

Science Decision | CM: 8

Par Lorenzo

07 novembre 2024

Définition 0.1. Une **chaîne** est un ensemble d'éléments de X totalement ordonné

Définition 0.2. Une **antichaîne** si $\forall x, xRy \vee yRx \implies x = y$

Soit c le nombre minimal de chaînes pour partitionner X
Soit A une anti-chaîne de cardinal maximal a

Remarques 0.1. partition avec le plus grand nombre de chaînes : $\{\{a\}, \{b\}, \dots, \{g\}\}$

Proposition 0.1.

X ensemble partiellement ordonné par R .

Le nombre d'éléments d'une antichaîne de cardinal maximal (a) est égale au nombre minimum de chaînes pour partitionner X .

Démonstration 0.1.

Preuve par récurrence sur $|x|$

Init. $|x| = 1$

X est une chaîne et une antichaîne $a = 1$

on partitionne X en 1 chaîne $c = a = 1$

here. Suppose que ça marche pour tous jusqu'à n

2 cas:

(a) si X contient une antichaîne de cardinal a contenant au moins un élément non minimal et au moins un élément maximal

(b) si X contient une antichaîne de cardinal a contenant que des éléments maximaux ou minimaux

(a) Soient $H = \{x \in X | \exists z \in A, xRz\}$ et $B = \{x \in X | \exists z \in A, zRx\}$

du fait de (a) $\exists w \in A$ non maximal implique $\exists y \in X, yRw$ et $y \notin B$ donc $|B| \leq n - 1$
donc B peut être partitionné en a chaînes

□