Zadání

$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 6y = 60u$

1. Proveďte Laplaceovu transformaci rovnice systému

předmět	název funkce	obraz
δ (t)	diracův impuls	1
1 (t)	jednotkový skok	1/p
t	čas	$\frac{1}{p^2}$
$y'(t)$	1.derivace (nulové počáteční podmínky)	$p * Y(p)$
$y^{(n)}(t)$	n-tá derivace	$p^n Y(p)$

Zadání
$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 6y = 60u$
Ekvivalentní zápis
$y''(t) + 5y'(t) + 6y = 60u$
Laplacentova transformace
$p^2 Y(p) + 5p * Y(p) + 6 * Y(p) = 60U(p)$

2. Napište přenos systému

$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$
Laplacentův obraz vstupu
$G(p) = \frac{60}{p^2+5p+6}$

3. Nakreslete přechodovou charakteristiku

$H(s) = \frac{1}{p} * \frac{60}{p^2+5p+6} = \frac{60}{p(p+2)(p+3)}$
$60 * (\frac{A}{p} + \frac{B}{p+2} + \frac{C}{p+3}) = 60 * (\frac{Ap+2A+Bp}{p*(p+2)} + \frac{C}{p+3}) = 60 * (\frac{Ap^2+2Ap+Bp^2+3Ap+6A+3Bp+Cp^2+2Cp}{p(p+2)(p+3)}) = 60 * (\frac{p^2*(A+B+C)+p(2A+3A+3B+2C)+6A}{p(p+2)(p+3)})$

A+B+C=0
2A+3A+3B+2C=0
6A=1

$A = \frac{1}{6}$

$B = -C - \frac{1}{6}$
$5 * \frac{1}{6} + 3(-C - \frac{1}{6}) + 2C = 0$
$\frac{5}{6} - 3C - \frac{3}{6} + 2C = 0$
$\frac{2}{6} = C$
$C = \frac{1}{3}$

$B = -\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
$B = -\frac{1}{2}$

$H(s) = 60(\frac{1}{6} * \frac{1}{p} - \frac{1}{2} * \frac{1}{p+2} + \frac{1}{3} * \frac{1}{p+3})$

$h(t) = \mathrm{Z}^{-1} = 10 - 30e^{-2t} + 20e^{-3t}$
$\lim h(t) = \lim 10 - 30e^{-2t} + 20e^{-3t} = 10$
$t \to \infty$

