

## 2. 预算约束

**最优化原理：**消费者总是购买他所能负担的最佳物品。

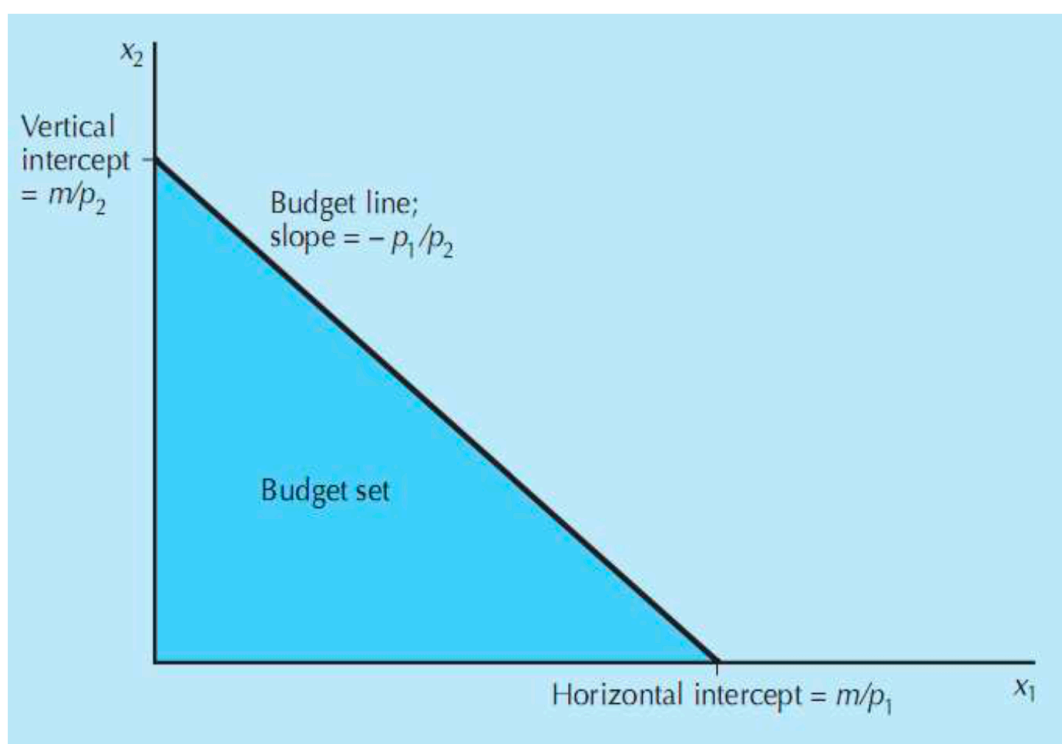
**预算：**用模型表示消费者“所能负担的”。

假定收入为  $m$ ，购买两种商品的价格为  $p_1$  与  $p_2$ 。在后文中我们会说明，两种商品已经足够。

以购买两种商品的数量  $x_1$  与  $x_2$  为横纵坐标，构造消费空间，则空间内的任意一点为**消费束**。

所有可负担的消费束的集合称为**预算集**。

$$\begin{cases} p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



**预算线**

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

**预算线的斜率**

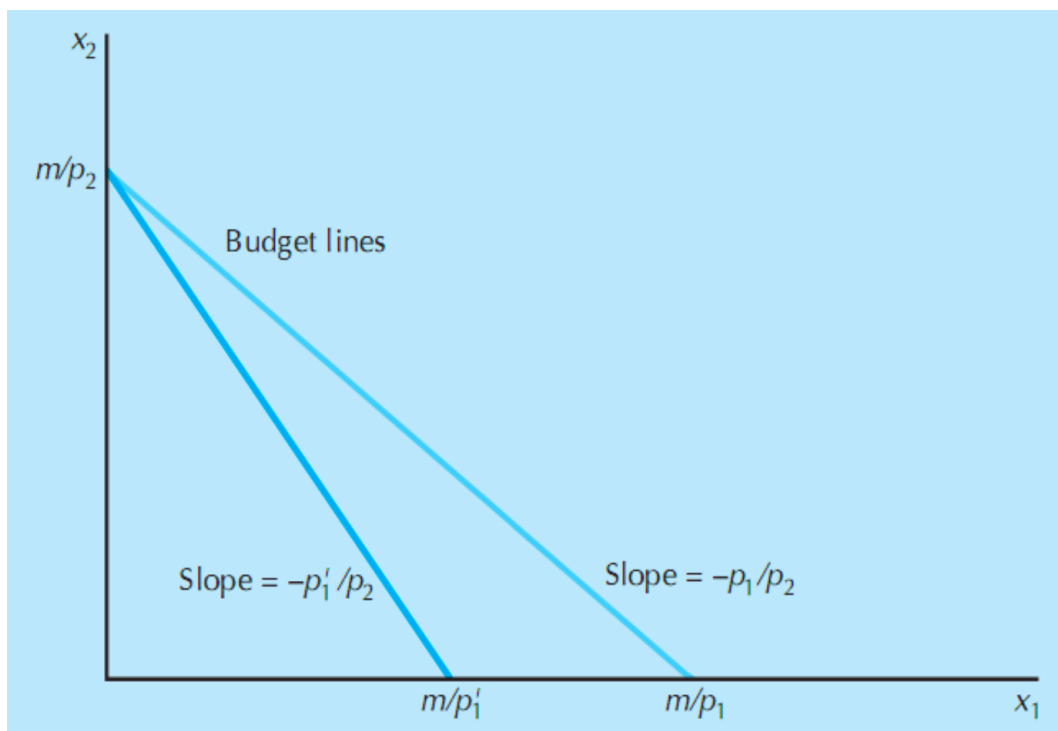
$$E = \frac{\frac{m}{p_2}}{\frac{m}{p_1}} = \frac{p_1}{p_2}$$

