# Formelsammlung für Alles

Matthias Springstein

7. Dezember 2010

# Inhaltsverzeichnis


**1 Mathe** **5**
1.1 Grundlagen . . . 5
1.1.1 Mengen . . . 5
1.1.2 Intervalle . . . 5
1.1.3 Rechnengesetze . . . 5
1.1.4 Bruchrechnung . . . 6
1.1.5 Potenzen . . . 6
1.1.6 Wurzeln . . . 6
1.1.7 Logarithmen . . . 6
1.1.8 Winkelfunktionen . . . 7
1.1.9 Fakultät . . . 8
1.1.10 Binomischer Lehrsatz . . . 8
1.1.11 Grenzwertberechnung . . . 9
1.1.12 Reihen . . . 9
1.1.13 Koordinatensystem . . . 10
1.2 Gleichungen . . . 10
1.2.1 Gleichungen $n$-ten Grades . . . 10
1.2.2 Lineare Gleichungen . . . 10
1.2.3 Quadratische Gleichungen . . . 10
1.2.4 Biquadratische Gleichungen . . . 11
1.2.5 Gleichungen höheren Grades . . . 11
1.2.6 Wurzelgleichung . . . 11
1.2.7 Ungleichungen . . . 11
1.2.8 Betragsgleichungen . . . 11
1.2.9 Interpolationspolynome . . . 12
1.3 Differntialrechnung . . . 12

**2 Physik** **15**
2.1 Kinematik . . . 15
2.1.1 Geradlinige Bewegungen(Translation) . . . 15
2.1.2 Kreisbewegungen(Rotation) . . . 15
2.2 Dynamik . . . 16
2.2.1 Geradlinig(Translation) . . . 16
2.2.2 Drehbewegung(Rotation) . . . 16
2.2.3 Schiefe Ebene . . . 17
2.2.4 Reibung . . . 17
2.2.5 Feder . . . 17
2.2.6 Elastischer Stoß . . . 17
2.2.7 Unelastischer Stoß . . . 17
2.2.8 Drehimpulse . . . 18
2.2.9 Rotierendes Bezugssystem . . . 18
2.2.10 Schwerpunkt . . . 18
2.2.11 Trägheitsmoment . . . 19
2.2.12 Elastizitätslehre . . . 19

**3 Elektrotechnik** **21**
3.1 Grundgrößen . . . 21
3.2 Lineare Quellen . . . 22
3.3 Kirchhoffsche Gesetze . . . 22

# 1 Mathe

## 1.1 Grundlagen

### 1.1.1 Mengen

#### Mengen Darstellung

| Schreibweise | Bedeutung |
|---|---|
| $a \in M$ : | a ist ein Element von M |
| $a \notin M$ : | a ist kein Element von M |
| $M = \{x \vert x$ Eigenschaften,...$\}$ | Beschreibende Darstellung |
| $M = \{a_1, a_2 \ldots, a_n\}$ | Aufzählende Darstellung(endlich) |
| $M = \{a_1, a_2 \ldots\}$ | Aufzählende Darstellung(unendlich) |
| $M = \{\}$ | Leere Menge |
| $A \subset B$ | A ist eine *Teilmenge* von B. A heißt *Untermenge* und B *Obermenge* |
| $A = B$ | A und B sind gleich, d.h. jedes Element von A ist auch in B vorhanden und umgekehrt |

#### Mengen Operationen

| Schreibweise | Bedeutung |
|---|---|
| $A \cap B = \{x \vert x \in A$ und $x \in B$ | *Schnittmenge* zweier Mengen |
| $A \cup B = \{x \vert x \in A$ oder $x \in B\}$ | *Vereinigungsmenge* zweier Mengen |
| $A \setminus B = \{x \vert x \in A$ und $x \notin B\}$ | *Differenz- oder Restmenge* zweier Mengen |

### 1.1.2 Intervalle

| Beispiel | Beschreibung |
|---|---|
| $[a, b] = x \vert a \leq x \leq b$ | abgeschlossene Intervalle |
| $[a, b) = x \vert a \leq x < b$ | halboffene Intervall |
| $(a, b] = x \vert a < x \leq b$ | halboffene Intervall |
| $(a, b) = x \vert a < x < b$ | offenes Intervall |

### 1.1.3 Rechnengesetze

#### Operationen mit Natürlichen Zahlen

| Beispiel | Beschreibung |
|---|---|
| $$\begin{aligned} 60 &= 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \\ 70 &= 2^3 \cdot 3^2 \\ \text{ggt} &= 2^2 \cdot 3^1 \end{aligned}$$ | Zerlegung der Faktoren in ihre Primfaktoren und dann bildet man das Produkt aus denn höchsten Potenzen die alle Faktoren gemeinsam haben. |
| $$\begin{aligned} 60 &= 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \\ 70 &= 2^3 \cdot 3^2 \\ \text{kgV} &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \end{aligned}$$ | Zerlegung der Faktoren in ihre Primfaktoren und dann bildet man das Produkt aus denn höchsten Potenzen die in mindestens einen Faktoren auftreten. |

