

MATHEMATICS

Class - 7 (Semester - I)

Text Book Development Committee

Dr. B. Pratap Reddy,

M.A., B.Ed., Ph.D.

Director, SCERT, A.P.

Sri. D. Madhusudhana Rao,

M.A., B.Ed.

Director, Govt. Text Book Press, A.P.

Co-ordinator

Dr. Katabathina Subramanyam,

M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil., Ph.D.

Professor, SCERT, A.P.

Editors

Dr. P. Ramesh, Principal (FAC),

Govt. IASE, SPSR Nellore Dt.

Dr. R. Yasoda, Associate Professor,

Dept. of Education & HRD,

Dravidian University, Kuppam.

Dr. N. Ayyub Hussain, Principal (FAC),

Govt. DIET, Kurnool Dt.

Dr. R. Balaji Rao, Principal (FAC),

Govt. DIET, SPSR Nellore Dt.

Acknowledgments to

Dr. H. Doraswami

Professor, R.I.E., Mysore.

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2021

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 G.S.M. SS Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

Free distribution by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh

❀ ❀ ❀

Printed in India
at the A.P. Govt. Text Book Press
Amaravati
Andhra Pradesh

Subject Co-ordinator

Sri Malempati Somasekhara Brahmanandam, M.Sc., M.Ed.
Faculty, SCERT, A.P.

Authors

Sri R. Sankara Narayana Reddy, S.A. ZPHS, Budili, Ananthapuramu Dt.	Sri N. Venkata Ramaiah, S.A. ZPHS (Boys), Markapur, Prakasam Dt.
Smt. T. Tulasi, S.A. ZPHS, Settipalli, Chittoor Dt.	Sri G. Bhaskar, S.A. ZPHS (Boys), Venkatagiri, SPSR Nellore Dt.
Sri T. Lakshmu Naidu, S.A. ZPHS, Thimmaraju Peta, Visakhapatnam Dt.	Sri G. Pavan Kumar, S.G.T. MPUPS, Chillapeta Rajam, Srikakulam Dt.
Sri Y. Eswara Reddy, S.A. MPUPS, China Uppada, Visakhapatnam Dt.	Sri Sk. Usman Pasha, S.A. ZPHS, Rangapuram, West Godavari Dt.
Smt. T. Sri Lakshmi, S.A. ZPHS, Vunnava, Guntur Dt.	Sri K. Satish Babu, S.A. GHS, Seethanagaram, East Godavari Dt.
Sri T. Eswara Rao, S.A. ZPHS, Vadada, Vizainagaram Dt.	Smt. S. Yellajiyamma, S.A. MPUPS, Gopalapatnam, Visakhapatnam Dt.
Sri M. Venkateswara Rao, S.A. JHSS, Machilipatnam, Krishna Dt.	Smt. Y. Jaya Bharati, S.A. ZPHS (Girls), Giddalur, Prakasam Dt.

Subject Experts

Dr. G. Kesava Reddy,
Faculty, SCERT, AP

Sri Ch.V.S. Ramesh Kumar,
Faculty, SCERT, AP

Technical Support

Sri Ch. Ramesh, S.A.
MPUPS, Vallabharaopalem, Guntur Dt.

Illustrator

Sri M. Lakshmana Babu,
ZPHS, Nidamanuru, Krishna Dt.

DTP & Designing

Stockassortment
Bapatla

Rasmi Graphics
Ibrahimpatnam

FOREWORD

The Government of Andhra Pradesh has unleashed a new era in school education by introducing extensive curricular reforms from the academic year 2020-21. The Government has taken up curricular reforms intending to enhance the learning outcomes of the children with focus on building solid foundational learning and to build up an environment; conducive for an effective teaching-learning process. To achieve this objective, special care has been taken in designing the textbooks to achieve global standards.

As a part of the curricular reform, an effort was made to ensure quality transaction of textbooks, bilingual method was used. The mathematical concepts in the text book are developed based on themes like Number System, Arithmetic, Algebra, Mensuration, Geometry and Statistics. In this text book, concepts are introduced through activities related to daily life situations and conversations. To strengthen these concepts, individual activities, group activities and whole class activities are designed.

*In this text book, we introduced **Reasoning Corner** to improve mathematical, logical and critical thinking of the students, which was recommended by NEP 2020. We wish this new attempt will help the students in competitive examinations like NMMS, NTSE and other Mathematical Olympiads. The textbook attempted to enhance this endeavor by giving activities in the form of Let's do activity, Project, Historical Note and Puzzle Time. QR codes are incorporated in each chapter to enable efficient learning outside the class room.*

*We are grateful to our Honourable Chief Minister **Sri Y.S. Jagan Mohan Reddy** for being our source of inspiration to carry out this extensive reform in the Education Department. We extend our gratitude to our Honourable Minister of Education Dr. Adimulapu Suresh for striving towards qualitative education. Our special thanks to Sri Budithi Rajasekhar, IAS, Principle Secretary, School Education Sri Vadrevu China Veerabhadrudu IAS, Director of School Education Smt. Vetriselvi. K IAS, State Project Director, Samagra Shiksha and Special Officer, English Medium Project, A.P, for their constant motivation and guidance.*

We convey our sincere thanks to the text book writers, who studied curriculum and best practices across the globe to reach global standards. Our heartfelt thanks to NCERT and SCERTs of Kerala, Tamilnadu, Karnataka, Maharashtra, Haryana, in designing the text book. We also thank our Coordinator, Editors, Subject Coordinator, Technical team member, Artist, DTP and Layout designers for their contribution in the development of this text book. We invite constructive feedback from the teachers, parents and Educationalists for the further refinement of the text book.

Dr. B. Pratap Reddy,
Director,
SCERT – Andhra Pradesh

ముందుమాట

ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం 2020-21 విద్యా సంవత్సరం నుండి పారశాల విద్యా ప్రణాళికలో విస్తృత సంస్కరణలను ప్రవేశపెట్టడం ద్వారా నవశక్యానికి నాంది పలికింది. పట్టిష్టమైన ‘పునాది అక్షరాస్యతను’ నిర్మించేందుకు వీలుగా, అభ్యసన ఫలితాలు పెంపొందించేందుకు తోడ్పడే నాణ్యమైన బోధనాభ్యసన విధానాన్ని ప్రభావపంతంగా అమలు చేయడానికి, విద్యా ప్రణాళిక సంస్కరణలతో కూడిన పార్య పుస్తకాలను రూపొందించారు.

విద్యా ప్రణాళిక సంస్కరణలలో భాగంగా మునుపెన్నడూ లేని విధంగా పార్యపుస్తకాల రూపకల్పనతోపాటు నాణ్యమైన బోధనాప్యాప్లు అమలు పరచేందుకు కృషి చేయడమైనది. ఈ పార్యపుస్తకంలోని అంశాలైన సంఖ్యామానం, అంకగణితం, బీజగణితం, క్లైటగణితం, జ్యామితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రం వంటి ఇతివృత్తాల ఆధారంగా పార్యపుస్తకం అభివృద్ధి చేయబడింది. ఈ పార్య పుస్తకంలో నిజజీవిత సన్నిహితాలు మరియు సంఖాపణలకు సంబంధించిన కార్యకలాపాల ద్వారా భావనలు పరిచయం చేయబడ్డాయి. ఈ భావనలను బలోపేతం చేయడానికి, వ్యక్తిగత కృత్యాలు, సమూహ కృత్యాలు మరియు మొత్తం తరగతి కృత్యాలు రూపొందించ బడ్డాయి.

ఈ పార్య పుస్తకంలో NEP -2020 సిఫార్సుల కనుగణంగా, విద్యార్థుల గణిత, తార్మిక మరియు విమర్శనాత్మక అలోచనను మెరుగుపరచడానికి మేము తార్మిక విభాగం విభాగం (Reasoning Corner) ప్రవేశపెట్టాము. ఈ కొత్త ప్రయత్నం విద్యార్థులకు NMMS, NTSE మరియు ఇతర గణిత బలింపియాడ్స్ వంటి పోటీ పరీక్షలలో సహాయపడుతుందని మేము ఆశిస్తున్నాం. ఈ పార్య పుస్తకం ఇవి చేయండి – కృత్యాలు, ప్రాజెక్ట్, చారిత్రక అంశం, పజిల్ టైమ్ మొదలగు కార్యకలాపాలను ఇవ్వడం ద్వారా విద్యార్థులను మెరుగుపరచడానికి ప్రయత్నించింది. తరగతి గది బయట కూడా నేర్చుకోవడం కొరకు ప్రతి అధ్యాయంలో QR కోడ్లను చేర్చబడ్డాయి.

పారశాలలో విద్యా సంస్కరణలు చేపట్టేందుకు నిరంతరం కృషి చేస్తున్న గౌరవనీయ ముఖ్యమంత్రివర్యులు శ్రీ. వై.యస్. జగన్ మాహన్ రెడ్డి గారికి హృదయ పూర్వక ధన్యవాదాలు. గుణాత్మక విద్యను అందించేందుకు నిరంతరం కృషి చేస్తున్న విద్యాశాఖ మంత్రివర్యులు డా॥ ఆదిమూలపు సురేష్ గారికి కృతజ్ఞతలు. తమ అమృయమైన సూచనలు, సలహాలతో పార్యపుస్తక రూపకల్పనలో దిశానిర్దేశం చేసిన ఆంధ్రప్రదేశ్ పారశాల విద్యా ప్రధాన కార్యదర్శి శ్రీ బుద్ధి రాజశేఖర్, IAS గారికి, పారశాల విద్యా సంచాలకులు శ్రీ వాద్రేవు చినపీరభద్రుడు, IAS గారికి, రాష్ట్రపథక సంచాలకులు, సమగ్రశిక్ష మరియు ఆంగ్ మాధ్యమ ప్రత్యేక అధికారిణి, ఆంధ్రప్రదేశ్ శ్రీమతి. కె. వెట్రిసెల్వి, IAS గారికి ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు.

అంతర్జాతీయ ప్రమాణాలతో కూడిన పార్యంశాలు రూపొందించేందుకు ప్రపంచ వ్యాప్త విద్యాప్రణాళికలను అధ్యయనం చేసిన పార్యపుస్తక రచయితలకు ధన్యవాదాలు. NCERT, కేరళ, తమిళనాడు, కర్ణాటక, మహారాష్ట్ర, హర్యాణా రాష్ట్రాల విద్యా పరిశోధన కేంద్రాలకు ధన్యవాదాలు. పార్యపుస్తక రూపకల్పనలో విశేష కృషి చేసిన సమన్వయకర్త, సంపాదకులు, విషయ సమన్వయకర్త, రచయితలు, సాంకేతిక సహాయకుడు, చిత్రకారుడు, డి.టి.పి. మరియు లే-అవుట్ డిజైనింగ్ వారందరికీ ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు. ఈ పార్యపుస్తకంపై ఉపాధ్యాయులు, తల్లిదండ్రులు, విద్యావేత్తల నుండి నిర్మాణాత్మక సూచనలు, సలహాలను పుస్తక మలిముద్రణా నిమిత్తం స్ప్యాగతిస్తున్నాం.

డా. బి. ప్రతాప్ రెడ్డి,

సంచాలకులు,
రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ, ఆం.ప్ర.

NATIONAL ANTHEM

జాతీయ గీతం

*Jana gana mana adhinayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata
Panjaba Sindhu Gujarata Maratha
Dravida Utkala Banga
Vindhya Himachala Yamuna Ganga
uchchala jaladhi taranga
Tava Subha name jage, tave subha asisa
image,
gahe tava jaya gatha.
Jana gana mangala dayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.*

-Rabindranath Tagore

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబు, సింధు, గుజరాతు, మరాతా,
ద్రావిడు, ఉత్కల, వంగా!
వింధ్య, హిమచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్చల జలభి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ అశీష మాగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

- రఘింద్రపాథ రామార్

PLEDGE | ప్రతిజ్ఞ

India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.

I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness.

- Pydimarri Venkata Subba Rao

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహాదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్సుమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ
సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్పత పొందడానికి సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.
నా తల్లిదండ్రుల్లి, ఉపాధ్యాయుల్లి, పెద్దలందల్లు గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితిను మర్కుదగ్గ
నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవాసిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రీయోఽఖ్యవృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

- వైదిములు వెంకటసుబ్బారావు

MATHEMATICS

రణితం

Class / తరగతి - 7

Semester (సాహిష్ణవ) - 1

CONTENTS / విషయ సూచిక

Lesson No పాఠం. సం.	Name of the lesson పాఠం పేరు	Month నెల	Page పేజీలు
	Readiness Programme సంసృత కార్యక్రమం	June జూన్	
1.	Integers పూర్తిసంఖ్యలు	July జూలై	1 - 44
2.	Fractions and Decimals భిన్నాలు మరియు దశాంశాలు	July - Aug. జూలై - ఆగష్టు	45 - 78
3.	Simple Equations సామాన్య సమీకరణాలు	Aug. ఆగష్టు	79 - 124
4.	Lines and Angles రేఖలు మరియు కోణాలు	Sept. సెప్టెంబర్	125 - 176
5.	Triangles త్రిభుజాలు	Sept. - Oct. సెప్టెంబర్ - అక్టోబర్	177 - 208
6.	Data Handling దత్తాంశ నిర్వహణ	Oct. అక్టోబర్	209 - 250
	Key జవాబులు		251 - 268

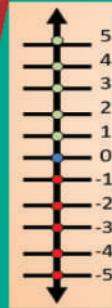


Teacher Corner



Student Corner

INTEGERS



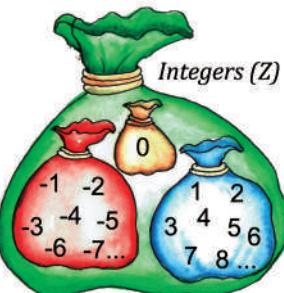
Learning Outcomes

The learner is able to

- understand the process of multiplication and division of integers.
- solve the problems related to multiplication and division of integers.
- verify and explain the properties of integers.
- solve the real-life problems related to integers.
- simplify and solve the numerical expressions by using BODMAS rule.

Content Items

- Introduction
- Multiplication of integers
- Division of integers
- Properties of integers
- BODMAS rule



1.0 Introduction :

We have learnt the ordering of integers, addition and subtraction of integers in the previous class. We know that **the collection of natural numbers {1,2,3,4,5,...}, zero {0} and negative numbers {-1, -2, -3, -4, -5,...}** are Integers. We use the letter 'Z' to represent integers. There are several situations in our daily life where we use integers. Look at the following situations and explain your observations regarding integers.

Temperature above 0°C is positive Temperature below 0°C is negative	Height above the sea level is positive Depth below the sea level is negative

పూర్జనంబ్యాలు



అభ్యసప్త ఫలితాలు

అభ్యసకులు

- పూర్జనంబ్యాల గుణకారం మరియు భాగహరోలను చేసే విధానాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.
- పూర్జనంబ్యాల గుణకారం మరియు భాగహరోలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధిస్తారు.
- పూర్జనంబ్యాల ధర్మాలను సరి చూడగలడు మరియు వివరించగలరు.
- పూర్జనంబ్యాలకు సంబంధించిన నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధిస్తారు.
- సంఖ్య సమాసాలను BODMAS నియమం ఆధారంగా సూక్ష్మికరించి, సాధిసారు.

విషయాంశాలు

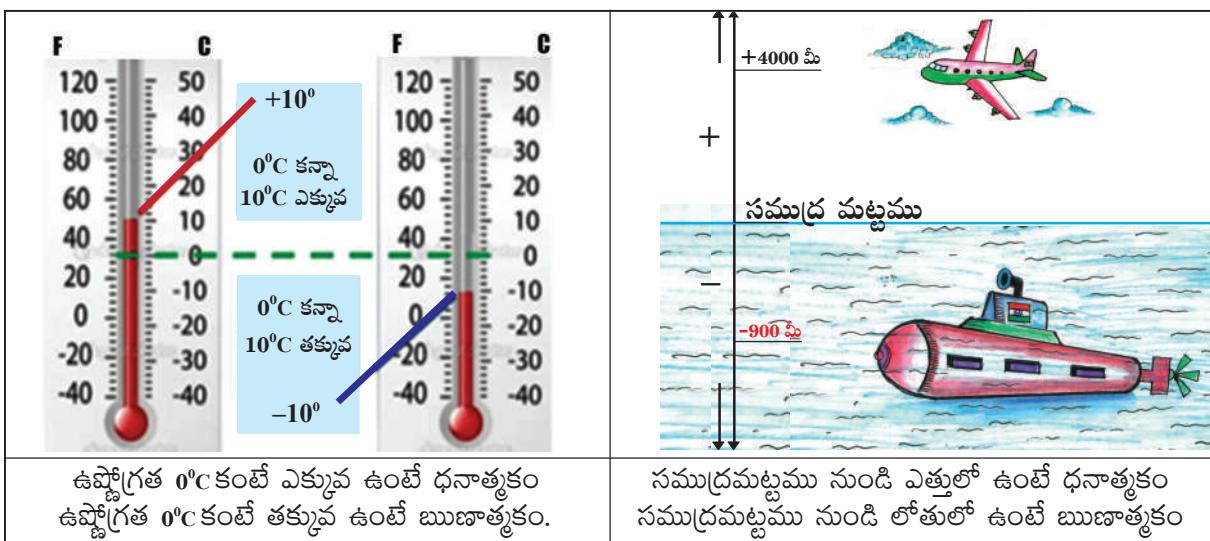
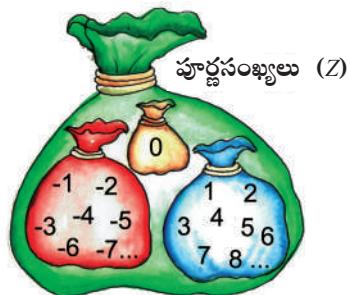
1.0 పరిచయము

- పూర్జనంబ్యాల గుణకారం మరియు భాగహరోలను చేసే విధానాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.
- పూర్జనంబ్యాల గుణకారం మరియు భాగహరోలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధిస్తారు.
- పూర్జనంబ్యాల ధర్మాలను సరి చూడగలడు మరియు వివరించగలరు.
- పూర్జనంబ్యాలకు సంబంధించిన నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధిస్తారు.
- సంఖ్య సమాసాలను BODMAS నియమం ఆధారంగా సూక్ష్మికరించి, సాధిసారు.



1.0 పరిచయము :

పూర్జనంబ్యాల క్రమం, సంకలనం మరియు వ్యవకలనంలను ముందు తరగతిలో నేర్చుకున్నాము. సహజ సంబ్యాలు $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, సున్నా $\{0\}$ మరియు బుఱసంబ్యాలను $\{-1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$ కలిపి పూర్జనంబ్యాలు అంటారని తెలుసుకున్నాము. పూర్జనంబ్యాలను సూచించటకు 'Z' అనే అక్షరం ఉపయోగిస్తారు. మన దైనందిన జీవితంలో మనం పూర్జాంకాలను వివిధ సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాము. క్రింది సందర్భాలను గమనించి పూర్జనంబ్యాల గురించి మీ పరిశీలనలను వివరించుము.



In this class we will learn multiplication, division of integers and properties of integers. Let us recall what we have learnt in the previous class through the following exercise.

Review Exercise



1. Represent the following statements with suitable integer.

- Sneha deposited ₹2000 in her savings account.
- A submarine is in the depth of 350 feet in the sea level.
- The height of Mount Everest is 8848 m above the sea level.
- Temperature of 14 degrees below 0°C .

2. Fill the missing integers on the number line.



3. Write the following integers in descending order and ascending order.

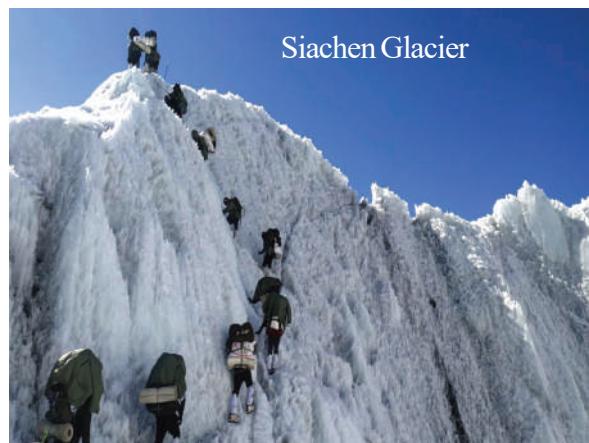
- $-9, -1, 0, -10, -6$
- $-6, 6, -9, 5, 10, -3$
- $-15, -20, -35, 0, 2$

4. Calculate the following.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| i) $-2 + 3$ | ii) $-6 + (-2)$ |
| iii) $8 - (-6)$ | iv) $-9 + 4$ |
| v) $-23 - (-30)$ | vi) $50 - 153$ |
| vii) $71 + (-10) - 8$ | viii) $-30 + 58 - 38$ |

5. The temperature in Siachen at 5 a.m. was 10 degrees below 0°C . Six hours later, it had increased 14°C . What is the temperature at 11 a.m.?

6. A fish was 16 feet below the surface of sea and went down another 17 feet. What is its position now from the surface of sea?



7. A green grocer had a profit of ₹250 on Monday, a loss of ₹120 on Tuesday and loss of ₹180 on Wednesday. Find total profit or loss after 3 days.

ఈ తరగతి నందు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క గుణకారం, భాగవేరం మరియు వాటి ధర్మాలను గురించి మనం తెలుసుకుండాం. ముందుగా క్రింది తరగతిలో నేర్చుకున్న అంశాలను, క్రింది అభ్యాసం ఆధారంగా మనం పునర్వ్యాపారం చేసుకుండాం.

ప్రశ్నల్నామంచ అభ్యాసం

- క్రింది వాక్యాలను సరైన పూర్ణసంఖ్య తో సూచించండి.
 - స్నేహ తన పొదువు భాతాలో $\text{₹}2000$ జమ చేసినది.
 - జలాంతర్లామి సముద్ర మట్టము నుండి 350 అడుగుల లోతులో ఉంది.
 - ఎవరెస్టు శిఖరం సముద్ర మట్టము నుండి 8848 మీ ఎత్తులో ఉంది.
 - 0°C కన్నా 14 డిగ్రీల తక్కువ ఉప్పోస్తే ఉంది.
- క్రింది సంఖ్య రేఖపై లేని పూర్ణసంఖ్యలను పూరించండి.



- క్రింది పూర్ణసంఖ్యలను అవరోహణ మరియు ఆరోహణ క్రమంలో వ్రాయించి.
 - $-9, -1, 0, -10, -6$
 - $-6, 6, -9, 5, 10, -3$
 - $-15, -20, -35, 0, 2$
- క్రింది వాటిని లెక్కించుము.

i) $-2 + 3$	ii) $-6 + (-2)$
iii) $8 - (-6)$	iv) $-9 + 4$
v) $-23 - (-30)$	vi) $50 - 153$
vii) $71 + (-10) - 8$	viii) $-30 + 58 - 38$

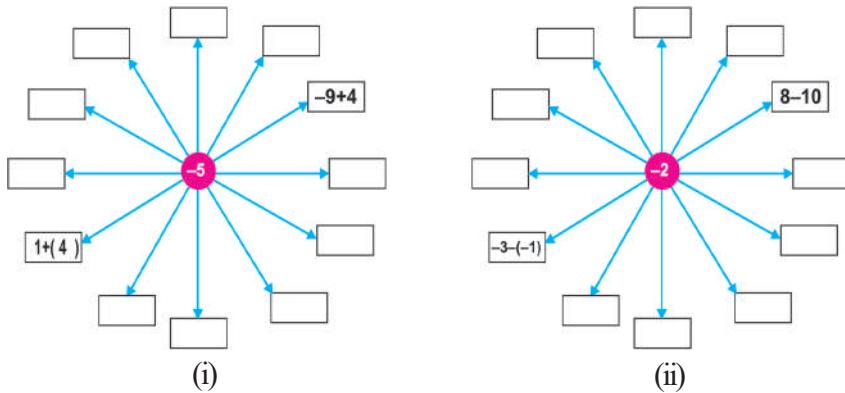
- సియాచిన్ వద్ద 5 a.m. ఉప్పోస్తే 0°C కన్నా 10°C తక్కువ ఉంది. ఆరు గంటల తర్వాత అది 14°C పెరిగినది. 11 a.m. వద్ద ఉప్పోస్తే ఎంత ఉంటుంది?



- ఒక చేప సముద్ర ఉపరితలం నుండి 16 అడుగుల లోతులో ఉంది మరియు మరొక 17 అడుగుల కిందకు వెళ్ళింది. ప్రస్తుతం సముద్ర మట్టం నుండి చేప స్థానం ఏమిటి?

- ఒక కూరల వ్యాపారి సోమవారం నాడు $\text{₹}250$ లాభం, మంగళవారం నాడు $\text{₹}120$ నష్టం మరియు బుధవారం నాడు $\text{₹}180$ నష్టం పొందాడు. మూడు రోజుల తరువాత వచ్చిన మొత్తం లాభం లేదా నష్టం ఎంతో కనుగొనుము.

8. Fill the empty boxes in first diagram by doing addition of two integers and in second diagram by doing subtraction of two integers.

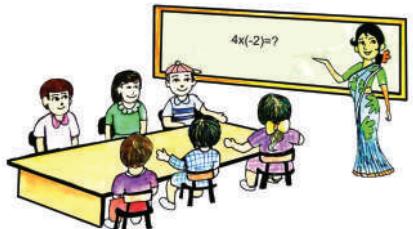


Let us learn the multiplication of integers.

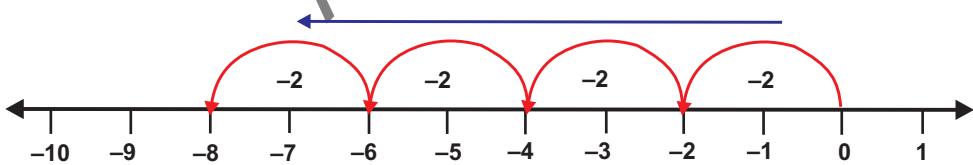
1.1 Multiplication of integers :

A teacher conducted a quiz in her class room. Each correct answer carried 5 marks and each wrong answer carried – 2 marks. Sufiya answered 4 questions correctly and John answered 4 questions wrongly in first round. Let us calculate their marks.

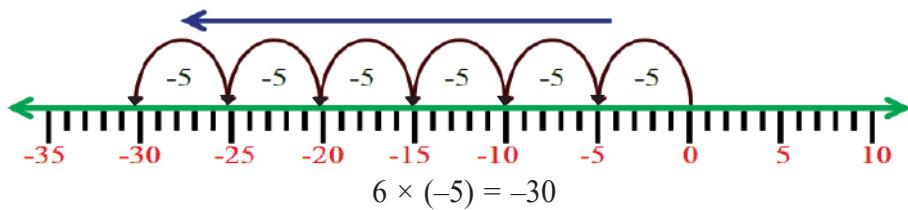
Sufiya's marks	John's marks
$5 + 5 + 5 + 5 = 20$	$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$
4 times of 5 = 20	4 times of -2 = -8
$4 \times 5 = 20$	$4 \times (-2) = -8$



We can represent this using number line also.



another example, $6 \times (-5)$



$$6 \times (-5) = -30$$

Let us find $6 \times (-5)$ in another way. Put minus sign (–) before the product of 6 and 5, then we get –30.

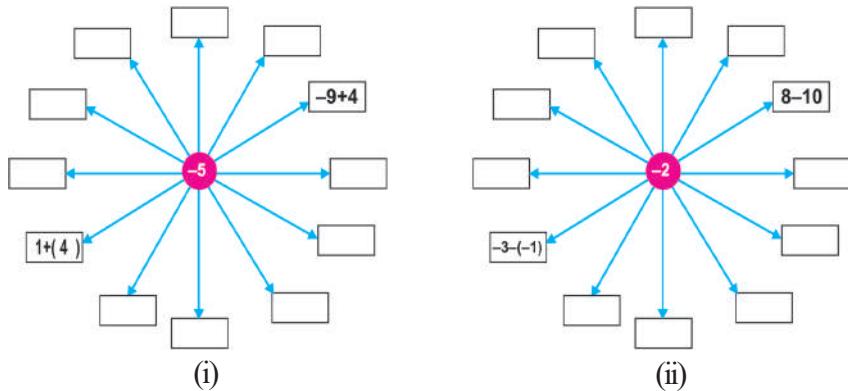
$$6 \times (-5) = -(6 \times 5) = -30$$

Few more examples : $3 \times (-2) = -(3 \times 2) = -6$

$$7 \times (-4) = -(7 \times 4) = \underline{\quad}$$

$$2 \times (-6) = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

8. మొదటి పటంలో రెండు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క సంకలనం ఆధారంగా మరియు రెండో పటంలో రెండు పూర్ణసంఖ్యల వ్యవకలనం ఆధారంగా పూర్తిచేయము.



పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం గురించి మనం నేర్చుకుందాం.

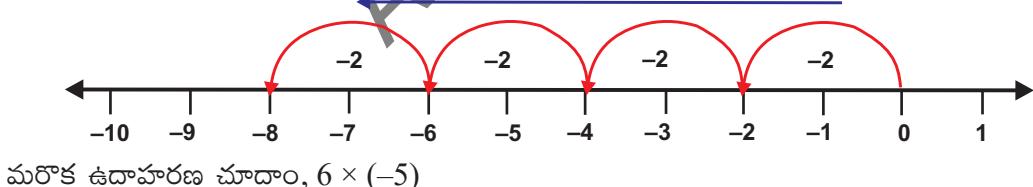
1.1 పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం :

ఒక ఉపాధ్యాయరాలు తన తరగతిలో ఒక కింజ్ నిర్వహించారు. ప్రతి సరైన సమాధానమునకు 5 మార్కులు మరియు ప్రతి తప్పు సమాధానమునకు -2 మార్కులు. మొదటి రోండులో సుఫియా 4 ప్రశ్నలకు సరిగ్గా సమాధానం ఇచ్చింది మరియు జాన్ 4 ప్రశ్నలకు తప్పగా సమాధానం ఇచ్చాడు. వారి మార్కులను మనం లెక్కించాం.

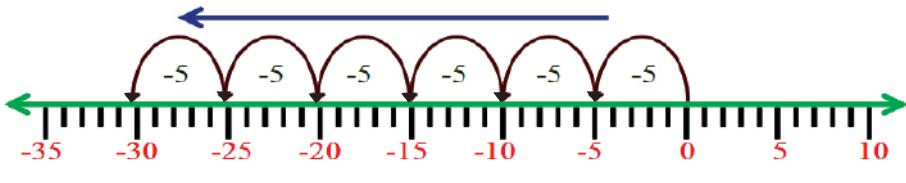
సుఫియా మార్కులు $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ $5 \text{ కు } 4 \text{ రెట్లు} = 20$ $4 \times 5 = 20$	జాన్ మార్కులు $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$ $-2 \text{ కు } 4 \text{ రెట్లు} = -8$ $4 \times (-2) = -8$
--	--



దీనిని మనం సంభాయ రేఖపై కూడా సూచించవచ్చు.



మరొక ఉదాహరణ చూద్దాం, $6 \times (-5)$



$$6 \times (-5) = -30$$

$6 \times (-5)$ యొక్క విలువను మనం మరొక పద్ధతిలో కనుగొందాం. 6 మరియు 5ల లబ్దము రాసి దాని ముందు బుఱొత్తక (-) సంజ్ఞ ఉంచుము. అప్పుడు మనకు -30 వస్తుంది.

$$\text{మరికొన్ని ఉదాహరణలు} \quad 6 \times (-5) = -(6 \times 5) = -30$$

$$3 \times (-2) = -(3 \times 2) = -6$$

$$7 \times (-4) = -(7 \times 4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \times (-6) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



Check Your Progress

Find the values of

- (i) $4 \times (-8)$ (ii) $5 \times (-20)$ (iii) $7 \times (-8)$ (iv) $10 \times (-9)$

Observe the following pattern,

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$1 \times 4 = 4$$

$$0 \times 4 = 0$$

$$-1 \times 4 = -4$$

$$-2 \times 4 = -8$$

$$-3 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-4 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

What do you observe?

How could you answer $-4 \times 4 = -16$?

Let's Explore



1. Prepare a pattern to find $(-3) \times 5$ starting from 4×5
2. Prepare a pattern to find $(-7) \times 3$ starting from 5×3

Find in similar way,

$$(-6) \times 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-4) \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Thus, to multiply the integers having different signs put the negative sign before their product.

For any two integers 'a' and 'b', $(-a) \times b = -(a \times b) = a \times (-b)$



Check Your Progress

Find the values of

- (i) $(-6) \times 5$ (ii) $(-15) \times 2$ (iii) $(-12) \times 8$ (iv) $(-10) \times 6$

Multiplication of two negative integers :

Observe the following pattern

$$-2 \times 3 = -6$$

$$-2 \times 2 = -4$$

$$-2 \times 1 = -2$$

$$-2 \times 0 = 0$$

$$-2 \times (-1) = 2$$

$$-2 \times (-2) = 4$$

$$-2 \times (-3) = 6$$

What do you observe?

Based on this observation complete the following.

$$-2 \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}} \quad -2 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

So, the product of two negative integers is always positive integer.

For example, $(-9) \times (-2) = 9 \times 2 = 18$

$$(-10) \times (-2) = 10 \times 2 = 20$$



**శీర్షకమి
పరిచాసుకో**

(i) $4 \times (-8)$ (ii) $5 \times (-20)$ (iii) $7 \times (-8)$ (iv) $10 \times (-9)$

ల విలువలను కనుక్కొండి.

క్రింది అమరికను పరిశేలించుము.

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$1 \times 4 = 4$$

$$0 \times 4 = 0$$

$$-1 \times 4 = -4$$

$$-2 \times 4 = -8$$

$$-3 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-4 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

మీరు ఏమి గమనించారు?

$-4 \times 4 = -16$ అని ఎలా చెప్పగలిగారు?

అన్వయిణి



1. 4×5 నుంచి ప్రారంభించి $(-3) \times 5$ విలువ కనుగొనుటకు అమరికను ప్రాయము.

2. 5×3 నుంచి ప్రారంభించి $(-7) \times 3$ విలువ కనుగొనుటకు అమరికను ప్రాయము.

$$(-6) \times 7 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-2) \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \times 6 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-4) \times 5 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ లను అదే విధంగా కనుగొనము.}$$

అందువల్ల, విభిన్న సంజ్ఞలు కలిగి ఉన్న పూర్త సంఖ్యలను గుణించటానికి వాటి లబ్దము ముందు బుఱాత్మక సంజ్ఞ
 $(-)$ ను ఉంచుము. ఏమైనా రెండు పూర్త సంఖ్యలు a, b లకు, $(-a) \times b = -(a \times b) = a \times (-b)$



**శీర్షకమి
పరిచాసుకో**

(i) $(-6) \times 5$ (ii) $(-15) \times 2$ (iii) $(-12) \times 8$ (iv) $(-10) \times 6$ ల విలువలను కనుక్కొండి.

రెండు బుఱార్థ సంఖ్యల లబ్దము:

కింది అమరికను పరిశేలించుము.

$$-2 \times 3 = -6$$

$$-2 \times 2 = -4$$

$$-2 \times 1 = -2$$

$$-2 \times 0 = 0$$

$$-2 \times (-1) = 2$$

$$-2 \times (-2) = 4$$

$$-2 \times (-3) = 6$$

పై అమరిక నుండి ఏమి గమనించారు?

ఈ పరిశేలన ఆధారంగా కింది వాటిని పూర్తి చేయండి.

$$-2 \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}} \quad -2 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

కాబట్టి, రెండు బుఱార్థ సంఖ్యల లబ్దము ఎల్లప్పుడూ ధన పూర్త సంఖ్య అవుతుంది.

$$\text{ఉదాహరణకు, } (-9) \times (-2) = 9 \times 2 = 18$$

$$(-10) \times (-2) = 10 \times 2 = 20$$



Check Your Progress

1. Prepare a pattern to find $(-5) \times (-4)$ starting from $(-5) \times 3$
2. Prepare a pattern to find $(-7) \times (-2)$ starting from $(-7) \times 5$

LET'S DO



ACTIVITY

In this activity, we will use the tokens which has green colour on one side and red colour on the other side.

Let green side of token represents a positive number and red side of token represents a negative number.

Positive number

Negative number

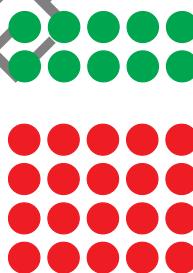
Instructions: To multiply two integers,

- Arrange the 2nd Integer as columns and 1st Integer as rows.
- If 1st Integer is negative then flip the tokens after arrangement.
- Count the tokens, that number will be answer.

We remember that 2×5 means add 5 for 2 times

Case (i): Positive integer \times Positive integer

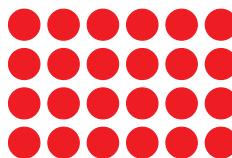
Eg: $(+2) \times (+5)$ means 2 times of 5



$$\therefore (+2) \times (+5) = 10$$

Case (ii): Positive integer \times Negative integer

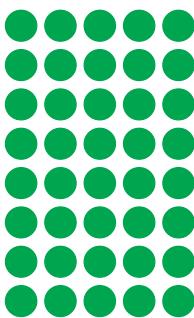
Eg: $4 \times (-6)$ means 4 times of (-6)



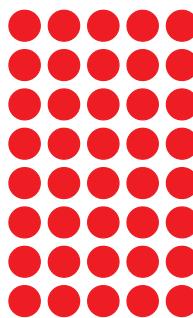
$$\therefore 4 \times (-6) = -24$$

Case (iii): Negative integer \times Positive integer

Eg: $(-8) \times 5$



flip the tokens



$$\therefore (-8) \times 5 = -40$$

Case (iv): Negative integer \times Negative integer

Eg: $(-2) \times (-7)$



flip the tokens



$$\therefore (-2) \times (-7) = 14$$



సీ ప్రొఫెసిల్ పరిచాసుకో



క్రత్తిక్రమం

- $(-5) \times 3$ నుంచి ప్రారంభించి $(-5) \times (-4)$ విలువ కనుగొనుటకు అమరికను ప్రాయము.
- $(-7) \times 5$ నుంచి ప్రారంభించి $(-7) \times (-2)$ విలువ కనుగొనుటకు అమరికను ప్రాయము.

ఈ కృత్తిములో ఒక వైపు ఆకు పచ్చరంగు మరియు మరో వైపు ఎరువు రంగు గల టోకెస్టను మనం ఉపయోగిస్తాం.

టోకెస్ట వై వైపు ఆకుపచ్చ రంగులో ఉంటే అది ధన సంఖ్యను సూచిస్తుందని మరియు ఎరువు రంగులో ఉంటే అది బుఱ సంఖ్యను సూచిస్తుందని అనుకుందాము.

● ధన సంఖ్య

● బుఱ సంఖ్య

సూచనలు : రెండు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించాలంటే,

- రెండవ పూర్ణసంఖ్యను నిలవు వరుసలో మరియు మొదటి పూర్ణసంఖ్యను అడ్డవరుసలలో అమర్చాలి.
- మొదటి పూర్ణసంఖ్య బుఱ సంఖ్య అయితే వచ్చిన అమరికలో టోకెన్లను త్రిపీ అమర్చాలి.
- టోకెస్టను లెక్కించినట్లయితే ఆ సంఖ్య సమాధానము అవుతుంది.

2×5 అనగా 5కు 2 రెట్లు అని గుర్తుచేసుకుందాము.

సందర్భము (i) : ధన పూర్ణ సంఖ్య \times ధన పూర్ణ సంఖ్య

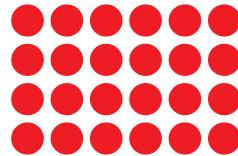
ఉదా : $(+2) \times (+5)$ అనగా 5కు 2 రెట్లు



$$\therefore (+2) \times (+5) = 10$$

సందర్భము (ii) : ధన పూర్ణ సంఖ్య \times బుఱ పూర్ణ సంఖ్య

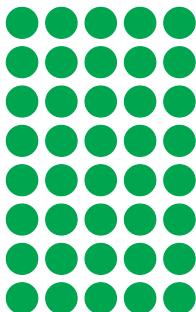
ఉదా : $4 \times (-6)$ అనగా -6 కు 4 రెట్లు



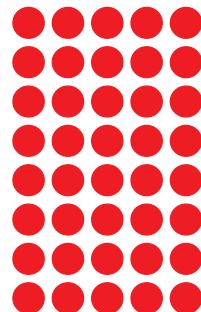
$$\therefore 4 \times (-6) = -24$$

సందర్భము (iii) : బుఱ పూర్ణ సంఖ్య \times ధన పూర్ణ సంఖ్య

ఉదా : $(-8) \times 5$



టోకెన్లను త్రిపీ అమర్చాలి



$$\therefore (-8) \times 5 = -40$$

సందర్భము (iv) : బుఱ పూర్ణ సంఖ్య \times బుఱ పూర్ణ సంఖ్య

ఉదా : $(-2) \times (-7)$



టోకెన్లను
త్రిపీ అమర్చాలి



$$\therefore (-2) \times (-7) = 14$$

So, we can generalise the multiplication of two integers as follows

1. If the signs of two integers are same then the product is positive integer.
2. If the signs of two integers are different then the product is negative integer.



Fill the grid by multiplying each number in the first column with each number in the first row and answer the following questions.

\times	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5	25								-15		
-4											-20
-3			9								
-2					0						
-1											
0		0									
1											
2											
3											
4				-8							
5										20	

1. Write your observations from the table.
2. What happens when an integer multiplied with (-1) ?
3. When will we get product of two integers is zero?

Example 1: A sump is full of water, when the motor started pumping the level of water decreasing 2 inches per minute then what is the level of water from the ground level after 20 minutes?

Solution: The change in level of water per minute = -2 inches (decreasing 2 inches)

$$\begin{aligned} \text{The level of water after 20 minutes} &= 20 \times (-2) \\ &= -40 \text{ inches} \end{aligned}$$



So, the level of water in sump is 40 inches depth from the ground level.

Do you know?
1 inch = 2.54cm

Example 2 : An elevator begins from 20m above the ground. It descends into a mine shaft at the rate of 6m per minute. what will be its position after 15 minutes?

కావున, రెండు పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారాన్ని కింది విధంగా సాధారణీకరించవచ్చు.

1. రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు ఒక గుర్తు కలిగి ఉంటే వాటి లబ్దము ధన పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.
2. రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు వేరు వేరు గుర్తులు కలిగి ఉంటే వాటి లబ్దము బుణ పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.



కింది పట్టికలో మొదటి నిలవు వరసలో ప్రతిసంఖ్యను, మొదటి అడ్డవరుసలోని ప్రతి సంఖ్యతో గుణిస్తూ పట్టికను పూరించుము మరియు ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి.

\times	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5	25								-15		
-4											-20
-3			9								
-2				0							
-1											
0		0									
1											
2											
3											
4			-8								
5										20	

1. పట్టిక నుండి మీరు ఏమి గమనించారో వ్రాయండి
2. పూర్ణసంఖ్యను (-1) చే గుణకారం చేసినపుడు ఏమవుతుంది?
3. రెండు పూర్ణసంఖ్యల లబ్దము నున్నా ఎప్పుడు అవుతుంది?

ఉధారణ 1 : నీటి గుంటు (సంప్ర.) పూర్తిగా నీటితో నిండివుంది. మోటారుతో నీటిని తోడడం వలన నీటి స్థాయి నిముషానికి 2 అంగుళాల చొప్పున తగ్గిన 20 నిముషాల తరువాత నేలమట్టము నుండి నీరు ఎంత లోతులో ఉంటుంది?

సాధన : ఒక నిముషములో నీటి మట్టములో మార్పు = -2 అంగుళాలు (2 అంగుళాలు తగ్గినది)
20 నిముషాల తరువాత నీటి మట్టములో మార్పు = $20 \times (-2)$
= -40 అంగుళాలు

కావున, నీటి గుంటులో నీరు నేల మట్టము నుండి 40 అంగుళాల లోతులో ఉండును.



మీకు తెలుసా?

1 అంగుళం = 2.54 సెం.మీ

ఉధారణ 2 : భూమి నుంచి 20 మీ ఎత్తు నుంచి ఒక లిఫ్ట్ ప్రారంభమయింది. అది గని లోపలికి నిముషానికి 6 మీ చొప్పున కిందికి వెళ్లిన, 15 నిముషాల తరువాత దాని స్థానము ఏమిటి?

Solution : Since the elevator is going down, so the distance covered by it will be represented by a negative integer.

Change in position of the elevator in one minute = -6m

Change in position of the elevator in 15 minutes = $15 \times (-6) = -90\text{m}$

So, the final position of the elevator = $20 + (-90) = -70\text{m}$

The elevator is at 70m below the ground level.

Example 3 : In a test, (+5) marks are given for every correct answer and (-3) marks are given for every incorrect answer. Lakshmi gets 45 correct and 15 incorrect answers. What is her score?

Solution : Marks given for one correct answer = 5

Marks obtained for 45 correct answers = $45 \times 5 = 225$

Marks given for one incorrect answer = -3

Marks obtained for 15 incorrect answers = $15 \times (-3) = -45$

Lakshmi's score = $225 + (-45) = 180$.

Exercise - 1.1

1. Multiply the following

i) 5×7 ii) $(-9) \times (6)$ iii) $(9) \times (-4)$ iv) $(8) \times (-7)$

v) $(-124) \times (-1)$ vi) $(-12) \times (-7)$ vii) $(-63) \times 7$ viii) $7 \times (-15)$

2. Which is greater?

i) $2 \times (-5)$ or $3 \times (-4)$ ii) $(-6) \times (-7)$ or $(-8) \times 5$

iii) $(-6) \times 10$ or $(-3) \times (-21)$ iv) $9 \times (-11)$ or $6 \times (-16)$

v) $(-8) \times (-5)$ or $(-9) \times (-4)$

3. Write the pair of integers whose product will give

i) A negative integer

ii) A positive integer

iii) Zero

4. A frog is slipping into a well from upper surface at a rate of 3 meters per minute, after 5 minutes what is the position of the frog in the well?



సాధన : లిఫ్ట్ కిందికి వెళ్లున్నది కావున అది వెళ్ళే దూరాన్ని బుఱ పూర్ణ సంఖ్యతో సూచిస్తాము.
 ఒక నిమిషంలో లిఫ్ట్ యొక్క స్థానములో మార్పు = -6 మీ.
 $15 \text{ నిముషాలలో లిఫ్ట్ యొక్క స్థానములో మార్పు} = 15 \times (-6) = -90 \text{ మీ.}$
 కనుక, లిఫ్ట్ యొక్క చివరి స్థానము = $20 + (-90) = -70 \text{ మీ.}$
 లిఫ్ట్ నేల మట్టము నుండి 70 మీ లోతులో ఉండును.

ఉండాహరణ 3 : ఒక పరీక్షలో రాయబడిన సరైన సమాధానానికి (+5) మార్పులు మరియు తప్ప అయిన సమాధానానికి (-3) మార్పులు కేటాయించడం జరిగింది. లక్ష్మీ రాసిన సమాధానాలలో 45 సరైనవి మరియు 15 తప్ప అయిన ఆమెకు వచ్చిన మార్పులు ఎన్ని?

సాధన : ఒక సరైన సమాధానానికి ఇవ్వబడ్డ మార్పులు = 5
 $45 \text{ సరైన సమాధానాలకు మార్పులు} = 45 \times 5 = 225$
 ఒక తప్ప సమాధానానికి ఇవ్వబడ్డ మార్పులు = -3
 $15 \text{ తప్ప సమాధానాలకి ఇవ్వబడ్డ మార్పులు} = 15 \times (-3) = -45$
 $\therefore \text{లక్ష్మీకి వచ్చిన మార్పులు} = 225 + (-45) = 180.$

అభిభూతం-1.1

1. కింది వాటిని గుణించండి.
 - i) 5×7
 - ii) $(-9) \times (6)$
 - iii) $(9) \times (-4)$
 - iv) $(8) \times (-7)$
 - v) $(-124) \times (-1)$
 - vi) $(-12) \times (-7)$
 - vii) $(-63) \times 7$
 - viii) $7 \times (-15)$
2. కింది వాటిలో పెద్దది ఏది?
 - i) $2 \times (-5)$ లేదా $3 \times (-4)$
 - ii) $(-6) \times (-7)$ లేదా $(-8) \times 5$
 - iii) $(-6) \times 10$ లేదా $(-3) \times (-21)$
 - iv) $9 \times (-11)$ లేదా $6 \times (-16)$
 - v) $(-8) \times (-5)$ లేదా $(-9) \times (-4)$
3. రెండు పూర్ణ సంఖ్యల లబ్దము
 - i) ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య
 - ii) ఒక బుఱ పూర్ణ సంఖ్య
 - iii) సున్నా అగునట్లు సంఖ్యలను వ్రాయుము.
4. ఒక కప్ప నిముషానికి 3 మీలక్క వంతున బావి పై ఉపరితలం నుండి లోపలికి జారుతున్నది. కప్ప 5 నిముషాల తరువాత బావిలో ఏ స్థానములో ఉంటుంది?



5. During the summer, the level of water in a pond decreases by 5 inches every week due to evaporation. What is the change in the level of the water over a period of 6 weeks?
6. A shop keeper earns a profit of ₹5 on one note book and loss of ₹3 on one pen by selling in the month of July. He sells 1500 books and 1500 pens. Find out what is his profit or loss.
7. A cement company earns a profit of ₹8 per bag of white cement and a loss of ₹6 per bag of grey cement by selling. The company sells 2,000 bags of white cement and 3,000 bags of grey cement in a month. Find out what is its profit or loss.
8. Fill in the blanks with suitable integer to make the statement true.

i) $(-4) \times \underline{\quad} = -20$	ii) $\underline{\quad} \times 5 = -35$	iii) $(-6) \times \underline{\quad} = 48$
iv) $\underline{\quad} \times (-9) = 45$	v) $\underline{\quad} \times 7 = -42$	vi) $8 \times \underline{\quad} = -8$

1.2 Division of Integers :

Division is the inverse operation of multiplication. For example, Let us take two non-zero integers $6 \times 4 = 24$. So, $24 \div 4 = 6$ and $24 \div 6 = 4$

We can say for each multiplication statement there are two division statements.

Observe the following and fill the blanks.

Multiplication statement	Division statements
$5 \times 3 = 15$	$15 \div 3 = 5$ $15 \div 5 = 3$
$6 \times (-2) = -12$	$(-12) \div 6 = \underline{\quad}$ $(-12) \div (-2) = \underline{\quad}$
$(-10) \times 2 = -20$	$(-20) \div (-10) = \underline{\quad}$ $\underline{\quad}$
$(-5) \times (-6) = 30$	$\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$



Do you know?

Division by zero is not defined

What do you observe from the table?

Thus, we can conclude as follows.

$12 \div 3 = 4$	Positive integer divided by positive integer, the quotient is positive.
$(-12) \div 3 = -4$	Negative integer divided by positive integer, the quotient is negative.
$12 \div (-3) = -4$	Positive integer divided by negative integer, the quotient is negative.
$(-12) \div (-3) = 4$	Negative integer divided by negative integer, the quotient is positive.

Division of two integers carry the same signs of multiplication.

5. వేసవిలో ఒక కొలనులో నీటి మట్టము బాప్పీ భవనం వలన ఒక వారానికి 5 అంగుళాల చొప్పున తగ్గుతున్నది. నీటి స్థాయి స్థిర పరిమాణములో తగ్గుచున్నచో, 6 వారాల తరువాత కొలనులో నీటి మట్టములో మార్పు ఎంత ఉండును?
6. ఒక దుకాణదారుడు ఒక్కాక్కు పుస్తకం అమృదం వలన ₹5లు లాభాన్ని మరియు ఒక్కాక్కు పెన్ను అమృదం వలన ₹3లు నష్టము పొందును. జూలై నెలలో అతను 1500 పుస్తకాలు మరియు 1500 పెన్నులు అమ్మిన అతనికి వచ్చిన లాభము లేదా నష్టమును కనుగొనుము.
7. ఒక సిమెంటు కంపెనీ ఒక్కాక్కు తెలువు రంగు బస్తా సిమెంటు పై ₹8 లాభం మరియు బూడిద రంగు బస్తా సిమెంటు పై ₹6 నష్టముతో అమ్మింది. ఒక నెలలో 2,000 బస్తాల తెలువు సిమెంటు 3,000 బస్తాల బూడిద రంగు సిమెంటు అమ్మిన దానికి వచ్చినది లాభమా లేదా నష్టమా ఏమిటో కనుగొనండి.
8. ప్రవచనం సరియగునట్లు కింది ఖాళీలను సరైన పూర్ణ సంఖ్యలే పూరించుము.
- i) $(-4) \times \underline{\quad} = -20$ ii) $\underline{\quad} \times 5 = -35$ iii) $(-6) \times \underline{\quad} = 48$
 iv) $\underline{\quad} \times (-9) = 45$ v) $\underline{\quad} \times 7 = -42$ vi) $8 \times \underline{\quad} = -8$

1.2 పూర్ణ సంఖ్యల భాగహరము :

భాగహరం అనేది గుణకారం యొక్క విలోమ పరిక్రియ అని మనకు తెలుసు. ఉదాహరణకు మనం రెండు శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్యలను తీసుకుండాం.

$$6 \times 4 = 24 \text{ కావున } 24 \div 4 = 6 \text{ మరియు } 24 \div 6 = 4$$

ప్రతి గుణకారానికి, రెండు భాగహర వాక్యాలు ఉంటాయని మనం చెప్పవచ్చు.

క్రింది పట్టికను పరిశీలించి మిగిలిన ఖాళీలను పూరించండి.

గుణకార వాక్యము	భాగహర వాక్యాలు
$5 \times 3 = 15$	$15 \div 3 = 5$ $15 \div 5 = 3$
$6 \times (-2) = -12$	$(-12) \div 6 = \underline{\quad}$ $(-12) \div (-2) = \underline{\quad}$
$(-10) \times 2 = -20$	$(-20) \div (-10) = \underline{\quad}$ $\underline{\quad}$
$(-5) \times (-6) = 30$	$\underline{\quad}$ $\underline{\quad}$



మీకు తెలుసా?

సున్నాతో భాగహరము

నిర్వచించలేము

పట్టిక నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?

క్రింద విధముగా మనం సాధారణీకరించవచ్చు.

$12 \div 3 = 4$	ధన పూర్ణసంఖ్యను, ధన పూర్ణసంఖ్యతో భాగించిన వచ్చు భాగఫలం ధనాత్మకం.
$(-12) \div 3 = -4$	బుఱ పూర్ణసంఖ్యను, ధన పూర్ణసంఖ్యతో భాగించిన వచ్చు భాగఫలం బుఱాత్మకం.
$12 \div (-3) = -4$	ధన పూర్ణసంఖ్యను, బుఱ పూర్ణసంఖ్యతో భాగించిన వచ్చు భాగఫలం బుఱాత్మకం.
$(-12) \div (-3) = 4$	బుఱ పూర్ణసంఖ్యను, బుఱ పూర్ణసంఖ్యతో భాగించిన వచ్చు భాగఫలం ధనాత్మకం.

రెండు పూర్ణసంఖ్యల భాగహరము కూడా గుర్తుల పరముగా గుణకారము యొక్క నియమాలనే పాటించును.

If the signs are same then the quotient is positive.
If the signs are different then the quotient is negative.



Check Your Progress

Fill the following table.

S.No.	Integer 1 ÷ Integer 2	Quotient
1	$(+25) \div (+5)$	5
2	$42 \div (-6)$	
3	$(-75) \div 15$	
4	$(-27) \div (-3)$	

Example 4 : A borewell machine drills down 72 feet per hour from surface of the earth. If the water is at 360 feet down from surface of earth, after how many hours it will touch the water layer?

Solution : Depth of drilling in one hour = -72 feet

Depth of water layer from surface of earth = -360 feet

Number of hours required = $-360 \div (-72) = 5$



Hence, the borewell machine will touch water layer at 5 hours of drilling.

Example 5 : In a test, (+4) marks are given for every correct answer and (-2) marks are given for every incorrect answer. Sasi answered all the questions and scored 26 marks from 8 correct answers. How many incorrect answers had Sasi attempted?

Solution : Marks given for one correct answer = 4

So, marks given for 8 correct answers = $4 \times 8 = 32$

Sasi score = 26

Marks obtained for incorrect answers = $26 - 32 = -6$

Marks given for one incorrect answer = -2

\therefore Number of incorrect answers = $(-6) \div (-2) = 3$

Example 6 : Shop keeper Yaseen earns a profit of ₹20 per bag of Sonamasoori rice sold and loss of ₹12 per bag of Hamsa rice. In one week he gets neither profit nor loss, if he sells 1440 Sonamasoori rice bags. How many Hamsa rice bags did he sell?

Solution : In the given problem there is neither profit or loss.

So, Profit earned + loss incurred = 0

Profit earned = - loss incurred

ఒకే గుర్తు గల రెండు పూర్ణ సంఖ్యల భాగఫలము ధనాత్మకం వేరు వేరు గుర్తుగల రెండు పూర్ణ సంఖ్యల భాగఫలము బుఱాత్మకం.



క్రింది పట్టికను పూర్తి చేయము.

క్ర.సం	1వ పూర్ణ సంఖ్య \div 2వ పూర్ణ సంఖ్య	భాగఫలము
1	$(+25) \div (+5)$	5
2	$42 \div (-6)$	
3	$(-75) \div 15$	
4	$(-27) \div (-3)$	

ఉండాపరిశోధన 4 : భూషంపరితలం నుంచి ఒక బోర్డ్‌వెల్ యంత్రం ప్రతిగంటకు 72 అడుగుల లోతును త్రవ్యగలదు.

భూషంపరితలం నుంచి 360 అడుగుల లోతులో ఉన్న నీటిపొరను చేరుటకు ఆ యంత్రానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

సాధన : ఒక గంటలో త్రవ్య లోతు = -72 అడుగులు

భూషంపరితలము నుండి నీటిపొర గల దూరము = -360 అడుగులు

నీటిని చేరుటకు పట్టు సమయము = $-360 \div (-72) = 5$



కావున, బోర్డ్‌వెల్ యంత్రం నీటిపొరను చేరుటకు 5 గంటల సమయం పడుతుంది.

ఉండాపరిశోధన 5 : ఒక పరీక్షలో, ప్రతి సరైన సమాధానానికి (+4) మార్కులు మరియు ప్రతి తప్పు సమాధానానికి (-2) మార్కులు ఇవ్వబడతాయి. శశి అన్ని ప్రత్యులకు సమాధానం ఇచ్చారు మరియు సాయి హ్రాసిన 8 సరైన సమాధానాల ద్వారా 26 మార్కులు సాధించాడు. శశి రాసిన తప్పు సమాధానాలు ఎన్ని?

సాధన : ఒక్కాక్క సరైన సమాధానానికి మార్కులు = 4

కనుక, 8 సరైన సమాధానాలకు మార్కులు = $4 \times 8 = 32$

శశికి వచ్చిన మార్కులు = 26

తప్పు సమాధానాలకు ఇవ్వబడిన మార్కులు = $26 - 32 = -6$

ఒక్కాక్క తప్పు సమాధానానికి మార్కులు = -2

\therefore తప్పు సమాధానాల సంఖ్య = $(-6) \div (-2) = 3$

ఉండాపరిశోధన 6 : దుకాణదారుడు యాసిన ఒక సోనా మసూరి బియ్యపు బస్తా పై ₹20 లాభముతో మరియు హంస బియ్యపు బస్తా పై ₹12 సప్పముతో అమ్మాడు. ఒక నెలలో 1440 సోనా మసూరి బియ్యపు బస్తాలు అమ్మినా లాభము కానీ, నప్పము కానీ రాలేదు. అయిన ఆ నెలలో ఎన్ని హంస బియ్యపు బస్తాలు అమ్మాడు?

సాధన : ఇచ్చిన సమస్యలో, లాభము కానీ, నప్పము కానీ లేదు.

కావున, వచ్చిన లాభము + వచ్చిన నప్పము = 0

వచ్చిన లాభము = - వచ్చిన నప్పము

Profit earned by selling one Sonamasoori rice bag = ₹20

Profit earned by selling 1440 Sonamasoori rice bag = $1440 \times 20 = ₹28800$

Loss incurred by selling one Hamsa rice bag = ₹ 12 , which we denoted by -12

Loss incurred by selling one Hamsa rice bags = ₹ -28800

Total number of Hamsa rice bags sold = $(-28800) \div (-12) = 2400$ bags.

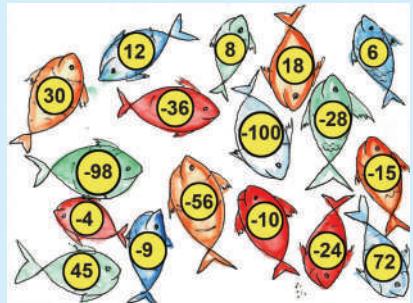


The fish in the pond below, carry some numbers. Choose any 4 pairs and carry out four multiplications with those numbers. Now, choose four other pairs and carry out divisions with those numbers.

For example

(i) $(-10) \times 6 = -60$

(ii) $(-36) \div 6 = -6$



Exercise - 1.2

1. Calculate the following.

- | | | | |
|--------------------|-------------------------|-----------------------|----------------------|
| i) $(-96) \div 16$ | ii) $98 \div (-49)$ | iii) $(-51) \div 17$ | iv) $38 \div (-19)$ |
| v) $(-80) \div 20$ | vi) $(-150) \div (-25)$ | vii) $(-600) \div 60$ | viii) $(-54) \div 9$ |
| ix) $130 \div 65$ | x) $(-315) \div (-315)$ | | |

2. The product of two integers is -165. If one number is -15, Find the other integer.

3. Because of covid-19 a company lockdown for 6 months and got loss of ₹1,32,000 in the year 2020. Find the average loss of each month.



4. The temperature at 12 noon was 10°C above zero. If it decreases at the rate of 2°C per hour until midnight, at what time would the temperature be 8°C below zero? What would be the temperature at mid-night?



5. A green grocer earns a profit of ₹7 per kg of tomato and got loss of ₹4 per kg of brinjal by selling. On Monday he gets neither profit or loss, if he sold 68 kgs of tomato. How many kgs of brinjal did he sell?

6. In a test, each correct answer carry + 3 marks and incorrect answer -1 mark. Sona attempted all the questions and scored +20 marks though she got 10 correct answers.

i) How many incorrect answers did she attempt?

ii) How many questions were given in the test?

ఒక సోనా మసూరి బియ్యపు బస్తా పై వచ్చు లాభము = ₹20

$1440 \text{ సోనా మసూరి బియ్యపు బస్తాల పై వచ్చు లాభము} = 1440 \times 20 = ₹28800$

హంస బియ్యపు బస్తాలపై వచ్చు నష్టము = -₹28800

ఒక హంస బియ్యపు బస్తా పై వచ్చు నష్టము = ₹12 , దీనిని మనం -12గా సూచిస్తాం.

ఆ నెలలో అమ్మిన హంస బియ్యపు బస్తాల సంఖ్య = $(-28800) \div (-12) = 2400$ బస్తాలు.

ఇది చేయండి

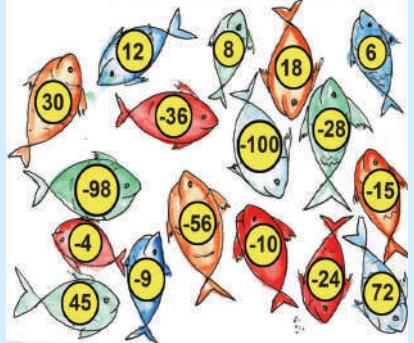
క్రూట్స్

పక్క కొలనులోని చేపలపై కొన్ని సంఖ్యలు ఉన్నవి.
ఏవేని 4 జతల సంఖ్యలను ఎన్నుకొని 4 గుణకార వాక్యాలు రాయము. తరువాత 4 జతల ఇతర సంఖ్యలను ఎన్నుకొని 4 భాగహార వాక్యాలు రాయము.

ఉదాహరణకు

$$(i) (-10) \times 6 = -60$$

$$(ii) -36 \div 6 = -6$$



అభియాసం-1.2

1. క్రింది వాటిని లెక్కించండి.

- | | | | |
|--------------------|-------------------------|-----------------------|----------------------|
| i) $(-96) \div 16$ | ii) $98 \div (-49)$ | iii) $(-51) \div 17$ | iv) $38 \div (-19)$ |
| v) $(-80) \div 20$ | vi) $(-150) \div (-25)$ | vii) $(-600) \div 60$ | viii) $(-54) \div 9$ |
| ix) $130 \div 65$ | x) $(-315) \div (-315)$ | | |

2. రెండు పూర్క సంఖ్యల లబ్దము -165 . అందులో ఒక సంఖ్య -15 అయిన రెండవ సంఖ్య కనుగొనుము.

3. 2020 సం. లో కోవిడ్-19 వలన ఇక కంపెనీ 6 నెలలు లాక్ డౌన్ లో వుండినది మరియు ₹1,32,000 నష్టహోయినది. నెలసరి సరాసరి నష్టమును కనుగొనుము.



4. మధ్యాహ్నం 12 గంటలకు ఉష్ణోగ్రత 0° పైన 10°C అని గుర్తించబడినది. ఉష్ణోగ్రత ప్రతి గంటకు 2°C చూపున అర్ధరాత్రి వరకు తగ్గుతుంది. ఏ సమయానికి 0° కన్నా ఈ 8°C తక్కువగా ఉంటుంది? అర్ధరాత్రి ఉష్ణోగ్రత ఎంత?



5. ఒక కూరగాయల వ్యాపారి ఒక కి.గ్రా. టమోటా పై ₹7 లాభముతో, ఒక కి.గ్రా. వంకాయల పై ₹4 నష్టముతో అమ్మాడు. అతను సోమవారము 68 కి.గ్రా. ల టమోటాలు అమ్మినా లాభము కానీ నష్టము కానీ రాలేదు. అయిన అతను ఆ రోజు ఎన్ని కి.గ్రా.ల వంకాయలు అమ్మాడు?

6. ఒక పరీక్లసీ, ప్రతి సరైన సమాధానానికి +3 మార్కులు, మరియు ప్రతి తప్పు కు -1 మార్కులు ఇవ్వబడతాయి. సోనా అన్ని ప్రత్యేకిత సమాధానాలు ప్రాయగా, అందులో 10 సరియైనవి మరియు ఆమె 20 మార్కులు పొందినది.

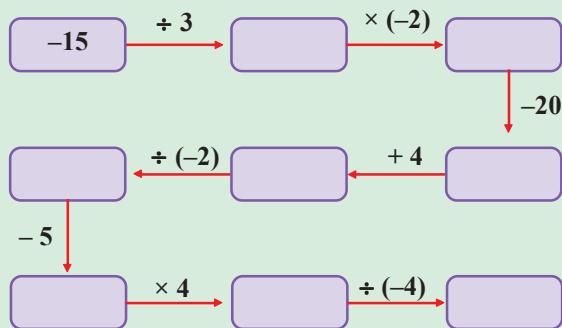
i) ఆమె రాసిన తప్పు సమాధానాలు ఎన్ని?

ii) పరీక్లసీ ఇవ్వబడిన మొత్తం ప్రత్యేకిత ఎన్ని?

7. Write 5 pairs of integers (a, b) such that $a \div b = -4$.
 (Ex : $(12, -3)$ because $12 \div (-3) = -4$)



Jasvi says her favorite number through puzzle.
 Find it.



Do you know?

'ε' **'∉'**

These symbols are used to indicate whether the given element belongs to the given collection or not.

$0 \in W$ (0 belongs to whole numbers)

$0 \notin N$ (0 does not belong to natural numbers)

$-3 \in Z$ (-3 belongs to integers)

1.3 Properties of Integers :

In the 6th class we learnt the properties of whole numbers. Now we are going to learn the properties of integers. Let us learn properties of integers under four fundamental operations one by one.

i) **Closure property:** Observe the following tables and complete them.

Addition	
Statement	Conclusion
$-5 + 3 = -2$	The sum is an integer
$-3 + (-2) =$	
$0 + (-3) =$	
$7 + (-6) =$	The sum is an integer
The sum of any two integers is also an integer.	
For any two integers a and b, $a + b$ is also an integer $(a, b \in Z \text{ then } a + b \in Z)$	

Multiplication	
Statement	Conclusion
$-5 \times 3 = -15$	
$-3 \times (-2) =$	The product is an integer
$0 \times (-3) =$	
$7 \times (-6) =$	
The product of any two integers is also an integer.	
For any two integers a and b, $a \times b$ is also an integer $(a, b \in Z \text{ then } a \times b \in Z)$	

∴ Integers are closed under addition and multiplication.



Can you find at least one pair of integers whose sum or product is not an integer?

7. $a \div b = -4$ అగునట్లు 5 పూర్ణ సంఖ్యల జత (a, b)లు ప్రాయము.

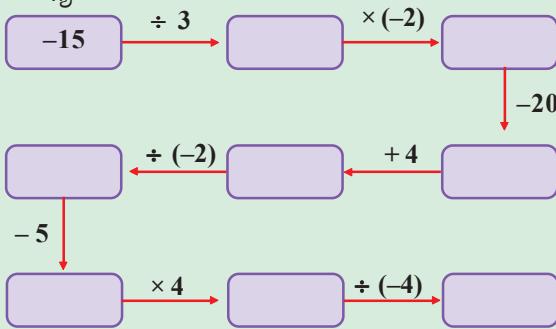
(కదా : (12, -3) ఎందుకనగా $12 \div (-3) = -4$).

పజల్ బ్రిమ్



జశ్వీ తన ఇష్టమైన సంఖ్యను ఒక పజల్ రూపములో చెప్పినది.

ఆ సంఖ్యను కనుగొనడి.



మీకు తెలుసా?

'E' 'N'

�క సంఖ్య, ఇచ్చిన సముదాయానికి చెందినదా? లేదా?

అని తెలియజేయుటకు ఈ గుర్తులు ఉపయోగిస్తాము.

$0 \in W$ (0 పూర్ణంకాల సముదాయానికి చెందును)

$0 \notin N$ (0 సహజ సంఖ్య సముదాయానికి చెందదు)

$-3 \in Z$ (-3 పూర్ణ సంఖ్యల సముదాయానికి చెందును).

1.3 పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు:

క్రింది తరగతిలో పూర్ణంకాల ధర్మాలు నేర్చుకున్నాము. ఇప్పుడు మనము పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలను నేర్చుకుందాము. నాలుగు వస్తుర్విధ పక్రియలపై పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలను ఒకదాని త్రయోత మరొకటి పరిశీలిద్దాం.

i) సంపృత ధర్మము : కింది పట్టికలను పరిశీలించండి మరియు వాటిని పూరించుము.

సంకలనం	
ప్రపచనం	సారాంశం
$-5 + 3 = -2$	మొత్తం ఒక పూర్ణ సంఖ్య
$-3 + (-2) =$	
$0 + (-3) =$	
$7 + (-6) =$	మొత్తం ఒక పూర్ణ సంఖ్య ఏవేని రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం కూడా ఒక పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.
ఏవైనా రెండు పూర్ణసంఖ్యలు a మరియు b లకు $a + b$ కూడా పూర్ణ సంఖ్య ($a, b \in Z$ అయిన $a + b \in Z$)	

గుణకారం	
ప్రపచనం	సారాంశం
$-5 \times 3 = -15$	
$-3 \times (-2) =$	లబ్దము ఒక పూర్ణ సంఖ్య
$0 \times (-3) =$	
$7 \times (-6) =$	ఏవేని రెండు పూర్ణ సంఖ్యల లబ్దము కూడా ఒక పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.
ఏవైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b లకు $a \times b$ కూడా పూర్ణ సంఖ్య ($a, b \in Z$ అయిన $a \times b \in Z$)	

∴ పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనము, గుణకారము ల ద్వారా సంపృత ధర్మాన్ని పొట్టిస్తాయి.



అలోచించండి

మొత్తము లేదా లబ్దము పూర్ణ సంఖ్య కాని సంఖ్య అగునట్లు కనీసం
ఒక పూర్ణ సంఖ్యల జత చెప్పగలమా?

Subtraction		Division	
Statement	Conclusion	Statement	Conclusion
$-7 - 8 = -15$	The difference is an integer	$9 \div 10 = 0.9$	The quotient is not an integer
$-5 - (-3) =$		$-6 \div (-2) = 3$	The quotient is an integer
$0 - (-3) =$		$0 \div (-3) =$	
$9 - (-6) =$	The difference is an integer	$7 \div (-6) =$	
The difference of any two integers is an integer.		In general, the quotient of any two integers need not an integer.	
For any two integers a and b, $a - b$ is also an integer ($a, b \in \mathbb{Z}$ then $a - b \in \mathbb{Z}$)		For any two integers a and b ($b \neq 0$), $a \div b$ need not an integer ($a, b \in \mathbb{Z}$ then $a \div b \in \mathbb{Z}$)	

∴ Integers are closed under subtraction, but need not closed under division

ii) **Commutative Law :** Observe the following tables and complete them.

Addition			Multiplication		
Statement 1	Statement 2	Conclusion	Statement 1	Statement 2	Conclusion
$-6 + 3 = -3$	$3 + (-6) = -3$	$-6 + 3 = 3 + (-6)$	$-6 \times 3 = -3$	$3 \times (-6) = -3$	$-6 \times 3 = 3 \times (-6)$
$3 + (-9) =$	$(-9) + 3 =$		$3 \times (-9) =$	$(-9) \times 3 =$	
$-6 + (-5) =$	$(-5) + (-6) =$		$-6 \times (-5) =$	$(-5) \times (-6) =$	
$-3 + 2 =$			$-3 \times 2 =$		
$4 + (-5) =$			$4 \times (-5) =$		
For any two integers a and b, $a + b = b + a$			For any two integers a and b, $a \times b = b \times a$		

∴ Integers are commutative under addition and multiplication.

Subtraction			Division		
Statement 1	Statement 2	Conclusion	Statement 1	Statement 2	Conclusion
$-6 - 3 = -9$	$3 - (-6) = 9$	$-6 - 3 \neq 3 + (-6)$	$2 \div 10 = 0.2$	$3 \times (-6) = -3$	$2 \div 10 \neq 10 \div 2$
$5 - (-9) =$	$(-9) - 5 =$		$3 \div (-9) = -\frac{1}{3}$	$(-9) \div 3 =$	
In general, for any two integers a and b, $a - b \neq b - a$			In general, for any two integers a, b ($b \neq 0$), $a \div b \neq b \div a$		

∴ Integers are not commutative under subtraction and division.

వ్యవకలనం		భాగహరం	
ప్రపచనం	సారాంశం	ప్రపచనం	సారాంశం
$-7 - 8 = -15$	భేదము ఒక పూర్ణ సంఖ్య	$9 \div 10 = 0.9$	భాగఫలం ఒక పూర్ణ సంఖ్య కాదు
$-5 - (-3) =$		$-6 \div (2) = 3$	భాగఫలం ఒక పూర్ణ సంఖ్య
$0 - (-3) =$		$0 \div (-3) =$	
$9 - (-6) =$	భేదము ఒక పూర్ణ సంఖ్య	$7 \div (-6) =$	
ఏనేని రెండు పూర్ణ సంఖ్యల యొక్క భేదము కూడా ఒక పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.		సాధారణంగా, రెండు పూర్ణ సంఖ్యల భాగఫలం ఒక పూర్ణ సంఖ్య కావలసిన అవసరం లేదు.	
ఏనైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b లకు $a - b$ కూడా పూర్ణ సంఖ్య.		ఏనైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b ($b \neq 0$) లకు $a \div b$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య కావసరం లేదు.	
$(a, b \in \mathbb{Z} \text{ అయిన } a - b \in \mathbb{Z})$		$(a, b \in \mathbb{Z} \text{ అయిన } a \div b \notin \mathbb{Z})$	

∴ పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలనం దృష్టి సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

కానీ భాగహరము దృష్టి సంవృత ధర్మాన్ని పాటించనవసరం లేదు.

ii) వినిమయ (స్థిత్యంతర) న్యాయము : కింది పట్టికలను పరిశీలించండి మరియు వాటిని పూరించుము.

సంకలనం			గుణకారం		
ప్రపచనం 1	ప్రపచనం 2	సారాంశం	ప్రపచనం 1	ప్రపచనం 2	సారాంశం
$-6 + 3 = -3$	$3 + (-6) = -3$	$-6 + 3 = 3 + (-6)$	$-6 \times 3 = -3$	$3 \times (-6) = -3$	$-6 \times 3 = 3 \times (-6)$
$3 + (-9) =$	$(-9) + 3 =$		$3 \times (-9) =$	$(-9) \times 3 =$	
$-6 + (-5) =$	$(-5) + (-6) =$		$-6 \times (-5) =$	$(-5) \times (-6) =$	
$-3 + 2 =$			$-3 \times 2 =$		
$4 + (-5) =$			$4 \times (-5) =$		
ఏనైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b లకు $a + b = b + a$		ఏనైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b లకు $a \times b = b \times a$			

∴ పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనము మరియు గుణకారము దృష్టి వినిమయ (స్థిత్యంతర) న్యాయము పాటిస్తాయి.

వ్యవకలనం			భాగహరం		
ప్రపచనం 1	ప్రపచనం 2	సారాంశం	ప్రపచనం 1	ప్రపచనం 2	సారాంశం
$-6 - 3 = -9$	$3 - (-6) = 9$	$-6 - 3 \neq 3 + (-6)$	$2 \div 10 = 0.2$	$3 \times (-6) = -3$	$2 \div 10 \neq 10 \div 2$
$5 - (-9) =$	$(-9) - 5 =$		$3 \div (-9) = -\frac{1}{3}$	$(-9) \div 3 =$	
సాధారణంగా, ఏనైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b లకు $a - b \neq b - a$			సాధారణంగా, ఏనైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b ($b \neq 0$) లకు $a \div b \neq b \div a$		

∴ పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలనము మరియు భాగహరముల దృష్టి వినిమయ (స్థిత్యంతర) న్యాయమును పాటించవు.

iii) **Associative Law :** Observe the following tables and complete them.

Addition			Multiplication		
Statement 1	Statement 2	Conclusion	Statement 1	Statement 2	Conclusion
$(-6 + 3) + 2$ = $-3 + 2$ = -1	$-6 + (3 + 2) =$ = $-6 + 5$ = -1	$(-6 + 3) + 2 =$ $-6 + (3 + 2)$	$(-6 \times 3) \times 2$ = -18×2 = -36	$-6 \times (3 \times 2) =$ = -6×6 = -36	$(-6 \times 3) \times 2 =$ $-6 \times (3 \times 2)$
$[3 + (-9)] + (-5)$ = =	$3 + [(-9) + (-5)]$ = =		$[3 \times (-9)] \times (-5)$ = =	$3 \times [(-9) \times (-5)]$ = =	
$[-6 + (-5)] + 6$ = =	$-6 + [(-5) + 6]$ = =		$[-6 \times (-5)] \times 6$ = =	$-6 \times [(-5) \times 6]$ = =	
For any three integers a, b and c, $(a + b) + c = a + (b + c)$			For any three integers a, b and c, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$		

∴ Integers are associative under addition and multiplication.

Subtraction			Division		
Statement 1	Statement 2	Conclusion	Statement 1	Statement 2	Conclusion
$(-6 - 3) - 2$ = $-9 - 2$ = -11	$-6 - (3 - 2)$ = $-6 - 1$ = -7	$(-6 - 3) - 2$ $\neq -6 - (3 - 2)$	$(-18 \div 6) \div 3$ = $-3 \div 3$ = -1	$-18 \div (6 \div 3)$ = $-18 \div 2$ = -9	$(-6 \div 3) \div 2 \neq -6 \div (3 \div 2)$
$[3 - (-9)] - (-5)$ = =	$3 - [(-9) - (-5)]$ = =		$[16 \div (-4)] \div (-2)$ = =	$16 \div [(-4) \div (-2)]$ = =	
In general, for any three integers a, b and c, $(a - b) - c \neq a - (b - c)$			In general, for any three integers a, b and c $(b \neq 0, c \neq 0), (a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$		

∴ Integers are not associative under subtraction and division.

iv) **Identity property :** Observe the following tables and complete them.

Addition		Multiplication	
$3 + \underline{\hspace{1cm}} = 3$		$3 \times 1 = 3$	
$0 + (-3) = \underline{\hspace{1cm}}$		$\underline{\hspace{1cm}} \times (-3) = -3$	
$-2 + \underline{\hspace{1cm}} = -2$		$-2 \times \underline{\hspace{1cm}} = -2$	
$\underline{\hspace{1cm}} + 5 = 5$		$\underline{\hspace{1cm}} \times 5 = 5$	
$-6 + \underline{\hspace{1cm}} = -6$		$-6 \times \underline{\hspace{1cm}} = -6$	
For any integer a , $a + 0 = 0 + a = a$		For any integer a , $a \times 1 = 1 \times a = a$	
∴ Zero is the additive identity.		∴ 1 is multiplicative identity.	

iii) సహచర న్యాయము : కింది పట్టికలను పరిశీలించండి మరియు వాటిని పూరించుము.

సంకలనం		
ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
$(-6 + 3) + 2$ = $-3 + 2$ = -1	$-6 + (3 + 2) =$ $-6 + 5$ $= -1$	$(-6 + 3) + 2 =$ $-6 + (3 + 2)$
$[3 + (-9)] + (-5)$ = =	$3 + [(-9) + (-5)]$ = =	
$[-6 + (-5)] + 6$ = =	$-6 + [(-5) + 6]$ = =	
ఏపైనా మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు a, b మరియు c లకు $(a + b) + c = a + (b + c)$		

గుణకారం		
ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
$(-6 \times 3) \times 2$ = -18×2 = -36	$-6 \times (3 \times 2) =$ -6×6 $= -36$	$(-6 \times 3) \times 2 =$ $-6 \times (3 \times 2)$
$[3 \times (-9)] \times (-5)$ = =	$3 \times [(-9) \times (-5)]$ = =	
$[-6 \times (-5)] \times 6$ = =	$-6 \times [(-5) \times 6]$ = =	
ఏపైనా మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు a, b మరియు c లకు $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$		

∴ పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనము మరియు గుణకారముల దృష్టి సహచర న్యాయము పాటిస్తాయి.