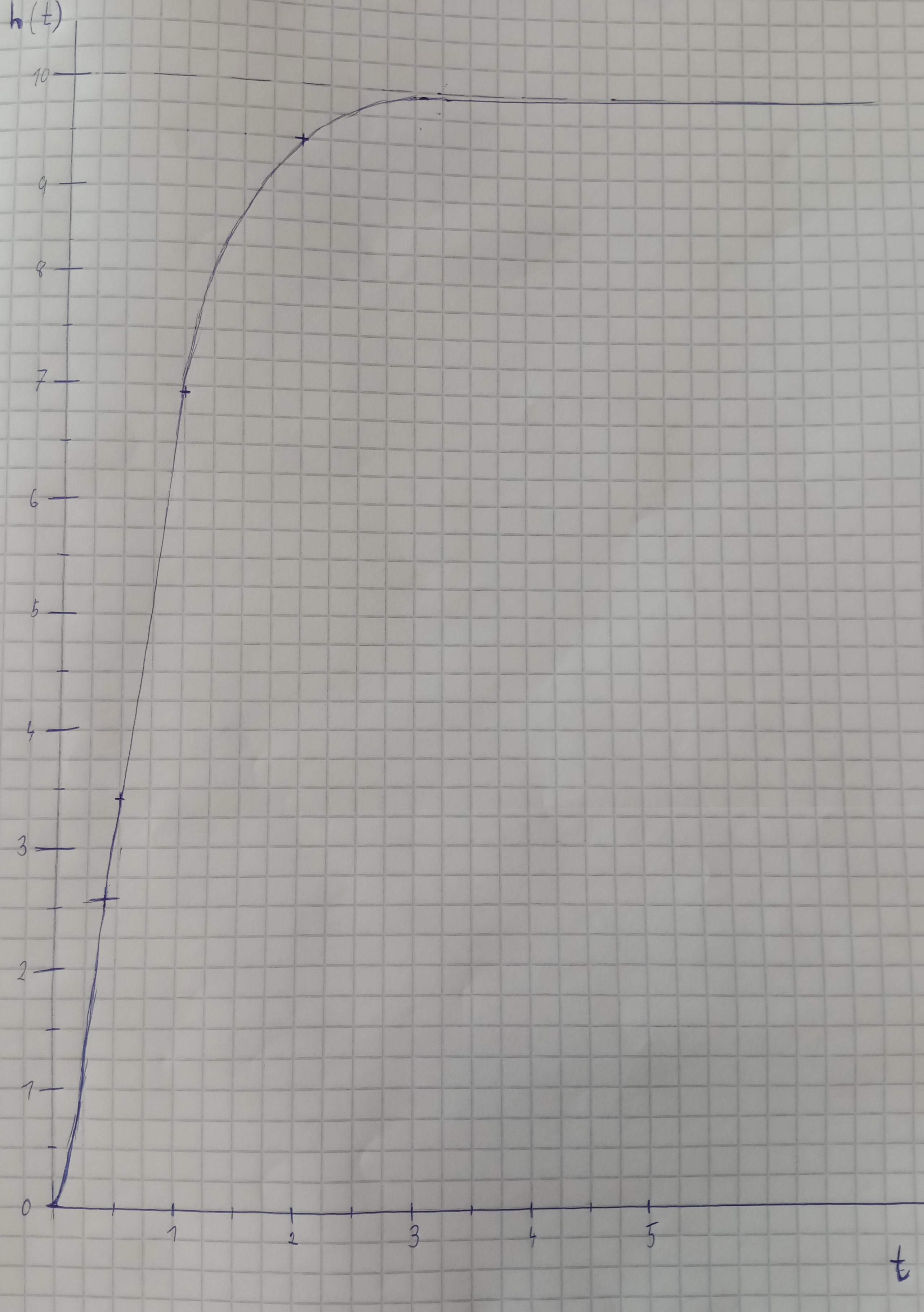
Inflexní bod

$(10 - 30e^{-2t} + 20e^{-3t})'' = (60e^{-2t} + 60e^{-3t})' = -120e^{-2t} + 180e^{-3t} = 60e^{-3t}(-2e^{t} + 3)$
$60e^{-3t}(-2e^{t} + 3) = 0$
$e^{-3t} > 0$
$-2e^{t} + 3 = 0$
$e^{t} = \frac{3}{2}/ln?$
$t = ln\frac{3}{2}$
$t = 0,405465$
$h(ln\frac{3}{2}) = 10 - 30e^{-2ln\frac{3}{2}} + 20e^{-3ln\frac{3}{2}} = \frac{70}{27} = 2,5925926$

Další body

$h(0) = 10 - 30 + 20 = 0$
$h(\frac{1}{2}) = 10 - \frac{30}{e} + \frac{20}{(e^{3})^{1/2}} = 3,42621997$
$h(1) = 10 - \frac{30}{e^{2}} + \frac{20}{(e^{3})} = 6,935683$
$h(2) = 10 - \frac{30}{e^{4}} + \frac{20}{(e^{6})} = 9,500106$