#### Kommutativgesetz

$$\begin{aligned} a + b &= b + a \\ a \cdot b &= b \cdot a \end{aligned} \tag{1.1}$$

#### Assoziativgesetz

$$\begin{aligned} a + (b + c) &= (a + b) + c \\ a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c \end{aligned} \tag{1.2}$$

#### Distributivgesetz

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \tag{1.3}$$

### 1.1.4 Bruchrechnung

Ein Bruch $a/b$ heißt *echte*, wenn $|a| < |b|$ ist, sonst *unecht*.

#### Addition und Subtraktion zweier Brüche

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d} \tag{1.4}$$

#### Multiplikation zweier Brüche

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \tag{1.5}$$

#### Division zweier Brüche

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \tag{1.6}$$

### 1.1.5 Potenzen

Eine Potenz $a^n$ ist ein Produkt aus n gleichen Faktoren a:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \ldots a \tag{1.7}$$

$a:$ Basis $n:$ Exponent

#### Rechenregeln

$$a^m * a^n = a^{m+n} \tag{1.8a}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \tag{1.8b}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \tag{1.8c}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \tag{1.8d}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \tag{1.8e}$$

### 1.1.6 Wurzeln

Wurzelziehen ist die Umkehrfunktion des Potenzieren

$$\sqrt[n]{a} = a^{\left(\frac{1}{n}\right)} \tag{1.9}$$

$a:$ Radikand $n:$ Wurzelexponent

#### Rechenregeln

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)} \tag{1.10a}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{m \cdot n}} = \sqrt[m \cdot n]{a} \tag{1.10b}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \tag{1.10c}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \tag{1.10d}$$

### 1.1.7 Logarithmen

Logarthmus ist das eindeutige lösen der Gleichung $r = a^x$ zur Lösung $x$.

$$x = \log_a r \tag{1.11}$$

$a$ : Basis $(a > 0, a \neq 1)$ $r$ : Numerus $(r > 0)$

#### Rechenregeln

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} \tag{1.12a}$$

$$\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v \tag{1.12b}$$

$$\log_a \left(\frac{u}{v}\right) = log_a u - \log_a v \tag{1.12c}$$

$$\log_a \left(u^k\right) = k \cdot \log_a u \tag{1.12d}$$

$$\log_a \sqrt[n]{u} = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \log_a u \tag{1.12e}$$

#### Basiswechsel

$$\log_b r = \frac{\log_a r}{\log_a b} = \frac{1}{\log_a b} \cdot \log_a r = K \cdot \log_a r \tag{1.13}$$

Beim Basiswechsel von $a \to b$ werden die Logarithmen mit einer Konstanten K multipliziert.

$$\lg \to \ln \Rightarrow K = 2,3026 \tag{1.14}$$

$$\ln \to \lg \Rightarrow K = 0,4343 \tag{1.15}$$

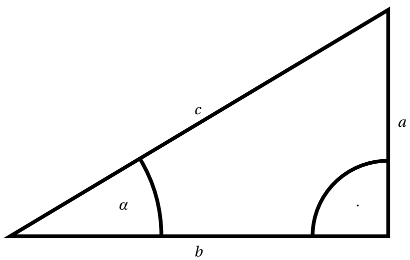
### 1.1.8 Winkelfunktionen

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \tag{1.16}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \tag{1.17}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} \tag{1.18}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} \tag{1.19}$$




#### Rechenregeln

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \tag{1.20}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cot x} \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\tan x} \tag{1.21}$$

#### Trigonometrischer Pythagoras

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \tag{1.22}$$

#### Addition von Winkeln

$$\sin(x_1 \pm x_2) = \sin x_1 \cdot \cos x_2 \pm \cos x_1 \cdot \sin x_2 \tag{1.23a}$$

$$\cos(x_1 \pm x_2) = \cos x_1 \cdot \cos x_2 \mp \sin x_1 \cdot \sin x_2 \tag{1.23b}$$

$$\tan(x_1 \pm x_2) = \frac{\tan x_1 \pm \tan x_2}{1 \mp \tan x_1 \cdot \tan x_2} \tag{1.23c}$$

$$\cot(x_1 \pm x_2) = \frac{\cot x_1 \cdot \cot x_2 \mp 1}{\cot x_2 \pm \cot x_1} \tag{1.23d}$$

