

Pernahkah kamu naik sepeda? Bagaimana rodanya? Biasanya kalau di sepeda, bagian tengah roda pasti ada logam yang menghubungkan tiap besi pada karet bannya. Kalau kamu perhatikan, besi-besi tersebut pasti memiliki jarak yang sama jika ditarik ke sisi-sisi bannya. Titik yang dimaksud dari pengertian tersebut ialah pusat lingkaran dan jarak yang dimaksud ialah jari-jari.

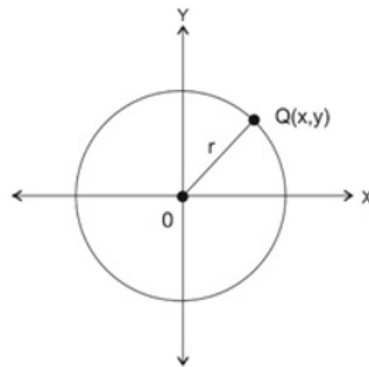
Setelah tahu sedikit apa itu lingkaran, berikut ini mengenai persamaan dan unsur lingkaran. Persamaan lingkaran sendiri ditentukan oleh beberapa kondisi.

Persamaan lingkaran dengan dengan pusat $O(0,0)$ dan jari-jari r

Persamaan lingkaran jika titik pusat di $O(0,0)$, maka substitusi pada bagian sebelumnya, yaitu:

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = r^2 \rightarrow x^2 + y^2 = r^2$$

Dari persamaan diatas, juga dapat ditentukan letak suatu titik terhadap lingkaran tersebut.



Selain itu jika ingin melihat apakah suatu titik $M(x_1, y_1)$ terletak di dalam, tepat atau bahkan di luar lingkaran, maka kita dapat menentukannya dengan:

Jika titik pada lingkaran, maka $x_1^2 + y_1^2 = r^2$

Jika titik di dalam lingkaran, maka $x_1^2 + y_1^2 < r^2$

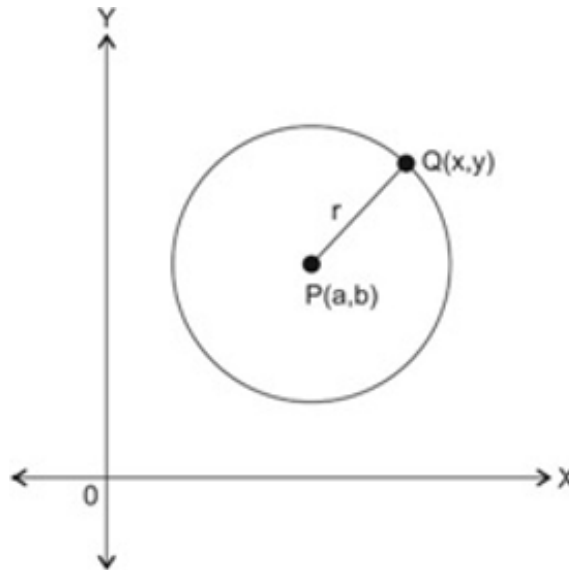
Jika titik di luar lingkaran, maka $x_1^2 + y_1^2 > r^2$

Persamaan lingkaran dengan dengan pusat $P(a,b)$ dan jari-jari r

Dari suatu lingkaran jika diketahui titik pusat dan jari-jarinya, dapat diperoleh persamaan lingkarannya, yaitu dengan rumus:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Dimana (a,b) adalah titik pusat dan r adalah jari-jari dari lingkaran tersebut.



Selain itu jika ingin melihat apakah suatu titik $M(x_1, y_1)$ terletak di dalam, tepat atau bahkan di luar lingkaran, maka kita dapat menentukan letak titik tersebut, yaitu dengan substitusi titik pada variabel x dan y kemudian dibandingkan hasilnya dengan kuadrat dari jari-jari.

Jika titik pada lingkaran, maka $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 = r^2$

Jika titik di dalam lingkaran, maka $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 < r^2$

Jika titik di luar lingkaran, maka $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 > r^2$

Persamaan Umum Lingkaran

Dari rumus baku persamaan lingkaran, kita bisa mengidentifikasi bentuk umum persamaan lingkaran berikut.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + (-2a)x + (-2b)y + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Misalkan:

$$A = -2a, \text{ maka } a = -\frac{1}{2}A$$

$$B = -2b, \text{ maka } b = -\frac{1}{2}B$$

$$C = a^2 + b^2 - r^2, \text{ maka } r^2 = a^2 + b^2 - C \text{ atau}$$

$$r^2 = \left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C$$

$$r^2 = \frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

Sehingga, diperoleh persamaan umum lingkaran :

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Dimana titik pusat $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$ dan jari-jari $r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$

Perpotongan Garis dan Lingkaran

Suatu lingkaran dengan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ dapat ditentukan apakah suatu garis h dengan persamaan $y = mx + n$ tersebut tidak menyentuh, menyinggung, atau memotong lingkaran dengan menggunakan prinsip diskriminan.

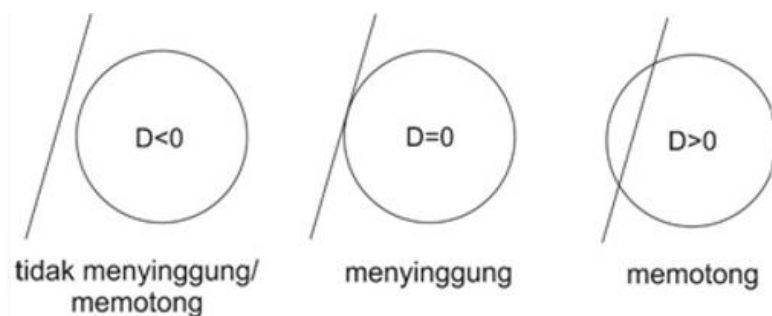
$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \dots (\text{persamaan 1})$$

$$y = mx + n \dots (\text{persamaan 2})$$

Dengan mensubstitusi persamaan 2 ke persamaan 1, akan diperoleh suatu bentuk persamaan kuadrat:

$$x^2 + (mx + n)^2 + Ax + B(mx + n) + C = 0$$

Dari persamaan kuadrat diatas, dengan membandingkan nilai diskriminannya, dapat dilihat apakah garis tidak menyinggung/memotong, menyinggung atau memotong lingkaran.



Garis h tidak memotong/menyinggung lingkaran, maka $D < 0$

Garis h menyinggung lingkaran, maka $D = 0$

Garis h memotong lingkaran, maka $D > 0$