1 Physik

1.1 Kinematik

1.1.1 Geradlinige Bewegungen(Translation)

$$a(t) = a_0 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v} = \ddot{s} \tag{1.1}$$

$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0 = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s} \tag{1.2}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 \tag{1.3}$$

1.1.2 Kreisbewegungen(Rotation)

Winkelgrößen

$[\alpha] = \mathrm{rad\,s^{-2}}$: Winkelbeschleunigung
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Winkelgeschwindigkeit
$[\varphi] = \mathrm{rad}$: Drehwinkel

$$\alpha(t) = \alpha_0 = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi} \tag{1.4}$$

$$\omega(t) = \alpha_0 \cdot t + \omega_0 = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \dot{\varphi} \tag{1.5}$$

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \alpha_0 \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0 \tag{1.6}$$

Bahngrößen

$[a_t] = \mathrm{m\,s^{-2}}$: Beschleunigung(tan)
$[v] = \mathrm{m\,s^{-1}}$: Geschwindugkeit
$[s] = \mathrm{m}$: Weg

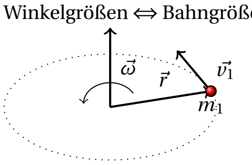
$$a_t(t) = a_0 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v} = \ddot{s} \tag{1.7}$$

$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0 = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s} \tag{1.8}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 \tag{1.9}$$

Umrechnung

Winkelgrößen $\Leftrightarrow$ Bahngrößen



$$\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r} \tag{1.10}$$

$$a_t = \alpha \cdot r \qquad \alpha \perp r \tag{1.11}$$

$$\vec{\alpha} = \vec{r} \times \vec{a}_t \tag{1.12}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{1.13}$$

$$v = \omega \cdot r \qquad \omega \perp r \tag{1.14}$$

$$\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{v} \tag{1.15}$$

$$s = \varphi \cdot r \tag{1.16}$$

Kreisfrequenz

$[T] = \mathrm{s}$: Periodendauer
$[n] = \mathrm{s^{-1}}$: Drehzahl
$[f] = \mathrm{Hz}$: Frequenz

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \tag{1.17}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot n \tag{1.18}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot f \tag{1.19}$$

Radialbeschleunigung

$[a_r] = \mathrm{m\,s^{-2}}$: Radialbeschleunigung

$$a_r = \frac{v^2}{r} \tag{1.20}$$

$$= v \cdot \omega \tag{1.21}$$

$$= \omega^2 \cdot r \tag{1.22}$$

Umdrehungen

$[N] = 1$: Umdrehungen

$$N = \frac{\omega_0 \cdot t}{2 \cdot \pi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{2 \cdot \pi} \cdot t^2 \tag{1.23}$$

$$= n_0 \cdot t + \frac{\alpha}{4 \cdot \pi} \cdot t^2 \tag{1.24}$$

1.2 Dynamik

1.2.1 Geradlinig(Translation)

Kraft

$[F] = \mathrm{N}$: Kraft
$[m] = \mathrm{kg}$: Masse

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{1.25}$$

$$\vec{F}_{\mathrm{Tr}} = -m \cdot \vec{a} \tag{1.26}$$

Impuls

$[p] = \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$: Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \tag{1.27}$$

Kraftstoß

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \vec{v} \cdot \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{1.28}$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{\vec{p}_2}^{\vec{p}_1} \mathrm{d}p = \int_0^t \vec{F}\,\mathrm{d}t \tag{1.29}$$

Arbeit

$[W] = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$: Arbeit

$$W = -\int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{F}_{\mathrm{Tr}} \circ \mathrm{d}\vec{s} \tag{1.30}$$

$$= \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}_1} m\,\vec{v} \circ \mathrm{d}\vec{v} = \frac{1}{2} m \left(v_1^2 - v_0^2\right) \tag{1.31}$$

kin. Energie

$[E] = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$: Energie

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 \tag{1.32}$$

Hubarbeit

$[g] = \mathrm{m\,s^{-2}}$: Fallbeschleunigung

$$W_{\mathrm{hub}} = m g h \tag{1.33}$$

Leistung

$[g] = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}}$: Leistung

$$P = \vec{F} \circ \vec{v} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \dot{W} \tag{1.34}$$