వ్యవకలనం		
ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
$(-6 - 3) - 2$ = $-9 - 2$ = -11	$-6 - (3 - 2)$ = $-6 - 1$ = -7	$(-6 - 3) - 2$ $\neq -6 - (3 - 2)$
$[3 - (-9)] - (-5)$ = =	$3 - [(-9) - (-5)]$ = =	
సాధారణంగా, ఏపైనా మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు a, b మరియు c లకు $(a - b) - c \neq a - (b - c)$		

భాగపోరం		
ప్రవచనం 1	ప్రవచనం 2	సారాంశం
$(-18 \div 6) \div 3$ = $-3 \div 3$ = -1	$-18 \div (6 \div 3)$ = $-18 \div 2$ = -9	$(-6 \div 3) \div 2 \neq -6 \div (3 \div 2)$
$[16 \div (-4)] \div (-2)$ = =	$16 \div [(-4) \div (-2)]$ = =	
సాధారణంగా, ఏపైనా మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు a, b మరియు c లకు $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$		

∴ పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలనము మరియు భాగపోరముల దృష్టి సహచర న్యాయమును పాటించవు.

iv) తత్త్వము ధర్మము : ఈ క్రింది పట్టికలను గమనించి పూరించండి.

సంకలనం	
$3 + \underline{\hspace{2cm}} = 3$	
$0 + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$	
$-2 + \underline{\hspace{2cm}} = -2$	
$\underline{\hspace{2cm}} + 5 = 5$	
$-6 + \underline{\hspace{2cm}} = -6$	
a ఏదేని పూర్ణ సంఖ్య అయిన $a + 0 = 0 + a = a$	
\therefore సంకలన తత్త్వమాంశము ‘0’	

గుణకారం	
$3 \times 1 = 3$	
$\underline{\hspace{2cm}} \times (-3) = -3$	
$-2 \times \underline{\hspace{2cm}} = -2$	
$\underline{\hspace{2cm}} \times 5 = 5$	
$-6 \times \underline{\hspace{2cm}} = -6$	
a ఏదేని పూర్ణ సంఖ్య అయిన $a \times 1 = 1 \times a = a$	
\therefore గుణకార తత్త్వమాంశము ‘1’	

v) **Additive inverse property :** What should be added to -3 to get additive identity 0 ?

Observe the following, $4 + (-4) = 0$

$$(-5) + 5 = \underline{\quad}$$

$$(-6) + \underline{\quad} = 0$$

In each pair given above, one integer is called the additive inverse of the other integer.

For any integer ‘ a ', there exists an integer $(-a)$ such that $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Both the integers a and $-a$ are called ‘additive inverse’ of each other.

We get additive inverse of an integer a when we multiply (-1) to a .

Example 7: Find the additive inverses of $(+2)$ and (-3) .

Solution : Additive inverse of $+2 = -(+2) = -2$.

Additive inverse of $-3 = -(-3) = +3$.



Check Your Progress

Write the additive inverses of $5, -8, 1$ and 0 .



Let's think

What should be multiplied by 6 to get multiplicative identity 1 ?
Is it exist in integers?

vi) **Distributive law :**

Let us take three integers $-2, 1$ and 3 ,

$$\begin{aligned} i) \quad -2 \times (1 + 3) &= [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3] \\ -2 \times 4 &= -2 + (-6) \\ -8 &= -8 \end{aligned}$$

Let us take three integers $-1, 3$ and -5 ,

$$\begin{aligned} ii) \quad -1 \times [3 + (-5)] &= [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)] \\ -1 \times (-2) &= -3 + (+5) \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

You will find that in each case, the left-hand side is equal to the right-hand side.

For any integers a, b and c , $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Thus, multiplication distributes over addition of integers.



Let's think

Verify $-3 \times [(-4) - 2] = [(-3) \times (-4)] - [(-3) \times 2]$. Is multiplication distribute over subtraction of integers? Write your observations.

Let us know multiplication of two or more negative numbers.

Observe the following pattern .

$$(-1) \times (-1) = +1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

v) సంకలన విలోమ న్యాయము: -3 కు ఎంత కలిపిన సంకలన తత్సమాంశము '0' వచ్చును?

$$4 + (-4) = 0$$

$$(-5) + 5 = \underline{\quad}$$

$$(-6) + \underline{\quad} = 0 \text{ లను పరిశేఖించాం.}$$

పై ప్రతి జతలో ఒక సంఖ్యను రెండవ సంఖ్యకు సంకలన విలోమము అంటారు.

ప్రతి పూర్ణ సంఖ్య a కి $a + (-a) = (-a) + a = 0$ అగునట్లు $-a$ పూర్ణ సంఖ్య ఉంటుంది.

a మరియు ' $-a$ ' లు పరస్పరము సంకలన విలోమాలు అవుతాయి.

a అనే పూర్ణ సంఖ్యను ' -1 ' చే గుణించుట ద్వారా దాని సంకలన విలోమము ను పొందవచ్చు.

ఉండాహారణ 7: (+2) మరియు (-3) ల సంకలన విలోమాలను ప్రాయిము.

సాధన : $+2$ సంకలన విలోమము $= - (+2) = -2$

-3 సంకలన విలోమము $= - (-3) = +3$



5, -8, 1, 0 ల సంకలన విలోమాలను ప్రాయిము.



6 ను ఏ సంఖ్యతో గుణించిన గుణకార తత్సమాంశము '1' వస్తుంది?
అది పూర్ణ సంఖ్యలలో వుంటుందా?

vi) విభాగ న్యాయము:

మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు $-2, 1$ మరియు 3 లను మనం తీసుకుందాం.

$$\begin{aligned} i) \quad -2 \times (1 + 3) &= [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3] \\ -2 \times 4 &= -2 + (-6) \\ -8 &= -8 \end{aligned}$$

మరో మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు $-1, 3$ మరియు -5 లను మనం తీసుకుందాం.

$$\begin{aligned} ii) \quad -1 \times [3 + (-5)] &= [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)] \\ -1 \times (-2) &= -3 + (+5) \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

ప్రతి సందర్భములోనూ ఎడమ చేతి పై పై ఉన్న విలువ, కుడి చేతి పై పై ఉన్న విలువకు సమానము.

a, b మరియు c లు ఏవేని మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు అయిన, $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ కావున, పూర్ణ సంఖ్యలు సంకలనము పై గుణకారము విభాగ న్యాయమును పాటిస్తాయి.



$-3 \times [(-4) - 2] = [(-3) \times (-4)] - [(-3) \times 2]$ ను సరిచూడు.
పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలనము పై గుణకారము విభాగ న్యాయమును పాటిస్తాయా?
మీ పరిశేఖలను ప్రాయిండి.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ బుఱ సంఖ్యల గుణకారము గురించి మనం తెలుసుకుందాము.

కింది అమరికను పరిశేఖించుము.

$$(-1) \times (-1) = +1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

This means *if negative integer is multiplied even number of times, the product is positive integer. If negative integer is multiplied odd number of times, the product is negative integer.*

Example 8 : Multiply the following using associative law.

$$\text{i) } -25 \times (-4) \times 2 \times (-8) \quad \text{ii) } (-20) \times (-2) \times (-5) \times 7$$

Solution : i) $-25 \times (-4) \times 2 \times (-8) = [-25 \times (-4)] \times 2 \times (-8)$
 $= [100 \times 2] \times (-8) = 200 \times (-8) = -1600$

ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7 = (-20) \times [(-2) \times (-5)] \times 7$
 $= [(-20) \times 10] \times 7 = -200 \times 7 = -1400$

Example 9 : Are $(-42) \times (-7)$ and $(-7) \times (-42)$ equal ? which is this law ?

Solution : $(-42) \times (-7) = +294$

$$(-7) \times (-42) = +294$$

$$\therefore (-42) \times (-7) = (-7) \times (-42)$$

It is multiplicative commutative law.

Example 10 : Simplify $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ using suitable laws.

Solution : $26 \times (-48) + (-48) \times (-36) = (-48) \times 26 + (-48) \times (-36)$ (Commutative law)
 $= (-48) \times [26 + (-36)]$ (Distributive law)
 $= (-48) \times (-10)$
 $= 480$

Exercise - 1.3

1. Identify the laws in the following statements :

i) $-3 + 5 = 5 + (-3)$ ii) $-2 \times 1 = 1 \times (-2) = -2$

iii) $[(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$ iv) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

v) $-5 \times 6 = -30$ vi) $-3 + 0 = 0 + (-3) = -3$

2. What will be the sign of the product of the following.

i) 24 times of negative integer.

ii) 35 times of negative integer.

3. Write the suitable numbers in the blanks by using appropriate law.

i) $-3 + \underline{\hspace{2cm}} = -3$ ii) $2 \times (-3) = (-3) \times \underline{\hspace{2cm}}$

iii) $-6 + [3 + (-2)] = [(-6) + \underline{\hspace{2cm}}] + \underline{\hspace{2cm}}$ iv) $-6 \times \underline{\hspace{2cm}} = -6$

v) $5 \times [(-6) + 9] = \underline{\hspace{2cm}} \times (-6) + 5 \times \underline{\hspace{2cm}}$

పై వాటిని పరిశీలించిన, గుణించిన బుఱ పూర్త సంఖ్యల సంఖ్య, పరిసంఖ్య అయిన వాటి లబ్దము ధన పూర్త సంఖ్య అగును. అలాగే గుణించిన బుఱ పూర్త సంఖ్యల సంఖ్య, జేసి సంఖ్య అయిన వాటి లబ్దము బుఱ పూర్త సంఖ్య అగును.

ఉండావరణ 8 : క్రింది వాటిని సహచర న్యాయము ఆధారంగా గుణకారము చేయండి.

$$\text{i) } -25 \times (-4) \times 2 \times (-8) \quad \text{ii) } (-20) \times (-2) \times (-5) \times 7$$

సాధన : i) $-25 \times (-4) \times 2 \times (-8) = [-25 \times (-4)] \times 2 \times (-8)$

$$= [100 \times 2] \times (-8) = 200 \times (-8) = -1600$$

$$\text{ii) } (-20) \times (-2) \times (-5) \times 7 = (-20) \times [(-2) \times (-5)] \times 7 \\ = [(-20) \times 10] \times 7 = -200 \times 7 = -1400$$

ఉండావరణ 9 : $(-42) \times (-7)$ మరియు $(-7) \times (-42)$ లు సమానమా? ఇది ఏ న్యాయము?

సాధన : $(-42) \times (-7) = + 294$

$$(-7) \times (-42) = + 294$$

$$\therefore (-42) \times (-7) = (-7) \times (-42)$$

ఇది గుణకార వినిమయ (స్థిత్యంతర) న్యాయము.

ఉండావరణ 10 : $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ ను తగిన న్యాయాలను ఉపయోగించి సూక్ష్మకరించుము.

$$\begin{aligned} \text{సాధన : } 26 \times (-48) + (-48) \times (-36) &= (-48) \times 26 + (-48) \times (-36) \text{ (వినిమయ న్యాయము)} \\ &= (-48) \times [26 + (-36)] \quad \text{(విభాగ న్యాయము)} \\ &= (-48) \times (-10) \\ &= 480 \end{aligned}$$



1. కింది వాటిలో ఉన్న ధర్మాలను గుర్తించి రాయండి.

$$\text{i) } -3 + 5 = 5 + (-3) \quad \text{ii) } -2 \times 1 = 1 \times (-2) = -2$$

$$\text{iii) } [(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)] \quad \text{iv) } 18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$$

$$\text{v) } -5 \times 6 = -30 \quad \text{vi) } -3 + 0 = 0 + (-3) = -3$$

2. కింది సందర్భాలలో లబ్దము యొక్క సంజ్ఞ (గుర్తు)ను రాయండి.

$$\text{i) బుఱ పూర్త సంఖ్యకు } 24 \text{ రెట్లు}$$

$$\text{. ii) బుఱ పూర్త సంఖ్యకు } 35 \text{ రెట్లు}$$

3. కింది భాశీల నందు సరైన పూర్త సంఖ్యలను తగిన న్యాయాల ఆధారంగా పూరించుము.

$$\text{i) } -3 + \underline{\hspace{2cm}} = -3 \quad \text{ii) } 2 \times (-3) = (-3) \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{iii) } -6 + [3 + (-2)] = [(-6) + \underline{\hspace{2cm}}] + \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{iv) } -6 \times \underline{\hspace{2cm}} = -6$$

$$\text{v) } 5 \times [(-6) + 9] = \underline{\hspace{2cm}} \times (-6) + 5 \times \underline{\hspace{2cm}}$$

4. State true or false. Write the reasons.
- 2 is the multiplicative identity of -2.
 - Integers are commutative under subtraction.
 - For any two integers a and b, $a \times b = b \times a$
 - The division of integers by zero is not defined.
 - $6 + (-6) = (-6) + 6 = 0$ indicates additive identity property.
5. Simplify the following using suitable laws.
- $-11 \times (-25) \times (-4)$
 - $3 \times (-18) + 3 \times (-32)$
6. Are the integers associative under subtraction? Explain by an example.
7. Verify $[(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$

1.4 BODMAS Rule :

Salma madam gave following problem to her students.

Find the value of $2 + 3 \times 4$

Two students Sarayu and Sanvi solved the problem in the following way.

Sarayu

$$2 + 3 \times 4 = 5 \times 4 = 20$$

Sanvi

$$2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$$

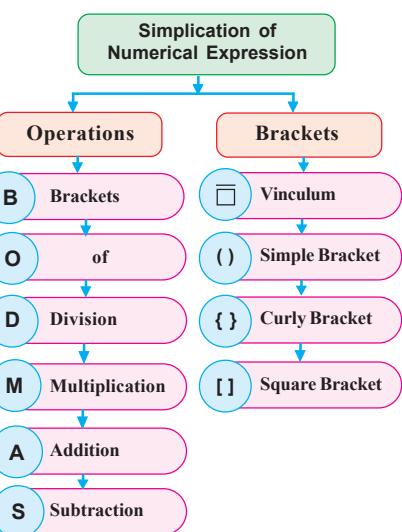
Who is correct?

To simplify arithmetic expressions, which involve various operations like brackets, multiplication, subtraction, addition, etc., a particular sequence of operations has to be followed.

In the above problem Sanvi is correct because in arithmetic operations, multiplication should be done first before addition is taken up.

The hierarchy of arithmetic operations to be followed is given by a rule called BODMAS rule.

To simplify an arithmetic expressions, we should perform the operation in order as shown in figure. After brackets(B), O in the BODMAS rule that stands for 'of' which means multiplication. After O, the next operation is D it stands for division. This is followed by M which stands for multiplication. After multiplication, A that stands for addition will be performed. Then, S meant for subtraction is performed.



4. కింది వాక్యాలు సత్యమా? అనత్యమా? తెల్పండి. కారణాలు ప్రాయండి.
- 2 యొక్క గుణకార తత్వమాంశము -2.
 - పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలనము దృష్ట్యా వినిమయ న్యాయము పాటిస్తాయి.
 - a మరియు b లు ఏవైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు అయిన $a \times b = b \times a$.
 - సున్నాతో పూర్ణసంఖ్యల భాగహరము నిర్వచించబడదు.
 - $6 + (-6) = (-6) + 6 = 0$ అనునది సంకలన తత్వమ ధర్మమను సూచించును.
5. కింది వాటిని తగిన న్యాయాలను పయోగించి సూక్ష్మకరించుము.
- $-11 \times (-25) \times (-4)$
 - $3 \times (-18) + 3 \times (-32)$
6. పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవకలనము దృష్ట్యా సహచర న్యాయమును పాటిస్తాయా? ఉదాహరణ ద్వారా వివరించుము.
7. $[(-5) \times 2] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$ సరిచూడుము.

1.4 BODMAS నియమము :

తన విద్యార్థులకు సల్చా మేడం కింది సమస్యను ఇచ్చారు.

$2 + 3 \times 4$ యొక్క విలువ కనుగొనుము?

పై సమస్యను సరయు మరియు శాన్వి అను ఇద్దరు విద్యార్థులు కింది విధంగా సాధించారు.

సరయు

శాన్వి

$$2 + 3 \times 4 = 5 \times 4 = 20$$

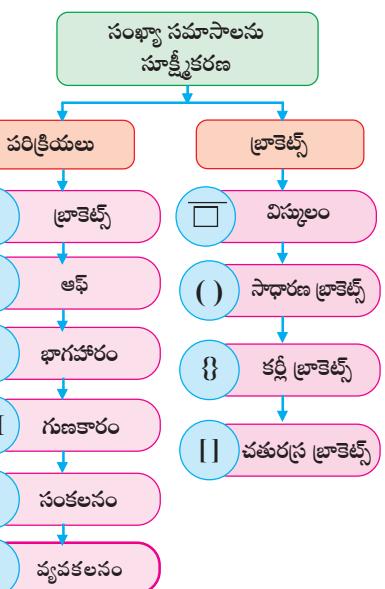
$$2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$$

ఎవరు సరైన సమాధానమిచ్చారు?

వివిధ రకాల అంకగణిత పరిక్రియలు అయిన సంకలనము, వ్యవకలనము, గుణకారము, భాగహరము మరియు బ్రాకెట్లతో కూడిన సంఖ్య సమాసాలను సూక్ష్మకరించడానికి ఒక క్రమవద్దతీలో పరిక్రియలను పూర్తిచేయాలి ఉంటుంది. పై ఉదాహరణలో శాన్వి సరైన సమాధానమిచ్చింది. ఎందుకనగా అంకగణిత పరిక్రియలలో సంకలనము కన్నా ముందు గుణకార పరిక్రియ చేయాలి.

అంకగణిత పరిక్రియలను పూర్తి చేయాలిన క్రమాన్ని తెలిపే నియమమే BODMAS నియమము.

సంఖ్య సమాసాలను సూక్ష్మకరించడానికి పటములో చూపిన విధముగా క్రమ పద్దతిలో పరిక్రియలను పూర్తిచేయాలి ఉంటుంది. BODMASలో మొదట బ్రాకెట్ (B), తరువాత ఉన్న 'O' అనునది '0!' (గుణకారము)ను తెలియజేయును. O తరువాత D భాగహరమును సూచిస్తుంది. ఇది M ను అనుసరించాలి, M గుణకారమును సూచిస్తుంది. గుణకారము తరువాత A ను అనుసరించాలి, ఇది సంకలనమును సూచిస్తుంది. S వ్యవకలనమును తెలియజేయును. ఈ క్రమములో పరిక్రియలు పూర్తి చేయాలి.



There are four types of brackets.

1. **Vinculum:** This is represented by a bar on the top of the numbers.

For example, $2 + 3 - \overline{4 + 3}$. Here, the figures under the vinculum have to be calculated as $4 + 3$ first and the ‘minus’ sign before 4 is applicable to 7. Thus, the given expression is equal to $2 + 3 - 7$ which is equal to -2 .

2. **Simple Bracket:** This is represented by $()$
3. **Curly Bracket:** This is represented by $\{ \}$
4. **Square Bracket:** This is represented by $[]$

The brackets in an expression have to be opened in the order of vinculum, simple brackets, curly brackets and square brackets, i.e., $[\{(-)\}]$ to be opened from inside to outwards.

Within every bracket also we should follow order of BODMAS rule.

Example 11 : Simplify $3 \times 2 + 8 \div 4$

Solution :

$$\begin{aligned} & 3 \times 2 + 8 \div 4 && \text{(Division)} \\ & = 3 \times 2 + 2 && \text{(Multiplication)} \\ & = 6 + 2 && \text{(Addition)} \\ & = 8 \end{aligned}$$



Check Your Progress

Simplify the following.

$$(i) 5 \times 6 - 6 \quad (ii) 24 \div 3 \times 3 - 30 \quad (iii) 5 \times 5 - 5 \div 5 + 5$$

Example 12 : Simplify $7 \times 6 - \overline{8 - 4}$.

Solution :

$$\begin{aligned} & 7 \times 6 - \overline{8 - 4} && \text{(Vinculum)} \\ & = 7 \times 6 - 4 && \text{(Multiplication)} \\ & = 42 - 4 && \text{(Subtraction)} \\ & = 38 \end{aligned}$$

Example 13 : Simplify $18 + 64 \div 4 \{26 - (\overline{14 - 7} - 3)\}$.

Solution :

$$\begin{aligned} & 18 + 64 \div 4 \{26 - (\overline{14 - 4})\} && \text{(Vinculum)} \\ & = 18 + 64 \div 4 \{26 - (14 - 4)\} && \text{(Simple bracket)} \\ & = 18 + 64 \div 4 \{26 - 10\} && \text{(Curly bracket)} \\ & = 18 + 64 \div 4 \{16\} && \text{(Of)} \\ & = 18 + 64 \div 64 && \text{(Division)} \\ & = 18 + 1 && \text{(Addition)} \\ & = 19 \end{aligned}$$

బ్రాకెట్లు నాలుగు రకాలుగా ఉంటాయి.

1. విన్యులం బ్రాకెట్ : దీనిని సంఖ్యలపై గేత ఉంచడం ద్వారా సూచిస్తాము.

ఉదాహరణకు, $2 + 3 - \overline{4 + 3}$. ఇక్కడ విన్యులం బ్రాకెట్ కింద ఉన్న $4 + 3$ ని మొదట లెక్కించాలి. అనగా 4 కు ముందు వున్న బుణ గుర్తు 7 కు వర్తించును. కావున, ఇచ్చిన సంఖ్య సమానపు విలువ $2 + 3 - 7$ కు సమానము, ఇది -2 కు సమానము అవుతుంది.

2. సాధారణ బ్రాకెట్ : దీనిని () తో సూచిస్తాము.
3. కల్పి బ్రాకెట్ : దీనిని { } తో సూచిస్తాము.
4. చతురస్ర బ్రాకెట్ : దీనిని [] తో సూచిస్తాము.

సంఖ్య సమాసాల సూక్ష్మికరణలో బ్రాకెట్సును విన్యులం బ్రాకెట్, సాధారణ బ్రాకెట్, కల్పి బ్రాకెట్, చతురస్ర బ్రాకెట్ క్రమములో పూర్తి చేయాలి. అనగా $[\{(-)\}]$ లను లోపలి సుండి బయటకు క్రమములో పూర్తిచేయాలి.

ప్రతి బ్రాకెట్ నందు కూడా BODMAS నియమము ను పాటించాలి.

ఉదాహరణ 11 : $3 \times 2 + 8 \div 4$ సూక్ష్మికరించుము.

సాధన :

$3 \times 2 + 8 \div 4$	(భాగపోరము)
$= 3 \times 2 + 2$	(గుణకారము)
$= 6 + 2$	(సంకలనము)
$= 8$	

(i) $5 \times 6 - 6$ (ii) $24 \div 3 \times 3 - 30$ (iii) $5 \times 5 - 5 \div 5 + 5$
లను సూక్ష్మికరించుము.

ఉదాహరణ 12 : $7 \times 6 - \overline{8 - 4}$ సూక్ష్మికరించుము.

సాధన :

$7 \times 6 - \overline{8 - 4}$	(విన్యులం)
$= 7 \times 6 - 4$	(గుణకారము)
$= 42 - 4$	(వ్యవకలనము)
$= 38$	

ఉదాహరణ 13 : $18 + 64 \div 4 \{ 26 - (14 - \overline{7 - 3}) \}$ సూక్ష్మికరించుము.

సాధన :

$18 + 64 \div 4 \{ 26 - (14 - 4) \}$	(విన్యులం)
$= 18 + 64 \div 4 \{ 26 - (14 - 4) \}$	(సాధారణ బ్రాకెట్)
$= 18 + 64 \div 4 \{ 26 - 10 \}$	(కల్పి బ్రాకెట్)
$= 18 + 64 \div 4 \{ 16 \}$	(ఆఫ్)
$= 18 + 64 \div 64$	(భాగపోరము)
$= 18 + 1$	(సంకలనము)
$= 19$	

Exercise - 1.4

1. Simplify the following.

i) $6 \times 9 - 6 \div 3$

ii) $12 \div 4 - 8 + 5$

iii) $80 - 56 \div 8 \times 9$

iv) $15 \div 5 + 17 - 30$

v) $8 + 8 - 8 \times 8 \div 8$

2. Simplify the following.

i) $8 \times 3 - 13 - 7$

ii) $\{12 - 14 - 8 + 7\} - 15$

iii) $16 - (4 + \overline{18 \div 6} - 7 - 5) \times 5$

iv) $\{6 \text{ of } \overline{145 \div (3+2)}\} \div 2 - 4 \text{ of } 20$

v) $25 + [14 - 18 + \{12 \text{ of } 5 - (-4 + 14)\}]$

3. Identify the true statements.

i) $48 \div 6 - 4 = 24$

ii) $-18 + 12 \div 3 = -14$

iii) $-11 + 3 \times 7 = -56$

iv) $2020 \div 20 - 100 = 1$

4. Fill the blanks with $+$, $-$, \times , \div to make the statement as true.

i) $9 \underline{\quad} 3 \underline{\quad} 6 = -3$

ii) $-6 \underline{\quad} 12 \underline{\quad} 6 = -4$

iii) $-15 \underline{\quad} 3 \underline{\quad} 6 = -30$

Absolute value :

Look at the picture, at what level does the ship sails on the sea?

How can we represent the height of the temple using integer? How can we represent the depth of the fish from the sea level using integer?

Though they represent with different integers, their distance from the sea level is same. In this case we need absolute value.

Numerical value of an integer (without considering it's sign) is the absolute value of that integer.

The absolute value of a number is always non negative. Absolute value of a is denoted by

$| a |$. Read it as modulus of a.

Examples: i) $| -50 | = 50$ ii) $| 60 | = 60$ iii) $| -701 | = 701$ iv) $| 0 | = 0$

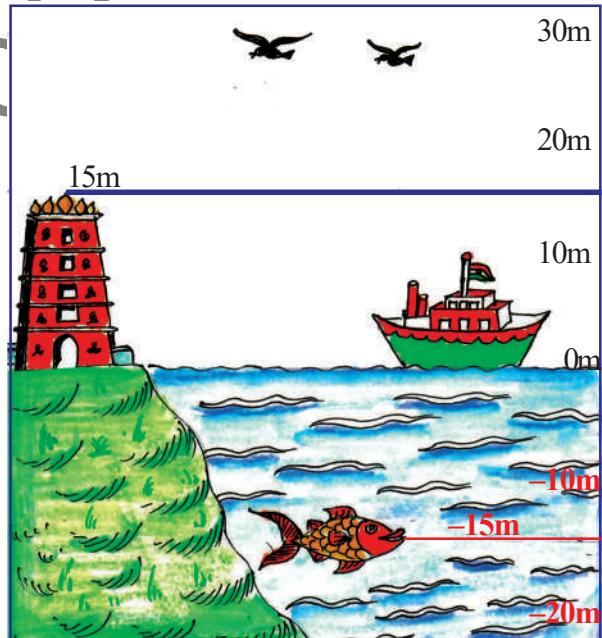
v) If $x > 5$, then $|x - 5| = x - 5$ (why?) vi) If $x < 5$, then $|x - 5| = 5 - x$ (why?)

So, we can generalise,

If $x > 0$, then $| x | = x$

If $x < 0$, then $| x | = -x$ (why?)

If $x = 0$, then $| x | = 0$





1. కింది వాటిని సూక్షీకరించుము.

i) $6 \times 9 - 6 \div 3$

ii) $12 \div 4 - 8 + 5$

iii) $80 - 56 \div 8 \times 9$

iv) $15 \div 5 + 17 - 30$

v) $8 + 8 - 8 \times 8 \div 8$

2. కింది వాటిని సూక్షీకరించుము.

i) $8 \times 3 - 13 - 7$

ii) $\{12 - 14 - 8 + 7\} - 15$

iii) $16 - (4 + 18 \div 6 - 7 - 5) \times 5$

iv) $\{6 \text{ of } 145 \div (3 + 2)\} \div 2 - 4 \text{ of } 20$

v) $25 + [14 - 18 + \{12 \text{ of } 5 - (-4 + 14)\}]$

3. కింది వాటిలో సత్య వాక్యాలను గుర్తించుము.

i) $48 \div 6 - 4 = 24$

ii) $-18 + 12 \div 3 = -14$

iii) $-11 + 3 \times 7 = -56$

iv) $2020 \div 20 - 100 = 1$

4. కింది వాక్యాలు సత్యమయ్యే విధముగా భాషీలను $+$, $-$, \times , \div లతో పూరించుము.

i) $9 \underline{\quad} 3 \underline{\quad} 6 = -3$

ii) $-6 \underline{\quad} 12 \underline{\quad} 6 = -4$

iii) $-15 \underline{\quad} 3 \underline{\quad} 6 = -30$

పరమ మూల్యము :

పటమును గమనించుము. సముద్ర ఉపరితలమునుండి ఎంత ఎత్తులో ఓడ ప్రయానిస్తున్నది?

పటములోని సముద్ర ఉపరితలము నుండి దేవాలయము ఎత్తును పూర్క సంఖ్యలతో ఎలా సూచిస్తాము? సముద్ర ఉపరితలము నుండి చేప ఈబుతున్న లోతును పూర్కసంఖ్యలతో ఎలా సూచిస్తాము?

ఒక రెండు వేరు వేరు పూర్క సంఖ్యలతో సూచించినప్పటికీ సముద్ర ఉపరితలము నుండి అవి సమాన దూరములో ఉన్నవి. ఇలాంటి సందర్భాలలో పరమమూల్యము అవసరమౌతుంది.

ఒక పూర్క సంఖ్యయొక్క సంభాగ విలువ (దాని గుర్తును పరిగణనలోకి తీసుకోకుండా)ను దాని యొక్క పరమ మూల్యము అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క పరమ మూల్యము ఎల్లప్పుడూ బుఱాత్తకం కాదు. a యొక్క పరమ మూల్యమును $|a|$ తో సూచిస్తాము. దీనిని a యొక్క మోడ్యుల్స్ అని చదువుతాం.

ఉచాహారణ i) $|-50| = 50$ ii) $|60| = 60$ iii) $|-701| = 701$ iv) $|0| = 0$

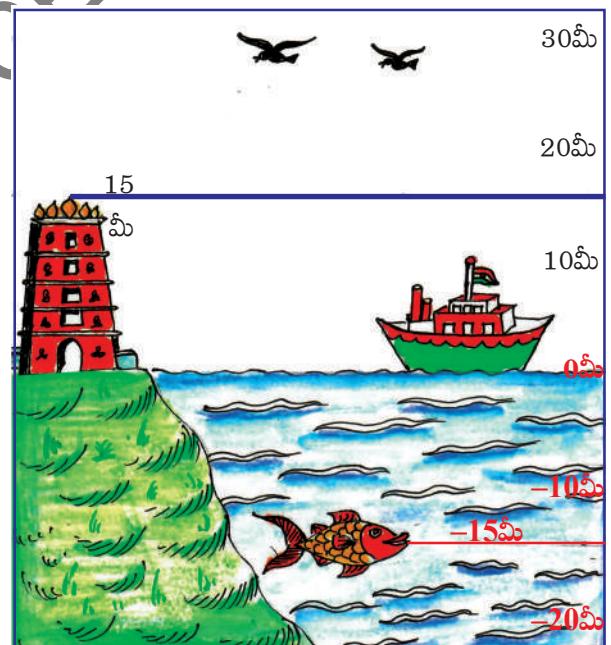
v) $x > 5$ అయిన, $|x - 5| = x - 5$ (ఎందుకు?) vi) $x < 5$ అయిన, $|x - 5| = 5 - x$ (ఎందుకు?)

కావున దీనిని మనం త్రింది విధంగా సాధారణీకరించవచ్చు.

$x > 0$ అయిన $|x| = x$

$x < 0$ అయిన $|x| = -x$ (ఎందుకు?)

$x = 0$ అయిన $|x| = 0$



Let's Explore



If $|x| = 15$ then what will be the value of x ? Discuss

Unit Exercise

1. Calculate the following.

i) $8 \times (-1)$	ii) $(-2) \times 175$	iii) $(-3) \times (-40)$	iv) $(-24) \times (-7)$
v) $(-7) \div (-1)$	vi) $(-12) \div (+6)$	vii) $(-49) \div (-7)$	viii) $(+63) \div (-9)$
2. Replace the blank with an integer to make it a true statement.

i) $(-7) \times \underline{\hspace{1cm}} = 21$	ii) $7 \times \underline{\hspace{1cm}} = -42$
iii) $\underline{\hspace{1cm}} \times (-9) = -72$	iv) $\underline{\hspace{1cm}} \times (-11) = 132$
v) $(-25) \div \underline{\hspace{1cm}} = 1$	vi) $(42) \div \underline{\hspace{1cm}} = -6$
vii) $\underline{\hspace{1cm}} \div (-15) = 6$	viii) $\underline{\hspace{1cm}} \div (-9) = 16$
3. Write all the possible pairs of integers that give a product of -50 .
4. Sankar, a fruit vendor sells 100kg of oranges and 75 kg of pomegranates. If he makes a profit of ₹ 11 per one kg of pomegranates and loss of ₹ 8 per one kg oranges, what will be his overall profit or loss?
5. Bhargavi lost 5700 calories in the month of June using yoga. If the calorie loss is uniform, calculate the loss of calories per day?
6. Simplify $625 \times (-35) + 625 \times 30$ using suitable law.
7. Simplify the following using BODMAS.

i) $12 - 36 \div 3$	ii) $6 \times (-7) + (-3) \div 3$	iii) $38 - \{35 - (36 - \overline{34 - 37})\}$
---------------------	-----------------------------------	--
8. Write the absolute values of following numbers.

i) -700	ii) 150	iii) -150	iv) -35
v) If $p < 10$, then $ p - 10 $	vi) If $y > 7$, then $ 7 - y $		



Points to Remember

- The collection of natural numbers ($1, 2, 3, 4, 5 \dots$) zero(0) and negative numbers ($-1, -2, -3, -4, -5 \dots$) are integers.
- The product of two positive integers or two negative integers is positive integer.
- The product of one positive integer and one negative integer is negative integer.
- The quotient of two positive integers (or two negative integers) is positive integer.
- The quotient of one positive integer and one negative integer is negative integer.





$|x| = 15$ అయిన x యొక్క విలువ ఏమవుతుంది? చర్చించండి.

యూఎస్ అభ్యాసం

- క్రింది వాటిని లెక్కించుము.
 - $8 \times (-1)$
 - $(-2) \times 175$
 - $(-3) \times (-40)$
 - $(-24) \times (-7)$
 - $(-7) \div (-1)$
 - $(-12) \div (+6)$
 - $(-49) \div (-7)$
 - $(+63) \div (-9)$
- కింది వాక్యాలు సత్యమయ్య విధముగా ఖాళీలను పూర్జ సంఖ్యలతో భర్త చేయుము.
 - $(-7) \times \underline{\quad} = 21$
 - $7 \times \underline{\quad} = -42$
 - $\underline{\quad} \times (-9) = -72$
 - $\underline{\quad} \times (-11) = 132$
 - $(-25) \div \underline{\quad} = 1$
 - $(42) \div \underline{\quad} = -6$
 - $\underline{\quad} \div (-15) = 6$
 - $\underline{\quad} \div (-9) = 16$
- లబ్దము -50 అయ్య విధముగా వీలైనన్ని పూర్జ సంఖ్యల జతలు ప్రాయిండి.
- పండ్ల వ్యాపారి శంకర్, 100 కి.గ్రా. కమలా పండ్ల మరియు 75 కి.గ్రా. దానిమ్మ పండ్ల అమృత. అతను ఒక కి.గ్రా. దానిమ్మ పండ్ల పై $\text{₹}11$ లాభాన్ని, ఒక కి.గ్రా. కమలా పండ్ల పై $\text{₹}8$ నష్టాన్ని పొందిన మొత్తము మీద అతనికి ఎంత లాభము లేదా నష్టము?
- భార్వి జూన్ నెలలో యోగ ద్వారా 5700 కేలరీలను తగ్గించుకొంది.
కేలరీల తగ్గుదల స్థిరంగా పున్న, ఆ నెలలో రోజువారి సరాసరి కేలరీల తగ్గుదల ఎంత?
- $625 \times (-35) + 625 \times 30$ ను తగిన న్యాయాలను ఉపయోగించి సూక్ష్మికరించుము.
- BODMAS ను ఉపయోగించి సూక్ష్మికరించుము.
 - $12 - 36 \div 3$
 - $6 \times (-7) + (-3) \div 3$
 - $38 - \{35 - (36 - \overline{34 - 37})\}$
- కింది సంఖ్యలకు పరమ మూల్య విలువను ప్రాయిండి.
 - -700
 - 150
 - -150
 - -35
 - $p < 10$ అయిన $|p - 10|$
 - $y > 7$ అయిన $|7 - y|$



సుర్ఖుంచుకోవలసిన
విషయాలు

- సహజ సంఖ్యలు ($1, 2, 3, 4, 5 \dots$), సున్న (0) మరియు బుఱ సంఖ్యలు ($-1, -2, -3, -4, -5 \dots$)లను కలిపి పూర్జసంఖ్యలు అంటారు.
- రెండు ధన పూర్జ సంఖ్యల లేదా రెండు బుఱ పూర్జ సంఖ్యల లబ్దము ఒక ధన పూర్జ సంఖ్య.
- ఒక ధన పూర్జ సంఖ్య మరియు బుఱ పూర్జ సంఖ్యల లబ్దము బుఱ పూర్జ సంఖ్య.
- రెండు ధన పూర్జ సంఖ్యలలేదా రెండు బుఱ పూర్జ సంఖ్యల భాగఫలం ఒక ధన పూర్జ సంఖ్య.
- ఒక ధన పూర్జ సంఖ్యను మరియు బుఱ పూర్జ సంఖ్యల భాగఫలం ఒక బుఱ పూర్జ సంఖ్య.



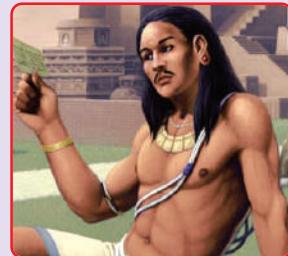
B3F9K6

Properties of Integers				
Property Name	Operations			
	Addition	Subtraction	Multiplication	Division
	$a, b, c \in \mathbb{Z}$			a, b, c are non-zero integers
Closure Property	$a + b \in \mathbb{Z}$	$a - b \in \mathbb{Z}$	$a \cdot b \in \mathbb{Z}$	$a \div b \in \mathbb{Z}$
Commutative law	$a + b = b + a$	$a - b = b - a$	$a \cdot b = b \cdot a$	$a \div b = b \div a$
Associative Law	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a - b) - c = a - (b - c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$
Identity Property	$a + 0 = a$ $0 + a = a$	Not applicable	$a \times 1 = a$ $1 \times a = a$	Not applicable
Distributive	$a \times (b + c) = ab + ac$			$a \times (b - c) = ab - ac$

- To simplify arithmetic expressions, we must follow the BODMAS rule (Brackets, Of, Division, Multiplication, Addition, Subtraction).
- The brackets in an expression have to be opened in the order of vinculum, simple brackets, curly brackets and square brackets, i.e., $\{\{(-)\}\}$ to be opened from inside to outwards.
- Numerical value of an integer (without considering its sign) is the **absolute value** of that integer. Absolute never be negative.

•Historical Note•

The idea of the products involving negative numbers was first considered by Brahmagupta of India in the seventh century AD. It is described in his book **Brahmasphuta Siddhantham**. He makes the definition such as negative times negative is positive to give a single general method for formulating problems involving a number and its square, and for finding their solutions.



Number Series - 1



A number series can be considered as a collection of numbers in which all the terms are formed according to some particular rule or all the terms follow a particular pattern. The relation of any term to its preceding term will be same throughout the series. We have to find out the rule in which the terms of the series are selected and basing on that rule we have to find out the missing number.

Some types of series given below.

- Prime Number Series :** In which the terms are the prime numbers in order.

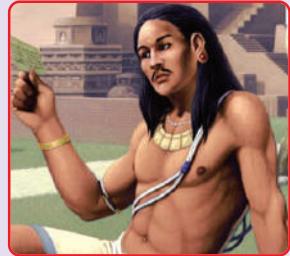
Eg(i): 2, 3, 5, 7, 11, 13, ____.

పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు				
ధర్మము పేరు	పరిక్రియలు			
	సంకలనం	వ్యవకలనం	గుణకారం	భాగహరం
	$a, b, c \in Z$			$a, b, c \in Z$ శున్నేతర పూర్ణ సంఖ్యలు
సంవృత ధర్మము	$a + b \in Z$	$a - b \in Z$	$a \times b \in Z$	$a \times b \in Z$
సిత్యంతర న్యాయము	$a + b = b + a$	$a - b = b - a$	$a \times b = b \times a$	$a \times b = b \times a$
సహచర న్యాయము	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a - b) - c = a - (b - c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
తత్పమ ధర్మము	$a + 0 = a$ $0 + a = a$	వర్తించదు	$a \times 1 = a$ $1 \times a = a$	వర్తించదు
విభాగ న్యాయము	$a \times (b + c) = ab + ac$			$a \times (b - c) = ab - ac$

- సంఖ్య సమాసాలను సూక్ష్మికరించుటకు, మనం తప్పనిసరిగా BODMAS నియమము (బ్రాకెట్స్, ఆఫ్, భాగహరము, గుణకారము, సంకలనము, వ్యవకలనము) ను అనుసరించాలి.
- సంఖ్య సమాసాల సూక్ష్మికరణలో బ్రాకెట్స్ ను విస్మయిం బ్రాకెట్, సాధారణ బ్రాకెట్, కర్లీ బ్రాకెట్, చతురప్ర బ్రాకెట్, క్రమములో పూర్తిచేయాలి. అనగా $\{(-)\}$ లను లోపలిసుండి బయటకు క్రమములో పూర్తిచేయాలి.
- ఒక పూర్ణ సంఖ్య యొక్క సంఖ్య విలువ (దాని గురువు పరిగణన లోకి తీసుకోకుండా)ను దాని యొక్క పరమ మూలయము అంటారు. ఒక సంఖ్య యొక్క పరమ మూలయము ఎల్లప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు.

• చారిత్రక అంశం •

క్రి.శ. 7వ శతాబ్దములోనే భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్త బ్రహ్మగుప్తుడు తన పుస్తకమైన ‘బ్రహ్మస్యుట సిధాంతము’ నందు బుణసంఖ్యల లభ్యములను మొదటిసారిగా ప్రస్తావించాడు. ఇతను ఒక సంఖ్య మరియు వాటి పర్వతాలతో కూడిన సమస్యల సూట్రికరణకు ఒక సాధారణ పద్ధతి ఇవ్వడానికి మరియు వాటి సాధన కనుగొనుటకు బుణసంఖ్యను బుణసంఖ్యతో గుణించిన లభ్యము ధనసంఖ్య అని నిర్వచించాడు.



సంఖ్య వ్రేణులు - 1



ఒక ప్రత్యేక నియమము లేదా ప్రత్యేక అమరిక ఆధారంగా ఏర్పడిన సంఖ్యల సమాహరమే సంఖ్య వ్రేణులుగా పరిగణించవచ్చు. ఒక పదమునకు దాని ముందు పదమునకు మధ్య సంబంధం ఏ విధంగా ఉందో, ఆ వ్రేణి లోని అన్ని పదాల మధ్య అదే విధంగా ఉండును. మనం వ్రేణిలోని పదాలు ఏ నియమం ప్రకారం ఏర్పడ్డాయో కనుగొని, ఆ నియమం ఆధారంగా మనకు తెలియని సంఖ్యను కనుగొనాలి. కొన్ని రకాల వ్రేణులు కింద ఇవ్వబడ్డాయి.

- ప్రధాన సంఖ్యలు వ్రేణి:** ఇందులో ప్రధాన సంఖ్యలు క్రమంలో ఉండును.

ఉదా (i) : 2, 3, 5, 7, 11, 13 ____.

In the series we have prime numbers. The Prime number after 13 is 17.

So, the answer is 17.

Eg (ii): 2, 5, 11, 17, 23, ____.

This series is by taking the alternative Prime numbers, after 23 the prime numbers are 29 and 31. So, the answer is 31.

- 2. Addition Series :** Each number in the series is obtained by adding a specific number or series of numbers to the previous number.

Eg (i) : 7, 10, 13, 16, 19, 22, ____

7, 10, 13, 16, 19, 22, ____
+3 +3 +3 +3 +3

So, the answer is $22 + 3 = 25$.

Eg (ii) : 10, 14, 19, 25, 32, ____

10, 14, 19, 25, 32, ____
+4 +5 +6 +7

So, the answer is $32 + 8 = 40$

Eg (iii) : 5, 7, 10, 15, 22, ____

5, 7, 10, 15, 22, ____
+2 +3 +5 +7

Each number in the series obtained by adding consecutive primes. So, the answer is $22 + 11 = 33$.

- 3. Fibonacci Series:** Every third number can be the sum of the preceding two numbers.

Eg (i) : 3, 5, 8, 13, 21, ____

Here starting from third number,

$$3 + 5 = 8,$$

$$5 + 8 = 13,$$

$8 + 13 = 21$, So, the answer is $13 + 21 = 34$

Eg (ii) : 6, 10, 16, 26, 42, ____

Here starting from third number,

$$6 + 10 = 16,$$

$$10 + 16 = 26,$$

$16 + 26 = 42$, So, the answer is $26 + 42 = 68$

Practice Questions :

1) 12, 19, 26, 33, 40, 47, ____

- a) 57 b) 54 c) 52 d) 50

2) 2, 13, 24, 35, 46, 57, ____

- a) 65 b) 67 c) 68 d) 72

3) 61, 67, 71, 73, 79, ____

- a) 89 b) 87 c) 85 d) 83

ఈ శ్రేణిలో వరుస ప్రధాన సంఖ్యలు ఉన్నాయి. 13 తర్వాత వచ్చి ప్రధాన సంఖ్య 17.

కావున, సమాధానము 17.

ઓડા (ii): 2, 5, 11, 17, 23 ____.

ఈ ప్రశ్నామూలు (ఒకటి వదిలి మరొకటి) ప్రథాన సంఖ్యలు ఉన్నాయి. 23 తర్వాత వచ్చి ప్రథాన సంఖ్యలు 29, 31. కావున, సమాధానము 31.

- 2. సంకలన శ్రేణి :** ఈ శ్రేణిలో ప్రతి సంఖ్య దాని ముందున్న సంఖ్యకు, ఒక ప్రత్యేక సంఖ్య లేదా శ్రేణిని కలుపగా ఏర్పడును.

ક્રમા (i): 7,10,13,16,19,22,....

$$\text{కావున, సమాధానము} = 22 + 3 = 25.$$

$$7, \underbrace{10,}_{+3} \underbrace{13,}_{+3} \underbrace{16,}_{+3} \underbrace{19,}_{+3} \underbrace{22,}_{+3} \dots$$

ઉડા (ii): 10, 14, 19, 25, 32 ,... .

$$\begin{array}{ccccccc} 10, & \underbrace{14,}_{+4} & \underbrace{19,}_{+5} & \underbrace{25,}_{+6} & \underbrace{32,}_{+7} & \dots \end{array}$$

ಕಾವುನ, ಸಮಾಧಾನಮ್ಯ $\equiv 32+8 \equiv 40$

$$5, \underbrace{7,}_{+2} \underbrace{10,}_{+3} \underbrace{15,}_{+5} \underbrace{22,}_{+7} \dots$$

ప్రతి సంఖ్య వరుస ప్రథాన సంఖ్యలను కలుపగా ఏర్పడు చుస్తాది. కావున, సమాధానము $= 22 + 11 = 33$.

3. ఫిబోనాకి శ్రేణి: ఇందులో మూడవసంఖ్య నుండి ప్రతీ సంఖ్య దాని ముందున్న రెండు సంఖ్యల మొత్తముగా ఉండును.

ઓડા (i): 3, 5, 8, 13, 21,

ఇక్కడ మూడవ సంభ్య నుండి,

$$3+5=8, \quad 5+8=13, \quad 8+13=21, \quad \text{కావున, సమాధానము} = 13+21=34$$

ઓડા (ii): 6,10,16,26,42 ,....

ఆక్రమ మూడవ నంబు నుండి.

$$6+10 = 16,$$

4) 3, 7, 13, 21, 31, ____

- a) 43 b) 48 c) 51 d) 53

5) 8, 12, 20, 32, 52, 84, ____

- a) 111 b) 126 c) 136 d) 174

6) 23, 28, 38, 53, 73, 98, ____

- a) 121 b) 128 c) 135 d) 146

7) 101, 97, 89, 83, 79, 73, 71, ____

- a) 61 b) 65 c) 66 d) 67

8) 4, 7, 11, 18, 29, 47, ____

- a) 67 b) 76 c) 84 d) 92

9) 76, 187, 298, 409, 520, ____

- a) 631 b) 656 c) 701 d) 724

10) 0, 2, 5, 10, 17, 28, 41, ____

- a) 50 b) 53 c) 57 d) 58

11) 36, 45, 53, 60, 66, 71, ____

- a) 84 b) 78 c) 75 d) 73

12) 0, 15, 45, 90, 150, 225, ____

- a) 295 b) 300 c) 315 d) 360

13) 18, 23, 25, 30, 32, 37, ____

- a) 43 b) 41 c) 39 d) 38

14) 4, 7, 11, 18, 29, 47, ____

- a) 71 b) 76 c) 77 d) 82

15) 12, 18, 21, 27, 30, 36, 39, ____

- a) 43 b) 45 c) 49 d) 52

4) 3, 7, 13, 21, 31, ___

- a) 43 b) 48 c) 51 d) 53

5) 8, 12, 20, 32, 52, 84, ___

- a) 111 b) 126 c) 136 d) 174

6) 23, 28, 38, 53, 73, 98, ___

- a) 121 b) 128 c) 135 d) 146

7) 101, 97, 89, 83, 79, 73, 71, ___

- a) 61 b) 65 c) 66 d) 67

8) 4, 7, 11, 18, 29, 47, ___

- a) 67 b) 76 c) 84 d) 92

9) 76, 187, 298, 409, 520, ___

- a) 631 b) 656 c) 701 d) 724

10) 0, 2, 5, 10, 17, 28, 41, ___

- a) 50 b) 53 c) 57 d) 58

11) 36, 45, 53, 60, 66, 71, ___

- a) 84 b) 78 c) 75 d) 73

12) 0, 15, 45, 90, 150, 225, ___

- a) 295 b) 300 c) 315 d) 360

13) 18, 23, 25, 30, 32, 37, ___

- a) 43 b) 41 c) 39 d) 38

14) 4, 7, 11, 18, 29, 47, ___

- a) 71 b) 76 c) 77 d) 82

15) 12, 18, 21, 27, 30, 36, 39, ___

- a) 43 b) 45 c) 49 d) 52

FRACTIONS AND DECIMALS



Learning Outcomes

The learner is able to

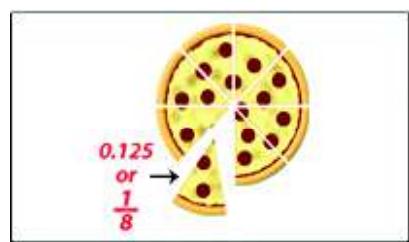
- solve the multiplication and division of fractions in word problems.
- use algorithms to multiply and divide decimals.
- solve problems related to daily life situations.

Content Items

- 2.0 Introduction
- 2.1 Multiplication and division of fractions in word problems
- 2.2 Multiplication of decimals
- 2.3 Division of decimals

2.0 Introduction :

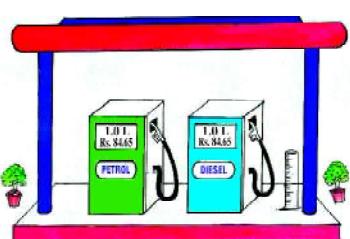
We know that a part of the whole is a fraction. We have learnt different types of fractions, four fundamental operations on fractions, decimal numbers, addition and subtraction of decimal numbers in previous classes. There are several situations in our daily life, where we use fractions, decimals and rational numbers. Some of the situations are shown in the following pictures.



Piece of Pizza



Digital Weighing Machine



Petrol Bunk Readings

Review Exercise

1. Write the following fractions in ascending order.

$$\text{i) } \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{17}{2}, \frac{9}{2} \quad \text{ii) } \frac{6}{5}, \frac{11}{10}, \frac{19}{5}, \frac{7}{10}, \frac{5}{10} \quad \text{iii) } \frac{8}{3}, \frac{7}{6}, 3\frac{1}{4}, \frac{5}{3}, \frac{11}{4}$$

2

భిన్నాలు మరియు దశాంశాలు



అభ్యాసకుతుంపులు

అభ్యాసకుడు :

- భిన్నాల గుణకార, భాగహర పద సమస్యలను సాధించగలరు.
- దశాంశాల గుణకార, భాగహర సమస్యల సాధనలో ఆల్గారిథమ్సు ఉపయోగిస్తారు.
- నిత్య జీవిత సమస్యలను పరిష్కరించగలరు.

విషయ అంశాలు

2.0 పరిచయం

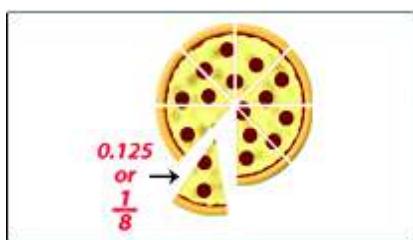
- 2.1 భిన్నాల గుణకార, భాగహర పద సమస్యలు
- 2.2 దశాంశ భిన్నాల గుణకారం
- 2.3 దశాంశ భిన్నాల భాగహరం

2.0 పరిచయం :

భిన్నం అనగా మొత్తంలో కొంత భాగం అని మనకు తెలుసు. మనం ఇంతకు ముందు తరగతుల్లో విభిన్న రకాల భిన్నాలు, భిన్నాలలో చతుర్భుజ పరిక్రియలు, దశాంశ భిన్నాలు, దశాంశ భిన్నాల యొక్క కూడిక మరియు తీసివేతల గురించి నేర్చుకున్నాం. మనదైనందిన జీవితంలో భిన్నాలు, దశాంశాలు ఉపయోగించే సందర్భాలు అనేకం ఉన్నాయి. కొన్ని సందర్భాలు క్రింది చిత్రాలలో చూపించబడ్డాయి.



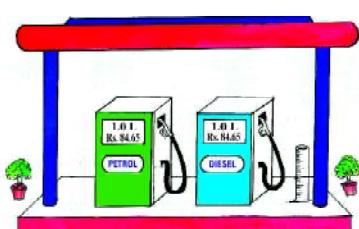
E3D4W3



పిజ్చా లో భాగం



బరువును తూచే యంత్రం



పెట్రోల్ బంకులో రీడింగ్

పుష్టిముద్దు అభ్యాసం

1. క్రింది భిన్నాలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

- $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{17}{2}, \frac{9}{2}$
- $\frac{6}{5}, \frac{11}{10}, \frac{19}{5}, \frac{7}{10}, \frac{5}{10}$
- $\frac{8}{3}, \frac{7}{6}, 3\frac{1}{4}, \frac{5}{3}, \frac{11}{4}$

2. Calculate the following.

i) $\frac{3}{5} + \frac{7}{4}$

ii) $\frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

iii) $1\frac{7}{8} - \frac{1}{5}$

iv) $4\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}$

3. Simplify the following.

i) $\frac{1}{4}$ of 3

ii) $\frac{5}{8}$ of $\frac{2}{3}$

iii) $\frac{15}{4} \times 2\frac{1}{7}$

iv) $3\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{5}$

4. Calculate the following.

i) $\frac{3}{4} \div 3$

ii) $8 \div 2\frac{1}{7}$

iii) $\frac{12}{7} \div \frac{2}{7}$

iv) $5\frac{1}{2} \div 2\frac{9}{11}$

Let's Explore



Here are equivalent fractions containing 1 to 9 digits only once.

Eg : 1) $2/6 = 3/9 = 58/174$ or $2/4 = 3/6 = 79/158$.
Can you write some more?



Let's think

We know that different operations with the same pair of fractions usually give different answers. Observe the following calculations which are some interesting exceptions in fractions

1) $11/6 + 11/5 = 11/6 \times 11/5$ 2) $169/30 + 13/15 = 169/30 \times 13/15$

Let's Do



Activity

Make two dice with card board or wood. Paste colour chart paper to all faces of each dice. Write any three like fractions and three unlike fractions on faces of each dice. Now in a group each time two students throw the dice who are sitting opposite to each other. Write the come up fraction on the dice in the given table and do the four fundamental operations with those two fractions. Submit the filled table to your teacher.

Fraction come upon the dice - 1	Fraction come upon the dice - 2	Addition	Subtraction	Multiplication	Division
Eg : $2/3$	$5/3$	$2/3 + 5/3 = 7/3$	$2/3 - 5/3 = -3/3 = -1$	$2/3 \times 5/3 = 10/9$	$2/3 \div 5/3 = 10/9$

2. క్రింది వాటిని లెక్కించండి.

i) $\frac{3}{5} + \frac{7}{4}$

ii) $\frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

iii) $1\frac{7}{8} - \frac{1}{5}$

iv) $4\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}$

3. క్రింది వాటిని సూక్ష్మకరించండి.

i) 3 లో $\frac{1}{4}$ వ వంతు

ii) $\frac{2}{3}$ లో $\frac{5}{8}$ వ వంతు

ii) $\frac{15}{4} \times 2\frac{1}{7}$

iv) $3\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{5}$

4. క్రింది వాటిని లెక్కించండి.

i) $\frac{3}{4} \div 3$

ii) $8 \div 2\frac{1}{7}$

iii) $\frac{12}{7} \div \frac{2}{7}$

iv) $5\frac{1}{2} \div 2\frac{9}{11}$

అన్వయిణి



1 నుండి 9 అంకెలు ఒకే ఒకసారి ఉపయోగించి రాయగల సమాన భిన్నాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి. ఉదా : 1) $2/6 = 3/9 = 58/174$ 1 లేదా $2/4 = 3/6 = 79/158$. మీరు మరికొన్ని రాయగలరా?



అలోచించండి

ఈ జత భిన్నాలతో వేరు వేరు ప్రక్రియలకు వేరు వేరు సమాధానాలు ఉంటాయని మనకు తెలుసు. కొన్ని భిన్నాలకు ఆసక్తికరమైన మినహాయింపులు ఉంటాయి. ఈ దిగువ ఉదాహరణలను పరిశీలించండి?

1) $11/6 + 11/5 = 11/6 \times 11/5$ 2) $169/30 + 13/15 = 169/30 \times 13/15$

ఇటువంటివి మరికొన్ని మీరు చెప్పగలరా?

కార్డ్ బోర్డ్ లేదా చెక్కతో రెండు పాచికలు (డ్రెస్) చేయండి. ప్రతీ పాచికకు అన్ని ముఖాలకు రంగు చార్జ్ కాగితాన్ని అతికించండి. ప్రతీ పాచిక ముఖాలపై వివైనా మూడు క్రమ భిన్నాలను, మూడు అప్కర్మ భిన్నాలను రాయండి. ఇప్పుడు గ్రూప్లో ప్రతిసారి ఎదురెదురుగా కూర్చున్న ఇద్దరు విద్యార్థులు రెండు పాచికలను వేస్తారు. పాచికల పైభాగంపై ఉన్న భిన్నాలను గుర్తించి, అరెండు భిన్నాలతో చతుర్ప్యధ ప్రక్రియలను చేయండి. జవాబులను పట్టికలో రాసి, మీ టీచర్కు చూపించండి.

మొదటి పాచికపై ఉన్న భిన్నాలు	రెండవ పాచికపై ఉన్న భిన్నాలు	కూడిక	టీసివేత	గుణకారం	భాగపరం
Eg : $2/3$	$5/3$	$2/3 + 5/3 = 7/3$	$2/3 - 5/3 = -3/3 = -1$	$2/3 \times 5/3 = 10/9$	$2/3 \div 5/3 = 10/9$

2.1 Word problems of multiplication and division on fractions :

We come across in many daily life situations where we need to use fractions. Let us consider some situations.

One day Chandu asked his mother for chapatis for dinner. She prepared 15 chapatis and served $\frac{3}{5}$ of chapatis to Chandu and his sister, $\frac{1}{5}$ of chapatis to Chandu's father. Can you guess how many chapatis remained to Chandu's mother?

Now, let us find.

$$\text{Total number of chapatis} = 15$$



$$\begin{aligned}\text{No. of chapatis served to Chandu and his sister} \\ &= \frac{3}{5} \text{ of } 15 = \frac{3}{5} \times 15 = 9 \\ \text{No. of chapatis served to Chandu's father} \\ &= \frac{1}{5} \text{ of } 15 = \frac{1}{5} \times 15 = 3 \\ \therefore \text{No. of chapatis remained to Chandu's mother} \\ &= 15 - (9 + 3) = 3\end{aligned}$$

Example 1 : In the school out of 180 students, $\frac{4}{9}$ of the students are boys. Find the number of girls in the school?

Solution : Number of students in the school = 180

$$\text{Part of the boys in the school} = \frac{4}{9}$$

$$\text{Number of boys} = \frac{4}{9} \text{ of } 180 = \frac{4}{9} \times 180 = 80$$

$$\therefore \text{Number of girls} = 180 - 80 = 100$$

Example 2 : If the cost of $22\frac{1}{2}$ kg. of apples (a box) in a whole sale market is ` 1170, then find the cost of 5 kg. of apples.

Solution : Cost of $22\frac{1}{2}$ kg. of apples = ` 1170

$$\text{Cost of 1kg. of apple} = ` 1170 \div 22\frac{1}{2}$$

$$= ` 1170 \div \frac{45}{2}$$

$$= ` 1170 \times \frac{2}{45} = ` 52$$

$$\therefore \text{Cost of 5 kg. of apples} = 5 \times ` 52 = ` 260$$



2.1 భిన్నాల గుణకార, భాగహోర పద సమస్యలు :

మన నిత్య జీవితంలో భిన్నాలను చాలా సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాము. మనం కొన్ని సందర్భాలను తీసుకుందాం.

చందు ఒకరోజు, రాత్రి భోజనానికి తన తల్లిని చపాతీలు అడిగాడు. ఆమె తయారు చేసిన 15 చపాతీలలో వాటిలో

$$\frac{3}{5} \text{ వ వంతు చపాతీలు చందు మరియు అతని సోదరికి, } \frac{1}{5} \text{ వ వంతు చపాతీలు చందు తండ్రికి వడ్డించింది. చందు }$$

తల్లికి ఎన్ని చపాతీలు మిగిలినవో ఊహించగలరా?

మనం ఇప్పుడు కనుగొందాం. మొత్తం చపాతీలు = 15



చందు మరియు అతని సోదరికి వడ్డించిన చపాతీలు

$$= 15 \text{ లో } \frac{3}{5} \text{ వ వంతు } = \frac{3}{5} \times 15 = 9$$

చందు తండ్రికి వడ్డించిన చపాతీలు = 15 లో $\frac{1}{5}$ వ వంతు

$$= \frac{1}{5} \times 15 = 3$$

\therefore చందు తల్లికి మిగిలిన చపాతీలు = $15 - (9 + 3) = 3$

ఉదాహరణ 1: ఒక పారశాలలో 180 మంది విద్యార్థుల్లో $\frac{4}{9}$ వ వంతు విద్యార్థులు బాలురు. ఆ పారశాలలోని బాలికల

సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన : పారశాలలో విద్యార్థుల సంఖ్య = 180

$$\text{పారశాలలో బాలుర భాగం } = \frac{4}{9}$$

$$\text{బాలుర సంఖ్య} = 180 \text{ లో } \frac{4}{9} \text{ వ వంతు} = \frac{4}{9} \times 180 = 80$$

$$\therefore \text{బాలికల సంఖ్య} = 180 - 80 = 100$$

ఉదాహరణ 2: ఒక టోకు ధరల దుకాణంలో, పెట్టెలోని $22\frac{1}{2}$ కి.గ్రా. ఆపిల్ పండ్ల వెల ` 1170 అయిన 5 కి.గ్రా. ఆపిల్ పండ్ల వెల కనుగొనండి.

సాధన : $22\frac{1}{2}$ కి.గ్రా. ల ఆపిల్ పండ్ల వెల = ` 1170.

$$1 \text{ కి.గ్రా. ఆపిల్ పండ్ల వెల} = ` 1170 \div 22\frac{1}{2}$$

$$= ` 1170 \div \frac{45}{2}$$

$$= ` 1170 \times \frac{2}{45} = ` 52$$

$$\therefore 5 \text{ కి.గ్రా.ల ఆపిల్ పండ్ల వెల} = 5 \times ` 52 = ` 260$$



Exercise - 2.1

1. In Jagananna Gorumudda (MDM) scheme each student got $\frac{3}{20}$ kg. rice per day, find the weight of the rice required for 60 students in a class per day.
2. What is a perimeter of a equilateral triangle, if each side of a triangle is $5\frac{3}{10}$ cm?
3. Surya can walk $\frac{18}{5}$ Kilo meters in an hour. How much distance can he walk in $2\frac{1}{2}$ hours?
4. If the length and breadth of a rectangular garden are $\frac{27}{2}$ m and $\frac{15}{2}$ m respectively, then find the area of the garden.
5. Gopal bought $3\frac{1}{2}$ kg. of potatoes in the market. If he paid ₹ 84, then find the cost of 1kg. of potatoes.
6. A car travelled 225 km. in $4\frac{1}{2}$ hours with uniform speed. Find the distance travelled in 1 hour.
7. If 24 students share $4\frac{4}{5}$ kg. of cake, then how much cake does each one get?
8. A drum contains 210 l of water. How many times does the boy get the water for watering the plants with $3\frac{1}{2}$ l of full bucket from the drum?



2.2 Multiplication of Decimals :

We have learnt about decimals, addition and subtraction of decimals in the previous class. Let us review on these concepts and then learn multiplication and division of decimals in this class.

The fraction with denominators 10, 100, 1000, 10000, ... etc. are decimal fractions or decimal numbers. The fraction $\frac{1}{10}$ can be written as 0.1 in decimal form (read as zero point one). So, decimal number is another way of expression of a fraction.

The place value chart can also be used to understand decimals.



- జగన్న గోరు ముద్ద (MDM) పథకంలో ఒకోక్కడ విద్యార్థి రోజుకు $\frac{3}{20}$ కి.గ్రా. బియ్యం పొందిన, తరగతిలో గల మొత్తం 60 మంది విద్యార్థులకు ఒక రోజుకు కావలిసిన బియ్యం బరువు కనుగొనండి.
- ఒక సమాఖ్యలు త్రిభుజం యొక్క ప్రతి భుజం $5\frac{3}{10}$ సెం.మీ. అయితే త్రిభుజం యొక్క చుట్టూకొలత ఎంత?
- సూర్య ఒక గంటలో $\frac{18}{5}$ కిలో మీటర్లు నడవగలడు. $2\frac{1}{2}$ గంటల్లో ఎంత దూరం నడవగలడు?
- ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార తోట పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా $\frac{27}{2}$ మీ. మరియు $\frac{15}{2}$ మీ. అయిన అప్పుడు ఆ తోట యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.
- గోపాల్ మార్కెట్లో $3\frac{1}{2}$ కి.గ్రా. బంగాళదుంపలు కొనుగోలు చేశాడు. వాటికి అతడు '84 చెల్లించినచో, 1కి.గ్రా. బంగాళదుంపల వెల కనుగొనండి.
- ఒక కారు సమవేగంతో $4\frac{1}{2}$ గం.లలో 225 కి.మీ. ప్రయాణించింది. అది ఒక గంటలో ప్రయాణించిన దూరాన్ని కనుగొనండి.
- 24 మంది విద్యార్థులు $4\frac{4}{5}$ కి.గ్రా.ల కేక్కను సమానంగా పంచుకుంటే, అప్పుడు ప్రతి ఒక్కరూ ఎంత కేక్కను పొందుతారు?
- ఒక డ్రమ్లో 210 లీ. నీరు కలదు. మొక్కలకు నీరు పోయుటకు బాలడు $3\frac{1}{2}$ లీ. సాపుర్యం గల నిండు ఒక్కట్టుతో ఆ డ్రమ్ నుంచి ఎన్ని సార్లు నీటిని పొందగలడు?

2.2 దశాంశ భిన్నాల గుణకారం :



మనం ఇంతకు ముందు తరగతిలో దశాంశ భిన్నాలు, దశాంశాల కూడిక మరియు తీసివేతల గురించి తెలుసుకున్నాము. ఈభావనలను మనం సమీక్షించిన తరువాత దశాంశాల గుణకారం మరియు భాగహారం గురించి ఈ తరగతిలో తెలుసుకుందాం.

- 10, 100, 1000, 10000,... మొదలైనవి హరంగా గల భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలు లేదా దశాంశ సంఖ్యలు అంటారు. $\frac{1}{10}$ అనే భిన్నాన్ని 0.1 గా దశాంశ రూపంలో రాయవచ్చి (సున్నా పాయింట్ ఒకటిగా చదవుతాం). కనుక దశాంశాను, భిన్నం యొక్క మరో రూపంగా వ్యక్తపరుస్తాము. దశాంశ సంఖ్యలను అర్థం చేసుకోవడం కొరకు స్థాన విలువ పట్టికను ఉపయోగించవచ్చు.

Observe the following table and fill in the blanks.

Decimal Numbers	Hundreds (100)	Tens (10)	Ones (1)	Tenths $\left(\frac{1}{10}\right)$	Hundredths $\left(\frac{1}{100}\right)$	Thousandsths $\left(\frac{1}{1000}\right)$
31.402	0	3	1	4	0	2
702.136	7	0		1	3	6
495.834	4		5	8		4
520.301	5	2	0			1
	0	7	2	1	8	8

We can also write these decimal numbers in expanded form. Look at the following example from the table

$$31.402 = 30 + 1 + \frac{4}{10} + \frac{0}{100} + \frac{2}{1000}$$

Place value of 4 in 31.402 is $\frac{4}{10}$



Similarly, we can write expand form of the remaining decimals.

Let us see how to add or subtract decimals. We have learnt that, the decimal numbers are written one under the other with the decimal points lined up. Add or subtract as you would do to whole numbers, then, place the decimal point in the result inline with the other decimal points.

i) $356.24 + 65.08$

$$\begin{array}{r} 356.24 \\ + 65.08 \\ \hline 421.32 \end{array}$$

ii) $67.29 - 35.91$

$$\begin{array}{r} 67.29 \\ - 35.91 \\ \hline 31.38 \end{array}$$

2.2.1 Multiplication of Decimal number with Whole number :

Let us consider a daily life situation

Dheeraj of 7th class went to market with his father to purchase a cloth for shirts. If 1.5 meter cloth is needed for each shirt, how much cloth is required for 3 shirts?

To find this, we need to understand multiplication of decimals. There are many situations in real life where we need to multiply decimal numbers.

Let us learn multiplication of decimals in 3 methods.

Method - 1: (Converting decimal into a fraction)

$$3 \times 1.5$$

$$= 3 \times \frac{15}{10}$$

$$= \frac{45}{10}$$

$$= 4.5$$

Method - 2: (Multiply and put decimal point)

$$3 \times 1.5$$

Step 1 : Multiply whole numbers ignoring decimals.

$$3 \times 15 = 45$$

Step 2 : Then mark the decimal point to the product from right most to left according to the number of decimal places in the given decimal. Here only one decimal place is there.

$$\therefore 3 \times 1.5 = 4.5$$

దిగువ పట్టికను గమనించండి మరియు భారీలను పూరించండి.

దశాంశ సంఖ్యలు	మందల (100)	పదులు (10)	బకట్లు (1)	దశాంశాలు $\left(\frac{1}{10}\right)$	శతాంశాలు $\left(\frac{1}{100}\right)$	సహాంశాలు $\left(\frac{1}{1000}\right)$
31.402	0	3	1	4	0	2
702.136	7	0		1	3	6
495.834	4		5	8		4
520.301	5	2	0			1
	0	7	2	1	8	8

ఈ దశాంశ సంఖ్యలను మనం విస్తరణ రూపంలో కూడా రాయవచ్చు. పట్టిక నుంచి దిగువ ఉదాహరణను గమనించండి.

$$31.402 = 30 + 1 + \frac{4}{10} + \frac{0}{100} + \frac{2}{1000}.$$

31.402 లో 4 యొక్క సాన విలువ $\frac{4}{10}$



అదే విధంగా, మనం మిగిలిన దశాంశ సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయవచ్చు.

మనం దశాంశాలను సంకలనం మరియు వ్యవకలనం చేయడం ఎలానో చూద్దాం. దశాంశ సంఖ్యలను ఒకదాని కింద ఒకటి దశాంశ బిందువు ఒకే నిలువ వరుసలో వుండునట్లు ప్రాయాలని నేర్చుకున్నాం. పూర్ణాంకాల లో సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేసినట్లే, దశాంశ సంఖ్యలను కూడా సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేసి దశాంశ బిందువును అదే వరుసలో సమాధానంలో కూడా ఉంచాలి.

i) $356.24 + 65.08$

$$\begin{array}{r} 356.24 \\ + 65.08 \\ \hline 421.32 \end{array}$$

ii) $67.29 - 35.91$

$$\begin{array}{r} 67.29 \\ - 35.91 \\ \hline 31.38 \end{array}$$

2.2.1 పూర్ణాంకం తో దశాంశ భిన్నాల గుణకారం:

మన నిత్య జీవితంలో ఒక సందర్భాన్ని తీసుకుండాము.

7వ తరగతి చదువుతున్న ధీరణ్ తన తండ్రితో కలిసి చొక్కాలు కుట్టించడానికి వస్తుం కొనుగోలు చేసేందుకు మార్కెటుకు వెళ్లాడు. ప్రతి చొక్కాలకు 1.5 మీటర్ల వస్తుం అవసరం అయితే, 3 చొక్కాలకు ఎంత వస్తుం అవసరం అవుతుంది?

దీనిని కనుగొనడం కొరకు, మనం దశాంశాల గుణకారాన్ని అర్థం చేసుకోవాలి. నిత్యజీవితంలో దశాంశ భిన్నాలు గుణకారం చేయవలసిన సందర్భాలు అనేకం ఉంటాయి. దశాంశాలను 3 పద్ధతులలో గుణించడాన్ని మనం నేర్చుకుండాం.

పద్ధతి 1: (దశాంశాన్ని భిన్నుగా మార్చడం)

$$\begin{aligned} & 3 \times 1.5 \\ &= 3 \times \frac{15}{10} \\ &= \frac{45}{10} \\ &= 4.5 \end{aligned}$$

పద్ధతి 2: (గుణించి, దశాంశ బిందువును పెట్టట)

$$3 \times 1.5$$

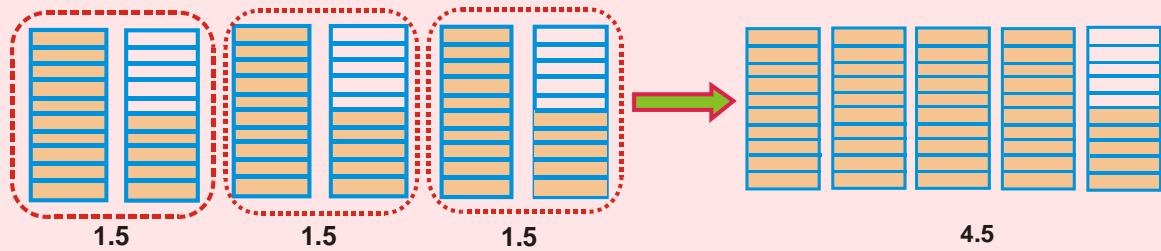
పోపానం 1: దశాంశ బిందువుతో సంబంధం లేకుండా పూర్ణసంఖ్యలను గుణించండి.

$$3 \times 15 = 45$$

పోపానం 2: ఇవ్వబడ్డ దశాంశాలలో, దశాంశ స్థానాల సంఖ్యకు అనుగుణంగా, కుడివైపు నుంచి ఎడమకు దశాంశ బిందువును గుర్తించండి. ఇక్కడ కేవలం ఒక దశాంశ స్థానం మాత్రమే ఉంది. $\therefore 3 \times 1.5 = 4.5$

Method - 3 : (Pictorial representation)

$$3 \times 1.5$$



Each 1.5 decimal represents 1 whole and 5tenths $\left(\frac{5}{10}\right)$ parts. So, the shaded region shows 3×1.5 in

We know that repeated addition is multiplication. Hence in adding of three 1.5 decimals, we get 4 whole and one 0.5 decimal part.

$$\therefore 3 \times 1.5 = 4.5$$

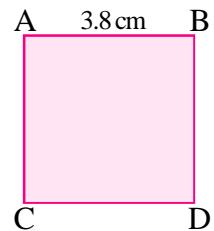
Example 3 : If one side of a square is 3.8 cm, then find its perimeter.

Solution : Number of sides to a square = 4

Side of a square = 3.8 cm

Each side of a square is equal.

$$\begin{aligned} \therefore \text{Perimeter of a square} &= 4 \times \text{side} \\ &= 4 \times 3.8 = 15.2 \text{ cm} \end{aligned}$$



Check Your Progress

Find the product:

- 1) 32.5×8
- 2) 94.62×7
- 3) 109.761×31
- 4) 61×2.39

2.2.2. Multiplication of decimal with 10, 100, 1000 ...

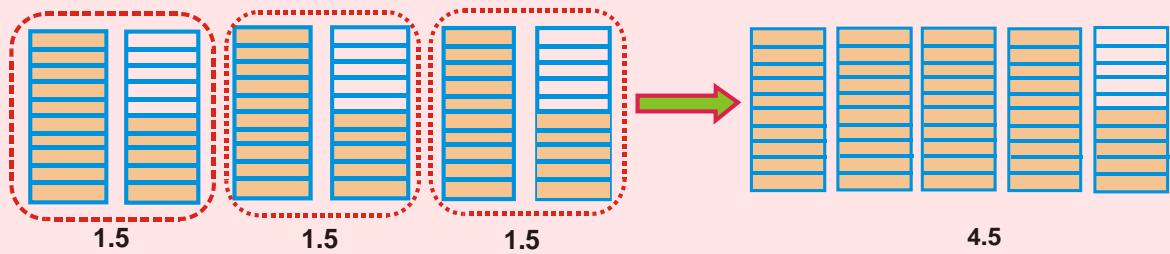
You may wonder, if you know what would happen, if a decimal number is multiplied by 10, 100, 1000...etc.

Let us consider the following multiplications. we can observe some patterns here.

- $24.183 \times 10 = \frac{24183}{1000} \times 10 = \frac{24183}{100} = 241.83$
- $24.183 \times 100 = \frac{24183}{1000} \times 100 = \frac{24183}{10} = 2418.3$
- $24.183 \times 1000 = \frac{24183}{1000} \times 1000 = \frac{24183}{1} = 24183$

పద్ధతి 3: (పటరూప పద్ధతి)

3×1.5



ప్రతి 1.5 దశాంశం 1 సంవ్యాఖ్య మరియు 5 దశాంశ $\left(\frac{5}{10}\right)$ భాగాలను కలిగి వుంది. పటంలో 3×1.5 ని పేడ్జీ చేయబడిన ప్రాంతం చూపుతుంది. పునార్పుత సంకలనం గుణకారం అని మనకు తెలుసు. అందువల్ల మూడు 1.5 దశాంశాలను కలపగా మనకు 4 పూర్తి భాగాలు మరియు ఒక 0.5 దశాంశ భాగం లభిస్తుంది.

$$\therefore 3 \times 1.5 = 4.5$$

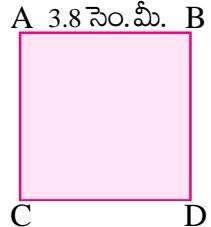
ఉదాహరణ 3 : ఒక చతురస్రం యొక్క భూజం 3.8 సె.మీ. అయితే దాని చుట్టూకొలతను కనుగొనండి.

సాధన : చతురస్రానికి భూజాల సంఖ్య = 4

చతురస్రం యొక్క భూజం = 3.8 సె.మీ.

చతురస్రం యొక్క ప్రతి భూజం సమానం.

$$\begin{aligned} \therefore \text{చతురస్రం యొక్క చుట్టూకొలత} &= 4 \times \text{భూజం} \\ &= 4 \times 3.8 = 15.2 \text{ సె.మీ.} \end{aligned}$$



శీహనతివి
పటచూసుకో

లభ్యాన్ని కనుగొనండి:

- 1) 32.5×8 2) 94.62×7 3) 109.761×31 4) 61×2.39

2.2.2. 10, 100, 1000 మొదలగు వాటితో దశాంశాల గుణకారం:

ఒక దశాంశ సంఖ్యను $10, 100, 1000, \dots$ మొదలైన వాటితో గుణించబడినపుడు ఏమి జరుగుతుందో తెలిస్తే ఆశ్చర్యంగా అనిపిస్తుంది.

ఈ క్రింది గుణకారాలను తీసుకుండాం. ఇక్కడ మనం కొన్ని అమరికలను పరిశీలించవచ్చును.

- $24.183 \times 10 = \frac{24183}{1000} \times 10 = \frac{24183}{100} = 241.83$
- $24.183 \times 100 = \frac{24183}{1000} \times 100 = \frac{24183}{10} = 2418.3$
- $24.183 \times 1000 = \frac{24183}{1000} \times 1000 = \frac{24183}{1} = 24183$

If we multiply a decimal number by 10 then we shift the decimal point 1 place to the right in the product.

$$\text{Eg : } 12.56 \times 10 = 125.6$$

If we multiply a decimal number by 100 then we shift the decimal point 2 places to the right in the product.

$$\text{Eg : } 12.56 \times 100 = 1256.0 = 1256$$

If we multiply a decimal number by 1000 then we shift the decimal point 3 places to the right in the product .

$$\text{Eg : } 12.56 \times 1000 = 12560.0 = 12560$$

To multiply decimal numbers by 10, 100, 1000... just shift the decimal point in the product as many places to the right, as number of zeroes after 1.

Example 4 : Find i) 239.27×10 ii) 5.305×100 iii) 23.1×1000

Solution : i) 239.27×10 (number of zeroes in 10 is one. So, decimal point has to shift to one place right in the product).

$$\therefore 239.27 \times 10 = 2392.7$$

$$\text{ii)} \quad 5.305 \times 100 = 530.5$$

$$\text{iii)} \quad 23.1 \times 1000 = 23100.0$$

$$= 23100$$



1) Find the values of the following .

$$\text{i)} \quad 26.59 \times 10$$

$$\text{ii)} \quad 206.5 \times 100$$

$$\text{iii)} \quad 206.5 \times 1000$$

$$\text{iv)} \quad 10.001 \times 1000$$

2.2.3. Multiplication of two decimal numbers:

Let us find multiplication of any two decimals. Eg. 0.4×0.3

Method 1: (Converting decimal into a fraction)

$$0.4 \times 0.3 = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{4 \times 3}{10 \times 10} = \frac{12}{100} = 0.12$$

$$\therefore 0.4 \times 0.3 = 0.12$$

Method 2 : (Multiply and put decimal point)

$$0.4 \times 0.3$$

$$0.4 \quad (\leftarrow 1\text{decimal place})$$

$$\times 0.3 \quad (\leftarrow 1\text{decimal place})$$

Step 1 : Multiply whole numbers ignoring decimal points. $4 \times 3 = 12$

Step 2 : Mark the decimal point in the product from right most to left according to the total number of decimal places of the given numbers. Here it is two (1+1).

Hence, $0.4 \times 0.3 = 0.12$ ($\leftarrow 2$ decimal places)

Method 3: (Pictorial representation)

$$0.4 \times 0.3$$

Let us find the product pictorially in Fig 1 and 2.

