Science Decision | CM: 5

Par Lorenzo

03 octobre 2024

Soit $x \in X$ l'ensemble $\{y \in X \mid xRy\}$ est appelé classe d'équivalence de x notée C_x.

Example 0.1. *"=" sur* $\mathbb{N}$

- $\forall a \in \mathbb{N}, a = a$ *(Réflexive)*
- $\forall a, b \in \mathbb{N}, a = b \implies b = a$ *(Symétrique)*
- $\forall a, b, c \in \mathbb{N}, a = b \wedge b = c \implies a = c$ *(Transitive)*
  "=" est une relation d'équivalence sur $\mathbb{N}$
  $C_2 = \{y \in \mathbb{N}, 2 = y\} = \{2\}$

$\{C_x \mid x \in X\}$ est l'ensemble quotient de X par R noté X/R.

Proposition 0.1.

Soit R une relation d'équivalence sur X, X/R forme une partition de X, i.e.

- $\forall x, y \in X, C_x \cap C_y = \emptyset$ *ou* $C_x = C_y$
- $X = \bigcup_{x \in X} C_x$

Démonstration 0.1.

Nous allons montrer que
$\forall x, y \in X,\ xRy \implies C_x = C_y$
$\forall x, y \in X,\ \neg xRy \implies C_x \cap C_y = \emptyset$
Soient $x, y \in X$
so xRy *soit* $z \in C_x$ *alors* xRz

□

Remarques 0.1. *Pour une relation binaire il est toujours vrai que* $\forall x, y \in X, xRy \vee \neg xRy$