Drafické znázonění


h(t)
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
t

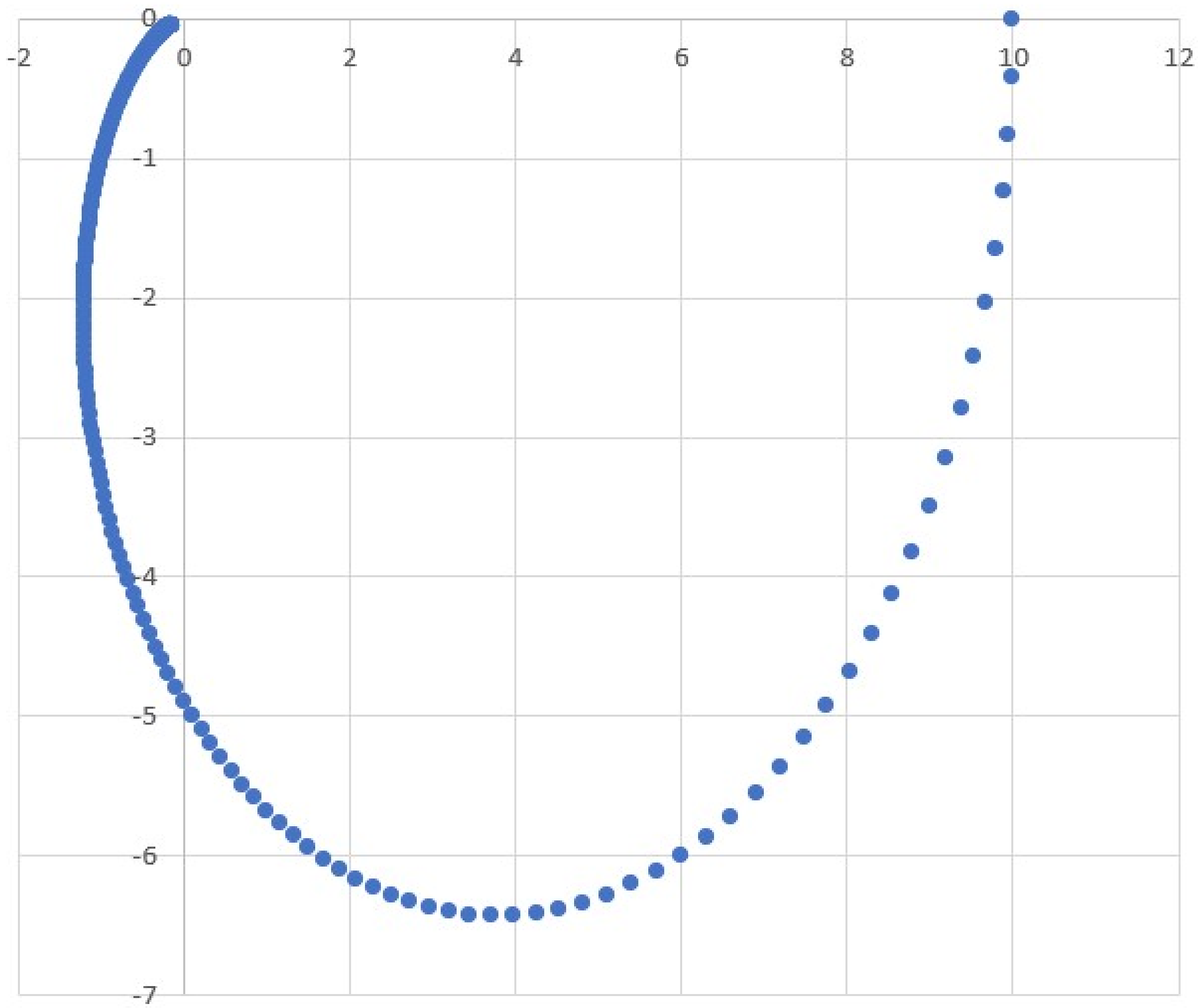
4. Nakreslete frekvenční charakteristiku v komplexní rovině

$G(j\omega) = \frac{60}{(j\omega)^2+5j\omega+6} = \frac{60}{-\omega^2+5j\omega+6} = \frac{60}{-\omega^2+5j\omega+6} * \frac{-\omega^2-5j\omega+6}{-\omega^2-5j\omega+6} = \frac{60*(-\omega^2-5j\omega+6)}{(-\omega^2+6)^2+(5\omega)^2} =$
$\frac{60*(-\omega^2+6)}{(-\omega^2+6)^2+(5\omega)^2} + \frac{-5\omega*60}{(-\omega^2+6)^2+(5\omega)^2}j$

$G(0) = \frac{60*6}{36} + 0j = 10$
$G(\infty) = 0 + 0j = 0$

Průsečík s osou y

$60*(-\omega^2+6) = 0$
$\omega = \pm\sqrt{6}$
$G(\pm\sqrt{6}) = 0 + \frac{5*\sqrt{6}*60}{25*6} = \pm 2\sqrt{6}j = \pm 4,899j$
$G(1) = \frac{60*5}{25+25} + \frac{-300}{25+25} = 6 - 6j$