మనం దశాంశ సంఖ్యను 10తో గుణించినప్పుడు, లబ్ధింలో దశాంశ బిందువు ఒక స్థానాన్ని కుడివైపుకు మారుస్తాం.

$$\text{ఉదా: } 12.56 \times 10 = 125.6$$

మనం దశాంశ సంఖ్యను 100తో గుణించినప్పుడు, లబ్ధింలో దశాంశ బిందువు 2 స్థానాలను కుడివైపుకు మారుస్తాం.

$$\text{ఉదా: } 12.56 \times 100 = 1256.0 = 1256$$

ఒక దశాంశ సంఖ్యను 1000తో గుణించినప్పుడు, మనం లబ్ధింలో దశాంశ బిందువు మాడు స్థానాలను కుడివైపుకు మారుస్తాం. $\text{ఉదా: } 12.56 \times 1000 = 12560.0 = 12560$

దశాంశసంఖ్యలను 10, 100, 1000,... మొదలైన వాటితో గుణించాలంటే 1 తరువాత సున్నాల సంఖ్యకు సమాన సంఖ్యలో లబ్ధింలో దశాంశ బిందువును కుడివైపుకు మారుస్తాం.

ఉదాహరణ 4: i) 239.27×10 ii) 5.305×100 iii) 23.1×1000 లను కనుగొనండి.

సాధన : i) 239.27×10 (10తో సున్నాల సంఖ్య 1. అందువల్ల, లబ్ధింలో దశాంశ బిందువును కుడివైపుకు ఒక స్థానానికి మార్చు చేయబడుతుంది)

$$\therefore 239.27 \times 10 = 2392.7$$

$$\text{ii)} \quad 5.305 \times 100 = 530.5$$

$$\text{iii)} \quad 23.1 \times 1000 = 23100.0 \\ = 23100$$

1) క్రింది విలువలను కనుగొనండి.

$$\text{i)} \quad 26.59 \times 10$$

$$\text{ii)} \quad 206.5 \times 100$$

$$\text{iii)} \quad 206.5 \times 1000$$

$$\text{iv)} \quad 10.001 \times 1000$$

2.2.3 రెండు దశాంశాల గుణకారం:

ఏవైనా రెండు దశాంశాల యొక్క గుణకారం గురించి మనం తెలుసుకుండాం. $\text{ఉదా: } 0.4 \times 0.3$

పద్ధతి 1: (దశాంశాన్ని భిన్నంగా మార్చడం)

$$0.4 \times 0.3$$

$$0.4 \times 0.3 = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{4 \times 3}{10 \times 10} = \frac{12}{100} = 0.12$$

$$\therefore 0.4 \times 0.3 = 0.12$$

పద్ధతి 2: (గుణించి, దశాంశ బిందువును పెట్టుట)

$$0.4 \times 0.3$$

$$0.4 \quad (\leftarrow 1\text{దశాంశ స్థానం})$$

$$\times 0.3 \quad (\leftarrow 1\text{దశాంశ స్థానం})$$

సోపానం 1: దశాంశ బిందువుతో సంబంధం లేకుండా పూర్తిసంఖ్యలను గుణించండి. $4 \times 3 = 12$

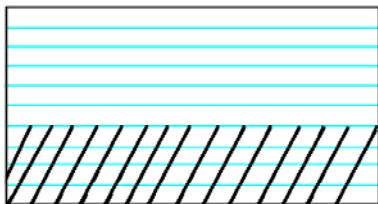
సోపానం 2: ఇప్పబడ్డ సంఖ్యల యొక్క దశాంశస్థానాల సంఖ్యకు అనుగుణంగా కుడివైపు నుంచి ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును గుర్తించండి. ఇక్కడ రెండు దశాంశాలు ($1+1$) ఉన్నాయి.

$$\text{అందువల్ల } 0.4 \times 0.3 = 0.12 \quad (\leftarrow 2\text{ దశాంశస్థానాలు})$$

పద్ధతి 3: (పటరూప పద్ధతి)

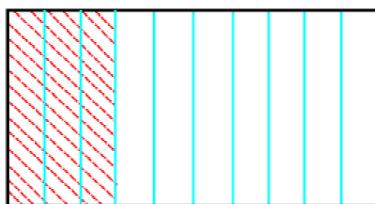
$$0.4 \times 0.3$$

పటం 1 మరియు 2 లలో చూపినట్లు లబ్ధాన్ని కనుగొండాం.



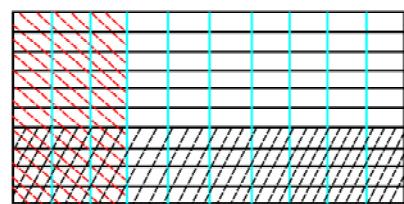
0.4

Fig. 1



0.3

Fig. 2



0.12

Fig. 3

We divide rectangle into ten equal parts and shade three parts out of it, to get $\frac{4}{10}$ (or) 0.4 (Fig.1).

We divide rectangle into ten equal parts and shade three parts out of it, to get $\frac{3}{10}$ (or) 0.3 (Fig.2).

Now, we get $\frac{4}{10}$ of $\frac{3}{10}$ (or) $0.3 \times 0.4 = 0.12$.

Since, there are 12 double shaded parts out of 100, they represent 0.12 (Fig.2).

$$\therefore 0.4 \times 0.3 = 0.12$$

Example 5 : Bindu went to vegetable market with her mother to buy 3.5 kg Onions. If the cost of Onions is ` 18.50 per kg., then find the cost of 3.5 kg of Onions.

Solution : Cost of 1 kg. Onions = ` 18.50
Cost of 3.5 kg. of Onions = $18.50 \times 3.5 = 64.750$
 \therefore Cost of 3.5 kg. of Onions = ` 64.75

Step-1: Multiply whole numbers ignoring decimals $35 \times 1850 = 64750$

Step-2: As there are total 2 + 1 = 3 decimals, put decimal point after three digits from the right most to the product.

$$\text{So, } 3.5 \times 18.50 = 64.750$$

The number of decimal digits in the product of any two decimal numbers is equal to the sum of decimal digits that are multiplied.

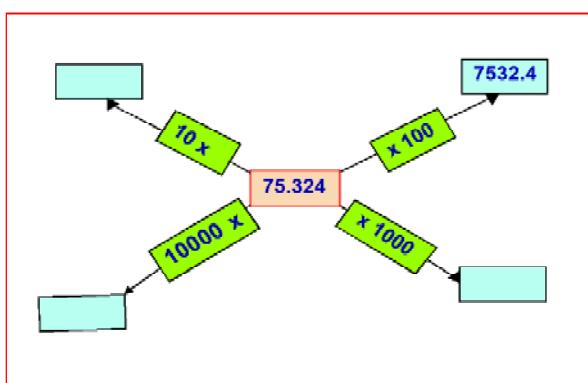


Find the product of the following.

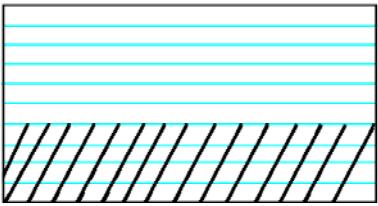
- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| i) 69.2×2.5 | ii) 20.61×3.09 |
| iii) 658.321×43.2 | iv) 206.005×0.07 |



Observe the figure. Fill the blue boxes with suitable decimal numbers.



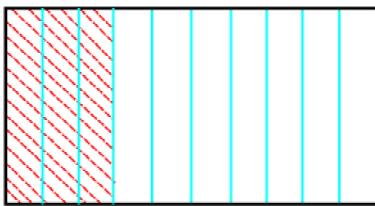
I am a decimal number, who is half of one fourth of 100. Who am I?



0.4

పటం 1

మనం దీర్ఘచతురస్రాన్ని పది సమాన భాగాలుగా విభజించాం మరియు $\frac{4}{10}$ (లేదా) 0.4 పొందుటకు 4 భాగాలు పేడ్ చేస్తాం (పటం 1).



0.3

పటం 2

మనం దీర్ఘచతురస్రాన్ని పది సమాన భాగాలుగా విభజించాం మరియు $\frac{3}{10}$ (లేదా) 0.3 పొందుటకు 3 మూడు భాగాలను పేడ్ చేస్తాం (పటం 2).

ఇప్పుడు, మనకు $\frac{3}{10}$ లో $\frac{4}{10}$ (లేదా) 0.3×0.4 లభిస్తుంది.

100 భాగాలలో 12 ఉమ్మెడిగా పేడ్ చేసిన భాగాలన్నాయి కనుక, అవి 0.12కు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి (పటం 3).

$$\therefore 0.4 \times 0.3 = 0.12$$

ఉధారణ 5 : 3.5 కి.గ్రా. ఉల్లిపాయలు కొనుగోలు చేయడానికి బిందు తన తల్లితో కలిసి కూరగాయల మార్కెట్కు వెళ్లింది. ఉల్లిపాయల ధర కి.గ్రా.కు `18.50 అయితే, 3.5 కి.గ్రా. ఉల్లిపాయల యొక్క ధర కనుగొనండి.

సాధన : 1 కి.గ్రా. ఉల్లిపాయల ధర = `18.50
3.5 కి.గ్రా. ఉల్లిపాయల ధర = `18.50 \times 3.5 = 64.750
 \therefore 3.5 కి.గ్రా. ఉల్లిపాయల ధర = `64.75

పోపం-1: దశాంశ బిందువుతో

సంబంధం లేకుండా పూర్తసంఖ్యలను గుణించండి.

$$35 \times 1850 = 64750$$

పోపం-2: ఇవ్వబడిన సంఖ్యల దశాంశ స్థానాలు $2+1 = 3$ కనుక లభ్యంనకు కుడి వైపు నుండి ఎడమ వైపుకు మూడు స్థానాల తర్వాత దశాంశ బిందువును గుర్తించండి.
 $3.5 \times 18.50 = 64.750$

రెండు దశాంశ సంఖ్యలను గుణించినపుడు లభ్యంలో దశాంశ స్థానాల సంఖ్య,
గుణించబడిన సంఖ్యల దశాంశ స్థానాల సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం.

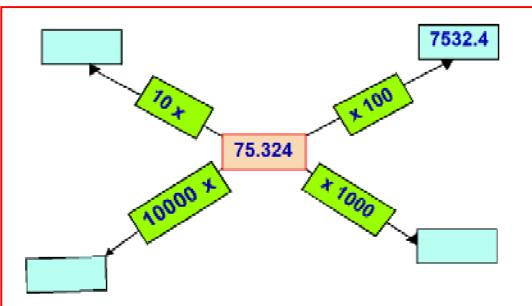


కీంద లభ్యాలను కనుగొనండి.

- i) 69.2×2.5 ii) 20.61×3.09 iii) 658.321×43.2 iv) 206.005×0.07



పటం గమనించండి. తగిన దశాంశ సంఖ్యలతో నీలం గడులను నింపండి.



నేనొక దశాంశ సంఖ్యను. 100లో

నాలుగో పంతులో సగంగా

వుంటాను. నేను ఎవరు?

Exercise - 2.2



- Find the product of the following.
 - 23.4×6
 - 681.25×9
 - 53.29×14
 - 8×2.52
 - 25×2.013
- Fill the blanks in the table.

Multiplications	Product
36.21×10	362.1
23.104×100	_____
$6.24 \times _____$	6240.0
_____ $\times 1000$	21.05
9.234×100	_____
$1.3004 \times _____$	1300.4
_____ $\times 10$	59.001

- Find the product.
 - 5.1×8.1
 - 63.205×0.27
 - 1.321×0.9
 - 6.51×0.99
 - 837.6×0.006
- Rithesh reads a book for 2.5 hours everyday. If he reads the entire book in a Week, then how many hours all together are required for him to read the book?
- Find the area of the rectangle whose length and breadth are 5.3cm, 2.7cm respectively.
- If the cost of each cement bag is ` 326.50, then find the cost of 24 bags of cement.
- Dharmika purchased chudidhar material of 1.40m at the rate of ` 152.5 per metre. Find the amount to be paid.
- If a picture chart costs ` 4.25. Amrutha wants to buy 16 charts to make an album. How much money does she have to pay?



2.3 Division of Decimals :

Sujatha wants to decorate her class room with coloured paper strips each of 2.25m length. If she has a coloured paper strip roll of 13.5m length, how many pieces of paper strips of required length will she get from the strip roll? Sujatha expressed it as $13.5 \div 2.25$.

Hence, we have to understand how to divide decimal numbers. There are many situations in real life where we need to divide decimal numbers.

- క్రింది వాటి లభ్యాన్ని కనుగొనండి.
 - 23.4×6
 - 681.25×9
 - 53.29×14
 - 8×2.52
 - 25×2.013
- పట్టికలో ఖాళీలను నింపండి.

గుణకారం	లభ్యం
36.21×10	362.1
23.104×100	_____
$6.24 \times _____$	6240.0
_____ $\times 1000$	21.05
9.234×100	_____
$1.3004 \times _____$	1300.4
_____ $\times 10$	59.001

- లభ్యాన్ని కనుగొనండి.
 - 5.1×8.1
 - 63.205×0.27
 - 1.321×0.9
 - 6.51×0.99
 - 837.6×0.006
- రితేష్ ప్రతిరోజు 2.5 గం.ల పాటు ఒక పుస్తకాన్ని చదువుతాడు.
ఒక వారంలో ఆ పుస్తకంను అతను పూర్తిగా చదివితే, మొత్తం ఎన్ని గంటలు చదివాడు?
- పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 5.3సె.మీ. మరియు 2.7సె.మీ.గా ఉన్న దీర్ఘచతురప్రం యొక్కపైశాల్యం కనుగొనండి.
- ఒక సిమెంట్ బస్తా ధర `326.50 అయినచో 24 బ్యాగుల సిమెంట్ బస్తాల ధరను కనుగొనండి.
- ధార్మిక చుండిధార్ మెటీరియల్ ను, ఒక మీ.కు `152.5 చొప్పున 1.40 మీ. కొనుగోలు చేసింది. చెల్లించాల్సిన మొత్తాన్ని కనుగొనండి.
- అమృత ఒక ఆల్ఫామ్ తయారు చేయడానికి 16 ఛార్ట్లును కొనుగోలు చేయాలని అనుకుంటుంది. ఒక పిక్కర్ ఛార్ట్ ధర `4.25 అయితే ఆమె ఎంత డబ్బు చెల్లించాల్సి ఉంటుంది?



2.3 దశాంశ సంఖ్యల భాగహరం :

సుజాత తన తరగతి గదిని 2.25 మీ. పొడవున్న రంగు కాగితపు పట్టిలతో అలంకరించాలని అనుకుంటోంది. 13.5 మీ. పొడవు గల రంగు కాగితాల స్ట్రీప్ రోల్ ను ఆమె కలిగి ఉన్నట్లయితే, స్ట్రీప్ రోల్ నుంచి ఆమె ఎన్ని ముక్కల రంగు కాగితపు పట్టిలను కావలిసిన కొలతలతో చేయగలదు? దీనిని సుజాత $13.5 \div 2.25$ గా వ్యక్తం చేసింది.

కనుక, మనం దశాంశ సంఖ్యలను ఏవిధంగా భాగహరం చేయాలో అవగాహన చేసుకోవాలి. నిజ జీవితంలో మనం దశాంశ సంఖ్యలను భాగహరం చేయాల్సిన సందర్భాలు చాలా వుంటాయి.

2.3.1 Division of Decimal numbers by 10, 100, 1000, ... etc.

Let us observe the following patterns .

$$1) \quad 23.5 \div 10 = \frac{235}{10} \div \frac{10}{1} = \frac{235}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{235 \times 1}{10 \times 10} = \frac{235}{100} = 2.35$$

$$2) \quad 23.5 \div 100 = \frac{235}{10} \div \frac{100}{1} = \frac{235}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{235 \times 1}{10 \times 100} = \frac{235}{1000} = 0.235$$

$$3) \quad 23.5 \div 1000 = \frac{235}{10} \div \frac{1000}{1} = \frac{235}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{235 \times 1}{10 \times 1000} = \frac{235}{10000} = 0.0235$$

Like this, you may fill in the following blanks .

$$169.28 \div 10 = 16.928$$

$$525.9 \div 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$169.28 \div 100 = 1.6928$$

$$525.9 \div 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$169.28 \div 1000 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$525.9 \div 1000 = \underline{\hspace{2cm}}$$

While dividing a decimal number by 10 or 100 or 1000 or... the digits of the number and the digits of quotient are same, but the decimal point in the quotient shifts to the left by as many places as there are zeros after 1.



Check Your Progress

Find the following.

- i) $81.5 \div 10$ ii) $4901.2 \div 100$ iii) $7301.3 \div 1000$ iv) $1.2 \div 100$

2.3.2 Division of Decimal numbers by whole numbers:

John dig a well of 4.8m in 3 hours. How much depth he digs in 1 hour on an average?

For this, we have to find $4.8 \div 3$.

Let us find $4.8 \div 3$ in 3 methods.

Method 1 : (Change decimal into fraction)

$$\begin{aligned} 4.8 \div 3 &= \frac{48}{10} \div \frac{3}{1} \\ &= \frac{48}{10} \times \frac{1}{3} \quad (\text{why?}) \\ &= \frac{16}{10} = 1.6 \\ \therefore 4.8 \div 3 &= 1.6 \end{aligned}$$

So, John digs in 1hour = 1.6m

Method 2 : (Divide and put decimal point)

(1 decimal place) $4.8 \div 3$

Step 1 : Divide whole number by ignoring decimals. $48 \div 3 = 16$

Step 2 : Then mark the decimal point to the quotient from right most to left according to the number of decimal places in the given decimal.

$$\therefore 4.8 \div 3 = 1.6$$

note : it is applicable only for completely divisible decimal numbers

2.3.1 10, 100, 1000, మొదలైన వాటితో దశాంశ భిన్నాల భాగహారం

కింది అమరికలను మనం పరిశీలించాం.

$$1) \quad 23.5 \div 10 = \frac{235}{10} \div \frac{10}{1} = \frac{235}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{235 \times 1}{10 \times 10} = \frac{235}{100} = 2.35$$

$$2) \quad 23.5 \div 100 = \frac{235}{10} \div \frac{100}{1} = \frac{235}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{235 \times 1}{10 \times 100} = \frac{235}{1000} = 0.235$$

$$3) \quad 23.5 \div 1000 = \frac{235}{10} \div \frac{1000}{1} = \frac{235}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{235 \times 1}{10 \times 1000} = \frac{235}{10000} = 0.0235$$

ఆదే విధంగానే మీరు క్రింది ఖాళీలను పూరించవచ్చును.

$$169.28 \div 10 = 16.928$$

$$525.9 \div 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$169.28 \div 100 = 1.6928$$

$$525.9 \div 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$169.28 \div 1000 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$525.9 \div 1000 = \underline{\hspace{2cm}}$$

ఈక దశాంశ సంఖ్యను 10 లేదా 100 లేదా 1000 లేదా..... లతో భాగించినప్పుడు ఆ సంఖ్య యొక్క అంకాలు మరియు భాగఫలం యొక్క అంకాలు ఒకే విధంగా ఉంటాయి. కానీ 1 తరువాత ఎన్ని సున్నాలు వున్నయో అన్ని స్థానాలు భాగఫలంలో ఎడమ వైపుకు దశాంశ బిందువు జరుగుతుంది.



సీప్రైస్ పరిచారుకో

క్రింది వాటిని కనుగొనండి.

- i) $81.5 \div 10$ ii) $4901.2 \div 100$ iii) $7301.3 \div 1000$ iv) $1.2 \div 100$

2.3.2 పూర్తింకాలతో దశాంశ భిన్నాల భాగహారం :

జాన్ 3 గంటల్లో 4.8 మీటర్ల బాటిని తవ్వాడు. సగటున 1 గంటలో అతడు ఎంత లోతు తవ్వగలడు?

ఇందుకోసం $4.8 \div 3$ ను కనుగొనాలి.

మనం $4.8 \div 3$ ను 3 పథ్థతుల్లో కనుగొనవచ్చు.

పథ్థతి 1: (దశాంశాన్ని భిన్నంగా మార్చడం)

$$\begin{aligned} 4.8 \div 3 &= \frac{48}{10} \div \frac{3}{1} \\ &= \frac{48}{10} \times \frac{1}{3} \quad (\text{ఎందుకు?}) \\ &= \frac{16}{10} = 1.6 \\ \therefore 4.8 \div 3 &= 1.6 \end{aligned}$$

కావున, జాన్ 1గంటలో త్రవ్వినది = 1.6 మీ.

పథ్థతి 2: (భాగించి, దశాంశ బిందువును పెట్టుట)

$$4.8 \div 3 \quad (1 \text{ దశాంశ స్థానం})$$

సోపానం 1: దశాంశ బిందువుతో సంబంధం లేకుండా

పూర్తింఖ్యాలను భాగించండి. $48 \div 3 = 16$

సోపానం 2: ఇవ్వబడ్డ దశాంశంలో దశాంశ స్థానాల

సంఖ్యకు అనుగుణంగా కుడివైపు నుంచి

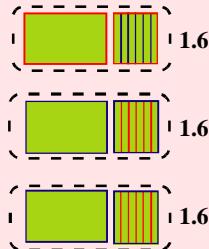
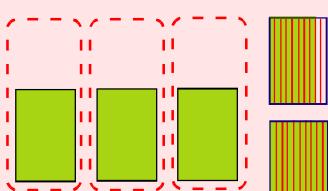
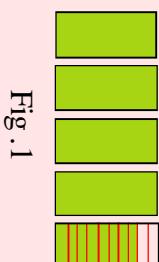
ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును గుర్తించండి.

$$\therefore 4.8 \div 3 = 1.6$$

గమనిక : ఇది కేవలం నిశ్చేషంగా భాగించబడే దశాంశ సంఖ్యలకు మాత్రమే వర్తిస్తుంది.

Method 3 : (Pictorial representation)

$$4.8 \div 3$$



Take four shaded units and eight parts from ten equal parts of 5th unit which represents 4.8 in Fig. 1. We have to divide these 4.8 into three equal groups. So, divide three units as one to each group (Fig.2). Remaining fourth unit can't be shared directly. Hence divide it into ten equal parts. Now a total of 18 tenth parts are available to share among three equal groups. Divide and share six tenth (0.6) parts to each group. Therefore 4.8 divides into 3 equal groups as each group has one unit and six tenth parts which totally represents 1.6. (Fig.3).

$$\text{Hence } 4.8 \div 3 = 1.6$$



Check Your Progress

Find the following :

- i) $69.4 \div 2$
- ii) $56.32 \div 8$
- iii) $6.5 \div 4$
- iv) $108.7 \div 5$

2.3.3 Division of Decimal numbers by decimal numbers:

Srivalli is doing a part-time job at a milk dairy. One day she sold 32.5 litres of milk to the customers. If she received ₹ 1641.25 from them, find the cost of 1 litre milk?

To find this, we need to find $\text{₹ } 1641.25 \div 32.5$

This is division of decimal number by decimal number. First let us learn through simple example. $0.8 \div 0.2$ We can do it in three methods:

Method - 1 : (Change decimal into fraction)

$$0.8 \div 0.2$$

$$= \frac{8}{10} \div \frac{2}{10} = \frac{8}{10} \times \frac{10}{2}$$

$$= \frac{8}{2} = 4$$

Method - 2 : (Divide and put decimals)

$$0.8 \div 0.2$$

Step1: Divisor (0.2) has one decimal point so, multiply both with 10, then, the divisor becomes a whole number.

$$= (0.8 \times 10) \div (0.2 \times 10)$$

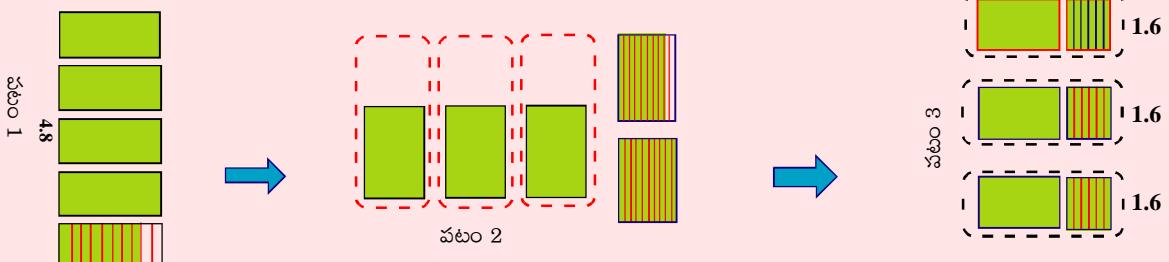
$$= 8 \div 2$$

Step 2 : Now we can divide by 2.

$$8 \div 2 = 4 \quad \therefore 0.8 \div 0.2 = 4$$

పద్ధతి 3: (పటరూప పద్ధతి)

$$4.8 \div 3$$



పటం 1లో చూపినట్లు పేర్ల చేయబడి ఉన్న నాలుగు యూనిట్లను మరియు 5వ యూనిట్ లోని పది సమాన భాగాలలో ఎనిమిది భాగాలను తీసుకోండి. ఒక యూనిట్ 10 సమాన భాగాలకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. ఈ 4.8 ని మూడు సమాన భాగాలుగా విభజించాల్సి ఉంటుంది. అందువల్ల, ప్రతి గ్రూపుకు మూడు యూనిట్లను ఒకొక్కటి చొప్పున పంచండి (పటం 2). మిగిలిన ఒక యూనిట్ని మనం నేరుగా పంచలేము. అందువల్ల దానిని పది సమాన భాగాలుగా విభజించండి. ఇప్పుడు మొత్తం 18 భాగాలు మూడు గ్రూపులకు సమాన పంచుకోవడానికి అందుబాటులో ఉన్నాయి. ప్రతి గ్రూపుకు ఆరు పదవ పంతు భాగాల (0.6) చొప్పున పంచండి. అందువల్ల 4.8 ను 3 సమాన గ్రూపులుగా విభజన చేసినపుడు, ప్రతి గ్రూపుకు ఒక యూనిట్ మరియు ఆరు పదోవంతు భాగాలు వుండును. దీనిని 1.6 గా (పటం 3) సూచించవచ్చును.

$$\text{అందువల్ల } 4.8 \div 3 = 1.6$$



(కింది వాటిని కనుగొనండి.

$$\text{i)} \quad 69.4 \div 2 \quad \text{ii)} \quad 56.32 \div 8 \quad \text{iii)} \quad 6.5 \div 4 \quad \text{iv)} \quad 108.7 \div 5$$

2.3.3 దశాంశ సంఖ్యను మరో దశాంశ సంఖ్యతో భాగపోరం:

శ్రేష్ఠ పాల డెయిరీలో పాట్ టైం ఉద్యోగం చేయుచున్నది. ఒకరోజు ఆమె 32.5 లీటర్ల పాలను వినియోగదారులకు అమ్మినది. అమ్మిన పాలకు వారి నుంచి `1641.25 ను ఆమె తీసుకున్నట్లయితే, 1 లీటరు పాల ధరను కనుగొనండి?

1 లీటరు పాల ధర కనుగొనడం కొరకు, మనం `1641.25 \div 32.5 ను కనుగొనాల్సిన అవసరం వుంది.

అంటే దశాంశ సంఖ్యను మరో దశాంశ సంఖ్యతో భాగపోరం చేయాలి. దీనిని మొదట సరళమైన ఉచాపారణ ద్వారా తెలుసుకుండాం. $0.8 \div 0.2$ దీనిని మనం మూడు పద్ధతుల్లో చేయవచ్చు.

పద్ధతి 1: (దశాంశాన్ని భిన్నంగా మార్చడం)

$$0.8 \div 0.2$$

$$= \frac{8}{10} \div \frac{2}{10} = \frac{8}{10} \times \frac{10}{2}$$

$$= \frac{8}{2} = 4$$

పద్ధతి 2: (భాగించి, దశాంశ బిందువును పెట్టుట)

$$0.8 \div 0.2$$

సోపానం 1: విభాజ్యం 0.2 ఒక దశాంశం కలిగి వుంది.

కావున, రెండింటినీ 10తో గుణించవచ్చు,

అప్పుడు విభాజ్యం, పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.

$$0.8 \div 0.2 = (0.8 \times 10) \div (0.2 \times 10)$$

$$= 8 \div 2$$

సోపానం 2: ఇప్పుడు మనం 2 తో భాగించవచ్చును.

$$8 \div 2 = 4 \quad \therefore 0.8 \div 0.2 = 4$$

Method - 3 : (Pictorial representation)

$$0.8 \div 0.2$$

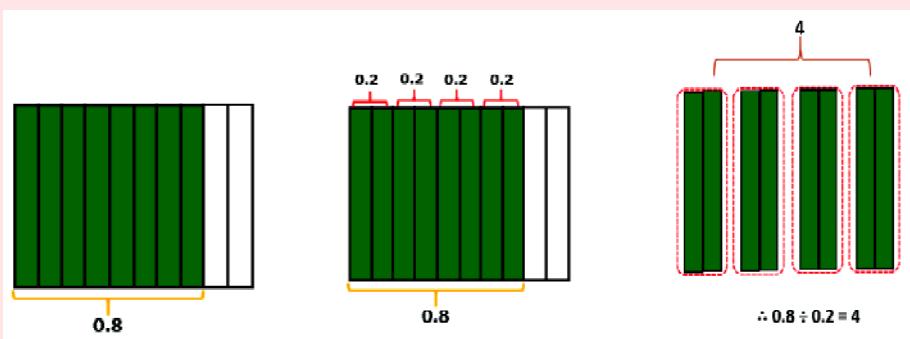


Fig.1

Fig.2

Fig.3

Eight from ten equal parts of a unit represents 0.8 in Fig.1. We have to divide 0.8 into 0.2 to each group (Fig.2). How many such equal groups can be formed? Yes, 4 groups (Fig.3). Therefore 0.8 divides into 4 equal groups as each group having 0.2.

$$\therefore 0.8 \div 0.2 = 4.$$

Let us observe one more example $0.341 \div 1.1$

Step 1 : Divisor 1.1 has one decimal point. So, multiply both with 10, so the divisor is a whole number.

$$\begin{aligned} &= (0.341 \times 10) \div (1.1 \times 10) \\ &= 3.41 \div 11 \text{ (2 decimal places to dividend)} \end{aligned}$$

Step 2 : We have to ignore the decimal places in the dividend so long as we remember to put it back later. So, do the calculation without decimal point.

$$341 \div 11 = 31$$

Step 3 : Now, mark the decimal point in the quotient from right most to left, according to the total number of decimal places of the dividend.

$$\therefore 0.341 \div 1.1 = 0.31$$

Now we calculate $1641.25 \div 32.5$ for 1 litre of milk.

Step 1: Divisor (32.5) has one decimal place. Multiply both numerator and denominator by 10, so the divisor is a whole number.

$$\begin{aligned} 1641.25 \div 32.5 &= (1641.25 \times 10) \div (32.5 \times 10) \\ &= 16412.5 \div 325 \text{ (1 decimal place in the dividend)} \end{aligned}$$

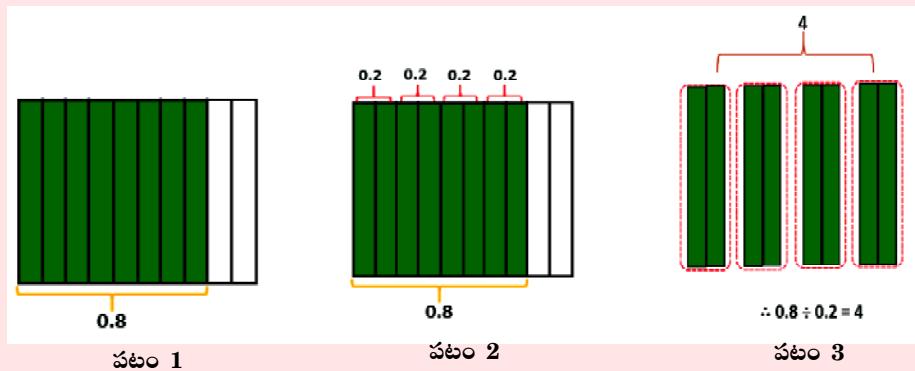
Step 2 : $164125 \div 325 = 505$

Step 3 : $1641.25 \div 32.5 = 50.5$

$$\therefore \text{Cost of 1 litre milk} = 50.50$$

పద్ధతి 3 : (పటరూప పద్ధతి)

$$0.8 \div 0.2$$



పటం 1లో చూపిన విధంగా ఒక యూనిట్ యొక్క పది సమాన భాగాల నుంచి ఎనిమిది భాగాలు (ఆకుపచ్చ) రంగు భాగాలు) 0.8కు ప్రాతినిధ్యం వహించును. మనం 0.8 ను ప్రతి సమూహమునకు 0.2 వచ్చేవిధంగా విభజించాల్సి ఉంటుంది (పటం 2). సమాన సమూహాలు అటువంటివి ఎన్ని ఏర్పడగలవు? 4 సమాన సమూహాలు (పటం 3) ఏర్పడును. అందువల్ల 0.8 ను, ప్రతి సమూహము లో 0.2 వుండే విధంగా 4 సమాన సమూహాలుగా విభజించవచ్చును.

$$\therefore 0.8 \div 0.2 = 4$$

మనం ఇంకోక ఉదాహరణ పరిశీలనా 0.341 ÷ 1.1

పోపునం 1: విభాజకం 1.1 ఒక దశాంశ బిందువును కలిగి ఉంది.

కావునా, రెండింటినీ 10తో గుణించితే, విభాజకం పూర్వంఖ్య గా మారును.

$$= (0.341 \times 10) \div (1.1 \times 10)$$

= 3.41 ÷ 11 (విభాజ్యంకు 2 దశాంశాలు వున్నాయి)

సోపానం 2: విభాజ్యంకు గల దశాంశ స్థిరాలను మనం విస్తరించాలి. దశాంశ బిందువు లేకుండా భాగించండి.

$$341 \div 11 = 31$$

సోపానం 3: ఇప్పుడు, భాగఫలంకు కుడివైపు నుంచి ఎడమవైపుకు దశాంశ బిందువును గుర్తించండి. (విభాజ్యంకు గల దశాంశ స్థానాల సంబ్యు కు అనుగుణంగా)

$$\therefore 0.341 \div 1.1 = 0.31$$

జపుడు మనం 1 లీ. పాల ధర కనుగొనుటకు $1641.25 \div 32.5$ ను గుణిదాం.

సోపానం 1: విభాజకం (32.5) ఒక దశాంశ స్థానాన్ని కలిగి ఉంది. అందువల్ల, రెండింటిని 10తో గుణించండి.

$$1641.25 \div 32.5 = (1641.25 \times 10) \div (32.5 \times 10)$$

= 16412.5 ÷ 325 (ವಿಭಾಗ್ಯಂಲ್ಲೋ 1 ದಶಾಂಶ ಸ್ಥಾನಂ)

సోపానం 2: $164125 \div 325 = 505$

స్వీపానం 3: $1641.25 \div 32.5 =$ 50.5

∴ 1^l. පාල දර = ` 50.50

Example 6 : Madhuri is studying 7th class in Visakhapatnam. Her school teachers organised a tour to Araku valley by bus. Bus covered a distance of 98.5 Km. in 2.5 hours. If the bus is travelled at the same speed in the journey then find the distance travelled in 1hour.

Solution : Distance travelled by bus = 98.5 Km.

Time taken to travel this distance = 2.5 hours

$$\therefore \text{Distance travelled by bus in 1 hour} = 98.5 \div 2.5 = \frac{985}{25} = 39.4 \text{ Km.}$$

\therefore Bus travelled in 1 hour = 39.4 Km.



Solve the following :

i) $0.45 \div 0.9$ ii) $2.125 \div 0.05$ iii) $94.3 \div 0.004$ iv) $10.25 \div 0.2$

Exercise - 2.3

- 1) Fill in the blanks in the table. One is done for you.

Sl. No.	Division	Quotient
1.	$362.21 \div 10$	36.221
2.	$5636.1 \div 100$	_____
3.	$374.9 \div \underline{\quad}$	0.3749
4.	$\underline{\quad} \div 1000$	2.0164
5.	$123.0 \div 100$	_____
6.	$1300.7 \div \underline{\quad}$	1.3007
7.	$\underline{\quad} \div 10$	59.001

- 2) Solve the following.

i) $5.51 \div 2$ ii) $38.4 \div 3$ iii) $57.39 \div 6$ iv) $562.1 \div 11$ v) $0.7005 \div 5$
 vi) $9.99 \div 3$ vii) $13 \div 6.5$ viii) $10.01 \div 11$ ix) $8 \div 0.32$ x) $320.1 \div 33$

- 3) Solve the following divisions.

i) $78.24 \div 0.2$ ii) $4.845 \div 1.5$ iii) $0.246 \div 0.6$ iv) $563.2 \div 2.2$
 v) $0.026 \div 0.13$ vi) $4.347 \div 0.09$ vii) $3.9 \div 0.13$ viii) $20.32 \div 0.8$
 ix) $24.4 \div 6.1$ x) $2.164 \div 0.008$

- 4) Solve the following.

i) Divide 39.54 by 6 ii) Divide 7.2 by 10 iii) Divide 5.2 by 1.3

ఉదాహరణ 6 : మాధురి విశాఖపట్టణంలో 7వ తరగతి చదువుతోంది. ఆమె పారశాల ఉపాధ్యాయులు బన్నులో అరకులోయకు విషేరయాత్రకు ఏర్పాట్లు చేశారు. బన్ను 2.5 గంటల్లో 98.5 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణించింది. బన్ను అదే వేగంతో ప్రయాణించినట్లుయైతే, 1గంటలో ప్రయాణించిన దూరాన్ని కనుగొనడి.

సాధన : బన్ను ప్రయాణించిన దూరం = 98.5 కి.మీ.

ఈ దూరం ప్రయాణించడానికి పట్టిన సమయం = 2.5 గంటలు

$$\therefore 1 \text{ గంటలో బన్ను ప్రయాణించిన దూరం} = 98.5 \div 2.5 = \frac{985}{25} = 39.4 \text{ కి.మీ.}$$

$$\therefore \text{బన్ను } 1 \text{ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం} = 39.4 \text{ కి.మీ.}$$



క్రింది వాటిని సాధించండి:

i) $0.45 \div 0.9$ ii) $2.125 \div 0.05$ iii) $94.3 \div 0.004$ iv) $10.25 \div 0.2$

అభ్యాసం - 2.3

1) పట్టికలోని ఖాళీలను నింపండి. ఒకటి మీకొరకు చేయబడింది.

వ.సం.	భాగపోరం	భాగఫలం
1.	$362.21 \div 10$	36.221
2.	$5636.1 \div 100$	_____
3.	$374.9 \div _____$	0.3749
4.	_____ $\div 1000$	2.0164
5.	$123.0 \div 100$	_____
6.	$1300.7 \div _____$	1.3007
7.	_____ $\div 10$	59.001

2) క్రింది వాటిని సాధించండి.

i) $5.51 \div 2$ ii) $38.4 \div 3$ iii) $57.39 \div 6$ iv) $562.1 \div 11$ v) $0.7005 \div 5$
 vi) $9.99 \div 3$ vii) $13 \div 6.5$ viii) $10.01 \div 11$ ix) $8 \div 0.32$ x) $320.1 \div 33$

3) క్రింది పేర్కొన్న భాగపోరాలను చేయండి.

i) $78.24 \div 0.2$ ii) $4.845 \div 1.5$ iii) $0.246 \div 0.6$ iv) $563.2 \div 2.2$
 v) $0.026 \div 0.13$ vi) $4.347 \div 0.09$ vii) $3.9 \div 0.13$ viii) $20.32 \div 0.8$
 ix) $24.4 \div 6.1$ x) $2.164 \div 0.008$

4) క్రింది వాటిని సాధించండి.

i) 39.54 ను 6తో భాగించండి. ii) 7.2 ని 10తో భాగించండి. iii) 5.2 ని 1.3తో భాగించండి.

5) Sekhar travelled 154.5 Km. in 5 hours with uniform speed on his bike.

How much distance does he travel in one hour?

6) If a mason worked 100 hours in 12.5 days to construct a wall, then how many hours he totally worked in a day?

7) If the cost of dozen eggs is ` 61.80, then find the cost of an egg.

8) If the price of a tablet strip containing 10 tablets is ` 26.5, then find the price of each tablet.



•Historical Note•

John Napier

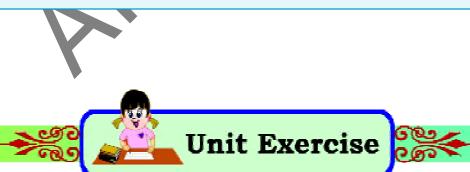
John Napier of Merchiston (UK) was born in the year 1550. He started his formal education at the age of 13 as was the common tradition of that time. However he soon dropped out of school and travelled to Europe. He returned to Scotland at the age of 21.



John Napier
1550 - 1617

John Napier is founder of logarithms and he became so after spending long hours, doing lengthy calculations of astronomy. He also invented the so-called ‘Napier’s strips’ which were devices that could be used as calculators.

Napier also made improvements to the idea of the decimal fraction by starting the use of decimal point, a practice that very soon became common throughout Britain. Napier was widely recognised for his work in mathematics and astronomy. He died in the year 1617.



1. Choose the correct answer?

i) The set of Integers are denoted by

- a) N b) W c) Z d) Q

ii) Number of decimal places in the product of 48.23×0.2

- a) 2 b) 3 c) 1 d) 5

iii) Number of decimal places to the quotient of $537.1 \div 10$

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 3

iv) An integer can be

- a) negative b) positive c) zero d) all the above

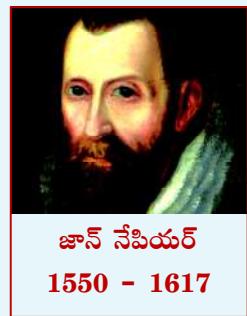
- 5) శేఖర్ తన బైక్సె నమవేగంతో 5 గంటల్లో 154.5 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. ఒక గంటలో ఎంత దూరం ప్రయాణించగలడు?
- 6) ఒక తాపి మేడ్ట్రో గోదను నిర్మించడానికి 12.5 రోజుల్లో 100 గంటలు పనిచేస్తే, అతను రోజుకు ఎన్ని గంటలు పనిచేశాడు?
- 7) డజన్ గుడ్లు ఖరీదు ` 61.80 అయితే ఒక గుడ్లు యొక్క ధర కనుగొనండి.
- 8) 10 టాబ్లెట్(మాత్ర)లను కలిగి ఉన్న టాబ్లెట్ ఫ్రైవ్ ధర ` 26.5 అయితే ఒక టాబ్లెట్ ధరను కనుగొనండి.



• చాలిత్రక అంశం •

జాన్ నేపియర్

మెరిస్టన్స్కు చెందిన జాన్ నేపియర్ 1550వ సంవత్సరంలో జన్మించాడు. ఆనాటి సంప్రదాయం ప్రకారం అతను 13 సంవత్సరాల వయస్సులో తన సాధారణ విద్యను అభ్యసించాడు. అయినప్పటికీ అతను కొద్ది కాలంలోనే పారశాలకు వెళ్లడం మానివేసి యూరప్ వెళ్ళాడు. అతను 21 సంవత్సరాల వయస్సులో స్కూల్లుండుకు తిరిగి వచ్చాడు.



జాన్ నేపియర్
1550 - 1617

'జాన్ నేపియర్' ఖగోళశాస్త్రం యొక్క సుదీర్ఘ గణనలు చేయుటలో ఎక్కువ గంటలు గడువుల వున్న సమయాలను అధిగమించే క్రమంలో 'లాగరిథం'లను కనుగొన్నాడు. అతను 'నేపియర్ పట్టీలు' అని పిలవబడే వాటాని కనుగొన్నాడు, అవి కాలిక్యలేటర్లుగా ఉపయోగించబడే పరికరాలు. 'నేపియర్' దశాంశ బిందువు వాడకాన్ని ప్రారంభించడం ద్వారా దశాంశ భీస్తుం యొక్క ఆలోచనలను విస్తరించేశాడు. ఈ పద్ధతి బ్రిటన్ అంతటా చాలా సాధారణమైంది. 'నేపియర్' గణితం మరియు ఖగోళ శాస్త్రంలో చేసిన కృషికి ప్రత్యేకంగా గుర్తింపు పొందాడు. అతను 1617 సంవత్సరంలో మరణించాడు.



1. సరైన సమాధానం ఎంచుకోండి?

- పూర్ణ సంఖ్యల సమితిని ఏ అక్షరంతో సూచిస్తారు?
 - N
 - W
 - Z
 - Q
- 48.23×0.2 యొక్క లబ్దంలో దశాంశ భాగంలోని అంకెల సంఖ్య
 - 2
 - 3
 - 1
 - 5
- $537.1 \div 10$ యొక్క భాగఫలానికి దశాంశ భాగం లోని అంకెల సంఖ్య
 - 1
 - 2
 - 4
 - 3
- ఏదైనా ఒక పూర్ణ సంఖ్యగా వుండవచ్చు.
 - రుణాత్మకం
 - ధనాత్మకం
 - సున్న
 - పై వన్నీ:

2. Fill in the blanks:

i) $0.11 \times 0.11 = \underline{\hspace{2cm}}$ ii) Standard form of $-\frac{15}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

iii) Equivalent fraction to $-\frac{2}{3} = \dots$

3. Find the product:

i) 2.1×6.3 ii) 43.205×1.27 iii) 7.641×3.5 iv) 5.24×0.99

4. Solve the following:

i) $61.24 \div 0.4$ ii) $23.45 \div 1.5$ iii) $0.312 \div -0.6$ iv) $32.2 \div 2.2$

5. Multiply 0.04 by $-\frac{1}{2}$.

6. Find standard form of $-\frac{15}{35}$.

7. A Bus travelled 300 Km . in $7\frac{1}{2}$ hours with uniform speed. Find how many Km. it travelled in 1 hour?

8. Suvarna had ` 300. She spent $\frac{1}{3}$ of her money on notebooks and $\frac{1}{4}$ of the remaining on stationery items. How much money is left with her?

9. One litre of diesel costs ` 84.65. What is the cost of 12.5 liters of diesel?

10. Represent $\frac{-2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{-1}{5}, \frac{3}{5}$ on same number line.



Points to Remember

- To add or subtract fractions they must have same denominator (like fractions).
- For multiplication of fractions, we simply multiply numerators and multiply denominators.
- To divide one fraction by another fraction, we have to multiply one fraction with the reciprocal of the another fraction.

2. భారీలను నింపండి:

i) $0.11 \times 0.11 = \underline{\hspace{2cm}}$ ii) $-\frac{15}{6}$ కు ప్రామాణిక రూపం = $\underline{\hspace{2cm}}$

iii) $-\frac{2}{3}$ కు సమానమైన భిన్నం =

3. లభ్యాన్ని కనుగొనండి:

i) 2.1×6.3 ii) 43.205×1.27 iii) 7.641×3.5 iv) 5.24×0.99

4. క్రింది వాటిని సాధించండి.

i) $61.24 \div 0.4$ ii) $23.45 \div 1.5$ iii) $0.312 \div -0.6$ iv) $32.2 \div 2.2$

5. 0.04ను $-\frac{1}{2}$ తో గుర్తించండి.

6. $-\frac{15}{35}$ కు ప్రామాణిక రూపం కనుగొనండి.

7. ఒక బస్సు $7\frac{1}{2}$ గంటల్లో 300 కి.మీ. సమ వేగంతో ప్రయాణించింది. 1 గంటలో అది ఎన్ని కి.మీ. ప్రయాణించినదో కనుగొనండి.

8. సువర్ష దగ్గర `300 వున్నాయి. ఆమె తన దగ్గర వున్న డబ్బులో $\frac{1}{3}$ వంతు ని నోట్ పుస్తకాల కొరకు మరియు మిగిలిన డబ్బులో $\frac{1}{4}$ వంతు స్టేషనరీ వస్తువుల కొరకు ఖర్చు పెట్టింది. ఆమె వద్ద ఎంత డబ్బు మిగిలి ఉంది?

9. ఒక లీటరు డీజిల్ ధర `84.65 అయిన 12.5 లీటర్ల డీజిల్ ఖరీదు ఎంత?

10. ఒకే సంఖ్యారేఖ మీద $-\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$ లను గుర్తించండి.



- భిన్నాలను కలపడానికి లేదా తీసివేత చేయటకు అవి ఒకే హరం కలిగి ఉండాలి.(సజ్ఞాతి భిన్నాలు)
- భిన్నాల గుణకారం చేయటకొరకు, మనం వాటి లవాలను లవాలతోను మరియు హరాలను హరాలతోను గుణిస్తాం.
- ఒక భిన్నాన్ని మరో భిన్నంతో భాగించాలంటే, ఒక భిన్నాన్ని మరో భిన్నం యొక్క గుణకార విలోమంతో గుణించాల్సి ఉంటుంది.

- To multiply decimal numbers by 10, 100, 1000, shift the decimal point in the product as many places to the right as number of zeros after 1.
- The number of decimal digits in the product of any two decimal numbers is equal to the sum of decimal digits that are multiplied.
- While dividing a decimal number by 10, 100 or 1000, the digits of the number and the quotient are same but the decimal point in the quotient shifts to the left by as many places as there are zeros 1 after.



Number Series - 2

- Addition or subtraction of natural numbers:

Eg: 6, 7, 9, 12, 16, 21, ...

- a) 21 b) 25 c) 27 d) 28

Explanation: (6+1), (7+2), (9+3), (12+4), (16+5)

so, next number is $(21 + 6) = 27$

- Add the pattern:

Eg: 10, 20, 40, 70, 110, ...

- a) 160 b) 180 c) 150 d) 210

Explanation: (10+10), (20+20), (40+30), (70+40)

so, next number is $(110 + 50) = 160$

- Subtracting or adding odd numbers:

Eg: 27, 26, 23, 18, 11, ...

- a) 4 b) 2 c) 9 d) 5

Explanation: (27 - 1), (26 - 3), (23 - 5), (18 - 7)

so, next number is $(11 - 9) = 2$

- Multiply with a fixed number

Eg: 5, 15, 45, 135, 405,

- a) 1200 b) 1215 c) 850 d) 925

Explanation: (5×3) , (15×3) , (45×3) , (135×3) ,

so, next number is $(405 \times 3) = 1215$

- Multiply and add with same natural numbers:

Eg: 5, 6, 14, 45 ... (2016.NMMS)

- a) 184 b) 180 c) 176 d) 225

Explanation: $(5 \times 1) + 1$, $(6 \times 2) + 2$, $(14 \times 3) + 3$,

so, next number is $(45 \times 4) + 4 = 184$

- Multiply and add with a different fixed numbers

Eg: 3, 9, 21, 45, 93 ...

- a) 184 b) 187 c) 186 d) 189

Explanation: $(3 \times 2) + 3$, $(9 \times 2) + 3$, $(21 \times 2) + 3$,

$(45 \times 2) + 3$, so, next number is $(92 \times 2) + 3 = 187$

- దశాంశ సంఖ్యలను 10, 100, 1000తో గుణించాలంటే, సంఖ్య మరియు భాగఫలం యొక్క అంకెలు ఒకేవిధంగా ఉంటాయి అయితే, 1 తరువాత నున్నాల సంఖ్యకు సమానంగా దశాంశ బిందువును కుడివైపుకు మార్చండి.
- రెండు దశాంశ సంఖ్యలను గుణించినపుడు లభించో దశాంశ స్థానాల సంఖ్య, గుణించబడిన సంఖ్యల దశాంశ స్థానాల సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం.
- ఒక దశాంశ సంఖ్యను 10, 100 లేదా 1000 తో భాగించేటప్పుడు, సంఖ్య మరియు భాగఫలం యొక్క అంకెలు ఒకేవిధంగా ఉంటాయి అయితే, 1 తరువాత నున్నాల సంఖ్యకు సమానంగా దశాంశ బిందువును ఎడమ వైపుకు మార్చండి.



సంఖ్య శ్రేణులు - 2

- సహజ సంఖ్యలను కలపడం లేదా తీసివేయడం:

ఉదా: 6, 7, 9, 12, 16, 21, ...

a) 21 b) 25 c) 27 d) 28

- ఒక క్రమంలో సంఖ్యలను కలపడం :

ఉదా: 10, 20, 40, 70, 110, ...

a) 160 b) 180 c) 150 d) 210

- బేసి సంఖ్యలను కలపడం లేదా తీసివేయడం

ఉదా: 27, 26, 23, 18, 11, ...

a) 4 b) 2 c) 9 d) 5

- ఒక స్థిర సంఖ్యతో గుణించడం

ఉదా: 5, 15, 45, 135, 405,

a) 1200 b) 1215 c) 850 d) 925

- ఒక సంఖ్యతో గుణించి అదే సంఖ్యను కలపడం

ఉదా: 5, 6, 14, 45 ... (2016.NMMS)

a) 184 b) 180 c) 176 d) 225

- వివిధ సంఖ్యలతో గుణించి మరియు స్థిర సంఖ్యను కలపడం.

ఉదా: 3, 9, 21, 45, 93 ...

a) 184 b) 187 c) 186 d) 189

వివరణ: $(6+1), (7+2), (9+3), (12+4), (16+5)$

కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(21 + 6) = 27$

వివరణ: $(10+10), (20+20), (40+30), (70+40)$

కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(110 + 50) = 160$

వివరణ: $(27-1), (26-3), (23-5), (18-7)$

తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(11-9) = 2$

వివరణ: $(5 \times 3), (15 \times 3), (45 \times 3), (135 \times 3),$

కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య = 1215

వివరణ: $(5 \times 1) + 1, (6 \times 2) + 2, (14 \times 3) + 3,$

కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య = 184

వివరణ: $(3 \times 2) + 3, (9 \times 2) + 3, (21 \times 2) + 3, (45 \times 2) + 3$

కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య = 187

7. Multiply with fixed number and add different numbers:

Eg: 12, 25, 52, 107...

Explanation: $(12 \times 2) + 1, (25 \times 2) + 2, (52 \times 2) + 3,$

- a) 196 b) 207 c) 214 d) 218

so, next number is $(107 \times 2) + 4 = 218$

8. Multiply with sequence number (2016 NMMS):

Eg: 7, 14, 42, 168, 840...

Explanation: $(7 \times 2), (14 \times 3), (42 \times 4), (168 \times 5)$

- a) 1680 b) 5040 c) 760 d) 4200

so, next number is $(840 \times 6) = 5040$

9. Dividing with a fixed number

Eg: 256, 128, 64, 32, 16, ...

Explanation: $(256/2), (128/2), (64/2), (32/2), \dots$

- a) 8 b) 4 c) 16 d) 10

so, next number is $(16/2) = 8$

10. Multiplying with one fixed number and dividing with another fixed number

Eg: 12, 60, 30, 150, 75,

Explanation: $(12 \times 5), (60/2), (30 \times 5), (150/2), \dots$

- a) 325 b) 150 c) 375 d) 300

so, next number is $(75 \times 5) = 375$

Practice Questions :

1) 15, 27, 39, 51, 63, ...

a) 85

b) 75

c) 65

d) 73

2) 2, 5, 10, 17, 26, 37, ...

a) 48

b) 75

c) 50

d) 73

3) 1, 6, 16, 31, 51, 76, ...

a) 95

b) 86

c) 91

d) 96

4) 13, 14, 16, 20, 28, 44, ...

a) 76

b) 75

c) 87

d) 73

5) 28, 25, 30, 27, 32, 29, ...

a) 26

b) 24

c) 34

d) 32

6) 3, -6, 12, -24, 48, -96, ...

a) 192

b) -102

c) -192

d) 106

7) 1, 2, 6, 24, 120, 720, ...

a) 920

b) 5040

c) 1040

d) 4320

8) 63, 64, 67, 72, 79, ...

a) 88

b) 86

c) 87

d) 98

9) 9, 10, 22, 69, 280, ...

a) 1205

b) 1425

c) 1400

d) 1405

10) 729, 243, 81, 27, ...

a) 65

b) 18

c) 9

d) 73

11) 5, 15, 35, 75, 155, ...

a) 215

b) 305

c) 315

d) 265

12) 240, 240, 120, 40, ...

a) 10

b) 20

c) 18

d) 35

13) 20, 10, 10, 20, 80, ...

a) 320

b) 640

c) 400

d) 80

14) 7, 10, 8, 11, 9, 12, ...

a) 8

b) 14

c) 15

d) 10

15) 34, 30, 28, 24, 22, 18, ...

a) 16

b) 14

c) 20

d) 15

7. స్థిర సంఖ్యతో గుణించి, వరుస సంఖ్యలను కలవడం.
 ఉదా: 12, 25, 52, 107... వివరణ: $(12 \times 2) + 1, (25 \times 2) + 2, (52 \times 2) + 3,$
 a) 196 b) 207 c) 214 d) 218 కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(107 \times 2) + 4 = 218$
8. వరుస సంఖ్యలతో గుణించడం (2016 NMMS):
 ఉదా: 7, 14, 42, 168, 840... వివరణ: $(7 \times 2), (14 \times 3), (42 \times 4), (168 \times 5)$
 a) 1680 b) 5040 c) 760 d) 4200 కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(840 \times 6) = 5040$
9. స్థిర సంఖ్యతో భాగించడం.
 ఉదా: 256, 128, 64, 32, 16, ... వివరణ: $(256/2), (128/2), (64/2), (32/2), \dots$
 a) 8 b) 4 c) 16 d) 10 కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(16/2) = 8$
10. ఒక స్థిర సంఖ్యతో గుణించడం తరువాత మరొక స్థిర సంఖ్యతో భాగించడం.
 ఉదా: 12, 60, 30, 150, 75, వివరణ: $(12 \times 5), (60/2), (30 \times 5), (150/2), \dots$
 a) 325 b) 150 c) 375 d) 300 కావున తరువాత వచ్చే సంఖ్య $(75 \times 5) = 375$

సాధనా ప్రశ్నలు :

- | | | | | |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| 1) 15, 27, 39, 51, 63, ... | a) 85 | b) 75 | c) 65 | d) 73 |
| 2) 2, 5, 10, 17, 26, 37, ... | a) 48 | b) 75 | c) 50 | d) 73 |
| 3) 1, 6, 16, 31, 51, 76, ... | a) 95 | b) 86 | c) 91 | d) 96 |
| 4) 13, 14, 16, 20, 28, 44, ... | a) 76 | b) 75 | c) 87 | d) 73 |
| 5) 28, 25, 30, 27, 32, 29, ... | a) 26 | b) 24 | c) 34 | d) 32 |
| 6) 3, -6, 12, -24, 48, -96, ... | a) 192 | b) -102 | c) -192 | d) 106 |
| 7) 1, 2, 6, 24, 120, 720, ... | a) 920 | b) 5040 | c) 1040 | d) 4320 |
| 8) 63, 64, 67, 72, 79, ... | a) 88 | b) 86 | c) 87 | d) 98 |
| 9) 9, 10, 22, 69, 280, ... | a) 1205 | b) 1425 | c) 1400 | d) 1405 |
| 10) 729, 243, 81, 27, ... | a) 65 | b) 18 | c) 9 | d) 73 |
| 11) 5, 15, 35, 75, 155, ... | a) 215 | b) 305 | c) 315 | d) 265 |
| 12) 240, 240, 120, 40, ... | a) 10 | b) 20 | c) 18 | d) 35 |
| 13) 20, 10, 10, 20, 80, ... | a) 320 | b) 640 | c) 400 | d) 80 |
| 14) 7, 10, 8, 11, 9, 12, ... | a) 8 | b) 14 | c) 15 | d) 10 |
| 15) 34, 30, 28, 24, 22, 18, ... | a) 16 | b) 14 | c) 20 | d) 15 |

SIMPLE EQUATIONS



Learning Outcomes

The learner is able to

- understand the concept of simple equations.
- express simple equations into verbal form and verbal form into simple equations.
- find out solutions to simple equations.
- apply the concept of simple equations in other concepts of mathematics.
- explore different examples from daily life situations and find their solutions.

Content Items

- 3.0 Introduction
- 3.1 Simple Equations
- 3.2 Solving Simple equations
- 3.3 From solution to equation
- 3.4 Applications of Simple Equations

3.0 Introduction :

Let us discuss about an interesting thought provoking puzzle which is related to real life situation.

I. Teacher : Lalitha, think of your date of birth in mind?

Multiply it with 3.

Add 5 to it.

How much did you get?

Lalitha : I got 56 madam.

Teacher : Your birth date is 17th.

Is it right?

Lalitha : Yes, madam.

II. Teacher : Raheem think of your lucky number. Multiply with 6.

Subtract 10 from it.

How much did you get?

Raheem : Result is 44 madam.

Teacher : Your lucky number is 9.

Victor : How does it work madam?

Teacher : Simple, by learning today's topic thoroughly, you can get answers easily for this type of questions. Let us see one more situation.



S8N8W3

సమాన్య సమీకరణాలు



$$\text{If } 3x - 2 = 40 \\ x = ?$$

అభ్యహపన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు

- సామన్య సమీకరణ భావనలు అవగాహన చేసుకుంటారు.
- సామన్య సమీకరణాలను వాళ్ళు రూపంలో వ్యక్త పరుస్తారు, వాళ్ళు రూపంలో ఉన్న వాటిని సామన్య సమీకరణాల రూపంలో వ్యక్త పరుస్తారు.
- సామన్య సమీకరణాలకు సాధన కనుగొంటారు.
- గణితంలో మిగిలిన భావనలతో సామన్య సమీకరణాలను అనుసంధానం చేస్తారు.
- నిజ జీవితంలో సామన్య సమీకరణం యొక్క ఉదాహరణలను సోధిస్తాడు మరియు వాటి యొక్క సాధనలు కనుగొంటారు.

విషయాంశాలు

0. పరిచయం
1. సామన్య సమీకరణాలు
2. సామన్య సమీకరణాలు - సాధన
3. సాధన నుండి సమీకరణం
4. సామన్య సమీకరణాల అనువర్తనాలు

3.0 పరిచయం : మీకు ఆలోచన రేకెత్తించే, ఆసక్తికరంగా ఉండే మరియు నిజ జీవిత పరిస్థితులతో అనుసంధానించబడి ఉండే కొన్నిప్రజల్ను పరిశీలిద్దాం.

I. ఉపాధ్యాయురాలు : లలిత, నీ పుట్టిన తేదిని మనసులో తలచుకో?

దానిని 3 చే గుణించు
దానికి 5 కలుపు

నీకు ఫలితం ఎంత వచ్చింది?

లలిత : ఫలితం 56 మేడమ్.

ఉపాధ్యాయురాలు : నీ యొక్క పుట్టిన తేది 17
ఈ సమాధానం సరైనదేనా?

లలిత : అవును మేడమ్.

II. ఉపాధ్యాయురాలు : రహీం, నీకు నవ్విన సంఖ్యను
మనసులో తలచుకో?

దానిని 6 చే గుణించు
దానినుంచి 10 తీసివేయు

ఫలితం ఎంత?

రహీం : ఫలితం 44 మేడమ్.

ఉపాధ్యాయురాలు : నీ మనసులో అనుకున్న సంఖ్య 9

విష్టర్ : మీరు ఏవిధంగా చెప్పగలిగారు మేడమ్?

ఉపాధ్యాయురాలు : మన ఈ అధ్యాయం విపులంగా తెలుసుకోవడం ద్వారా పై
సమస్యలకు సంబంధించిన సమాధానాలు అర్థం చేసుకోవచ్చు.
నిజ జీవితంలో ఎదురయ్యే మరొక సందర్భమును పరిశీలిద్దాం.



- III. The age of Harshith's father is two years less than three times the present age of Harshith. What is Harshith's age if his father's age is 40?

Here age of Harshith is unknown value, So we will start by assuming,

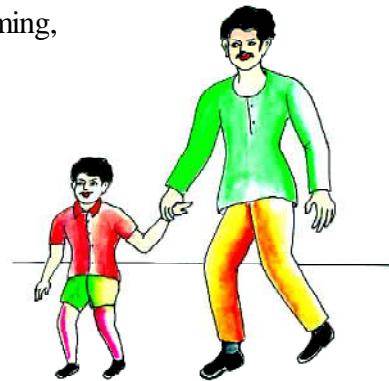
$$\text{Harshith age} = x \text{ years}$$

But father's age is two years less than thrice of Harshith's age.

$$\text{Father's age} = 3x - 2$$

Father's age is given as 40.

$$\therefore 3x - 2 = 40$$



Now this is a simple equation

This equation helps us to find out the age of Harshith. In the same way by converting above introductory puzzles into simple equations and by solving equations it is possible to find the unknown in each puzzle.

We have already learnt about expressions and simple equations in the earlier class. We use the knowledge of simple equations in different situations of daily life. Following are some of the situations observe it:

Daily life situations :

Simple Equations used to convert temperature from fahrenheit to celsius and kelvin	Simple Equations used to calculate speed of a boat in upstream and downstream
<p>Water boils at 212°F, 100°C, and 373K. Water freezes at 32°F, 0°C, and 273K. Absolute zero is at -459°F, 273°C, and 0K.</p>	<p>Speed of Boats in Water</p> <p>Downstream Upstream</p> <p>Direction of Stream </p>

III. హర్షిత్ తండ్రి వయస్సు ప్రస్తుత హర్షిత్ వయస్సు యొక్క మూడు రెట్లుకు 2 సంతృప్తాలు తక్కువ. తన తండ్రి వయస్సు 40 అయితే హర్షిత్ వయస్సు ఎంత?

ఇక్కడ హర్షిత్ వయస్సు తెలియని రాశి, కాబట్టి మనం హర్షిత్ వయస్సును

‘ x ’ అనుకోవడం ద్వారా ప్రారంభిస్తాము.

హర్షిత్ వయస్సు = x సంతృప్తాలు

కానీ తండ్రి వయస్సు హర్షిత్ వయస్సు యొక్క మూడు రెట్లుకు 2 తక్కువ

తండ్రి వయస్సు = $3x - 2$

తండ్రి వయస్సు 40గా ఇవ్వబడింది.

$$\therefore 3x - 2 = 40$$



ఇప్పుడు ఇది ఒక సామాన్య సమీకరణం

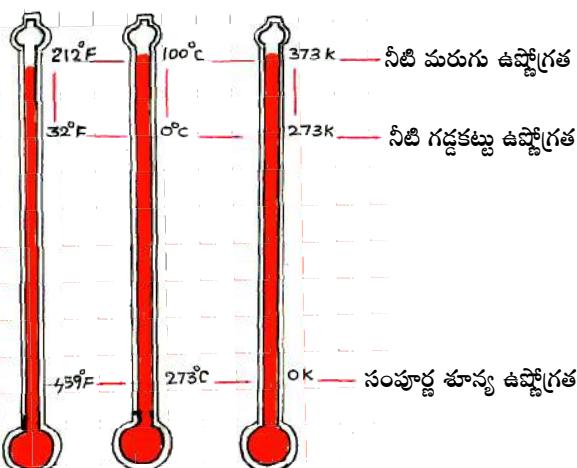
ఈ సమీకరణం సాధించడం ద్వారా మనం హర్షిత్ వయస్సును కనుగొనవచ్చు. అదే విధంగా పై పజిల్సును సామాన్య సమీకరణాలుగా మార్చడం ద్వారా మరియు సమీకరణాలను సాధించడం ద్వారా ప్రతి పజిల్సు తెలియని రాశి విలువను కనుగొనడం సాధ్యపడుతుంది.

ముందు తరగతిలో బీజీయ సమాసాలు మరియు సామాన్య సమీకరణాల గురించి ఇప్పటికే కొంత నేర్చుకున్నాము నిజజీవితంలో వివిధ పరిస్థితులలో సామాన్య సమీకరణాల జ్ఞానాన్ని ఉపయోగించే కొన్ని పరిస్థితులు పరిశీలిద్దాం:

నిజ జీవితంలో కొన్ని అనుపర్తనాలు :

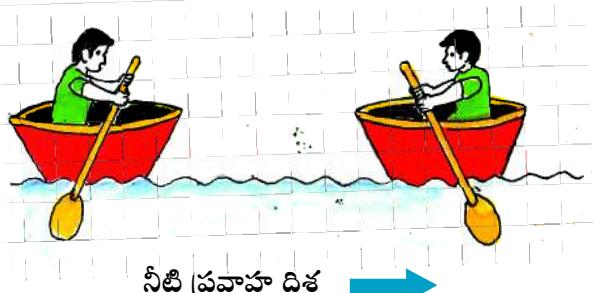
ఉప్పోస్తే తన ఫారెన్ ఫీట్ నుండి సెల్సియస్ స్నేల్ మరియు కెల్విన్ స్నేల్కు మార్చటానికి సామాన్య సమీకరణంను ఉపయోగిస్తాము.

నీటి ప్రవాహ దిశలో, నీటి ప్రవాహనికి అభిముఖ వ్యక్తిరేక దిశలో పడవ వేగములు లెక్కించటానికి సామాన్య సమీకరణంను ఉపయోగిస్తాము.



నీటిలో పడవల ప్రవాహ వేగము

నీటి ప్రవాహ దిశలో నీటి ప్రవాహనికి అభిముఖ దిశలో



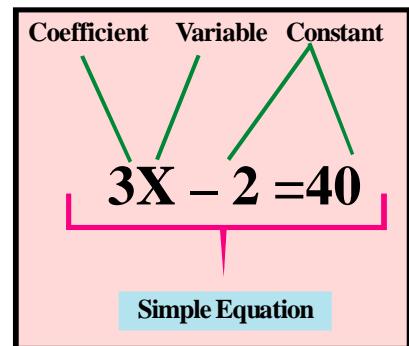
From the above observations, it is clear that we need to learn more about simple equations. In this chapter we are going to learn about how to convert verbal statements into simple equation form, solution of simple equation in different methods and its applications.

3.1 Simple equation :

An equation in one variable with highest power 1 is known as Simple equation.

Eg: 1. $y - 7 = 11$

2. $2m - 5 = m + 7$



Example 1 : Convert the mathematical statements into simple equations.

- i) 5 added to a number is 9.
- ii) 4 times a number decreased by 3 is 5
- iii) The sum of 3 times of n and 7 is 13.
- iv) Length of rectangle is 3m more than its breadth and its perimeter is 24 m.

Solution : i) Let the number = x

By adding 5 to the number = $5 + x$

$\therefore 5 + x = 9$

ii) Let the number = m

4 times the number = $4m$

By decreasing 3 the result = $4m - 3$

$\therefore 4m - 3 = 5$

iii) Number = n

3 times the number = $3n$

By adding 7 the result = $3n + 7$

$\therefore 3n + 7 = 13$

iv) Breadth of rectangle = x

Length of rectangle = $x + 3$

Perimeter = $2(x + 3 + x) = 4x + 6$

Given Perimeter = 24 m

$\therefore 4x + 6 = 24$

Example 2 : Convert simple equations into statements.

- i) $y - 7 = 11$
- ii) $8m = 24$
- iii) $2x + 13 = 25$
- iv) $\frac{y}{4} - 7 = 1$

Solution : i) Taking away 7 from 'y' is 11.

ii) 8 times of number 'm' is 24.

iii) If you add 13 to 2 times of number 'x' is 25.

iv) 7 subtracted from one fourth of y is 1.

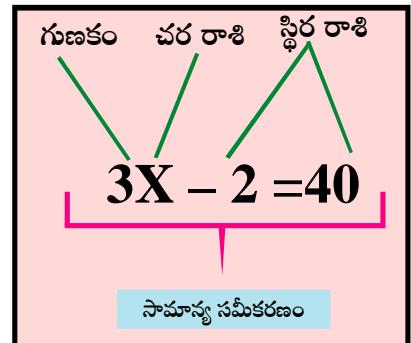
పై పరిశీలనల నుండి సామాన్య సమీకరణాల గురించి మరింత తెలుసుకోవడం చాలా అవసరం. ఈ అధ్యాయంలో మనం వాక్యరూపంలో ఉన్నవాటిని సాధారణ సమీకరణ రూపంగా ఎలా మార్చాలో, వివిధ పద్ధతులలో సామాన్య సమీకరణం సాధించడం మరియు వాటి అనువర్తనాలు గూర్చి నేర్చుకుందాం.

3.1 సామాన్య సమీకరణం :

ఒకే చరరాశి గల సమీకరణంలో చరరాశి గరిష్ట ఘూతాంకం 1 అయితే అటువంటి సమీకరణాన్ని సామాన్య సమీకరణం అంటారు.

ఉదా :

1. $y - 7 = 11$
2. $2m - 5 = m + 7$



ఉదాహరణ 1 : గణిత ప్రవచనాలను సామాన్య సమీకరణాలుగా మార్చండి.

- i) ఒక సంఖ్యకు 5 కలిపిన 9 వస్తుంది .
- ii) ఒక సంఖ్య 4 రెట్లు నుండి 3 తీసివేయగా 5
- iii) n యొక్క 3 రెట్లు మరియు 7ల మొత్తం 13.
- iv) దీర్ఘపతురప్రం యొక్క పొడవు దాని వెడల్పు కంబే 3 మీటర్లు ఎక్కువ మరియు దాని చుట్టుకొలత 24మీ.

సాధన : i) ఆ సంఖ్య $= x$ అనుకొనుము

$$\text{ఆ సంఖ్యకు } 5 \text{ కలుపగా } = 5 + x$$

$$\therefore 5 + x = 9$$

ii) ఆ సంఖ్య $= m$ అనుకొనుము

$$\text{సంఖ్యకు } 4 \text{ రెట్లు } = 4m$$

$$4 \text{ రెట్లకు } 3 \text{ తగ్గించగా } = 4m - 3$$

$$\therefore 4m - 3 = 5$$

iii) ఆ సంఖ్య $= n$ అనుకొనుము

$$\text{సంఖ్యకు } 3 \text{ రెట్లు } = 3n$$

$$\text{ఫలితమునకు } 7 \text{ కలుపగా } = 3n + 7$$

$$\therefore 3n + 7 = 13$$

iv) దీర్ఘపతురప్రం యొక్క వెడల్పు $= x$

$$\text{దీర్ఘపతురప్రం యొక్క పొడవు } = x + 3$$

$$\text{చుట్టుకొలత } = 2(x + 3 + x) = 4x + 6$$

$$\text{ఇచ్చిన చుట్టుకొలత } = 24 \text{ m}$$

$$\therefore 4x + 6 = 24$$

ఉదాహరణ 2 : సామాన్య సమీకరణాలను గణిత ప్రవచనాలుగా మార్చండి:

- i) $y - 7 = 11$
- ii) $8m = 24$
- iii) $2x + 13 = 25$
- iv) $\frac{y}{4} - 7 = 1$

సాధన : i) 'y' నుండి 7 తీసివేయగా ఫలితం 11

ii) ఒక సంఖ్య 'm' కు 8 రెట్లు 24

iii) ఒక సంఖ్య 'x' యొక్క 2 రెట్లకు 13 కలిపితే 25 వచ్చును.

iv) 'y' లో నాలుగవ వంతు నుండి 7 తీసివేయగా ఫలితం 1.



Check Your Progress

- 1) Write Simple equations for the following verbal statements.
 - i) The sum of five times of x and 3 is 28.
 - ii) Taking away 7 from p gives 21.
 - iii) If you add one third to m , then you get 25.
 - iv) Sum of angles x , $(x + 20)$ is a straight angle.
 - v) Perimeter of a rectangle whose length is 2cm more than its width is 16cm.
- 2) Write the following equations in statement form
 - i) $x + 4 = 9$
 - ii) $2y = 15$
 - iii) $3m - 13 = 25$
 - iv) $\frac{n}{4} = 5$

Solution or root : The value of the variable for which equation becomes true is called the solution or the root of the equation.

Let us consider $x + 1 = 4$

For what values of x the equation becomes true can you guess?

Yes, by substituting $x = 3$, the equation $x + 1 = 3 + 1 = 4$ (True)

So, $x = 3$ is the solution of $x + 1 = 4$

Example 3 : Check whether the value given in the brackets is a solution to the given equation or not.
 $2k - 11 = 5$ ($k = 7$)

Solution : When $k = 7$

$$\text{LHS: } 2k - 11 = 2(7) - 11 = 14 - 11 = 3$$

$$\text{RHS: } 5$$

Here LHS \neq RHS, So $k = 7$ is not a solution.

Example 4 : Solve $6n - 1 = 29$ by trial and error method.

Solution :

'n' value	LHS = $6n - 1$	RHS	Is LHS = RHS?
0	$6n - 1 = 6(0) - 1 = -1$	29	No
1	$6n - 1 = 6(1) - 1 = 6 - 1 = 5$	29	No
2	$6n - 1 = 6(2) - 1 = 12 - 1 = 11$	29	No
3	$6n - 1 = 6(3) - 1 = 18 - 1 = 17$	29	No
4	$6n - 1 = 6(4) - 1 = 24 - 1 = 23$	29	No
5	$6n - 1 = 6(5) - 1 = 30 - 1 = 29$	29	Yes

For $n = 5$, LHS = RHS. So, $n = 5$ is the solution of given equation.



శీర్షణివీ పరిచాసుకో

- 1) కింది గణిత ప్రపంచాలను సామాన్య సమీకరణాలుగా ప్రాయండి.
 - i) x యొక్క ఐదు రెట్లుమరియు 3ల మొత్తం 28.
 - ii) p నుండి 7 ను తేసివేయగా 21 వస్తుంది .
 - iii) m కు దాని మూడవ వంతు కలిపితే 25 వస్తుంది
 - iv) $x, (x + 20)$ కోణాల మొత్తం సరళ కోణం
 - v) దీర్ఘచతురపు పొడవు దాని వెడల్పు కంటే 2సె.మీ ఎక్కువ మరియు దాని చుట్టుకొలత 16 సె.మీ.
- 2) కింది సమీకరణాలను గణిత ప్రపంచాలను మార్చండి:
 - i) $x + 4 = 9$
 - ii) $2y = 15$
 - iii) $3m - 13 = 25$
 - iv) $\frac{n}{4} = 5$

సాధన లేదా మూలం : ఒక సమీకరణంను తృప్తి పరచే చరరాశి యొక్క విలువను సాధన లేదా సమీకరణం యొక్క మూలం అంటారు.

$$x + 1 = 4 \text{ ను పరిశీలించాం}$$

x యొక్క ఏ విలువలకు సమీకరణం నిజమవుతుందో మీరు ఊహించగలరా?

అవును $x = 3$ ను ప్రతిక్షేపణం చేయడం ద్వారా, $x + 1 = 3 + 1 = 4$ (సత్యము).

కాబట్టి, $x = 3$ అనేది $x + 1 = 4$ కు సాధన అగును.

ఉదాహరణ 3 : బ్రాకెట్లలో ఇచ్చిన విలువ, ఇచ్చిన సమీకరణానికి సాధన అవుతుందో కాదో సరిచూడండి.

$$2k - 11 = 5 \quad (k = 7)$$

సాధన : $k = 7$ అయితే

$$\text{LHS: } 2k - 11 = 2(7) - 11 = 14 - 11 = 3$$

RHS: 5

ఇక్కడ LHS \neq RHS, కాబట్టి $k = 7$ సాధన కాదు.

ఉదాహరణ 4 : యత్న దోష పద్ధతి ద్వారా $6n - 1 = 29$ యొక్క సాధన కనుగొనండి.

సాధన :

'n' విలువ	LHS = $6n - 1$	RHS	LHS = RHS?
0	$6n - 1 = 6(0) - 1 = -1$	29	కాదు
1	$6n - 1 = 6(1) - 1 = 6 - 1 = 5$	29	కాదు
2	$6n - 1 = 6(2) - 1 = 12 - 1 = 11$	29	కాదు
3	$6n - 1 = 6(3) - 1 = 18 - 1 = 17$	29	కాదు
4	$6n - 1 = 6(4) - 1 = 24 - 1 = 23$	29	కాదు
5	$6n - 1 = 6(5) - 1 = 30 - 1 = 29$	29	అవును

$n = 5$ కు, LHS = RHS. కాబట్టి $n = 5$ సమ్ముఖ్య సాధన అవుతుంది.



1. Write the equations of the following mathematical statements.

- i) A number x decreased by 5 is 14.
- ii) Eight times of y plus 3 is -5 .
- iii) If you add one fourth of z to 3 you get 7.
- iv) If you take away 5 from 3times of m , you get 11.
- v) Sum of angles $2x, (x - 30)$ is a right angle.
- vi) The perimeter of a square of side ‘ a ’ is $14 m$.

2. Write the following equations in statement form.

i) $m - 5 = 12$ ii) $\frac{a}{3} = 4$ iii) $4x + 7 = 15$ iv) $2 - 3y = 11$

3. Check whether the value given in the brackets is a solution to the given equation or not.

i) $5n - 7 = 23$ ($n = 6$)

ii) $\frac{p}{4} - 7 = 5$ ($p = 8$)

iii) $5 - 2x = 19$ ($x = -7$)

iv) $2 + 3(m - 1) = 5$ ($m = -2$)

4. Solve the following equations using trial and error method.

i) $3x - 7 = 5$
ii) $5 - y = -1$

3.2 Solving simple equations :

An equation is like a weighing balance with equal weights on both of its pans, in which the arms of the balance are exactly horizontal.

If we add the same weights to both the pans, the arms remain horizontal. In the same way, if we remove the same weights from both the pans, then also the arm remains horizontal. We use the same principle for solving an equation.



1. క్రింది గణిత ప్రవచనాలను సామాన్య సమీకరణాలుగా వ్రాయండి.

- x నుండి 5 తీసివేయగా ఫలితం 14.
- y యొక్క 8 రెట్లకు 3 కలిపిన -5.
- z లో నాలుగవ వంతుకు 3 కలిపితే 7 వస్తుంది.
- m యొక్క 3 రెట్ల నుండి 5ని తీసివేస్తే, మీకు 11 వస్తుంది.
- $2x, (x - 30)$ కోణాల మొత్తం లంబ కోణం.
- ఒక చతురస్ర భజం ‘ a ’ దీని చుట్టూకొలత 14 మీ.

2. క్రింది సామాన్య సమీకరణాలను గణిత ప్రవచనాలుగా మార్చండి.

$$\text{i) } m - 5 = 12 \quad \text{ii) } \frac{a}{3} = 4 \quad \text{iii) } 4x + 7 = 15 \quad \text{iv) } 2 - 3y = 11$$

3. బ్రాకెట్లలో ఇచ్చిన విలువ ఇచ్చిన సమీకరణానికి సాధనా? కాదా? సరిచూడండి.

$$\text{i) } 5n - 7 = 23 \quad (n = 6) \quad \text{ii) } \frac{p}{4} - 7 = 5 \quad (p = 8)$$

$$\text{iii) } 5 - 2x = 19 \quad (x = -7) \quad \text{iv) } 2 + 3(m - 1) = 5 \quad (m = -2)$$

4. యత్న దోష పద్ధతి ద్వారా క్రింది సమీకరణాల యొక్క సాధన కనుగొనండి.

$$\text{i) } 3x - 7 = 5$$

$$\text{ii) } 5 - y = -1$$

3.2 సామాన్య సమీకరణాలు - సాధన :

ఒక సామాన్య సమీకరణం ఒక త్రాసు యొక్క రెండు పళ్ళాలలో సమాన బరువులు ఉంచడం లాంటిది. ఈ సందర్భంలో త్రాసు యొక్క దండం ఖచ్చితంగా క్లిష్టిజ సమాంతరంగా ఉంటుంది.