**Multiplikation von Winkeln**

$$\sin x_1 \cdot \sin x_2 = \frac{1}{2} \cdot (\cos(x_1 - x_2) - \cos(x_1 + x_2)) \tag{1.24a}$$

$$\cos x_1 \cdot \cos x_2 = \frac{1}{2} \cdot (\cos(x_1 - x_2) + \cos(x_1 + x_2)) \tag{1.24b}$$

$$\sin x_1 \cdot \cos x_2 = \frac{1}{2} \cdot (\sin(x_1 - x_2) + \sin(x_1 + x_2)) \tag{1.24c}$$

$$\tan x_1 \cdot \tan x_2 = \frac{\tan x_1 + \tan x_2}{\cot x_1 + \cot x_2} \tag{1.24d}$$

**Umrechnung Grad- ⇒ Bogenmaß**

$$x = \frac{\pi}{180°} \cdot \alpha \tag{1.25}$$

**Umrechnung Bogen- ⇒ Gradmaß**

$$\alpha = \frac{180°}{\pi} \cdot x \tag{1.26}$$

Für weitere Winkelformeln siehe Papula Formelsammlung Seite 90-102.

### 1.1.9 Fakultät

$n!$ ist definitionsgemäß das Produkt aus denn ersten $n$ Faktoren

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (n-1) \cdot n = \prod_{k=1}^{n} k \quad (n \in \mathbb{N}) \tag{1.27}$$

**Vorsicht bei $0$ Fakultät**

$$0! = 1 \tag{1.28}$$

### 1.1.10 Binomischer Lehrsatz

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} a^1 \cdot b^{n-1} + b^n \tag{1.29}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k \tag{1.30}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k \cdot b^{n-k} \tag{1.31}$$

Der *Binomialkoeffizienten* mit den Koeffizienten $\binom{n}{k}$ wird *$n$ über $k$* gelesen.

**Bildungsgesetz**

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-(k-1))}{k!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \tag{1.32}$$

**Rechenregel**

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \tag{1.33a}$$

$$\binom{n}{k} = 0 \text{ für } k > n \tag{1.33b}$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \tag{1.33c}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \tag{1.33d}$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \tag{1.33e}$$

### Ersten Binomischen Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2 \tag{1.34}$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + b^3 \tag{1.35}$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4\cdot a^3\cdot b + 6\cdot a^2\cdot b^2 + 4\cdot a\cdot b^3 + b^4 \tag{1.36}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2 \tag{1.37}$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 - b^3 \tag{1.38}$$
$$(a-b)^4 = a^4 - 4\cdot a^3\cdot b + 6\cdot a^2\cdot b^2 - 4\cdot a\cdot b^3 + b^4 \tag{1.39}$$

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2 \tag{1.40}$$

## 1.1.11 Grenzwertberechnung

### Rechenregeln

$$\lim_{x\to x_0} C\cdot f(x) = C\cdot\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\right) \tag{1.41a}$$
$$\lim_{x\to x_0} \left(f(x)\pm g(x)\right) = \lim_{x\to x_0} f(x) \pm \lim_{x\to x_0} g(x) \tag{1.41b}$$
$$\lim_{x\to x_0} \left(f(x)\cdot g(x)\right) = \left(\lim_{x\to x_0} f(x)\right)\cdot\left(\lim_{x\to x_0} g(x)\right) \tag{1.41c}$$
$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to x_0} f(x)}{\lim_{x\to x_0} g(x)} \tag{1.41d}$$
$$\lim_{x\to x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to x_0} f(x)} \tag{1.41e}$$
$$\lim_{x\to x_0} \left(f(x)\right)^n = \left(\lim_{x\to x_0} f(x)\right)^n \tag{1.41f}$$
$$\lim_{x\to x_0} \left(a^{f(x)}\right) = a^{\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\right)} \tag{1.41g}$$
$$\lim_{x\to x_0} \left(\log_a f(x)\right) = \log_a\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\right) \tag{1.41h}$$

### Grenzwertregel von Bernoulli und de l‘Hospital

Diese Regel wird angewendet wenn das normale Ergebniss die Form $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ annimmt, was sonst eine beliebige Zahl darstellt.

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \tag{1.42}$$

### Berechnete Grenzwerte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x\to\infty} a^x = 0 \text{ für } |a| < 0 \tag{1.43}$$
$$\lim_{x\to\infty} \frac{a^x}{x!} = 0 \qquad \lim_{x\to\infty} a^x = 1 \text{ für } a = 1 \tag{1.44}$$
$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}a = 1 \text{ für } a > 0 \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x} = 1 \tag{1.45}$$
$$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \mathrm{e} \tag{1.46}$$

## 1.1.12 Reihen

### Arithmetische Reihen

$$a + (a+d) + (a+2\cdot d) + \ldots + (a+(n-1)\cdot d) = \frac{n}{2}(2\cdot a + (n-1)\cdot d) \tag{1.47}$$

$a$ : Anfangsglied $\quad a_n = a + (n-1)\cdot d$ : Endglied

**Geometrische Reihen**

$$a + a \cdot q + a \cdot q^2 + \ldots + a \cdot q^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} a \cdot q^{k-1} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} \tag{1.48}$$

