Discrete Et Geometrique | CM: 4

Par Lorenzo

18 février 2025

1 Fondement de la théorie des probabilités - cas de l'univers fini

La théorie des probabilités est une science appliquée, qui doit être modélisé et se servir d'appareil mathématique.

Un modèle probabiliste introduit:

- Ω - l'univers
- événements
- probabilité

Définition 1.1. Ω *"l'univers" est l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire.*

Remarques 1.1. *L'introduction de* Ω *est un choix du modélisateur.*

Example 1.1.

1. *On lance un dé:* $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
2. *On lance deux dés distinguables:* $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$.

Définition 1.2. *Un événement est un sous-ensemble de* Ω. *On note* $\mathcal{P}(\Omega)$ *l'ensemble des parties de* Ω.

Remarques 1.2.

- $\Omega \subset \Omega$ *est appelé l'événement certain.*
- $\emptyset \subset \Omega$ *est appelé l'événement impossible.*

Example 1.2.

- *On lance un dé:* $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. $A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$ *est la modélisation est "le dé a montré un nombre pair de points".*
- *On lance deux dés distinguables:* $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$. $A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2$ Ω *est la modélisation est "la somme des points est égale à 7".* $B = \{(2, 1), (2, 2), \dots (4, 1), (4, 2), \dots,$ Ω *est la modélisation est "le premier dé a montré un nombre pair de points".*

Définition 1.3. *Une probabilité est une fonction* $P : \mathcal{P}(\Omega) \to [0, 1]$ *telle que:*

1. $P(\Omega) = 1$
2. $\forall (A, B) \subset \Omega^2, A \cap B = \emptyset \implies P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

3. $A \neq \emptyset \implies P(A) \neq 0$

Proposition 1.1.

Dans les conditions de la définition $P(\emptyset) = 0$.

Démonstration 1.1.

Posons $A = \Omega$ *et* $B = \emptyset$ *alors* $A, B \subset \Omega, A \cap B = \emptyset$. *Donc* $P(\Omega \cup \emptyset) = P(\Omega) + P(\emptyset) = 1 + 0 = 1$. *Donc* $P(\emptyset) = 0$.

$\square$