代表了以商品 2 为变量，每单位商品 1 的机会成本，也是市场价格所决定的**市场交换率**。

**多重约束的情况：**分别分析，取预算集的交集即可。

**为什么两种商品已经足够？** 假设商品 1 为要分析的商品，商品 2 为一般计价物（除商品 1 外其他商品的支出，货币， $p_2 = 1$ ）即可。

**1 价格变化：**商品 1 价格上升，导致预算线以纵轴截距为轴，向内转动，预算线的斜率变陡。



2 收入变化：收入上升，预算线的斜率不变，向外整体平移。

### 3 税收

- 从量税  $T$ ：每消费一个商品就需要缴纳的税；相当于价格上升  $T$ 。
- 从价税  $t$ （税率）：消费商品所需要缴纳的税率；相当于价格从  $p$  变为  $p(1 + t)$ 。
- 收入税（总额税） $T$ ：相当于收入从  $m$  变成  $m - T$ 。

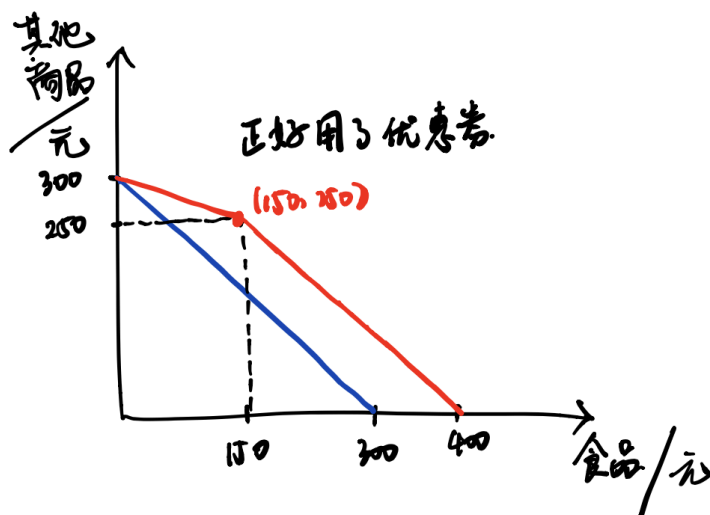
### 4 补贴

- 实物补贴  $x^*$ （假设为对商品 1 的补贴）：相当于预算线最大值不变，整体向右平移  $x^*$ ，预算斜率不变。
- 食品券补贴

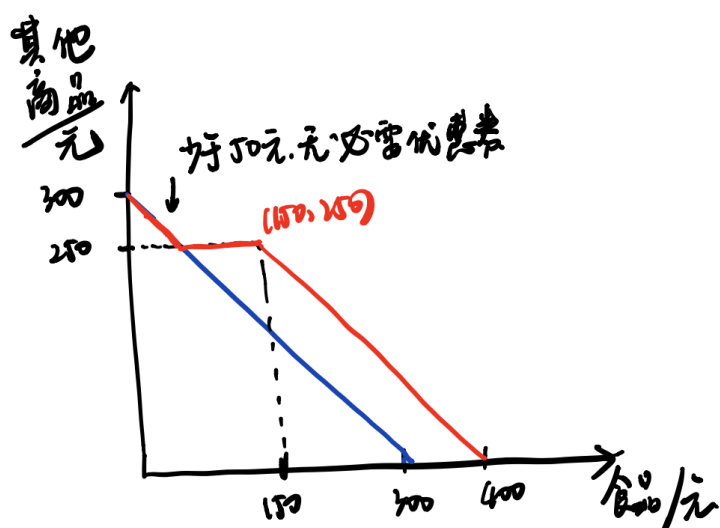
例：月收入为 300 元的家庭可以 50 元购买一张价值 150 元的食品券，仅此一次；求预算线。