1.2.2 Drehbewegung(Rotation)

Massenträgheitsmoment

$[J] = \mathrm{kg\,m^2}$: Massenträgheitsmoment

$$J = \int r^2\,\mathrm{d}m \tag{1.35}$$

Drehimpuls

$[L] = \mathrm{kg\,m^2\,rad\,s^{-1}}$: Drehimpuls

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{1.36}$$

$$= J \cdot \vec{\omega} \tag{1.37}$$

Drehmoment

$[M] = \mathrm{N\,m}$: Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = J\vec{\alpha} = \dot{\vec{L}} \tag{1.38}$$

kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{1}{2} J \omega^2 \tag{1.39}$$

Arbeit

$$W = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \vec{M} \circ \vec{e_\omega}\,\mathrm{d}\varphi = \int_{\vec{\omega}_0}^{\vec{\omega}_1} J\vec{\omega}\,\mathrm{d}\vec{\omega} \tag{1.40}$$

$$= \frac{1}{2} J \left(\omega_1^2 - \omega_0^2\right) \tag{1.41}$$

Leistung

$$P = \vec{M} \circ \vec{\omega} \tag{1.42}$$

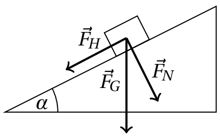
Zentripedalkraft

$$F_{zp} = -m \cdot \omega^2 \cdot r \tag{1.43}$$

$$= -m \cdot v^2 \cdot \frac{\vec{e_r}}{r} \tag{1.44}$$

1.2.3 Schiefe Ebene

Kräfte



$$\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos\alpha \tag{1.45}$$

$$\vec{F}_H = \vec{F}_G \sin\alpha \tag{1.46}$$

1.2.4 Reibung

Reibungskräfte

$[F_N] = \mathrm{N}$: Normalkraft
$[F_R] = \mathrm{N}$: Reibungskraft
$[\mu] = 1$: Reibungskoeffizient

$$F_R = \mu \cdot F_N \tag{1.47}$$

Rollreibung

$[F_N] = \mathrm{N}$: Normalkraft
$[f] = 1$: Rollreibungstahl
$[M] = 1$: Drehmoment
$[r] = \mathrm{m}$: Radius

$$M = f \cdot F_N \tag{1.48}$$
$$F_R = \frac{f}{r} \cdot F_N \tag{1.49}$$

1.2.5 Feder

Hookesches Gesetz

$[k] = \mathrm{N\,m^{-1}}$: Federkonstante
$[D] = \mathrm{N\,m\,rad^{-1}}$: Winkelrichtgröße

$$F = -kx \tag{1.50}$$
$$M = D\varphi \tag{1.51}$$

Spannungsenergie

$$W = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} F\,\mathrm{d}x = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} kx\,\mathrm{d}x \tag{1.52}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(x_{\max}^2 - x_{\min}^2\right) \tag{1.53}$$

1.2.6 Elastischer Stoß

Energieerhaltung

Energie vor den Stoß = Energie nach den Stoß
$$\sum E_{\mathrm{kin}} = \sum E'_{\mathrm{kin}} \tag{1.54}$$

Impulserhaltung

Impuls vor den Stoß = Impuls nach den Stoß
$$\sum m\vec{v} = \sum m\vec{v}' \tag{1.55}$$

Zentraler, elastischer Stoß

(Energie und Impuls)

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \tag{1.56}$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{1.57}$$

Zentraler, elastischer Stoß

(Geschwindigkeit nach dem Stoß)

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \tag{1.58}$$
$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \tag{1.59}$$

1.2.7 Unelastischer Stoß

Energieerhaltung

Energie vor den Stoß = Energie nach den Stoß + Arbeit
$$\sum E_{\mathrm{kin}} = \sum E'_{\mathrm{kin}} + \Delta W \tag{1.60}$$

Impulserhaltung

Impuls vor den Stoß = Impuls nach den Stoß
$$\sum m\vec{v} = \sum m\vec{v}' \tag{1.61}$$

Total unelastischer Stoß

(Energie und Impuls)

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 + \Delta W \tag{1.62}$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \tag{1.63}$$

Total unelastischer Stoß

(Geschwindigkeit nach dem Stoß)

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v2}{m_1 + m_2} \tag{1.64}$$

Total unelastischer Stoß

(Energieverlust)

$$\Delta W = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 \tag{1.65}$$

1.2.8 Drehimpulse

Drehimpulserhaltungssatz

Drehinpuls zur Zeit 1 = Drehimpuls zur Zeit 2 (1.66)
$$\sum \vec{L} = \sum \vec{L}' \tag{1.67}$$

