14. 消费者剩余

给定需求曲线（需求函数 $D(p)$ 或反需求函数 $P(q)$，则当前价格下，

$$q^* = D(p^*), \quad p^* = P(q^*)$$

消费者总剩余

$$CS^g = \int_0^{q^*} P(q)\mathrm{d}q$$

消费者净剩余

$$CS^n = \int_{p^*}^{+\infty} D(p)\mathrm{d}p = CS^g - p^*q^*$$

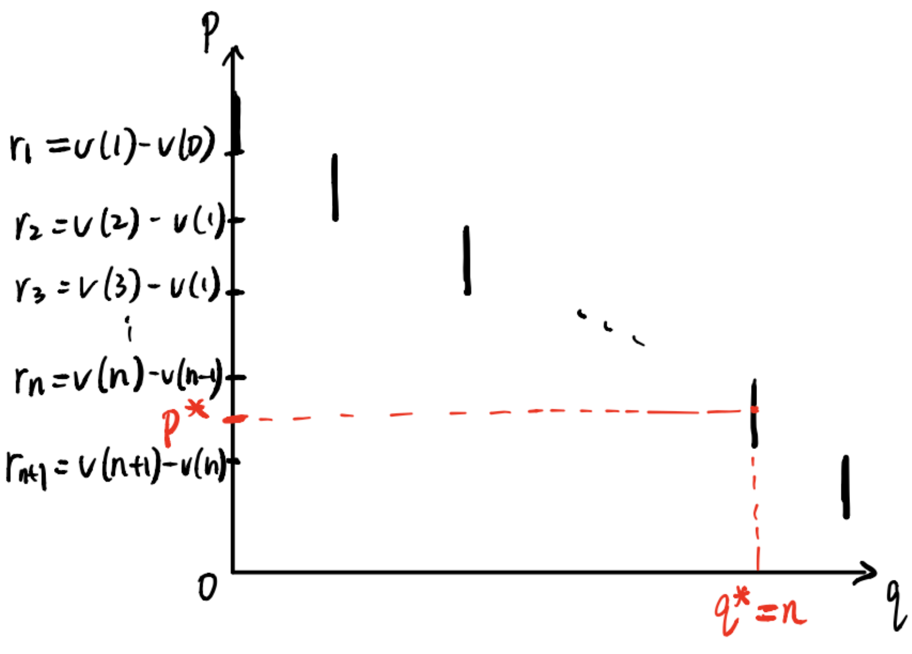
消费者净剩余的变动

$$\Delta CS^{(n)} = \int_{p^*}^{\hat{p}} D(p)\mathrm{d}p$$

消费者净剩余需用客观尺度度量，因此在经济学上，不能用效用度量。

本章主要理解的是 CS 与 W 的关系。

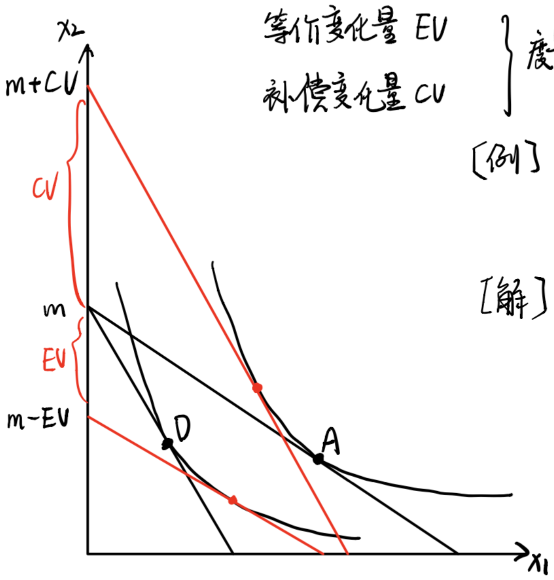
离散拟线性偏好下的消费者剩余：$u = x_2 + v(x_1)$，其中 x_2 为一般计价物，$p_2 = 1$，$v'(\cdot) > 0$，$v''(\cdot) < 0$。



若 $r_{n+1} < p^* < r_n$，则 $q^* = n$，消费者总剩余 $CS^g = \sum_{i=1}^{n} r_i = v(i) - v(0)$。

消费者净剩余 $CS^n = CS^g - np = [v(n) - v(0)] - np = \sum_{i=1}^{n}(r_i - p)$，表示意愿性支付与实际支付的差额；同时度量了若让消费者放弃以 p 的价格购买 n 个商品 1 所需补偿消费者的货币量。

等价变化量与补偿变化量



等价变化量 EV
补偿变化量 CV

$\Big\}$ 度量了两条无差异曲线间的"距离"

[例]. $u = x_1 x_2$. $m=100$ $(p_1,p_2)=(1,1)$ $p_1'=2$

求EV. CV

[解] 原来: $x_1+x_2=100$ $E=1$ $x_2=50$ $x_1=50$

现在: $2x_1+x_2=100$ $E=2$ $x_2=50$ $x_1=25$

EV: $\left(\frac{m-EV}{2\cdot 1}\right)^2 = 50\cdot 25$ (效用相等)

CV: $\left(\frac{m+CV}{2\cdot 2}\right)\cdot\left(\frac{m+CV}{2\cdot 1}\right) = 50\cdot 50$ (效用相等)

$EV = 100-50\sqrt{2}$

$CV = 100\sqrt{2}-100$

结论：在拟线性偏好下，$|EV| \equiv |CV| \equiv |\Delta CS^n|$。

【证】给定 $u = x_2 + v(x_1)$ 且 m 足够大，若考虑商品 1 的价格从 p_1^* 变化到 $\hat{p_1}$，那么

根据 $MRS = E$ 有 $p_1 = v'(x_1)$ 即为反需求函数，记 $p_1^* = v'(x_1^*), \hat{p_1} = v'(\hat{x_1})$，则

$$u^* = m - p_1^* x_1^* + v(x_1^*)$$
$$\hat{u} = m - \hat{p_1}\hat{x_1} + v(\hat{x_1})$$

在 p_1^* 情况下，EV 有 $(p_1^*, m-EV)$ 与 $(\hat{p_1}, m)$ 具有相同的效用，又由于零收入效应，

$$m - EV - p_1^* x_1^* + v(x_1^*) = m - \hat{p_1}\hat{x_1} + v(\hat{x_1})$$

解得 $EV = [v(x_1^*) - p_1^* x_1^*] - [v(\hat{x_1}) - \hat{p_1}\hat{x_1}]$；同理可知 $CV = EV$。

由于 $p_1 = v'(x_1)$ 为反需求函数，此时

$$\Delta CS^n = CS^n(\hat{p_1}) - CS^n(p_1^*) = [CS^g(\hat{p}) - \hat{p_1}\hat{x_1}] - [CS^g(p_1^*) - p_1^* x_1^*]$$

代入 CS^g 的积分表达式，由于积分定理，得到

$$\Delta CS^n = [v(\hat{x_1}) - \hat{p_1}\hat{x_1}] - [v(x_1^*) - p_1^* x_1^*]$$

证毕。

结论：事实上，有

$$\min(|EV|, |CV|) \le |\Delta CS^n| \le \max(|EV|, |CV|)$$

即马歇尔需求曲线被两条补偿需求曲线包住。对拟线性情况，无收入效应，故三者相同。

生产者剩余：价格线和供给曲线围成的面积，可以代表利润、厂商福利，即

$$\Delta PS = \Delta\Pi = \Delta W$$