5. Nakreslete frekvenční charakteristiku v logaritmických souřadnicích

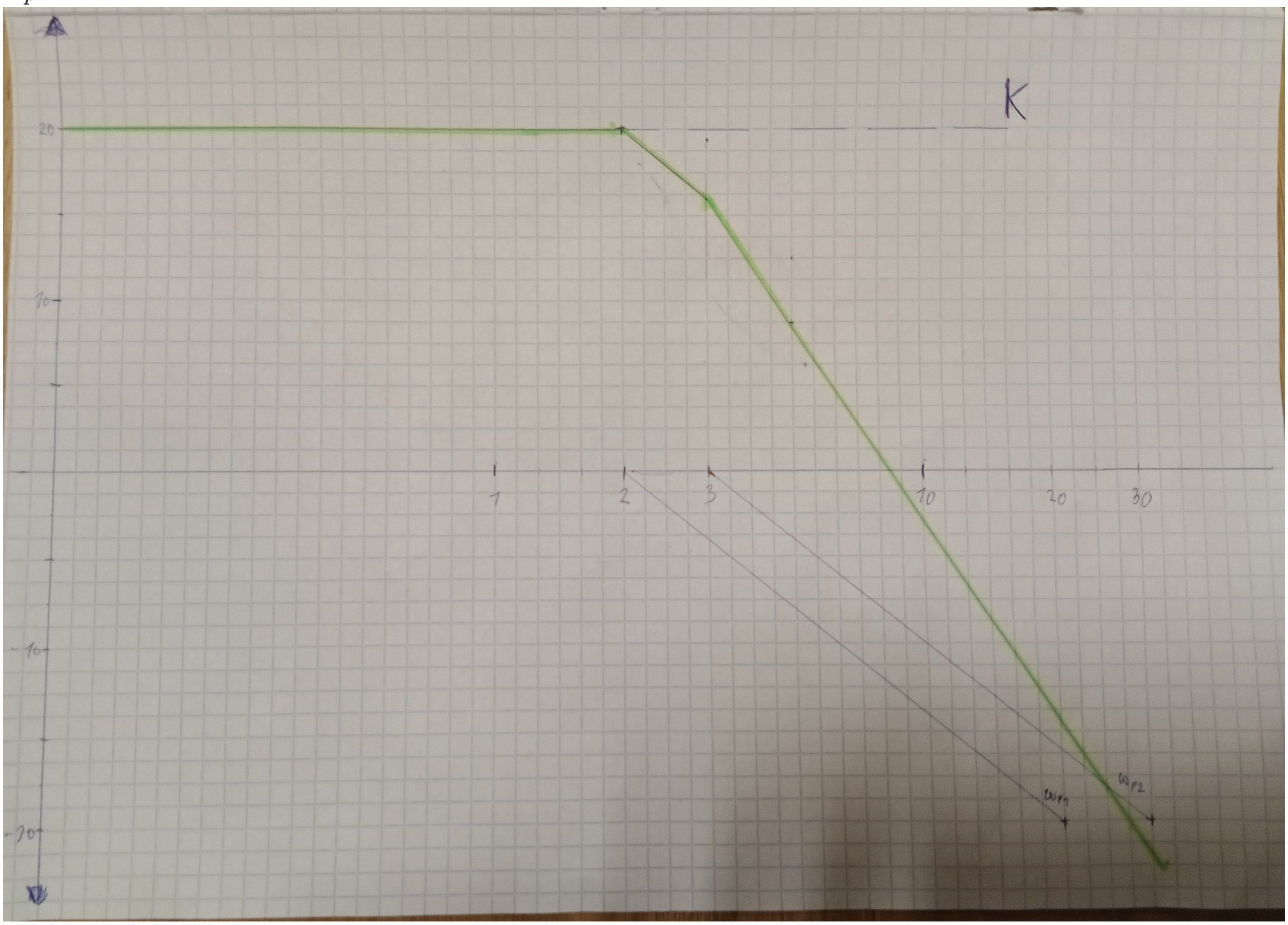
$H(p) = \frac{60}{p^2+5p+6} = \frac{60}{(p+2)*(p+3)} = \frac{60}{2(\frac{p}{2}+1)*3(\frac{p}{3}+1)} = 10 * \frac{1}{\frac{p}{2}+1\frac{p}{3}+1}$

