1 Espaces vectoriels

1.1 Espace vectoriel

Définition 1.1.
Étant donné deux ensembles E et $\mathbb{K}$, toute application de $\mathbb{K} \times E$ dans E s'appelle loi de composition externe sur E (à domaine opérateur $\mathbb{K}$).

Définition 1.2.
On dit qu'un ensemble E est un espace vectoriel sur un corps $\mathbb{K}$ s'il est muni d'une loi interne notée $+$ et d'une loi externe notée $\bullet$ de $\mathbb{K} \times E$ dans E.
$(\lambda, u) \mapsto \lambda \cdot u$ *telles que:*

1. $(E, +)$ *est un groupe commutatif.*
2. $\forall (\lambda, \mu) \in \mathbb{K}^2, \forall (u, v) \in E^2$, *on a:*
   (a) $(\lambda + \mu) \bullet u = \lambda \bullet u + \mu u$
   (b) $\lambda \bullet (u + v) = \lambda \bullet u + \lambda \bullet v$
   (c) $\lambda \bullet (\mu \bullet u) = (\lambda\mu) \bullet u$
   (d) $1 \bullet u = u$ $(1 \in \mathbb{K})$

Les éléments de E sont appelés vecteurs et les éléments de $\mathbb{K}$ sont appelés scalaires. E est $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

Définition 1.3.

1. *La commutativé de $(E, +)$ découle des autres axiomes d'espace vectoriel.*
2. *L'espace vectoriel nul est $E = \{0_e\}$.*