

9. 购买与销售

通过修正后的斯勒茨基方程，分析

- 当苹果价格上升时对苹果园主消费的影响；
- 当工资上升时人们的劳动选择问题。

人们的收入不再是一个固定的名义量，而是由禀赋所值决定。

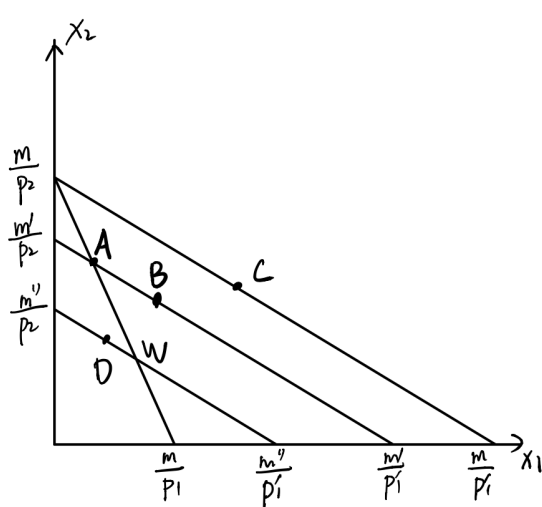
假设禀赋 (m_1, m_2) 市场价格 (p_1, p_2) ，那么禀赋所值 $(p_1 m_1 + p_2 m_2)$ ；实际上相当于初始安排了一个消费束来代替收入。

$$\begin{aligned} \max_{\{x_1, x_2\}} \quad & u(x_1, x_2) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 w_1 + p_2 w_2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

得到的 (x_1^*, x_2^*) 称为总需求，而 $(x_1^* - m_1, x_2^* - m_2)$ 称为净需求。

- 总需求一定为正（消费空间在第一象限）；
- 净需求要么两个均为 0，要么一正一负。

价格变化时，最优决策点一定落在禀赋点的弱偏好集中。



$$\begin{aligned} A: \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 w_1 + p_2 w_2 \\ & \text{记 } m = p_1 w_1 + p_2 w_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A: \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 w_1 + p_2 w_2 \\ & \text{记 } m = p_1 w_1 + p_2 w_2 \end{aligned}} \right\} x_1^A = x_1(p_1, m)$$

$$\begin{aligned} B: \quad & p'_1 x_1 + p_2 x_2 = p'_1 x_1^A + p_2 x_2^A \\ & \text{记 } m' = p'_1 x_1^A + p_2 x_2^A \\ & \quad = m + \Delta p_1 \cdot x_1^A \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} B: \quad & p'_1 x_1 + p_2 x_2 = p'_1 x_1^A + p_2 x_2^A \\ & \text{记 } m' = p'_1 x_1^A + p_2 x_2^A \\ & \quad = m + \Delta p_1 \cdot x_1^A \end{aligned}} \right\} x_1^B = x_1(p'_1, m')$$

$$\begin{aligned} C: \quad & p'_1 x_1 + p_2 x_2 = m \\ & \text{其中 } m = p_1 w_1 + p_2 w_2. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C: \quad & p'_1 x_1 + p_2 x_2 = m \\ & \text{其中 } m = p_1 w_1 + p_2 w_2. \end{aligned}} \right\} x_1^C = x_1(p'_1, m)$$

$$\begin{aligned} D: \quad & p'_1 x_1 + p_2 x_2 = p'_1 w_1 + p_2 w_2 \\ & \text{记 } m'' = p'_1 w_1 + p_2 w_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D: \quad & p'_1 x_1 + p_2 x_2 = p'_1 w_1 + p_2 w_2 \\ & \text{记 } m'' = p'_1 w_1 + p_2 w_2 \end{aligned}} \right\} x_1^D = x_1(p'_1, m'')$$

A → B: Slutsky 替代效应

B → C: 普通收入效应

C → D: 禀赋价值下降导致的收入效应。

将 $A \rightarrow D$ 的过程分成三段，我们得到了修正斯勒茨基方程：

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n + \Delta x_1^w$$

即，总变动 Δx_1 等于斯勒茨基替代效应导致的变动 Δx_1^s 、普通收入效应导致的变动 Δx_1^n 以及禀赋收入效应导致的变动 Δx_1^w 之和。

方程两边同时除以 Δp_1 ，有：

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m} x_1 + \frac{x_1(p', m'') - x_1(p', m)}{p' - p} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m} x_1 + \frac{x_1(p', m'') - x_1(p', m)}{m'' - m} w_1$$

于是

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m} x_1 + \frac{\Delta x_1^w}{\Delta m} w_1 = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m} (w_1 - x_1)$$

值得注意的是，虽然这里的 $\Delta m = m'' - m$ ，而在 Slutsky 方程的推导中， $\Delta m = m' - m$ 。二者在极限时同时趋于 0，所以可以合并。

于是得到变动率角度的修正斯勒茨基方程：

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m} (w_1 - x_1)$$

- $\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}$ 一定为负数；
- $w_1 - x_1$ 的符号取决于消费者初始时是商品提供者还是商品购买者。

劳动（时间）选择 / 劳动供给 本质上是一个消费决策问题。

$$PC = M + wL$$

其中， P 为物价水平， C 为消费水平， $M = P\bar{C}$ 为初始财富， w 为名义工资， L 为劳动时间。

整理得

$$PC - wL = P\bar{C}$$

等式两边加上 $w\bar{L}$ ，其中， $\bar{L} = 24h$ 得到

$$PC + w(\bar{L} - L) = P\bar{C} + w\bar{L}$$

令 $R = \bar{L} - L$ 为闲暇时间， $\bar{R} = \bar{L} = 24h$ ，则

$$PC + wR = P\bar{C} + w\bar{R}$$

那么，劳动选择即为

$$\begin{aligned} \max_{\{C, R\}} & u(C, R) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} PC + wR = P\bar{C} + w\bar{R} \\ C, R \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

预算线的斜率为 $\frac{w}{P}$ ，即实际工资；所以实际工资度量了闲暇的机会成本。

写出斯勒茨基方程，即为

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \frac{\Delta R^s}{\Delta w} + \frac{\Delta R^n}{\Delta m} (\bar{R} - R^*)$$

- $\frac{\Delta R^s}{\Delta w}$ 为负；
- $\frac{\Delta R^n}{\Delta m}$ 为正，由于闲暇是正常品；

- $\bar{R} - R^*$ 为正;
- 因此, $\frac{\Delta R}{\Delta w}$ 符号可正可负——出现后弯的劳动供给曲线; 一开始由替代效应影响, 然后由收入效应影响。