రెండు పళ్ళాలలో మనం సమాన బరువులు జోడిస్తే దండం ఖచ్చితంగా క్లిష్టిజ సమాంతరంగా ఉంటుంది. అదే విధంగా రెండు పళ్ళాలలో సమాన బరువులు తీసివేస్తే దండం ఖచ్చితంగా క్లిష్టిజ సమాంతరంగా ఉంటుంది. ఇదే ధర్మాన్ని సామాన్య సమీకరణాల సాధనలో ఉపయోగిస్తాము.



Let's Do



Activity

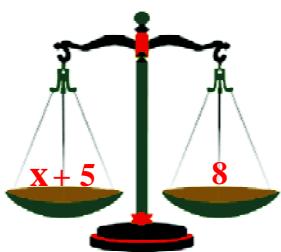
Describe the balances given below in two ways

- a) Using words b) Using mathematical symbols

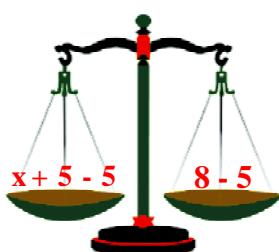
Weighing Balance	Description Using Words	Description using Symbols
	Weight of three apples is equal to 500 g	Let weight of one apple = x g Weight of three apples = $3x$ g But weight of three apples = 500g $3x = 500$
	Adding of 100g with weight tiffin box is equal to 500g	Weight of tiffin box = x g Adding of 100gm = $x + 100$ g Weight of both = 500g $x + 100 = 500$

Example 5 : Solve $x + 5 = 8$ by using common balance idea.

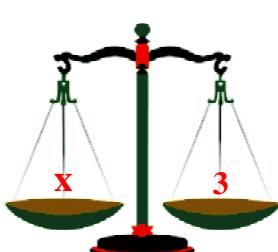
Solution :



$$x + 5 = 8$$



$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$



$$x = 3$$



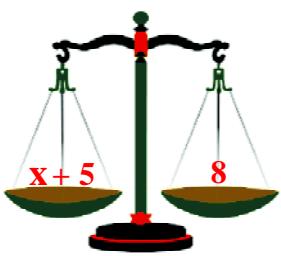
క్రింద ఇచ్చిన బ్యాలెన్సులను రెండు విధాలుగా వివరించండి.

a) వాక్యాలలో ప్రాయడం b) గణిత పరిభాషలో వ్యక్తపరచడం.

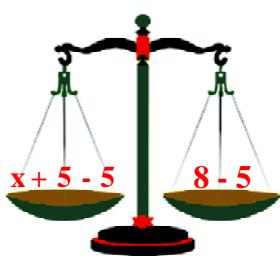
బరువులను తూచే త్రాసు	వాక్యాలలో ప్రాయడం	గణిత పరిభాషలో వ్యక్తపరచడం
	మూడు ఆపిల్ పండ్ల బరువు 500 గ్రా కు సమానం	ఒక ఆపిల్ బరువు = x గ్రా మూడు ఆపిల్ పండ్ల బరువు = $3x$ కాని ఆపిల్ పండ్ల బరువు = 500 గ్రా $3x = 500$
	ఒక టీఫిన్ బాక్సు బరువుకు 100గ్రా బరువు కలుపగా 500గ్రా కు సమానం	ఒక టీఫిన్ బాక్సు బరువు = x గ్రా 100 గ్రా కలుపగా = $x + 100$ రెండింటి బరువుల మొత్తం = 500గ్రా $x + 100 = 500$

ఉదాహరణ 5 : సాధారణ త్రాసు భావనను ఉపయోగించి $x + 5 = 8$ ను సాధించండి?

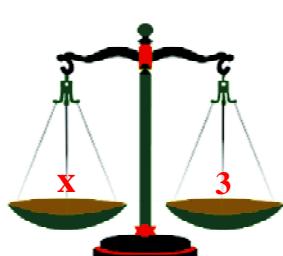
సాధన :



$$x + 5 = 8$$



$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$



$$x = 3$$

Example 6: Solve $2x - 5 = 9$ pictorially.

Solution :

Pictorial representation	Algebraic equation
	$2x - 5 = 9$
	Add "5" on both sides $2x - 5 + 5 = 9 + 5$
	$2x = 14$
	$2x = 7 + 7$ Divide both sides by "2" $\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$
	$x = 7$

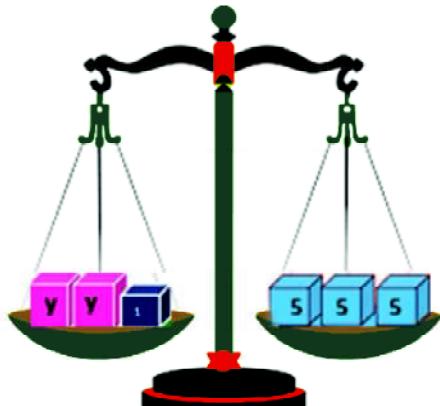
Let's Explore



Develop equations from the pictures given below and solve pictorially



(i)



(ii)

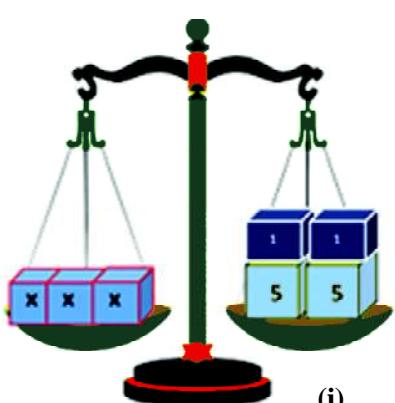
ఉదాహరణ 6 : $2x - 5 = 9$ ను చిత్రాల రూపంలో సాధించండి.

సాధన :

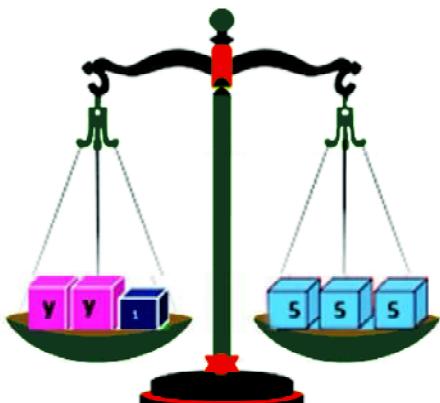
చిత్రాల రూపంలో వివరణ	సామాన్య సమీకరణం
	$2x - 5 = 9$
	ఇంకాపై లో “5” కలుపగా $2x - 5 + 5 = 9 + 5$
	$2x = 14$
	$2x = 7 + 7$ ఇంకాపై “2” చే భాగించగా $\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$
	$x = 7$



క్రింది ఇచ్చిన చిత్రాలను సమీకరణ రూపంలో వ్యక్తపరచి వాటిని చిత్రాల రూపంలో సాధించండి.



(i)



(ii)

3.2.1 Rules for solving a simple equations :

The equation remains unchanged if –

- a) The same number is added to both sides of the equation.

Eg : $x - 9 = 7$
 $\Rightarrow x - 9 + 9 = 7 + 9$ (Add both sides ‘9’)
 $\Rightarrow x = 16$

- b) The same number is subtracted from both sides of the equation.

Eg : $x + 5 = 9$
 $\Rightarrow x + 5 - 5 = 9 - 5$ (Subtract ‘5’ from both sides)
 $\Rightarrow x + 0 = 4$
 $\Rightarrow x = 4$

- c) The same number is multiplied on both sides of the equation.

Eg : $\frac{x}{5} = 15$
 $\Rightarrow \frac{x}{5} \times 5 = 15 \times 5$ (Multiply both sides by ‘5’)
 $\Rightarrow x = 75$

- d) The same non-zero number divides both sides of the equation.

Eg : $7x = 14$
 $\Rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$ (Divide both sides by ‘7’)
 $\Rightarrow x = 2$



Let's think

‘An equation is multiplied or divided by two different numbers on either side’. What will happen to the equality?

Example 7 : Solve $3k + 4 = 28$

Solution : $3k + 4 = 28$

$$\Rightarrow 3k + 4 - 4 = 28 - 4 \quad (\text{Add both sides ‘-4’})$$

$$\Rightarrow 3k = 24$$

$$\Rightarrow \frac{3k}{3} = \frac{24}{3} \quad (\text{Divide both sides by ‘3’})$$

$$\Rightarrow k = 8$$

Check : Substitute $k = 8$ in the given equation:

$$\begin{aligned}\text{LHS} &= 3k + 4 \\ &= 3(8) + 4 \\ &= 24 + 4 \\ &= 28 \\ &= \text{RHS}\end{aligned}$$

Hence Verified

3.2.1 సామాన్య సమీకరణాలు సాధించేటప్పుడు పాటించే నియమాలు :

- a) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువను కలుపడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

$$\text{ఉదా: } x - 9 = 7$$

$$\Rightarrow x - 9 + 9 = 7 + 9 \quad (\text{ఇరువైపులా '9' కలుపగా})$$

$$\Rightarrow x = 16$$

- b) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువను తీసివేయడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

$$\text{ఉదా: } x + 5 = 9$$

$$\Rightarrow x + 5 - 5 = 9 - 5 \quad (\text{ఇరువైపులా '5' తీసివేయగా})$$

$$\Rightarrow x + 0 = 4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

- c) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువతో గుణించడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

$$\text{ఉదా: } \frac{x}{5} = 15$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} \times 5 = 15 \times 5 \quad (\text{ఇరువైపులా '5' చే గుణించడా)} \\ \Rightarrow x = 75$$

- d) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువతో ('0' కానీసంఖ్యతో) భాగించడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

$$\text{ఉదా: } 7x = 14$$

$$\Rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{14}{7} \quad (\text{ఇరువైపులా '7' చే భాగించగా)$$

$$\Rightarrow x = 2$$



అల్పచింపండి

ఈ సమీకరణం ఇరువైపులా రెండు వేర్చేరు సంఖ్యలతో గుణించడం లేదా భాగించడం వలన సమీకరణం యొక్క సమానత్వంలో ఎటువంటి మార్పు ఉంటుంది?

ఉదాహరణ 7 : సాధించండి $3k + 4 = 28$

సాధన : $3k + 4 = 28$

$$\Rightarrow 3k + 4 - 4 = 28 - 4 \quad (\text{ఇరువైపులా '-4' కలుపగా})$$

$$\Rightarrow 3k = 24$$

$$\Rightarrow \frac{3k}{3} = \frac{24}{3} \quad (\text{ఇరువైపులా '3' చే భాగించగా)$$

$$\Rightarrow k = 8$$

సరిచూచుట : $k = 8$ ను ఇవ్వబడిన సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= 3k + 4 \\ &= 3(8) + 4 \\ &= 24 + 4 \\ &= 28 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

సరిచూడబడినది.

Example 8 : Solve $-4(x - 1) = 16$

Solution : $-4(x - 1) = 16$

$$\Rightarrow -4x + 4 = 16 \quad (\text{Distributive property})$$

$$\Rightarrow -4x + 4 - 4 = 16 - 4 \quad (\text{Subtract both sides '4'})$$

$$\Rightarrow -4x = 12$$

$$\Rightarrow (-4x) \times (-1) = 12 \times (-1) \quad (\text{Multiply with} \\ \text{'-1' on both sides})$$

$$\Rightarrow 4x = -12$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-12}{4} \quad (\text{Divide both sides by '4'})$$

$$\Rightarrow x = -3$$

Check : Substitute

$x = -3$ in the given equation:

$$\text{LHS} = -4(x - 1)$$

$$= -4(-3 - 1)$$

$$= -4(-4)$$

$$= 16$$

$$= \text{RHS}$$

Hence Verified

Exercise - 3.2

1. Give the steps you will use to separate the variables and then solve the equation.

i) $\frac{5m}{3} = 10$

ii) $4n - 23 = 13$

iii) $-5 + 3x = 16$

iv) $2(y - 1) = 8$

2. Solve the following simple equations and check the results.

i) $3x = 18$

ii) $\frac{b}{7} = -2$

iii) $-2x = -10$

iv) $10 + 6a = 40$

v) $-7m = 21$

vi) $4p + 7 = -21$

vii) $3x - \frac{1}{3} = 5$

viii) $18 - 7n = -3$

ix) $3(k + 4) = 21$

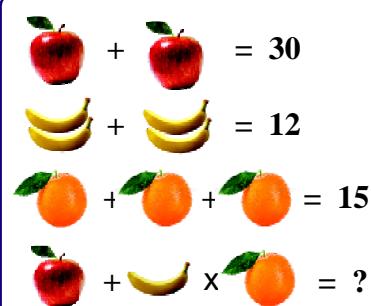
x) $9(a + 1) + 2 = 11$



Solve the puzzle using simple equations

3.2.2 Method of transposition :

The process of changing the term from one side of the equation to other side is called transposition. So, by transposing a term - We simply change the sign of the term as said below and carry it to the other side of the equation.



ఉదాహరణ 8 : సాధించండి $-4(x - 1) = 16$

$$\text{సాధన : } -4(x - 1) = 16$$

$$\Rightarrow -4x + 4 = 16 \quad (\text{విభాగన్యాయం})$$

$$\Rightarrow -4x + 4 - 4 = 16 - 4 \quad (\text{ఇరువైపులు '4' తీసివేయగా})$$

$$\Rightarrow -4x = 12$$

$$\Rightarrow (-4x) \times (-1) = 12 \times (-1) \quad (\text{ఇరువైపులు '-1' చే గుణించగా})$$

$$\Rightarrow 4x = -12$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-12}{4} \quad (\text{ఇరువైపులు '4' చే భాగించగా})$$

$$\Rightarrow x = -3$$

సరిచూచుట : $x = -3$ ను ఇష్టబడిన

సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$\text{LHS} = -4(x - 1)$$

$$= -4(-3 - 1)$$

$$= -4(-4)$$

$$= 16$$

$$= \text{RHS}$$

సరిచూడబడినది.

అభ్యర్థమం-3.2

1. క్రింది సమీకరణాలలో చరరాశిని వేరు చేసి సాధించు సందర్భాలలో సోపానాలును వ్రాయండి మరియు సాధించండి.

$$\text{i)} \quad \frac{5m}{3} = 10$$

$$\text{ii)} \quad 4n - 23 = 13$$

$$\text{iii)} \quad -5 + 3x = 16$$

$$\text{iv)} \quad 2(y - 1) = 8$$

2. క్రింది సామాన్య సమీకరణాల యొక్క సాధన కనుగొని సరిచూడండి.

$$\text{i)} \quad 3x = 18$$

$$\text{ii)} \quad \frac{b}{7} = -2$$

$$\text{iii)} \quad -2x = -10$$

$$\text{iv)} \quad 10 + 6a = 40$$

$$\text{v)} \quad -7m = 21$$

$$\text{vi)} \quad 4p + 7 = -21$$

$$\text{vii)} \quad 3x - \frac{1}{3} = 5$$

$$\text{viii)} \quad 18 - 7n = -3$$

$$\text{ix)} \quad 3(k + 4) = 21$$

$$\text{x)} \quad 9(a + 1) + 2 = 11$$



సామాన్య సమీకరణాల భావన ఉపయోగించి పజిల్సను సాధించండి.

3.2.2 పక్కాంతరం పద్ధతి :

సమీకరణంలో ఒక వైపునున్న పదాన్ని నుండి మరొక వైపుకు మార్చి ప్రక్రియను పక్కాంతరం అంటారు.

పక్కాంతరం చెందిచినప్పుడు పదం యొక్క గుర్తును మార్చి, క్రింద పేర్కొన్న విధంగా సమీకరణం యొక్క మరొక వైపుకు తీసుకువెళతాము.

	$+$		$= 30$
	$+$		$= 12$
	$+$		$= 15$
	$+$		\times = ?

Thus, in transposing terms from LHS to RHS

‘+ quantity’ becomes ‘– quantity’

‘– quantity’ becomes ‘+ quantity’

‘ \times quantity’ becomes ‘ \div quantity’

‘ \div quantity’ becomes ‘ \times quantity’

Example 9 : Solve $2(b + 3) + 13 = 27$

Solution : $2(b + 3) + 13 = 27$

$$\Rightarrow 2b + 6 + 13 = 27 \text{ (distributive law)}$$

$$\Rightarrow 2b + 19 = 27$$

$$\Rightarrow 2b = 27 - 19$$

($\because + 19$ transposed and becomes -19)

$$\Rightarrow 2b = 8$$

$$\Rightarrow b = \frac{8}{2} \text{ ($\because \times 2$ transposed and becomes } \div 2)$$

$$\Rightarrow b = 4$$

Example 10 : Solve $5(x + 1) - 2(x - 7) = 13$

Solution : $5(x + 1) - 2(x - 7) = 13$

$$\Rightarrow 5x + 5 - 2x + 14 = 13 \quad \text{(distributive law)}$$

$$\Rightarrow (5x - 2x) + (5 + 14) = 13 \quad \text{(regrouping like terms)}$$

$$\Rightarrow 3x + 19 = 13$$

$$\Rightarrow 3x = 13 - 19 \quad (\because +19 \text{ transposed and becomes } -19)$$

$$\Rightarrow 3x = -6$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6}{3} \quad (\because \times 3 \text{ transposed and becomes } \div 3)$$

$$\Rightarrow x = -2$$

Check : Substitute $b = 4$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= 2(b + 3) + 13 \\ &= 2(4 + 3) + 13 \\ &= 2(7) + 13 \\ &= 14 + 13 \\ &= 27 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

Hence Verified

ఈ విధంగా, LHS నుండి RHS కు పదాలను మార్చడంలో

‘+ పరిమాణం’ ‘– పరిమాణం’ అవుతుంది

‘– పరిమాణం’ ‘+ పరిమాణం’ అవుతుంది

‘ \times పరిమాణం’ ‘ \div పరిమాణం’ అవుతుంది

‘ \div పరిమాణం’ ‘ \times పరిమాణం’ అవుతుంది.

ఉదాహరణ 9 : $2(b + 3) + 13 = 27$ ను సాధించండి.

సాధన : $2(b + 3) + 13 = 27$

$$\Rightarrow 2b + 6 + 13 = 27 \quad (\text{విభాగన్యాయం})$$

$$\Rightarrow 2b + 19 = 27$$

$$\Rightarrow 2b = 27 - 19$$

($\because + 19$ ను పక్కాంతరం చెందించగా అది -19 అవుతుంది)

$$\Rightarrow 2b = 8$$

$$\Rightarrow b = \frac{8}{2} \quad (\because \times 2 \text{ ను పక్కాంతరం చెందించగా అది } \div 2 \text{ అవుతుంది})$$

$$\Rightarrow b = 4$$

ఉదాహరణ 10 : $5(x + 1) - 2(x - 7) = 13$ ను సాధించండి.

సాధన : $5(x + 1) - 2(x - 7) = 13$

$$\Rightarrow 5x + 5 - 2x + 14 = 13 \quad (\text{విభాగన్యాయం})$$

$$\Rightarrow (5x - 2x) + (5 + 14) = 13 \quad (\text{నజాతి పదాలు సమూహం చేయగా})$$

$$\Rightarrow 3x + 19 = 13$$

$$\Rightarrow 3x = 13 - 19 \quad (\because + 19 \text{ను పక్కాంతరం చెందించగా అది } -19 \text{ అవుతుంది})$$

$$\Rightarrow 3x = -6$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6}{3} \quad (\because \times 3 \text{ను పక్కాంతరం చెందించగా అది } \div 3 \text{ అవుతుంది})$$

$$\Rightarrow x = -2$$

సరిచూచుట : $b = 4$ ను

ప్రతిక్రీపించగా

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= 2(b + 3) + 13 \\ &= 2(4 + 3) + 13 \\ &= 2(7) + 13 \\ &= 14 + 13 \\ &= 27 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

సరిచూడబడినది.

Example 11 : Solve $12 = 13 + 7(y - 6)$

Solution : $12 = 13 + 7(y - 6)$

An equation remains the same,
when LHS, RHS are interchanged.

$$\Rightarrow 13 + 7(y - 6) = 12$$

$$\Rightarrow 13 + 7y - 42 = 12 \text{ (distributive law)}$$

$$\Rightarrow 7y - 29 = 12$$

$$\Rightarrow 7y = 12 + 29 \quad (\because -29 \text{ transposed and becomes } +29)$$

$$\Rightarrow 7y = 41$$

$$\Rightarrow y = \frac{41}{7} \quad (\because \times 7 \text{ transposed and becomes } \div 7)$$

Example 12 : Solve $\frac{m}{2} - \frac{2m}{7} - \frac{m}{10} = \frac{8}{5}$

Solution : $\frac{m}{2} - \frac{2m}{7} - \frac{m}{10} = \frac{8}{5} \quad [\because \text{LCM of } 2, 7, 10 = 70]$

$$\Rightarrow \frac{35m - 10 \times 2m - 7 \times m}{70} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{35m - 20m - 7m}{70} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{8m}{70} = \frac{8}{5} \quad [\because \times 8 \text{ transposed and becomes } \div 8]$$

$$\Rightarrow \frac{m}{70} = \frac{8}{5} \times \frac{1}{8} \quad [\because \div 70 \text{ transposed and becomes } \times 70]$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{5} \times 70$$

$$\Rightarrow m = 14$$

3.3 From solution to equation :

By following the reverse path of the steps while followed in solving an equation, then we can get simple equation.

Equation \longrightarrow Solution (Normal path)

Solution \longrightarrow Equation (Reverse path)

Check : Substitute $y = \frac{41}{7}$

$$\text{RHS} = 13 + 7(y - 6)$$

$$= 13 + 7 \left(\frac{41}{7} - 6 \right)$$

$$= 13 + 7 \left(\frac{41-42}{7} \right)$$

$$= 13 + 7 \left(\frac{-1}{7} \right)$$

$$= 13 - 1$$

$$= 12$$

$$= \text{LHS}$$

Hence Verified.

Check : Substitute $m = 14$

$$\text{LHS} = \frac{m}{2} - \frac{2m}{7} - \frac{m}{10}$$

$$= 7 - 4 - \frac{7}{5}$$

$$= 3 - \frac{7}{5}$$

$$= \frac{15-7}{5}$$

$$= \frac{8}{5}$$

$$= \text{RHS}$$

Hence Verified.

Normal Path	Reverse Path
$8x - 7 = 17$	$x = 3$
$\Rightarrow 8x = 17 + 7$	$\Rightarrow x = 3 \times \frac{8}{8} = \frac{24}{8}$
$\Rightarrow 8x = 24$	$\Rightarrow 8x = 24$
$\Rightarrow x = \frac{24}{8}$	(subtract 7 on bothsides)
$\Rightarrow x = 3$	$\Rightarrow 8x - 7 = 24 - 7$
	$\Rightarrow 8x - 7 = 17$

ఉదాహరణ 11 : $12 = 13 + 7(y - 6)$ ను సాధించండి.

సాధన : $12 = 13 + 7(y - 6)$

LHS, RHSలు పరస్పరం మారినప్పుడు ఒక సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.

$$\Rightarrow 13 + 7(y - 6) = 12$$

$$\Rightarrow 13 + 7y - 42 = 12 \text{ (విభాగన్యాయం)}$$

$$\Rightarrow 7y - 29 = 12$$

$$\Rightarrow 7y = 12 + 29 \quad (\because -29 \text{ ను పక్కాంతరం})$$

చెందించగా అది $+29$)

$$\Rightarrow 7y = 41$$

$$\Rightarrow y = \frac{41}{7} \quad (\because \times 7 \text{ ను పక్కాంతరం చెందించగా అది } \div 7)$$

ఉదాహరణ 12 : $\frac{m}{2} - \frac{2m}{7} - \frac{m}{10} = \frac{8}{5}$ ను సాధించండి.

సాధన : $\frac{m}{2} - \frac{2m}{7} - \frac{m}{10} = \frac{8}{5}$

$$\Rightarrow \frac{35m - 10 \times 2m - 7 \times m}{70} = \frac{8}{5} \quad (2, 7, 10 \text{ ల క.స.గు} = 70)$$

$$\Rightarrow \frac{35m - 20m - 7m}{70} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{8m}{70} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{70} = \frac{8}{5} \times \frac{1}{8} \quad (\because \times 8 \text{ ను పక్కాంతరం చెందించగా అది } \div 8 \text{ అవుతుంది})$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{5} \times 70 \quad (\because \div 70 \text{ ను పక్కాంతరం చెందించగా అది } \times 70 \text{ అవుతుంది})$$

$$\Rightarrow m = 14$$

3.3 సాధన నుండి సమీకరణం :

ఒక సమీకరణాన్ని సాధించడంలో అనుసరించిన దశల

విలోప మార్గాన్ని అనుసరించడం ద్వారా సామాన్య

సమీకరణాన్ని పొందవచ్చును.

సమీకరణం \longrightarrow సాధన (సాధారణ మార్గం)

సాధన \longrightarrow సమీకరణం (విలోప మార్గం)

సరిచూచుట : $y = \frac{41}{7}$ ను ప్రతిక్షేపించగా

$$\text{RHS} = 13 + 7(y - 6)$$

$$= 13 + 7\left(\frac{41}{7} - 6\right)$$

$$= 13 + 7\left(\frac{41-42}{7}\right)$$

$$= 13 + 7\left(\frac{-1}{7}\right)$$

$$= 13 - 1$$

$$= 12$$

$$= \text{LHS}$$

సరిచూడబడినది.

సరిచూచుట : $m = 14$ ను ప్రతిక్షేపించగా

$$\text{LHS} = \frac{m}{2} - \frac{2m}{7} - \frac{m}{10}$$

$$= 7 - 4 - \frac{7}{5}$$

$$= 3 - \frac{7}{5}$$

$$= \frac{15-7}{5}$$

$$= \frac{8}{5}$$

$$= \text{RHS}$$

సరిచూడబడినది.

సాధారణ మార్గం	విలోప మార్గం
$8x - 7 = 17$	$x = 3$
$\Rightarrow 8x = 17 + 7$	$\Rightarrow x = 3 \times \frac{8}{8} = \frac{24}{8}$
$\Rightarrow 8x = 24$	$\Rightarrow 8x = 24$
$\Rightarrow x = \frac{24}{8}$	ఇరువైపుల నుండి 7ను తీసివేయగా
	$\Rightarrow 8x - 7 = 24 - 7$
$\Rightarrow x = 3$	$\Rightarrow 8x - 7 = 17$

While following reverse path by multiplying, dividing (by non zero number), subtracting and adding with different values on either side of equation we can get different equations with the same solution.

Solution $x = 3$		
Equation - 1	Equation - 2	Equation - 3
$x = 3$	$x = 3$	$x = 3$
$\Rightarrow x - 7 = 3 - 7$	$\Rightarrow 15 + x = 15 + 3$	$\Rightarrow -2x = -6$
$\Rightarrow x - 7 = -4$	$\Rightarrow 15 + x = 18$	$\Rightarrow -2x + 19 = -6 + 19$
		$\Rightarrow -2x + 19 = 13$

Here $x - 7 = -4$, $15 + x = 18$ and $-2x + 19 = 13$ are equivalent equations because they have the same solution $x = 3$.



Find three equivalent equations having the same solutions $x = -1$

Exercise - 3.3

1. Solve the following equations and check the result.

i) $5x - 17 = 18$

ii) $29 - 7y = 1$

iii) $a - 2.3 = 1.5$

iv) $b + 3\frac{1}{2} = \frac{7}{4}$

v) $\frac{7p}{10} + 9 = 15$

vi) $6(q - 5) = 42$

vii) $-3(m + 5) + 1 = 13$

viii) $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{5} = 31$

2. Solve the following equations and check the result.

i) $3(p - 7) - 4 = 5$

ii) $5(q - 3) - 3(q - 2) = 0$

iii) $0.4x - 0.3x - 1.2 = 0.6$

iv) $4(3y + 4) = 7.6$

v) $20 - (2r - 5) = 25$

vi) $3(5 - t) - 2(t - 2) = -1$

vii) $3(2k + 1) - 2(k - 5) - 5(5 - 2k) = 16$

viii) $\frac{3m}{4} - 5m - \frac{3}{4} = 12$

ix) $\frac{4n}{5} + \frac{n}{4} - \frac{n}{2} = \frac{11}{10}$

x) $\frac{x}{2} - \frac{4}{5} + \frac{x}{5} + \frac{3x}{10} = \frac{1}{5}$

3. Write any three equivalent equations having the solution $x = 2$.

4. Write any three equivalent equations having the solution $a = -5$.

సమీకరణం యొక్క ఇరువైపులా వేర్పేరు విలువలతో గుణించడం, భాగించడం (శున్యతర సంఖ్య), తీసివేయడం మరియు కలుపడం ద్వారా ఒక సాధనతో వేర్పేరు సమీకరణాలను రూపొందించవచ్చు.

సాధన $x = 3$		
సమీకరణం-1	సమీకరణం-2	సమీకరణం-3
$x = 3$	$x = 3$	$x = 3$
$\Rightarrow x - 7 = 3 - 7$	$\Rightarrow 15 + x = 15 + 3$	$\Rightarrow -2x = -6$
$\Rightarrow x - 7 = -4$	$\Rightarrow 15 + x = 18$	$\Rightarrow -2x + 19 = -6 + 19$
		$\Rightarrow -2x + 19 = 13$

$x - 7 = -4$, $15 + x = 18$ మరియు $-2x + 19 = 13$ లుకు సాధన ఒకటే కాబట్టి ఇవి సమాన సమీకరణాలు అగును.



$x = -1$ సాధన కలిగిన మూడు సమాన సమీకరణాలు ప్రాయండి.

అభియుక్తము-3.3

1. క్రింది సమీకరణాలను సాధించి, సాధనను సరిచూడండి.

i) $5x - 17 = 18$

ii) $29 - 7y = 1$

iii) $a - 2.3 = 1.5$

iv) $b + 3\frac{1}{2} = \frac{7}{4}$

v) $\frac{7p}{10} + 9 = 15$

vi) $6(q - 5) = 42$

vii) $-3(m + 5) + 1 = 13$

viii) $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{5} = 31$

2. కింది సమీకరణాలను సాధించి, సాధనను సరిచూడండి.

i) $3(p - 7) - 4 = 5$

ii) $5(q - 3) - 3(q - 2) = 0$

iii) $0.4x - 0.3x - 1.2 = 0.6$

iv) $4(3y + 4) = 7.6$

v) $20 - (2r - 5) = 25$

vi) $3(5 - t) - 2(t - 2) = -1$

vii) $3(2k + 1) - 2(k - 5) - 5(5 - 2k) = 16$ viii) $\frac{3m}{4} - 5m - \frac{3}{4} = 12$

ix) $\frac{4n}{5} + \frac{n}{4} - \frac{n}{2} = \frac{11}{10}$

x) $\frac{x}{2} - \frac{4}{5} + \frac{x}{5} + \frac{3x}{10} = \frac{1}{5}$

3. $x = 2$ సాధన కలిగిన ఏవైనా మూడు సమాన సమీకరణాలు ప్రాయండి.

4. $a = -5$ సాధన కలిగిన ఏవైనా మూడు సమాన సమీకరణాలు ప్రాయండి.



Puzzle time

Here is a puzzle to reveal the name of great mathematician. Solve the equations and fill the below box with the letter opposite to the solution of the equation and finally it reveals the name of mathematician.

$x - 2 = 5$	- M	$9x = 9$	- T
$2x + 1 = 7$	- S	$6(x - 2) = 18$	- R
$3 - x = 1$	- A	$2x = 18$	- J
$4x - 3 = 13$	- N	$12 - x = 6$	- U
$x - 10 = 0$	- B	$x/2 = 4$	- Y

5	2	7	2	4	6	9	2	4

3.4 Applications of Simple Equations:

The concept of simple equations is connected to other chapters like geometry, data handling, business mathematics etc and also with other subjects like sciences and economics. Let us discuss some examples.

Example 14 : Find the value of variable ‘ x ’ from the following.

Solution :

i) $x + 20\% \text{ of } x = 60$

$$\Rightarrow x + \frac{20x}{100} = 60$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{5} = 60$$

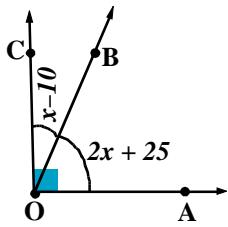
$$\Rightarrow \frac{6x}{5} = 60$$

$$\Rightarrow 6x = 60 \times 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{(60 \times 5)}{6}$$

$$\Rightarrow x = 50$$

iii) Find the value of x in the following picture.



ii) If two numbers are in the ratio $2 : 3$ and their difference is 5 then find largest number.

Let largest number = $3x$

and smallest number = $2x$

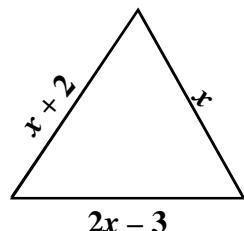
Difference = $3x - 2x = x$

But as per the problem difference = 5

$$\Rightarrow x = 5$$

\therefore Largest number = $3x = 3 \times 5 = 15$

iv) If the perimeter of the following triangle is 15 cm then find the value of x .





ప్రక్క నీయబడిన సామాన్య సమీకరణాల యొక్క సాధన కనుగొని ఆ సమీకరణం ఎదురుగా వున్న అభ్యర్థాన్ని క్రింది ఉన్న సాధన కు ఎదురుగా వున్న భార్యలో నింపితే ఒక ప్రముఖ భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్తను కనిపెట్టవచ్చు.

$x - 2 = 5$ – M	$9x = 9$ – T
$2x + 1 = 7$ – S	$6(x - 2) = 18$ – R
$3 - x = 1$ – A	$2x = 18$ – J
$4x - 3 = 13$ – N	$12 - x = 6$ – U
$x - 10 = 0$ – B	$x/2 = 4$ – Y

5	2	7	2	4	6	9	2	4

3.4 సామాన్య సమీకరణాల అనువర్తనాలు :

సామాన్య సమీకరణాల భావన గణితంలో ఇతర అధ్యాయాల్లైన రేఖా గణితము, దత్తాంశ నిర్వహణ, వ్యాపార గణితము మొదలగు మరియు ఇతర అంశాలైన సామాన్యశాస్త్రము మరియు ఆర్థిక శాస్త్రం వంటి వాటితో అనుసంధానించబడి ఉంటుంది. కొన్ని ఉదాహరణలు చర్చిద్దాం.

ఉదాహరణ 14 : క్రింది సమస్యలలో చరరాశి ‘x’ విలువ కనుగొనండి.

సాధన : i) $x + x$ లో $20\% = 60$

ii) రెండు సంఖ్యల నిపుణి $2:3$ మరియు వాటి బేధం

5 అయిన పెద్ద సంఖ్యను కనుక్కోండి.

$$\Rightarrow x + \frac{20x}{100} = 60$$

పెద్ద సంఖ్య $= 3x$.

$$\Rightarrow x + \frac{x}{5} = 60$$

చిన్న సంఖ్య $= 2x$ గా అనుకొనుము

$$\Rightarrow \frac{6x}{5} = 60$$

భేదం $= 3x - 2x = x$

$$\Rightarrow 6x = 60 \times 5$$

కాని లెక్క ప్రకారం భేదం $= 5$

$$\Rightarrow x = \frac{(60 \times 5)}{6}$$

$$\Rightarrow x = 5$$

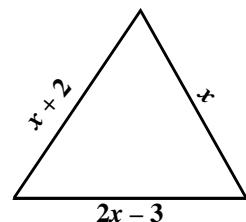
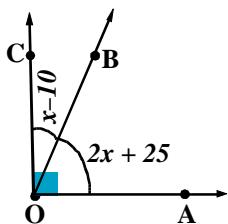
$$\Rightarrow x = 50$$

\Rightarrow పెద్ద సంఖ్య $= 3x = 3 \times 5 = 15$

iii) క్రింది పటంలో ‘x’ విలువను కనుగొనుము.

iv) క్రింది త్రిభుజం యొక్క చుట్టూకొలత $= 15$ సెం.మీ.

అయిన ‘x’ విలువను కనుగొనుము.



Sum of two angles is 90

$$2x + 25 + x - 10 = 90$$

$$\Rightarrow 3x + 15 = 90$$

$$\Rightarrow 3x = 90 - 15$$

$$\Rightarrow 3x = 75$$

$$\Rightarrow x = \frac{75}{3}$$

$$\Rightarrow x = 25$$

Perimeter of a triangle = 15cm

$$\text{Perimeter} = x + x + 2 + 2x - 3$$

$$= 4x - 1$$

$$\therefore 4x - 1 = 15$$

$$\Rightarrow 4x = 15 + 1$$

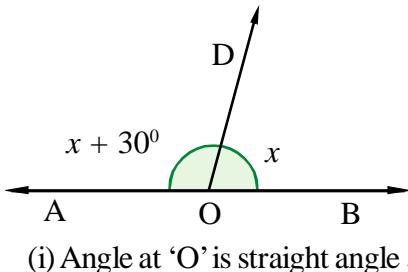
$$\Rightarrow 4x = 16$$

$$\Rightarrow x = 4$$

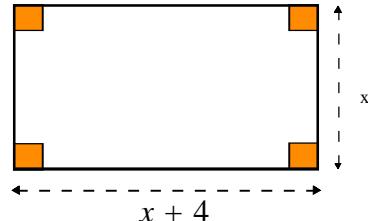


Check Your Progress

Find the value of variable x from the below diagram.



(i) Angle at 'O' is straight angle



(ii) Perimeter = 36 cm

3.4.1 Real Life applications:

While solving the problems related to real life situations, we should follow the steps given below :

1. Read the problem carefully and note what is given and what is required.
2. Denote the unknowns by the variables as x, y, \dots
3. Translate the problem to the language of mathematical statements.
4. Form the simple equations using the conditions given in the problems.
5. Solve the equation for the unknown.
6. Verify, whether the solution satisfies the conditions of the problem.

Example 14 : Find two consecutive natural numbers whose sum is 125.

Solution : Let the number = x

Consecutive number of $x = x + 1$

Given that, $x + (x + 1) = 125$

$$\Rightarrow 2x + 1 = 125$$

$$\Rightarrow 2x = 125 - 1$$

$$\Rightarrow 2x = 124$$

$$\Rightarrow x = \frac{124}{2}$$

$$\Rightarrow x = 62$$

$$x = 62 \text{ and } x + 1 = 62 + 1 = 63$$

\therefore Required numbers are 62 and 63.

Check :

Numbers : 62, 63

$$\begin{aligned}\text{Sum} &= 62 + 63 \\ &= 125\end{aligned}$$

Hence Verified.

$$\text{రెండుకోణాల మొత్తం} = 90$$

$$2x + 25 + x - 10 = 90$$

$$\Rightarrow 3x + 15 = 90$$

$$\Rightarrow 3x = 90 - 15$$

$$\Rightarrow 3x = 75$$

$$\Rightarrow x = \frac{75}{3}$$

$$\Rightarrow x = 25$$

ఇచ్చినది ప్రిభుజ మట్టకొలత = 15 సెం.మీ.

$$\text{మట్టకొలత} = x + x + 2 + 2x - 3$$

$$= 4x - 1$$

$$\therefore 4x - 1 = 15$$

$$\Rightarrow 4x = 15 + 1$$

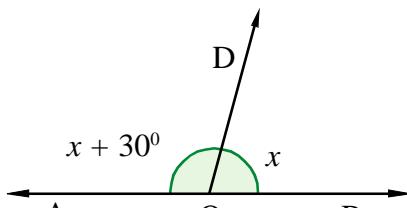
$$\Rightarrow 4x = 16$$

$$\Rightarrow x = 4$$

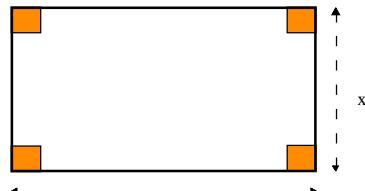


సీత్రగతిని సలహాసుకోండి

క్రింది పటాలలో చరరాశి 'x' విలువ కనుగొనండి.



(i) 'O' వద్ద కోణం సరళ కోణం



(ii) మట్టకొలత = 36 cm

3.4.1 నిజ జీవిత అనువర్తనాలు :

జీవిత అనువర్తన సమస్యలను పరిష్కరించేటప్పుడు ఈ క్రింది దశలను అనుసరించాలి.

1. సమస్యను జాగ్రత్తగా చదపండి మరియు ఏమి ఇవ్వబడింది మరియు ఏమి అవసరమో గమనించండి.
2. తెలియని వాటిని చరరాశులు x, y, \dots, g గుర్తించండి.
3. సమస్యను గణిత పరిభూతులో అనువదించండి.
4. సమస్యలలో ఇచ్చిన పరతులకు అనుగుణంగా సామన్య సమీకరణాలను రూపొందించండి.
5. తెలియని విలువల కొరకు సమీకరణాన్ని సాధించండి.
6. సమస్య యొక్క సాధన సమస్యను సంతృప్తి పరుస్తుందో లేదో సరిచూడండి.

ఉదాహరణ 14: రెండు వరుస సహజ సంఖ్యల మొత్తం 125 అయిన ఆ సంఖ్యలను కనుగొనండి?

సాధన : మొదటి సంఖ్య $= x$ అనుకొనుటు

తరువాత సహజ సంఖ్య $x = x + 1$ అవుతుంది

కానీ దత్తాంశము ప్రకారము, $x + (x + 1) = 125$

$$\Rightarrow 2x + 1 = 125$$

$$\Rightarrow 2x = 125 - 1$$

$$\Rightarrow 2x = 124$$

$$\Rightarrow x = \frac{124}{2}$$

$$\Rightarrow x = 62$$

$$x = 62 \text{ మరియు } x + 1 = 62 + 1 = 63$$

\therefore కావల్సిన సంఖ్యలు 62 మరియు 63.

సరిచూచుట :

సంఖ్యలు : 62, 63

$$\begin{aligned}\text{మొత్తం} &= 62 + 63 \\ &= 125\end{aligned}$$

సరిచూడబడినది.

Example 15 : The sum of two numbers is 35. One of the numbers exceeds the other by 7. Find the numbers.

Solution : Let the first number = x

Then the second number = $x + 7$ (exceeds first number by 7)

Sum of two numbers = 35

According to problem, $x + x + 7 = 35$

$$\Rightarrow 2x + 7 = 35$$

$$\Rightarrow 2x = 35 - 7$$

$$\Rightarrow 2x = 28$$

$$\Rightarrow x = \frac{28}{2}$$

$$\Rightarrow x = 14$$

$$x + 7 = 14 + 7 = 21$$

\therefore The two numbers are 14 and 21.

Check :

Numbers : 14, 21

$$\text{Sum} = 14 + 21$$

$$= 35$$

Hence Verified.

Example 16 :

A person has ` 1400 in denominations of ` 20, ` 10 and ` 5 notes. The number of notes in each denomination is equal then find the number of notes of each denomination?

Solution :

Let the number of notes in each denomination be x .

` 20 denomination amount = $20x$

` 10 denomination amount = $10x$

` 5 denomination amount = $5x$

Total amount = ` 1400

$$\Rightarrow 20x + 10x + 5x = 1400$$

$$\Rightarrow 35x = 1400$$

$$\Rightarrow x = \frac{1400}{35}$$

$$\Rightarrow x = 40$$

\therefore Number of notes in each denomination is 40.

Check :

Number of notes = 40

$$\text{Amount} = (20 \times 40 + 10 \times 40 + 5 \times 40)$$

$$= 800 + 400 + 200$$

$$= ` 1400$$

Hence Verified.

Example 17 :

The length of a rectangle is five meters more than twice of its breadth. If the perimeter is 148 meter, then find the length and breadth of the rectangle.

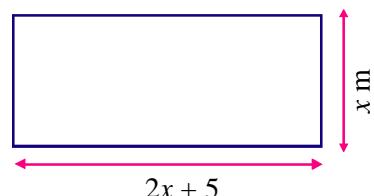
Solution :

Let the breadth of the rectangle = x ,

length of a rectangle is five more than twice of its breadth.

Then, length of the rectangle = $2x + 5$

Perimeter of the rectangle = 148m



ఉదాహరణ 15 : రెండు సంఖ్యల మొత్తం 35. సంఖ్యలలో ఒకటి మరొకటి కంటే 7 ఎక్కువ అయిన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

సాధన : మొదటి సంఖ్య $= x$ అనుకొనుము.

$$\text{అప్పుడు రెండవసంఖ్య} = x + 7 \text{ (మొదటి సంఖ్య కంటే '7' ఎక్కువ)}$$

$$\text{రెండు సంఖ్యల మొత్తం} = 35$$

$$\text{కానీ దత్తాంశం ప్రకారం, } x + x + 7 = 35$$

$$\Rightarrow 2x + 7 = 35$$

$$\Rightarrow 2x = 35 - 7$$

$$\Rightarrow 2x = 28$$

$$\Rightarrow x = \frac{28}{2}$$

$$\Rightarrow x = 14$$

$$x + 7 = 14 + 7 = 21$$

$$\therefore \text{ఆ రెండు సంఖ్యలు } 14 \text{ మరియు } 21$$

సరిచూచుట :

$$\text{సంఖ్యలు : } 14, 21$$

$$\text{మొత్తం} = 14 + 21 = 35$$

నిరూపించబడినది.

ఉదాహరణ 16 : ఒక వ్యక్తి వద్ద `20, `10 మరియు `5 నోట్లు మొత్తం కలిపి `1400 కలవు. అతని వద్ద `20, `10 మరియు `5 నోట్లు సమాన సంఖ్యలో ఉన్న ప్రతిరకం నోట్లు ఎన్ని కలవో తెలపండి?

సాధన : ప్రతీరకం నోట్లు సంఖ్య x అనుకొనుము

$$\text{'20 నోట్ల విలువ} = 20x$$

$$\text{'10 నోట్ల విలువ} = 10x$$

$$\text{'5 నోట్ల విలువ} = 5x$$

$$\text{నోట్ల మొత్తం విలువ} = `1400$$

$$\Rightarrow 20x + 10x + 5x = 1400$$

$$\Rightarrow 35x = 1400$$

$$\Rightarrow x = \frac{1400}{35}$$

$$\Rightarrow x = 40$$

$$\therefore \text{ప్రతీరకం నోట్లు సంఖ్య } 40.$$

సరిచూచుట :

$$\text{ప్రతి రకం నోట్ల సంఖ్య} = 40$$

$$\text{మొత్తం} = (20 \times 40 + 10 \times 40 + 5 \times 40)$$

$$= 800 + 400 + 200$$

$$= `1400$$

నిరూపించబడినది.

ఉదాహరణ 17 : దీర్ఘచతురప్రం యొక్క పొడవు దాని వెడల్పుకి రెండు రెట్లు కంటే 5 మీ. ఎక్కువ. చుట్టూకొలత 148 మీ. అయితే, దీర్ఘచతురప్రం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పులను కనుగొనండి.

సాధన : దీర్ఘచతురప్రం యొక్క వెడల్పు $= x$ అనుకొనుము.

$$\text{అప్పుడు దీర్ఘచతురప్రం యొక్క పొడవు} = 2x + 5$$

$$\text{దీర్ఘచతురప్రం యొక్క చుట్టూకొలత} = 148 \text{ మీ.}$$



$$2(\text{Length} + \text{Breadth}) = 148$$

$$\Rightarrow 2(2x + 5 + x) = 148$$

$$\Rightarrow 2(3x + 5) = 148$$

$$\Rightarrow 6x + 10 = 148$$

$$\Rightarrow 6x = 148 - 10$$

$$\Rightarrow 6x = 138$$

$$\Rightarrow x = \frac{138}{6}$$

$$\Rightarrow x = 23$$

\therefore Breadth of rectangle = 23m

Length of the rectangle = $2x + 5 = (2 \times 23) + 5 = 46 + 5 = 51$ m

Check :

Length = 51m, Breadth = 23m

$$\text{Perimeter} = 2(l + b)$$

$$= 2(51 + 23) = 2(74)$$

$$= 148 \text{ m}$$

Hence Verified.

Example 18 : On his birthday Yakshith's grand father has given ` 2000. He used some amount for purchasing books for needy children and thrice of that amount for purchasing food items for orphanage children and the remaining ` 200 used for purchasing chocolates for his friends. Find the amount spent for purchasing books and food items for orphanage children.

Solution :

Let the amount spent for purchasing books for needy children = ` x

Amount spent for purchasing food items for orphanage children = ` $3x$

Amount spent for purchasing chocolates for friends = ` 200

Total amount spent = ` 2000

$$\Rightarrow x + 3x + 200 = 2000$$

$$\Rightarrow 4x + 200 = 2000$$

$$\Rightarrow 4x = 2000 - 200$$

$$\Rightarrow 4x = 1800$$

$$\Rightarrow x = \frac{1800}{4}$$

$$\Rightarrow x = 450$$

\therefore Amount spent for purchasing books
for needy children = ` 450

Amount spent for purchasing food items

for orphanage children = ` $3x = 3 \times 450 = ` 1350$

Check :

$$\begin{aligned}\text{Amount} &= ` 450 + ` 1350 + ` 200 \\ &= ` 2000\end{aligned}$$

Hence Verified.

$$2(\text{పాడవ} + \text{వెడల్చు}) = 148$$

$$\Rightarrow 2(2x + 5 + x) = 148$$

$$\Rightarrow 2(3x + 5) = 148$$

$$\Rightarrow 6x + 10 = 148$$

$$\Rightarrow 6x = 148 - 10$$

$$\Rightarrow 6x = 138$$

$$\Rightarrow x = \frac{138}{6}$$

$$\Rightarrow x = 23$$

$$\therefore \text{దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వెడల్చు} = 23 \text{ మీ.}$$

$$\text{దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పాడవ} = 2x + 5 = (2 \times 23) + 5 = 46 + 5 = 51 \text{ మీ.}$$

సరిచూచుట :

$$\text{పాడవ} = 51 \text{ మీ. వెడల్చు} = 23 \text{ మీ.}$$

$$\text{చుట్టుకొలత} = 2(l + b)$$

$$= 2(51 + 23) = 2(74)$$

$$= 148 \text{ మీ.}$$

నిరూపించబడినది.

ఉధారణ 18 : యక్కిత్త పుట్టినరోజున తన తాతగారు `2000 ఇచ్చారు. అందులో కొంత మొత్తం అవసరార్థం గల పిల్లలకు పుస్తకాలు కొనడానికి మరియు దానికి మూడు రెట్లు అనాధారమం పిల్లలకు ఆహార పదార్థాలు కొనడానికి మరియు మిగిలిన `200 ను తన స్నేహితుల కోసం చాక్లెట్లు కొనడానికి ఉపయోగించాడు. అయిన పుస్తకాలు కొనడానికి మరియు ఆనాధ పిల్లలకు ఆహారం కొనడానికి ఖర్చు చేసిన మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

సాధన :

$$\text{అవసరార్థం గల పిల్లలకు పుస్తకాలు కొనడానికి చేసిన ఖర్చు} = `x \text{ అనుకొనుము.}$$

$$\text{అనాధారమం పిల్లలకు ఆహార పదార్థాలు కొనడానికి చేసిన ఖర్చు} = `3x$$

$$\text{స్నేహితుల కోసం చాక్లెట్లు కొనడానికి చేసిన ఖర్చు} = `200$$

$$\text{చేసిన మొత్తం ఖర్చు} = `2000$$

$$\Rightarrow x + 3x + 200 = 2000$$

$$\Rightarrow x + 200 = 2000$$

$$\Rightarrow 4x = 2000 - 200$$

$$\Rightarrow 4x = 1800$$

$$\Rightarrow x = \frac{1800}{4}$$

$$\Rightarrow x = 450$$

\therefore అవసరార్థం గల పిల్లలకు పుస్తకాలు

$$\text{కొనడానికి చేసిన ఖర్చు} = `450$$

అనాధారమం పిల్లలకు ఆహార పదార్థాలు

$$\text{కొనడానికి చేసిన ఖర్చు} = `3x = 3 \times 450 = `1350$$

సరిచూచుట :

$$\begin{aligned} \text{మొత్తం} &= `450 + `1350 + `200 \\ &= `2000 \end{aligned}$$

నిరూపించబడినది.

Example 19 : A school bus starts with full strength of 40 students. It drops some students at the first bus stop. At the second bus stop, twice the number of students get down from the bus. 8 students get down at the third bus stop and the number of students remaining in the bus is only 5. How many students got down at the first stop and second stop?

Solution : Let us take the number of students get down at first stop = x

No. of students get down at the second bus stop = $2x$

No. of students get down at the third bus stop = 8

Remaining students in the bus = 5

$$x + 2x + 8 + 5 = 40$$

$$\Rightarrow 3x + 13 = 40$$

$$\Rightarrow 3x = 40 - 13$$

$$\Rightarrow 3x = 27$$

$$\Rightarrow x = \frac{27}{3}$$

$$\Rightarrow x = 9$$



Check :

$$\begin{aligned} \text{No of students} &= x + 2x + 8 + 5 \\ &= 9 + 18 + 8 + 5 \\ &= 40 \end{aligned}$$

Hence Verified.

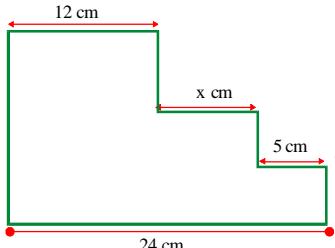
∴ The number of students got down in the first bus stop = 9.

No. of Students got down in second stop = $2x = 2 \times 9 = 18$.

Exercise - 3.4

- Find the height of the statue from the adjacent diagram.
- The sum of twice a number and 4 is 80, find the number.
- The difference between a number and one - fourth of itself is 24, find the number.

- Find the value of x from the adjacent diagram.



- To convert temperature from Fahrenheit to Centigrade, we use the formula $(F-32) = \frac{9}{5} \times C$. If $C = -40^{\circ}\text{C}$ then find F.

ఉదాహరణ 19 : ఒక స్కూల్ బస్సు 40 మందితో స్కూల్లో బయలుదేరి మొదటి స్టాప్లో కొంతమందిని, రెండవ స్టాప్లో మొదటి దానికి రెట్టింపు మందిని, మూడవస్టాప్లో 8 మందిని దించగా 5గురు బస్సులో ఉంటే మొదటిస్టాప్లో మరియు రెండవ స్టాప్లో దిగిన విద్యార్థులు సంఖ్య ఎంత?

సాధన : మనం మొదటిస్టాప్లో దిగిన విద్యార్థులు సంఖ్య $= x$ తీసుకుండాం

$$\text{రెండవస్టాప్లో దిగిన విద్యార్థులు సంఖ్య} = 2x$$

$$\text{మూడవస్టాప్లో దిగిన విద్యార్థులు సంఖ్య} = 8$$

$$\text{బస్సులో మిగిలిన విద్యార్థులు} = 5$$

$$x + 2x + 8 + 5 = 40$$

$$\Rightarrow 3x + 13 = 40$$

$$\Rightarrow 3x = 40 - 13$$

$$\Rightarrow 3x = 27$$

$$\Rightarrow x = \frac{27}{3}$$

$$\Rightarrow x = 9$$

$$\therefore \text{మొదటి స్టాప్లో దిగిన విద్యార్థులు సంఖ్య} = 9.$$

$$\text{రెండవ స్టాప్లో దిగిన విద్యార్థుల సంఖ్య} = 2x = 2 \times 9 = 18.$$



సరిచూచుట :

$$\begin{aligned}\text{మొత్తం విద్యార్థులు} &= x + 2x + 8 + 5 \\ &= 9 + 18 + 8 + 5 \\ &= 40\end{aligned}$$

నిరూపించబడినది.

అభియుషం-3.4

- ప్రక్క పటములో విగ్రహం యొక్క ఎత్తు ఎంత?
- ఒక సంఖ్య యొక్క రెండు రెట్లకు 4 కలిపిన 80 అయిన ఆ సంఖ్య కనుగొనుము.
- ఒక సంఖ్య మరియు ఆ సంఖ్యలో నాల్గవ వంతుల భేదం 24 అయిన ఆ సంఖ్య కనుగొనుము.

- ప్రక్క పటములో x విలువను కనుగొనుము?



- ఫారన్ హీట్ ఉప్పొగ్రతమానం నుండి సెంటీ గ్రేడ్ మానంలో ఉప్పొగ్రతను మార్చడానికి (F-32) $= \frac{9}{5} \times C$ అనే సూత్రం ఉపయోగిస్తాం. $C = -40^{\circ}\text{C}$ అయిన Fను కనుగొనండి.

6. Rahim has ` x , from which he spends ` 6. If twice of the money left with him is ` 86 then find x .
7. The difference between two numbers is 7. Six times the smaller plus the larger is 77. Find the numbers.
8. The sum of three consecutive even numbers is 54. Find the numbers.
9. In a class of 48 students, the number of girls is one third the number of boys. Find the number of girls and boys in the class.
10. The present ages of Mary and Joseph are in the ratio 5 : 3. After 3 years sum of their ages will be 38. Find their present ages.
11. A sum of ` 500 is in the form of notes of denominations of ` 5 and ` 10. If the total number of notes is 90 then find the number of notes of each type.
12. John and Ismail donated some money to the Relief Fund. The amount paid by Ismail is ` 85 more than twice that of John. If the total money paid by them is ` 4000, then find the amount of money donated by John.
13. Length of a rectangle is 4 m less than 3 times its breadth. If the perimeter of rectangle is 32m. Then find its length and breadth.
14. A bag contains some number of white balls, twice the number of white balls are blue balls, thrice the number of blue balls are the red balls. If the total number of balls in the bag are 27. Then calculate the number of balls of each colour present in the bag.
15. The two scales below are perfectly balanced If  = 36 then What are the values of  &  ?



1. Choose the correct answer.
- Which of the following numbers satisfy the equation $-6 + m = -10$.
 - 2
 - 4
 - 4
 - 2
 - The equation having -2 as solution is
 - $x + 2 = 5$
 - $7 + 3x = 1$
 - $2x + 3 = 7$
 - $2(x + 1) = 4$
 - If a and b are positive integers, then the solution of the equation $ax = b$ will always be a
 - positive number
 - negative number
 - 1
 - 0

6. రహీం వద్ద 'x' కలవు అందులో నుండి '6 ఖర్చు చేసిన మిగిలిన దానికి రెట్టింపు '86 అయిన 'x' విలువ కనుక్కొండి.
 7. రెండు సంఖ్యల మధ్య భేదం 7. చిన్న సంఖ్య ఆరు రెట్లుకు పెద్దసంఖ్యను కలుపగా మొత్తం 77 అయిన ఆ సంఖ్యలను కనుగొనండి.
 8. మూడు వరుస సరి సంఖ్యల మొత్తం 54 అయిన ఆ సంఖ్యలను కనుగొనండి.
 9. 48 విద్యార్థులు గల తరగతిలో బాలికల సంఖ్య బాలుర సంఖ్యలో మూడవ వంతు. అయిన ఆ తరగతిలో గల బాలుర సంఖ్య మరియు బాలికల సంఖ్యను కనుక్కొండి.
 10. మేరీ మరియు జోసెఫ్ యెక్క ప్రస్తుత వయస్సులు 5 : 3 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. 3 సంవత్సరాల తరువాత వారి వయస్సుల మొత్తం 38. అయిన వారి ప్రస్తుత వయస్సులను కనుగొనండి.
 11. '500 మొత్తం '5 మరియు '10 నోట్లలో కలవు.
మొత్తం నోట్ల సంఖ్య 90 అయిన ఒక్కాక్క రకం నోట్ల సంఖ్యను కనుగొనండి.

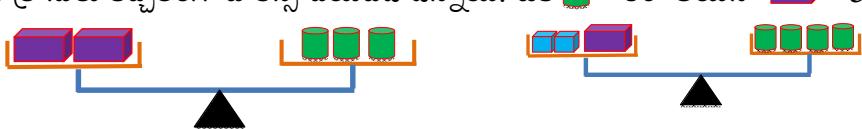


12. జాన్ మరియు ఇస్కూయిల్ కొంత డబ్బును రిలీఫ్ ఫండ్ కు విరాళంగా ఇచ్చారు. ఇస్కూయిల్ చెల్లించిన మొత్తం జాన్ చెల్లించిన మొత్తానికి రెండు రెట్లు కంటే `85 ఎక్కువ వారు చెల్లించిన మొత్తం డబ్బు `4000 అయితే జాన్ విరాళంగా ఇచ్చిన డబ్బును కనుగొనండి.

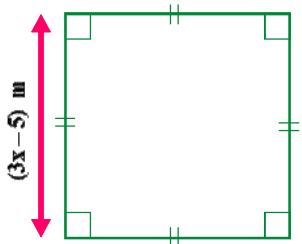
13. దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు దాని వెడల్పు 3 రెట్లు కంటే 4 తక్కువ. దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలత 32 మీ అయిన పొడవు, వెడల్పులను కనుగొనండి.

14. ఒక సంచిలో కొన్ని తెల్ల బంతులు కలవు. తెల్ల బంతులుకు రెట్టింపు నీలం బంతులు కలవు, నీలం బంతులుకు మూడు రెట్లు ఎర్రబంతులు కలవు. మొత్తం బంతుల సంఖ్య 27 అయిన ఒక్కొక్క రంగు బంతులు సంచిలో ఎన్ని కలవో లెక్కించండి.

15. క్రింది రెండు త్రాసులు కచ్చితంగా భాలన్ను చేయబడి ఉన్నాయి. ఒక  = 36 అయిన  &  విలువలు ఎంత?



యునిట్ లభ్యాన్వమ

- iv) The equation which can't be solved in integers is
- a) $2(x - 3) = 10$ b) $\frac{x}{3} = 5$ c) $5 - 3m = 1$ d) $2k + 1 = 1$
- v) Which of the following is not allowed in a given equation?
- a) Adding the same number to both sides of the equation.
b) Subtracting the same number from both sides of the equation.
c) Multiplying both sides of the equation by the same non-zero number.
d) Dividing both sides of the equation by the same number.
2. Fill in the Blanks :
- i) If $2y - 1 = 5$, then value of $5y + 3$ is _____
ii) Changing of term from one side of equation to other side is called _____
iii) If the sum of two numbers is 60. One is thrice the other, then the equation formed is _____.
iv) If 'x' is a natural number, then the solution of $x - 8 = -8$ is _____.
v) 13 subtracted from twice of a number gives 3, then the number _____
3. Check whether the value given in the brackets is a solution to the given equation or not.
- a) $2n + 5 = 19$ ($n = 7$) b) $\frac{3m}{5} - 7 = 1$ ($m = 10$)
4. Solve $5 - 2k = -3$ using trial and error method.
5. Write the following equations in mathematical statement form.
- a) $2m + 7 = 21$ b) $\frac{n}{7} = 4$
6. Give the steps you will use to separate the variables and then solve the equation.
- a) $7(x - 3) = 28$ b) $8y - 9 = 15$
7. Solve the following equations and check the result (Method of Transposition)
- a) $9(a + 3) + 7 = 22$ b) $25 = 18 - 7(b - 6)$
8. Six times a number is 72. Find the number.
9. Three-fourth of a number is more than one-fourth of same number by 2. Find the number.
10. In the adjacent figure the perimeter of the square is 40m. Then find x .
11. Jeevan is 3 years younger than his brother Sasi. If the sum of their present ages is 19 years. What are their present ages?
12. The length of a rectangle is 20m more than its width. If the perimeter of the rectangle is 100m, then find the length and breadth of rectangle.
- 

iv) పూర్తాంకాలలో సాధనలేని సమీకరణం

ఎ) $2(x - 3) = 10$ బి) $\frac{x}{3} = 5$ సి) $5 - 3m = 1$ డి) $2k + 1 = 1$

v) ఇచ్చిన సమీకరణంలో కింది వాటిలో ఏది అనుమతించబడదు?

- ఎ) సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా ఒకే సంఖ్యను కలుపడం.
- బి) సమీకరణం యొక్క రెండు వైపుల నుండి ఒకే సంఖ్యను తీసివేయడం.
- సి) సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా నున్నా కాని సంఖ్యతో గుణించడం.
- డి) సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా ఒకే సంఖ్యతో భాగించడం.

2. ఖాళీలు పూరించండి.

- i) $2y - 1 = 5$ అయితే, $5y + 3$ విలువ _____
- ii) సమీకరణంలో ఒక వైపు ఉన్న పదాన్ని మరొక వైపుకు మార్చడాన్ని _____ అంటారు
- iii) రెండు సంఖ్యల మొత్తం 60. ఒక సంఖ్య మరొక దానికి మూడు రెట్లు అయిన ఏర్పడు సమీకరణం _____.
- iv) ‘ x ’ సహజ సంఖ్య అయితే, $x - 8 = -8$ కు సాధన _____.
- v) సంఖ్య యొక్క రెండు రెట్లు నుండి 13 తీసివేస్తే 3 వస్తుంది అయిన ఆ సంఖ్య _____.

3. బ్రాకెట్లలో ఇచ్చిన విలువ ఇచ్చిన సమీకరణానికి సాధనా కాదా సరిచూడండి.

ఎ) $2n + 5 = 19$ ($n = 7$) బి) $\frac{3m}{5} - 7 = 1$ ($m = 10$)

4. $5 - 2k = -3$ ను యత్న దీఘ పద్ధతి ద్వారా సాధన కనుగొనండి

5. సామాన్య సమీకరణాలను గడిత ప్రవచనాలుగా ప్రాయండి.

ఎ) $2m + 7 = 21$ బి) $\frac{n}{7} = 4$.

6. క్రింది సమీకరణాలలో చరరాశిని వేరు చేసి సాధించు సందర్భంలో సోపానాలను ప్రాయండి మరియు సాధించండి.

ఎ) $7(x - 3) = 28$ బి) $8y - 9 = 15$

7. క్రింది సమీకరణాలను సాధించి, సాధనను సరిచూడండి (పక్కాంతరం పద్ధతి).

a) $9(a + 3) + 7 = 22$ b) $25 = 18 - 7(b - 6)$

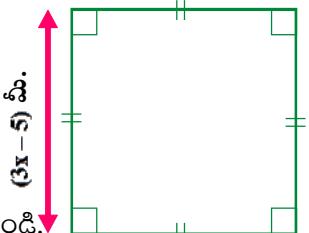
8. ఒక సంఖ్య కు 6 రెట్లు 72 అయిన ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము.

9. ఒక సంఖ్య యొక్క $3/4$ వంతు దాని $1/4$ వంతు కంటే 2 ఎక్కువ అయిన ఆ సంఖ్య?

10. ప్రక్క పటము చతురప్రం యొక్క చుట్టుకొలత 40మీ. అయిన x విలువను కనుగొనండి.

11. జీవన్ వయస్సు తన అన్నయ్య శశి వయస్సు కంటే 3 సంవత్సరాలు తక్కువ. వారి ప్రస్తుత వయస్సుల మొత్తం 19 అయిన ఇద్దరి వయస్సులు ఎంత?

12. దీర్ఘచతురప్రం యొక్క పొడవు దాని వెడల్పు కంటే 20మీ ఎక్కువ. దీర్ఘచతురప్రం యొక్క చుట్టుకొలత 100మీ అయిన దాని యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పును కనుగొనండి.



13. In a family, the consumption of rice is 4 times that of wheat. The total consumption of the two cereals in a month is 30kg. Find the quantities of rice and wheat consumed in the family.
14. The teacher tells the students in the class that the highest marks obtained by a student in the class is 7 more than twice the lowest marks. If the highest mark is 93 then, what is the lowest mark?
15. A man travelled $\frac{4}{5}$ of his journey by train, $\frac{1}{7}$ by bus and the remaining 16 km by auto. What is the length of his total journey?



Puzzle time

Collect the minimum and maximum temperature (in degrees) of any 5 cities of India of any month and convert the temperature into Fahrenheit and Kelvin Scale.

Procedure : We know the temperature conversion formula from Celsius to Fahrenheit is $F - 32 = \frac{9}{5}C$ (or) $F - 32 = 1.8C$ and also conversion formula from Celsius to Kelvin is $K = C + 273$.

S.NO	City	Maximum Temperature in degree centigrade	Maximum Temperature in Fahrenheit	Maximum Temperature in Kelvin
1	Visakhapatnam	35°C	$F - 32 = \frac{9}{5}C$ $\Rightarrow F - 32 = \frac{9}{5} \times 35$ $\Rightarrow F - 32 = \frac{9}{5} \times 35$ $\Rightarrow F - 32 = 9 \times 7$ $\Rightarrow F - 32 = 63$ $\Rightarrow F = 63 + 32$ $\Rightarrow F = 95$ $\therefore 35°C = 95F$	$K = C + 273$ $\Rightarrow K = 35 + 273$ $\Rightarrow K = 308$ $\therefore 35°C = 308K$

Note : Complete the table for minimum temperature also. If the temperature is not a multiple of 5 then use the formula $F - 32 = 1.8C$ and simplify.

13. ఒక కుటుంబంలో, బియ్యం వినియోగం గోదువు కంటే 4 రెట్లు ఎక్కువ. ఒక నెలలో రెండు తృణధాన్యాలు మొత్తం వినియోగం 30కిలోలు. కుటుంబంలో వినియోగించే బియ్యం మరియు గోదువుల పరిమాణాలను కనుగొనండి.
14. ఒక టీచర్ విద్యార్థులతో “ఈ తరగతిలో గరిష్ట మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థి మార్కులు కనిష్ఠ మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థి మార్కుల రెట్లింపు కంటే 7 ఎక్కువ”. తరగతిలో గరిష్ట మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థి మార్కులు 93 అయిన కనిష్ఠ మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థి మార్కులు ఎంత?
15. ఒక వ్యక్తి తన ప్రయాణం మొత్తంలో 4/5వంతు రైలులో, 1/7 బస్సులో, మిగిలిన 16 కి.మీ ఆటో ద్వారా ప్రయాణించాడు. అతని ప్రయాణం యొక్క మొత్తం దూరం ఎంత?



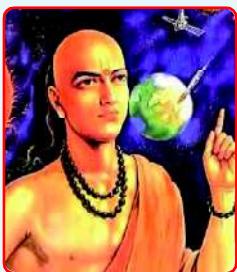
భారతదేశంలో 5 ప్రధాన పట్టణాలలో నమోదుయ్యే గరిష్ట, కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రతలను (డిగ్రీలలో) నమోదు చేసి వాటిని ఫారెన్హిట్ మానం, కెల్విన్ మానంలోకి మార్చండి.

పథ్థతి : సెల్వియన్ మానం నుండి ఫారెన్హిట్ మానంకు ఉష్ణోగ్రత మార్పుటకు సూత్రం $F - 32 = \frac{9}{5} C$ (లేదా) $F - 32 = 1.8C$ మరియు సెల్వియన్ మానం నుండి కెల్విన్కు మానంకు ఉష్ణోగ్రత మార్పుటకు సూత్రం $K = C + 273$.

వరుస సంఖ్య	పట్టణం పేరు	గరిష్ట ఉష్ణోగ్రత	గరిష్ట ఉష్ణోగ్రత ఫారెన్హిట్ మానంలో	గరిష్ట ఉష్ణోగ్రత కెల్విన్ మానంలో
1	విశాఖపట్టం	35°C	$F - 32 = \frac{9}{5} C$ $\Rightarrow F - 32 = \frac{9}{5} \times 35$ $\Rightarrow F - 32 = \frac{9}{5} \times 35$ $\Rightarrow F - 32 = 9 \times 7$ $\Rightarrow F - 32 = 63$ $\Rightarrow F = 63 + 32$ $\Rightarrow F = 95$ $\therefore 35^{\circ}\text{C} = 95\text{F}$	$K = C + 273$ $\Rightarrow K = 35 + 273$ $\Rightarrow K = 308$ $\therefore 35^{\circ}\text{C} = 308\text{K}$

గమనిక: అదే విధంగా కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత నమోదు చేసి పై పట్టికలో ప్రాయండి. ఉష్ణోగ్రత 5 గుణకం కాకపోతే $F - 32 = 1.8C$ సూత్రం వాడి సూక్ష్మికరణ చేయండి.

•Historical Note•



Bhaskara – II is a famous mathematician of ancient India. He wrote Siddhanta Shiromani at the age of 36 in 1150 A.D. and this work (consisting of about 1450 verses) was divided into four parts.

1. Lilavati (ARITHMETIC) has 278verses.
2. Bijaganit (ALGEBRA) has 213verses.
3. Goladhyaya (sphere/celestial globe) has 451 verses.
4. Grahaganit (mathematics of the planets) has 501 verses.

Linear equations in one variable and several variables were one of the equations that Bhaskara II was interested in, and he presented many problems below one problem is an example to illustrate it.

“A fifth part of a swarm of bees came to rest on the flower of Kadamba, a third on the flower of Silinda. Three times the difference between these two numbers flew over a flower of Krutaja, and one bee alone remained in the air, attracted by the perfume of a jasmine in bloom. Tell me, beautiful girl, how many bees were in the swarm?

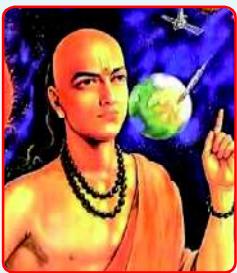


Points to Remember



- An open sentence which contain sign “=” is called an equation.
- An equation which involves only one variable whose highest power 1 is known as simple equation.
- Solution of simple equation or root of simple equation: The value of the variable for which equation becomes true is called the solution or the root of the equation.
- The equation remains unchanged if –
 - a) *The same number is added to both sides of the equation.*
 - b) *The same number is subtracted from both sides of the equation.*
 - c) *The same number is multiplied to both sides of the equation.*
 - d) *The same non-zero number divides both sides of the equation.*
- The process of changing the term from one side of the equation to other side is called *transposition*.
- So, by transposing a term we simply change its sign and carry it to the other side of the equation. Thus, in transposing terms from LHS to RHS.

‘+ quantity’ becomes ‘– quantity’
‘– quantity’ becomes ‘+ quantity’
‘x quantity’ becomes ‘÷ quantity’
‘÷ quantity’ becomes ‘x quantity’.



భాస్కర - 2 : ప్రాచీన భారతదేశపు ప్రసిద్ధ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు. అతను 1150 A.D.లో 36 సంవత్సరాల వయస్సులో సిద్ధాంత శిరోమణి రాశాడు మరియు ఈ రచన (సుమారు 1450 శౌక్లాలను కలిగి ఉంది). నాలుగు భాగాలుగా విభజించబడింది.

1. లీలావతి (ARITHMETIC) లో 278 శౌక్లాలు ఉన్నాయి.
2. బీజగణితం (ALGEBRA) గణితంలో 213 శౌక్లాలు ఉన్నాయి.
3. గోలాధ్యయ (గోళ / ఖగోళ భూగోళం) 451 శౌక్లాలను కలిగి ఉంది. మరియు
4. గ్రహగణిత్ (గ్రహంల గణితం)లో 501 శౌక్లాలు ఉన్నాయి.

ఈ చరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాలు (సామాన్య సమీకరణాలు), ఒకటి కంటే ఎక్కువ చరరాసులలో రేఖీయ సమీకరణాలు వాటి సొధానాలు మీద ఎక్కువ పరిశోధనలు చేసారు.

భాస్కర - 2 లీలావతి గణితంలో ప్రాసిన ఒక సమస్య :

“తేనేటీగల సమూహంలో ఐదవ భాగం కదంబ పుష్ప మీద, మూడవవంతు సిలిండా పుష్ప మీద విక్రాంతి తీసుకుంది. ఈ రెండు సంఖ్యల మధ్య తేడాకు మూడు రెట్లు తేనె దీగలు క్రత్తాజా పుష్పమైకి ఎగిరాయి. మరియు ఒక తేనేటీగ ఒంటరిగా గాలిలో ఉండిపోయింది. అయిన సమూహంలో ఎన్న తేనేటీగలు ఉన్నాయి?

సుర్భుంచుకోవలసిద్ధ బిడ్జయాలు



- ‘=’ గుర్తును కలిగిన అనిశ్చిత వాక్యాన్ని సమీకరణం అంటారు.
 - ఒకే చరరాశి గల సమీకరణంలో గరిష్ట ఘాతంకం 1 అయితే అటువంటి సమీకరణాన్ని సామాన్య సమీకరణం అంటారు.
 - సమీకరణంను తృప్తిపరచే చరరాశి యొక్క విలువను సాధన లేదా సమీకరణం యొక్క మూలం అంటారు.
 - సామాన్య సమీకరణాలు సాధించేటపుడు పాటించే నియమాలు :
 - a) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువను కలుపడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.
 - b) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువను తీసివేయడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.
 - c) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువతో గుణించడం వలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.
 - d) సమీకరణం ఇరువైపులా ఒకే విలువ (0 శూన్యతరసంఖ్య)తో భాగించడంవలన సమీకరణంలో ఎటువంటి మార్పు ఉండదు.
 - సమీకరణంలో ఒక వైపునున్న పదాన్ని నుండి మరొక వైపుకు మార్చే ప్రక్రియను పక్కాంతరం అంటారు.
 - పక్కాంతరం చెందినపుడు గుర్తును మార్చి, సమీకరణం యొక్క మరొక వైపుకు తీసుకువెళతాము.
- ఈ విధంగా, LHS నుండి RHS కు పదాలను మార్చడంలో
- + పరిమాణం ‘- పరిమాణం’ అవుతుంది.
 - పరిమాణం ‘+ పరిమాణం’ అవుతుంది.
 - x పరిమాణం ‘÷ పరిమాణం’ అవుతుంది.
 - ‘÷ పరిమాణం’ ‘ x పరిమాణం’ అవుతుంది.



Arithmetic Operations

In this type of questions, new operations will be assigned to old symbols. A student has to give the original operational symbol for each new symbol and find the correct answer. When more than one symbol is used in a mathematical expression, we are not supposed to carry out the operations at our discretion. There is a rule as to which operation is to be carried out first. This rule is called the BODMAS rule. Each letter of the word BODMAS represents a mathematical operation and the order of the letters indicates the order in which the operations are to be carried out.

In the questions given below, equations have become wrong due to wrong order of signs (+, -, \times , \div , =). Choose the correct order of signs from the given alternatives given under each question so that the equation becomes right .

Examples :

1) $56 = 7 + 2 - 16$

a) $+ \div \times$

ans. (3)

b) $- + \times$

c) $\div \times =$

d) $\div - -$

Explanation :

$$56 = 7 + 2 - 16 \rightarrow 56 \div 7 \times 2 = 16$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$16 = 16$$

2) $34 \times 2 = 17 + 34$

a) $-- \times$

ans. (4)

b) $+++$

c) $- \div \times$

d) $\div + =$

Explanation :

$$34 \times 2 = 17 \div 34 \rightarrow 34 \div 2 + 17 = 34$$

$$17 + 17 = 34$$

$$34 = 34$$

3) $10 \times 5 = 2 \div 4$

a) $\div + =$

ans. (1)

b) $- + \div$

c) $\times - =$

d) $= \times -$

Explanation :

$$10 \times 5 = 2 \div 4 \rightarrow 10 \div 5 + 2 = 4$$

$$2 + 2 = 4$$

$$4 = 4$$

4) $210 \div 15 = 15 - 15$

a) $+ - \times$

ans. (4)

b) $+ = \div$

c) $- \times \times$

d) $= \times -$

Explanation :

$$210 \div 15 = 15 - 15 \rightarrow 210 = 15 \times 15 - 15$$

$$210 = 225 - 15$$

$$210 = 210$$



అంకగణిత పరిక్రియలు

తార్పిక్ శభదార్

ఈ రకమైన ప్రశ్నలలో, పాత చిహ్నాలకు క్రొత్త పరిక్రియలు కేటాయించబడతాయి. ప్రతి క్రొత్త పరిక్రియకు విధ్యార్థి అసలు కార్యాచరణ చిహ్నాన్ని ఇవ్వాలి మరియు సరైన సమాధానం కనుగొనాలి. ఒకటి కంటే ఎక్కువ చిహ్నాలను గణిత సమాసంలో ఉపయోగించినప్పుడు, మనం అభీష్టానుసారం పరిక్రియలను నిర్వహించరాదు. మొదట ఏ గణిత పరిక్రియను చేయాలనే దానిపై ఒక నియమం ఉంది. ఈ నియమాన్ని BODMAS నియమం అంటారు. BODMAS అనే పదంలోని ప్రతి అక్షరం ఒక గణిత పరిక్రియను సూచిస్తుంది మరియు అక్షరాల క్రమం నిర్వహించాలిన పరిక్రియల క్రమాన్ని సూచిస్తుంది.

దిగువ ప్రశ్నలలో, సంకేతాల ($+, -, \times, \div, =$) క్రమం సరిగా లేని కారణంగా సమీకరణాలు తప్పగా మారాయి. ప్రతి ప్రశ్నకు క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రత్యామ్నాయాల నుండి సమీకరణం సరైనది అగునట్లు సంకేతాల యొక్క సరైన క్రమాన్ని ఎంచుకోండి.

ఉదాహరణలు:

1) $56 = 7 + 2 - 16$

a) $+ \div \times$

సమాధానం (3)

వివరణ :

b) $- + \times$

$$56 = 7 + 2 - 16 \rightarrow 56 \div 7 \times 2 = 16$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$16 = 16$$

c) $\div \times =$

d) $\div - -$

2) $34 \times 2 = 17 + 34$

a) $-- \times$

సమాధానం (4)

వివరణ :

b) $+ ++$

$$34 \times 2 = 17 \div 34 \rightarrow 34 \div 2 + 17 = 34$$

$$17 + 17 = 34$$

c) $- \div \times$

d) $\div + =$

$$34 = 34$$

3) $10 \times 5 = 2 \div 4$

a) $\div + =$

సమాధానం (1)

వివరణ :

b) $- + \div$

$$10 \times 5 = 2 \div 4 \rightarrow 10 \div 5 + 2 = 4$$

$$2 + 2 = 4$$

c) $\times - =$

d) $= \times -$

$$4 = 4$$

4) $210 \div 15 = 15 - 15$

a) $+ - \times$

సమాధానం (4)

వివరణ :

b) $+ = \div$

$$210 \div 15 = 15 - 15 \rightarrow 210 = 15 \times 15 - 15$$

$$210 = 225 - 15$$

$$210 = 210$$

c) $- \times \times$

d) $= \times -$

Practice Questions :

In the questions given below, equations have become wrong due to wrong order of signs (+, -, \times , \div , =). Choose the correct order of signs from the alternatives given under each question so that the equation becomes right.