首先，将横纵坐标全部从数量  $x_1, x_2$  转化为一般等价物数量（钱）。

- 用不完可以退钱。



- 一次性购买，不退钱。

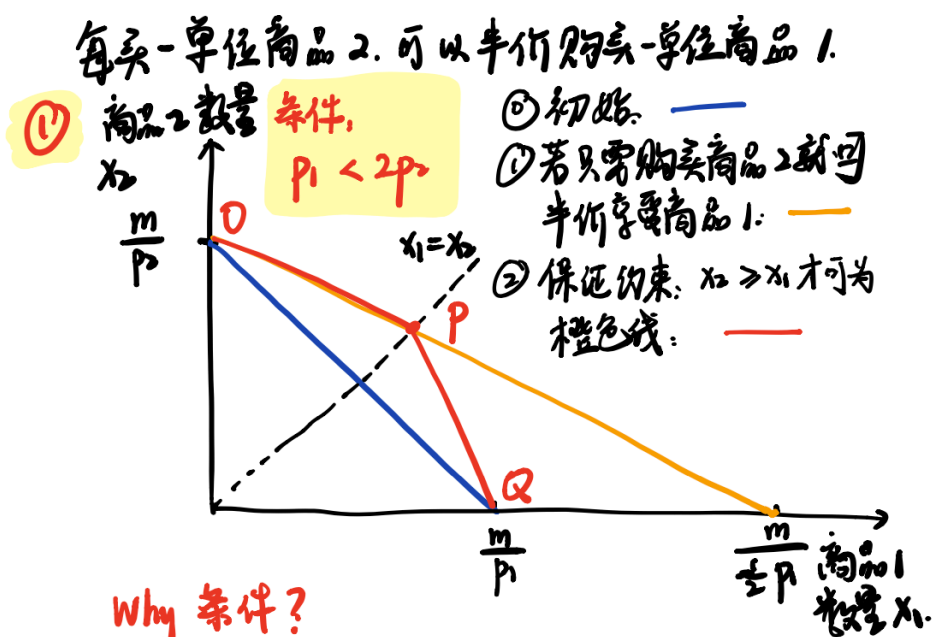


- 货币补贴  $s$ : 预算变成  $m + s$ 。

5 配给: 相当于将原本预算线“砍”掉不符合条件的一部分。

6 优惠

例: 假设每购买 1 单位商品 2 可以半价购买 1 单位商品 1; 求预算线。分情况讨论!



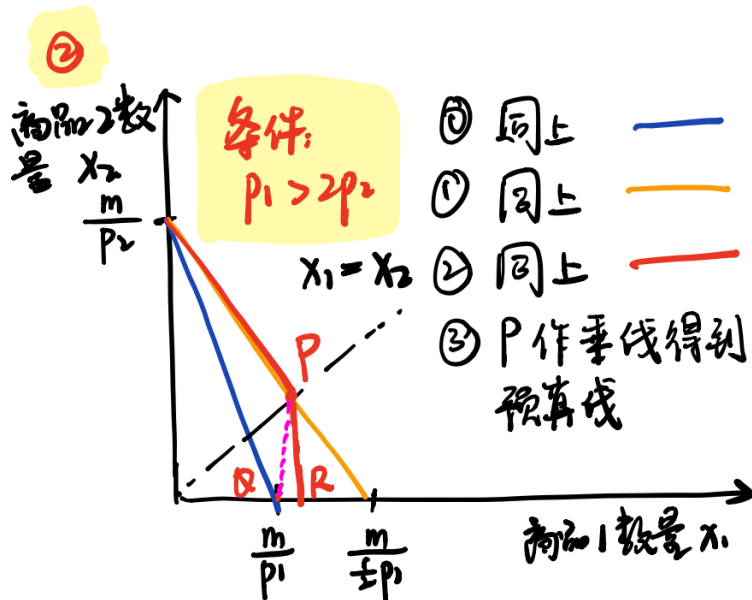
Why 条件?

$$P\left(\frac{m}{\frac{1}{2}p_1 + p_2}, \frac{m}{\frac{1}{2}p_1 + p_2}\right)$$

$$\text{此时, } \frac{m}{\frac{1}{2}p_1 + p_2} < \frac{m}{p_1} \iff p_1 < 2p_2$$

此时,  $P$  在  $Q$  左边.

预算线  $O-P-Q$



说明: 当  $p_1 > 2p_2$  时 P在Q右边

虽然只能买到PR上商品组合.

但是实质上PR线内均可负担

(就算买来不齐). 故预算线 O-P-R.