Science Decision | CM: 10

Par Lorenzo

21 novembre 2024

0.1 Représentation de type $(X, \succeq) \to (\mathbb{R}, \geq)$: cas fini

Soit $\succ$ sur X

Proposition 0.1.

Soit X fini, une codition nécessaire et suffisante (C.N.S) pour qu'existe une fonction $\exists f : (X, \succ) \to (\mathbb{R}, >)$ tel que $x \succ y \iff f(x) > f(y)$ si et seulement si $\succ$ est un ordre faible stricte.

Démonstration 0.1.

Preuve condition nécessaire, on montre $\neg Q \implies \neg P \equiv P \implies Q$

Asymétrie: Soient $x, y \in X$ tel que $x \succ y \implies f(x) < f(y) \implies \neg f(x) < f(y) \implies \neg y \succ x$ donc asymétrique.

Negativement transitive: Soient $x, y, z \in X$ tels que $\neg x \succ y \land \neg y \succ z \implies \neg f(x) > f(y) \land \neg(y) > f(z) \implies f(x) \leq f(y) \land f(y) \leq f(z) \implies f(x) \leq f(z) \implies \neg(x) > f(z) \implies \neg x \succ z$ Finalement negativement transitive.

Preuve condition suffisante, on montre $Q \implies P$, Soit $\succ$ un o.f.s sur X

Soit $x \in X$ on définit:$\curlyvee x = \{y \in X \mid x \succ y\}$

Soit $f(x) = Card(\curlyvee x)$ si $X = \mathbb{Z}$

$\square$