1. $7 + 2 = 2 \times 3$

- a) $= \times +$ b) $= + \times$
c) $= + \div$ d) $+ \times =$

2. $7 + 2 \times 6 = 20$

- a) $= \times +$ b) $\times - =$
c) $\times + =$ d) $\div + =$

3. $15 \div 5 = 2 \times 1$

- a) $\div \times =$ b) $\div = \times$
c) $\times = +$ d) $\div = +$

4. $6 = 3 - 6 \div 12$

- a) $= \times \div$ b) $\div = \times$
c) $+ = -$ d) $\div \times =$

5. $3 + 1 \div 4 = 16$

- a) $- = \times$ b) $\times + =$
c) $+ \times =$ d) $= \times +$

6. $8 \div 4 = 2 + 1$

- a) $\div = +$ b) $\div = \times$
c) $\div \times =$ d) $= \div \times$

7. $2 \times 2 + 2 = 2$

- a) $\times \div =$ b) $\times = \div$
c) $+ \times =$ d) $\times + =$

8. $5 - 6 + 8 = 3$

- a) $+ - =$ b) $+ = -$
c) $- = \times$ d) $\div \times =$

9. $8 \div 2 = 2 \times 8$

- a) $+ - =$ b) $\div \times =$
c) $\div = \times$ d) $\times = \div$

10. $3 = 3 - 7 + 0$

- a) $- + =$ b) $+ \times =$
c) $- \times =$ d) $= \times -$

సాధనా ప్రశ్నలు :

దిగువ ప్రశ్నలలో, సంకేతాల ($+, -, \times, \div, =$) క్రమం సరిగా లేని కారణంగా సమీకరణాలు తప్పుగా మారాయి. ప్రతి ప్రశ్నకు క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రత్యామ్నాయాల నుండి సమీకరణం సరైనది అగునట్లు సంకేతాల యొక్క సరైన క్రమాన్ని ఎంచుకోండి.

1. $7 + 2 = 2 \times 3$

a) $= \times +$

b) $= + \times$

c) $= + \div$

d) $+ \times =$

2. $7 + 2 \times 6 = 20$

a) $= \times +$

b) $\times - =$

c) $\times + =$

d) $\div + =$

3. $15 \div 5 = 2 \times 1$

a) $\div \times =$

b) $\div = \times$

c) $\times = +$

d) $\div = +$

4. $6 = 3 - 6 \div 12$

a) $= \times \div$

b) $\div = \times$

c) $+ = -$

d) $\div \times =$

5. $3 + 1 \div 4 = 16$

a) $- = \times$

b) $\times + =$

c) $+ \times =$

d) $= \times +$

6. $8 \div 4 = 2 + 1$

a) $\div = +$

b) $\div = \times$

c) $\div \times =$

d) $= \div \times$

7. $2 \times 2 + 2 = 2$

a) $\times \div =$

b) $\times = \div$

c) $+ \times =$

d) $\times + =$

8. $5 - 6 + 8 = 3$

a) $+ - =$

b) $+ = -$

c) $- = \times$

d) $\div \times =$

9. $8 \div 2 = 2 \times 8$

a) $+ - =$

b) $\div \times =$

c) $\div = \times$

d) $\times = \div$

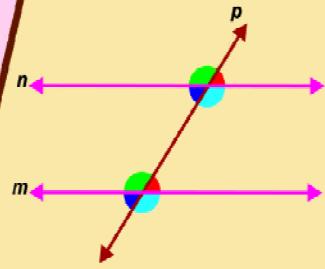
10. $3 = 3 - 7 + 0$

a) $- + =$

b) $+ \times =$

c) $- \times =$

d) $= \times -$

4**LINES AND ANGLES****Learning Outcomes****The learner is able to**

- understand the pair of angles based on their properties as complementary, supplementary, conjugate, adjacent, linear and vertically opposite angles.
- find the value of complementary, supplementary and conjugate angles of the given angle.
- give examples of various pairs of angles.
- explain the properties of various pairs of angles formed when a transversal cuts two lines.
- identify the pairs of angles and parallel lines in surroundings.
- solve the problems involving angles made by transversal on parallel lines.
- visualise and establish the relation between the pairs of angles formed by transversal with two parallel lines.

Content Items

- 4.0 Introduction
- 4.1 Pair of angles
- 4.2 Adjacent angles
- 4.3 Vertically opposite angles
- 4.4 Angles made by a transversal.

**4.0 Introduction :**

Look at the following picture, what do you observe? You will observe the concepts like point, line segment, line, ray, angle, types of angles, parallel lines, perpendicular lines, intersecting lines that we have learnt in the previous classes. Can you name them? In the picture, A is a point, \overline{AB} is a Line segment. If we extend the two end points of line segment in either direction endlessly, we will get a line \overleftrightarrow{AB} . Angles formed at corners $\angle PQR$ is an angle. 'l' and 'm' are parallel lines.

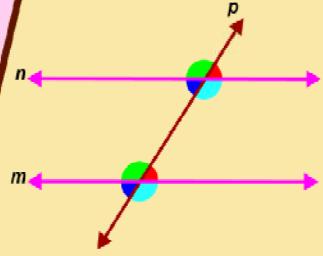


You also observe that a carpenter making chairs, tables, interiors etc. Do you know why they look so beautiful, perfect and strong? What happens if the marked angles are not equal? Do you observe where these lines and angles used in the picture?

Lines and angles are observed in all aspects of our life. Carpenters, Engineers, Architects etc., are using the concept of lines and angles in their works. Let us learn more about lines and angles in this chapter. Before going to discuss these concepts, let us recall the

concepts which we have learnt in the previous class by the following exercise.

రేఖలు మరియు కోణాలు



అభ్యాసకులు

- పూరక, సంపూరక, సంయుగ్మ, ఆసన్న, రేఖలు మరియు శీర్షభీముఖ కోణాలు గురించి అవగాహన చేసుకొంటారు.
- ఇచ్చిన కోణానికి పూరక, సంపూరక, సంయుగ్మకోణాలను కనుగొంటారు.
- వివిధ కోణాల జతలకు ఉదాహరణలు ఇస్తారు.
- ఒక జత సరళరేఖలపై తిర్యగ్రేభ చేయు కోణాలజతల లక్షణాలను వివరిస్తారు.
- తన పరిసరాల్లో గల కోణాలజతలను మరియు సమాంతర రేఖలను గుర్తిస్తారు.
- సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేభ చేయు కోణాలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేభ చేయు కోణాల జతలను ద్రుశ్యకరించును మరియు ఆ కోణాల జతల మధ్య గల సంబంధాన్ని స్థాపిస్తారు.

విషయాంశాలు

- పరిచయం
- కోణాల జత
- ఆసన్న కోణాలు
- శీర్షభీముఖ కోణాలు
- తిర్యగ్రేభ చే ఏర్పడు కోణాలు



T4V4U8

4.0 పరిచయం : క్రింద చిత్రాన్ని చూడండి, మీరు ఏమి గమనించారు? మీరు ఇంతకు ముందు తరగతులలో నేర్చుకున్న బిందువు, రేఖాఖండం, రేఖ, కిరణం, కోణం, కోణాల రకాలు, సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు, ఖండన రేఖలు వంటి భావనలను మీరు గమనించవచ్చు. మీరు వాటి పేర్లు చెప్పగలరా? పటంలో A అనేది బిందువు, AB ఒక రేఖాఖండం. రేఖాఖండం యొక్క రెండు అంత్యబిందువులను రెండు దిశలా అనంతంగా పొడిగించినట్లయితే, ఒక సరళరేఖ వచ్చును. మూలల యందు కోణాలు ఏర్పడినవి. $\angle PQR$ ఒక కోణం. 'l' మరియు 'm' లు సమాంతర రేఖలు.

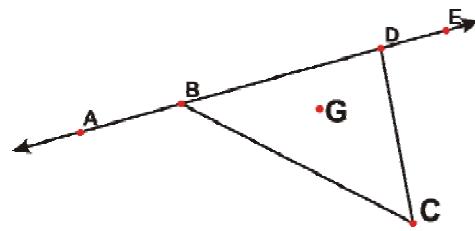
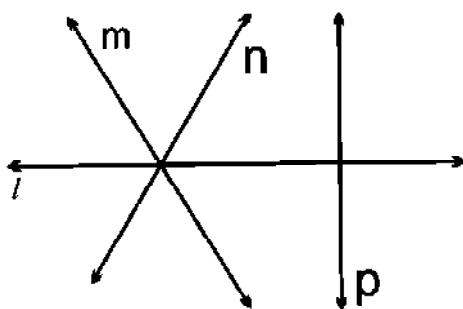
ఒక వడ్రంగి కుర్చీలు, బెంచీలు, ఇంటిలోసామాన్లు మొదలైన వాటిని తయారు చేయడాన్ని కూడా మీరు గమనించి ఉంటారు. అవి అంత అందంగా, బలంగా ఎందుకు కనిపిస్తాయో మీకు తెలుసా? ఒక వేళ మార్కు చేయబడ్డ కోణాలు సమానంగా లేనివో ఏమి జరుగుతుంది? చిత్రంలో ఈ రేఖలు మరియు కోణాలు ఎక్కడ ఉపయోగించబడ్డాయో మీరు గమనించారా?

మన నిత్యజీవితంలో అన్ని సందర్భాలలో సరళరేఖలు మరియు కోణాలను మనం గమనిస్తాము. వడ్రంగులు, ఇంజనీర్లు, ఆర్టిషెస్లు మొదలైనవారు అందరూ వారి యొక్క పనుల యందు సరళరేఖలు మరియు కోణాల భావనను ఉపయోగిస్తా ఉంటారు. ఈ అధ్యాయంలో సరళరేఖలు మరియు కోణాల గురించి మనం మరింత నేర్చుకుండా. ఈ భావనలను చర్చించడానికి ముందు, దిగువ అభ్యాసం చేయడం ద్వారా గత తరగతిలో నేర్చుకున్న భావనలను మనం గుర్తు చేయకుండా.

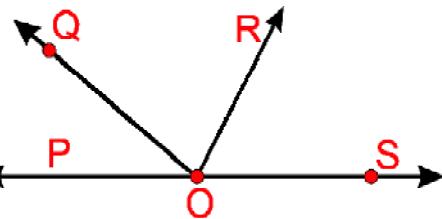


Review Exercise

1. Observe the figure and name the points, line segments, rays and lines from the figure.



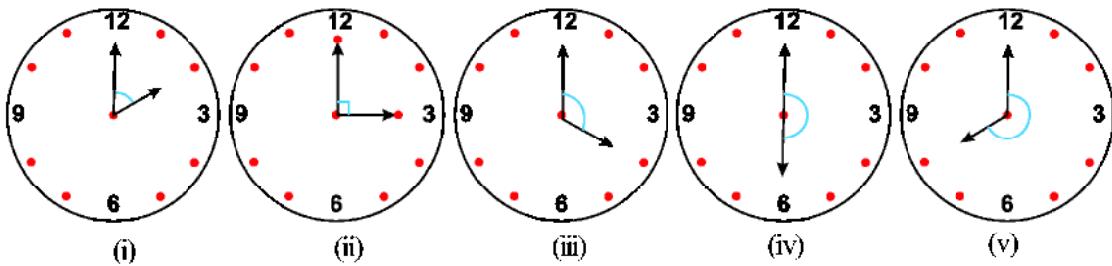
2. Observe the figure and write intersecting lines and concurrent lines.



3. Draw a line segment $PQ = 6.3$ cm.

4. Name any three possible angles in the adjacent figure.

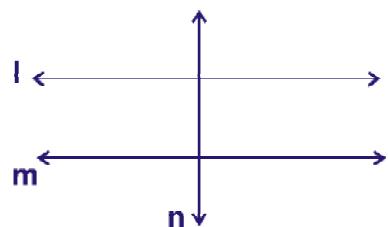
5. Write the type of angles you observed in the given clock.



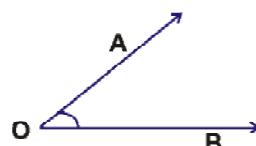
6. One right angle is equal to _____ degrees.

7. Write any two acute angles and any two obtuse angles.

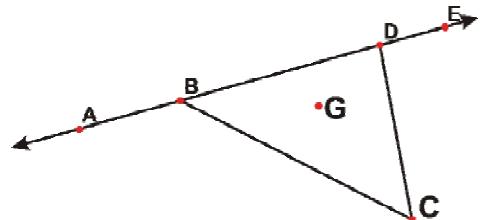
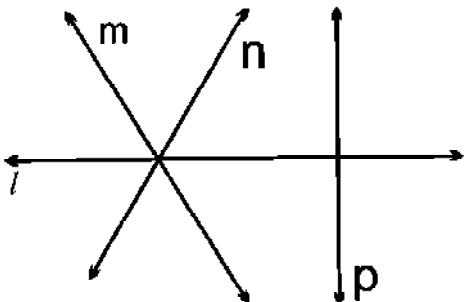
8. Observe the parallel and perpendicular lines in the given figure. Write them using symbols \parallel , \perp .



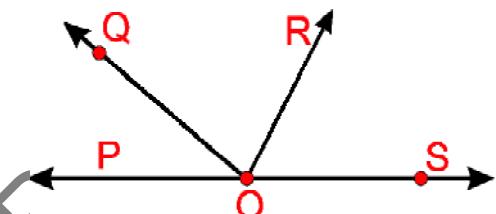
9. Measure and write angle $\angle AOB$ with the help of protractor.



1. పటాన్ని పరిశీలించండి. పటంలో గల బిందువులు, రేఖాఖండాలు, కిరణాలు మరియు సరళరేఖలను ప్రాయండి.



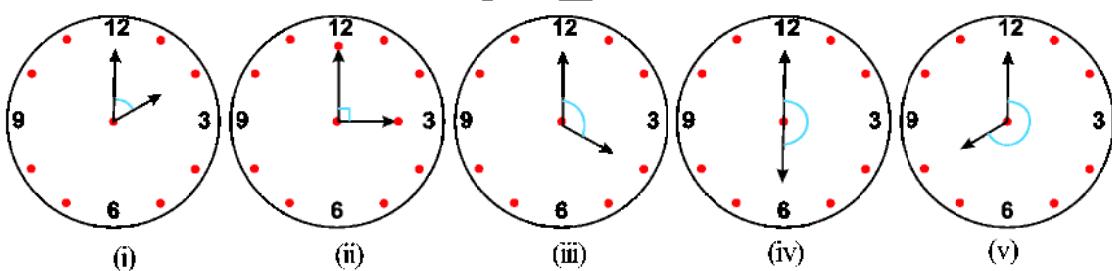
2. పటం పరిశీలించండి. పటంలో గల ఖండనరేఖలను మరియు విశితరేఖలను ప్రాయండి.



3. $PQ = 6.3$ సెం.మీ. రేఖాఖండాన్ని గీయండి.

4. ప్రక్కపటంలో గల ఏవైనా మూడు కోణాలను పేర్కొనండి.

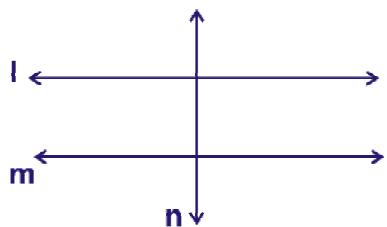
5. ఇచ్చిన గడియారంలో మీరు గుర్తించిన కోణం రకాన్ని ప్రాయండి.



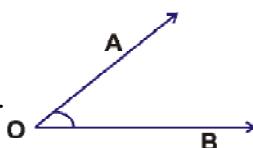
6. ఒక లంబకోణం _____ డిగ్రీలకు సమానం.

7. ఏవైనా రెండు అల్పకోణాలు మరియు రెండు అధికకోణాలను ప్రాయండి.

8. ఇవ్వబడ్డ పటంలో సమాంతరరేఖలను మరియు లంబరేఖలను గుర్తించండి. వాటిని గుర్తులు \parallel , \perp లను ఉపయోగించి ప్రాయండి.



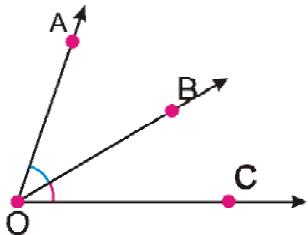
9. కోణం $\angle AOB$ ని కోణమాణిని సహయంతో కొలిచి ప్రాయండి.



4.1 Pair of angles :

A pair of angles means two angles. Let $\angle ABC$, $\angle PQR$ is a pair of angles and let $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle PQR = 45^\circ$. What is the sum of these two angles? The sum of these two angles is $60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$. In this way we can add angles of same units.

Observe the given figure.



Measure the angles $\angle AOB$, $\angle BOC$ and $\angle AOC$.

Here, $\angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$

What do you observe?

The sum of pair of angles $\angle AOB$ and $\angle BOC$ is $\angle AOC$.

We write, $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$



Take 15 pieces of a white paper. Write each pair of angles given below on each piece of paper. Fold each paper separately and put them in a box. Ask each student to come and take one folded piece of paper. Ask students to find the sum of angles written on them and write the sum on the paper.

- | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| i) $53^\circ, 27^\circ$ | ii) $48^\circ, 132^\circ$ | iii) $14^\circ, 76^\circ$ | iv) $90^\circ, 270^\circ$ | v) $200^\circ, 100^\circ$ |
| vi) $26^\circ, 64^\circ$ | vii) $63^\circ, 117^\circ$ | viii) $111^\circ, 60^\circ$ | ix) $144^\circ, 36^\circ$ | x) $180^\circ, 180^\circ$ |
| xi) $100^\circ, 260^\circ$ | xii) $40^\circ, 35^\circ$ | xiii) $45^\circ, 45^\circ$ | xiv) $89^\circ, 271^\circ$ | xv) $90^\circ, 90^\circ$ |

How many of you got a sum of 90° ? They are some pair of Complementary angles.

How many of you got a sum of 180° ? They are some pair of Supplementary angles.

How many of you got a sum of 360° ? They are some pair of Conjugate angles.

Remaining pair of angles are not complementary or supplementary or conjugate pair of angles.

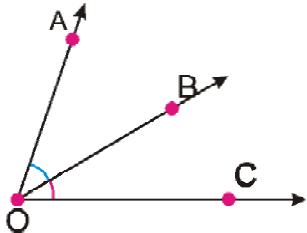
The types of pair of angles based on the sum of pair of angles:

Pair of angles	Examples	Examples in figures
Complementary angles: If the sum of two angles is 90° , then the angles are called as complementary angles to each other. i.e., If $\angle A + \angle B = 90^\circ$, then $\angle A$ is complementary angle to $\angle B$ and $\angle B$ is complementary angle to $\angle A$. Eg: $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$. So, 20° is the complementary angle of 70° and 70° is the complementary angle of 20° .	i) $30^\circ, 60^\circ$ ii) $51^\circ, 39^\circ$ iii) $\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ iv) $\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ v) $\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ Write 3 pairs on your own	i) ii)

4.1. కోణాల జత :

కోణాల జత అనగా రెండు కోణాలు అని అర్థం. $\angle ABC$, $\angle PQR$ లు కోణాల జత మరియు వాటి కొలతలు $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle PQR = 45^\circ$ అనుకొనిన ఈ రెండు కోణాల మొత్తం ఎంత? ఈ రెండు కోణాల మొత్తం $60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$ అవుతుంది. ఈ విధంగా మనం ఒకే ప్రమాణం గల కోణాలను కలపవచ్చు.

ఇచ్చిన పటాన్ని గమనించండి.



కోణాలు $\angle AOB$, $\angle BOC$ మరియు $\angle AOC$ లను కొలవండి.

ఇక్కడ, $\angle AOB = \underline{\quad}$, $\angle BOC = \underline{\quad}$, $\angle AOC = \underline{\quad}$

మీరు ఏమి గమనించారు?

$\angle AOB$ మరియు $\angle BOC$ కోణాల జత మొత్తం $\angle AOC$ కి సమానం.

దీనిని $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$ అని ప్రాస్తాం.

ఇటువెంటి



ప్రాస్తాం

15 తెల్ల కాగితం ముక్కలు తీసుకోండి. ప్రతి కాగితం ముక్క పై దిగువ ఇవ్వబడ్డ ఒక్కిక్క కోణాల జతను ప్రాయండి. ప్రతి కాగితాన్ని విడిగా మడిచి, వాటిని ఒక బాక్కులో ఉంచండి. ప్రతి విద్యార్థి వచ్చి ఒక మడత కాగితం ముక్కను తీసుకోమని చెప్పండి. వాటిపై రాసిన కోణాల మొత్తాన్ని కనుగొనమని విద్యార్థులను అడగండి మరియు ఆ మొత్తాన్ని కాగితంపై రాయమని చెప్పండి.

- | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| i) $53^\circ, 27^\circ$ | ii) $48^\circ, 132^\circ$ | iii) $14^\circ, 76^\circ$ | iv) $90^\circ, 270^\circ$ | v) $200^\circ, 100^\circ$ |
| vi) $26^\circ, 64^\circ$ | vii) $63^\circ, 117^\circ$ | viii) $111^\circ, 60^\circ$ | ix) $144^\circ, 36^\circ$ | x) $180^\circ, 180^\circ$ |
| xi) $100^\circ, 260^\circ$ | xii) $40^\circ, 35^\circ$ | xiii) $45^\circ, 45^\circ$ | xiv) $89^\circ, 271^\circ$ | xv) $90^\circ, 90^\circ$ |

మీలో ఎంతమందికి కోణాల మొత్తం 90° వచ్చింది? అవి కొన్ని పూరక కోణాల జతలు.

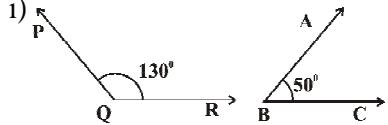
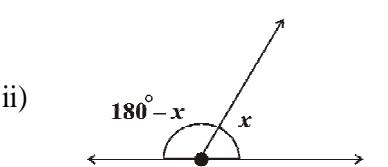
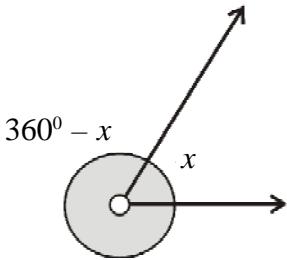
మీలో ఎంతమందికి కోణాల మొత్తం 180° వచ్చింది? అవి కొన్ని సంపూర్ణ కోణాల జతలు.

మీలో ఎంతమందికి కోణాల మొత్తం 360° వచ్చింది? అవి కొన్ని సంయుగ్య కోణాల జతలు.

మిగిలిన కోణాల జతలు పూరక కోణాలు లేదా సంపూర్ణ కోణాలు లేదా సంయుగ్య కోణాల జతలు కావు.

రెండుకోణాల మొత్తంను బట్టి కోణాల జతల రకాలు:

కోణాల జత	ఉదాహరణలు	పటములో ఉదాహరణలు
పూరక కోణాలు: రెండు కోణాలు మొత్తం 90° అయితే, ఆ రెండు కోణాలును ఒకదానికాకటి పూరక కోణాలు అంటారు. అనగా $\angle A + \angle B = 90^\circ$ అయినచో $\angle A$ యొక్క పూరక కోణం $\angle B$ అని మరియు $\angle B$ యొక్క పూరక కోణం $\angle A$ అని అంటారు. ఉదా : $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$, కనుక 20° యొక్క పూరక కోణం 70° మరియు 70° యొక్క పూరక కోణం 20° అవుతుంది.	i) $30^\circ, 60^\circ$ ii) $51^\circ, 39^\circ$ iii) $\underline{\quad}, \underline{\quad}$ iv) $\underline{\quad}, \underline{\quad}$ v) $\underline{\quad}, \underline{\quad}$ vi) $90^\circ - x$ మీరు స్వీచ్ఛంగా 3 జతలు ప్రాయండి.	

Pair of angles	Examples	Examples in figures
Supplementary angles: If the sum of two angles is 180° , then the angles are called as supplementary angles to each other i.e., If $\angle A + \angle B = 180^\circ$, then $\angle A$ is supplementary angle to $\angle B$ and $\angle B$ is supplementary angle to $\angle A$. Eg: $100^\circ + 80^\circ = 180^\circ$. So, 100° is the supplementary angle of 80° and 80° is the supplementary angle of 100° .	i) $120^\circ, 60^\circ$ ii) $162^\circ, 18^\circ$ iii) __, __ iv) __, __ v) __, __	i)  ii) 
Conjugate angles: If the sum of two angles is 360° , then the angles are called as conjugate angles to each other i.e., If $\angle A + \angle B = 360^\circ$, then $\angle A$ is conjugate angle to $\angle B$ and $\angle B$ is conjugate angle to $\angle A$. Eg: $200^\circ + 160^\circ = 360^\circ$. So, 200° is the conjugate angle of 160° and 160° is the conjugate angle of 200° .	i) $330^\circ, 30^\circ$ ii) $151^\circ, 209^\circ$ iii) __, __ iv) __, __ v) __, __	



- Find the complementary angles of i) 27° ii) 43° iii) k° iv) 2°
- Find the supplementary angles of i) 13° ii) 97° iii) a° iv) 46°
- Find the conjugate angles of i) 74° ii) 180° iii) m° iv) 300°

- (i) Umesh said, “Two acute angles cannot form a pair of supplementary angles.” Do you agree? Give reason.
- (ii) Lokesh said, “Each angle in any pair of complementary angles is always acute.” Do you agree? Justify your answer.

Example 1 : In the given figure, $\angle B$ and $\angle E$ are complementary angles. Find the value of x .

Solution : From the figure, $\angle B = x + 10^\circ$ and $\angle E = 35^\circ$

Since $\angle B$ and $\angle E$ are complementary angles,

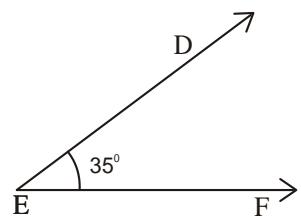
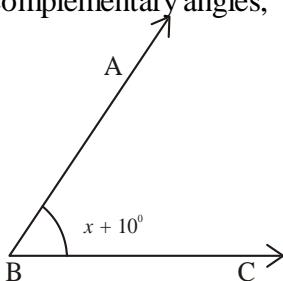
$$\angle B + \angle E = 90^\circ$$

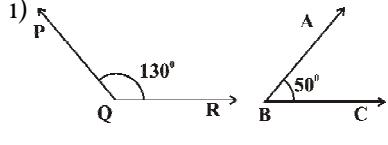
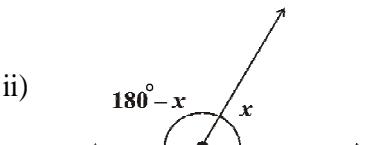
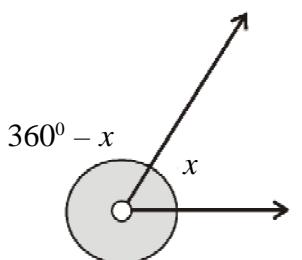
$$x + 10^\circ + 35^\circ = 90^\circ$$

$$x + 45^\circ = 90^\circ$$

$$x = 90^\circ - 45^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ$$



కోణాల జత	ఉదాహరణలు	పటములో ఉదాహరణలు
<p>సంపూర్ణ కోణాలు: రెండు కోణాల మొత్తం 180° అయితే ఆ రెండు కోణాలను ఒకదానికొకటి సంపూర్ణక కోణాలు అంటారు. అనగా $\angle A + \angle B = 180^\circ$ అయినచో $\angle A$ యొక్క సంపూర్ణక కోణం $\angle B$ అని మరియు $\angle B$ యొక్క సంపూర్ణక కోణం $\angle A$ అని అంటారు. ఉదా: $100^\circ + 80^\circ = 180^\circ$, కనుక 100° యొక్క సంపూర్ణక కోణం 80° మరియు 80° యొక్క సంపూర్ణక కోణం 100° అవుతుంది.</p>	i) $120^\circ, 60^\circ$ ii) $162^\circ, 18^\circ$ iii) __, __ iv) __, __ v) __, __	 
<p>సంయుగ్మ కోణాలు: రెండు కోణాల మొత్తం 360° అయితే ఆ రెండు కోణాలు ను ఒకదానికొకటి సంయుగ్మ కోణాలు అంటారు. అనగా $\angle A + \angle B = 360^\circ$ అయినచో $\angle A$ యొక్క సంయుగ్మ కోణం $\angle B$ అని మరియు $\angle B$ యొక్క సంయుగ్మ కోణం $\angle A$ అని అంటారు. ఉదా: $200^\circ + 160^\circ = 360^\circ$ కనుక 200° యొక్క సంయుగ్మ కోణం 160° మరియు 160° యొక్క సంయుగ్మ కోణం 200° అవుతుంది.</p>	i) $330^\circ, 30^\circ$ ii) $151^\circ, 209^\circ$ iii) __, __ iv) __, __ v) __, __	



- ఇచ్చిన కోణాలకు పూర్ణక కోణాలను కనుగొనండి. i) 27° ii) 43° iii) k° iv) 2°
- ఇచ్చిన కోణాలకు సంపూర్ణక కోణాలను కనుగొనండి. i) 13° ii) 97° iii) a° iv) 46°
- ఇచ్చిన కోణాలకు సంయుగ్మ కోణాలను కనుగొనండి. i) 74° ii) 180° iii) m° iv) 300°

- “రెండు అల్పకోణాలు, సంపూర్ణక కోణాల జతను వీర్పరచలేవు” అని ఉమేష్ అన్నాడు. మీరు అంగీకరిస్తారా? కారణం తెల్పండి.
- “పూర్ణకోణాల జతలో ప్రతికోణం ఎల్లప్పుడూ అల్పకోణమే” అని లోకేష్ అన్నాడు. మీరు అంగీకరిస్తారా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

ఉదాహరణ 1 : ఇచ్చిన పటంలో $\angle B$ మరియు $\angle E$ లు పూర్ణక కోణాలు అయిన x యొక్క విలువను కనుగొనండి.

సాధన : పటం నుండి, $\angle B = x + 10^\circ$ మరియు $\angle E = 35^\circ$

$\angle B$ మరియు $\angle E$ లు పూర్ణక కోణాలు కనుక,

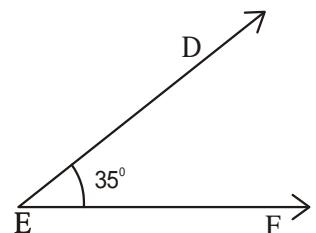
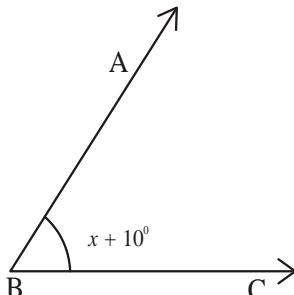
$$\angle B + \angle E = 90^\circ$$

$$x + 10^\circ + 35^\circ = 90^\circ$$

$$x + 45^\circ = 90^\circ$$

$$x = 90^\circ - 45^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ$$



Example 2 : If the ratio of supplementary angles is 4:5, then find the two angles.

Solution : Given ratio of supplementary angles = 4 : 5

$$\text{Sum of the parts in the ratio} = 4 + 5 = 9$$

$$\text{Sum of the supplementary angles} = 180^\circ$$

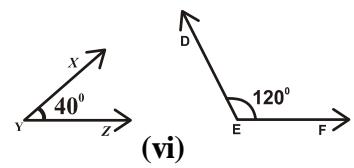
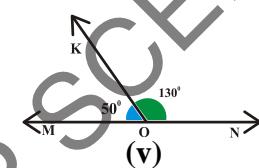
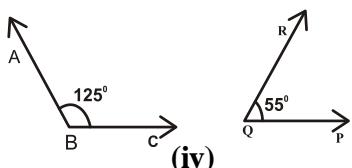
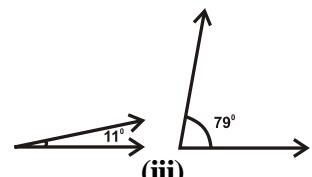
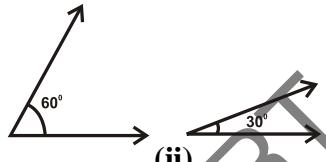
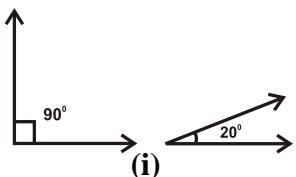
$$\text{First angle} = \frac{4}{9} \times 180^\circ = 80^\circ$$

$$\text{Second angle} = \frac{5}{9} \times 180^\circ = 100^\circ$$

Exercise - 4.1

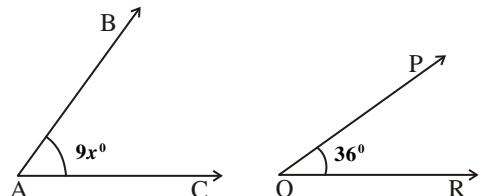


1. Find which of the following pair of angles are complementary and which are supplementary?



2. If the ratio of two complementary angles is 2 : 3, then find the two angles.

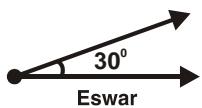
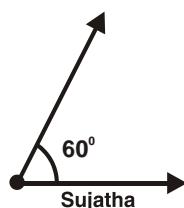
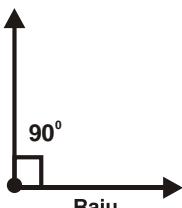
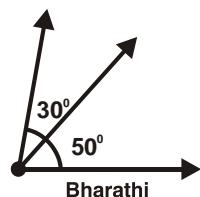
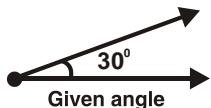
3. In the figure, $\angle A$ and $\angle Q$ are complementary angles. Find the value of x .



4. If $\angle A$ and $\angle B$ are conjugate angles and $\angle A = \angle B$. Find the two angles.

5. Draw a pair of complementary angles and a pair of supplementary angles.

6. Teacher asked students to draw the complementary angle to the given angle. The students have drawn as follows. Who is correct?



ఉదాహరణ 2 : సంపూర్ణక కోణాల నిపుత్తి $4 : 5$ అయిన ఆ రెండు కోణాలను కనుగొనండి.

సాధన : ఇచ్చిన సంపూర్ణక కోణాల నిపుత్తి $= 4 : 5$

నిపుత్తిలో భాగాల యొక్క మొత్తం $= 4 + 5 = 9$

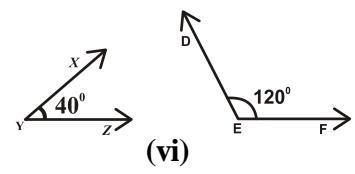
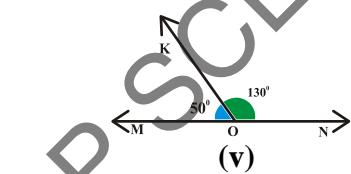
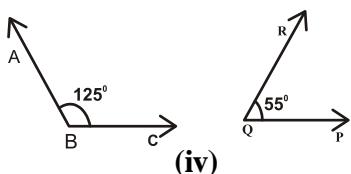
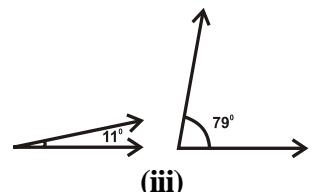
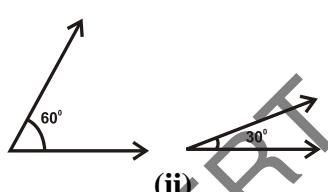
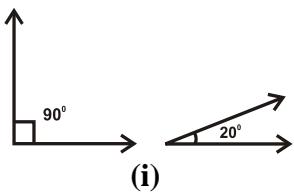
సంపూర్ణక కోణాల మొత్తం $= 180^\circ$

$$\text{మొదటి కోణం} = \frac{4}{9} \times 180^\circ = 80^\circ$$

$$\text{రెండవ కోణం} = \frac{5}{9} \times 180^\circ = 100^\circ$$

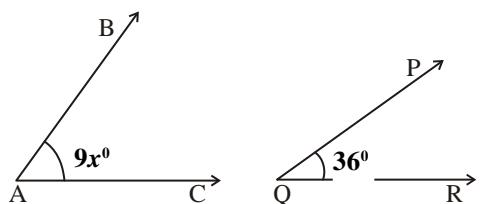


1. క్రింది కోణాల జతలలో ఏది పూర్ణక కోణాలు, ఏది సంపూర్ణక కోణాల జతలో కనుగొనండి?

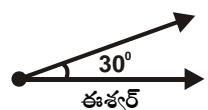
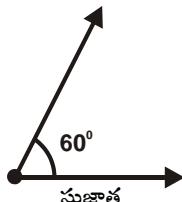
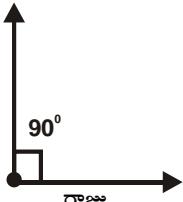
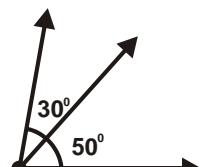
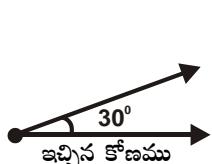


2. రెండు పూర్ణక కోణాల నిపుత్తి $2 : 3$ అయితే ఆ రెండు కోణాలను కనుగొనండి.

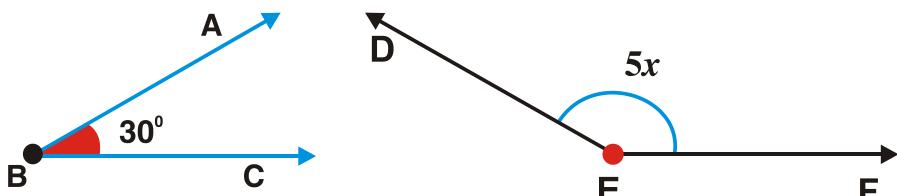
3. ఇచ్చిన పటంలో $\angle A$ మరియు $\angle Q$ లు పూర్ణక కోణాలు అయిన x యొక్క విలువను కనుగొనండి.



4. $\angle A$ మరియు $\angle B$ లు సంయుగ్మ కోణాలు మరియు $\angle A = \angle B$ అయిన ఆ రెండు కోణాలను కనుగొనండి.
5. ఒక జత పూర్ణక కోణాలు, ఒక జత సంపూర్ణక కోణాల పటములను గీయండి.
6. ఉపాధ్యాయుడు తన విద్యార్థులకు ఒకకోణాన్ని ఇచ్చి ఆ కోణానికి పూర్ణక కోణాన్ని గీయమని చెప్పేను. విద్యార్థులు క్రింది విధంగా గీచితిరి అయిన వారిలో ఎవరు సరైన విధంగా గీచెను?

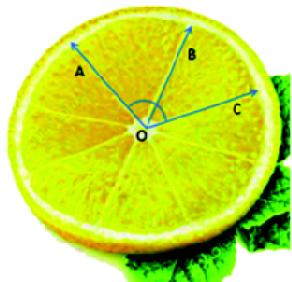


7. In the given figure $\angle B$ and $\angle E$ are supplementary angles. Find x .



8. Ashritha said, "In the pair of supplementary angles, one angle must be obtuse angle." Do you agree? Give reason.
9. Find the angle which is 40° more than its supplementary angle?
10. Srinu said, "Two obtuse angles cannot be supplementary." Do you agree? Justify your answer.

4.2 Adjacent angles :



Look at the adjacent picture of lemon piece. What do you observe? At the center, we find many angles lying next to one another. Observe the angles $\angle AOB$ and $\angle BOC$. What is the vertex of $\angle AOB$? What is the vertex of $\angle BOC$? Observe that 'O' is the common vertex of both angles. \overline{OB} is the common arm of both angles, and both angles lie on either side of \overline{OB} . These are adjacent angles.

'Two angles are said to be adjacent angles, if they have a common vertex, common arm and lie on either side of the common arm.'

Observe the adjacent angles in the given pictures:



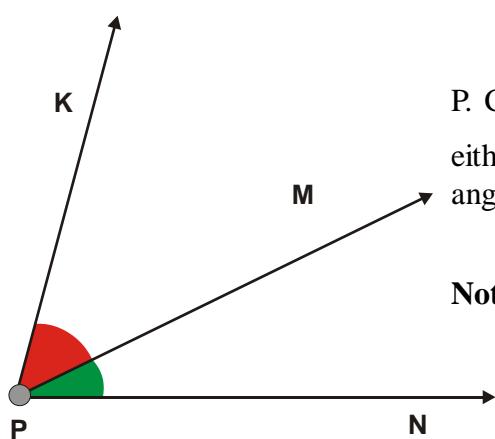
Bullock cart wheel



Fan



clock

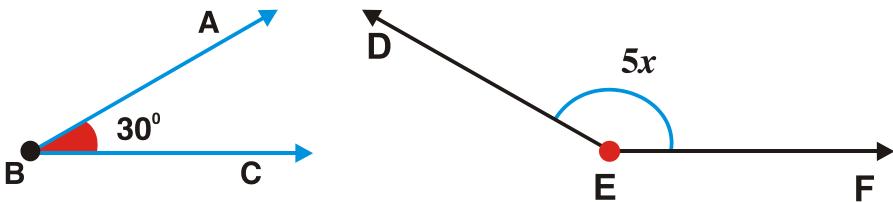


In the figure, the common vertex of $\angle KPM$ and $\angle MPN$ is P. Common arm is \overrightarrow{PM} . Both angles $\angle KPM$ and $\angle MPN$ lie on either side of \overrightarrow{PM} . So, $\angle KPM$ and $\angle MPN$ is a pair of adjacent angles.

Note :

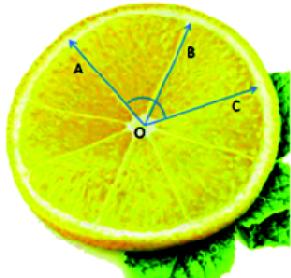
- 1. The interior of adjacent angles must have no common points.
- 2. The adjacent angles need not be complementary or supplementary.

7. ఇచ్చిన పటంలో $\angle B$ మరియు $\angle E$ లు సంపూర్కక కోణాలు అయిన x ను కనుగొనండి.



8. "సంపూర్కక కోణాల జతలో, ఒక కోణం ఖచ్చితంగా అధిక కోణమై ఉండాలి" అని ఆళ్తి చెప్పింది. దీనిని నీవు అంగీకరిస్తావా? కారణం తెల్పుండి.
9. ఒక కోణం దాని సంపూర్కక కోణం కంటే 40° ఎక్కువ, అయిన ఆ కోణాన్ని కనుగొనండి?
10. "రెండు అధికకోణాలు సంపూర్కక కోణాల జత కాలేవు" అని శ్రీను అన్నాడు. దీనిని మీరు అంగీకరిస్తారా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

4.2 ఆసన్నకోణాలు :



ప్రక్కనున్న నిమ్మకాయ ముక్క చిత్రాన్ని చూడండి. మీరు ఏమి గమనించారు? మధ్యలో అనేక కోణాలు ఒకదాని పక్కన మరొకటి ఏర్పడడాన్ని మీరు గమనించవచ్చు. $\angle AOB$ మరియు $\angle BOC$ కోణాలను గమనించండి. $\angle AOB$ యొక్క శీర్షం ఏమిటి? $\angle BOC$ యొక్క శీర్షం ఏమిటి? రెండు కోణాల యొక్క ఉమ్మడి భుజం \overline{OB} అని గమనించండి. మరియు రెండు కోణాలు ఉమ్మడి భుజం \overline{OB} కి చేరో వైపున కలవు అని గమనించండి. ఇవి ఆసన్న కోణాలు.

"రెండు కోణాలు ఉమ్మడి శీర్షం, ఉమ్మడి భుజం కలిగి ఆ రెండు కోణాలు ఉమ్మడి భుజంకి చెరోవైపున ఉన్నచో వాటిని ఆసన్నకోణాలు అంటారు."

ఇటువంటి ఆసన్న కోణాలను క్రింది ఇవ్వబడ్డ చిత్రాల్లో గమనించండి:



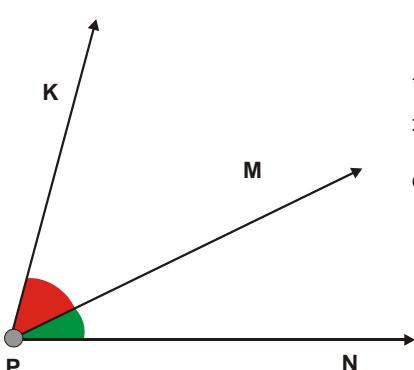
ఎడ్డులఱండి చక్కము



ఫ్యాను



గడియారము



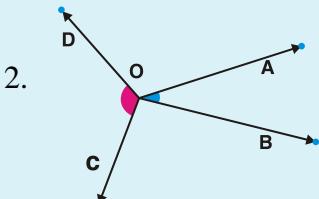
పటంలో, $\angle KPM$ మరియు $\angle MPN$ యొక్క ఉమ్మడి శీర్షం P మరియు ఉమ్మడి భుజం \overrightarrow{PM} . $\angle KPM$ మరియు $\angle MPN$ లు ఉమ్మడి భుజం \overrightarrow{PM} కి చెరొక వైపున ఉన్నాయి. కనుక $\angle KPM$ మరియు $\angle MPN$ లు ఆసన్న కోణాలు అవుతాయి.

- గమనిక:**
- ఆసన్న కోణాల అంతరంలలో ఉమ్మడి బిందువులు ఉండవు.
 - ఆసన్న కోణాల పూర్కక కోణాలు గాని, సంపూర్కక కోణాలు గాని కావలసిన అవసరం లేదు.

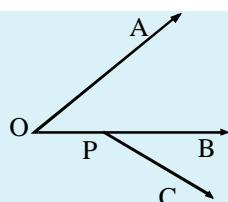


Let's think

1. In the figure, $\angle AOB$ and $\angle BPC$ are not adjacent angles. Why? Give reason.

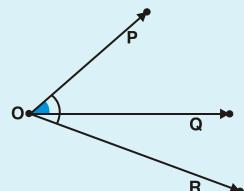


In the figure, $\angle AOB$ and $\angle COD$ have common vertex O.

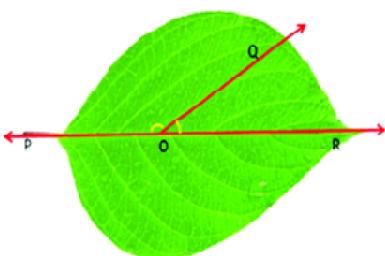


But $\angle AOB$, $\angle COD$ are not adjacent angles.
Why? Give reason.

3. In the figure, $\angle POQ$ and $\angle POR$ have common vertex O and common arm OP but $\angle POQ$ and $\angle POR$ are not adjacent angles. Why? Give reason.



4.2.1 Linear pair of angles:



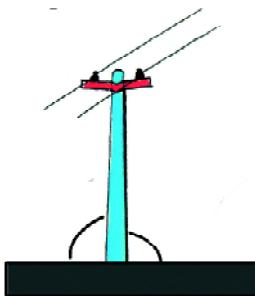
Look at the adjacent figure. Observe the angles formed on the PR. What are the adjacent angles here? $\angle POQ$ and $\angle QOR$ are adjacent angles. Observe that these angles are formed at a point on the line on the same side. What is the sum of these two angles? Their sum is 180° . These are linear pair of angles.

"A pair of adjacent angles whose sum is 180° are called linear pair of angles."

Observe the linear pair of angles in the given pictures:



Pen stand



Electrical pole



Tree

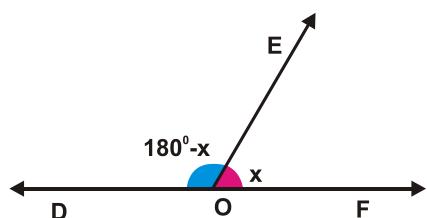
In the figure, \overrightarrow{DF} is a straight line and O is a point on \overrightarrow{DF} . \overrightarrow{OE} is a ray.

$\angle DOE$, $\angle EOF$ is a linear pair of angles.

If $\angle EOF = x$, then $\angle DOE = 180^\circ - x$

If $\angle EOF = 40^\circ$ then $\angle DOE = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

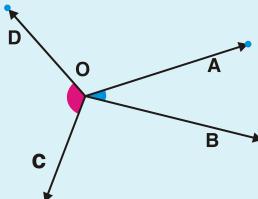
If $\angle DOE = 83^\circ$ then $\angle EOF = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$





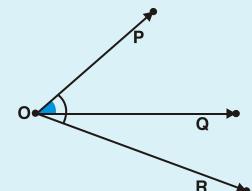
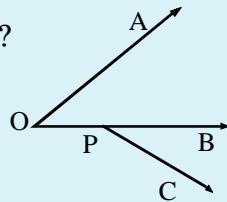
అలోచించండి

1. పటంలో $\angle AOB$ మరియు $\angle BPC$ లు ఆసన్న కోణాలు కావు. ఎందుకు? కారణం తెల్పండి.

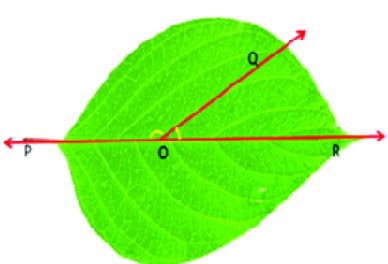


2. పటంలో, $\angle AOB$ మరియు $\angle COD$ లకు ఉమ్మడి శీర్షం O. కానీ $\angle AOB, \angle COD$ ఆసన్న కోణాలు కావు. ఎందుకు? కారణం తెల్పండి.

3. పటంలో, $\angle POQ$ మరియు $\angle POR$ లకు ఉమ్మడి శీర్షం O మరియు ఉమ్మడి భుజం OPగా కలవు. కానీ $\angle POQ$ మరియు $\angle POR$ లు ఆసన్న కోణాలు కావు. ఎందుకు? కారణం తెల్పండి.



4.2.1. రేఖీయ కోణాల జత :

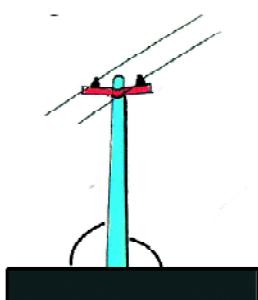


ప్రకృతున్న పటాన్ని చూడండి. PR పై ఏర్పడిన కోణాలను గమనించండి. వీటిలో ఆసన్న కోణాలు ఏమిటి? $\angle POQ$ మరియు $\angle QOR$ లు ఆసన్న కోణాలు. ఈ రెండు కోణాలు సరళరేఖ పై ఒకే వైపున ఒకే బిందువు వద్ద ఏర్పడ్డాయని గమనించండి. ఈ రెండు కోణాల మొత్తం ఎంత ఉంటుంది? వాటి మొత్తం 180° . ఇవి ఒక రేఖీయకోణాల జత.

“రెండు ఆసన్న కోణాల మొత్తం 180° అయినచో వాటిని రేఖీయకోణాల జత లేదా రేఖీయధ్వయం అని అంటారు.” రేఖీయకోణాల జతలను క్రింది ఇవ్వబడ్డ చిత్రాల్లో గమనించండి:



పెన్ స్టాండ్



కరింటు స్టాంబు



చెట్టు

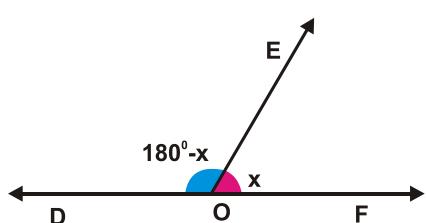
పటంలో, \overrightarrow{DF} ఒక సరళ రేఖ మరియు సరళ రేఖ \overrightarrow{DF} పై O ఒక బిందువు. \overrightarrow{OE} ఒక కిరణం.

ఇక్కడ $\angle DOE, \angle EOF$ లు రేఖీయ కోణాల జత.

$$\angle EOF = x \text{ అయిన } \angle DOE = 180^\circ - x$$

$$\angle EOF = 40^\circ \text{ అయిన } \angle DOE = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\angle DOE = 83^\circ \text{ అయిన } \angle EOF = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$$



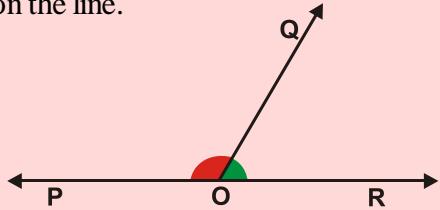


Check Your Progress

In the adjacent figure \overrightarrow{PR} is a straight line and O is a point on the line.

\overrightarrow{OQ} is a ray.

- If $\angle QOR = 50^\circ$, then what is $\angle POQ$?
- If $\angle QOP = 102^\circ$, then what is $\angle QOR$?



- Note:**
- The non-common arms of the linear pair of angles are two opposite rays and they lie on a straight line.
 - Linear pair of angles are supplementary.

Let's Explore



- A linear pair of angles must be adjacent but adjacent angles need not be linear pair. Do you agree? Draw a figure to support your answer.
- Mahesh said that the sum of two angles 30° and 150° is 180° , hence they are linear pair. Do you agree? Justify your answer.

Example 3: Find the linear pair of angles which are equal to each other?

Solution : Let the equal linear pair of angles are x° and x°

$$x^\circ + x^\circ = 180^\circ \quad (\text{why?})$$

$$2x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180^\circ}{2}$$

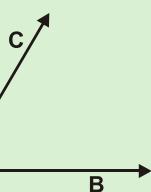
$$x^\circ = 90^\circ$$

Hence, each angle = 90°



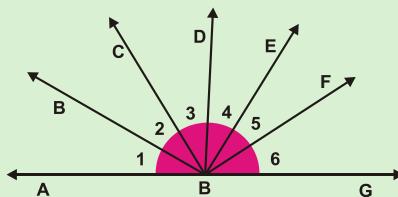
Let's think

- In the adjacent figure \overrightarrow{AB} is a straight line, O is a point on \overrightarrow{AB} . \overrightarrow{OC} is a ray. Take a point D in the interior of $\angle AOC$, join OD.



Find $\angle AOD + \angle DOC + \angle COB$?

- In the given figure, \overrightarrow{AG} is a straight line. Find the value of $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6$?



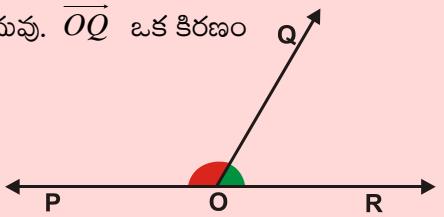
- Note :**
- The sum of the angles at a point on the same side of the line is 180° .
 - The sum of all the angles at a point is 360° .



ప్రకృతటం \overrightarrow{PR} ఒక సరళ రేఖ మరియు సరళ రేఖ \overrightarrow{PR} పై O ఒక బిందువు. \overrightarrow{OQ} ఒక కిరణం

i) $\angle QOR = 50^\circ$ అయిన $\angle POQ$ విలువ ఎంత?

ii) $\angle QOP = 102^\circ$ అయిన $\angle QOR$ విలువ ఎంత?



- గమనిక: 1. రేఖీయ ద్వయం యొక్క ఉమ్మడి భుజం కాని భుజాలు రెండు వ్యతిరేక కిరణాలు మరియు అవి ఒకే సరళరేఖపై ఉంటాయి.
2. రేఖీయ కోణాల జత సంపూర్ణారకాలు.

అన్వేషించండి



1. రేఖీయ ద్వయం ఎల్లప్పుడూ ఆసన్నకోణాలు అవుతాయి. కానీ ఆసన్నకోణాలు ఎల్లప్పుడూ రేఖీయ ద్వయం కావలసిన అవసరం లేదు. మీరు అంగీకరిస్తారా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుటకు ఒక పటాన్ని గేరుండి.
2. రెండు కోణాలు 30° మరియు 150° ల మొత్తం 180° కనుక అవి రేఖీయ ద్వయం అవుతాయి అని మహావ్ చెప్పాడు. దీనిని నీవు అంగీకరిస్తావా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

ఉండావరణ 3 : ఒకదానితో మరొకటి సమానంగా ఉండే రేఖీయ కోణాల జతను కనుగొనండి?

సాధన : సమానంగా గల రేఖీయ కోణాల జతను x° మరియు x° అని అనుకొనుము.

$$x^\circ + x^\circ = 180^\circ \quad (\text{ఎందుకు?})$$

$$2x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180^\circ}{2}$$

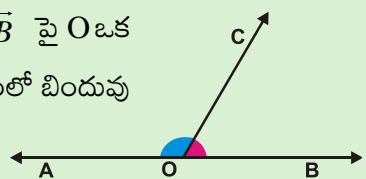
$$x^\circ = 90^\circ$$

కనుక, ఒకొక్క కోణం $= 90^\circ$



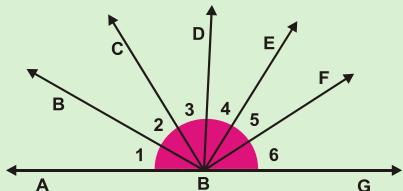
అలోచించండి

- i) ప్రకృతటంలో \overrightarrow{AB} ఒక సరళరేఖ, సరళరేఖ \overrightarrow{AB} పై O ఒక బిందువు. \overrightarrow{OC} ఒక కిరణం. $\angle AOC$ అంతరంలో బిందువు D ని తీసుకొని, OD కలపండి.



$\angle AOD + \angle DOC + \angle COB$ ను కనుగొనండి?

- ii) ప్రకృతటంలో \overrightarrow{AG} ఒక సరళరేఖ,
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ విలువ కనుగొనండి?



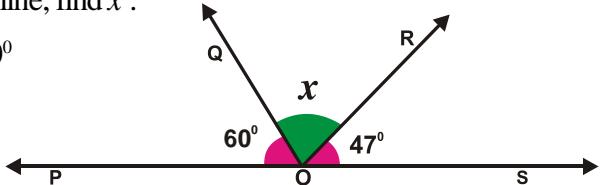
- గమనిక: i) సరళరేఖపై ఒక బిందువు వద్ద ఆ రేఖకు ఒక వైపున గల కోణాల మొత్తం 180° అవుతుంది.
- ii) ఒక బిందువు వద్ద గల అన్ని కోణాల మొత్తం 360° .

Example 4 : In the given figure, \overrightarrow{PS} is a straight line, find x^0 .

Solution : From the given figure, $\angle POQ = 60^\circ$

$$\angle QOR = x^\circ$$

$$\angle ROS = 47^\circ$$



But $\angle POQ + \angle QOR + \angle ROS = 180^\circ$ (why?)

$$60^\circ + x^\circ + 47^\circ = 180^\circ$$

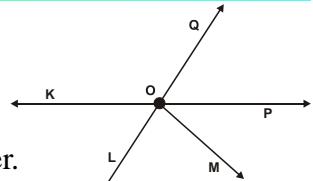
$$x^\circ + 107^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 107^\circ$$

$$x^\circ = 73^\circ$$

Exercise - 4.2

- Observe the given figure and write any 2 linear pairs of angles.

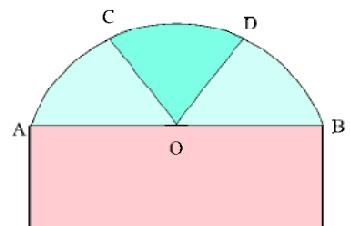


- Draw a pair of adjacent angles which are complementary to each other.

- Draw a pair of adjacent angles which are supplementary to each other.

- Give any two examples of adjacent angles in your surroundings.

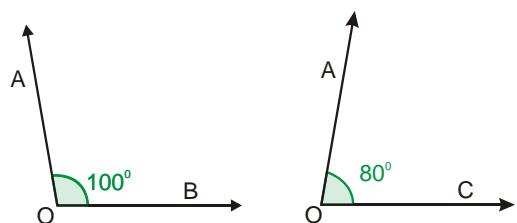
- Observe the figure and write the adjacent angles.



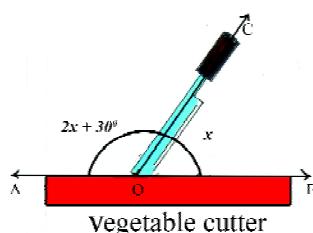
- Is it possible for the following pair of angles to form a linear pair? If yes, draw them. If not, give reason.

- $120^\circ, 60^\circ$
- $98^\circ, 102^\circ$

- Draw the following angles as linear pair.
Write the straight line and common arm.



- In the given figure, \overrightarrow{AB} is a straight line. O is a point on \overrightarrow{AB} . Find the value of x .

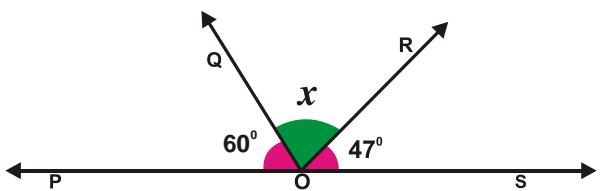


ఉదాహరణ 4 : ఇచ్చిన పటంలో \overrightarrow{PS} ఒక సరళరేఖ అయిన x^0 కనుగొనండి.

సాధన : ఇచ్చిన పటం నుండి, $\angle POQ = 60^\circ$

$$\angle QOR = x^\circ$$

$$\angle ROS = 47^\circ$$



$$\text{కానీ } \angle POQ + \angle QOR + \angle ROS = 180^\circ \text{ (ఎందుకు?)}$$

$$60^\circ + x^\circ + 47^\circ = 180^\circ$$

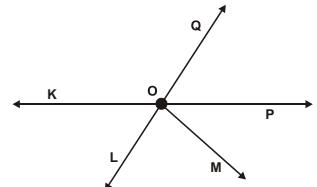
$$x^\circ + 107^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 107^\circ$$

$$x^\circ = 73^\circ$$

అభిమం-4.2

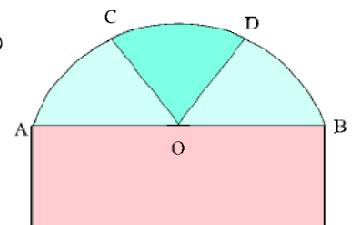
1. ఇచ్చిన పటాన్ని గమనించండి మరియు 2 రేఖీయ కోణాల జతలను రాయండి.



2. ఒకదానికాకటి పూరక కోణాలయ్యే ఆసన్న కోణాల జతను గీయండి.

3. ఒకదానికాకటి సంపూర్ణ కోణాలయ్యే ఆసన్న కోణాల జతను గీయండి.

4. మీ పరిసరాలలో నీవు గమనించే ఆసన్న కోణాలకు సంబంధించి ఏపైనా రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.



5. పటంను పరిశీలించండి. వీలయ్యే ఆసన్న కోణాల జతలను రాయండి.

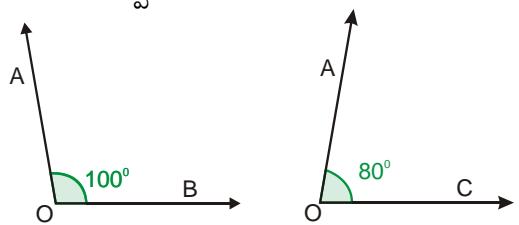
6. ఇచ్చిన కోణాల జత రేఖీయ ద్వయం అయ్యే అవకాశం వుందా?

ఒకవేళ అవును అయితే, వాటిని గీయండి. ఒకవేళ కానట్లయితే, కారణం ఇవ్వండి.

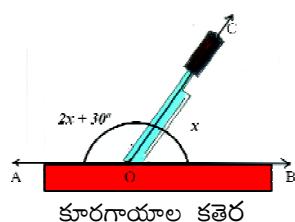
- i) $120^\circ, 60^\circ$ ii) $98^\circ, 102^\circ$

7. క్రింది కోణాలను రేఖీయద్వయంగా గీయండి. అందులో

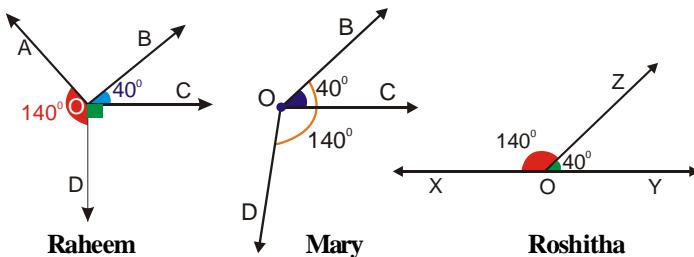
గల సరళరేఖను మరియు ఉమ్మడిభుజాన్ని ప్రాయండి.



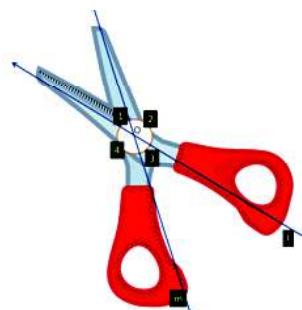
8. ఇచ్చిన పటంలో \overrightarrow{AB} ఒక సరళరేఖ. \overrightarrow{AB} పై O ఒక బిందువు. x విలువ కనుక్కోండి.



9. Teacher asked students to check whether 40° and 140° form a linear pair or not by drawing angles. The students have drawn as follows. Who will get correct answer?



4.3 Vertically opposite angles :



Look at the picture of scissors. Observe the angles marked in the picture. How many angles do you observe in the scissors? What are they? The angles are $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ and $\angle 4$.

Is there any angle which is not linear pair to $\angle 1$? Yes, it is $\angle 3$, which is exactly opposite to $\angle 1$. These are vertically opposite angles.

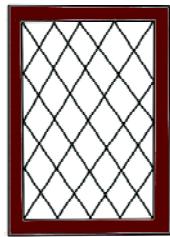
'When two straight lines intersect each other, the pair of opposite angles formed at the point of intersection are called as vertically opposite angles.'

Here, in scissors two lines ' l ' and ' m ' intersect each other at point O. $\angle 1$, $\angle 3$ is a pair of vertically opposite angles. And $\angle 2$, $\angle 4$ is another pair of vertically opposite angles.

Observe the pair of vertically opposite angles in the given pictures.



Glass Table



window with cross bars



Cross roads

Let us learn an important property of vertically opposite angles through an activity.

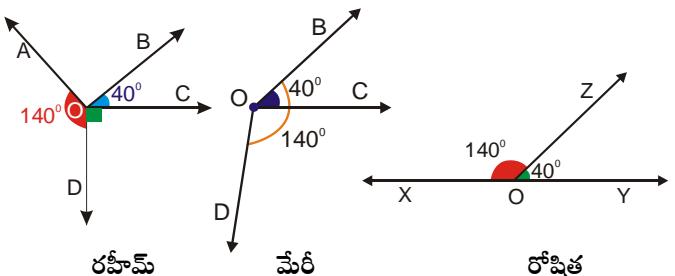


Take a white paper. Draw 3 distinct pairs of intersecting lines on this paper. Measure the angles so formed and fill the table.

S.No.	Figure on white paper	Vertically opposite angles	Equal or not equal
1		$\angle 1 =$ $\angle 3 =$	
		$\angle 2 =$ $\angle 4 =$	

From the above table, we observe that "vertically opposite angles are equal."

9. 40° మరియు 140° కోణాలు రేఖల్ని ద్వయం ను ఎర్పున్స్తాయా లేదో పటం గీచి సరిచూడమని ఒక టీచరు తన విద్యార్థులకు చెప్పేను. ఆ విద్యార్థులు క్రింది విధంగా పటం గీచెను. అయిన ఎవరికి సరియైన సమాధానం వచ్చును?



4.3 శీర్షాభిముఖ కోణాలు:

ప్రక్కనున్న కత్తెర యొక్క చిత్రాన్ని చూడండి. పటంలో గుర్తించిన కోణాలను గమనించండి. కత్తెరలో ఎన్ని కోణాలను మీరు గమనించారు? అవి ఏమిలే? అవి $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ కోణాలు.

$\angle 1$ కు రేఖల్ని ద్వయం కాని కోణం ఏదైనా ఉన్నదా? అవును వుంది. అది $\angle 1$ కు సరిగ్గా ఎదురుగా గల కోణం $\angle 3$. ఇవి శీర్షాభిముఖ కోణాలు అవుతాయి.

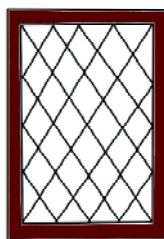
“రెండు సరళరేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకొన్నప్పుడు, ఆ ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడిన అభిముఖకోణాల జతను శీర్షాభిముఖ కోణాలు అని అంటారు.”

కత్తెర పటంలో ‘I’ మరియు ‘m’ అనే రెండు రేఖలు ఒకదానితో మరొకటి O బిందువు వద్ద ఖండించుకొన్నవి. ఇక్కడ $\angle 1, \angle 3$ లు ఒక జత శీర్షాభిముఖ కోణాలు. $\angle 2, \angle 4$ అనేది మరో జత శీర్షాభిముఖ కోణాలు.

శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలను ప్రక్కనున్న చిత్రాల్లో గమనించండి.



అడ్డం గల పేఱలు



అడ్డ గీతల గల కిటికి

అడ్డ రోడ్లు

ఇప్పుడు మనం శీర్షాభిముఖ కోణాల యొక్క ఒక ముఖ్యమైన ధర్మాన్ని ఒక కృత్యం ద్వారా నేర్చుకుందాం.

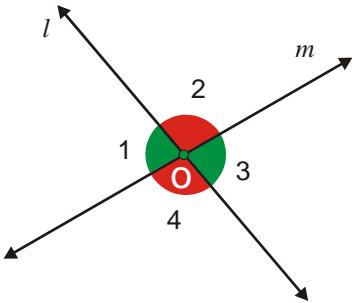


ఒక తెల్లు కాగితం తీసుకోండి. ఈ కాగితంపై 3 విభిన్న జతల ఖండన రేఖలను గీయండి. అలా ఏర్పడిన కోణాలను కొలిచి పట్టికలో నింపండి.

క్ర.సం.	తెల్లు కాగితంపై పటం	శీర్షాభిముఖ కోణాలు	సమానమా? కాదా?
1		$\angle 1 =$ $\angle 3 =$	
		$\angle 2 =$ $\angle 4 =$	

ప్రతి పట్టిక నుంచి “శీర్షాభిముఖ కోణాల సమానం” అని గమనించగలరు.

We can prove this property as follows.



In the figure, let lines l and m intersect at O .

Let the angles formed be $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ and $\angle 4$

$$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (why?)}$$

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (why?)}$$

$$\angle 1 + \angle 4 = \angle 3 + \angle 4$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \text{ Similarly, } \angle 2 = \angle 4$$

Hence, we conclude that the pair of vertically opposite angles are equal.

Example 5 : Observe the figure, then find x, y and z .

Solution : From the figure, $x = 110^\circ$ (vertically opposite angles are equal)

$$y + 110^\circ = 180^\circ \text{ (why?)}$$

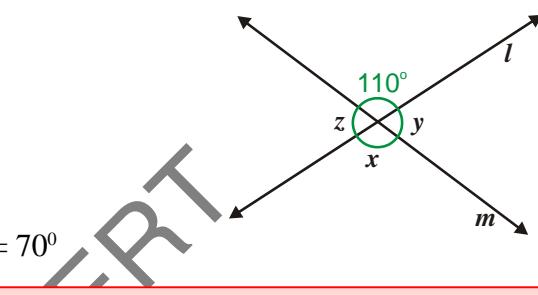
$$y = 180^\circ - 110^\circ$$

$$= 70^\circ$$

$$z = y \text{ (why?)}$$

$$z = 70^\circ$$

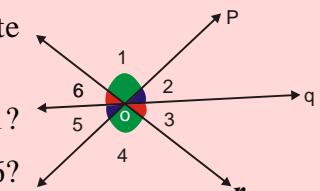
Hence $x = 110^\circ, y = 70^\circ$ and $z = 70^\circ$



Check Your Progress

In the figure three lines p, q and r intersect at a point O . Observe the angles in the figure. Write answers to the following.

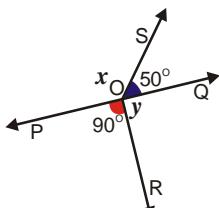
- What is the vertically opposite angle to $\angle 1$?
- What is the vertically opposite angle to $\angle 6$?
- If $\angle 2 = 50^\circ$, then what is $\angle 5$?



Exercise - 4.3

- Name three pairs of vertically opposite angles in the figure.

If $\angle AOB = 45^\circ$, then find $\angle DOE$.

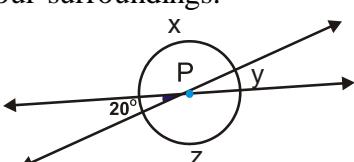
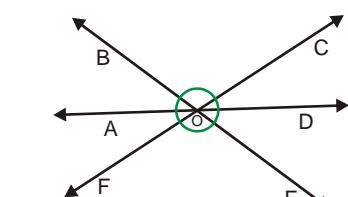


- In the given figure \overleftrightarrow{PQ} is a straight line. Check whether x and y are vertically opposite angles or not? Give reason.

- Write any three examples for vertically opposite angles in your surroundings.

- In the given figure, the lines l and m intersect at point P.

Observe the figure and find the values of x, y and z .



ఈ ధర్మాన్ని మనం క్రింది విధంగా నిరూపించవచ్చు.

పటంలో సరళర్థాలు l మరియు m లు బిందువు O వద్ద ఖండించుచున్నవి అని అనుకొనుము.

ఆప్యుడు ఏర్పడిన కోణాలు $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ మరియు $\angle 4$ అనుకొనుము.

$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (ఎందుకు?)

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \text{ (ఎందుకు?)} \quad \text{[Q]} \quad \text{[A]}$$

$$\angle 1 + \angle 4 = \angle 3 + \angle 4$$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ සේ බඳුනා, $\angle 2 = \angle 4$

కనుక, శీర్షభిముఖ కోణాలు సమానం అని మనం నిర్ధారించవచ్చు.

ઉದાહરણ 5: પ્રક્રસ્તાવનું હશે કે ગમનિંચિ x, y મરિયુ z વિલાલનું કનુગ૊નંદિ.

సార్థక: పటం నుండి, $x = 110^0$ (శీర్షభీముఖ కోణాలు సమానం)

$$y + 110^\circ = 180^\circ \text{ (எங்கு?)}.$$

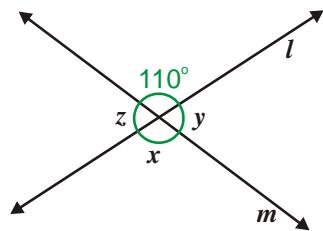
$$y = 180^\circ - 110^\circ$$

$$= 70^{\circ}$$

$z = y$ (ఎందుకు?)

$$z = 70^{\circ}$$

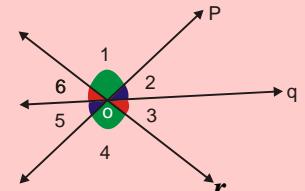
కనుక, $x = 110^\circ$, $y = 70^\circ$ మరియు $z = 70^\circ$



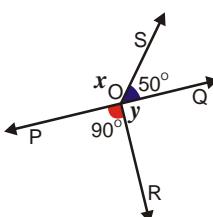
వి ప్రదత్తన
సులభాస్తుకోరీ

పటంలో మూడు సరళరేఖలు p , q మరియు r లు ఒక బిందువు O వద్ద ఖండించుకొనివని. పటంలో కోణాలను పరిశీలించండి. క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

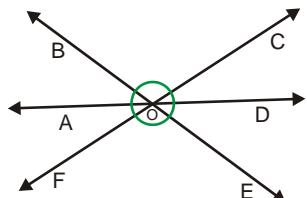
- i) $\angle 1$ කි ජ්‍යාම්ඩ්‍රුම් අනුකූල නොවේ?
ii) $\angle 6$ කි ජ්‍යාම්ඩ්‍රුම් අනුකූල නොවේ?
iii) $\angle 2 = 50^\circ$ අයින $\angle 5$ විළුව නොවේ?



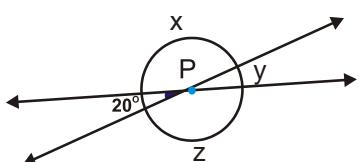
1. పటం నుండి మూడు జతల శీర్షాభిముఖ కోణాల జతల పేర్లను పేర్కొనండి.
పటంలో $\angle AOB = 45^\circ$ అయిన $\angle DOE$ కనుగొనండి.



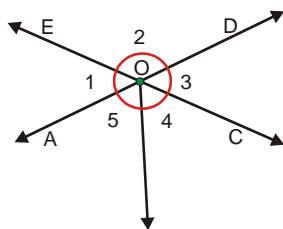
2. ఇచ్చిన పటంలో \overline{PQ} ఒక సరళరేఖ. x మరియు y లు శీర్షాభిముఖ కోణాలు అవుతాయో లేదో సరిచూడండి. కారణం తెలుండి.



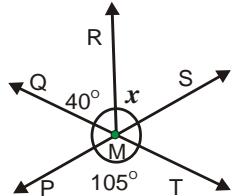
3. మీ పరిసరాలలో శేర్చాభిముఖ కోణాలుకు మూడు ఉదాహరణలను రాయండి.
 4. ఇచ్చిన పటంలో సరళరేఖలు l మరియు m లు బిందువు P వద్ద ఖండించుకొనుచున్నవి. పటాన్ని పరిశేలించి x, y మరియు z లు విలువలను కనుగొనండి.



5. In the given figure, two lines \overrightarrow{AD} and \overrightarrow{EC} intersect at O. Name two pairs of vertically opposite angles in the given figure.



6. Two lines \overrightarrow{PS} and \overrightarrow{QT} intersect at M. Observe the figure and find x .



4.4 Angles made by a transversal :

Look at the following pictures to understand Transversal concept.



A transversal is a straight line that intersects two or more straight lines at distinct points.

Observe the following figures.

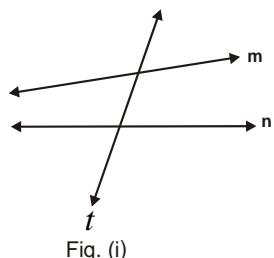


Fig. (i)

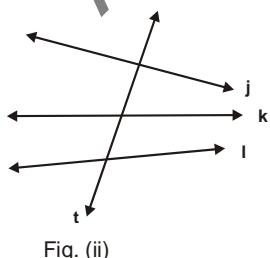


Fig. (ii)

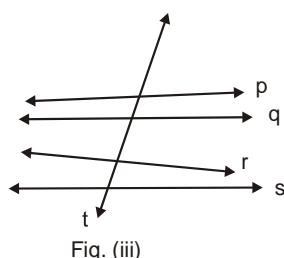


Fig. (iii)

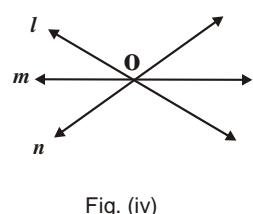


Fig. (iv)

In figure i) the line t intersects the lines m and n at two distinct points.

In figure ii) the line t intersects three lines j , k and l at three distinct points.

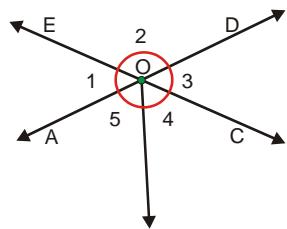
In figure iii) the line t intersects four lines p , q , r and s at four distinct points.

In all the above three cases, we say that the line t is a transversal.

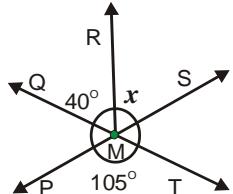
In figure iv) the lines l , m and n intersect at one point O.

Hence, there is no transversal in figure iv.

5. ఇచ్చిన పటంలో రెండు సరళరేఖలు \overrightarrow{AD} మరియు \overrightarrow{EC} లు బిందువు O వద్ద ఖండించుకొన్నది. ఇచ్చిన పటం నుండి రెండు జతల శీర్షాఫీముఖ కోణాల పేర్లను పేర్కొనండి.



6. రెండు సరళరేఖలు \overrightarrow{PS} మరియు \overrightarrow{QT} లు బిందువు M వద్ద ఖండించుకొన్నపాటి. పటాన్ని పరిశీలించి x ను కనుగొనండి.

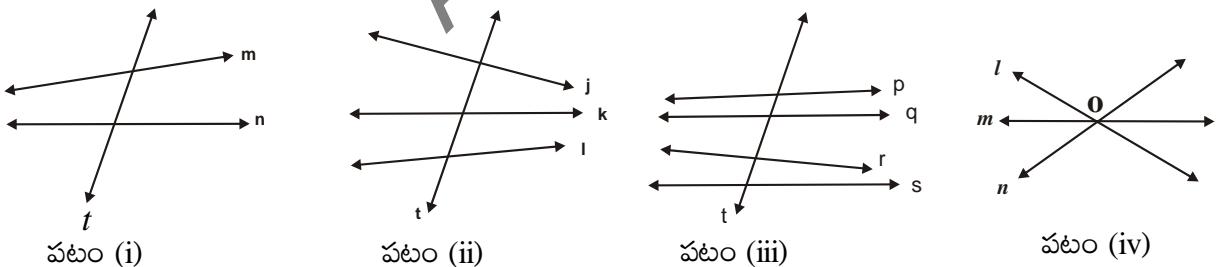


4.4 తిర్యగ్రేభచే ఏర్పడు కోణాలు :

తిర్యగ్రేభ భావనను అర్థం చేసుకోవడం కొరకు దిగువ చిత్రాలను చూడండి.



“రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సరళరేఖలు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించే సరళరేఖను తిర్యగ్రేభ అంటారు.”



పటం i) లో సరళరేఖలు m మరియు n లను మరో సరళరేభ t రెండు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించినది.

పటం ii) లో సరళరేఖలు j, k మరియు l లను మరో సరళరేభ t మూడు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించినది.

పటం iii) లో సరళరేఖలు p, q, r మరియు s లను మరో సరళరేభ t నాలుగు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించినది.

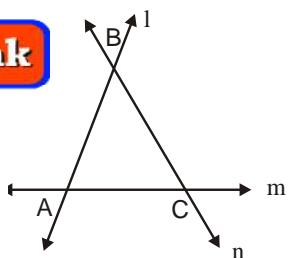
పైన పేర్కొన్న మూడు సందర్భాల్లోనూ సరళరేభ t ని తిర్యగ్రేభ అని అంటాము.

పటం iv) లో సరళరేఖలు l, m మరియు n రేభలు ఒకే బిందువు O వద్ద ఖండించుకొనుచున్నపాటి.

కనుక ఈ సందర్భంలో తిర్యగ్రేభ లేదు అని అంటాము.



Let's think

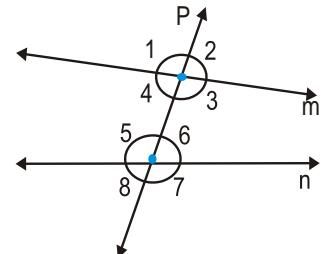


- i) In the figure, the line l intersects other two lines m and n at A and B respectively. Hence l is a transversal. Is there any other transversal in the figure? Give reason.
- ii) How many transversals can be drawn for the given pair of lines?

Angles made by a transversal:

When a transversal p intersects two lines m and n at two distinct points, then 8 angles will be formed as shown in the figure.

In the figure, let the angles formed by the transversal be $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ and $\angle 8$.

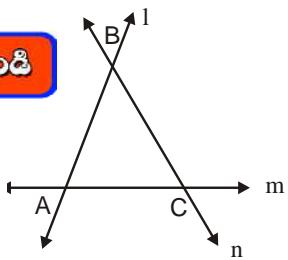


Now let us learn about various pairs of angles formed by a transversal.