$a$ : Anfangsglied $\quad a_n = a \cdot q^{n-1}$ : Endglied

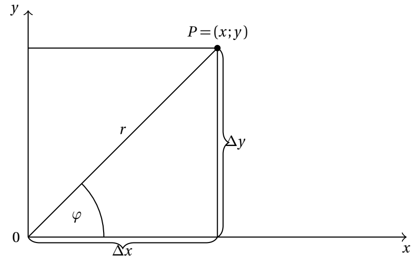
### 1.1.13 Koordinatensystem

**Kartesische Koordinaten**

0 : Ursprung, Nullpunkt
$x$ : Abzisse
$y$ : Ordinate

**Polar Koordinaten**

0 : Pol
$r$ : Abstand des Punktes P zum Punkt O
$\varphi$ : Winkel zwischen dem Strahl und der x Achse(*Polarachse*)




**Polarkoordinaten ⇒ Kartesische Koordinaten**

$$x = r \cdot \cos\varphi \qquad y = r \cdot \sin\varphi \tag{1.49}$$

**Kartesische Koordinaten ⇒ Polarkoordinaten**

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \tag{1.50}$$

**Koordinatentransformation(Parallelverschiebung)**

$$y = f(x) \Rightarrow \begin{matrix} x = u + a \\ y = v + b \end{matrix} \Rightarrow v = f(u + a) - b \tag{1.51}$$

$(a; b)$: Ursprung des neuen u,v Koordinatensystems, bezogen auf das alte x,y-System.

## 1.2 Gleichungen

### 1.2.1 Gleichungen *n*-ten Grades

$$a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot x + a_0 = 0 \quad (a_n \neq 0, a_k \in \mathbb{R}) \tag{1.52}$$

**Eigenschaften**

- Die Gleichung besitzen maximal $n$ reelle Lösungen.
- Es gibt genau $n$ komplexe Lösungen.
- Für ungerades $n$ gibt es mindestens eine reelle Lösung.
- Komplexe Lösungen treten immer Paarweise auf.
- Es existieren nur Lösungsformeln bis $n \leq 4$. Für $n > 4$ gibt es nur noch grafische oder numerische Lösungswege.
- Wenn eine Nullstelle bekannt ist kann man die Gleichung um einen Grad verringern, indem man denn zugehörigen Linearfaktor $x - x_1$ abspaltet(Polynome Division).

### 1.2.2 Lineare Gleichungen

$$a_1 \cdot x + a_0 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{a_0}{a_1} \quad (a_1 \neq 0) \tag{1.53}$$

### 1.2.3 Quadratische Gleichungen

$$a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0 \quad (a_2 \neq 0) \tag{1.54}$$

#### Normalform mit Lösung

$$x^2 + p \cdot x + q = 0 \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \tag{1.55}$$

#### Überprüfung (Vietascher Wurzelsatz)

$$x_1 + x_2 = -p \qquad x_1 \cdot x_2 = q \tag{1.56}$$

$x_1, x_2$ : Lösung der quadratischen Gleichung.

### 1.2.4 Biquadratische Gleichungen

Diese Gleichungen lassen sich mithilfe der Substitution lösen.

$$a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c = 0 \qquad u = x^2 \tag{1.57}$$

$$a \cdot u^2 + b \cdot u + c = 0 \qquad x = \pm\sqrt{u} \tag{1.58}$$

Das $u$ kann mithilfe der Lösungsformel einer quadratischen Gleichung gelöst werden.

### 1.2.5 Gleichungen höheren Grades

Gleichungen höheren Grades kann man durch graphische oder numerische Ansätze lösen. Hilfreich ist das finden einer Lösung und das abspalten eines Linearfaktor , mithilfe der Polynomendivision oder dem Hornor Schema,von der ursprünglichen Gleichung.

#### Polynomendivision

$$\frac{f(x)}{x - x_0} = \frac{a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0}{x - x_0} = b_2 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + b_0 + r(x) \tag{1.59}$$

$x_0$ ist dabei die erste gefunden Nullstelle. r(x) verschwindet wenn $x_0$ ein Nullstellen oder eine Lösung von f(x) ist.

$$r(x) = \frac{a_3 \cdot x_0^3 + a_2 \cdot x_0^2 + a_1 \cdot x_0 + a_0}{x - x_0} = \frac{f(x_0)}{x - x_0} \tag{1.60}$$

#### Hornor-Schema

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_0$ |
| $x_0$ | | $a_3 \cdot x_0$ | $(a_2 + a_3 \cdot x_0) \cdot x_0$ | $(a_1 + a_2 \cdot x_0 + a_3 \cdot x_0^2) \cdot x_0$ |
| | $a_3$ | $a_2 + a_3 \cdot x_0$ | $a_1 + a_2 \cdot x_0 + a_3 \cdot x_0^2$ | $a_0 + a_1 \cdot x_0 + a_2 \cdot x_0^2 + a_3 \cdot x_0^3$ |
| | $b_2$ | $b_1$ | $b_0$ | $f(x_0)$ |

### 1.2.6 Wurzelgleichung

Wurzelgleichungen löst man durch quadrieren oder mit hilfe von Substitution. Bei Wurzelgleichung ist zu beachten das quadrieren keine Aquivalente Umformung ist und das Ergebniss überprüft werden muss.