Kupplung Zweier Drehkörper

(Winkelgeschwindigkeit nach dem Kuppeln und Energieverlust)

$$\vec{\omega}' = \frac{J_0 \vec{\omega}_0 + J_1 \vec{\omega}_1}{J_1 + J_2} \tag{1.68}$$
$$W = \frac{J_0 \cdot J_1}{2(J_0 + J_1)} (\omega_0 - \omega_1)^2 \tag{1.69}$$

1.2.9 Rotierendes Bezugssystem

Zentrifugalkraft

$$\vec{F}_Z = F_r \cdot \vec{e}_r = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -m\vec{\omega} \times \vec{v} \tag{1.70}$$

$$F_Z = -m\frac{v^2}{r} = -m\omega^2 r \tag{1.71}$$

Corioliskraft

$$\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \times \vec{v} \tag{1.72}$$

1.3 Schwerpunkt

Schwerpunkt mehrere Punktmassen

$$\vec{r}_{\mathrm{Sp}} = \frac{\sum \vec{r}_i m_i}{\sum m_i} \tag{1.73}$$

Allgemein Schwerpunkt

$$\vec{r}_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} \tag{1.74}$$

Schwerpunkt (Kartesische)

$[\rho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte

$$x_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_y \int_x x\rho \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{\int_z \int_y \int_x \rho \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} \tag{1.75}$$

$$y_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_y \int_x y\rho \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{\int_z \int_y \int_x \rho \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} \tag{1.76}$$

$$z_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_y \int_x z\rho \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z}{\int_z \int_y \int_x \rho \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} \tag{1.77}$$

Schwerpunkt (Zylinder)

$$r_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_\varphi \int_r r^2\rho \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z}{\int_z \int_\varphi \int_r r\rho \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z} \tag{1.78}$$

$$\varphi_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_\varphi \int_r \varphi r\rho \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z}{\int_z \int_\varphi \int_r r\rho \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z} \tag{1.79}$$

$$z_{\mathrm{Sp}} = \frac{\int_z \int_\varphi \int_r zr\rho \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z}{\int_z \int_\varphi \int_r r\rho \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z} \tag{1.80}$$

$$x = r\cos\varphi \tag{1.81}$$

$$y = r\sin\varphi \tag{1.82}$$

$$z = z \tag{1.83}$$

1.4 Trägheitsmoment

Allgemein

$[\rho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte
$[J] = \mathrm{kg\,m^2}$: Massenträgheitsmoment

$$J = \sum m_i r_i^2 \tag{1.84}$$

$$J = \int_m r^2\,\mathrm{d}m \tag{1.85}$$

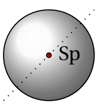
$$J = \int_z \int_\varphi \int_r r^3\rho\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z \tag{1.86}$$

Satz von Steiner

$[J_s] = \mathrm{kg\,m^2}$: Mtm am der alten Achse
$[J_x] = \mathrm{kg\,m^2}$: Mtm am der neuen Achse ($J_x \parallel J_s$)

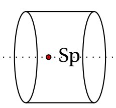
$$J_x = mr^2 + J_s \tag{1.87}$$

Trägheitsmoment Kugel



$$J_{\mathrm{Sp}} = \frac{2}{5}mr^2 \tag{1.88}$$

Trägheitsmoment Zylinder



$$J_{\mathrm{Sp}} = \frac{1}{2}mr^2 \tag{1.89}$$

Trägheitsmoment Kreisring

$$J_{\mathrm{Sp}} = mr^2 \tag{1.90}$$

Trägheitsmoment Stab

$$J_{\mathrm{Sp}} = \frac{1}{12} m l^2 \tag{1.91}$$

1.5 Elastizitätslehre

Spannung

$[\sigma] = \mathrm{N\,m^{-2}}$: Normalspannung
$[\tau] = \mathrm{N\,m^{-2}}$: Schubspannung
$[E] = \mathrm{N\,m^{-2}}$: Elastizitätsmodul
$[F_n] = \mathrm{N}$: Normalkraft ($\vec{F} \parallel \vec{A}$
$[\varepsilon] = 1$: Dehnung

$$\vec{\sigma} = \frac{\mathrm{d}\vec{F}_n}{\mathrm{d}A} \tag{1.92}$$

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l} \tag{1.93}$$

$$\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}\vec{F}_t}{\mathrm{d}A} \tag{1.94}$$

