

Algebre Lineaire | CM: 5

Par Lorenzo

07 février 2025

1 Espaces vectoriels

1.1 Espace vectoriel

Définition 1.1. *Étant donné deux ensembles E et \mathbb{K} , toute application de $\mathbb{K} \times E$ dans E s'appelle loi de composition externe sur E (à domaine opérateur \mathbb{K}).*

Définition 1.2. *On dit qu'un ensemble E est un espace vectoriel sur un corps \mathbb{K} s'il est muni d'une loi interne notée $+$ et d'une loi externe notée \bullet de $\mathbb{K} \times E$ dans E .*

$(\lambda, u) \mapsto \lambda \bullet u$ telles que:

1. $(E, +)$ est un groupe commutatif.

2. $\forall (\lambda, \mu) \in \mathbb{K}^2, \forall (u, v) \in E^2$, on a:

(a) $(\lambda + \mu) \bullet u = \lambda \bullet u + \mu u$

(b) $\lambda \bullet (u + v) = \lambda \bullet u + \lambda \bullet v$

(c) $\lambda \bullet (\mu \bullet u) = (\lambda\mu) \bullet u$

(d) $1 \bullet u = u$ ($1 \in \mathbb{K}$)

Les éléments de E sont appelés vecteurs et les éléments de \mathbb{K} sont appelés scalaires. E est \mathbb{K} -espace vectoriel.

Définition 1.3. 1. *La commutativité de $(E, +)$ découle des autres axiomes d'espace vectoriel.*

2. *L'espace vectoriel nul est $E = \{0_e\}$.*