S.No.	Types of angles	Figure	Angles in the figure
1	Interior angles : Angles in between the lines m and n		$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2	Exterior angles : Angles that are not in between the lines m and n		$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3	Corresponding angles: Two angles which are on the same side of transversal, one interior and other exterior but not adjacent angles are pair of corresponding angles.		Four pairs ($\angle 1, \angle 5$), ($\angle 4, \angle 8$), ($\angle 2, \angle 6$), ($\angle 3, \angle 7$)
4	Alternate interior angles : Interior angles on either side of the transversal but not adjacent angles are alternate interior angles.		Two pairs ($\angle 4, \angle 6$), ($\angle 3, \angle 5$)
5	Alternate exterior angles : Exterior angles on either side of the transversal but not adjacent angles are alternate exterior angles.		Two pairs ($\angle 1, \angle 7$), ($\angle 2, \angle 8$)



అల్జీబెంజండి

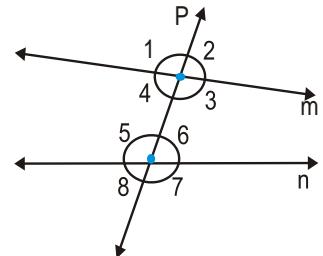


- i) పటంలో సరళరేఖలు m , n లను వరసగా A మరియు B బిందువుల వద్ద ఖండించినది. అందువల్ల l ఒక తిర్యగ్రేభ అవుతుంది. పటంలో ఇంకా ఏమైనా తిర్యగ్రేభలు ఉన్నాయా? కారణం తెల్పండి.
- ii) ఒక జత సరళరేఖలకు ఎన్ని తిర్యగ్రేభలను గీయవచ్చు?

తిర్యగ్రేభచే ఏర్పడు కోణాలు:

రెండు సరళరేఖలు m మరియు n లను ఒక తిర్యగ్రేభ p , రెండు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించినప్పుడు, పటంలో చూపించిన విధంగా 8 కోణాలు ఏర్పడును. పటంలో తిర్యగ్రేభచే ఏర్పడిన కోణాలు $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ మరియు $\angle 8$ అని అనుకొనుము.

ఇప్పుడు, మనం తిర్యగ్రేభచే ఏర్పడిన వివిధ కోణాల జతలను గురించి నేర్చుకుందాం.



క్ర.సం.	కోణాలు – రకాలు	పటము	పటంలో కోణాలు
1	అంతరకోణాలు: సరళరేఖలు m మరియు n ల మధ్య నున్న కోణాలు		$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2	బాహ్యకోణాలు : సరళరేఖలు m మరియు n మధ్య లేని కోణాలు		$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3	సద్యశకోణాలు: తిర్యగ్రేభకు ఒకే మైన పుండి, ఒకటి అంతరంలో మరొకటి బాహ్యంగా ఉంటూ, ఆనన్న కోణాలు కాని వాటిని సద్యశకోణాలు అంటారు.		నాలుగు జతలు $(\angle 1, \angle 5),$ $(\angle 4, \angle 8),$ $(\angle 2, \angle 6),$ $(\angle 3, \angle 7)$
4	ఏకాంతరకోణాలు: తిర్యగ్రేభకు చెరోక మైన పుండా, ఆనన్న కోణాలు కాని, అంతర కోణాలను ఏకాంతర కోణాలు అంటారు.		రెండు జతలు $(\angle 4, \angle 6),$ $(\angle 3, \angle 5)$
5	ఏకబాహ్యకోణాలు: తిర్యగ్రేభకు చెరోక మైన పుండా, ఆనన్న కోణాలు కాని, బాహ్యకోణాలను ఏక బాహ్యకోణాలు అంటారు.		రెండు జతలు $(\angle 1, \angle 7),$ $(\angle 2, \angle 8)$

S.No	Types of angles	Figure	Angles in the figure
6	Co-interior angles : Interior angles on same side of transversal are co-interior angles.		Two pairs ($\angle 3, \angle 6$), ($\angle 4, \angle 5$)
7	Co-exterior angles: Exterior angles on same side of transversal are co-exterior angles.		Two pairs ($\angle 2, \angle 7$), ($\angle 1, \angle 8$)



Observe the figures i) and ii) then fill the table.

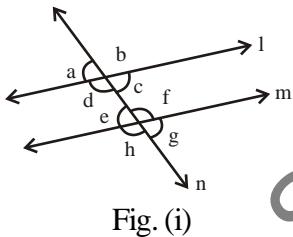


Fig. (i)

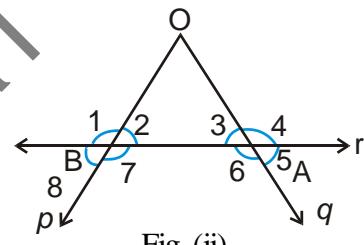


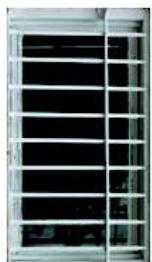
Fig. (ii)

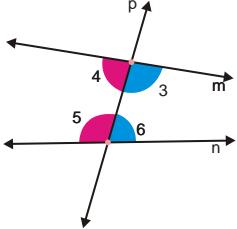
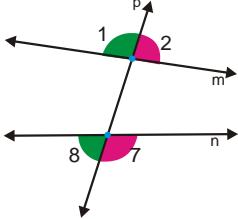
Figure	Transversal	Exterior angles	Interior angles	Pairs of corresponding angles	Pairs of alternate interior angles	Pairs of alternate exterior angles
(i)	n			$\angle a, \angle e$ $\angle b, \angle f$ $\angle c, \angle g$ $\angle d, \angle h$		
(ii)		$\angle 1, \angle 4,$ $\angle 5, \angle 8$				

4.4.1 Transversal on parallel lines :

Two coplanar lines which do not intersect at any point are called as parallel lines.

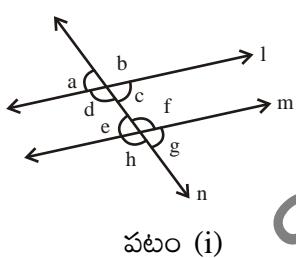
In the picture, the horizontal bars of window represent parallel lines and the vertical bar which intersect horizontal bars represent a transversal.



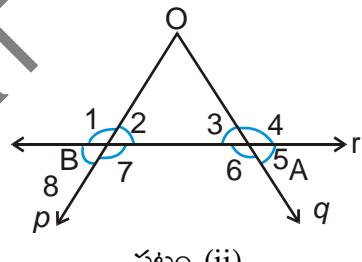
క్ర.సం.	కోణాలు – రకాలు	పటము	పటంలో కోణాలు
6	సహా అంతర కోణాలు : తిర్యగ్రేభుకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాలు సహా అంతర కోణాలు అగును.		రెండు జతలు $(\angle 3, \angle 6),$ $(\angle 4, \angle 5)$
7	సహా బాహ్య కోణాలు : తిర్యగ్రేభుకు ఒకే వైపున గల బాహ్య కోణాలు సహా బాహ్య కోణాలు అగును.		రెండు జతలు $(\angle 2, \angle 7),$ $(\angle 1, \angle 8)$



పటం (i) మరియు (ii) లను గమనించి పద్ధీకరించండి.



పటం (i)



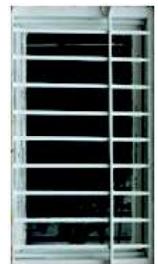
పటం (ii)

పటం	తిర్యగ్రేభు	బాహ్యకోణాలు	అంతర కోణాలు	సదృశ కోణాల జతలు	వీకాంతర కోణాల జతలు	వీకబాహ్య కోణాల జతలు
(i)	n			$\angle a, \angle e$ $\angle b, \angle f$ $\angle c, \angle g$ $\angle d, \angle h$		
(ii)		$\angle 1, \angle 4,$ $\angle 5, \angle 8$				

4.4.1 సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేభు :

ఒకే తలంలోని రెండు సరళరేఖలు ఖండించు కొననిచో వాటిని సమాంతరరేఖలు అని అంటారు.

ప్రకృతిభంగా అమల్చిన ఊచలు సమాంతరరేఖలను సూచిస్తే వాటిని ఖండిస్తూ నిలవుగా ఉన్న ఊచ, తిర్యగ్రేభును సూచిస్తుంది.



Now let us know the properties of pair of angles formed when a transversal intersect a pair of parallel lines.

1) Property of corresponding angles:

Now let us know the property of corresponding angles through an activity.



Take a graph sheet. Draw a pair of parallel lines m and n and draw a transversal p which intersects ' m ' and ' n ' at two distinct points on a graph sheet. Let the angles formed be $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ and $\angle 8$ as shown in the figure.

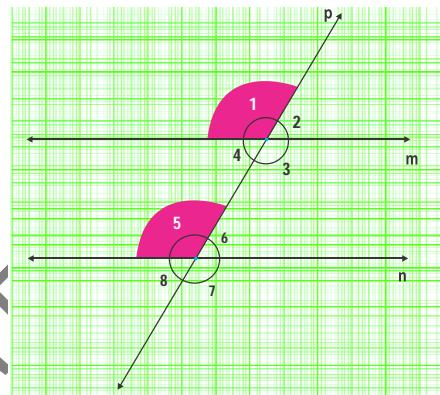
Take a small paper and cut it into the shape of $\angle 1$, then keep that piece at $\angle 5$.

What do you observe? You observe that paper coincides with $\angle 5$ as shown in the figure.

Take another small paper and cut it in the shape of $\angle 2$.

Now keep that piece at $\angle 6$. What do you observe?

You observe that it coincides with $\angle 6$. Similarly, by continuing this activity you observe that $\angle 4$ coincides with $\angle 8$ and $\angle 3$ coincides with $\angle 7$.



From the above activity, we conclude that, '**when a transversal intersects a pair of parallel lines then the corresponding angles are equal.**'

Here, in the above figure if $\angle 1 = 102^\circ$, then $\angle 5 = 102^\circ$,
if $\angle 8 = 78^\circ$, then $\angle 4 = 78^\circ$

Example 6 : In the given figure $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ and \overrightarrow{AE} is transversal.

If $\angle BAC = 120^\circ$, then find x and y ?

Solution : In the given figure, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ and \overrightarrow{AE} is transversal

$$\angle BAC = 120^\circ$$

$$\angle ACD = x$$

$$\angle DCE = y$$

$\angle BAC = \angle DCE$ (corresponding angles are equal)

$$\therefore y = 120^\circ$$

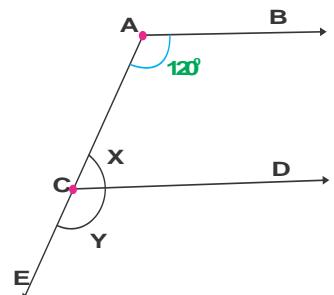
$x + y = 180^\circ$ (Linear pair of angles are supplementary)

$$x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore x = 60^\circ$$

Hence $x = 60^\circ, y = 120^\circ$.



ఒక జత సమాంతరరేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే కోణాల జతల లక్షణాలను గూర్చి మనం ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

1) సదృశకోణాల ధర్మం :

ఇప్పుడు మనం సదృశకోణాల యొక్క ధర్మం గూర్చి క్రింది కృత్యం ద్వారా తెలుసుకుందాం.



ఒక గ్రాఫ్ కాగితం తీసుకోండి. దానిపై ఒక జత సమాంతర రేఖలు m మరియు n గీయండి. సమాంతర రేఖలు ' m ' మరియు ' n ' లను రెండు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించే విధంగా ఒక తిర్యగ్రేఖ p ని పటంలో చూపినట్లు గీయండి. అప్పుడు ప్రక్క పటంలో చూపిన

విధంగా ఏర్పడిన కోణాలను $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ మరియు $\angle 8$ అని అనుకొనుము.

ఒక చిన్న కాగితాన్ని తీసుకొని దానిని $\angle 1$ ఆకారంలోకి కత్తిరించండి. కత్తిరించిన ఆ ముక్కను $\angle 5$ వద్ద ఉంచండి.

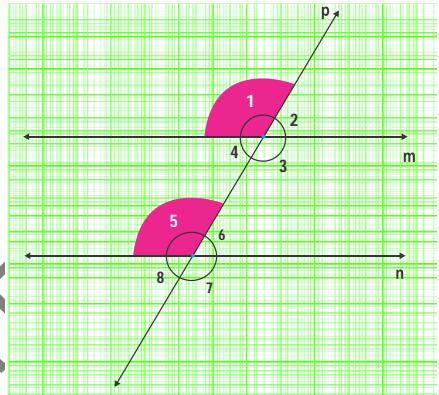
నీవు ఎమి గమనించావు? పటంలో చూని విధంగా కాగితం ముక్క $\angle 5$ తో ఏకీభవిస్తుందని మీరు గమనిస్తారు. మరో చిన్న కాగితాన్ని తీసుకుని దానిని $\angle 2$ ఆకారంలో కత్తిరించండి. కత్తిరించిన ఆ ముక్కను $\angle 6$ వద్ద ఉంచండి.

నీవు ఎమి గమనించావు? కాగితం ముక్క $\angle 6$ తో ఏకీభవిస్తుందని మీరు గమనిస్తారు. ఇదేవిధంగా కృత్యం కొనసాగించడం ద్వారా కోణాలు $\angle 4, \angle 8$ లు ఏకీభవిస్తాయని మరియు కోణాలు $\angle 3, \angle 7$ లు ఏకీభవిస్తాయని గమనించండి.

పై కృత్యం నుండి, 'ఒక జత సమాంతర రేఖల ను తిర్యగ్రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడిన సదృశకోణాలు సమానం' అని తెలుసుంది.

ఇక్కడ పైపటంలో $\angle 1 = 102^\circ$ అయితే $\angle 5 = 102^\circ$ అవుతుంది.

ఒకవేళ $\angle 8 = 78^\circ$ అయితే $\angle 4 = 78^\circ$ అవుతుంది.



ఉధారణ 6: ఇచ్చిన పటంలో $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ మరియు \overrightarrow{AE} ఒక తిర్యగ్రేఖ.

$\angle BAC = 120^\circ$ అయితే x మరియు y లను కనుగొనడి?

సాధన : ఇచ్చిన పటంలో $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ మరియు \overrightarrow{AE} ఒక తిర్యగ్రేఖ

$$\angle BAC = 120^\circ$$

$$\angle ACD = x$$

$$\angle DCE = y$$

$$\angle BAC = \angle DCE \text{ (సదృశకోణాలు సమానం)}$$

$$\therefore y = 120^\circ$$

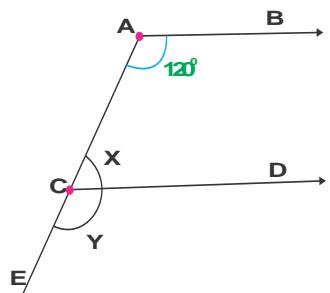
$$x + y = 180^\circ \text{ (రేఖల ర్యాయం సంపూర్ణార్కాలు)}$$

$$x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore x = 60^\circ$$

$$\text{కనుక } x = 60^\circ, y = 120^\circ.$$



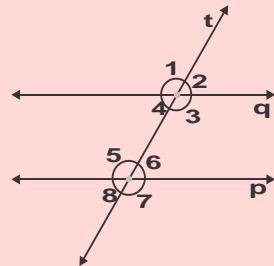


Check Your Progress

In the figure, $p \parallel q$ and t is a transversal.

Observe the angles formed.

- If $\angle 1 = 100^\circ$, then what is $\angle 5$?
- If $\angle 8 = 80^\circ$, then what is $\angle 4$?
- If $\angle 3 = 145^\circ$, then what is $\angle 7$?
- If $\angle 6 = 30^\circ$, then what is $\angle 2$?



2) Property of alternate interior angles:

Let us find the relation between alternate interior angles formed when a transversal intersect a pair of parallel lines.

Let $p \parallel q$ and t is a transversal.

From figure $\angle 1 = \angle 3$ (why?)

$$\angle 1 = \angle 5 \text{ (why?)}$$

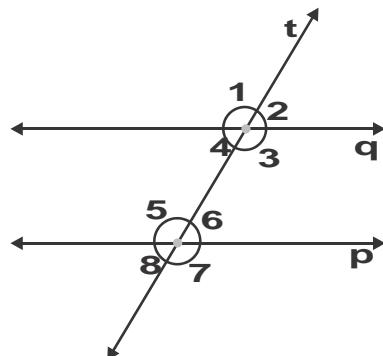
$$\text{Hence } \angle 3 = \angle 5$$

$$\text{Similarly } \angle 4 = \angle 6$$

Hence, we conclude that, '*when a transversal intersect a pair of parallel lines, then the alternate interior angles are equal.*'

In the above figure if $\angle 3 = 110^\circ$ then $\angle 5 = 110^\circ$.

If $\angle 4 = 70^\circ$ then $\angle 6 = 70^\circ$.



Example 7: In the given figure, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD}$ and \overrightarrow{BC} is transversal. Find x .

Solution: In the given figure, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD}$ and \overrightarrow{BC} is transversal

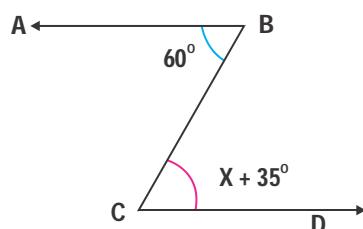
$$\angle C = x + 35^\circ \text{ and } \angle B = 60^\circ$$

$\angle C = \angle B$ (\because alternate interior angles are equal)

$$x + 35^\circ = 60^\circ$$

$$x = 60^\circ - 35^\circ$$

$$\therefore x = 25^\circ$$



Let's think

What is the relation between alternate exterior angles formed by a transversal on parallel lines?

3) Property of Co- interior angles:

Let us find the relation between co interior angles formed when a transversal intersect a pair of parallel lines.

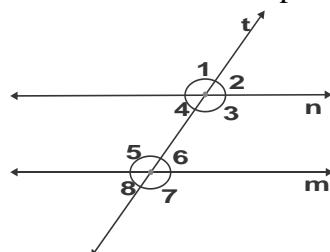
Let $p \parallel q$ and t is a transversal. From the figure,

$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \text{ (why?)}$$

$$\angle 2 = \angle 6 \text{ (why?)}$$

$$\text{Hence, } \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\text{similarly, } \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$

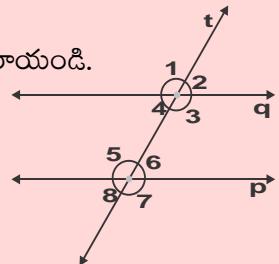




పటంలో $p \parallel q$ మరియు t ఒక తిర్యక్ రేఖ.

పటంలో కోణాలను పరిశీలించి క్రింది వానికి జవాబులు రాయండి.

- If $\angle 1 = 100^\circ$ అయిన $\angle 5$ విలువ ఎంత?
- If $\angle 8 = 80^\circ$ అయిన $\angle 4$ విలువ ఎంత?
- If $\angle 3 = 145^\circ$ అయిన $\angle 7$ విలువ ఎంత?
- If $\angle 6 = 30^\circ$ అయిన $\angle 2$ విలువ ఎంత?



2) ఏకాంతరకోణాల ధర్మం:

ఒక జత సమాంతర రేఖలను తిర్యక్ రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే ఏకాంతరకోణాల మధ్య గల సంభందం గూర్చి మనం ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

$p \parallel q$ మరియు t ఒక తిర్యక్ రేఖ అనుకోందాం.

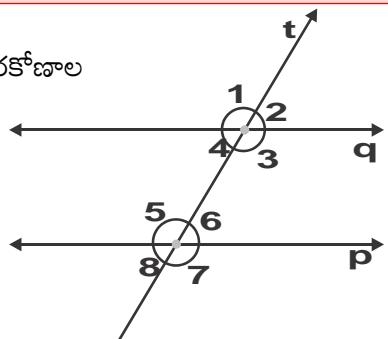
పటం నుండి, $\angle 1 = \angle 3$ (ఎందుకు?)

$\angle 1 = \angle 5$ (ఎందుకు?)

కనుక, $\angle 3 = \angle 5$

ఇదే విధంగా $\angle 4 = \angle 6$

కనుక, “ఒక జత సమాంతర రేఖలను తిర్యక్ రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే ఏకాంతర



కోణాలు సమానం” అని మనం నిర్ధారించవచ్చును.

మై పటంలో $\angle 3 = 110^\circ$ అయినచో $\angle 5 = 110^\circ$ అవుతుంది.

ఒకవేళ $\angle 4 = 70^\circ$ అయినచో $\angle 6 = 70^\circ$. అవుతుంది.

ఉధారణ 7 : ఇచ్చిన పటంలో, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD}$ మరియు \overrightarrow{BC} ఒక తిర్యక్ రేఖ అయిన x ను కనుగొనండి.

సాధన :

ఇచ్చిన పటంలో, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD}$ మరియు \overrightarrow{BC} ఒక తిర్యక్ రేఖ

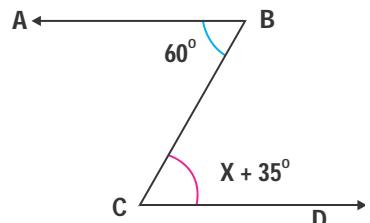
$\angle C = x + 35^\circ$ మరియు $\angle B = 60^\circ$

$\angle C = \angle B$ (\because ఏకాంతర కోణాలు సమానం)

$$x + 35^\circ = 60^\circ$$

$$x = 60^\circ - 35^\circ$$

$$\therefore x = 25^\circ$$



ఒక జత సమాంతర రేఖలను తిర్యక్ రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే ఏక బాహ్యకోణాల మధ్య గల సంబంధం ఏమిటి?

3) తిర్యక్ రేఖ ఒకే వైపున గల అంతరకోణాల ధర్మం:

ఒక జత సమాంతర రేఖల ను తిర్యక్ రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడిన, తిర్యక్ రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతరకోణాల మధ్య గల సంబంధం గూర్చి మనం ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

రెండు సరళరేఖలు $p \parallel q$ మరియు t ఒక తిర్యక్ రేఖ .

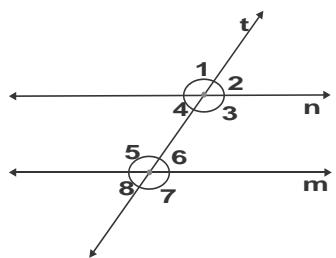
పటం నుండి,

$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \text{ (ఎందుకు?)}$$

$$\angle 2 = \angle 6 \text{ (ఎందుకు?)}$$

$$\text{కనుక } \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\text{ఇదేవిధంగా, } \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$



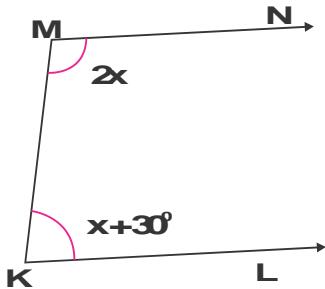
Hence, we conclude that, '**when a transversal intersect a pair of parallel lines, then the interior angles on the same side of transversal are supplementary.**'

In the above figure, if $\angle 3 = 105^\circ$ then $\angle 6 = 75^\circ$

if $\angle 4 = 75^\circ$ then $\angle 5 = 105^\circ$

Example 8 : In the figure $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{KL}$ and \overrightarrow{MK} is transversal. Find x .

Solution : From the figure, $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{KL}$ and \overrightarrow{MK} is transversal



$$\angle M = 2x \text{ and } \angle K = x + 30^\circ$$

$$\angle M + \angle K = 180^\circ (\because \text{co-interior angles are supplementary})$$

$$2x + x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$3x = 150^\circ$$

$$x = \frac{150^\circ}{3}$$

$$\therefore x = 50^\circ$$

Example 9 : In the figure $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ and C is a point in between them. Observe the figure, then find x , y and $\angle BCD$.

Solution : In the figure $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ and C is a point in between them.

Draw a parallel line CF to \overline{AB} through C.

$\overline{AB} \parallel \overline{CF}$, and \overline{BC} is a transversal.

$$x + 103^\circ = 180^\circ (\text{why?})$$

$$x = 180^\circ - 103^\circ$$

$$x = 77^\circ$$

From the figure,

$\overline{DE} \parallel \overline{CF}$ and \overline{CD} is a transversal.

$$y + 103^\circ = 180^\circ (\text{why?})$$

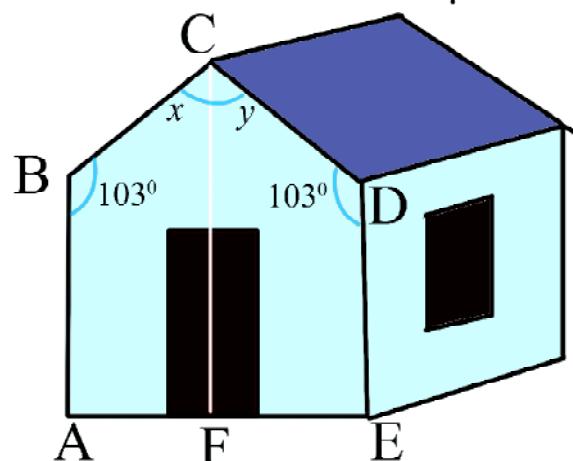
$$y = 180^\circ - 103^\circ$$

$$y = 77^\circ$$

and $\angle BCD = x + y$

$$= 77^\circ + 77^\circ$$

$$= 154^\circ$$



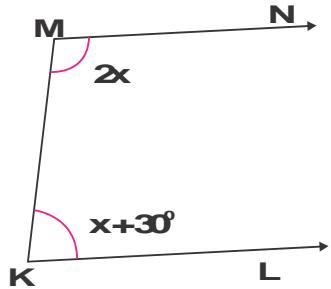
కనుక, “ఒక జత సమాంతర రేఖలను తిర్యగ్రేభ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడిన, తిర్యగ్రేభకు ఒకే వైపున గల అంతరకోణాలు సంపూర్ణాలు” అని మనం నిర్ధారించవచ్చును.

పై పటంలో $\angle 3 = 105^\circ$ అయిన $\angle 6 = 75^\circ$ అవుతుంది.

$\angle 4 = 75^\circ$ అయిన $\angle 5 = 105^\circ$ అవుతుంది.

ఉధారణ 8 : పటంలో $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{KL}$ మరియు \overrightarrow{MK} ఒక తిర్యగ్రేభ అయిన x ను కనుక్కొండి.

సాధన : పటంలో $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{KL}$ మరియు \overrightarrow{MK} ఒక తిర్యగ్రేభ పటం నుండి, $\angle M = 2x$ మరియు $\angle K = x + 30^\circ$



$\angle M + \angle K = 180^\circ$ (తిర్యగ్రేభకు ఒకే వైపున గల అంతరకోణాల జత సంపూర్ణాలు)

$$2x + x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$3x = 150^\circ$$

$$x = \frac{150^\circ}{3}$$

$$\therefore x = 50^\circ$$

ఉధారణ 9 : ఇచ్చిన చిత్రంలో $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DE}$ మరియు వాటి మధ్యలో ఒక బిందువు C పటాన్ని పరిశీలించి x, y మరియు $\angle BCD$ విలువలను కనుగొనండి.

సాధన : పటం నుండి $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DE}$ మరియు వాటి మధ్యలో ఒక బిందువు C.

\overrightarrow{AB} కి సమాంతర రేఖ \overrightarrow{CF} ను C నుండి గీయండి.

$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CF}$ మరియు \overrightarrow{BC} ఒక తిర్యగ్రేభ

$$x + 103^\circ = 180^\circ \text{ (ఎందుకు?)}$$

$$x = 180^\circ - 103^\circ$$

$$x = 77^\circ$$

పటం నుండి,

$\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{CF}$ మరియు \overrightarrow{CD} ఒక తిర్యగ్రేభ

$$y + 103^\circ = 180^\circ \text{ (ఎందుకు?)}$$

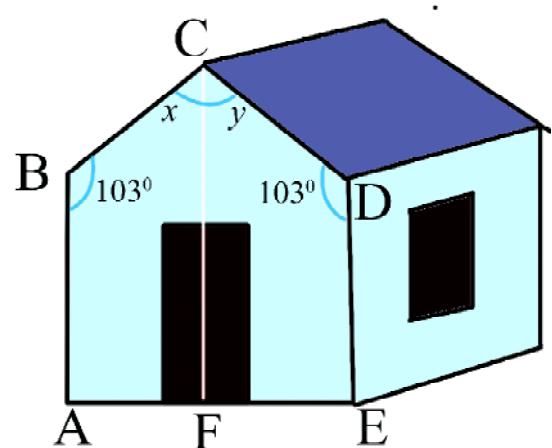
$$y = 180^\circ - 103^\circ$$

$$y = 77^\circ$$

$$\text{మరియు } \angle BCD = x + y$$

$$= 77^\circ + 77^\circ$$

$$= 154^\circ$$

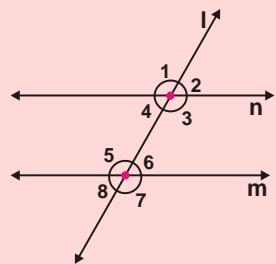




Check Your Progress

1. In the figure, $m \parallel n$ and l is a transversal.

- If $\angle 3 = 116^\circ$ then what is $\angle 5$?
- If $\angle 4 = 51^\circ$ then what is $\angle 5$?
- If $\angle 1 = 123^\circ$ then what is $\angle 7$?
- If $\angle 2 = 66^\circ$ then what is $\angle 7$?



Let's think

What is the relation between co-exterior angles, when a transversal cuts a pair of parallel lines?

Now, let us find whether the two straight lines are parallel or not in the following cases:

Case 1: When the corresponding angles are equal, Let us find whether the two straight lines are parallel or not through an activity.

LET'S DO



ACTIVITY

Take a white paper and draw a pair of non-parallel lines p and q and a transversal r shown in the figure 1. Measure the corresponding angles and fill the table. Measure the pair of corresponding angles and fill the table.

S.No	Figure	Corresponding angles	Equal or not
1		$\angle 1 =$ $\angle 5 =$ $\angle 2 =$ $\angle 6 =$ $\angle 3 =$ $\angle 7 =$ $\angle 4 =$ $\angle 8 =$	

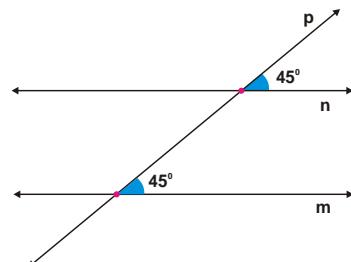
What do you observe from the above table? If the pair of corresponding angles are not equal, then what do you say about the pair of lines? If the pair of corresponding angles are equal, then what do you say about the pair of lines? Which pair of lines are parallel? Hence, we conclude that '**when a transversal intersects two lines and a pair of corresponding angles are equal then, the two lines are parallel.**'

Example 10: In the figure transversal p intersects two lines m and n .

Observe the figure, check whether $m \parallel n$ or not.

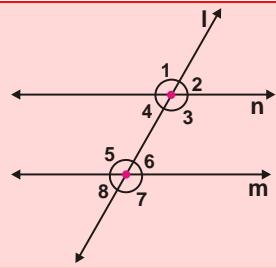
Solution : In the given figure, it is given that each angle in the pair of corresponding angles is 45° . So they are equal.

Since a pair of corresponding angles are equal the lines are parallel. Hence, $m \parallel n$.





1. పటంలో $m \parallel n$ మరియు l ఒక తిర్యగ్రేఫు.
- $\angle 3 = 116^\circ$ అయిన $\angle 5$ విలువ ఎంత అవుతుంది?
 - $\angle 4 = 51^\circ$ అయిన $\angle 5$ విలువ ఎంత అవుతుంది?
 - $\angle 1 = 123^\circ$ అయిన $\angle 7$ విలువ ఎంత అవుతుంది?
 - $\angle 2 = 66^\circ$ అయిన $\angle 7$ విలువ ఎంత అవుతుంది?



తలైచించండి

ఒక జత సమాంతరరేఖలను తిర్యగ్రేఫు ఖండించినప్పుడు ఏదైని సహాయాకోణాల మధ్య గల సంబంధం ఏమిటి?

అప్పుడు మనం క్రింది సందర్భాలలో రెండు సరళరేఖలు సమాంతరంగా వుంటాయా లేదా అనే విషయాన్ని తెలుసుకుండా:

సందర్భం 1. సదృశకోణాలు సమానం అయినప్పుడు. రెండు సరళరేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయా లేదా అనే విషయాన్ని మనం ఒక కృత్యం చేసి తెలుసుకుండాం



క్రత్తించండి

ఒక తెల్ల కాగితాన్ని తీసుకొనుము. పటం 1 లో చూపిన విధంగా దానిపై సమాంతరంగా లేని రెండు సరళరేఖలు p మరియు q లను గీయండి. వాటిని ఖండించేటట్లు ఒక తిర్యగ్రేఫు r ను గీయండి. అప్పుడు ఏదైని సదృశకోణాలు జతను కొలిచి పట్టికను పూరించండి.

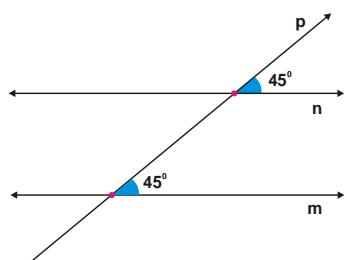
క్ర.సం.	పటం	సదృశ కోణాలు	సమానమా? కాదా?
1		$\angle 1 =$ $\angle 5 =$ $\angle 2 =$ $\angle 6 =$ $\angle 3 =$ $\angle 7 =$ $\angle 4 =$ $\angle 8 =$	

పై పట్టిక నుండి మీరు ఏమి గమనించారు? సదృశకోణాలు సమానంగా లేనప్పుడు, సరళరేఖల జత గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? సదృశకోణాలు సమానంగా ఉన్నప్పుడు, సరళరేఖల జత గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? ఏ సరళరేఖల జత సమాంతరంగా కలవు? “ఒక జత సరళరేఖలను తిర్యగ్రేఫు ఖండించినప్పుడు ఏదైని సదృశ కోణాల జత సమానం అయితే ఆ రెండు సరళరేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.” అని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ 10 : ఇచ్చిన పటంలో m, n లు రెండు సరళరేఖలు. p ఒక తిర్యగ్రేఫు.

పటాన్ని పరిశీలించి $m \parallel n$ అవుతుందో లేదో కనుక్కోండి?

సాధన : ఇచ్చిన పటంలో ఒక జత సదృశ కోణాలు ఒక్కక్కణి 45° గా ఇవ్వబడింది. ఇవి సమానాలు. ఒక జత సరళరేఖలను తిర్యగ్రేఫు ఖండించినప్పుడు ఏదైని సదృశ కోణాల జత సమానం అయినచో ఆ రెండు సరళరేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయి. కనుక, $m \parallel n$ అవుతుంది.



Case 2. When the alternate interior angles are equal.

Let m and n are two straight lines and r is a transversal.

alternate interior angles are equal

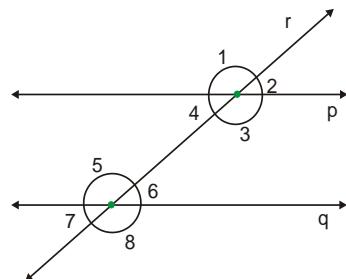
Let $\angle 3 = \angle 5$

But $\angle 3 = \angle 1$ (why?)

$$\therefore \angle 1 = \angle 5$$

Since corresponding angles are equal, the lines are parallel.

Hence, $m \parallel n$.



Case 3. When the co interior angles are supplementary.

Let p, q are two straight lines and r is a transversal.

co-interior angles are supplementary.

Let $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

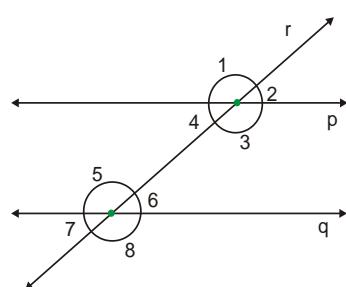
But $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (why?)

$$\angle 4 + \angle 5 = \angle 1 + \angle 4$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 5$$

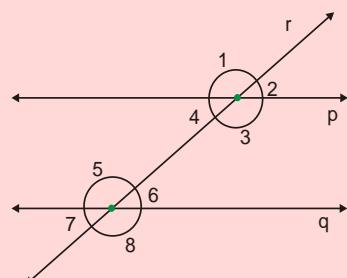
Since corresponding angles are equal, the lines are parallel.

Hence, $p \parallel q$.



From the figure, state which property that is used in each of the following :

- If $\angle 3 = \angle 5$ then $p \parallel q$.
- If $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ then $p \parallel q$.
- If $\angle 3 = \angle 8$ then $p \parallel q$.
- If $p \parallel q$ then $\angle 1 = \angle 8$.



- When a transversal intersects two lines and a pair of alternate exterior angles are equal, What can you say about the two lines?
- When a transversal intersects two lines and a pair of co exterior angles are supplementary, what can you say about the two lines?

సందర్భం 2. ఏకాంతర కోణాలు సమానం అయినప్పుడు.

m, n లు రెండు సరళరేఖలు మరియు r ఒక తిర్యగ్రేఖ.

ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు సమానం

$\angle 3 = \angle 5$ అనుకొనుము.

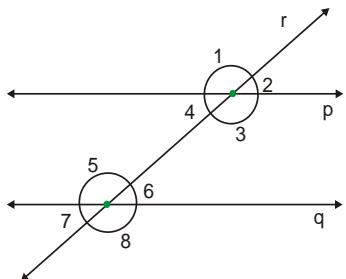
కానీ, $\angle 3 = \angle 1$ (ఎందుకు?)

$\therefore \angle 1 = \angle 5$

సదృశ కోణాల జత సమానం అయినచో ఆ రెండు సరళరేఖలు

సమాంతరంగా ఉంటాయి.

కనుక, $p // q$.



సందర్భం 3. తిర్యగ్రేఖ ఒకే వైపున గల అంతర కోణాలు సంపూర్ణకాలు అయినప్పుడు.

p, q లు రెండు సరళరేఖలు మరియు r ఒక తిర్యగ్రేఖగా తీసుకున్నాం

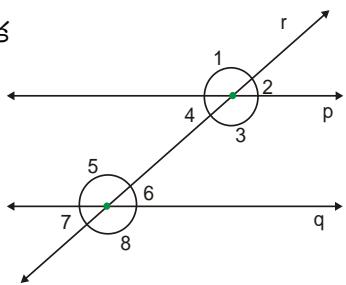
తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాలు సంపూర్ణకాలు కనుక

$\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ అనుకొనుము.

కానీ $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (ఎందుకు?)

$\angle 4 + \angle 5 = \angle 1 + \angle 4$

$\therefore \angle 1 = \angle 5$



సదృశ కోణాల జత సమానం కనుక ఆ రెండు సరళరేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయి. కనుక, $p // q$.



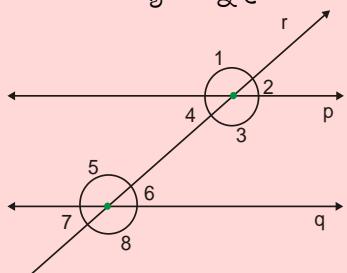
పట్టాన్ని పరిశీలించి క్రింద ఇచ్చిన ప్రతిదానిలో ఉపయోగించిన న్యాయాన్ని ప్రాయండి.

i) $\angle 3 = \angle 5$ అయిన $p // q$.

ii) $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ అయిన $p // q$.

iii) $\angle 3 = \angle 8$ అయిన $p // q$.

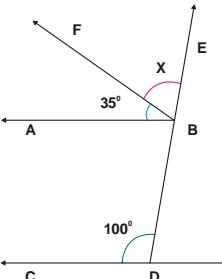
iv) $p // q$ అయిన $\angle 1 = \angle 8$.



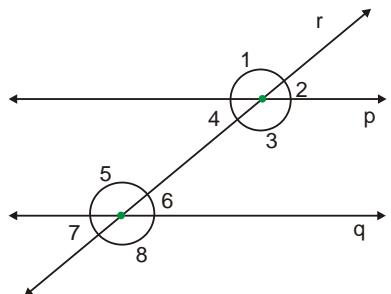
- ఒక జత సరళరేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు ఏర్పడిన ఏక బాహ్యకోణాల జత సమానం అయిన ఆ రెండు సరళరేఖలు గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?
- ఒక జత సరళరేఖలను తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు ఏర్పడిన సహ బాహ్యకోణాల జత సంపూర్ణకాలు అయినచో ఆ రెండు సరళరేఖలు గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?

Exercise - 4.4

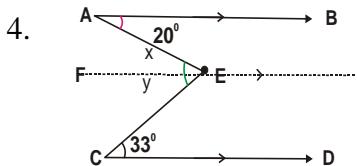
1. In the given figure, two lines $p \parallel q$ and r is transversal.
If $\angle 3 = 135^\circ$, then find the remaining angles.



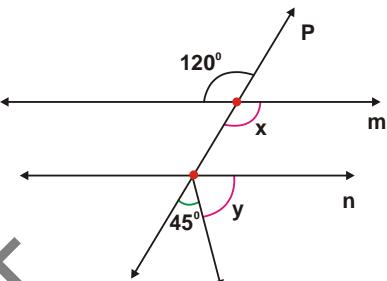
2. In the given figure, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$
and \overrightarrow{DE} is a transversal. Find x .



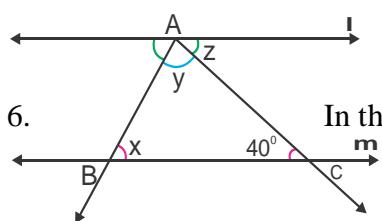
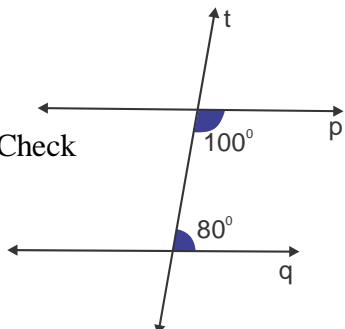
3. In the given figure, $m \parallel n$ and p is transversal.
Find x and y .



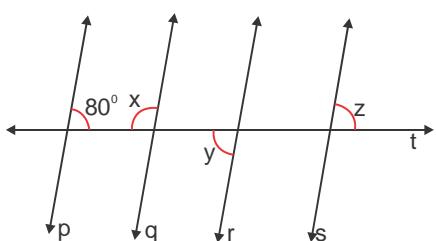
- In the given figure, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{FE}$.
Find x , y and $\angle AEC$.



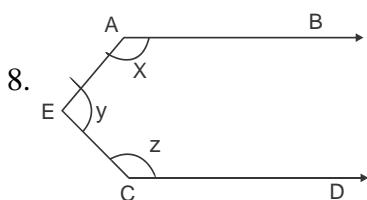
5. In the given figure, a transversal t intersects two lines p and q . Check
whether $p \parallel q$ or not.



- In the given figure if $l \parallel m$, then find x , y and z .

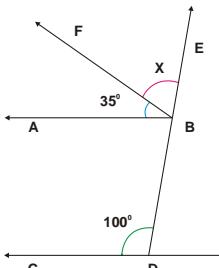


7. In the given figure p , q , r and s are parallel lines
and t is a transversal. Find x , y and z .

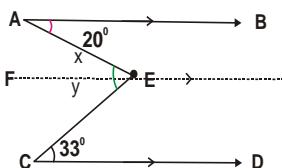


- In the given figure $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ and E is a point in
between them. Find $x + y + z$.
(Hint : Draw a parallel line to \overrightarrow{AB} through E)

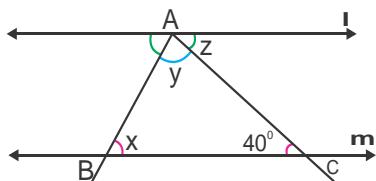
1. ఇచ్చిన పటంలో $p \parallel q$ మరియు r ఒక తిర్యక్కేఖ క్రమాలను కనుగొనండి?



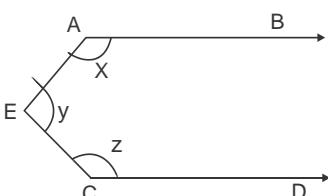
3. ఇచ్చిన పటంలో, $m \parallel n$ మరియు p ఒక తిర్యక్కేఖ అయిన x మరియు y విలువలను కనుగొనండి.



5. ఇచ్చిన పటంలో రెండు సరళరేఖలు p మరియు q లను ఒక తిర్యక్కేఖ t ఖండించేను. $p \parallel q$ అవుతుందో లేదో సరిశాడండి?

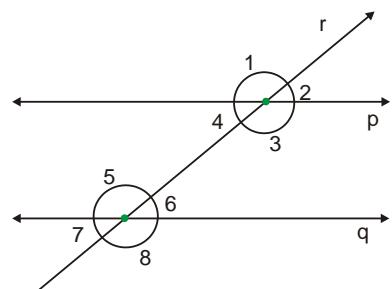


7. ఇచ్చిన పటంలో p, q, r, t మరియు s లు సమాంతరరేఖలు మరియు t ఒక తిర్యక్కేఖ అయిన x, y మరియు z విలువలను కనుగొనండి.

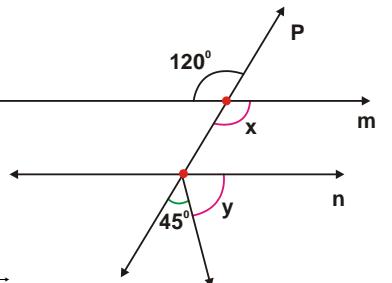


2. ఇచ్చిన పటంలో, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ మరియు \overrightarrow{DE}

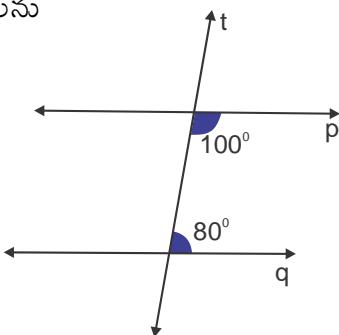
బక తిర్యక్కేఖ అయిన x విలువ కనుగొనండి.



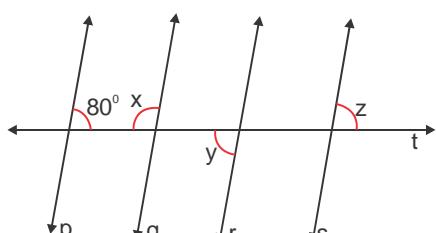
4. ఇచ్చిన పటంలో, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{FE}$ అయిన x, y మరియు $\angle AEC$ విలువలను కనుగొనండి.



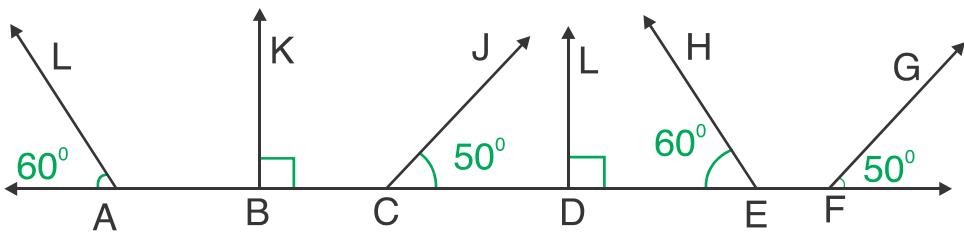
6. ఇచ్చిన పటంలో $l \parallel m$ అయిన x, y మరియు z విలువలను కనుగొనండి?



8. ఇచ్చిన పటంలో p, q, r, s మరియు t ఒక తిర్యక్కేఖ అయిన $x, y + z$ విలువను కనుగొనండి.
(సూచన : E గుండా \overrightarrow{AB} కి ఒక సమాంతరరేఖను గేయండి).

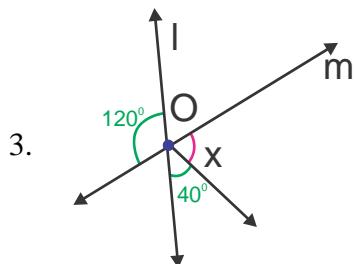


9. Identify the pair of parallel lines in the given figure and write them.

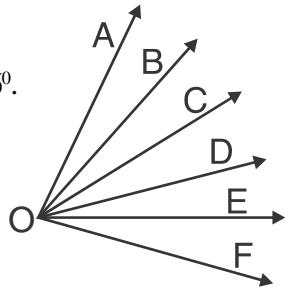


 **Unit Exercise**

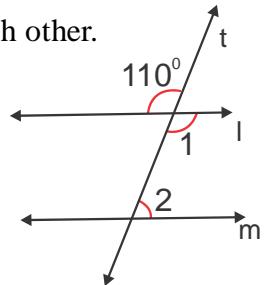
- Find the complementary, supplementary and conjugate angle of 36° .
- Observe the figure and write any 4 pairs of adjacent angles.



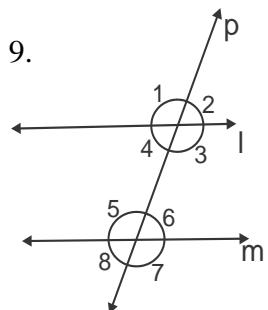
In the given figure the lines l and m intersect at O . Find x .



- In the given figure \overrightarrow{AE} is a straight line. If the ratio of angles $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ in the given figure is $1:2:3:4$, then find the angles.
- Write any two examples for linear pair of angles in your surroundings.
- Mani said, "Two obtuse angles can form a pair of conjugate angles." Do you agree. Justify your answer.
- Draw a pair of adjacent angles which are not supplementary to each other.



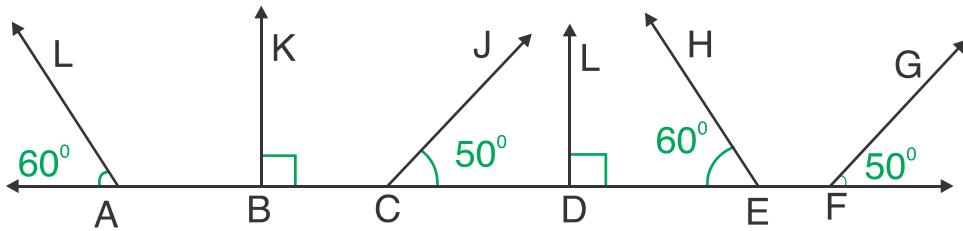
- In the figure, if $l \parallel m$, t is a transversal. Find $\angle 1$ and $\angle 2$.



A line p intersects two lines l and m at two distinct points. Observe the figure and fill in the blanks:

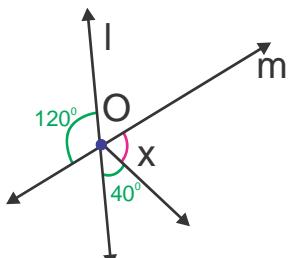
- i) The line ' p ' is known as angles.
- ii) $\angle 1$ and $\angle 5$ is a pair of angles.
- iii) $\angle 4$ and $\angle 6$ is a pair of angles.
- iv) $\angle 3$ and $\angle 6$ is a pair of angles.

9. క్రింది ఇచ్చిన పటంలో సమాంతర రేఖల జతలను గుర్తించి ప్రాయండి.

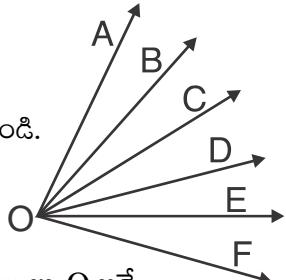


యూసిటీ అభ్యాసం

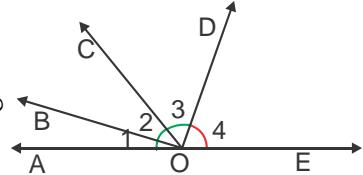
1. 36° యొక్క పూర్క, సంపూర్క మరియు సంయుగ్మ కోణాలను కనుగొనండి?
2. ప్రక్క పటాన్ని పరిశీలించండి. పటంలో ఏవైనా 4 జతల ఆసన్న కోణాలను రాయండి.



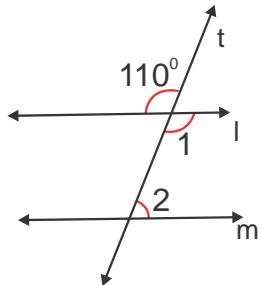
3. ఇచ్చిన పటంలో సరళరేఖలు I మరియు m లు O అనే బిందువు వద్ద ఖండించిన x విలువను కనుగొనండి.



4. ఇచ్చిన పటంలో \overrightarrow{AE} ఒక సరళరేఖ. కోణాలు $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ఎనిప్పుతి 1:2:3:4 అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనండి.
5. రేఖల్లు కోణాల జతకు మీ పరిసరాల నుండి రెండు ఉదాహరణలు రాయండి.
6. “రెండు అధిక కోణాలు ఒక జత సంయుగ్మ కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి” అని మణి చెప్పేను. దీనిని మీరు అంగీకరిస్తా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుము.
7. ఒకదానికొకటి సంపూర్కకాలు కాని ఒక జత ఆసన్న కోణాలకు పటాన్ని గీయండి.

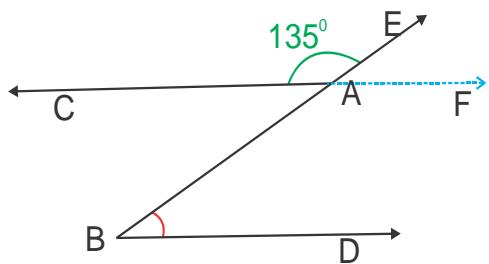


8. ఇచ్చిన పటంలో $l \parallel m$ మరియు t ఒక తిర్యక్రీఫు. $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ లను కనుగొనండి.



9. రెండు సరళరేఖలు l మరియు m లను మరొక సరళరేఖ p రెండు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించినది. పటాన్ని పరిశీలించి ఖాళీలను పూరించండి.
 - i) సరళరేఖ p ని అని అంటారు.
 - ii) $\angle 1$ మరియు $\angle 5$ లు కోణాల జత.
 - iii) $\angle 4$ మరియు $\angle 6$ లు కోణాల జత.
 - iv) $\angle 3$ మరియు $\angle 6$ లు కోణాల జత.

10. In the given figure $\overrightarrow{CF} \parallel \overrightarrow{BD}$, \overrightarrow{BE} is transversal. $\angle CAE = 135^\circ$, then find $\angle ABD$.



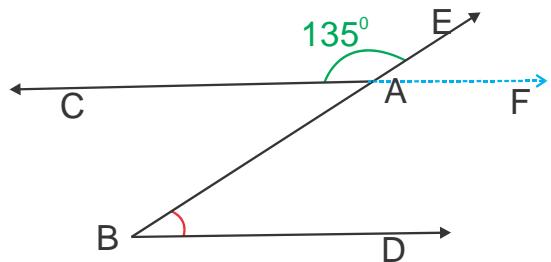
Points to Remember

- If the sum of two angles is 90° , then the angles are called as complementary angles to each other.
- If the sum of two angles is 180° , then the angles are called as supplementary angles to each other.
- If the sum of the two angles is 360° , then the angles are called as conjugate angles to each other.
- Two angles are said to be adjacent angles, if they have a common vertex, common arm and lie on either side of the common arm.
- A pair of adjacent angles whose sum is 180° are called as linear pair of angles.
- When two straight lines intersect, the opposite angles at the point of intersection are called as vertically opposite angles.
- Vertically opposite angles are equal.
- A transversal is a straight line that intersects two or more straight lines at distinct points.
- When a transversal intersects a pair of parallel lines p and q , let the angles formed be $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ and $\angle 8$.



Interior angles	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$	
Exterior angles	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$	
Corresponding angles are equal	$\angle 1 = \angle 5, \angle 2 = \angle 6, \angle 3 = \angle 7, \angle 4 = \angle 8$	
Alternate interior angles are equal	$\angle 3 = \angle 5, \angle 4 = \angle 6$	
Alternate exterior angles are equal	$\angle 1 = \angle 7, \angle 2 = \angle 8$	
Interior angles on same side of transversal are supplementary	$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \quad \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$	
Exterior angles on same side of transversal are supplementary	$\angle 1 + \angle 8 = 180^\circ \quad \angle 2 + \angle 7 = 180^\circ$	

10. ఇచ్చిన పటంలో $\overrightarrow{CF} \parallel \overrightarrow{BD}$, \overrightarrow{BE} మరియు \overrightarrow{BF} ఒక తిర్యగ్రేభ తిర్యగ్రేభ $\angle CAE = 135^\circ$ అయిన $\angle ABD$ విలువ కనుగొనడి.

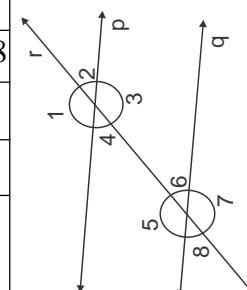


సుధుంచుకోవలసిన
విషయాలు

- రెండు కోణాల మొత్తం 90° అయితే, ఆ రెండు కోణాలను ఒకదానికొకటి ఘరక కోణాలు అంటారు.
- రెండు కోణాల మొత్తం 180° అయితే, ఆ రెండు కోణాలను ఒకదానికొకటి సంఘరక కోణాలు అంటారు.
- రెండు కోణాల మొత్తం 360° అయితే, ఆ రెండు కోణాలను ఒకదానికొకటి సంయుగ్మ కోణాలు అంటారు.
- రెండు కోణాలు ఉమ్మడి శీర్షం, ఉమ్మడి భుజం కలిగి ఆ రెండు కోణాలు ఉమ్మడి భుజానికి చెరోవైపున ఉన్నచో వాటిని ఆసన్నకోణాలు అంటారు.
- రెండు ఆసన్న కోణాల మొత్తం 180° అయినచో వాటిని రేఖియకోణాల జత లేదా రేఖియ ద్వయం అని అంటారు.
- రెండు సరళరేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకొన్నప్పుడు, ఆ ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడిన అభిముఖకోణాల జతను శీర్యాభిముఖ కోణాలు అని అంటారు.
- శీర్యాభిముఖ కోణాలు సమానం.
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సరళరేఖలను విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండించే సరళరేఖను తిర్యగ్రేభ అంటారు.
- ఒక జత సమాంతర రేఖలు p, q లను ఒక తిర్యగ్రేభ r ఖండించినప్పుడు, ఏర్పడిన కోణాలు $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ మరియు $\angle 8$ అని అనుకొనుము.



అంతర కోణాలు	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
బాహ్య కోణాలు	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
సదృశ కోణాలు సమానం	$\angle 1 = \angle 5, \angle 2 = \angle 6, \angle 3 = \angle 7, \angle 4 = \angle 8$
ఏకాంతర కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి	$\angle 3 = \angle 5, \angle 4 = \angle 6$
ఏకబాహ్య కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి	$\angle 1 = \angle 7, \angle 2 = \angle 8$
తిర్యక్ రేఖ కు ఒకే వైపు గల అంతర కోణాలు సంపూర్ణకాలు గా ఉంటాయి	$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \quad \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$
తిర్యక్ రేఖ కు ఒకే వైపు గల బాహ్య కోణాలు సంపూర్ణకాలు గా ఉంటాయి	$\angle 1 + \angle 8 = 180^\circ \quad \angle 2 + \angle 7 = 180^\circ$



	Pair of Lines
pair of corresponding angles are equal	Lines are Parallel
Pair of alternative interior angles are equal	
pair of alternate exterior angles are equal	
pair of co- interior angles are supplementary	
pair of co- exterior angles are supplementary	

•Historical Note•



Euclid (323-283BC) was a Greek mathematician. He is well known as ‘Father of Geometry.’ He wrote a book named ‘Elements’ which was a collection of 13 volumes, dealing with geometry. ‘Elements’ was most influenced work in the history of mathematics. In his books he deduced many theorems using axioms. These theorems are being used in the study of Euclidean geometry.

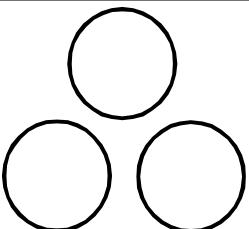


AP

Logical Venn Diagrams

A Venn diagram is an illustration that uses circles to show the relationships among things or finite groups of things. Circles that overlap have a commonality while circles that do not overlap do not share those traits.

Venn diagrams help to visually represent the similarities and differences between three or more concepts.

S.No	Group	Venn diagram	Use of venn diagram	Example
1	a		Each class is totally different from the other.	1. Shark, Whale sea turtle 2. Iron, Copper and Brass 3. Apple, Mango, Orange 4. Book, Pen, Eraser 5. Fruits, Vegetables, Flowers.

10. ఒక తిర్యగ్రేఖ ఒక జత సరళరేఖలను ఖండించినపుడు,

జత సరళరేఖలు

సదృశ కోణాల జత సమానం.

వికాంతర కోణాల జత సమానం.

విక బాహ్య కోణాల జత సమానం.

సహ-అంతర కోణాల జత సంపూర్ణారకాలు.

సహ-బాహ్య కోణాల జత సంపూర్ణారకాలు.

సమాంతర రేఖలు

• చారిత్రక అంశం •



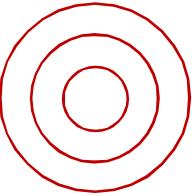
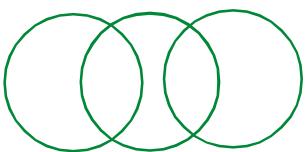
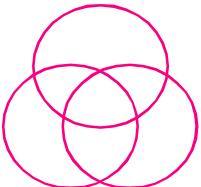
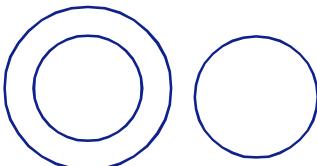
యూక్లిడ్ (323-283BC) ఒక గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త. ఆయన “రేఖాగణిత వితామహాదు”గా ప్రసిద్ధి చెందాడు. ఆయన “ఎలిమెంట్స్” అనే పేరుతో ఒక పుస్తకాన్ని రచించెను. ఇది రేఖాగణితాన్ని గురించి వివరించే 13 పుస్తకాల సమాపోరం. గణిత శాస్త్ర చరిత్రలో “ఎలిమెంట్స్” అత్యంత ప్రభావితమైన రచన. ఆయన తన పుస్తకాల్లో అనేక స్వీకృతాలను ఉపయోగించి అనేక సిద్ధాంతాలను వివరించారు. ఈ సిద్ధాంతాలు యూక్లిడియన్ జ్యామితి అధ్యయనంలో ఇప్పటికే ఉపయోగించబడుతున్నాయి.



తార్మిక వెన్ చిత్రాలు

వస్తువుల మధ్య సంబంధాలను లేదా వస్తువుల యొక్క చిన్న సమూహాల మధ్య సంబంధాలను చూపించడానికి ఉపయోగించే వృత్తాలే వెన్ చిత్రం. ఓవర్ ల్యాప్ అయ్యే వృత్తాల లక్షణాలు ఉమ్మడిగా ఉంటూ, ఓవర్ ల్యాప్ కాని వృత్తాలు వాటి లక్షణాలను పంచుకోవు. వెన్ చిత్రాలు మూడు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ భావనల మధ్య ఉండే పోలికలు మరియు తేడాలను దృశ్యపరంగా ప్రాతినిధ్యం వహించడానికి సాయపడతాయి.

క్ర.సం.	సమూహం	తార్మిక వెన్ చిత్రము	వెన్ చిత్రము ఉపయోగము	ఉదాహరణ
1	ఎ		ప్రతి తరగతి మిగిలిన తరగతులతో కలవ కుండా విభిన్నంగా ఉంటుంది.	<ol style="list-style-type: none"> సోలచేప, త్రిమింగలము, తాబేలు. ఇనుము, రాగి మరియు ఇత్తడి ఆపిల్, మామిడి, కమల పుస్తకము, పెన్సు, రబ్బరు పండ్లు, కూరగాయలు, పువ్వులు

S.No	Group	Venn diagram	Use of venn diagram	Example
2	b		Each class is totally inserted in another, but not mixed.	1. Musician, Instrumentalist, Violinist. 2. Carrot, Food, Vegetables 3. Andhra Pradesh, India, Asia. 4. Ring, Ornaments, Golden ring.
3	c		One class is partly related to other two but these two are no ware related.	1. Lawyer, Woman, Doctor 2. Dog, Cat, Pet
4	d		All the three are partly related to each other.	1. Athletes, Footballers & Cricketers. 2. Boys, Students, 7th Class Boys 3. Tennis fans, Cricket fans, Kabaddi fans.
5	e		One class is completely inserted other and one is completely different from other two.	1. Sun, Moon, Stars. 2. Pen, Stationary, Soap. 3. Bird, Owl, Elephant.
6	f		Two are totally inserted in one but these two are no where related.	1. Flower, Lotus and Rose 2. Animal, Dog, Cat 3. Food, Milk, Fruits

క్ర.సం.	సమూహం	తార్కిక వెన్ చిత్రము	వెన్ చిత్రము ఉపయోగము	ఉదాహరణ
2	బి		ప్రతి తరగతి కూడా పూర్తిగా మరో దానిలో చొప్పించబడుతుంది కానీ కలపబడలేదు.	<ol style="list-style-type: none"> సంగీత విద్యాంసులు, వాద్యకారులు, వయోలిన్ విద్యాంసుడు. క్యారెట్, ఆఫోరం, కూరగాయలు ఆంధ్రప్రదేశ్, భారతదేశం, ఆసియా ఉంగరం, ఆభరణాలు, బంగారపు ఉంగరం.
3	సి		ప్రతి తరగతి కూడా మరో దానికి పూర్తిగా భిన్నంగా ఉంటుంది.	<ol style="list-style-type: none"> లాయర్, ఆడవాళ్ళు, వైద్యులు కుక్క పిల్లి, పెంపుడు జంతువు
4	డి		ఈ మూడూ ఒక దానితో మరొక దానికి పొక్కికంగా సంబంధం కలిగి వున్నాయి.	<ol style="list-style-type: none"> క్రీడాకారులు, ఫుట్ బాల్ క్రీడాకారులు మరియు క్రికెటర్లు బాలురు, విద్యార్థులు, ఏడవ తరగతి బాలురు పెన్సిల్ అభిమానులు, క్రికెట్ అభిమానులు, కబ్బిడీ అభిమానులు.
5	ఇ		ఒక తరగతి మరొక తరగతిలో పూర్తిగా చొప్పించబడింది మరియు ఒక తరగతి పూర్తిగా మిగిలిన రెండింటికి భిన్నమైనది.	<ol style="list-style-type: none"> సూర్యుడు, చంద్రుడు, నక్కతాలు స్టేషనరీ, కలము (పెన్), పెరుగు పక్కి, గుడ్లగూబి, ఏనుగు
6	ఎఫ్		రెండు తరగతులు పొక్కికంగా మధ్య తరగతికి సంబంధించినవి కానీ ఈ రెండు తరగతులకు సంబంధం లేదు.	<ol style="list-style-type: none"> పుష్పాలు, తామర, గులాబి జంతువులు, కుక్క పిల్లి ఆఫోరం, పాలు, పండ్లు

Practice Questions :

Indicate the group (a, b, c, d, e, f, g, h) to which given below belongs to

1. State, District, Mandal
2. Boys, Girls, Artistists
3. Hours, Days, Minutes
4. Women, Teacher, Doctor
5. Food, Curd, Spoon
6. Humans, Dancer, Player
7. Building, Brick, Bridge
8. Tree, Branch, Leaf
9. Gold, Silver, Jewelery
10. Bulbs, Switches, Electricals
11. Women, Illiteracy, Men
12. Medicine, Tablets, Syrup
13. Carrots, Oranges, Vegetables
14. Female, Mothers, Sisters
15. Table, Furniture, Chair
16. Fruits, Mango, Onions
17. School, Teacher, Students
18. Rivers, Oceans, Springs
19. India, Andhra Pradesh, Visakhapatnam
20. Animals, Cows, Horses
21. Fish, Tiger, snakes
22. Flowers, Jasmine, Banana
23. Authors, teachers, Men
24. Dog, Fish, Parrot
25. Rose, Flower, Apple
26. School, Benches, Class Room
27. Pen, Stationary, Powder
28. Crow, Pigeon, Birds
29. Mammals, Elephants, Dinosaurs
30. Writers, Teachers, Researchers

సాధనా ప్రశ్నలు:

పై పట్టికలోని ఏ సమూహం (A, B, C, D, E, F), క్రింద ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు చెందినదో సూచించండి.

1. రాష్ట్రము, జిల్లా, మండలం
2. బాలురు, బాలికలు, కళాకారులు
3. గంటలు, రోజులు, నిమిషాలు
4. మహిళలు, ఉపాధ్యాయుడు, వైద్యుడు
5. ఆహారము, పెరుగు, చెంచా
6. మానవులు, నాట్యకారుడు, ఆటగాదు
7. భవనము, ఇటుక, వంతెన
8. చెట్టు, కొమ్మ, ఆకు
9. బంగారం, వెండి, ఆభరణాలు
10. బల్బులు, స్ఫీచ్లు, ఎలక్ట్రికల్స్
11. మహిళలు, నిరక్కరాస్యత, పురుషులు
12. మందులు, మాత్రలు, సిరప్పు
13. క్యారెట్లు, ఆరెంజెంలు, కూరగాయలు
14. జగ్గ, పుస్తకం, కుండ
15. బల్ల, ఘర్షిచర్చ, కుర్చీ
16. పండ్లు, మామిడి, ఉల్లు
17. పొరశాల, ఉపాధ్యాయుడు, విద్యార్థులు
18. అరటి, చొక్క, బల్మీ
19. భారతదేశం, ఆంధ్రప్రదేశ్, విశాఖపట్టణం
20. జంతువులు, ఆపులు, గుర్రాలు
21. చేప, పులి, పాములు
22. పూలు, మల్లెపూలు, అరటి
23. రచయితలు, ఉపాధ్యాయులు, పురుషులు
24. కుక్క, చేప, చిలక
25. గులాబి, పుష్పం, ఆపిల్
26. సూకులు, క్లాన్ రూమ్, బెంచీలు
27. కలము, స్నేహసరీ, పొడర్
28. కాకి, పొవురం, పక్కులు
29. క్లీర్డాలు, ఏనుగులు, డైనోసార్సు
30. రచయితలు, ఉపాధ్యాయులు, పరిశోధకులు



Kaprekar's Constant 6174

Take any 4 digit number. Write it in ascending and descending order. Write their difference. Write the difference again in ascending and descending order and find the difference. While doing it again and again finally 6174 comes. **Eg:** Take 1326

	Descending order:	6321	again	Descending order:	6543
	Ascending order:	1236		Ascending order:	3456
	Difference	<u>5085</u>		Difference	<u>3087</u>
again	Descending order:	8550	again	Descending order:	8730
	Ascending order:	0558		Ascending order:	0378
	Difference	<u>7992</u>		Difference	<u>8532</u>
again	Descending order:	9972	again	Descending order:	8532
	Ascending order:	2799		Ascending order:	2358
	Difference	<u>7173</u>		Difference	<u>6174</u>
again	Descending order:	7731	again	Descending order:	7641
	Ascending order:	1377		Ascending order:	1467
	Difference	<u>6354</u>		Difference	<u>6174</u>

D R Kaprekar

dk

dnch y

J

dcc

a

and died in 1986. **D R Kaprekar**

M

in number theory.

University of Mumbai, receiving his bachelor's degree in 1929. Having never received any formal postgraduate training, for his entire career (1930–1962) he was a school

Nashik

J a

J

recurring decimals, magic squares, and integers with special properties. He is also known as "Ganitanand".

Kaprekar's constant

In 1949, Kaprekar discovered an interesting property of the number 6174, which was subsequently named the Kaprekar constant.



కాప్రేకర్ స్థిరాంకము 6174

వ్యాధి 4 అంకెలసంఖ్యను తీసుకొనుము. దానిని ఆరోహణ క్రమములోను, అవరోహణ క్రమములోను ప్రాయుము. వాటి భేదము ప్రాయుము. మరల ఆ భేదమును ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమములో ప్రాసి భేదము కనుగొనుము. మరల మరల చేస్తావుండగా చివరకు 6174 వస్తుంది. ఉదా: 1326 తీసుకోండి.

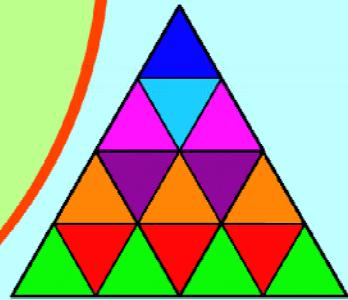
అవరోహణ క్రమము:	6321	మరల	అవరోహణ క్రమము:	6543
ఆరోహణ క్రమము :	1236		ఆరోహణ క్రమము :	3456
భేదము	<u>5085</u>		భేదము	<u>3087</u>
మరల అవరోహణ క్రమము :	8550	మరల	అవరోహణ క్రమము :	8730
ఆరోహణ క్రమము :	0558		ఆరోహణ క్రమము :	<u>0378</u>
భేదము	<u>7992</u>		భేదము	<u>8532</u>
మరల అవరోహణ క్రమము :	9972	మరల అవరోహణ క్రమము :	8532	
ఆరోహణ క్రమము :	2799		ఆరోహణ క్రమము :	2358
భేదము	<u>7173</u>		భేదము	<u>6174</u>
మరల అవరోహణ క్రమము :	7731	మరల అవరోహణ క్రమము :	7641	
ఆరోహణ క్రమము :	<u>1377</u>		ఆరోహణ క్రమము :	1467
భేదము	<u>6354</u>		భేదము	<u>6174</u>

డి.ఆర్. కాప్రేకర్ గారు 17 జనవరి 1905 సంవత్సరంలో ముంబాయికి ఉత్తరాన 100కి. మీ దూరంలో ఉన్న దహను ప్రాంతంలో జన్మించారు. ఈయన 1986లో మరణించారు. డి.ఆర్. కాప్రేకర్ గారు స్వతసిద్ధంగా గణితాన్ని అభ్యసించిన ఒక ప్రభ్యాత భారత గణితశాస్త్రవేత్త. ఈయన సంఖ్యాశాస్త్రం పైన విశేష పరిశోదనలు చేసారు.

1929 సంవత్సరంలో ముంబాయి విశ్వవిద్యాలయం నుండి బ్యాచిలర్ డిగ్రీని పొందారు. ఈయన తన మొత్తం విద్యాభ్యాస కాలంలో (1930నుండి 1960 వరకు) ఎక్కడా నియత విద్యాభ్యాసాన్ని కొనసాగించలేదు. మహర్షాప్రాఫులోని నాసిక్లో పారశాల ఉపాధ్యాయునిగా కూడా పనిచేశారు. ఏరు రెకరింగ్ డెసిమల్స్, మ్యాజిక్ స్ట్రుఱ్ మరియు ఇంటిజర్స్ విత్ స్పెషల్ ప్రోపర్టీన్ అనే పుస్తకాలను రాసి ప్రచురించడం జరిగింది. ఈయన 'గణితానంద్' అనే పేరుతో కూడా నుపరిచితులే.

కాప్రేకర్ స్థిరాంకము -

కాప్రేకర్ 1949వ సంవత్సరంలో 6174 అనే ఒక ప్రత్యేక ధర్మాన్ని కలిగిన సంఖ్యను కనుగొన్నారు. దీనినే కాప్రేకర్ స్థిరాంకము అని అంటారు.



Learning Outcomes

The learner is able to

- measure the sides and angles of a triangle.
- classify the triangles based on sides and angles.
- find unknown measurements in a triangle by using the properties of triangles.
- explain the properties of interior and exterior angles of a triangle.
- verify the properties of angles and sides of a triangle.

Content Items

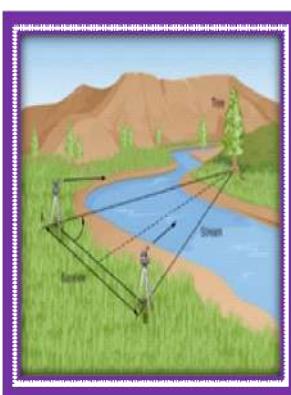
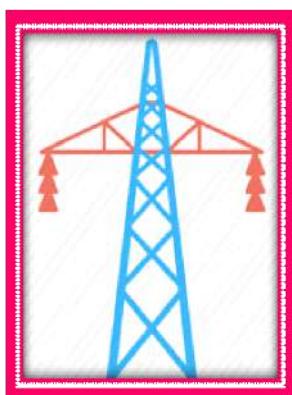
- 5.0 Introduction
- 5.1 Classification of triangles
- 5.2 Interior angles sum property
- 5.3 Exterior angle property
- 5.4 Properties of sides of a triangle



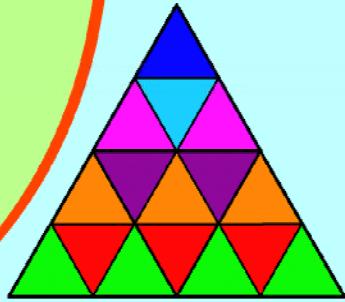
H8F1II1

5.0 Introduction :

We have learnt about triangle and its parts in the previous class. Triangle is one of the basic shapes in Geometry. We use triangle shapes in several situations of our daily life. It is used in bridge construction like long hanging bridges and other structures for more strength and stability. They are also used in high tension electric towers, buildings, land surveying, signal towers and roof constructions etc. because this shape absorbs the pressure and remain rigid. Look at the pictures and speak about them. What do you observe?



త్రిభుజాలు



అభ్యాసకులు

- త్రిభుజం యొక్క భుజాలను మరియు కోణాలను కొలవగలరు.
- త్రిభుజములను భుజాలు మరియు కోణాల ఆధారంగా వర్గీకరించగలరు.
- త్రిభుజ ధర్మాలను ఉపయోగించి త్రిభుజంలోని విలువలను కనుగొనగలరు.
- త్రిభుజంలోని అంతరకోణాల, బాహ్యకోణాల ధర్మాలను వివరించగలరు.
- త్రిభుజంలోని భుజాలు మరియు కోణాల ధర్మాలను సరిచూడగలరు.

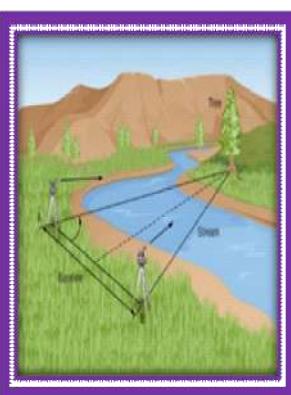
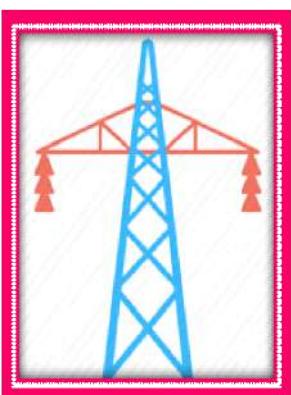
దిష్టయాండాలు

- 5.0 పరిచయం
- 5.1 త్రిభుజాల వర్గీకరణ
- 5.2 అంతర్ కోణాల మొత్తము - ధర్మాలు
- 5.3 త్రిభుజ బాహ్యకోణ ధర్మాలు
- 5.4 త్రిభుజం యొక్క భుజాల ధర్మాలు



5.0 పరిచయం :

క్రింది తరగతిలో త్రిభుజాలు మరియు వాటి భాగాలు గురించి నేర్చుకున్నాం. త్రిభుజము రేఖాగణితంలో ఒక ప్రాథమిక ఆకారం. మన నిత్య జీవితంలో అనేక సందర్భాలలో త్రిభుజాకారాలను ఉపయోగిస్తున్నాం. త్రిభుజాకారాలను బ్రిడ్జీల నిర్మాణాలకు ముఖ్యంగా అతి పొడవైన వ్రేలాడే వంతెనలు మరియు ధృడమైన మరియు స్థిరమైన నిర్మాణాలకు ఉపయోగిస్తున్నాం. అధిక విద్యుత్తును ప్రసారం చేసే స్థంభాలు గల విద్యుత్ టపర్స్, భవనాలు, భూముల సర్ఫ్స్, సిగ్నల్ టపర్స్ మరియు పైకప్పుల నిర్మాణాలలో మొదలగు వాటిలో కూడా త్రిభుజాకారాలను ఉపయోగిస్తారు. ఎందుకనగా ఈ ఆకారం ఒత్తిడిని గ్రహించి స్థిరంగా ఉంటుంది. క్రింది చిత్రాలను చూసి, వాటి గురించి చెప్పండి. మీరు ఏమి గమనించారు?





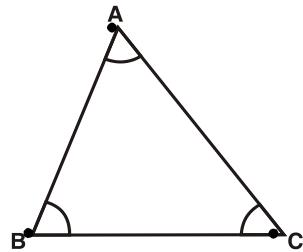
We can observe so many triangles in the above pictures, they are in different sizes. To know their properties, it is needed to learn more about triangles. In this chapter, we are going to learn about classification of triangles and properties of triangles. Before going to discuss these concepts in detail, let us recall and review the previous concepts what we have learnt in previous class.

A triangle is a simple closed plane figure formed by three line segments.

A triangle has three vertices, three sides and three angles. A triangle can be named in either clockwise or anti clockwise direction, i.e. ΔACB or ΔABC .

Look at the adjacent figure. The elements in ΔABC are:

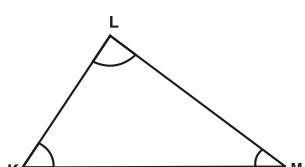
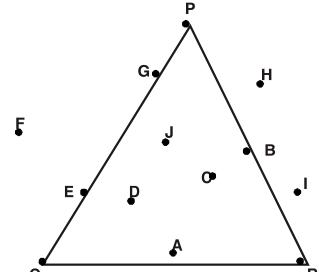
- i) three vertices: A, B and C
- ii) three angles: $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$
- iii) three sides: \overline{AB} , \overline{BC} and \overline{CA}



The opposite side to vertex A is \overline{BC} and similarly, the opposite sides to vertices B and C are \overline{AC} and \overline{AB} respectively.

Review Exercise

1. Mark any three non collinear points A, B and C in your note book, join them to make a triangle and name it.
2. Observe the given triangle and answer the following:
 - i) Write the interior points of the triangle.
 - ii) Write the points marked on the triangle.
 - iii) Write the exterior points of the triangle.
3. Observe the given triangle and answer the following:
 - i) The opposite side to vertex L is _____
 - ii) The opposite side to $\angle K$ is _____
 - iii) The opposite angle to \overline{KL} is _____
 - iv) The opposite vertex to \overline{LM} is _____





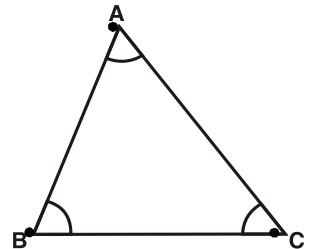
పైన చూపిన పటములలో మనము చాలా రకాల త్రిభుజాలను గమనించవచ్చు, అవి వివిధ రకాల పరిమాణాలలో ఉన్నాయి. త్రిభుజాల ధర్మాలను అవగాహన చేసుకొనుటకు వాటి గురించి మరికొన్ని అంశాలు తెలుసుకొనుట అవసరం. ఈ అధ్యాయంలో త్రిభుజాల వర్గీకరణ మరియు త్రిభుజాల ధర్మాలు మొదలగు విషయాల గురించి మనం నేర్చుకుండాం. ఈ విషయాలను చర్చించుటకు ముందుగా క్రింది తరగతులలో నేర్చుకున్న త్రిభుజానికి సంబంధించిన పూర్వజ్ఞానాన్ని గుర్తుకు తెచ్చుకుండాం.