Schubmodul

$[G] = \mathrm{N\,m^{-2}}$: Schubmodul
$[\varphi] = \mathrm{rad}$: Scherwinkel

$$G = \frac{\tau}{\varphi} \tag{1.95}$$

Drillung

$[\psi] = \mathrm{rad\,m^{-1}}$: Drillung
$[\varphi] = \mathrm{rad}$: Torisionswinkel
$[l] = \mathrm{m}$: Länge des Drehkörpers
$[W_t] = \mathrm{m^3}$: Wiederstandsmoment

$$\psi = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}l} = \frac{W_t}{G\cdot J_p}\tau = \frac{M_t}{G\cdot J_p} \tag{1.96}$$

Polares Fläschenmoment

$\left[J_p\right] = \mathrm{m^4}$: Polares Fläschenmoment

$$J_p = \int r^2\,\mathrm{d}A = \int_\varphi\int_r r^3\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi \tag{1.97}$$

Verformungsarbeit

$$W = V\int \sigma(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon \tag{1.98}$$

1.6 Schwingungen

Harmonische Schwingung

$[A] = 1$: Amplitude
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Kreisfrequenz
$[\varphi] = \mathrm{rad}$: phasenverschiebung

$$u(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) \tag{1.99}$$

1.6.1 Ungedämpfte Schwingungen

Federpendel

$[\hat{x}] = \mathrm{m}$: Amplitude
$[k] = \mathrm{kg\,s^{-2}}$: Federkonstante
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Eigenfrequenz

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x \tag{1.100}$$

$$x(t) = \hat{x}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.101}$$

$$\dot{x}(t) = -\hat{x}\omega\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.102}$$

$$\ddot{x}(t) = -\hat{x}\omega^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.103}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.104}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.105}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{1.106}$$

Mathematisches Pendel

$[\varphi] = \mathrm{rad}$: Auslenkwinkel
$[\hat{\varphi}] = \mathrm{rad}$: Amplitude
$[g] = \mathrm{m\,s^{-2}}$: Fallbeschleunigung
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Eigenfrequenz
$[l] = \mathrm{m}$: Pendellänge

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l}\varphi \tag{1.107}$$

$$\varphi(t) = \hat{\varphi}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.108}$$

$$\dot{\varphi}(t) = -\hat{\varphi}\omega\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.109}$$

$$\ddot{\varphi}(t) = -\hat{\varphi}\omega^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.110}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{1.111}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \tag{1.112}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1.113}$$

Physikalisches Pendel

$[\varphi] = \mathrm{rad}$: Auslenkwinkel
$[\hat{\varphi}] = \mathrm{rad}$: Amplitude
$[g] = \mathrm{m\,s^{-2}}$: Fallbeschleunigung
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Eigenfrequenz
$[l] = \mathrm{m}$: Abstand Drehachse A zum SP
$[J_A] = \mathrm{kg\,m^2}$: Trägheitsmoment um Achse A

$$\ddot{\varphi} = -\frac{l\,m\,g}{J_A}\varphi \tag{1.114}$$
$$\varphi(t) = \hat{\varphi}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.115}$$
$$\dot{\varphi}(t) = -\hat{\varphi}\,\omega\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.116}$$
$$\ddot{\varphi}(t) = -\hat{\varphi}\,\omega^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.117}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{m\,g\,l}{J_A}} \tag{1.118}$$
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m\,g\,l}{J_A}} \tag{1.119}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{m\,g\,l}} \tag{1.120}$$

Torisionsschwingung

$[\varphi] = \mathrm{rad}$: Torisionswinkel
$[\hat{\varphi}] = \mathrm{rad}$: Amplitude
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Eigenfrequenz
$[D] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Winkelrichtgröße
$[J_A] = \mathrm{kg\,m^2}$: Trägheitsmoment um Achse A

$$\ddot{\varphi} = -\frac{D}{J_A}\varphi \tag{1.121}$$
$$\varphi(t) = \hat{\varphi}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.122}$$
$$\dot{\varphi}(t) = -\hat{\varphi}\,\omega\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.123}$$
$$\ddot{\varphi}(t) = -\hat{\varphi}\,\omega^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.124}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J_A}} \tag{1.125}$$
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{J_A}} \tag{1.126}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{D}} \tag{1.127}$$