### 1.2.7 Ungleichungen

- Beidseitiges Subtrahieren oder Addieren ist möglich
- Die Ungleichung darf mit einer beliebige positiven Zahl multipliziert oder dividiert werden
- Die Ungleichung darf mit einer beliebige negativen Zahl multipliziert oder dividiert werden, wenn man gleichzeitig das Relationszeichen umdreht.

### 1.2.8 Betragsgleichungen

Betragsgleichungen löst man mithilfe der Fallunterscheidung. Dabei wird einmal davon ausgegangen das der Term inerhalb des Betrags einmal positiv und einmal negativen sein kann.

$$y = |x| = \left\{\begin{matrix} x & \text{für} & x \geq 0 \\ -x & & x < 0 \end{matrix}\right\} \tag{1.61}$$

### 1.2.9 Interpolationspolynome

Entwicklung einer Polynomefunktion anhand von $n+1$ Kurvenpunkten.

**1. Möglichkeit** Aufstellen von $n+1$ Gleichungen und ermitteln der Kurvenfunktion mithilfe des Gaußen Algorithmus.
**2. Möglichkeit** Interpolationspolynome von Newton

#### Interpolationspolynome von Newton

Gegeben sind die Punkte $P_0 = (x_0; y_0)$, $P_1 = (x_1; y_1)$, $P_2 = (x_2; y_2)$, ..., $P_n = (x_n; y_n)$, damit lautet die Funktion wie folgt:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cdot (x - x_0) + a_2 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \tag{1.62}$$
$$+ a_3 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \tag{1.63}$$
$$+ \ldots \tag{1.64}$$
$$+ a_n \cdot (x - x_0) \cdot \ldots \cdot (x - x_{n-1}) \tag{1.65}$$

Die Koeffizienten$a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ lassen sich mithilfe des Differentenshema berechnen. Dabei ist $y_0 = a_0$, $[x_0, x_1] = a_1$, $[x_0, x_1, x_2] = a_2$ usw.

#### Differentenshema

| k | $x_k$ | $y_k$ | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_0$ | $y_0$ | | | | |
| | | | $[x_0, x_1]$ | | | |
| 1 | $x_1$ | $y_1$ | | $[x_0, x_1, x_2]$ | | |
| | | | $[x_1, x_2]$ | | $[x_0, x_1, x_2, x_3]$ | |
| 2 | $x_2$ | $y_2$ | | $[x_1, x_2, x_3]$ | | ... |
| | | | $[x_2, x_3]$ | | $[x_1, x_2, x_3, x_4]$ | |
| 3 | $x_3$ | $y_3$ | | $[x_2, x_3, x_4]$ | | ... |
| | | | ... | | ... | |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | | | | |
| $n$ | $x_n$ | $y_n$ | | | | |

#### Rechenregel für dividierte Differenzen

$$\begin{aligned} &= \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} \\ [x_1, x_2] &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ &\vdots \end{aligned} \tag{1.66}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{[x_0, x_1] - [x_1, x_2]}{x_0 - x_2} \\ [x_1, x_2, x_3] &= \frac{[x_1, x_2] - [x_2, x_3]}{x_1 - x_3} \\ &\vdots \end{aligned} \tag{1.67}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{[x_0, x_1, x_2] - [x_1, x_2, x_3]}{x_0 - x_2} \\ [x_1, x_2, x_3, x_4] &= \frac{[x_1, x_2, x_3] - [x_2, x_3, x_4]}{x_1 - x_3} \\ &\vdots \end{aligned} \tag{1.68}$$