మూడు రేఖా ఖండాలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటమును త్రిభుజం అంటారు.

త్రిభుజమునకు మూడు శీర్షములు, మూడు భుజములు మరియు మూడు కోణములు కలవు. త్రిభుజమునకు సవ్య లేదా అవసవ్య దిశలలో పేరు పెట్టవచ్చు. అనగా ΔABC లేదా ΔABC

ప్రక్క పటము నుండి, త్రిభుజము ABC లోని అంశములు ఏమనగా,

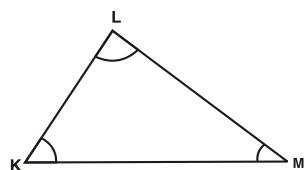
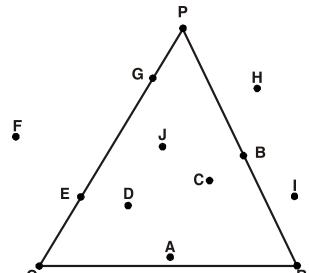
- మూడు శీర్షములు: A, B మరియు C
- మూడు కోణములు: $\angle A$, $\angle B$ మరియు $\angle C$
- మూడు భుజములు: \overline{AB} , \overline{BC} మరియు \overline{CA} .



శీర్షము Aకు ఎదురుగా ఉన్న భుజము \overline{BC} , ఆదేవిధంగా B మరియు C లకు ఎదురుగా ఉన్న భుజములు వరుసగా \overline{AC} మరియు \overline{AB} .

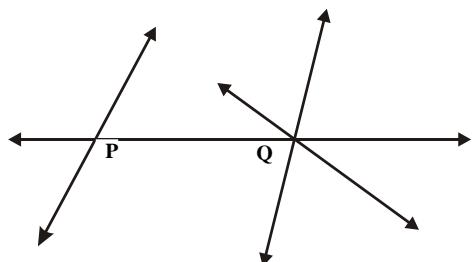


- ఏవైనా మూడు సరేఫీయాలు కాని బిందువులు A, B మరియు C లను కాగితము పై గుర్తించుము. వాటిని కలిపి త్రిభుజము గేసి పేరు పెట్టము.
- ఇచ్చిన త్రిభుజమును పరిశీలించి, క్రింది వాటికి జవాబు ప్రాయండి.
 - త్రిభుజము యొక్క అంతర బిందువులు రాయండి.
 - త్రిభుజము పైన ఉన్న బిందువులు రాయండి.
 - త్రిభుజము యొక్క బాహ్య బిందువులు రాయండి.
- ఇచ్చిన త్రిభుజమును పరిశీలించి, క్రింది వాటికి సమాధానం రాయండి.
 - శీర్షము L నకు ఎదురుగా ఉన్న భుజము _____
 - $\angle K$ కు ఎదురుగా ఉన్న భుజము _____
 - \overline{KL} నకు ఎదురుగా ఉన్న కోణము _____
 - \overline{LM} నకు ఎదురుగా ఉన్న శీర్షము _____.



4. Classify the following angles into acute, obtuse and right angles :
 $20^\circ, 50^\circ, 102^\circ, 47^\circ, 125^\circ, 65^\circ, 36^\circ, 90^\circ, 95^\circ$ and 110° .

5. Write the intersecting point and concurrent point in the adjust figure.



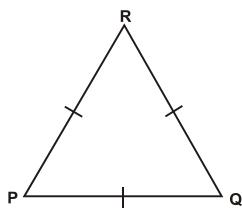
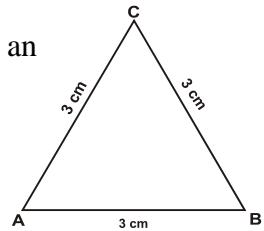
5.1 Classification of triangles :

Based on the length of the sides, the triangles are classified into three types. They are:

1. **Equilateral Triangle:** A triangle with three equal sides is called an Equilateral Triangle.

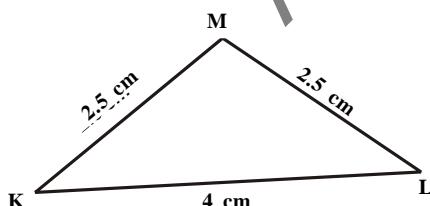
Ex: i) In $\triangle ABC$, $AB = BC = CA = 3\text{cm}$

ii) In $\triangle PQR$, $PQ = QR = RP$

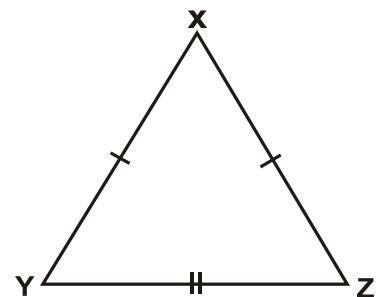


2. **Isosceles Triangle :** A triangle with two equal sides is called an Isosceles Triangle.

Ex :



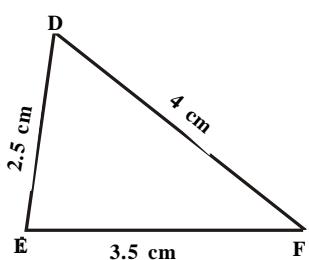
i) In $\triangle KLM$, $KM = ML = 2.5\text{ cm}$



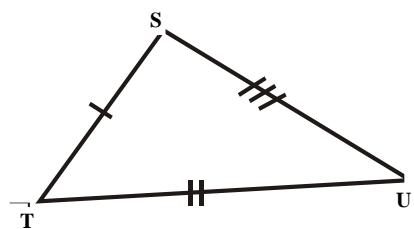
ii) In $\triangle XYZ$, $XY = XZ$

3. **Scalene Triangle:** A triangle with no two sides are equal is called a Scalene Triangle.

Ex :



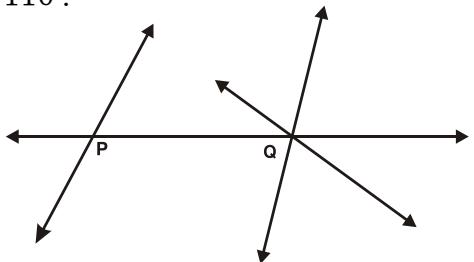
i) In $\triangle DEF$, $DE \neq EF \neq FD$



ii) In $\triangle STU$, $ST \neq TU \neq US$

4. క్రింద ఇచ్చిన కోణాలను అల్ప, అధిక మరియు లంబకోణములుగా వర్గీకరించండి.
 $20^\circ, 50^\circ, 102^\circ, 47^\circ, 125^\circ, 65^\circ, 36^\circ, 90^\circ, 95^\circ$ మరియు 110° .

5. ప్రక్క పటము నుండి ఖండన బిందువు మరియు మిళిత బిందువును ప్రాయండి.

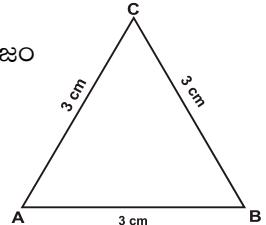


5.1 త్రిభుజాల వర్గీకరణ (త్రిభుజాలలో రకాలు) :

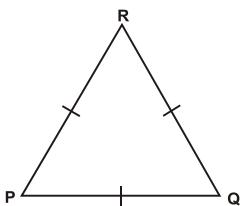
భుజాల కొలతల ఆధారంగా, త్రిభుజములను మూడు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. అవి :

1. సమభావు త్రిభుజం : అన్ని భుజాలు సమానంగా ఉన్న త్రిభుజమును సమభావు త్రిభుజం అంటారు.

ఉదా : i) $\triangle ABC \text{ లో } AB = BC = CA = 3 \text{ సెం.మీ.}$



ii) $\triangle PQR \text{ లో } PQ = QR = RP$

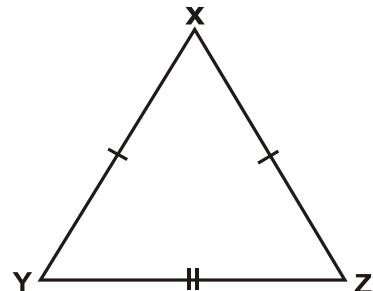
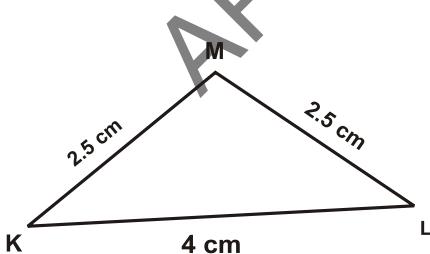


మీకు తెలుసా?

సమాన భుజాలను సమాన సంఖ్య గల గీతలతో సూచిస్తారు. అదేవిధంగా సమాన కోణాలను కూడా సమాన సంఖ్య గల గీతలతో సూచిస్తారు.

2. సమద్విబాహు త్రిభుజం : రెండు భుజాలు సమానంగా ఉన్న త్రిభుజమును సమద్విబాహు త్రిభుజం అంటారు.

ఉదా :

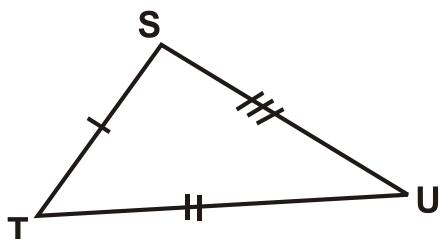
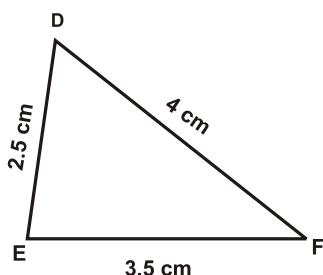


i) $\triangle KLM \text{ లో } KM = ML = 2.5 \text{ సెం.మీ.}$

ii) $\triangle XYZ \text{ లో } XY = XZ$

3. విషమభావు త్రిభుజం : ఏ రెండు భుజాలు సమానంగా లేని త్రిభుజమును విషమభావు త్రిభుజము అంటారు.

ఉదా :



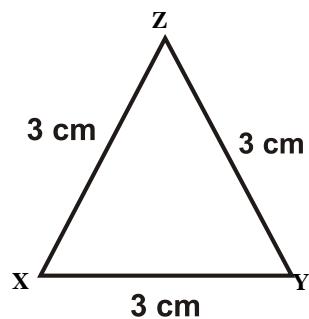
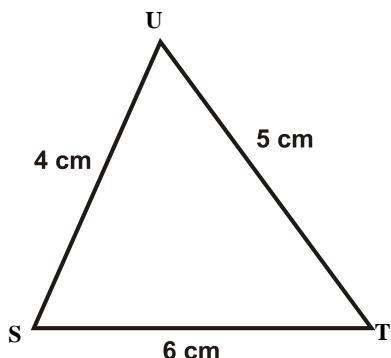
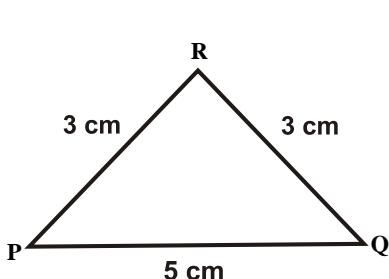
i) $\triangle DEF \text{ లో } DE \neq EF \neq FD$

ii) $\triangle STU \text{ లో } ST \neq TU \neq US$



Check Your Progress

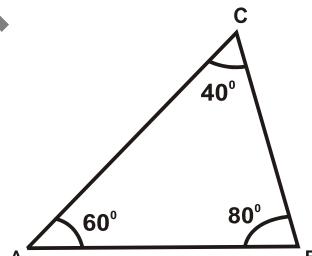
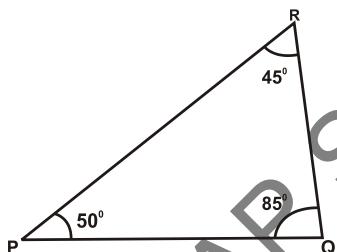
Classify the following triangles according to the length of their sides:



Based on the measure of the angles, triangles are classified into three types. They are :

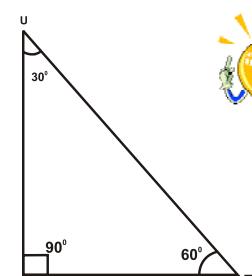
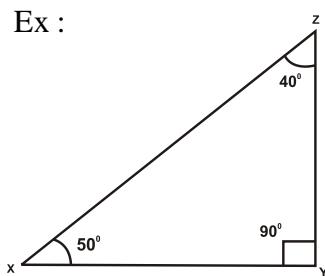
1. **Acute angled triangle:** A triangle with all acute angles is called an Acute angled triangle.

Ex :



2. **Right angled triangle:** A triangle with one right angle is called a right angled triangle.

Ex :

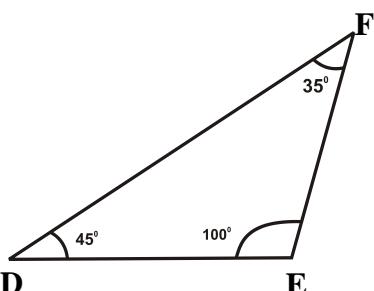
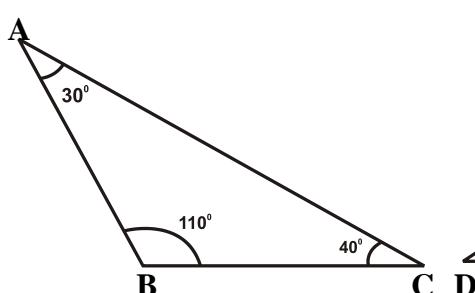


Do you know?

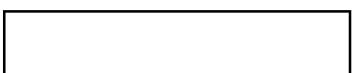
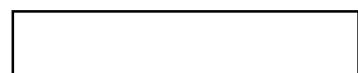
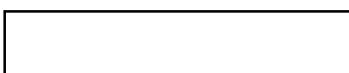
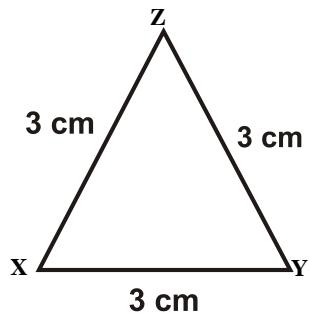
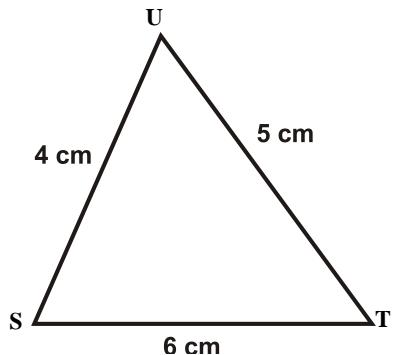
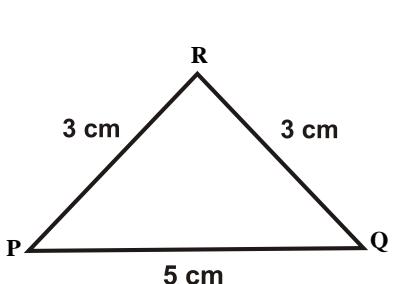
In a right angled triangle, the side opposite to right angle is called 'Hypotenuse'.

3. **Obtuse angled triangle:** A triangle with one obtuse angle is called an obtuse angled triangle.

Ex :



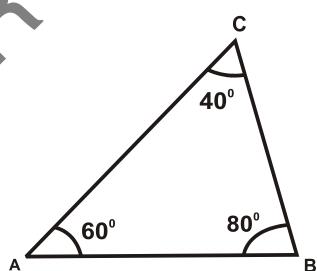
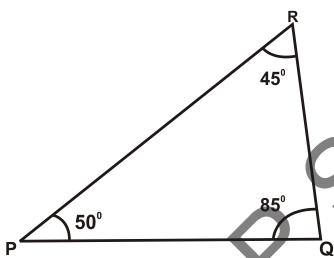
క్రింద ఇచ్చిన త్రిభుజాలను భుజాల కొలతల అధారంగా వర్గీకరించండి.



కోణాల కొలతలు అధారంగా త్రిభుజాలను మాడు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. అవి :

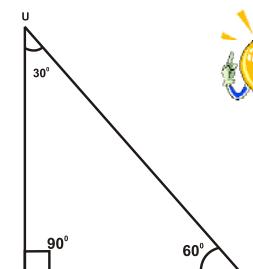
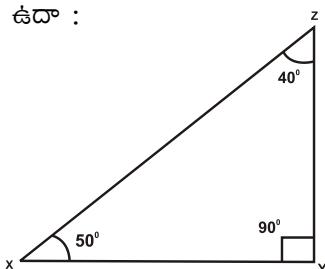
1. అల్పకోణ త్రిభుజం : త్రిభుజము యొక్క అన్ని కోణాలు అల్పకోణములుగా గల త్రిభుజమును అల్పకోణ త్రిభుజం అంటారు.

ఉదా :



2. లంబకోణ త్రిభుజం : త్రిభుజములో ఒక కోణం లంబకోణం గల త్రిభుజమును లంబకోణ త్రిభుజం అంటారు.

ఉదా :

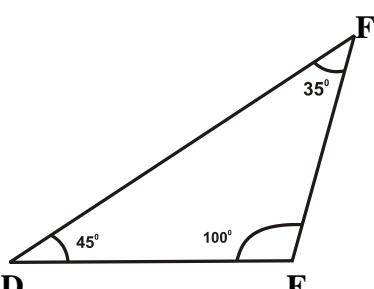
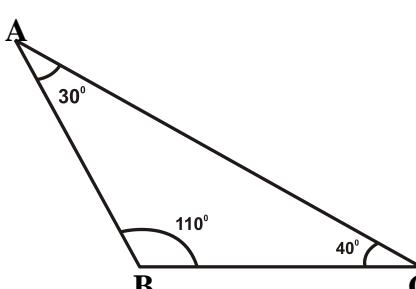


మీకు తెలుసా?

లంబకోణ త్రిభుజములో
లంబకోణానికి ఎదురుగా ఉండే
భుజాన్ని ‘కర్ణము’ అంటారు.

3. అధికకోణ త్రిభుజం : త్రిభుజములో ఒక కోణం అధికకోణంగా గల త్రిభుజమును అధికకోణ త్రిభుజం అంటారు.

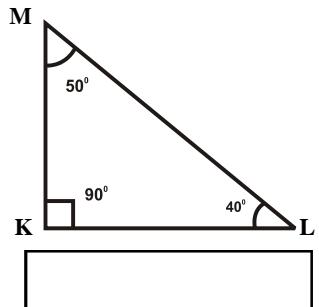
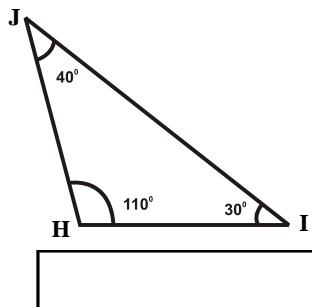
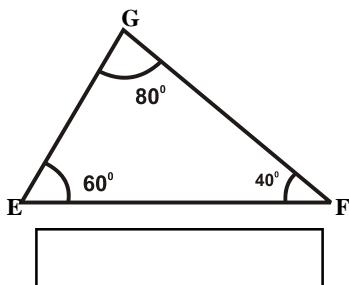
ఉదా :





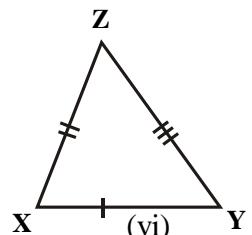
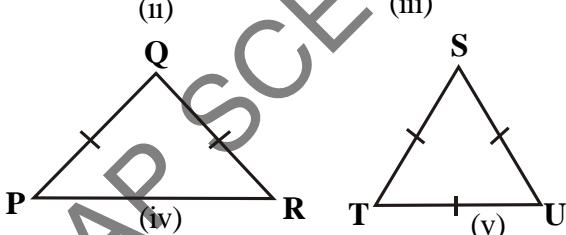
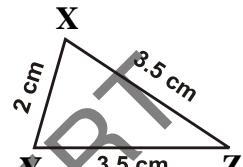
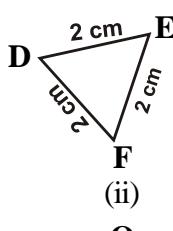
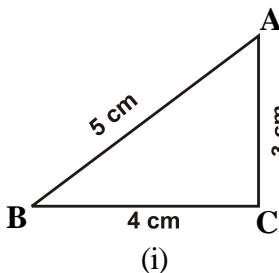
Check Your Progress

Classify the following triangles according to the measure of their angles.

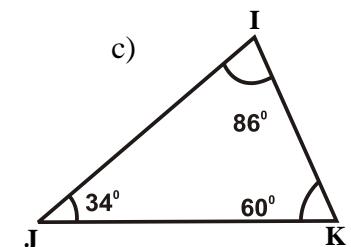
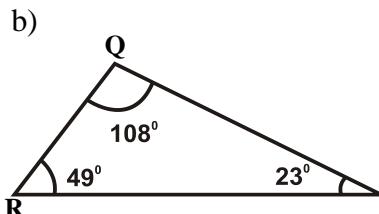
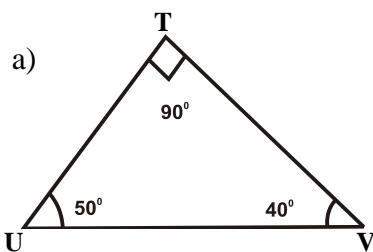


Exercise - 5.1

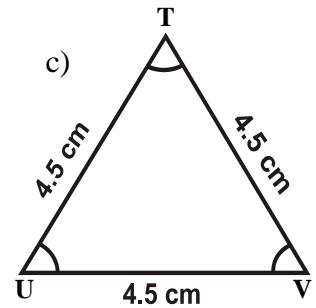
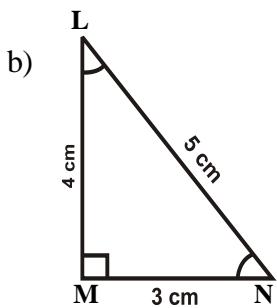
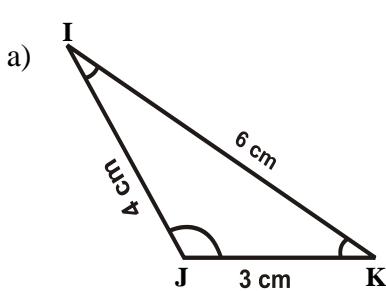
1. Classify the following triangles based on the length of their sides.

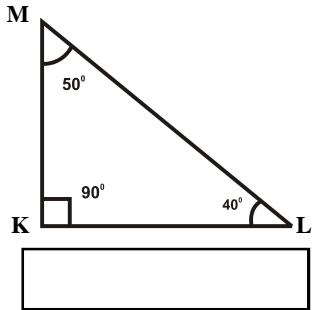
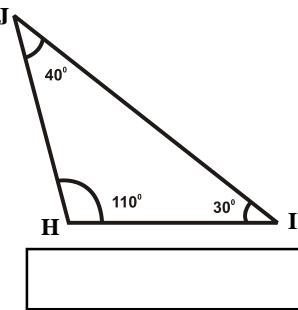
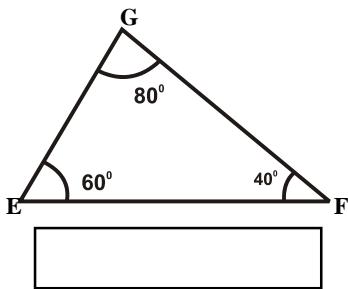


2. Classify the following triangles based on the measure of angles.



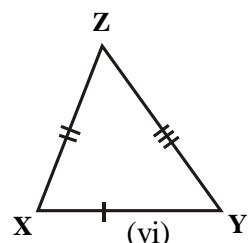
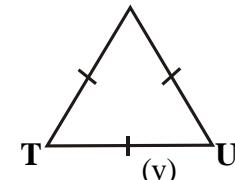
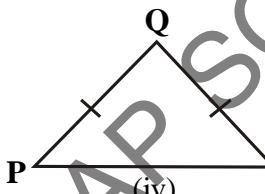
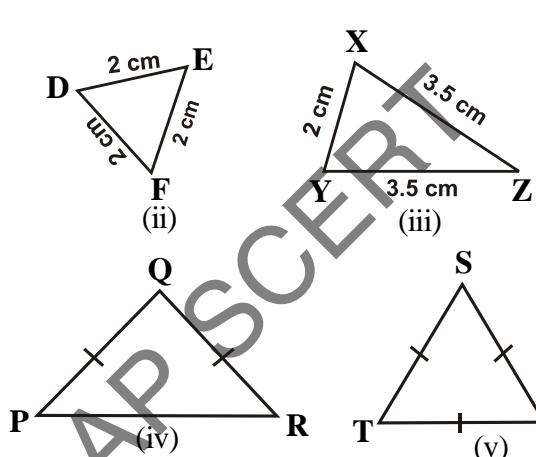
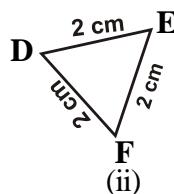
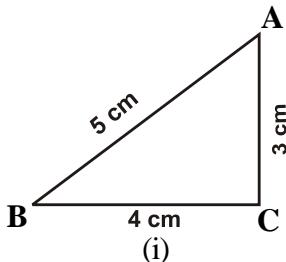
3. Classify the following triangles based on their sides and also on their angles.



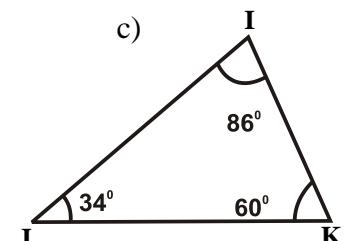
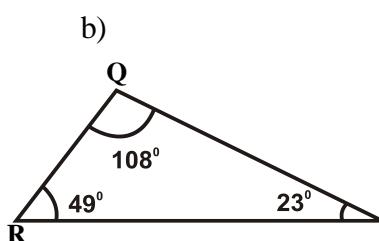
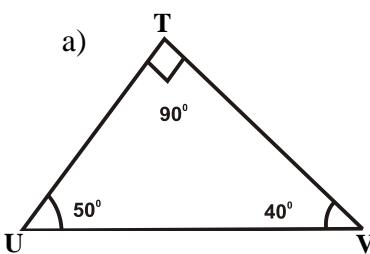


అభయాసం-5.1

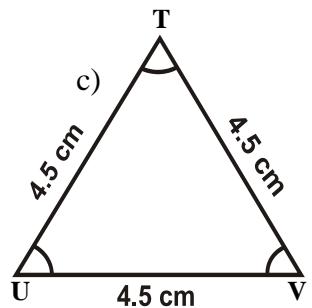
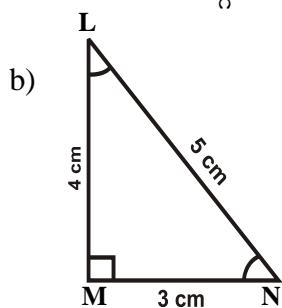
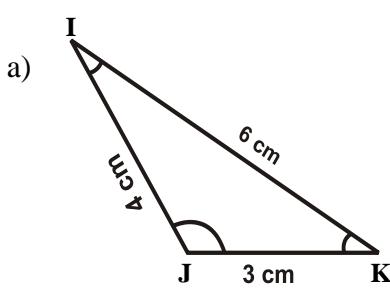
- 1) క్రింద ఇచ్చిన ప్రిభుజాలను భుజాల పొడవుల ఆధారంగా వరీకరించండి.



- 2) క్రింద ఇచ్చిన ప్రిభుజాలను కోణాల ఆధారంగా వరీకరించండి.



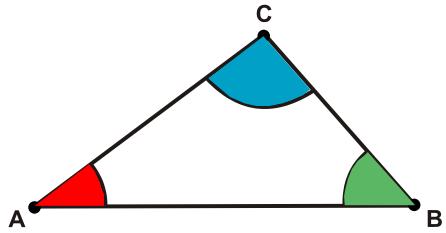
- 3) క్రింద ఇచ్చిన ప్రిభుజాలను కోణాలు, భుజాల ఆధారంగా వరీకరించండి.



5.2 Interior Angles sum Property of a triangle:



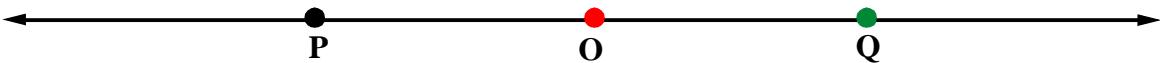
- On a white paper, draw a triangle ABC. Using colour pencils, colour its angles as shown in the figure.



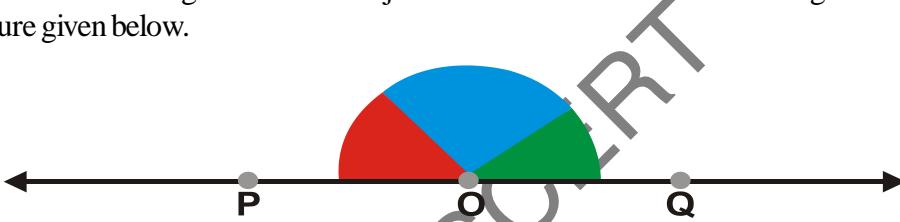
- Using a scissors, cut out the three angular regions.



- Draw a line PQ and mark a point 'O' on it.



- Paste the three angular cut outs adjacent to each other to form one angle at 'O' as shown in the figure given below.



You will find that three angles now constitute a straight angle.

Thus, *the sum of three interior angles of a triangle is equal to 180° .*

Proof of the interior angle-sum property of a triangle :

Statement : The sum of the interior angles of a triangle is 180° .

Given : ABC is a triangle

To prove : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Construction : Draw a line \overrightarrow{PQ} , through 'A' parallel to \overrightarrow{BC}

Proof : Mark the angles as indicated in the figure:

$$\angle 2 = \angle 5 \longrightarrow \text{(i)} \quad (\text{why?})$$

$$\angle 3 = \angle 4 \longrightarrow \text{(ii)} \quad (\text{why?})$$

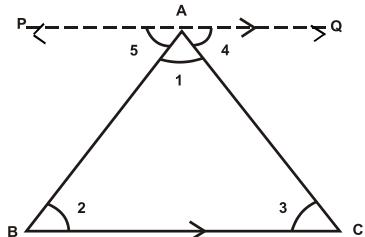
$$\text{(i)} + \text{(ii)} \Rightarrow \angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4 \quad (\text{adding } \angle 1 \text{ on both sides})$$

$$\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^\circ \quad (\text{Angle at a point on a straight line})$$

$$\text{Therefore, } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

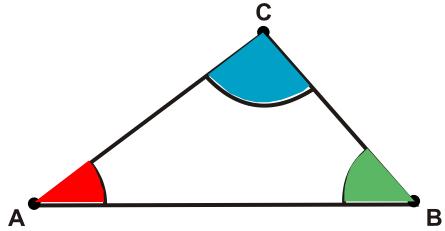
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ. \quad \therefore \text{ Hence proved.}$$



5.2 అంతర కోణాల మొత్తము - ధర్మము :



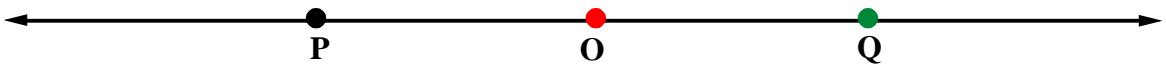
1. ఒక తెల్లకాగితంపై ABC త్రిభుజమును గీయండి. రంగు పెన్విల్స్‌తో కోణములకు పటములో చూపినట్లు రంగులు వేయండి.



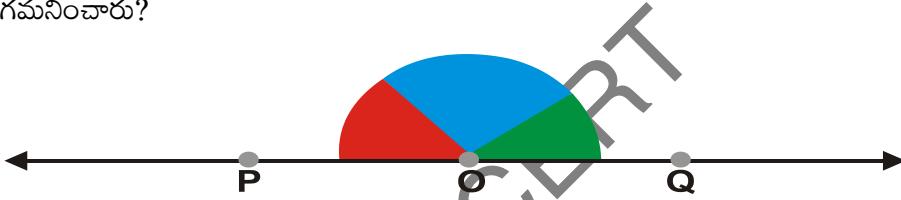
2. కత్తెరతో మూడు కోణ భాగములను కత్తిరించండి.



3. PQ అను రేఖను గీయండి. దానిపై 'O' బిందువును గుర్తించండి.



4. క్రింది పటంలో చూపినట్లు 'O' వద్ద ఒకే కోణం ఏర్పడునట్లు కత్తిరించిన కోణ భాగములను పక్క పక్కనే అఱికించండి. ఏమి గమనించారు?



మూడు కోణాల భాగములు సరళరేఖపై 180° కోణం ఏర్పరచడాన్ని మీరు గమనించవచ్చు.

కనుక త్రిభుజములోనీ మూడు అంతర కోణాల మొత్తము 180° అని చెప్పవచ్చు.

త్రిభుజములో అంతర కోణాల మొత్తము 180° అను ధర్మమునకు ఒక నిరూపణ :

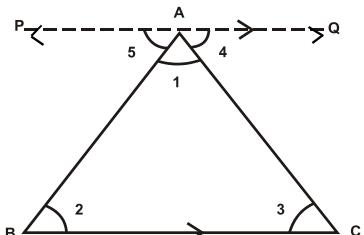
ప్రవచనము : ఒక త్రిభుజములో అంతర కోణముల మొత్తము 180° .

దత్తాంశము : ABC ఒక త్రిభుజము

సారాంశము : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

నిర్మాణము : శీర్షము 'A' గుండా \overline{BC} భుజమునకు

సమాంతరముగా \overrightarrow{PQ} అను రేఖను గీయండి.



నిరూపణ : పటంలో చూపిన విధంగా కోణములను గుర్తించండి.

$$\angle 2 = \angle 5 \quad \longrightarrow \quad (\text{i}) \quad (\text{ఎందుకు?})$$

$$\angle 3 = \angle 4 \quad \longrightarrow \quad (\text{ii}) \quad (\text{ఎందుకు?})$$

$$(\text{i}) + (\text{ii}) \Rightarrow \angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4 \quad (\text{ఇరువైపులా } \angle 1 \text{ను కూడగా})$$

$$\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^\circ \quad (\text{సరళరేఖపై ఒక బిందువు వద్ద కోణం})$$

$$\text{కావున, } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ నిరూపించబడింది.}$$

Example 1 : In a triangle, two angles are 43° and 57° . Find the third angle.

Solution : Given two angles of a triangle are 43° and 57°

$$\text{Sum of these two angles} = 43^\circ + 57^\circ = 100^\circ$$

In a triangle the sum of the interior angles is 180° .

$$\therefore \text{Third angle} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

Example 2 : Find the value of ‘ x ’ in the following triangles:

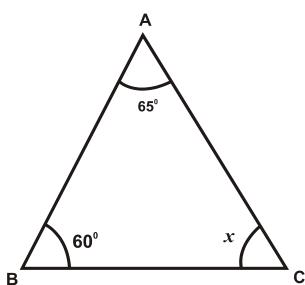


Fig. (i)

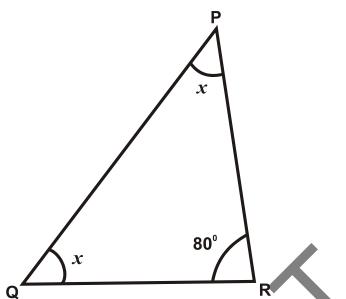


Fig. (ii)

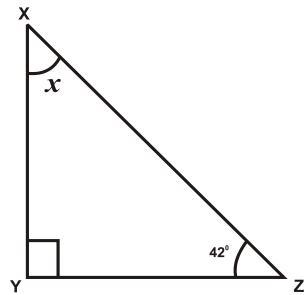


Fig. (iii)

Solution: From the fig. (i)

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B + \angle C &= 180^\circ && (\because \text{Sum of three angles in triangle is } 180^\circ) \\ 65^\circ + 60^\circ + x &= 180^\circ && \\ x &= 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ\end{aligned}$$

From the fig. (ii)

$$\begin{aligned}\angle P + \angle Q + \angle R &= 180^\circ && (\text{why?}) \\ x + x + 80^\circ &= 180^\circ && \\ 2x &= 180^\circ - 80^\circ \Rightarrow 2x = 100^\circ \Rightarrow x = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ && \Rightarrow 2x + 80^\circ = 180^\circ\end{aligned}$$

From the fig. (iii)

$$\begin{aligned}\angle X + \angle Y + \angle Z &= 180^\circ && (\text{why?}) \\ x + 90^\circ + 42^\circ &= 180^\circ \Rightarrow x + 132^\circ = 180^\circ \\ x &= 180^\circ - 132^\circ && \therefore x = 48^\circ\end{aligned}$$

ఉదాహరణ 1 : ఒక త్రిభుజం లోని రెండు కోణములు 43° మరియు 57° . మూడవ కోణమును కనుగొనండి.

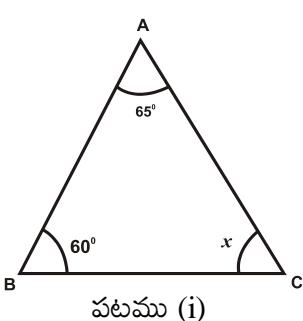
సాధన : దత్తాంశం నుండి త్రిభుజములోని రెండు కోణములు 43° మరియు 57°

$$\text{ఈ రెండు కోణముల మొత్తము} = 43^\circ + 57^\circ = 100^\circ$$

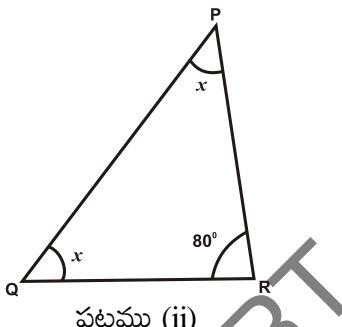
$$\text{త్రిభుజములో అంతర కోణముల మొత్తము} 180^\circ$$

$$\therefore \text{మూడవకోణం} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

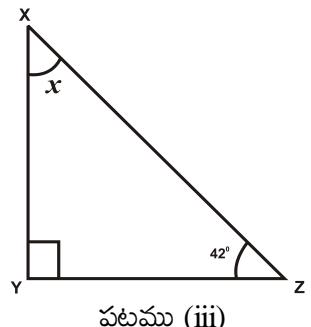
ఉదాహరణ 2 : క్రింద ఇచ్చిన త్రిభుజములలో 'x' విలువను కనుగొనండి.



పటము (i)



పటము (ii)



పటము (iii)

సాధన : పటము (i) నుండి

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(∴ త్రిభుజములో అంతర కోణముల మొత్తము 180°)

$$65^\circ + 60^\circ + x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 125^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

పటము (ii) నుండి

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

(ఎందుకు?)

$$x + x + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2x + 80^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 80^\circ \Rightarrow 2x = 100^\circ \Rightarrow x = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

పటము (iii) నుండి

$$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$$

(ఎందుకు?)

$$x + 90^\circ + 42^\circ = 180^\circ$$

$$x + 90^\circ + 42^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 132^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 132^\circ$$

$$\therefore x = 48^\circ$$

Example 3: Find the values of x and y in the given triangle.

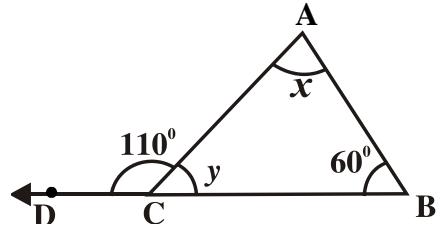
Solution : In the ΔABC ,

$$\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ \text{ (linear pair of angles)}$$

$$110^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 110^\circ$$

$$y = 70^\circ \longrightarrow \text{(i)}$$



$$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 180^\circ \quad (\text{Why?})$$

$$x + y + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ \quad (\text{From (i)})$$

$$x + 130^\circ = 180^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

Example 4 : In a right angled triangle one acute angle is 44° then find the other acute angle.

Solution : We know that, sum of the two acute angles in a right angled triangle is 90° .

Given that, in the right angled triangle one of the acute angles = 44°

Other acute angle in right angled triangle = $90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$

Example 5 : The angles of a triangle are $(x + 10)^\circ$, $(x - 20)^\circ$ and $(x + 40)^\circ$. Find the value of x and the measure of the angles.

Solution : Given that the angles of the triangle are $(x + 10)^\circ$, $(x - 20)^\circ$ and $(x + 40)^\circ$.

$$(x + 10)^\circ + (x - 20)^\circ + (x + 40)^\circ = 180^\circ \quad (\text{why?})$$

$$x + 10^\circ + x - 20^\circ + x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 150^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{150^\circ}{3} = 50^\circ$$

The angles are, $x + 10^\circ = 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ$

$$x - 20^\circ = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$$

$$x + 40^\circ = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$$

\therefore Measure of the angles are 60° , 30° and 90° .

ఉదాహరణ 3 : ఇచ్చిన త్రిభుజములో x మరియు y విలువలు కనుగొనండి.

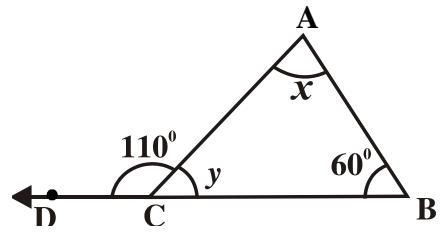
సాధన : ΔABC లో,

$$\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ \text{ (రేఖీయ కోణాల ర్యాయం)}$$

$$110^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 110^\circ$$

$$y = 70^\circ \longrightarrow \text{(i)}$$



$$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 180^\circ \quad (\text{ఎందుకు?})$$

$$x + y + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ \quad \text{(i) నుండి}$$

$$x + 130^\circ = 180^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

ఉదాహరణ 4 : లంబకోణ త్రిభుజములో ఒక అల్పకోణం 44° అయిన రెండవ అల్పకోణం కనుగొనండి.

సాధన : లంబకోణ త్రిభుజములో రెండు అల్ప కోణాల మొత్తం 90° లు అని మనకు తెలుసు.

$$\text{దత్తాంశ ప్రకారం లంబకోణ త్రిభుజములో ఒక అల్పకోణం} = 44^\circ.$$

$$\text{లంబకోణ త్రిభుజములో రెండవ అల్ప కోణం} = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$$

ఉదాహరణ 3 : త్రిభుజంలోని కోణములు $(x+10)^\circ$, $(x-20)^\circ$ మరియు $(x+40)^\circ$. ఆ కోణాలలో x విలువను మరియు ఆ కోణాల కొలతలను కనుగొనండి.

సాధన : దత్తాంశం ప్రకారం త్రిభుజంలోని కోణములు $(x+10)^\circ$, $(x-20)^\circ$ మరియు $(x+40)^\circ$

$$(x+10)^\circ + (x-20)^\circ + (x+40)^\circ = 180^\circ \quad (\text{ఎందుకు?})$$

$$x + 10^\circ + x - 20^\circ + x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 150^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{150^\circ}{3} = 50^\circ$$

$$\text{ఆ కోణాలు, } x + 10^\circ = 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ$$

$$x - 20^\circ = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$$

$$x + 40^\circ = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \text{కోణాల యొక్క కొలతలు } 60^\circ, 30^\circ \text{ మరియు } 90^\circ.$$

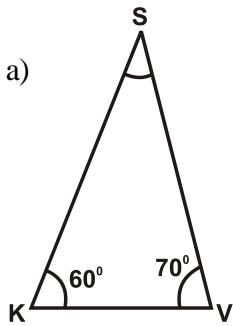


Let's think

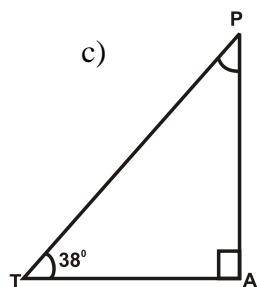
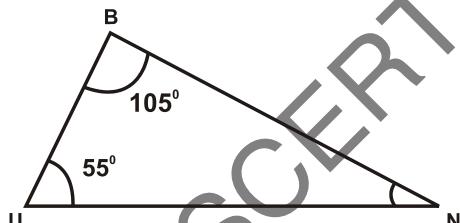
Can you find a triangle in which each angle is less than 60° ?

Exercise - 5.2

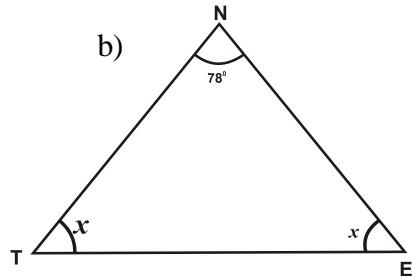
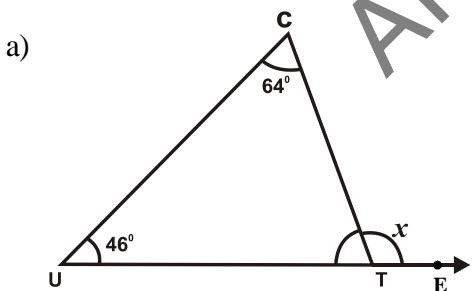
- Which of the following angles form a triangle?
 - $60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$
 - $65^\circ, 45^\circ, 70^\circ$
 - $40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$
 - $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$
 - $38^\circ, 102^\circ, 40^\circ$
 - $100^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
- Sum of two interior angles of a triangle is 105° . Find the third angle.
- In $\triangle PQR$, if $\angle P=65^\circ$ and $\angle Q=50^\circ$ then find $\angle R$.
- Find the missing angles in each of the following triangles.



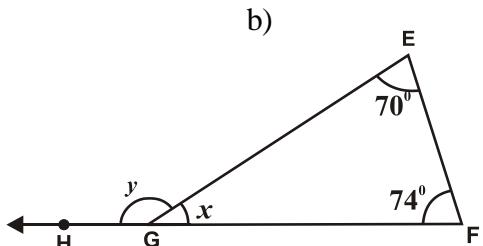
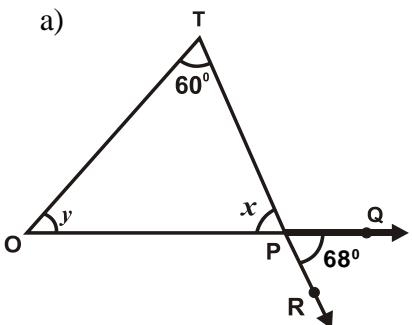
b)



- Find the value of 'x' in each of the given triangles.



- Find the value of 'x' and 'y' in each of the following triangles.



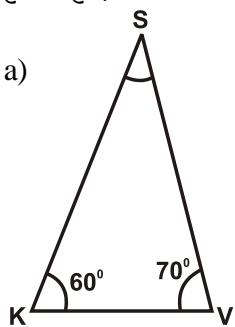


అలోచించండి

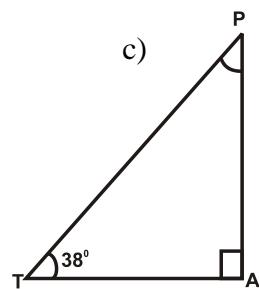
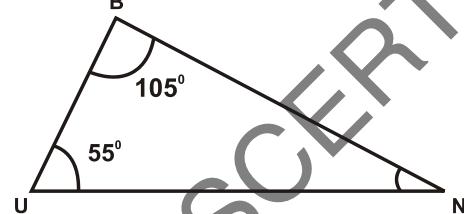
ప్రతీ కోణము 60° డిగ్రీల కన్నా తక్కువ ఉన్న త్రిభుజము సాధ్యమా?

అభ్యాసం-5.2

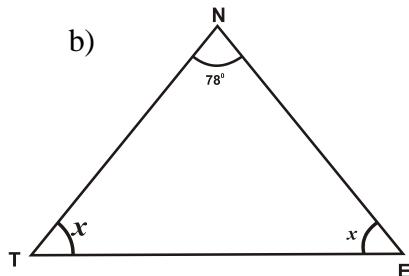
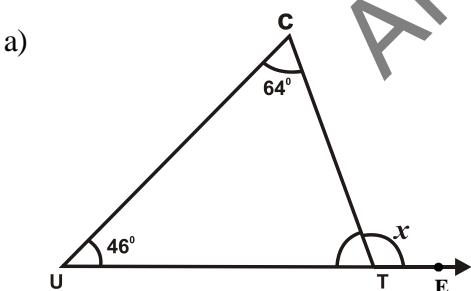
- క్రింద ఇచ్చిన కోణాలలో ఏవి త్రిభుజమును వీర్పరచును?
 - $60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$
 - $65^\circ, 45^\circ, 70^\circ$
 - $40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$
 - $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$
 - $38^\circ, 102^\circ, 40^\circ$
 - $100^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
- త్రిభుజంలోని రెండు అంతర కోణాల మొత్తము 105° అయిన మూడవకోణం కనుగొనండి.
- ΔPQR లో $\angle P=65^\circ$ మరియు $\angle Q=50^\circ$ అయిన $\angle R$ ను కనుగొనండి.
- క్రింద త్రిభుజములలో మిగిలిన కోణమును కనుగొనండి.



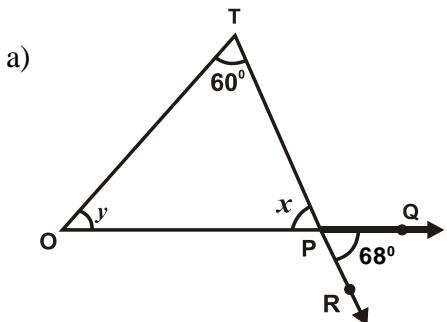
b)



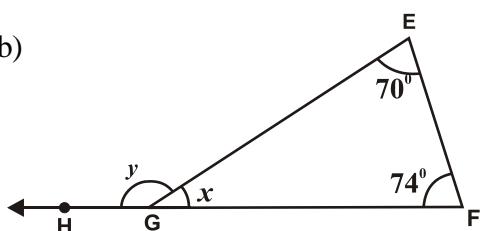
- క్రింద ఇచ్చిన త్రిభుజములలో 'x' విలువను కనుగొనండి.



- కింద ఇచ్చిన త్రిభుజాలలో 'x' మరియు 'y' విలువలు కనుగొనండి.



b)



7. In a right angled triangle one acute angle is 37° . Find the other acute angle.
8. If the three angles of a triangular signboard are $2x^\circ$, $(x - 10)^\circ$ and $(x + 30)^\circ$ respectively. Then find its angles.
9. If one angle of a triangle is 80° , find the other two angles which are equal.
10. State TRUE or FALSE for each of the following statements and write the reasons for the FALSE statement.
 - i) A triangle can have two right angles.
 - ii) A triangle can have two acute angles.
 - iii) A triangle can have two obtuse angles.
11. The angles of a triangle are in the ratio $2 : 4 : 3$, then find the angles.

5.3 Exterior Angle Property of a triangle :



Draw ΔABC and extend BC upto D.

Observe the $\angle ACD$ formed at point C. This angle lies in the exterior of ΔABC . We call it is the exterior angle of ΔABC formed at vertex C.

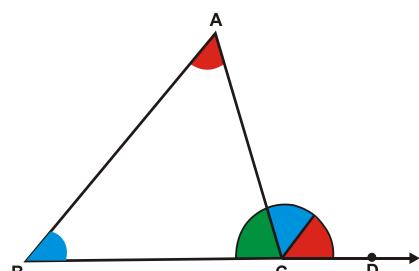
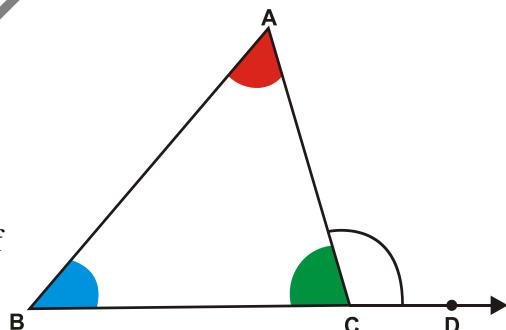
Clearly $\angle BCA$ is an adjacent angle to $\angle ACD$. The remaining two angles of the triangle namely $\angle BAC$ or $\angle A$ and $\angle CBA$ or $\angle B$ are called the two interior opposite angles of $\angle ACD$.

Now cut out (or make trace copies of) $\angle A$ and $\angle B$ and place them adjacent to each other at 'C' as shown in the Figure.

Do these two pieces together entirely cover $\angle ACD$?

Can you say that $\angle ACD = \angle A + \angle B$?

From the above activity, we can say that ***an exterior angle of a triangle is equal to the sum of its opposite interior angles.***



7. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో ఒక అల్ప కోణం 37° అయిన రెండవ అల్ప కోణం కనుగొనండి.
8. త్రిభుజాకారంలో ఉన్న షైన్ బోర్డు యొక్క మూడు అంతర కోణాలు వరుసగా $2x^0$, $(x - 10)^0$, $(x + 30)^0$ అయిన ఆ కోణాలు కనుగొనండి.
9. త్రిభుజం యొక్క ఒక కోణం 80° మరియు మిగిలిన రెండు కోణాలు సమానం అయిన వాటిని కనుగొనుము.
10. క్రింది ప్రపంచాలు సత్యమో, అసత్యమో ప్రాణి అసత్య ప్రపంచాలను కారణంగా వివరించండి.
 - i) త్రిభుజం రెండు లంబ కోణాలు కలిగి ఉండవచ్చు.
 - ii) త్రిభుజం రెండు అల్ప కోణాలు కలిగి ఉండవచ్చు.
 - iii) త్రిభుజం రెండు అధిక కోణాలు కలిగి ఉండవచ్చు.
11. త్రిభుజం యొక్క కోణాలు $2:4:3$ నిష్పత్తిలో ఉన్నచో, ఆ కోణాలు కనుగొనండి.

5.3 త్రిభుజ బాహ్యకోణ ధర్మము :



ABC త్రిభుజం గేయండి BC భుజమును D వరకు పొడిగించండి. C వద్ద ఏర్పడిన $\angle ACD$ కోణమును పరిశీలించండి.

ఈ కోణము ABC త్రిభుజం బయట ఉంది. దీనినే ABC త్రిభుజమునకు శీర్షం C వద్ద బాహ్యకోణం అంటారు.

$\angle BCA$, $\angle ACD$ కు ఆసన్నకోణం ఆనేది స్వప్తం.

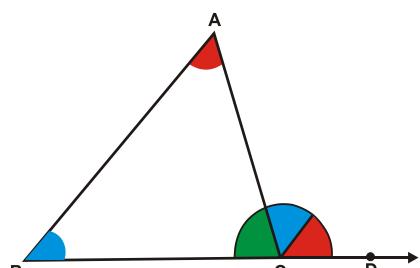
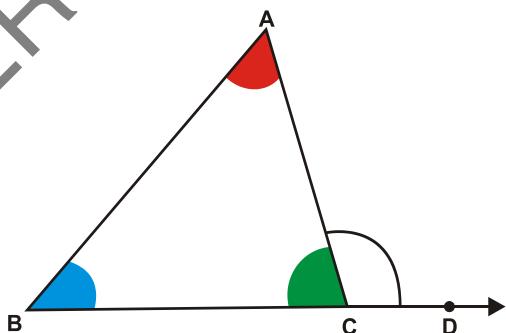
త్రిభుజంలోని మిగిలిన రెండు కోణాలు $\angle BAC$ లేదా $\angle A$ మరియు $\angle CBA$ లేదా $\angle B$ లు, బాహ్యకోణము $\angle ACD$ కు అంతరాభిముఖ కోణాలు అంటారు.

ఇప్పుడు కోణము $\angle A$, కోణం $\angle B$ లను కత్తిరించి (ట్రైస్ చేసిన ముక్కలైనా) బాహ్యకోణము $\angle ACD$ పై వటములో చూపినట్లు పక్కపక్కనే అతికించండి.

ఈ రెండు కోణాలు కలిసి బాహ్యకోణము $\angle ACD$ కు సరిపోయినవా?

$\angle ACD = \angle A + \angle B$ అని చెప్పగలరా?

పై కృత్యము నుండి ఒక త్రిభుజంలోని బాహ్యకోణము దాని యొక్క అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తమునకు సమానమని చెప్పవచ్చు.



Proof of Exterior angle property of a triangle :

We can prove this property as follows.

Statement : An exterior angle of triangle is equal to the sum of its interior opposite angles.

Given : In ΔPQR , $\angle PRS$ is an exterior angle at R, $\angle P$ and $\angle Q$ are interior opposite angles.

To prove : $\angle PRS = \angle P + \angle Q$

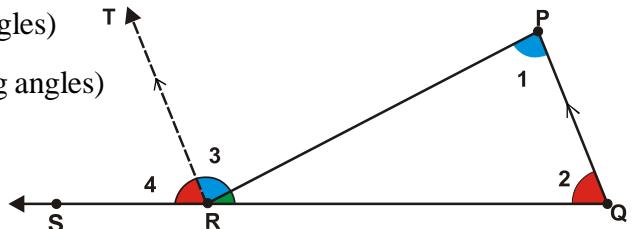
Construction: Through point 'R', Draw \overrightarrow{RT} parallel to \overline{PQ}

Proof: $\angle 1 = \angle 3 \rightarrow$ (i) (alternative angles)

$\angle 2 = \angle 4 \rightarrow$ (ii) (corresponding angles)

$$(i) + (ii) \quad \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$$

$$\angle PRS = \angle P + \angle Q$$



Thus, the exterior angle of a triangle is equal to sum of it's interior opposite angles.

Example 7 : In the ΔABC , exterior angle at $\angle C = 105^\circ$ and $\angle A = 65^\circ$. Find the other interior opposite angle.

Solution : Given that, exterior angle at $\angle C = 105^\circ$.

One of the interior opposite angle $\angle A = 65^\circ$.

The other interior opposite angle is $\angle B$.

$\angle A + \angle B = 105^\circ$ (\because Exterior angle property of a triangle)

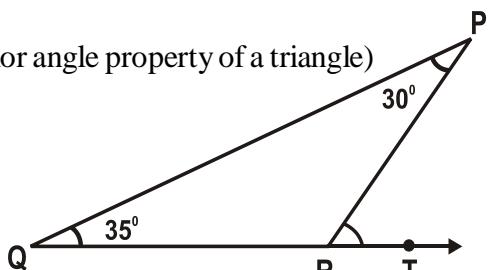
$$65^\circ + \angle B = 105^\circ \Rightarrow \angle B = 105^\circ - 65^\circ = 40^\circ$$

Example 8 : Find the exterior angle of the given triangle.

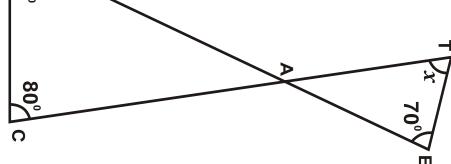
Solution : From the figure, $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 35^\circ$

Exterior angle at R = $\angle P + \angle Q$ (\because Exterior angle property of a triangle)

$$= 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$$

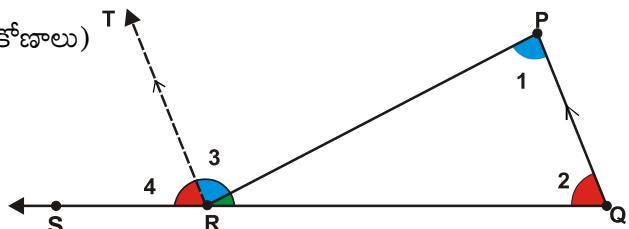


Find the value of 'x' in the given figure.



త్రిభుజ బాహ్యకోణ ధర్మము నిరూపణ : ఈ ధర్మమును కింది విధంగా నిరూపించవచ్చు.

- ప్రవచనం : త్రిభుజంలోని బాహ్యకోణం అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తమునకు సమానము.
- దత్తాంశము : ΔPQR లో R వద్ద బాహ్యకోణం $\angle PRS$. $\angle P$ మరియు $\angle Q$ అనేవి వాటి అంతరాభిముఖ కోణాలు.
- సారాంశము : $\angle PRS = \angle P + \angle Q$
- నిర్మాణము : R నుండి \overrightarrow{PQ} కు సమాంతరంగా \overrightarrow{RT} ను గీయండి.
- నిరూపణ : $\angle 1 = \angle 3 \rightarrow$ (i) (వీకాంతర కోణాలు)
 $\angle 2 = \angle 4 \rightarrow$ (ii) (సదృశ్య కోణాలు)
- (i), (ii)ల నుండి $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$
- $\therefore \angle PRS = \angle P + \angle Q$



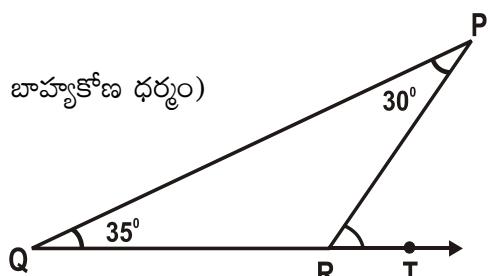
కనుక త్రిభుజములోని బాహ్యకోణం, అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తమునకు సమానము.

ఉధారణ 7 : ΔABC లో C వద్ద బాహ్యకోణం $= 105^\circ$ మరియు $\angle A = 65^\circ$ అయిన రెండవ అంతరాభిముఖ కోణం కనుగొనండి.

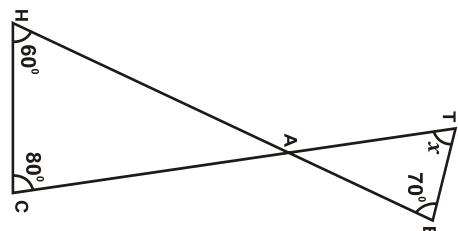
సాధన : దత్తాంశము నుండి $\angle C$ వద్ద బాహ్యకోణం $= 105^\circ$
 ఒక అంతరాభిముఖ కోణం $\angle A = 65^\circ$
 రెండవ అంతరాభిముఖ కోణం $\angle B$
 $\angle A + \angle B = 105^\circ$ (\because త్రిభుజ బాహ్యకోణ ధర్మం)
 $65^\circ + \angle B = 105^\circ \Rightarrow \angle B = 105^\circ - 65^\circ = 40^\circ$

ఉధారణ 8 : కింది త్రిభుజములో బాహ్యకోణం కనుగొనండి.

సాధన : పటము నుండి, $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 35^\circ$
 R వద్ద బాహ్యకోణం $= \angle P + \angle Q$ (\because త్రిభుజ బాహ్యకోణ ధర్మం)
 $= 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$

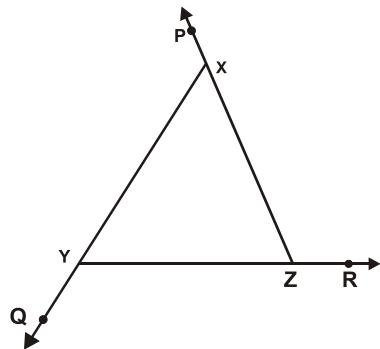


ఇచ్చిన పటంలో 'x' విలువ కనుగొనండి.

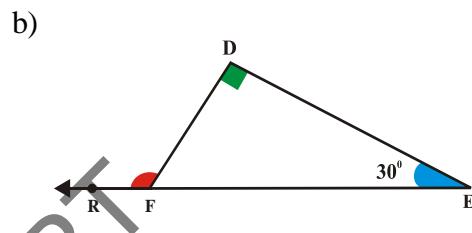
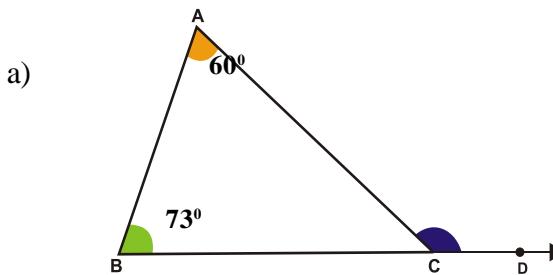


Exercise - 5.3

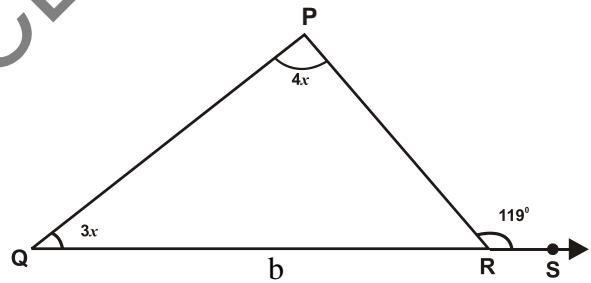
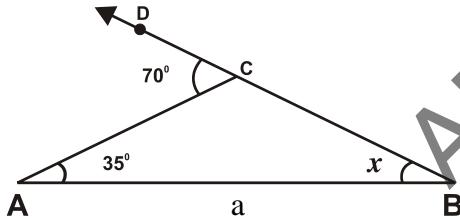
1. Write the exterior angles of ΔXYZ .



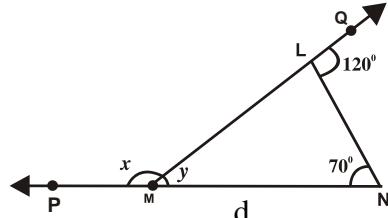
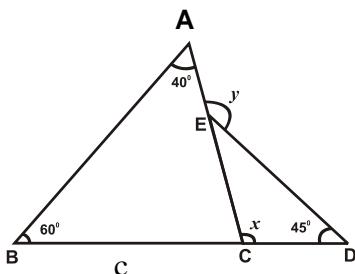
2. Find the exterior angles in each of the following triangles:



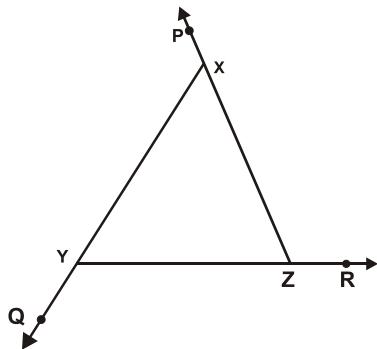
3. Find the value of 'x' in the following figures.



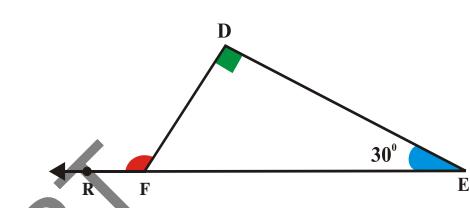
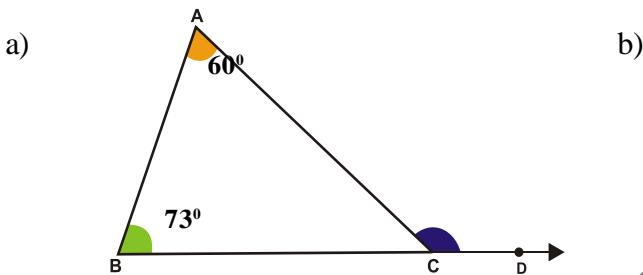
4. If the exterior angle of a triangle is 110° and its interior opposite angles are x° and $(x + 10)^\circ$ then find the value of 'x'.
5. Find the values of 'x' and 'y' in each of the following figures.



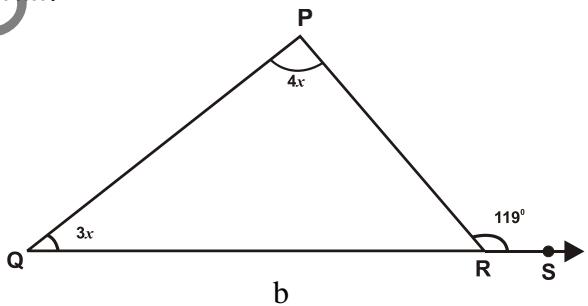
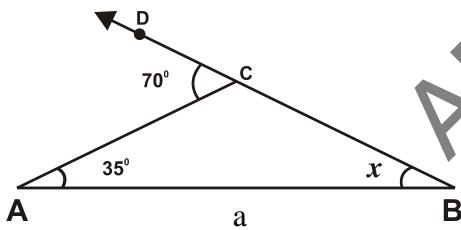
1. ΔXYZ యొక్క బాహ్యకోణాలు ప్రాయండి.



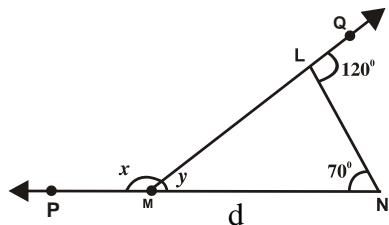
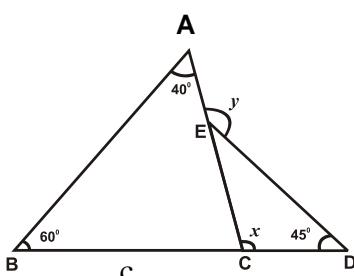
2. కింది ఇచ్చిన త్రిభుజాలలో బాహ్యకోణాలను కనుగొనుము.



3. కింది ఇచ్చిన త్రిభుజాలలో 'x' యొక్క విలువ కనుగొనుము.



4. ఒక త్రిభుజములోని బాహ్యకోణం 110^0 మరియు అంతరాభిముఖ కోణాలు x^0 మరియు $(x + 10)^0$ అయిన 'x' విలువ కనుగొనండి.
5. ఇచ్చిన త్రిభుజములలో 'x' మరియు 'y' విలువలు కనుగొనండి.



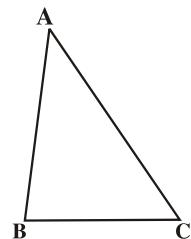
5.4 Properties of sides of a triangle :

Let's Do



Activity

Measure the length of the sides of $\triangle ABC$ and fill the following table.



Name of the Triangle	Length of the Sides	Sum of the lengths of two sides	Relation	True/False
ΔABC	$AB =$	$BC + CA =$	$BC + CA > AB$	
	$BC =$	$CA + AB =$	$CA + AB > BC$	
	$CA =$	$AB + BC =$	$AB + BC > CA$	

From the above table, we can conclude that **the sum of the lengths of any two sides of a triangle is greater than the length of the third side.**

Take the same measurements of the previous activity and note the results as given below.

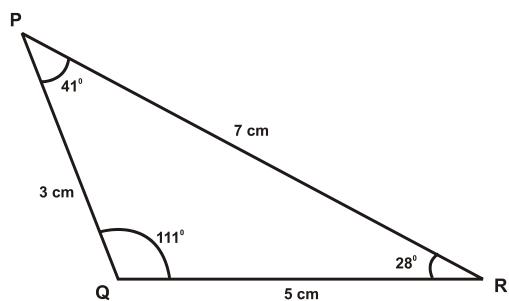
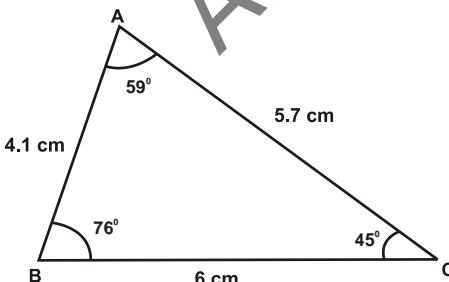
Name of the triangle	Length of the side	Difference of lengths	Relation	True/False
ΔABC	$AB =$	$BC - CA =$	$BC - CA < AB$	
	$BC =$	$CA - AB =$	$CA - AB < BC$	
	$CA =$	$AB - BC =$	$AB - BC < CA$	

From the above table we can conclude that **the difference of the lengths of any two sides of a triangle is less than the length of the third side.**

Let's Do



Activity



Fill the following table as per measurements given in the above triangles:

Name of the triangle	Measure of each angles	Lenth of each side	Smallest angle	Shortest side	Biggest angle	Longest side
ΔABC	$\angle A = \text{ }, \angle B = \text{ }, \angle C = \text{ }$	$AB = \text{ }, BC = \text{ }, CA = \text{ }$				
ΔPQR	$\angle P = \text{ }, \angle Q = \text{ }, \angle R = \text{ }$	$PQ = \text{ }, QR = \text{ }, RP = \text{ }$				

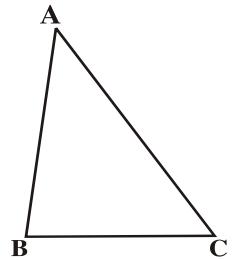
What do you observe from the last four columns in above table?

- ❖ In any triangle the opposite side to the biggest angle is bigger than the other two sides.
- ❖ In any triangle the opposite side to the smallest angle is smaller than the other two sides.

5.4 త్రిభుజము యొక్క భుజాల ధర్మాలు :



ΔABC లో ప్రతి భుజమును కొలిచి క్రింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

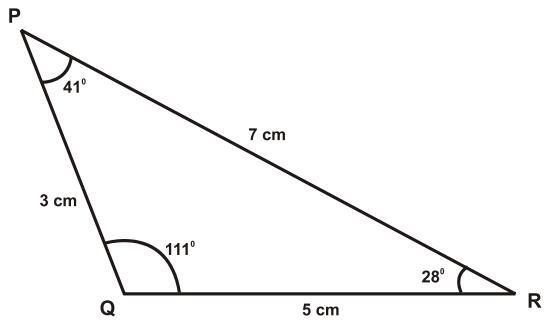
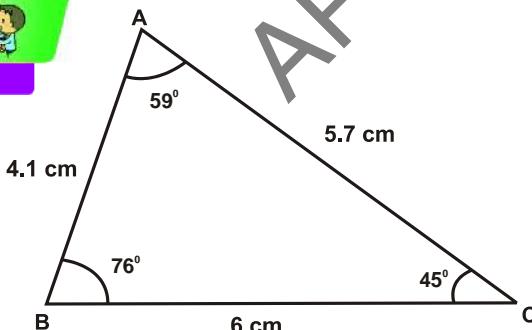


త్రిభుజము పేరు	ఒక భుజం పొడవు	రెండు భుజాల మొత్తము	సంబంధము	సత్యము/అసత్యము
ΔABC	$AB =$	$BC + CA =$	$BC + CA > AB$	
	$BC =$	$CA + AB =$	$CA + AB > BC$	
	$CA =$	$AB + BC =$	$AB + BC > CA$	

పై పట్టిక నుండి, ఒక త్రిభుజంలోని ఏవైనా రెండు భుజముల మొత్తము, మూడవ భుజం కన్నా ఎక్కువ అని నిర్ధారించవచ్చు. ఇంతకు ముందు కృత్యంలో సేకరించిన అవే భుజముల కొలతలను క్రింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

త్రిభుజము పేరు	ఒక భుజం పొడవు	రెండు భుజముల భేధము	సంబంధము	సత్యము / అసత్యము
ΔABC	$AB =$	$BC - CA =$	$BC - CA < AB$	
	$BC =$	$CA - AB =$	$CA - AB < BC$	
	$CA =$	$AB - BC =$	$AB - BC < CA$	

పై పట్టిక నుండి, ఒక త్రిభుజంలోని ఏవైనా రెండు భుజముల బేధము, మూడవ భుజం కన్నా తక్కువ అని నిర్ధారించవచ్చు.



పై త్రిభుజాల కొలతలను బట్టి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

త్రిభుజము పేరు	కోణముల కొలతలు	భుజముల కొలతలు	అతి చిన్న కోణము	అతి చిన్న భుజము	అతి పెద్ద కోణము	అతి పెద్ద భుజము
ΔABC	$\angle A = _, \angle B = _, \angle C = _$	$AB = _, BC = _, CA = _$				
ΔPQR	$\angle P = _, \angle Q = _, \angle R = _$	$PQ = _, QR = _, RP = _$				

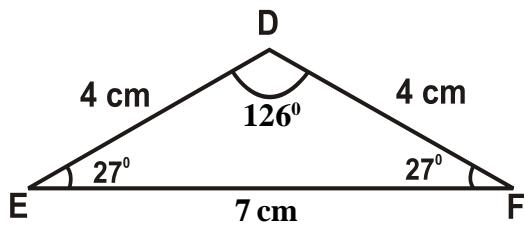
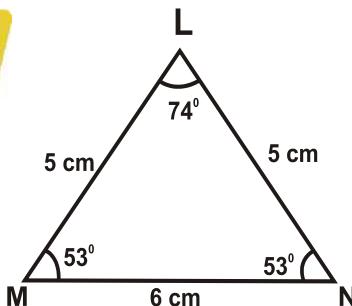
పట్టికలోని చివరి నాలుగు నిలవు వరుసల నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?

- ఏ త్రిభుజములో అయిన అతిచిన్న కోణమునకు ఎదురుగా ఉన్న భుజము మిగిలిన రెండు భుజముల కన్నా చిన్నది.
- ఏ త్రిభుజములో అయిన అధిక కోణమునకు ఎదురుగా ఉన్న భుజము మిగిలిన రెండు భుజముల కన్నా పెద్దది.

Let's Do



Activity



We can observe that ‘In an Isosceles triangle, the angles which are opposite to equal sides are also equal’. Similarly ‘the sides which are opposite to equal angles are also equal’.



Let's think

What are the measurements of angles of an equilateral triangle?

Example 9 : Find the values of ‘ x ’ and ‘ y ’ in the following figure.

Solution : $\angle LNM + 110^\circ = 180^\circ$ (Linear pair angles)

$$\angle LNM = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

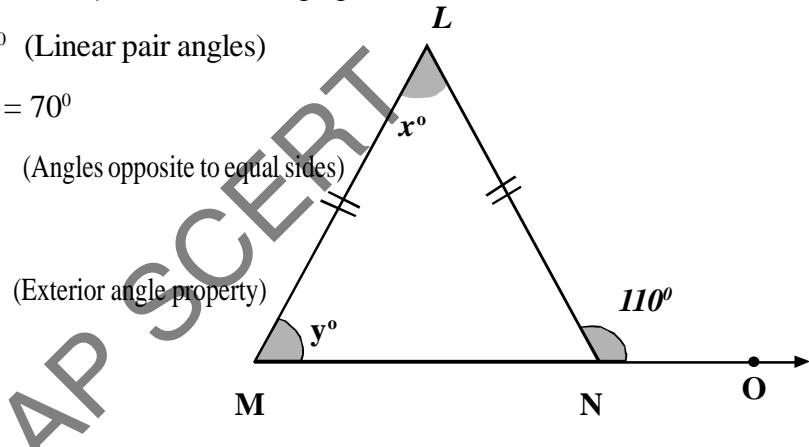
$\angle LMN = \angle LNM$ (Angles opposite to equal sides)

$$y = 70^\circ$$

$x + y = 110^\circ$ (Exterior angle property)

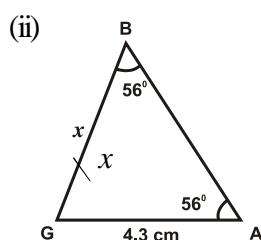
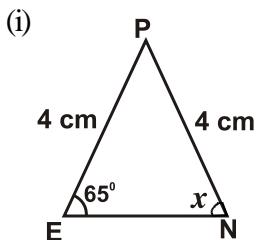
$$x + 70^\circ = 110^\circ$$

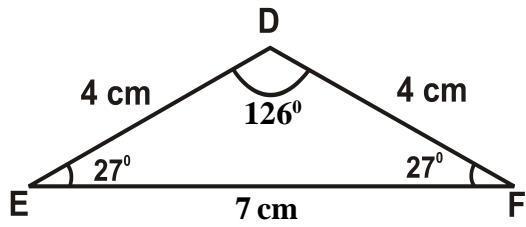
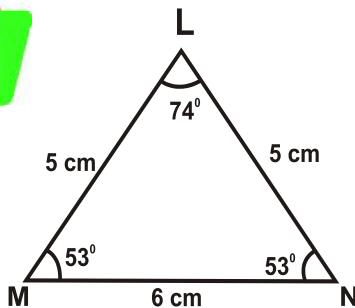
$$x = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$



Exercise - 5.4

- Two sides of a triangle are 5cm and 4cm respectively. Write any three possible measurements that suit for the third side.
- The lengths of line segments are 3cm, 5cm, 6cm and 9cm.
 - From the above measurements which group of the line segments can form a triangle.
 - Which group of line segments can not form a triangle, give the reason.
- Find the value of ‘ x ’ in the following triangles:





ఈక సమద్విబాహు త్రిభుజంలో సమాన భుజములకు ఎదురుగా ఉన్న కోణములు సమానం అదేవిధంగా సమాన కోణములకు ఎదురుగా ఉన్న భుజములు సమానము అని మనం గమనించవచ్చు.



అలోచించండి

సమబాహు త్రిభుజంలో కోణాల కొలతలు కనుగొనుము?

ఉదాహరణ 9 : క్రింది పటం నుండి 'x' మరియు 'y' విలువలు కనుక్కోండి.

సాధన : $\angle LNM + 110^\circ = 180^\circ$ (రేఖా ఖండంపై కోణములు)

$$\angle LNM = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

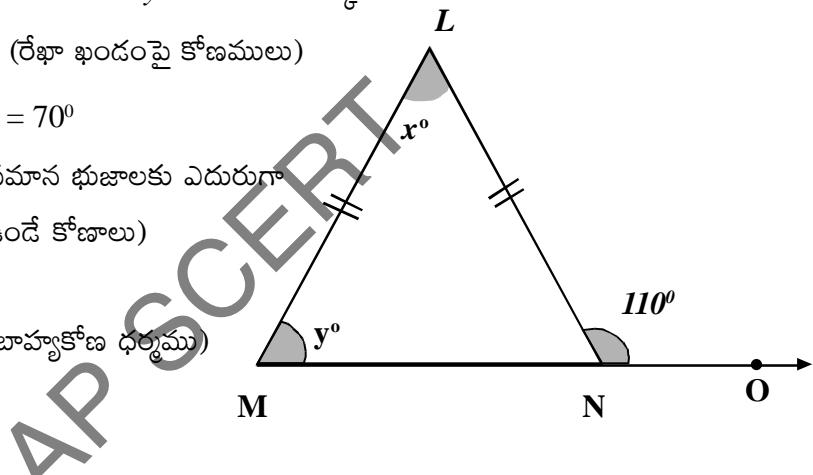
$\angle LMN = \angle LNM$ (సమాన భుజాలకు ఎదురుగా ఉండే కోణాలు)

$$y = 70^\circ$$

$$x + y = 110^\circ$$

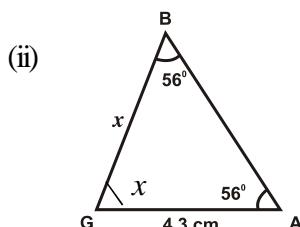
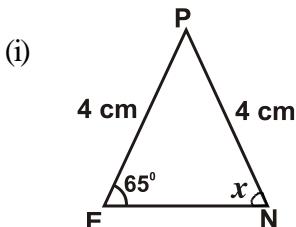
$$x + 70^\circ = 110^\circ$$

$$x = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

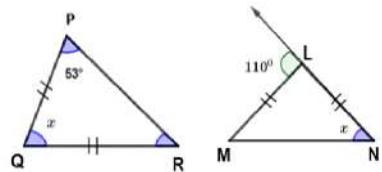


అభియుక్తి-5.4

- త్రిభుజములోని రెండు భుజాలు 5 సెం.మీ. మరియు 4 సెం.మీ. అయిన మూడవ భుజమునకు సాధ్యమయ్యే మూడు కొలతలు రాయండి.
- రేఖా ఖండముల పొడవులు 3 సెం.మీ., 5 సెం.మీ., 6 సెం.మీ. మరియు 9 సెం.మీ.
 - పై కొలతల నుండి ఏ మూడు కొలతలు త్రిభుజమును ఏర్పరచునో చెప్పండి.
 - ఏ కొలతలు త్రిభుజమును ఏర్పరచవు? కారణం చెప్పండి.
- కింది త్రిభుజాలలో 'x' విలువను కనుగొనండి.
 -
 -

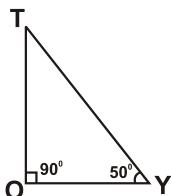


4. ΔABC is an isosceles triangle in which $AB = AC$. If $\angle A = 80^\circ$ then find $\angle B$ and $\angle C$.
5. Find the values of 'x' in each of the adjacent triangles.