Flüssigkeitspendel

$[y] = \mathrm{m}$: Auslenkung
$[\hat{y}] = \mathrm{m}$: Amplitude
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Eigenfrequenz
$[\rho] = \mathrm{kg\,m^{-2}}$: Dichte der Flüssigkeit
$[l] = \mathrm{m}$: Länge der Flüssigkeitsseule
$[A] = \mathrm{m^2}$: Querschnittsfläche

$$\ddot{y} = -\frac{2A\rho\,g}{m}y \tag{1.128}$$
$$\varphi(t) = \hat{y}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.129}$$
$$\dot{\varphi}(t) = -\hat{y}\,\omega\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.130}$$
$$\ddot{\varphi}(t) = -\hat{y}\,\omega^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.131}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{2A\rho\,g}{m}} = \sqrt{\frac{2g}{l}} \tag{1.132}$$
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{l}} \tag{1.133}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} \tag{1.134}$$

Elektrischer Schwingkreis

$[q] = \mathrm{A\,s}$: Ladung
$[\hat{q}] = \mathrm{A\,s}$: Amplitude, max. Ladung Kondensator
$[L] = \mathrm{V\,s\,A^{-1}}$: Induktivität
$[C] = \mathrm{A\,s\,V^{-1}}$: Kapazität

$$0 = L\ddot{Q} + \frac{Q}{C} \tag{1.135}$$
$$q(t) = \hat{Q}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.136}$$
$$\dot{q}(t) = -\hat{Q}\omega\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.137}$$
$$\ddot{q}(t) = -\hat{Q}\omega^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.138}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{1.139}$$
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{1.140}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{1.141}$$

1.6.2 Gedämpfte Schwingungen

Schwingungsgleichung mit Reibung

$[k] = \mathrm{kg\,s^{-2}}$: Richtgröße
$[F_R] = \mathrm{N}$: Reibungskraft
$[x] = \mathrm{m}$: Auslenkung

$$m\ddot{x} = -kx + F_R \tag{1.142}$$

Coulomb-Reibung

$[k] = \mathrm{kg\,s^{-2}}$: Richtgröße
$[F_N] = \mathrm{N}$: Normalkraft
$[F_R] = \mathrm{N}$: Reibungskraft
$[\mu] = 1$: Reibungskoeffizient
$[\dot{x}] = \mathrm{m\,s^{-1}}$: Geschwindigkeit

$$F_R = -\operatorname{sgn}(\dot{x})\mu F_N \tag{1.143}$$
$$0 = m\ddot{x} + kx + \operatorname{sgn}(\dot{x})\mu F_N \tag{1.144}$$
$$\operatorname{sgn}(\dot{x}) = \begin{cases} -1 & \dot{x} < 0 \\ 0 & \dot{x} = 0 \\ +1 & \dot{x} > 0 \end{cases} \tag{1.145}$$

Gleitreibung(Nicht Behandelt)

$[k] = \mathrm{kg\,s^{-2}}$: Richtgröße
$[F_N] = \mathrm{N}$: Normalkraft
$[\mu] = 1$: Reibungskoeffizient
$[\hat{x}_0] = \mathrm{m}$: Start Amplitude
$[\hat{x}_1] = \mathrm{m}$: End Amplitude

$$x(t) = -(\hat{x}_0 - \hat{x}_1)\cos(\omega t) - \hat{x}_1 \qquad 0 \le t \le \frac{T}{2} \tag{1.146}$$
$$x(t) = -(\hat{x}_0 - 3\hat{x}_1)\cos(\omega t) + \hat{x}_1 \qquad \frac{T}{2} \le t \le T \tag{1.147}$$
$$\hat{x}_1 = \frac{\mu F_N}{k} \tag{1.148}$$

Viskose Reibung

$[k] = \mathrm{kg\,s^{-2}}$: Richtgröße
$[\hat{x}] = \mathrm{m}$: Amplitude
$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Eigenfrequenz
$[\delta] = \mathrm{s^{-1}}$: Abklingkoeffizient
$[b] = \mathrm{kg\,s^{-1}}$: Dämpfungskonstante
$[D] = 1$: Dämpfungsgrad
$[\omega_D] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$: Gedämpfte Kreisfrequenz
$[\delta] = \mathrm{kg\,s^{-1}}$: logarithmischen Dekrement
$[d] = 1$: Verlustfaktor
$[Q] = 1$: Güte

$$0 = m\ddot{x} + b\dot{x} + kx \tag{1.149}$$
$$x(t) = \hat{x}e^{-\delta t}\, e^{\pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\, t} \tag{1.150}$$
$$x(t) = \hat{x}e^{-\delta t}\, e^{\pm j\omega_0\sqrt{1-D^2}\, t} \tag{1.151}$$
$$\delta = \frac{b}{2m} \tag{1.152}$$
$$D = \frac{\delta}{\omega_0} \tag{1.153}$$
$$D = \frac{b}{2}\frac{1}{\sqrt{mk}} \tag{1.154}$$
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.155}$$
$$\Lambda = \ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T)}\right) \tag{1.156}$$
$$\Lambda = \delta T \tag{1.157}$$
$$\omega_D = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \tag{1.158}$$
$$d = 2D \tag{1.159}$$
$$Q = \frac{1}{d} \tag{1.160}$$