## 1.3 Differntialrechnung

**Potenzfunktion**

$$x^n \qquad n \cdot x^{n-1} \tag{1.69}$$

**Exponentialfunktionen**

$$e^x \qquad e^x \tag{1.70}$$
$$a^x \qquad \ln a \cdot a^x \tag{1.71}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Logarithmusfunktionen** | $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ | (1.72) |
| | $\log_a x$ | $\frac{1}{(\ln a)\cdot x}$ | (1.73) |
| **Trigonometrische Funktionen** | $\sin x$ | $\cos x$ | (1.74) |
| | $\cos x$ | $-\sin x$ | (1.75) |
| | $\tan x$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$ | (1.76) |
| | $\tan x$ | $1+\tan^2 x$ | (1.77) |
| **Arcusfunktionen** | $\arcsin x$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | (1.78) |
| | $\arccos x$ | $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ | (1.79) |
| | $\arctan x$ | $\frac{1}{1-x^2}$ | (1.80) |
| **Hyperbelfunktionen** | $\sinh x$ | $\cosh x$ | (1.81) |
| | $\cosh x$ | $\sinh x$ | (1.82) |
| | $\tanh x$ | $\frac{1}{\cosh^2 x}$ | (1.83) |
| | $\tanh x$ | $1+\tanh^2 x$ | (1.84) |
| **Faktorregel** | $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(C\cdot f(x)) = C\cdot f'(x)$ | | (1.85) |
| **Summenregel** | $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(g(x)+f(x)) = g'(x)+f'(x)$ | | (1.86) |
| **Produktregel** | $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(g(x)\cdot f(x)) = g'(x)\cdot f(x)+g(x)\cdot f'(x)$ | | (1.87) |
| | $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(h(x)\cdot g(x)\cdot f(x)) = h'\cdot g\cdot f+h\cdot g'\cdot f+h\cdot g\cdot f'$ | | (1.88) |
| **Quotientenregel** | $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right) = \frac{g'(x)\cdot f(x)-g(x)\cdot f'(x)}{f(x)^2}$ | | (1.89) |
| **Kettenregel** | $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(g'(x)\cdot f(x)\right) =$ | | (1.90) |

# 2 Physik

## 2.1 Kinematik

### 2.1.1 Geradlinige Bewegungen(Translation)

$$a(t) = a_0 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v} = \ddot{s} \tag{2.1}$$

$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0 = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s} \tag{2.2}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 \tag{2.3}$$

### 2.1.2 Kreisbewegungen(Rotation)

Winkelgrößen

$$\alpha(t) = \alpha_0 = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi} \tag{2.4}$$

$$\omega(t) = \alpha_0 \cdot t + \omega_0 = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \dot{\varphi} \tag{2.5}$$

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \alpha_0 \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0 \tag{2.6}$$

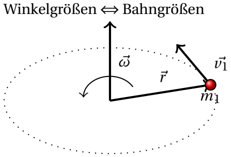
Bahngrößen

$$a_t(t) = a_0 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v} = \ddot{s} \tag{2.7}$$

$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0 = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s} \tag{2.8}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 \tag{2.9}$$

Umrechnung
Winkelgrößen ⇔ Bahngrößen




$$a_t = \alpha \cdot r \tag{2.10}$$

$$\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r} \tag{2.11}$$

$$\vec{\alpha} = \vec{r} \times \vec{a}_t \tag{2.12}$$

$$v = \omega \cdot r \tag{2.13}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{2.14}$$

$$\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{v} \tag{2.15}$$

$$s = \varphi \cdot r \tag{2.16}$$

Winkelgeschwindigkeit,
Kreisfrequenz

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \tag{2.17}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot n \tag{2.18}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot f \tag{2.19}$$

Bahngeschwindigkeit

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \tag{2.20}$$

$$= \omega \cdot r \tag{2.21}$$

Radialbeschleunigung

$$a_r = \frac{v^2}{r} \tag{2.22}$$

$$= v \cdot \omega \tag{2.23}$$

$$= \omega^2 \cdot r \tag{2.24}$$

Umdrehungen

$$N = \frac{\omega_0 \cdot t}{2 \cdot \pi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{2 \cdot \pi} \cdot t^2 \tag{2.25}$$
$$= n_0 \cdot t + \frac{\alpha}{4 \cdot \pi} \cdot t^2 \tag{2.26}$$

## 2.2 Dynamik

### 2.2.1 Geradlinig(Translation)

Kraft

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{2.27}$$
$$\vec{F}_{\mathrm{Tr}} = -m \cdot \vec{a} \tag{2.28}$$

Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \tag{2.29}$$

Kraftstoß

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \vec{v} \cdot \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{2.30}$$
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{\vec{p}_2}^{\vec{p}_1} \mathrm{d}p = \int_0^t \vec{F}\,\mathrm{d}t \tag{2.31}$$

Arbeit

$$W = -\int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{F}_{\mathrm{Tr}} \circ \mathrm{d}\vec{s} \tag{2.32}$$
$$= \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}_1} m\,\vec{v} \circ \mathrm{d}\vec{v} = \frac{1}{2}\,m\left(v_1^2 - v_0^2\right) \tag{2.33}$$

kin. Energie

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \tag{2.34}$$

Hubarbeit

$$W_{\mathrm{hub}} = m\,g\,h \tag{2.35}$$

Leistung

$$P = \vec{F} \circ \vec{v} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \dot{W} \tag{2.36}$$

### 2.2.2 Drehbewegung(Rotation)

Massenträgheitsmoment

$$J = m \cdot r^2 \tag{2.37}$$

Drehimpuls

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{2.38}$$
$$= J \cdot \vec{\omega} \tag{2.39}$$

Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = J\vec{\alpha} = \dot{\vec{L}} \tag{2.40}$$

kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\,J\omega^2 \tag{2.41}$$

Arbeit

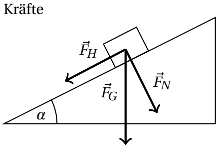
$$\Delta W = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \vec{M} \circ e_{\vec{\omega}}\,\mathrm{d}\varphi = \int_{\vec{\omega}_0}^{\vec{\omega}_1} J\vec{\omega}\,\mathrm{d}\vec{\omega} \tag{2.42}$$
$$= \frac{1}{2}\,J\left(\omega_1^2 - \omega_0^2\right) \tag{2.43}$$

Zentripedalkraft

$$F_{zp} = -m \cdot \omega^2 \cdot r \tag{2.44}$$
$$= -m \cdot v^2 \cdot \frac{\vec{e_r}}{r} \tag{2.45}$$

### 2.2.3 Schiefe Ebene

Kräfte




$$\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos\alpha \tag{2.46}$$
$$\vec{F}_H = \vec{F}_G \sin\alpha \tag{2.47}$$

### 2.2.4 Reibung

Reibungskräfte

$$F_R = \mu \cdot F_N \tag{2.48}$$

### 2.2.5 Feder

Hookesches Gesetz
$k$=$D$:Federkonstante,Richtgröße

$$F = -kx = Dx \tag{2.49}$$
$$M = D\varphi \tag{2.50}$$

Spannungsenergie

$$W = \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} F \, \mathrm{d}x = \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} kx \, \mathrm{d}x \tag{2.51}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(x_{\text{max}}^2 - x_{\text{min}}^2\right) \tag{2.52}$$

### 2.2.6 Elastischer Stoß

Energieerhaltung

Energie vor den Stoß = Energie nach den Stoß

$$\sum E_{\text{kin}} = \sum E'_{\text{kin}} \tag{2.53}$$

Impulserhaltung

Impuls vor den Stoß = Impuls nach den Stoß

$$\sum m\vec{v} = \sum m\vec{v}' \tag{2.54}$$

Zentraler, elastischer Stoß
(Energie und Impuls)

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \tag{2.55}$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{2.56}$$

Zentraler, elastischer Stoß
(Geschwindigkeit nach dem Stoß)

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \tag{2.57}$$
$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \tag{2.58}$$

### 2.2.7 Unelastischer Stoß

Energieerhaltung

Energie vor den Stoß = Energie nach den Stoß + Arbeit

$$\sum E_{\text{kin}} = \sum E'_{\text{kin}} + \Delta W \tag{2.59}$$

Impulserhaltung

Impuls vor den Stoß = Impuls nach den Stoß

$$\sum m\vec{v} = \sum m\vec{v}' \tag{2.60}$$

Total unelastischer Stoß
(Energie und Impuls)

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v'^2 + \Delta W \tag{2.61}$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1+m_2)v' \tag{2.62}$$

Zentraler, elastischer Stoß
(Geschwindigkeit nach dem Stoß und Energieverlust)

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v2}{m_1+m_2} \tag{2.63}$$
$$\Delta W = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1 - v_2)^2 \tag{2.64}$$

### 2.2.8 Drehimpulse

Drehimpulserhaltungssatz

$$\text{Drehinpuls zur Zeit 1} = \text{Drehimpuls zur Zeit 2} \tag{2.65}$$
$$\sum \vec{L} = \sum \vec{L}' \tag{2.66}$$

Kupplung Zweier Drehkörper
(Winkelgeschwindigkeit nach dem Kuppeln und Energieverlust)

$$\vec{\omega}' = \frac{J_0\vec{\omega_0} + J_1\vec{\omega_1}}{J_1+J_2} \tag{2.67}$$
$$\Delta W = \frac{J_0 \cdot J_1}{2(J_0+J_1)}(\omega_0 - \omega_1)^2 \tag{2.68}$$

### 2.2.9 Rotierendes Bezugssystem

Zentrifugalkraft

$$\vec{F_Z} = F_r \cdot \vec{e}_r = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -m\vec{\omega} \times \vec{v} \tag{2.69}$$
$$F_Z = -m\frac{v^2}{r} = -m\omega^2 r \tag{2.70}$$

Corioliskraft

$$\vec{F_C} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v} \tag{2.71}$$

### 2.2.10 Schwerpunkt

Schwerpunkt mehrere Punktmassen

$$\vec{r}_{\mathrm{Sp}} = \frac{\sum \vec{r}_i m_i}{\sum m_i} \tag{2.72}$$

Allgemein Schwerpunkt

$$\vec{r}_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} \tag{2.73}$$

Schwerpunkt (Kartesische)

$$x_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z\int_y\int_x x\rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{\int_z\int_y\int_x \rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} \tag{2.74}$$
$$y_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z\int_y\int_x y\rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{\int_z\int_y\int_x \rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} \tag{2.75}$$
$$z_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z\int_y\int_x z\rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{\int_z\int_y\int_x \rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} \tag{2.76}$$