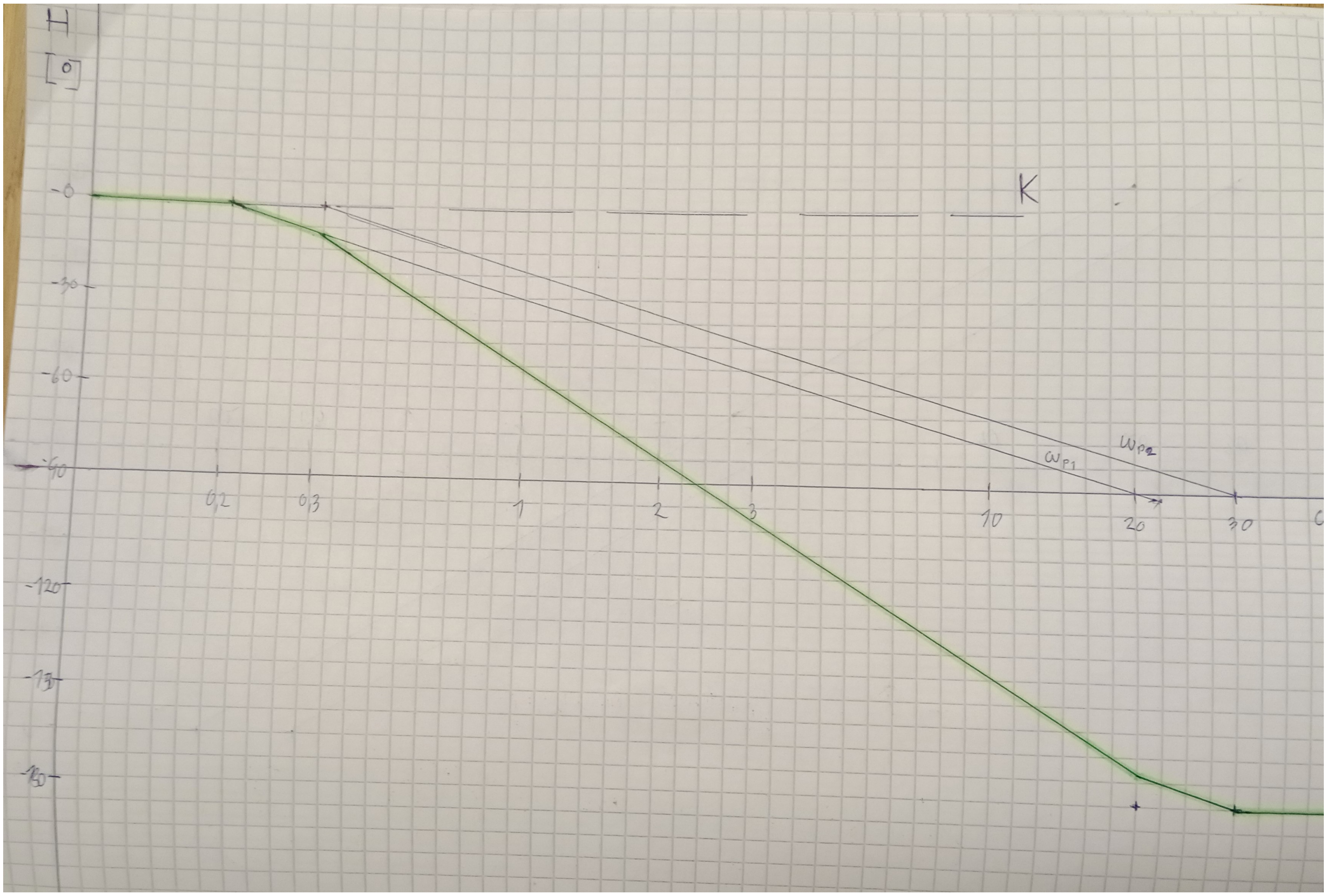
$K = 10 \rightarrow 20\log 10 = 20dB$

Póly:

$\omega_{p1} = 2$

$\omega_{p2} = 3$





6. Zjistěte, zda je systém stabilní

póly:

$\omega_{p1} = 2$

$\omega_{p2} = 3$

Oba póly jsou záporné, leží tedy ve stabilní oblasti a proto je systém **stabilní**.