Viskose Reibung

Schwingfall. $\delta < \omega_0$

$$x(t) = \hat{x}e^{-\delta t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\, t + \varphi) \tag{1.161}$$

Viskose Reibung

Aperiodischer Grenzfall $\delta = \omega_0$

$$x(t) = \hat{x}e^{-\delta t}(1 - \delta t) \tag{1.162}$$

Viskose Reibung

Kriechfall $\delta > \omega_0$

$$x(t) = \hat{x}e^{-\delta t}\, e^{\pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\, t} \tag{1.163}$$

1.7 Fluidmechanik

Statischer Druck

$[p] = \mathrm{Pa}$: Druck
$[p] = \mathrm{N}$: Kraft ($F_N \perp A$)
$[A] = \mathrm{m^2}$: Fläche

$$p = \frac{\mathrm{d}F_N}{\mathrm{d}A} \tag{1.164}$$

Dynamischer Druck

$[p] = \mathrm{Pa}$: Druck
$[v] = \mathrm{m\,s^{-1}}$: Geschwindigkeit des Mediums
$[\rho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte

$$p = \frac{1}{2}\rho v^2 \tag{1.165}$$

Schwere Druck

$[p] = \mathrm{Pa}$: Druck
$[\rho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte
$[V] = \mathrm{m^3}$: Volumen
$[A] = \mathrm{m^2}$: Fläche
$[h] = \mathrm{m}$: Tiefe (Abstand von Oben)

$$p = \frac{\rho V g}{A} \tag{1.166}$$
$$= h\rho g \tag{1.167}$$

Volumenstrom

$[\dot{V}] = \mathrm{m^3\,s^{-1}}$: Volumenstrom

$$\dot{V} = vA \tag{1.168}$$
$$= \iint_A \vec{v}\,\mathrm{d}\vec{A} \tag{1.169}$$
$$= \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} \tag{1.170}$$
$$= Q \tag{1.171}$$

Massenstrom

$[\dot{m}] = \mathrm{kg\,s^{-1}}$: Massenstrom
$[j] = \mathrm{kg\,m^{-2}\,s^{-1}}$: Massenstromdichte

$$\dot{m} = jA \tag{1.172}$$
$$= \iint_A \vec{j}\,\mathrm{d}\vec{A} \tag{1.173}$$
$$= \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{1.174}$$

Kompressibilität

$[\Delta V] = \mathrm{m^3}$: Volumenabnahme
$[\Delta p] = \mathrm{Pa}$: Druckzunahme
$[\kappa] = \mathrm{Pa^{-1}}$: Kompressibilität

$$\kappa = \frac{\Delta V}{\Delta p V} \tag{1.175}$$

Volumenausdehnungskoeffizient

$[\Delta T] = \mathrm{K}$: Temperaturänderung
$[\gamma] = \mathrm{K^{-1}}$: Volumenausdehnungskoeffizient

$$\frac{\Delta V}{V} = \gamma \Delta T \tag{1.176}$$

Barometrische Höhenformel

Luftdruck in der Atmosphäre
$[p_0] = \mathrm{Pa}$: Druck am Boden
$[\rho_0] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte am Boden
$[h] = \mathrm{m}$: Tiefe (Abstand von Boden)

$$p = p_0 e^{-Ch} \tag{1.177}$$
$$C = \frac{\rho_0 g}{p_0} \tag{1.178}$$

Auftrieb

$[F_A] = \mathrm{N}$: Kraft
$[\rho_V] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte des verdränkten Stoffes
$[\rho_M] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte des Stoffes
$[V] = \mathrm{m^3}$: Volumen das verdränkten wird

$$\vec{F_A} = -\rho_V \vec{g} V \tag{1.179}$$
$$= -\frac{\rho_V}{\rho_M} \vec{F_G} \tag{1.180}$$

Bernoulli Gleichung

$[\rho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$: Dichte
$[v] = \mathrm{m\,s^{-1}}$: Geschwindigkeit
$[h] = \mathrm{m}$: Tiefe (Abstand von Oben)

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \mathrm{const} \tag{1.181}$$