mathrm{d}p} = q + p\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} = q\left(1 + \frac{p}{q} \cdot \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p}\right) = q(1 + E_p)$$

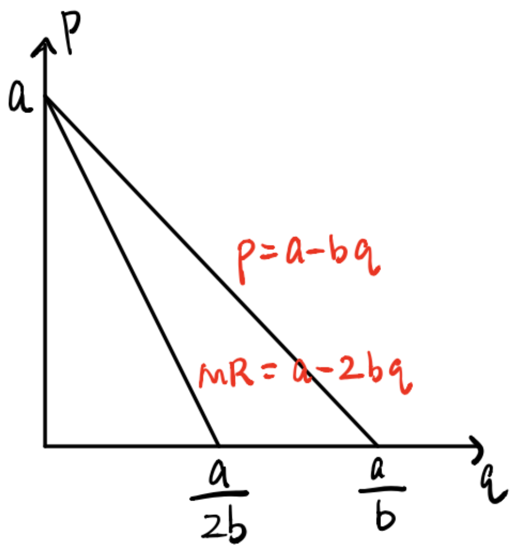
边际收益

$$MR = \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}q} = p\left(1 + \frac{1}{E_p}\right) = p\left(1 - \frac{1}{|E_p|}\right)$$

对线性需求函数，$p = a - bq$，那么

$$R = pq = aq - bq^2$$

边际收益函数 $MR = a - 2bq$，恰好如图所示。

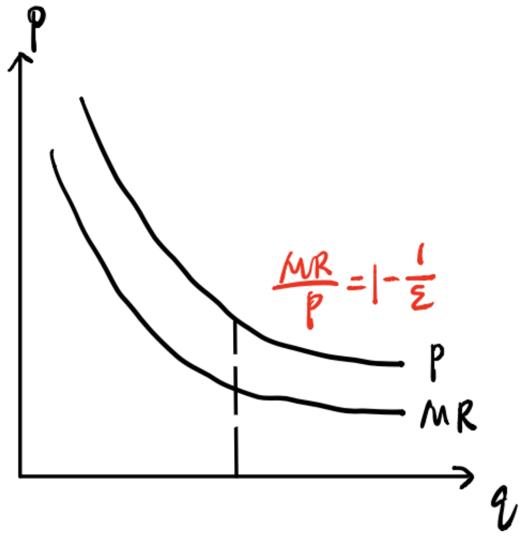



对固定需求函数，$D(p) = Ap^{-\varepsilon}$，则

$$R = pq = \left(\frac{q}{A}\right)^{-\frac{1}{\varepsilon}} q = A^{\frac{1}{\varepsilon}} q^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$$

$$MR = \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}q} = A^{\frac{1}{\varepsilon}} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \cdot q^{-\frac{1}{\varepsilon}}$$

另一方面，$MR = p\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$，则有 $\frac{MR}{p} = 1 - \frac{1}{\varepsilon}$，即如图所示。




**需求收入弹性**：度量需求量对收入反应（敏感）程度，即

$$E_m = \frac{\mathrm{d}q/q}{\mathrm{d}m/m}$$

**结论**：所有商品需求收入弹性"加总"为 1。

【证】假设给定 $m$ 下，需求量 $(q_1, q_2, \cdots, q_n)$；给定 $m'$ 下，需求量 $(q'_1, q'_2, \cdots, q'_n)$；则

$$m' - m = \sum_{i=1}^{n} p_i (q'_i - q_i)$$

即

$$1 = \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\Delta q_i}{\Delta m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta q_i / q_i}{\Delta m / m} \cdot \frac{p_i q_i}{m}$$

则

$$\sum_{i=1}^{n} E_m^i \cdot \frac{p_i q_i}{m} = 1$$