Schwerpunkt (Zylinder)

$$r_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_\varphi \int_r r^2 \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z}{\int_z \int_\varphi \int_r r \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z} \tag{2.77}$$

$$\varphi_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_\varphi \int_r \varphi r \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z}{\int_z \int_\varphi \int_r r \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z} \tag{2.78}$$

$$z_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_\varphi \int_r z r \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z}{\int_z \int_\varphi \int_r r \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z} \tag{2.79}$$

$$x = r \cos\varphi \tag{2.80}$$

$$y = r \sin\varphi \tag{2.81}$$

$$z = z \tag{2.82}$$

### 2.2.11 Trägheitsmoment

Allgemein

$$J = \sum m_i r_i^2 \tag{2.83}$$

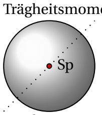
$$J = \int_m r^2 \, \mathrm{d}m \tag{2.84}$$

$$J = \int_z \int_\varphi \int_r r^3 \rho \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}z \tag{2.85}$$

Satz von Steiner
(Parallel Verschiebung der Achse)

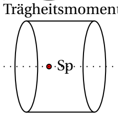
$$J_x = m r^2 + J_s \tag{2.86}$$

Trägheitsmoment Kugel




$$J_{\mathrm{Sp}} = \frac{2}{5} m r^2 \tag{2.87}$$

Trägheitsmoment Zylinder




$$J_{\mathrm{Sp}} = \frac{1}{2} m r^2 \tag{2.88}$$

Trägheitsmoment Kreisring

$$J_{\mathrm{Sp}} = m r^2 \tag{2.89}$$

Trägheitsmoment Stab

$$J_{\mathrm{Sp}} = \frac{1}{12} m l^2 \tag{2.90}$$

### 2.2.12 Elastizitätslehre

Spannung

$$\vec{\sigma} = \frac{\vec{F}_n}{A} \tag{2.91}$$

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l} \tag{2.92}$$

Drillung

$$\psi = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}l} = \frac{W_t}{G \cdot J_p} \tau \tag{2.93}$$

# 3 Elektrotechnik

## 3.1 Grundgrößen

Elementarladung

$$e \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \tag{3.1}$$

ele. Ladung

$$[Q] = 1C = 1As \tag{3.2}$$
$$Q = n \cdot e \tag{3.3}$$

ele. Strom

$$[I] = 1A \tag{3.4}$$
$$i(t) = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \tag{3.5}$$

ele. Stromdichte

$$[J] = 1\frac{A}{mm^2} \tag{3.6}$$
$$\vec{J} = \frac{I}{\vec{A}} \tag{3.7}$$

ele. Potenzial

$$[\varphi] = 1V = 1\frac{Nm}{As} = 1\frac{kgm^2}{As^3} \tag{3.8}$$
$$\varphi = \frac{W}{Q} \tag{3.9}$$

ele. Spannung

$$[U] = 1V \tag{3.10}$$
$$U_{AB} = \varphi_a - \varphi_b \tag{3.11}$$

ele. Widerstand

$$[R] = 1\Omega = 1\frac{V}{A} \tag{3.12}$$
$$R = \frac{U}{I} \tag{3.13}$$
$$= \rho\frac{l}{A} = \frac{1}{\kappa}\frac{l}{A} \tag{3.14}$$

ele. Leitwert

$$[G] = 1S = 1\frac{A}{V} \tag{3.15}$$
$$G = \frac{I}{U} \tag{3.16}$$
$$= \frac{1}{R} \tag{3.17}$$
$$= \kappa\frac{A}{l} = \frac{1}{\rho}\frac{A}{l} \tag{3.18}$$

Temperaturabhängigkeit von Widerstand

$$R_2 = R_1 \cdot \left(1 + \alpha(\vartheta_2 - \vartheta_1) + \beta(\vartheta_2 - \vartheta_1)^2\right) \tag{3.19}$$

Leistung

$$[P] = 1W = 1VA \tag{3.20}$$
$$P = u(t) \cdot i(t) \tag{3.21}$$

Mittlere Leistung

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t) \cdot i(t)\,\mathrm{d}t \tag{3.22}$$

## 3.2 Lineare Quellen

Lineare Spanungsquelle

$$U = U_q - R_i \cdot I \tag{3.23}$$

$$I_K = \frac{U_q}{R_i} \tag{3.24}$$

Lineare Stromquelle

$$I = I_q - \frac{U}{R_i} \tag{3.25}$$

$$U_l = I_q \cdot R_i \tag{3.26}$$

## 3.3 Kirchhoffsche Gesetze

Knotenpunktsatz

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \tag{3.27}$$

Maschensatz

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = 0 \tag{3.28}$$