

## 第五章 图像复原与重建

### 5.1 图像退化/复原过程的模型

**图像退化过程：**图像退化过程被建模为一个退化函数和一个加性噪声项，对衣服输入图像  $f(x, y)$  进行处理，产生一幅退化后的图像  $g(x, y)$ ，即

$$g(x, y) = h(x, y) \star f(x, y) + \eta(x, y)$$

在频域内进行表示，即为

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

**图像复原过程：**给定  $g(x, y)$  和关于退化函数  $H$  的一些知识，以及关于加性噪声项  $\eta(x, y)$  的一些知识后，图像复原的目的就是获得原始图像的一个估计  $\hat{f}(x, y)$ ，我们希望这一估计尽可能地接近原始图像；并且  $H$  与  $\eta$  知道地越多，所得到的估计就会越来越接近  $f(x, y)$ 。

### 5.2 噪声模型

本章中，我们假设除空间周期噪声外，噪声与空间坐标无关，且噪声与图像本身不相关（像素值与噪声成分的值之间不相关）。

**白噪声：**当噪声的傅立叶谱是常量时，噪声通常称为白噪声，即其以相同比例包含所有频率的函数。

**高斯噪声：**在空间域和频率域中，由于高斯噪声在数学上的易处理性，故实践中常用这种噪声（也称为正态噪声）模型。事实上，该种易处理性非常方便，以至于高斯模型常常应用于在一定程度上导致最好结果的场合。高斯随机变量  $z$  的 PDF（概率密度函数）如下给出：

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\bar{z})^2/2\sigma^2}$$

其中， $z$  表示灰度值， $\bar{z}$  表示  $z$  均值， $\sigma$  表示  $z$  标准差， $\sigma^2$  称为  $z$  的方差；大约有 70% 的  $z$  值落在  $[\bar{z} - \sigma, \bar{z} + \sigma]$  之间；大约有 95% 的  $z$  值落在  $[\bar{z} - 2\sigma, \bar{z} + 2\sigma]$  之间。

**瑞利噪声：**瑞利噪声的 PDF 由下式给出

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & z \geq a \\ 0 & z < a \end{cases}$$

其概率密度的均值和方差分别为  $\bar{z} = a + \sqrt{\frac{\pi b}{4}}$  以及  $\sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4}$ 。

**爱尔兰（伽马）噪声：**爱尔兰噪声的 PDF 由下式给出

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & z \geq a \\ 0 & z < a \end{cases}$$

式中，参数  $a > 0$  并且  $b \in \mathbb{N}^*$ ，其概率密度的均值和方差分别为  $\bar{z} = \frac{b}{a}, \sigma^2 = \frac{b}{a^2}$ 。上式经常称为伽马密度函数，但严格来说，只在坟墓为伽马函数  $\Gamma(b)$  时才正确；当分母如上式所示时，称为爱尔兰密度更合适。

**指数噪声：**指数噪声的 PDF 由下式给出

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

式中， $a > 0$ ，其概率密度的均值和方差分别为  $\bar{z} = \frac{1}{a}, \sigma^2 = \frac{1}{a^2}$ 。这个 PDF 事实上是爱尔兰噪声的 PDF 中， $b = 1$  的特殊情况，

**均匀噪声：**均匀噪声的 PDF 由下式给出

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq z \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

该概率密度的均值和方差分别为  $\bar{z} = \frac{a+b}{2}, \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ 。

**脉冲（椒盐）噪声：**（双极）脉冲噪声的 PDF 由下式给出：

$$p(z) = \begin{cases} P_a & z = a \\ P_b & z = b \\ 1 - P_a - P_b & \text{otherwise} \end{cases}$$

如果  $b > a$ ，则灰度级  $b$  在图像中将显示为一个亮点，灰度级  $a$  将在图像中显示为一个暗点；若  $P_a$  或  $P_b$  为零，则脉冲噪声称为**单极脉冲**。如果  $P_a$  和  $P_b$  都不为 0，尤其是它们近似相等时时，则脉冲噪声值将类似于在图像上随机分布的胡椒和盐粉颗粒。由于这个原因，双极脉冲噪声也被称为**椒盐噪声（散粒噪声、尖峰噪声）**。

脉冲噪声可以为正也可以为负，标定通常是图像数字化处理的一部分；由于与图像信号的强度相比，脉冲污染通常较大，所以一幅图像中脉冲噪声通常被数字化为最大值（即纯黑或纯白），即  $a$  和  $b$  是饱和值（数字图像允许的最大和最小值）。

**各种噪声的概率密度函数：**如图 26 所示。

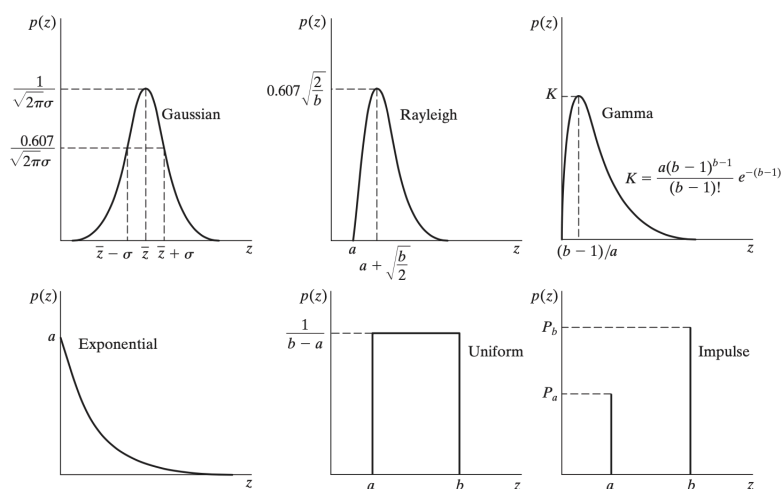


图 26