6. Which of the following statements are true in the following diagram.

- i) $OY < OT$
- ii) $TY < TO$
- iii) $\angle Y < \angle T$
- iv) $TY < OY$



Do you Know?
The perpendicular line segment from any vertex to its opposite side is called 'Altitude.'

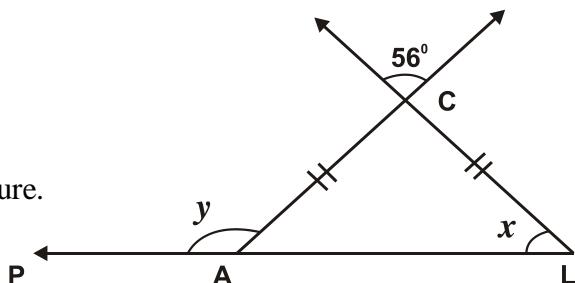
Unit Exercise

- How many right angles exist in a triangle?
- Which is the longest side in ΔXYZ having right angle at 'Z'?
- Is the sum of any two angles of a triangle always greater than the third angle? Give examples to justify your answer.
- Choose any three measures from the following to make three different triangular wooden frames.
11m, 9m, 3m, 7m and 5m.

5. Write any two possible measurements to be suitable for the following triangles.

- i) Right angled triangle.
- ii) Obtuse angled triangle.
- iii) Acute angled Triangle.

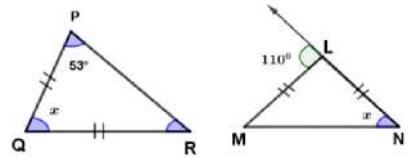
6. Find the value of 'x' and 'y' in the adjacent figure.



- In ΔABC , $\angle A$ is four times to $\angle B$ and $\angle C$ is five times to $\angle B$. Find the three angles.
- Ladder was faced to a wall. One end of the ladder was making 70° with the floor. Find the angle of the other end of the ladder with the wall.
- Write the possible measurements of angles in the following table. One example is given for you.

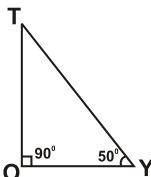
Type of the triangle	Scalene triangle	Equilateral triangle	Isosceles triangle
Acute angled triangle	$40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$		
Right angled triangle			
Obtuse angled triangle			

4. ΔABC ఒక సమద్విభాగు త్రిభుజం, $AB = AC$. $\angle A = 80^\circ$, అయిన $\angle B$ మరియు $\angle C$ కనుగొనండి.
5. ప్రకృత ఇవ్వబడిన త్రిభుజాలలోని ‘ x ’ విలువలు కనుకోండి.



6. క్రింద ఇవ్వబడిన పటము నుండి ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన వాక్యములు ఏవి సత్యములు?

- i) $OY < OT$
- ii) $TY < TO$
- iii) $\angle Y < \angle T$
- iv) $TY < OY$



మీకు తెలుసా?
త్రిభుజములో ఏదైనా ఒక శీర్షము నుండి దాని ఎదుటి భుజానికి గీయబడిన లంబరేఖను ఉన్నతి అంటారు.

యూసిటీ అభ్యాసం

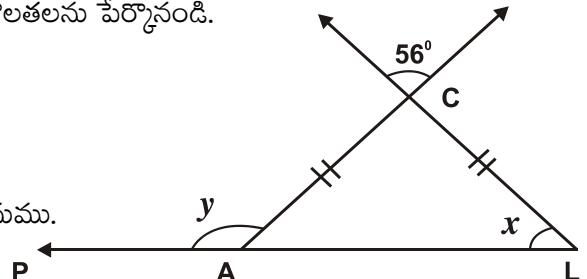
1. ఒక త్రిభుజంలో ఎన్ని లంబకోణాలు ఉంటాయి?
2. ‘Z’ వద్ద లంబకోణము గల ΔXYZ లో ఆతిపెద్ద భుజం ఏది?
3. త్రిభుజంలో ఏ రెండు కోణాల మొత్తం అయినా మూడవకోణం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా? ఉదాహరణలతో వివరించండి.
4. దిగువ ఇచ్చిన కొలతలలో ఏవేని మూడు కొలతలను ఎన్నుకొని మూడు విభన్న చెక్క త్రిభుజకారాలను తయారు చేయండి.

11 మీ, 9 మీ, 3 మీ మరియు 5 మీ.

5. దిగువ పేర్కొన్న త్రిభుజాలకు సరిపడు రెండు రకాలైన కొలతలను పేర్కొనండి.

- i) లంబకోణ త్రిభుజం
- ii) అధికకోణ త్రిభుజం
- iii) అల్పకోణ త్రిభుజం

6. ప్రకృతపటములోని ‘ x ’ మరియు ‘ y ’ విలువలను కనుగొనుము.



7. త్రిభుజం ΔABC కోణము $\angle A$, కోణము $\angle B$ కు నాలుగురెట్లు మరియు కోణము $\angle C$, కోణము $\angle B$ కు ఐదురెట్లు అయిన, మూడు కోణాలను కనుగొనుము.
8. గోడకు ఆనించి నిలబెట్టిన ఒక నిచ్చెన ఒక వైపు నేలతో 70° కోణం చేయుచున్న, నిచ్చెన రెండవ వైపు గోడతో చేయు కోణం ఎంత?
9. దిగువ తెలిపిన పట్టికను సరైన కొలతలతో పూరించండి. ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వబడింది.

త్రిభుజం - రకము	విషమ బాహు త్రిభుజం	సమద్విభాగు త్రిభుజం	సమబాహు త్రిభుజం
అల్పకోణ త్రిభుజం	$40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$		
లంబకోణ త్రిభుజం			
అధిక కోణ త్రిభుజం			



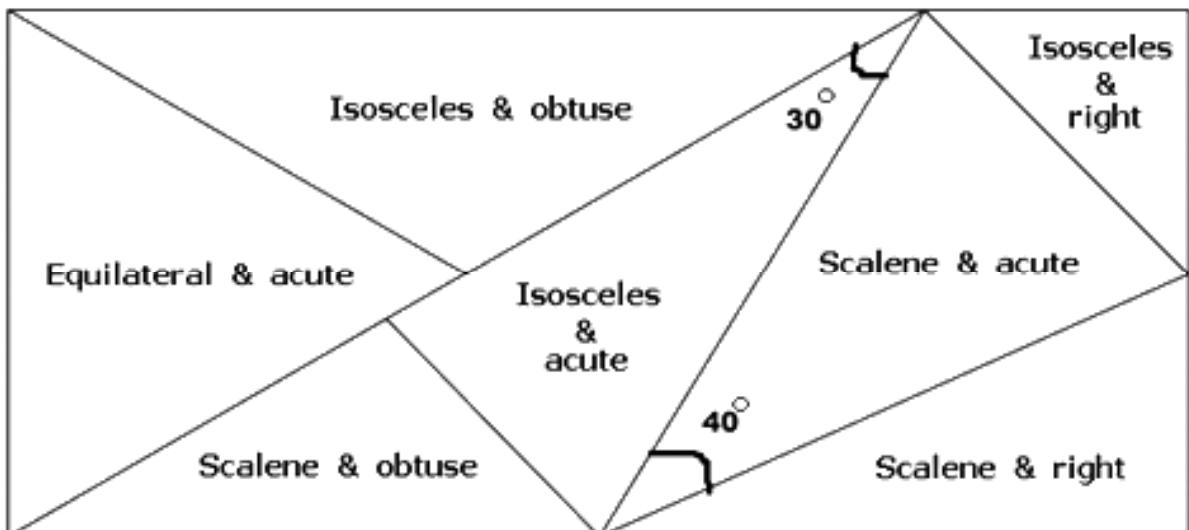
Points to Remember



1. A triangle is a simple closed plane figure made up of three line segments.
2. Based on the sides triangles are of three types.
 - i) Equilateral triangle
 - ii) Isosceles triangle
 - iii) Scalene triangle
3. Based on the angles, triangles are of three types.
 - i) Acute angled triangle ii) Obtuse angled triangle iii) Right angled triangle
4. The sum of the three interior angles in a triangle is 180° .
5. The exterior angle of a triangle is equal to the sum of its opposite interior angles.
6. Properties of the lengths of the sides of a triangle:
 - The sum of the lengths of any two sides of a triangle is greater than the length of the third side.
 - The difference between the lengths of any two sides of a triangle is smaller than the length of the third side.

Puzzle time

Find the interior angles of all triangles by using given clues.

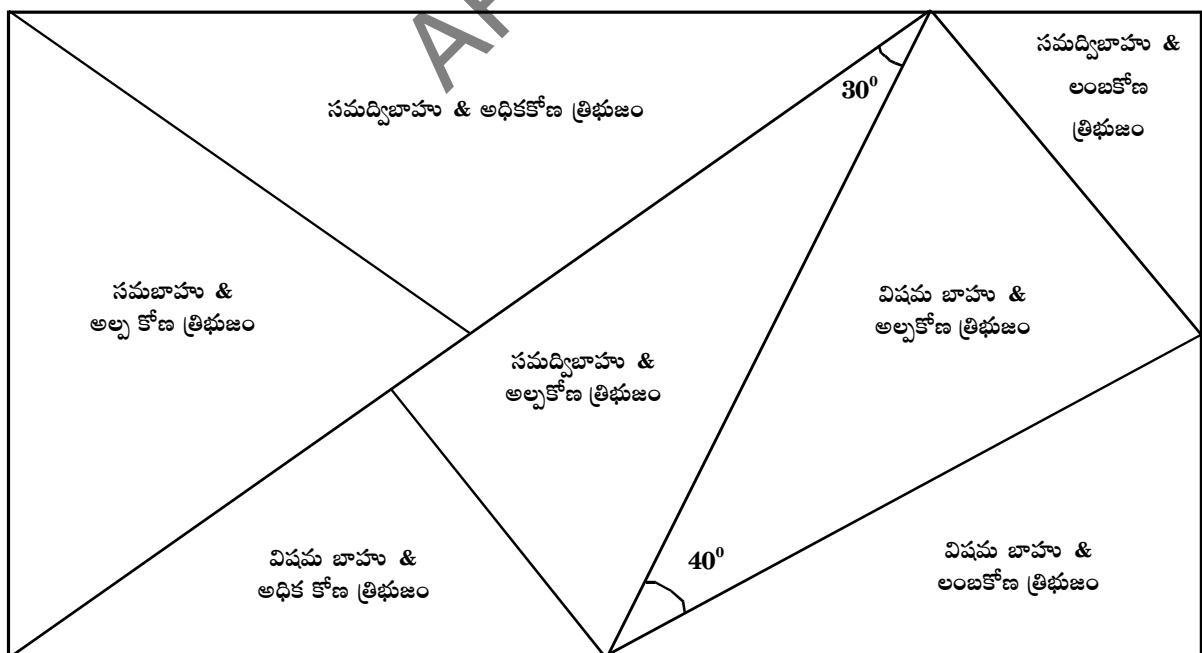




1. మూడు సరళ రేఖలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత సమతల పటమును త్రిభుజం అంటారు.
2. భుజముల ఆధారంగా, త్రిభుజములు మూడు రకములు అవి :
 - i) సమబాహు త్రిభుజం
 - ii) సమద్విబాహు త్రిభుజం
 - iii) విషపుబాహు త్రిభుజం.
3. కోణములు ఆధారంగా త్రిభుజములు మూడు రకములు అవి :
 - i) అల్పకోణ త్రిభుజం
 - ii) అధికకోణ త్రిభుజం
 - iii) లంబకోణ త్రిభుజం.
4. త్రిభుజములో అంతర కోణముల మొత్తము 180° .
5. ఒక త్రిభుజంలో బాహ్యకోణం దాని అంతరాభిముఖ కోణముల మొత్తమునకు సమానము.
6. త్రిభుజములో భుజముల కొలతల ధర్మాలు.
 - ఒక త్రిభుజంలో ఏవైనా రెండు భుజముల మొత్తము, మూడవ భుజం కన్నా ఎక్కువ.
 - ఒక త్రిభుజములో ఏ రెండు భుజముల భేదమైన మూడవ భుజం కన్నా తక్కువ.



క్రింద ఇచ్చిన సూచనలను ఉపయోగించి చతురస్రాకార పటములోని
త్రిభుజముల అంతరకోణములను కనుగొనండి.



6

DATA HANDLING



Learning Outcomes

The learner is able to

- explain the concept of ‘Data’.
 - understand the concepts arithmetic mean, mode and median of ungrouped data and can use these concepts in daily life to solve the problems.
 - construct and interprets double bar graphs.
 - construct and interprets pie charts.
 - represent and visualise the data in the form of graphs and pie charts.

Content Items

- 6.0 Introduction
 - 6.1 Arithmetic Mean
 - 6.2 Mode
 - 6.3 Median
 - 6.4 Visual Representation of Data(Double bar graph and Pie chart)



6.0 Introduction:

One day Kiran and Bindu visited the nearby 'GRAMA SACHIVALAYAM' along with their father.

Kiran : Dad, what are the details about, those are on the board?

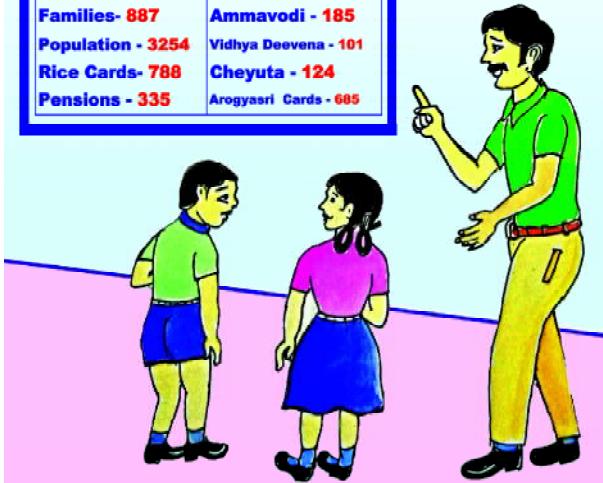
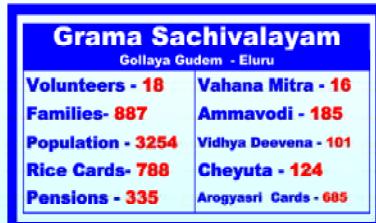
Father : It is about the welfare schemes implemented by AP government and the number of beneficiaries.

Bindu : Kiran, could you tell me what is the population of our village?

Kiran : 3254 people are residing in our village.

Father : Bindu, how many ‘AMMAVODI’ beneficiaries are there in our village?

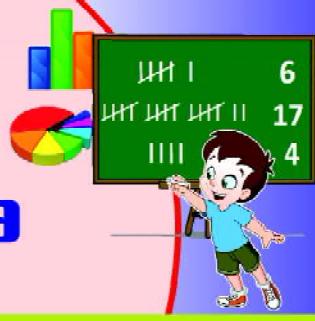
Bindu : In our village there are 185
‘AMMAVODI’ beneficiaries



The information exhibited on the board is "basic data" of the village.

6

దత్తాంశ నిర్వహణ



అభ్యసపత్రికలు

- దత్తాంశ భావనను వివరించగలరు.
- అంకగణిత సగటు, బాహుళకము, మధ్యగతము అనే అవగ్రీకృత దత్తాంశపు భావనలను అవగాహన చేసుకోగలడు మరియు దైనందిన జీవితంలో ఈ భావనలను ఉపయోగించి సమస్యలను సాధించగలరు.
- రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రాలు (డబుల్ బార్ గ్రాఫ్) గీయగలడు మరియు వ్యాఖ్యానించగలరు.
- వృత్తరేఖా చిత్రాలు (పై చిత్రాలు) గీయగలడు మరియు వ్యాఖ్యానించగలరు
- దత్తాంశమును గ్రాఫ్లు మరియు వృత్తరేఖా చిత్రాల రూపంలో ప్రదర్శించగలరు.

విషయాంశాలు

6.0 పరిచయం

6.1 అంకగణిత సగటు

6.2 బాహుళకము

6.3 మధ్యగతము

6.4 దత్తాంశమును దృశ్య రూపములో ప్రదర్శించుట (రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం మరియు వృత్తరేఖా చిత్రం)



6.0. పరిచయం :

కిరణ్ మరియు బిందులు ఒకరోజు తమ తప్పిడితో కలిసి సమీపంలోని “గ్రామ సచివాలయం” ను సందర్శించారు.

కిరణ్ : నానుగారు, బోర్డుపై గల వివరాలు దేనికి సంబంధించినవి?

తప్పిడి : ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం అమలు చేస్తున్న సంక్లేశ్ వధకాలు మరియు లభ్యదారుల సంఖ్యకు సంబంధించిన వివరాలు కలవు.

బిందు : కిరణ్, మన గ్రామ జనాభా ఎంతో చెప్పగలవా?

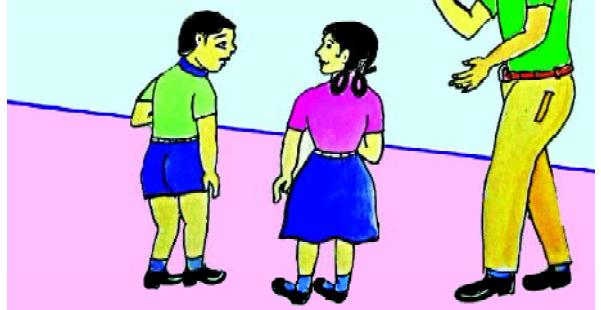
కిరణ్ : మన గ్రామంలో 3,254 మంది నివసిస్తున్నారు.

తప్పిడి : బిందు, మన గ్రామంలో “అమ్మ ఒడి” లభ్యదారులు ఎంతమంది ఉన్నారు?

బిందు : మన గ్రామంలో 185 మంది “అమ్మ ఒడి” లభ్యదారులు ఉన్నారు.

బోర్డుపై ప్రదర్శించబడ్డ సమాచారాన్ని గ్రామము యొక్క “ప్రాథమిక దత్తాంశము” అంటాము.

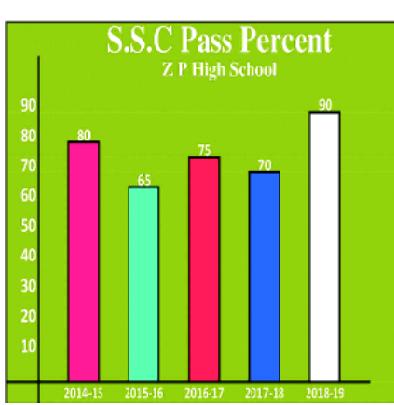
గ్రామ సచివాలయం	
గ్రామానికి మార్కెట్ - 18	గ్రామ మిల్ - 16
మార్కెట్లు - 887	మాన్యమార్కెట్ - 185
ప్రాథమిక కార్పొరేషన్ - 3254	పెద్ద దీవి - 101
చింపు కార్పొరేషన్ - 788	పెయింట్ - 124
పుస్తక సంఘం - 335	పర్సిప్రైస్ట్ కార్పొరేషన్ - 685



The information which collected either in the form of numbers, words or pictures is called ‘Data’. Always we can see several kinds of information or data through newspapers, magazines, television and other sources of media in our daily life.

Let’s observe the following charts and pictures. What are they representing?

IPL 2020 INDIAN PREMIER LEAGUE			
TOP 5 BATSMEN		TOP 5 BOWLERS	
NAME OF THE PLAYER	RUNS	NAME OF THE PLAYER	WICKETS
K L RAHUL	670	K RABADA	30
SHIKHAR DHAWAN	618	JASPRITH BUMRAH	27
DAVID WARNER	548	TRENT BOULT	25
SHREYAS IYER	519	ANRICH NORTJE	22
ISHAN KISHAN	516	YUVENDRA CHAHAL	21



MODE OF TRANSPORT	NUMBER OF STUDENTS
BUS	
Auto Riksha	
BICYCLE	
BY WALK	

= 10 GIRLS = 10 BOYS

The above charts and pictures are showing certain information or data, which is related to the top five batsmens and bowlers in IPL - 2020, pass percentages of school students and mode of transport of students which make us to understand easy.

Collection of data places a very important role in the statistical analysis. Data helps us to understand well and identify in which aspect we are good and in which aspect we need improvement. The method of collecting information is divided into two different types, namely ‘**Primary data**’ and ‘**Secondary data**’.

1. Primary data : The data collected directly through personal experiences, interviews, direct observations, physical testing etc. is called Primary data. It is also described as raw data or first-hand information.

Example : Marks noted in the personal marks register of a teacher etc.

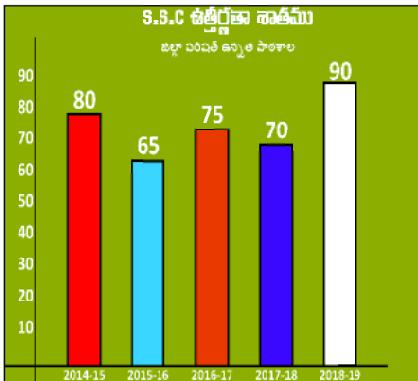
2. Secondary data : Secondary data is the information which has been collected in the past by someone else but used by the investigator for his own purpose. The sources of secondary data are books, journals, newspapers, websites etc.

Example : Collection of village population details from census register.

సంఖ్యలు, పదాలు లేదా చిత్రాల రూపంలో సేకరించిన సమాచారమునే “దత్తాంశము” అంటారు. మనం నిత్య జీవితంలో వార్తాపత్రికలు, మ్యాగజైన్సులు, పెలివిజన్ మరియు ఇతర మీడియా పనరుల ద్వారా అనేక రకాల సమాచారములు లేదా దత్తాంశములను గమనిస్తూ ఉంటాము.

ఈ క్రింది చార్టులు మరియు చిత్రాలను పరిశీలించండి. అవి ఎమి సూచిస్తున్నాయి?

IPL ఓండియన్ వ్రీమెయర్ లీగ్			
గోపి ఉత్తీర్ణమెన్నెలు		గోపి ఉత్తీర్ణ లోటస్	
ఆటగాడి పేరు	పట్టగలు	ఆటగాడి పేరు	వికెట్లు
కె.యిల్. రాఘవ్	670	కె. రబాడ	30
శిలఫ్ఫావెన్	618	జిల్లొ బాపూ	27
దేవిడ్ వర్డ్	548	త్రింట్ బోల్ట్	25
ప్రైయాన్ అయ్యర్	519	అల్విన్ నోర్త్	22
షామన్ కిషన్	516	యాచెంట్ చాపాల్	21



రాశా మార్గమం	విద్యార్థుల సంఖ్య
బస్తు	  
ఆటో రిక్షా	  
స్నికెల్	  
నడక	   
	= 10 అమ్ముదాల
	= 10 అమ్ముదాల

పైన పేర్కాన్న చార్టలు మరియు చిత్రాలు, IPL -2020లో అత్యధిక పరుగులు చేసిన ఐదుగురు బ్యాట్స్‌మెన్లు మరియు అత్యధిక వికెట్లు తీసిన ఐదుగురు బోలర్లు, పారశాల విద్యార్థుల యొక్క ఉత్తీర్ణ శాతాలు, విద్యార్థుల రవాణా మాధ్యమం మొదలైన వాటికి సంబంధించిన సమాచారము లేదా దత్తాంశమును తెలియజేస్తున్నాయి. వీటి ద్వారా ఇచ్చిన దత్తాంశము నులభముగా అర్థం చేసుకోవచ్చ.

గణాంక విశ్లేషణలో దత్తాంశ సేకరణ చాలా ముఖ్యమైన ప్రాతి పోషిస్తుంది. మనకు ఏ విషయములో మెరుగ్గా ఉన్నామో మరియు ఏ విషయంలో మెరుగుదల అవసరమో గుర్తించడానికి దత్తాంశము బాగా సహాయపడుతుంది. సమాచారాన్ని సేకరించే పద్ధతిని బట్టి దత్తాంశాన్ని “ప్రాథమిక దత్తాంశము” మరియు “గొం దత్తాంశము” అనే రెండు రకాలుగా విభజించవచ్చు.

- ప్రాధమిక దత్తాంశము:** వ్యక్తిగత అనుభవాలు, ఇంటర్వ్యూలు, ప్రత్యుత్త పరిశీలనలు, భౌతిక పరీక్ష మొదలైన పద్ధతుల ద్వారా ప్రత్యుత్తంగా సేకరించబడిన దత్తాంశమును ప్రాధమిక దత్తాంశము అంటారు. దీనిని ముడి దత్తాంశము అని కూడా అంటారు.
ఉదాహరణ: ఉపాధ్యాయుని వ్యక్తిగత మార్పుల రిజిస్టర్ లో రాసిన మార్పుల వివరాలు.
 - గౌణ దత్తాంశము:** గతంలో వేరొకరు సేకరించిన సమాచారాన్ని ప్రస్తుత అవసరాలకు పరిశోధకుడు ఉపయోగించుకున్న దత్తాంశంను గౌణ లేదా ద్వితీయ దత్తాంశం అని అంటారు. గౌణ దత్తాంశము యొక్క మూలాలు పుస్తకాలు, జర్నల్స్, న్యూస్ పేపర్లు, వెబ్ సైట్లు మొదలైనవి.
ఉదాహరణ: గ్రామ జనాభా వివరాలను జనాభా లెక్కల రిజిస్టర్ నుండి సేకరించుట.

Measures of Central Tendency :

We have come across several situations where we use the term ‘Average’ in our day-to-day life.

Consider the following statements.

- The average marks scored by class VI students in mathematics summative test is 74.
- The average temperature at Vijayawada in the month of May is 40°C.
- Jyothika’s average study time is 4 hours per day.

Children! consider the example,

‘The average marks scored by class VI students in mathematics summative test is 74’. Does it mean that every student has scored 74 marks in the class? No, certainly not. Some students may got more than 74 marks and some students may got less than 74 marks. Average is the value that represents the general performance of class VI students in mathematics test. Similarly, 40°C is the representative temperature of Vijayawada in the month of May.

We can say average is a representative or Central Tendency Value of the group of data. By using a ‘Central Tendency Value’ we can summarize the given data. Different forms of data need different forms of representative values or Central Tendency values to describe it. We study three types of measures of Central Tendency of data namely Arithmetic Mean, Mode and Median.

6.1 Average (or) Arithmetic Mean :

Kishore : Hai Samreen, how are you studying?

Samreen : I am studying well Kishore.

Kishore : How many marks have you got in mathematics in FA-2?

Samreen : I got 49 marks and stood first in mathematics in my class.

Kishore : Congratulations! So you are the first ranker in FA-2 exam.

Samreen : No Kishore! I got 2nd rank, after calculating of ‘Average’ on all subjects.

The most common Measure of Central Tendency of a group of data is average or Arithmetic Mean.

To understand it in a better way, let us observe at the following case.

Suppose marks secured by two students in different subjects are

Samreen : 32, 37, 25, 49, 36, 31

Sujatha : 45, 42, 22, 34, 36, 43 then who performed well ?



Now Average or Arithmetic Mean of marks of Samreen and Sujatha will be calculated by

$$\frac{\text{Total of marks in all subjects}}{\text{Number of subjects}}$$

కేంద్రీయ స్థాన మాపనములు :

మనం దైనందిన జీవితంలో 'సగటు' అనే పదాన్ని అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తూ ఉంటాము.

క్రింది వాక్యాలను గమనించండి.

- దేవ తరగతి విద్యార్థులు సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకన పరీక్షలో గణితంలో సాధించిన సగటు మార్పులు 74.
- మే నెలలో విజయవాడలో సగటు ఉప్పొగ్రెత 40°C.
- జ్యోతిక సరాసరిన రోజుకు 4 గంటలు చదువుతుంది.

పిల్లలు! ఈ ఉదాహరణను పరిశీలించాం.

దేవ తరగతి విద్యార్థులు సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకన పరీక్షలో గణితంలో సాధించిన సగటు మార్పులు 74. అంటే ఆ తరగతిలో ప్రతి విద్యార్థి 74 మార్పులు సాధించినట్లా? ఖచ్చితంగా కాదు కదా, కొంతమంది విద్యార్థులకు 74 కంటే ఎక్కువ మార్పులు, కొంతమంది విద్యార్థులకు 74 కంటే తక్కువ మార్పులు వచ్చి ఉంటాయి. సగటు అనేది గణిత పరీక్షలో దేవ తరగతి విద్యార్థుల సాధారణ పనితీరుకు ప్రాతినిధ్యం వహించే విలువ. అదేవిధంగా 40°C అనేది మే నెలలో విజయవాడలో ఉప్పొగ్రెతకు ప్రాతినిధ్యం వహించే విలువ.

సగటు అనేది ఇచ్చిన దత్తాంశము యొక్క కేంద్రీయ స్థాన విలువ అని చెప్పవచ్చు. కేంద్రీయ స్థాన విలువను ఉపయోగించడం ద్వారా మనం ఇష్టబడ్డ దత్తాంశము ను సంక్లిష్టికరించవచ్చు. విభిన్న రూపములోని దత్తాంశములకు విభిన్న ప్రాతినిధ్య విలువలు లేదా కేంద్రీయ స్థాన విలువలు అవసరం అవుతాయి. మనం అంకగణిత సగటు, బాహుళకము, మరియు మధ్యగతము అనే మూడు విభిన్న కేంద్రీయ స్థాన మాపనముల గురించి అధ్యయనం చేండాం.

6.1 సరాసరి (లేదా) అంకగణిత సగటు:

కిషోర : హాయ్ సట్రీన్, ఎలా చదువు తున్నావు?

సట్రీన్ : బాగా చదువుతున్నాను కిషోర.

కిషోర : FA-2లో గణిత పరీక్షలో నీకు ఎన్ని మార్పులు వచ్చాయి?

సట్రీన్ : నేను 49 మార్పులు సాధించి, తరగతిలో గణిత సజ్జక్కలో మొదటి స్థానంలో నిలిచాను.

కిషోర : అభినందనలు, కాబట్టి నీవు FA-2 పరీక్షలో మొదటి ర్యాంకర్ అన్నమాట.

సట్రీన్ : కాదు కిషోర, నాకు అన్ని సజ్జక్కలపై సగటు లెక్కించిన తరువాత రెండవ ర్యాంకు వచ్చింది.

అత్యంత సాధారణంగా సరాసరి (లేదా) అంకగణిత సగటును దత్తాంశము యొక్క కేంద్రీయ స్థాన మాపనముగా ఉపయోగిస్తాము.

దీనిని సగటును మరింత మెరుగ్గా అర్థం చేసుకొనుటకు కొరకు క్రింది సందర్భాన్ని పరిశీలించాం.

విభిన్న సజ్జక్కల్లో ఇద్దరు విద్యార్థులు సాధించిన మార్పులు క్రింద ఇష్టబడ్డాయి.



సట్రీన్ : 32, 37, 25, 49, 36, 31

సుజాత : 45, 42, 22, 34, 36, 43 ఎవరు మంచి ప్రతిభను కనబరిచారు?

సట్రీన్, సుజాతల మార్పుల సరాసరి లేదా అంకగణిత సగటును క్రింది పద్ధతిలో కనుగొనవచ్చు.

అన్ని సజ్జక్కలలో పొందిన మార్పుల మొత్తము

సజ్జక్కల సంఖ్య

$$\text{Arthmetic Mean of Samreen marks} = \frac{32 + 37 + 25 + 49 + 36 + 31}{6} = \frac{210}{6} = 35$$

$$\text{Arithmetic means of Sujatha marks} = \frac{45 + 42 + 22 + 34 + 36 + 43}{6} = \frac{222}{6} = 37$$



So, Sujatha's performance is better than Samreen.

'Arithmetric Mean'(Average) is a number or value that represents or shows the Central Tendency of a group of observations of data.

Average or Arithmetric Mean can be defind as follows:

$$\text{Arithmetric Mean} = \frac{\text{Sum of observations}}{\text{Number of observations}}$$

Example 1 : Mid Day Meal (MDM) taken by the students in six days are 132, 164, 145, 182, 163 and 114. Find Arithmetric Mean of students who took MDM per day?

Solution : Given, number of students who took MDM 132, 164, 145, 182, 163, 114

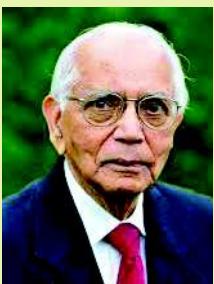
$$\begin{aligned}\text{Arithmetric Mean} &= \frac{\text{Sum of observations}}{\text{Number of observations}} \\ &= \frac{132 + 164 + 145 + 182 + 163 + 114}{6} = \frac{900}{6} = 150\end{aligned}$$

Where does the Arithmetric Mean lie?

The marks obtained by Sarala, Bindu, Geeta and Rekha in Telugu, Hindi and English are given below.

Students	Telugu	Hindi	English
Sarala	20	16	15
Bindu	14	10	20
Geeta	16	12	18
Rekha	14	10	15

•Historical Note•



Dr. Calyampudi Radhakrishna Rao (C.R.Rao) - India

A wellknown statistician, famous for his theory of estimations. He worked on Cramer - Rao Inequality and Fisher - Rao theorem. His schooling was completed in Gudur, Nuzvid, Nandigama and Visakhapatnam.

He studied M.A (Mathematics) in Andhra University.

He obtained a Ph. D. Degree under the guidance of Sir R.A. Fisher.

$$\text{సమీన్ పొందిన మార్కుల అంకగణిత సగటు} = \frac{32 + 37 + 25 + 49 + 36 + 31}{6} = \frac{210}{6} = 35$$

$$\text{సుజాత పొందిన మార్కుల అంకగణితసగటు} = \frac{45 + 42 + 22 + 34 + 36 + 43}{6} = \frac{222}{6} = 37$$



కాబట్టి సమీన్ కంటే సుజాత మంచి ప్రతిభ కనబల్చింది అని చెప్పవచ్చు.

“అంకగణిత సగటు” (సరాసరి) అనేది ఒక సంఖ్య లేదా ఒక విలువ, అది ఇచ్చిన దత్తాంశములోని అన్ని పరిశేలన యొక్క కేంద్రియ స్థాన విలువను సూచిస్తుంది.

సరాసరి లేదా అంకగణిత సగటును ఈ క్రింది విధముగా నిర్వచించవచ్చు.

$$\text{అంకగణిత సగటు} = \frac{\text{రాశుల మొత్తము}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

ఉదాహరణ 1 : ఒక పారశాలలో మధ్యాహ్న భోజన పథకములో 6 రోజులపాటు భుజించిన విద్యార్థుల సంఖ్య వరుసగా 132, 164, 145, 182, 163 మరియు 114 అయిన మధ్యాహ్నం భోజనం చేసిన విద్యార్థుల అంకగణిత సగటు కనుగొనము?

సాధన : మధ్యాహ్న భోజన పథకములో 6 రోజులపాటు భుజించిన విద్యార్థుల సంఖ్య వరుసగా 132, 164, 145, 182, 163, 114

$$\begin{aligned}\text{అంకగణిత సగటు} &= \frac{\text{రాశుల మొత్తము}}{\text{రాశుల సంఖ్య}} \\ &= \frac{132 + 164 + 145 + 182 + 163 + 114}{6} = \frac{900}{6} = 150\end{aligned}$$

అంక సగటు ఏ విలువల మధ్య ఉంటుంది?

తెలుగు, హిందీ, ఇంగ్లీష్ సాంస్కృతిక పాతలలో సరళ, బిందు, గీత మరియు రేఖలు పొందిన మార్కుల వివరాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి.

విద్యార్థులు	తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీష్
సరళ	20	16	15
బిందు	14	10	20
గీత	16	12	18
రేఖ	14	10	15

• చారిత్రక అంశం •



Dr. కాలియంపూడి రాధాకృష్ణరావు (C.R. రావు) - భారతదేశం

ప్రముఖ సాంఖ్యక శాస్త్రజ్ఞుడు. ఈయన రచించిన “ధియరీ ఆఫ్ ఎస్ట్రిమేషన్” అనే గ్రంథము ప్రాచుర్యము పొందినది. ఈయన క్రామర్ - రావు ఇనీక్వాలిటీ మరియు ఫిఫర్ - రావు సిద్ధాంతాలను రూపొందించారు. గూడూరు, సూజివీదు, సందిగామ, విశాఖపట్టంలో ఆయన పారశాల విశ్వసు పూర్తి చేసారు. ఆంధ్ర విశ్వవిద్యాలయం నుండి గణితశాస్త్రంలో M.A. చేసారు. ఆయన సర్ ఆర్.ఎ.ఫిఫర్ ఆధ్వర్యంలో Ph.D డిగ్రీ పొందారు.

Now let us calculate the average marks obtained by the students in each subject.

	Telugu	Hindi	English
Arithmetic Mean =	$\frac{20+14+16+14}{4}$ $= \frac{64}{4}$ $= 16$	$\frac{16+10+12+10}{4}$ $=$ $=$	$\frac{15+20+18+15}{4}$ $=$ $=$
Highest marks	20		
Least marks	14		

What do you observe from the above table?

Does the mean lies between maximum and minimum values in each case?



Note: ‘Arithmetic Mean’ of given data always lies between the highest and lowest observations of the data.



Check Your Progress

Find the Arithmetic Mean of first three multiples of 5?



Let's Explore

Collect the information about the weights of any ten students of your class in kilograms and answer the following :

1. What are the greatest and smallest weights?
2. Find Arithmetic mean of collected data.
3. Verify whether Arithmetic Mean lies between greatest and smallest observations or not .



Exercise - 6.1

1. Find Arithmetic Mean of the following .

- i) 4, 5, 11, 8
 - ii) 10, 15, 21, 12, 17
 - iii) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}$
2. Amounts donated by eight students to ‘NIVAR’ cyclone effected people are `300, `450, `700, `650, `400, `750, `900 and `850. Find the Arithmetic Mean of amounts donated.
 3. The number of passengers who travelled in APSRTC bus from Eluru to Rangapuram in 5 trips in a day are 35, 42, 28, 41 and 44. What is the average of number of passengers travelled per trip?



ప్రతీ సజ్జక్లో విద్యార్థులు పొందిన సరాసరి మార్గులు గణన చేధాం.

	తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీష్
అంకగణిత సగటు =	$\frac{20+14+16+14}{4}$ $= \frac{64}{4}$ $= 16$	$\frac{16+10+12+10}{4}$ = =	$\frac{15+20+18+15}{4}$ = =
అత్యధిక మార్గులు	20		
అత్యల్ప మార్గులు	14		

పై పట్టిక నుండి, నీవు ఏమి గమనించావు?

అన్ని సందర్భములలో అంకగణిత సగటు అత్యల్ప మరియు అత్యధిక పరిశీలనా విలువల మధ్య ఉన్నదా?



గమనిక : అంకగణిత సగటు ఎల్లప్పుడూ అత్యల్ప మరియు అత్యధిక పరిశీలనా విలువల మధ్య ఉంటుంది.



5 యొక్క మొదటి మూడు గుణిజాల అంక గణిత సగటు కనుగొనుము?



తరగతిలోని 10 మంది విద్యార్థుల బరువులను (కిలోగ్రాములలో) సేకరించండి క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

1. అత్యధిక మరియు అత్యల్ప బరువులు ఏవి?
2. సేకరించిన దత్తాంశమునకు అంకగణిత సగటు కనుగొనుము.
3. అంకగణిత సగటు, అత్యధిక మరియు అత్యల్ప పరిశీలనా విలువల మధ్య ఉన్నదా లేదో గమనించండి.



1. క్రింది దత్తాంశముల అంకగణిత సగటు కనుగొనుము.
 - i) 4, 5, 11, 8
 - ii) 10, 15, 21, 12, 17
 - iii) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}$
2. 'నీవర్' తుఫాను బాధితులకు 8 మంది విద్యార్థులు `300, `450, `700, `650, `400, `750, `900 మరియు `850లు ధన సహాయం చేసారు. అయిన విద్యార్థులు సహాయం చేసిన సగటు ధనం ఎంత?
3. APSRTC బస్సులో ఏలూరు నుండి రంగాపురంకు ఒక రోజులో ఐదు సార్లు ప్రయాణించిన ప్రయాణికుల సంఖ్య 35, 42, 28, 41 మరియు 44. అయిన ఆ బస్సులో, ట్రైప్పుకు ప్రయాణించిన సగటు ప్రయాణికుల సంఖ్య ఎంత?



- Find Arithmetic mean of factors of 24.
- Find the Arithmetic Mean of x , $x + 1$ and $x + 2$.

Range of the data

The difference between maximum and minimum values of data is its ‘Range’.

Example : If the observations of data are 15, 22, 9, 45, 54 and 36 then

$$\begin{aligned}\text{Range} &= \text{Maximum value} - \text{Minimum value} \\ &= 54 - 9 = 45\end{aligned}$$



Check Your Progress

What is the range of first ten whole numbers?

6.2 Mode :

We have discussed earlier that the arithmetic mean is one of the Measures of Central Tendency. Depending upon the data and its purpose, other measures of Central Tendency may be used.

Following table represents sale details of different sizes of footwear in a shop for a week.

Size of the footwear (inches)	4"	5"	6"	7"	8"	9"	10"
Number of footwear sets sold	22	30	16	70	32	23	10

Then which size footwear should the shopkeeper has to replenish in his stock at the end of the week.

Suppose we find the Arithmetic Mean of the footwear sold.

$$\begin{aligned}\text{Arithmetic Mean} &= \frac{\text{Sum of observations}}{\text{Number of observations}} \\ &= \frac{22 + 30 + 16 + 70 + 32 + 23 + 10}{7} = \frac{203}{7} = 29\end{aligned}$$

Average number of footwear sold is 29. This means that the shopkeeper has to get 29 pairs of footwear in each size. Will it be wise to decide like this? (Why)?

It has to be observed that the maximum purchase falls on the footwear of size 7 inches. So the shopkeeper has to get more number of footwear of size 7 inches. Hence arithmetic mean does not suit for this purpose.

Here we need another type of measure of central tendency called ‘Mode’.



The observation which occurs most frequently in the given data is called ‘Mode’ of the data.

Note : In general, Mode is used to find the representative value of ‘verbal data’.

- To know the most preferred flavour of ice-cream to children.
- To know the most popular toy liked by the kids by a toy factory.

- 24 యొక్క కారణంకముల అంకగణిత సగటు కనుగొనుము.
- $x, x+1, x+2$ ల అంకగణిత సగటు కనుగొనుము.

దత్తాంశము యొక్క వ్యాప్తి

ఇచ్చిన దత్తాంశములోని గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువల మధ్య భేదాన్నే ‘వ్యాప్తి’ అంటారు.

ఉదాహరణ : దత్తాంశలోని రాశులు 15, 22, 9, 45, 54, 36 అయిన

$$\begin{aligned}\text{వ్యాప్తి} &= \text{గరిష్ట విలువ} - \text{కనిష్ట విలువ} \\ &= 54 - 9 = 45\end{aligned}$$



మొదటి 10 పూర్ణాంకముల వ్యాప్తి కనుగొనుము.

6.2 బాహుళకం :

ఆవగ్గీకృత దత్తాంశము యొక్క ఒక కేంద్రియ స్థానమాపనముగా అంకగణిత సగటు ఉండే సందర్భాలను మనం చర్చించాము. ఇచ్చిన దత్తాంశము మరియు దాని ఆవశ్యకత ఆధారముగా ఇతర కేంద్రియ స్థానమాపనములు అవసరమగును.

దుకాణదారుడు ఒక వారంలో అమ్మిన వివిధ సైజుల చెప్పుల వివరాలు క్రింద పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి.

చెప్పు సైజు (అంగుళాలలో)	4"	5"	6"	7"	8"	9"	10"
అమ్మిన చెప్పుల జతల సంఖ్య	22	30	16	70	32	23	10

అయితే ఆ దుకాణదారుడు వారంతరములో ఏ సైజుగల చెప్పులను ఎక్కువ సంఖ్యలో నిల్వ ఉంచుకోవాలి? అమ్మిన చెప్పుల జతల సంఖ్య యొక్క అంకగణిత సగటును మనం కనుగొందాము.

$$\begin{aligned}\text{అంకగణిత సగటు} &= \frac{\text{రాశుల మొత్తము}}{\text{రాశుల సంఖ్య}} \\ &= \frac{22 + 30 + 16 + 70 + 32 + 23 + 10}{7} = \frac{203}{7} = 29\end{aligned}$$

కాబట్టి దుకాణదారుడు సగటున ప్రతీ సైజు చెప్పులు 29 జతలు అమ్మను. దీని ప్రకారం దుకాణదారుడు ప్రతీ సైజు చెప్పులు 29 జతలు నిల్వ ఉంచాలి. ఇలా చేయుట సరియైన నిర్దిశ్యమేనా? (ఎందుకు)

ఇచ్చిన పట్టిక నుండి 7 అంగుళాల సైజులో ఉన్న చెప్పులు గరిష్ట సంఖ్యలో కొనుగోలు చేసి ఉండటం గమనించవచ్చు. కాబట్టి దుకాణదారుడు 7 అంగుళాల సైజులో ఉన్న చెప్పులను ఎక్కువ సంఖ్యలో నిల్వఉంచాలి. అందువల్ల ఈ సందర్భములో అంకగణిత సగటు ఉపయోగపడదు.

ఈ సందర్భములో మనకు బాహుళకం అనే మరో కేంద్రియ స్థాన మాపనము అవసరమగును.



ఇప్పటిడిన దత్తాంశములో ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయ్యే రాశిని ‘బాహుళకం’ అంటారు.

గమనిక: సాధారణముగా పద రూపంలో ఉన్న దత్తాంశము యొక్క ప్రాతినిధ్య విలువగా బాహుళకంను ఉపయోగిస్తాము.

- పిల్లలు ఎక్కువగా ఇష్టపడే ఐస్ ట్రీం ష్లూవర్ తెలుసుకొనుటకు.
- ఆట బొమ్మలు తయారు చేసే కంపెనీ వారు పిల్లలు ఎక్కువగా ఏ ఆట బొమ్మను ఇష్టపడుతున్నారో తెలుసుకొనుటకు.

Example 2: Ages of students (in years) are 8, 5, 6, 6, 5, 7, 5, 6, 5, 4, 7, 6, 7, 6, 5, 8 and 6 find the mode of given data?

Solution : Given, ages of students are 8, 5, 6, 6, 5, 7, 5, 6, 5, 4, 7, 6, 7, 6, 5, 8, 6.
By arranging the numbers with same values together

4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8

As '6' occurs more frequently than other observations.

$$\text{Mode} = 6$$



*Data having only one mode is known as '**Unimodal Data**'.*

Example 3 : Find the mode of the data of Grades A, B, E, A, C, E, B, C, D, A, D, C, F, A and C?

Solution : Given, A, B, E, A, C, E, B, C, D, A, D, C, F, A, C.

By arranging the letters of same type together

A, A, A, A, B, B, C, C, C, C, D, D, E, E, F

As 'A' and 'C' occurs most frequently in the data



$$\text{Mode} = \text{A and C}$$

*Data having two modes is known as '**Bimodal Data**'.*

- Note :**
- i) If each observation in a data is repeated an equal number of times, then the data set has no mode.
 - ii) If no observation in the data is repeated then the given data has no mode.



Find the mode of 10, 9, 12, 10, 8, 7, 6, 10, 9, 7, 8, 5 and 2.



Take a dice, roll it 20 times and record the numbers you got on its top face. Find the 'Mode' of resulting numbers.



The following data shows that the number of hours spent by students for study. Find the mode :

Number of study hours	1	2	3	4	5	6
Number of students	4	2	1	2	1	0

Exercise - 6.2

1. Find mode of the following data.

- i) 2, 3, 7, 5, 3, 2, 6, 7, 1, 2
- ii) K, A, B, C, B, C, D, K, B, D, B, K, A, K
- iii) First ten natural numbers
- iv) 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8

ఉదాహరణ 2 : విద్యార్థుల వయసులు (సంవత్సరాలలో) 8, 5, 6, 6, 5, 7, 5, 6, 5, 4, 7, 6, 7, 6, 5, 8 మరియు 6 అయిన వాటి బాహుళకము ఎంత?

సాధన : విద్యార్థుల వయసులు 8, 5, 6, 6, 5, 7, 5, 6, 5, 4, 7, 6, 7, 6, 5, 8, 6 గా ఇవ్వబడినది.
ఇచ్చిన రాశులలో ఒకే విలువ గల రాశులను ఒక క్రమ పద్ధతిలో అమర్చితే
4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8
మిగితా వాటికంబే ‘6’ ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయినది.
కాబట్టి బాహుళకము = 6



బాహుళకముగా ఒకే ఒక రాశి గల దత్తాంశమును ‘ఏక బాహుళక దత్తాంశము’ అంటారు.

ఉదాహరణ 3 : A, B, E, A, C, E, B, C, D, A, D, C, F, A మరియు C యొక్క బాహుళకం ఎంత?

సాధన : A, B, E, A, C, E, B, C, D, A, D, C, F, A, C లు ఇవ్వబడ్డాయి.
ఇచ్చిన రాశులలో ఒకే విధమైన రాశులను ఒక క్రమ పద్ధతిలో అమర్చితే,
A, A, A, A, B, B, C, C, C, C, D, D, E, E, F
మిగితా వాటికంబే ‘A’ మరియు ‘C’ లు ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయ్యాయి.
కాబట్టి బాహుళకము = ‘A’ మరియు ‘C’



బాహుళకముగా రెండురాశులు గల దత్తాంశమును ‘ద్విబాహుళక దత్తాంశము’ అంటారు.

గమనిక: i) ఒక దత్తాంశములో ప్రతీ రాశి సమాన సంఖ్యలో పునరావృతం అయితే ఆ దత్తాంశమునకు బాహుళకము ఉండదు.
ii) ఒక దత్తాంశములో ఏ ఒక్క రాశి పునరావృతం కాకపోతే ఆ దత్తాంశమునకు బాహుళకము ఉండదు.



పీప్పుగతిని సెలచుచూసుకో

10, 9, 12, 10, 8, 7, 6, 10, 9, 7, 8, 5 మరియు 2 రాశుల బాహుళకము ఎంత?

ఒక పాచికను తీసుకోండి, దానిని 20 సార్లు దౌర్లించండి.
పాచిక పై భాగంలో వచ్చిన అంకెలను నమోదు చేయండి.
ఆ అంకెల బాహుళకం కనుగొనుము.



కింది పట్టికలో విద్యార్థులు రోజుకు చదువులో వెచ్చించే సమయం (గంటలలో)
ఇవ్వబడినది అయిన బాహుళకము కనుగొనుము.

చదువుటలో వెచ్చించిన గంటల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
విద్యార్థులు సంఖ్య	4	2	1	2	1	0



- కింది దత్తాంశములకు బాహుళకము కనుగొనుము.
- i) 2, 3, 7, 5, 3, 2, 6, 7, 1, 2
- ii) K, A, B, C, B, C, D, K, B, D, B, K, A, K
- iii) మొదటి 10 సహజ సంఖ్యలు
- iv) 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8

2. 20 students were participated in ‘SWATCH BHARAT ABHIYAN’ campaign. The number of days each student participated were 5, 1, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 5, 3, 4, 2, 1, 3, 4 and 5. Find mode of the data.
3. The number of goals scored by a football team in different matches are 3, 2, 4, 6, 1, 3, 2, 4, 1 and 6. Find the mode of data.

4. Find the mode of letters in the adjacent figure. Verify whether it is Unimodel or Bimodal Data?



6.3 Median:

The following are the salaries (in rupees) earned by the manager and the workers in a production unit.

Manager - `88,000			
Worker 1	`6,600	Worker 7	`9,000
Worker 2	`10,000	Worker 8	`9,200
Worker 3	`8,000	Worker 9	`9,000
Worker 4	`8,400	Worker 10	`6,400
Worker 5	`7,600	Worker 11	`6,400
Worker 6	`7,000	Worker 12	`6,400

Will the mean salary or the mode of salaries be a representative value for this data?

Let us calculate the mean of the salaries in the production unit.

$$\text{Mean of the salary} = \frac{\text{Sum of salaries of all employees}}{\text{Number of employees}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{88000 + 6600 + 10000 + 8000 + 8400 + 7600 + 7000 + 9000 + 9200 + 9000 + 6400 + 6400 + 6400}{13} \\
 &= \frac{1,82,000}{13} = `14,000
 \end{aligned}$$

Is this salary a representative of the salaries of either the manager or the workers? (Why?) It is much lesser than the manager’s salary and more greater than the salary of all the workers.

Now, let us consider the mode. From the given data, 6400 is the most frequently occurring value
So, Mode = `6400.

However, it can’t be a representative of the data. (Why?)

So, now, let us use another way of calculating the representative or Central Tendency Value.

First arrange the numbers in ascending order

6400	6400	6400	6600	7000	7600	8000	8400	9000	9000	9200	10000	88000
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------

- 20 మంది విద్యార్థులు “స్వచ్ఛ భారత్ అభియాన్” కార్యక్రమములో పాల్గొన్నారు. విద్యార్థులు పాల్గొన్న రోజుల సంఖ్య వరుసగా 5, 1, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 5, 3, 4, 2, 1, 3, 4 మరియు 5 అయిన బాహుళ్కము ఎంత?
- ఒక పుట్టబాల్ జట్టు వివిధ మ్యాచ్‌లలో సాధించిన గోల్స్ సంఖ్య 3, 2, 4, 6, 1, 3, 2, 4, 1 మరియు 6. అయిన బాహుళ్కం కనుగొనుము.
- ప్రక్క పటములోని ఇంగ్లీష్ అక్షరాల బాహుళ్కము కనుగొనుము? ఇది ఏక బాహుళ్క దత్తాంశమా లేక ద్విబాహుళ్క దత్తాంశమా?



6.3 మధ్యగతము :

ఒక ఉత్సాహిక సంస్థ లో మేనేజర్ మరియు కార్యాలయ యొక్క వేతనాల (రూపాయలలో) వివరాలు కింద ఇప్పుడ్డాయి.

మేనేజరు - ` 88,000			
మొదటి కార్యాలయ	` 6,600	ఏడవ కార్యాలయ	` 9,000
రెండవ కార్యాలయ	` 10,000	ఎనిమిదవ కార్యాలయ	` 9,200
మూడవ కార్యాలయ	` 8,000	తొమ్మిదవ కార్యాలయ	` 9,000
నాలుగవ కార్యాలయ	` 8,400	పదవ కార్యాలయ	` 6,400
ఐదవ కార్యాలయ	` 7,600	పదకొండవ కార్యాలయ	` 6,400
ఆరవ కార్యాలయ	` 7,000	పన్నిండవ కార్యాలయ	` 6,400

ఈ దత్తాంశానికి సగటు వేతనము లేదా వేతనాల బాహుళ్కమును ప్రాతినిధ్య విలువలుగా తీసుకోవచ్చునా?

మొదటగా ప్రోడక్షన్ యూనిట్లో వేతనాల సగటును మనం లెక్కించాం.

$$\text{వేతనాల సగటు} = \frac{\text{ఉద్యోగులందరి వేతనాల మొత్తం}}{\text{ఉద్యోగుల సంఖ్య}}$$

$$= \frac{88000 + 6600 + 10000 + 8000 + 8400 + 7600 + 7000 + 9000 + 9200 + 9000 + 6400 + 6400 + 6400}{13}$$

$$= \frac{1,82,000}{13} = ` 14,000$$

ఈ వేతనం మేనేజర్ లేదా కార్యాలయ వేతనాలకు ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉంటుందా? (ఎందుకు?). ఇది మేనేజర్ వేతనం కంటే చాలా తక్కువగా ఉంది మరియు కార్యాలయ వేతనాల కంటే చాలా ఎక్కువగా ఉంటుంది.

ఇప్పుడు బాహుళ్కాన్ని పరిశీలించాం. ఈ దత్తాంశము లో ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయిన విలువ 6400 కాబట్టి బాహుళ్కం = ` 6400

అయినప్పటికీ, ఇది దత్తాంశం యొక్క ప్రాతినిధ్య విలువగా ఉండదు (ఎందుకు?)

కనున, ఇప్పుడు కేంద్రీయ స్థాన విలువను లెక్కించడానికి మరో పద్ధతిని పరిశీలించాం.

సంస్థలోని ఉద్యోగుల వేతనాలకు ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చగా

6400	6400	6400	6600	7000	7600	8000	8400	9000	9000	9200	10000	88000
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------

The middle value of this data is '8000'. Clearly it divides employees into 2 equal groups.

6 are earning more than `8,000 and 6 are earning less than `8,000.

This value is called 'Median' and as you can see it provides a representative picture or Central Tendency for all the values of the given data.



The middle most value of the data, when the observations are arranged in either ascending or descending order is called 'Median'.

In the above example, the number of observations were 13 i.e. an odd number, thus the median divides the data into 2 equal groups.

Now what is the Median, if the number of observations were in even number?

Let us take the example of the production unit again.

If a new worker joined and earning `8,200 in the production unit, then what will be the Median?

Arrange the salaries in ascending order :

6400	6400	6400	6600	7000	7600	8000	8200	8400	9000	9000	9200	10000	88000
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------

Here both 8000 and 8200 lie in the middle of the data.

Here the median will be calculated by finding the average of these two values.

$$\text{Thus, the median salary} = \frac{8000 + 8200}{2} = \frac{16200}{2} = `8,100/-$$

Example 4 : Find the median of data 32, 43, 25, 67, 46, 71 and 182.

Solution : Given 32, 43, 25, 67, 46, 71, 182

Arrange the given observations in ascending order

25, 32, 43, 46, 67, 71, 182

In '7' observations the 4th observation is the middle most value.

$$\therefore \text{Median} = 46$$



If the number of observations(n) is odd then median is $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$ observation.

Example 5 : The monthly incomes of 8 members are `8000, `9000, `8200, `7900, `8500, `8600, `7700 and `60000. Find the median income.

Solution : Given that, the monthly incomes of 8 members are:

`8000, `9000, `8200, `7900, `8500, `8600, `7700, `60000

Arrange the given observations in ascending order:

7700, 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 60000

ఈ దత్తాంశము యొక్క మధ్యమ విలువ 8000 అగును. ఇది ఉద్దోగం రెండు సమాన సంఖ్యల గల సమాపోలుగా విభజిస్తుంది.

` 8,000 కంటే ఎక్కువ సంపాదించే ఆరుగురు ఉద్దోగులు మరియు ` 8,000 కంటే తక్కువ సంపాదించే ఆరుగురు ఉద్దోగులుగా విభజిస్తుంది.

ఈ విలువనే మధ్యగతం అంటారు. ఈ సంస్థలోని ఉద్దోగుల వేతనాలకు ఇది ప్రాతినిధ్య విలువ లేదా కేంద్రీయ స్థాన విలువగా ఉంటుందని గమనించవచ్చు.



**దత్తాంశములోని రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమములో అమర్ఖగా,
ఆ అమరికలోని మధ్యమ విలువను మధ్యగతం అంటారు.**

పై ఉదాహరణలో పరిశీలనల సంఖ్య 13 ఒక బేసి సంఖ్య. కాబట్టి మధ్యగతం దత్తాంశమును రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

పరిశీలనల సంఖ్య సరిసంఖ్య అయిన అప్పుడు మధ్యగతం ఎమిటి?

పై ఉత్సాదక సంస్థ ఉదాహరణనే మరలా తీసుకుందాం.

రూ.8,200 వేతనంగా గల మరో వ్యక్తి ఉత్సాదక సంస్థలో కొత్తగా చేరాడు అనుకొందాము? అప్పుడు కొత్త మధ్యగతం ఎంత? ఇప్పుడు 14 మంది వేతనాలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్ఖుదాం.

6400	6400	6400	6600	7000	7600	8000	8200	8400	9000	9000	9200	10000	88000
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------

ఈ దత్తాంశములో 8000, 8200 అనే రెండు విలువలు మధ్యమ విలువలుగా ఉన్నాయి.

ఇలాంటి సందర్భాలలో ఈ రెండు విలువలు సరాసరి కనుక్కోవటం ద్వారా మధ్యగతాన్ని గణిస్తాము.

$$\text{కాబట్టి మధ్యగత వేతనం} = \frac{8,000 + 8,200}{2} = \frac{16,200}{2} = \text{` } 8,100/-$$

ఉదాహరణ 4: 32, 43, 25, 67, 46, 71 మరియు 182 ల మధ్యగతము కనుగొనుము.

సాధన : 32, 43, 25, 67, 46, 71, 182

ఇచ్చిన రాశులు ఆరోహణ క్రమములో అమర్చితే

25, 32, 43, **46,** 67, 71, 182

దత్తాంశములోని ఏడు రాశులలో 4వ రాశి మధ్యపదం అగును

$\therefore \text{మధ్యగతము} = 46$



ఇచ్చిన దత్తాంశములో రాశుల సంఖ్య(n) బేసి సంఖ్య అయిన మధ్యగతము $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\circ}$ పదము అగును.

ఉదాహరణ 5 : 8 మంది నెలసరి ఆదాయాలు `8000, `9000, `8200, `7900, `8500, `8600, `7700 మరియు `60000 అయిన వారి మధ్యగత ఆదాయాన్ని కనుగొనుము.

సాధన : 8 కుటుంబాల నెలసరి ఆదాయాలు

`8000, `9000, `8200, `7900, `8500, `8600, `7700, `60000

ఆదాయాలను ఆరోహణ క్రమములో అమర్చితే

7700, 7900, 8000, **8200, 8500,** 8600, 9000, 60000

Here, we have two middle most values 8200 and 8500.

In this case, Median = Average of two middle most values

$$= \frac{8200 + 8500}{2} = \frac{16700}{2} = 8,350$$



If number of observations(n) is even then the median is

Average of $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$ and $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{th}}$ observations



Check Your Progress



What is the median of first 7 prime numbers?

Let's Explore

Collect 10th class pass percentage for last six years of your school (or) your near by school. Find Median of the data.

Exercise - 6.3

- Find the Median of the following :
 - 7, 3, 15, 0, 1, 71, 19, 4, 17
 - 12, 23, 11, 18, 15, 20, 86, 27
- The number of pages in text books of different subjects are 421, 175, 128, 117, 150, 145, 147 and 113 find Median of given data.
- The weekly sales of motor bikes in a showroom for the past 14 weeks are 10, 6, 8, 3, 5, 6, 4, 7, 12, 13, 16, 10, 4 and 7. Find the Median of the data.
- Find the Median of 0.3, 0.25, 0.32, 0.147, 0.19, 0.2 and 7.1
- If the Median of observations $2x, 3x, 4x, 5x, 6x, (x > 0)$ is 28 then find the value of 'x'?



Project Work

Visit any vegetable market along with your parent. Collect the information about the costs of different vegetables. By using this data fill the following table.

Name of the Vegetable	Cost per kg	Central Tendency Values
Lady's finger		i) Arithmetic Mean =
Tomato		
Carrot		ii) Mode =
Beetroot		
Green Chilli		
Brinjal		
Onion		iii) Median =

మధ్యమ పదాలు 8200 మరియు 8500
మధ్యగతం, 8200, 8500ల సరాసరి అగును

$$\text{మధ్యగతం} = \frac{8200 + 8500}{2} = \frac{16700}{2} = 8,350$$



జిచ్చిన దత్తాంశములో రాశుల సంఖ్య(n) సరి సంఖ్య అయిన

మధ్యగతము $\left(\frac{n}{2}\right)$ వ మరియు $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ వ పదాల సరాసరి అగును.



మొదటి 7 ప్రథాన సంఖ్యల మధ్యగతము కనుగొనుము.



మీ పారశాల లేదా మీకు సమీపంలో గల పారశాల యొక్క గత 6 సంవత్సరాల పదవ తరగతి ఉత్తీర్ణ శాతములను నమోదు చేసి మధ్యగతము కనుగొనుము.

అభ్యర్థి-6.3

- క్రింది దత్తాంశములకు మధ్యగతము కనుగొనుము
 - 7, 3, 15, 0, 1, 71, 19, 4, 17
 - 12, 23, 11, 18, 15, 20, 86, 27
- విభిన్న సబ్జక్టులకు సంబంధించిన పార్యాప్తుకములలో గల పేజీల సంఖ్యలు 421, 175, 128, 117, 150, 145, 147 మరియు 113 అయిన ఈ దత్తాంశమునకు మధ్యగతము కనుగొనుము.
- ఒక మోటారు వాహనముల దుకాణములో గత 14 వారములలో అమ్మిన వాహనముల సంఖ్య వరుసగా 10, 6, 8, 3, 5, 6, 4, 7, 12, 13, 16, 10, 4 మరియు 7 అయిన వాటి మధ్యగతము కనుగొనుము.
- 0.3, 0.25, 0.32, 0.147, 0.19, 0.2, 7.1 ల మధ్యగతాన్ని కనుగొనండి.
- $2x, 3x, 4x, 5x, 6x, (x > 0)$ రాశుల మధ్యగతము 28 అయిన x విలువ ఎంత?



త్రాజెక్టు పని

మీ తల్లి/తండ్రిషో పాటు దగ్గరలోని కూరగాయల మార్కెట్సు సందర్శించి, వివిధ కూరగాయల ధరలు సేకరించండి. క్రింది పట్టికను ఘూరించి కేంద్రీయ స్థాన విలువలు కనుగొనుము.

కూరగాయ పేర్లు	1 కేజి ధర	అంకమధ్యమం
	బెండకాయ	i) అంకగణిత సగటు =
	టమాటు	
	క్యారెట్	
	బీటరూట్	ii) బాహుళకము =
	పచ్చిమిరపకాయ	
	వంకాయ	
	ఉల్లిపాయ	iii) మధ్యగతం =

Measure of Central Tendency	Useful situation
Arithmetic Mean	When data set has no extreme values.
Mode	When the data has many identical values and for quick calculation.
Median	When the data set has extreme values and there are no big gaps in the middle of the data.

6.4 Visual Representation of the Data:

You have already learnt how to present data as a visual representation in the form of pictographs and bar graphs in the previous class.

Prasanna wanted to buy a mobile phone. He selected two mobile phones of different companies having same features. Now he would like to know which mobile phone has good performance. He collected the information of star rating from different magazines and news papers.

Feature	Mobile-A	Mobile-B
Camera	★★★★★	★★★★★☆
Display	★★★★★☆	★★★★★☆
Performance	★★★★★☆	★★★★★☆
Battery	★★★★★☆	★★★★★☆
Memory	★★★★★☆	★★★★★☆

1. What information is given in the table?
2. Is the above information being useful to Prasanna?
3. Which mobile phone you will suggest to Prasanna?

Data represented in the form of pictures, graphs or charts is Visual Representation. Visual Representation makes the data clear to understand. Data visualisation is important in data analysis because it is able to make the data easily and quickly understood.

Bar graph :

Samuel : Shabreen, did you observe our school display board.

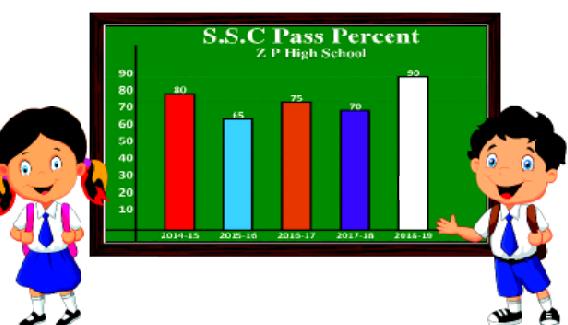
Shabreen : Yes, it was about our school S.S.C pass percentage.

Samuel : Can you tell our school pass percentage in 2018 - 19.

Shabreen : Yes, the pass percentage was 70.

Samuel : Can you remember what type of visual representation it is.

Shabreen : Yes, It is 'Bar graph'.



Representation of numerical data by using bars of uniform width is called 'Bar graph'. In bar graphs the width of all rectangles (bars) is equal and the height (length) of each bar is proportional to the data that it represents.

కేంద్రీయ స్థాన మాపనము	ఉపయోగకరమైన సందర్భము
అంకగణిత సగటు	దత్తాంశములోని రాశుల విలువల మధ్య వ్యత్యాసం తక్కువగా ఉన్నప్పుడు.
బాహుళీకం	దత్తాంశములో ఒక విధమైన అనేక విలువలు ఉన్నప్పుడు మరియు వేగముగా గణించుటకు.
మధ్యగతం	దత్తాంశములోని రాశుల విలువల మధ్య వ్యత్యాసం బాగా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు మరియు దత్తాంశం మధ్య విలువలో పెద్ద వ్యత్యాసం లేనప్పుడు

6.4 సమాచారమును ధృశ్య రూపములో ప్రదర్శించుట :

దత్తాంశమును పట చిత్రము మరియు కమీస్టేబ్లా చిత్ర రూపములో ప్రదర్శించుటను ఇంతకు ముందు తరగతి లో మీరు నేర్చుకున్నారు.

ప్రసన్న ఒక మొబైల్ ఫోన్ కొనాలనుకున్నాడు. అతను ఒకే లక్ష్మణాలు (సాకర్యాలు) గల రెండు విభిన్న కంపెనీల మొబైల్ ఫోన్సును ఎంపిక చేసుకున్నాడు. ఈ రెండు మొబైల్ ఫోన్లో ఏది మెర్గైనదో అతను తెలుసుకోవాలనుకున్నాడు. అతను వివిధ ప్రతికలు మరియు మ్యాగజైన్స్ నుండి ఈ క్రింది సమాచారమును సేకరించాడు.

లక్ష్మణాలు	ఘటన - A	ఘటన - B
కెమెరా	★★★★★	★★★★★ ★
డైస్ట్రో	★★★★★ ★	★★★★★ ★
మెరుగుదల	★★★★★ ★	★★★★★ ★
బ్యాటరీ	★★★★★ ★	★★★★★ ★
మెమరీ	★★★★★ ★	★★★★★ ★

- ప్రక్క పట్టికలో గల సమాచారం దేనిని సూచిస్తుంది?
- పట్టికలోని సమాచారం ప్రసన్నకు ఉపయోగపడుతుందా?
- స్వేతే ప్రసన్నకు, ఏ మొబైల్ ఫోన్సును సూచిస్తావు?

ఇచ్చిన సమాచారాన్ని చిత్రాలు, గ్రాఫలు లేదా చార్టల రూపములో ప్రదర్శించుటనే ధృశ్య రూప ప్రదర్శన అంటారు. ఇచ్చిన దత్తాంశమును ధృశ్య రూపములో ప్రదర్శించుట వలన సమాచారమును అర్థం చేసుకొనుట సులభం అగును. దత్తాంశము యొక్క ధృశ్య రూప ప్రదర్శన ఇచ్చిన సమాచారమును విశేషించుటకు మరియు తేలికాగా త్వరితగతిన అవగాహన చేసుకొనుటకు ముఖ్యమైనది.

కమీస్టేబ్లా చిత్రము :

శామ్యూల్ : ప్లేట్‌ఫారమ్, మన పారశాలలోని ప్రదర్శన (display) బోర్డును గమనించావా?

ప్లేట్‌ఫారమ్ : అవును, అది పదవతరగతి ఉత్సవంలో శాతమును తెలియజ్ఞుండి కదా!

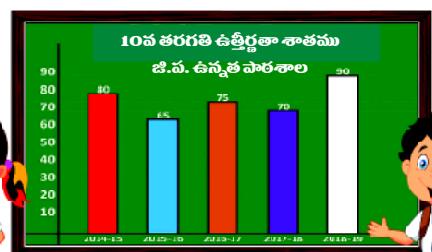
శామ్యూల్ : 2018 - 19 విద్యా సంవత్సరములో మన పారశాల యొక్క ఉత్సవంలో శాతము ఎంతో చెప్పగలవా?

ప్లేట్‌ఫారమ్ : అవును. ఉత్సవంలో శాతము ఎంతో 70.

శామ్యూల్ : ఈ విధమైన ధృశ్య రూప ప్రదర్శనను ఏమని పిలుస్తారో, గుర్తుందా?

ప్లేట్‌ఫారమ్ : గుర్తుంది, దీనిని కమీస్టేబ్లా చిత్రం అంటారు.

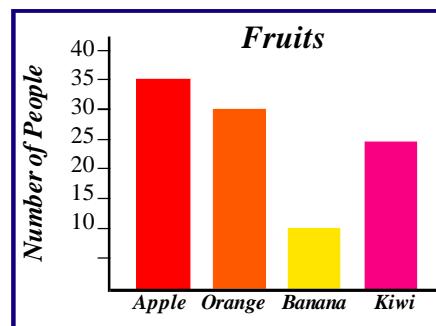
ఇచ్చిన సంఖ్యా దత్తాంశమును సమాచారమును వెడల్పు గల కమీస్టేబ్లా చిత్రంలో ప్రదర్శించటాన్ని “కమీస్టేబ్లా చిత్రం” అంటారు. కమీస్టేబ్లా చిత్రంలోని కమీస్టేబ్లా చిత్రమును వెడల్పు సమాచారమును ఉన్నప్పుడు మరియు కమీస్టేబ్లా చిత్రమును వెడల్పు గా ఉన్నప్పుడు మరియు వేగముగా గణించుటకు.





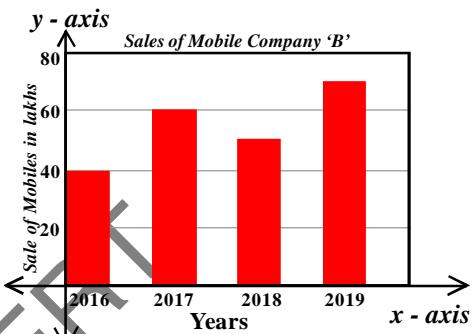
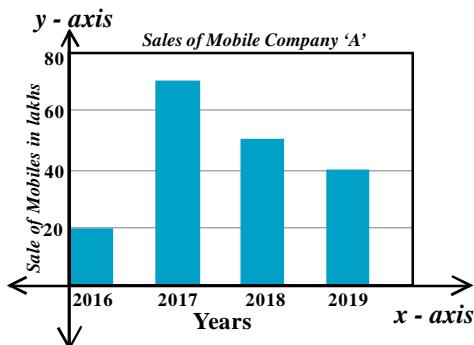
Observe the adjacent bar graph and answer the following:

- Which fruit most of the people like?
- How many people likes banana?



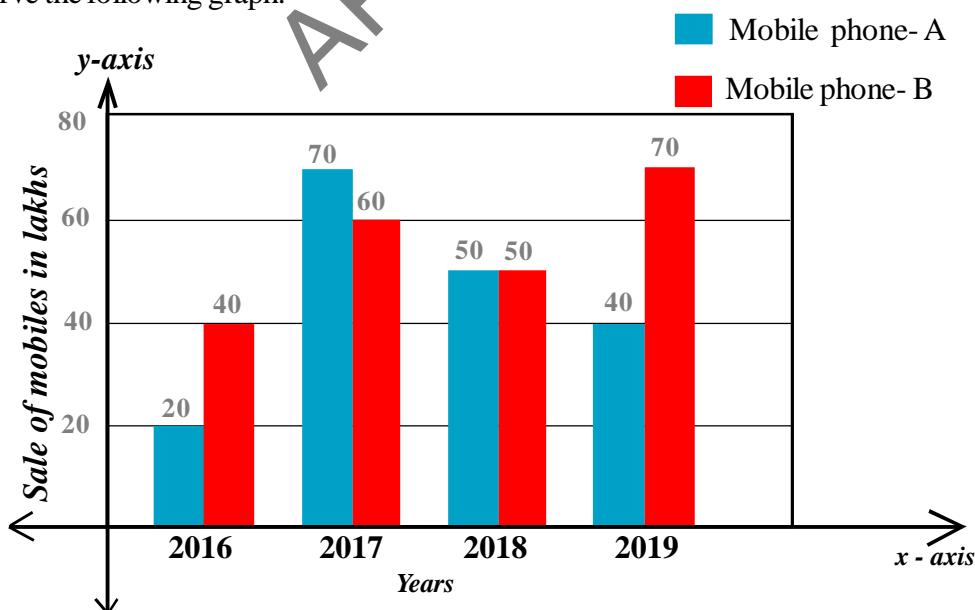
6.4.1 Double bar graph:

Observe the following two bar graphs which shows the sales of two mobile phone companies A and B in various years:



From the above bar graphs, we can study the individual sale capability of A and B. But we want to compare sales of both companies in every year, we need a different visual representation.

Observe the following graph.

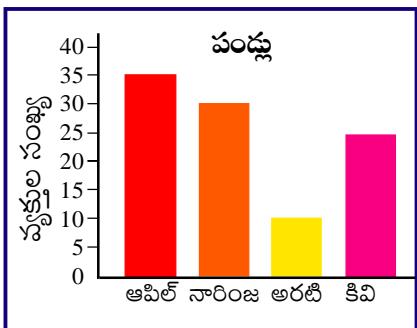


By using the above graph, it is easy to compare the sales of both companies.

These type of graphs are called 'Double bar graphs'.

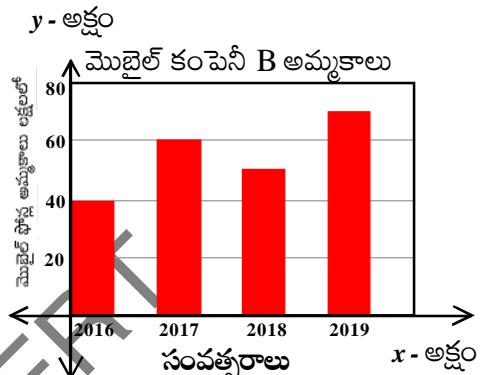
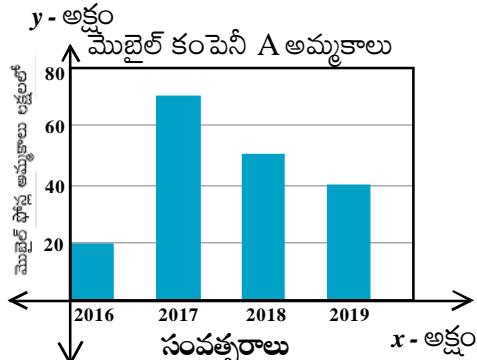
ప్రక్క కమ్మీ చిత్రంను గమనించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయము.

1. ఎక్కువ మంది ఇష్టపడే పండు ఏది?
2. అరటి పండును ఇష్టపడే వారి సంఖ్య ఎంత?



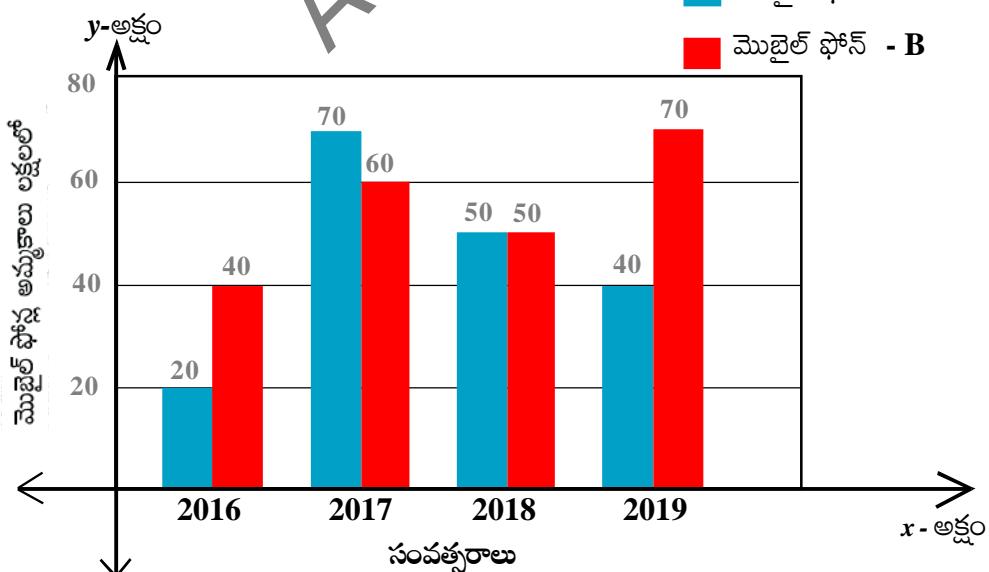
6.4.1 రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రాలు (డబుల్ బార్ గ్రాఫ్):

క్రింది కమ్మీ చిత్రాలను గమనించండి. ఇవి వివిధ సంవత్సరాలలో రెండు మొబైల్ ఫోన్ కంపెనీలు A, B ల అమృకాలను సూచిస్తున్నాయి.



మనం పై కమ్మీ చిత్రాల నుండి ప్రతి మొబైల్ ఫోన్ కంపెనీలు A, B ల వ్యక్తిగత అమృకపు సామర్థ్యాన్ని విశేషించవచ్చు. కానీ రెండు కంపెనీల అమృకపు సామర్థ్యాన్ని సరిపోల్చుటకు ప్రతి సంవత్సరం మనకు విభిన్న దృశ్యరూప ప్రదర్శన అవసరం అగును.

క్రింది చిత్రాన్ని గమనించండి.



పై చిత్రాన్ని ఉపయోగించి మనం రెండు కంపెనీల అమృకపు సామర్థ్యాన్ని సరిపోల్చుట సులభమగును.

ఇటువంటి కమ్మీ చిత్రమునే రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం (డబుల్ బార్ గ్రాఫ్) అంటాము.

Observe the above double bar graph and answer the following:

1. In which year the sales of both mobile phone companies are equal?
2. In 2017, which mobile phone company has more sales?

So, ‘Double bar graph’ is used to display two sets of data on the same graph. With the help of ‘Double bar graph’, we can compare the two group of observations in a single look.

6.4.2 Construction of Double bar graph:

Example 6 : The number of CFL bulbs and LED bulbs by a seller every month from March to August are given Below. Draw by vertical double bar graph.

MONTH	CFL BULBS	LED BULBS
March	70	75
April	35	30
May	65	75
June	90	100
July	22	35
August	50	50

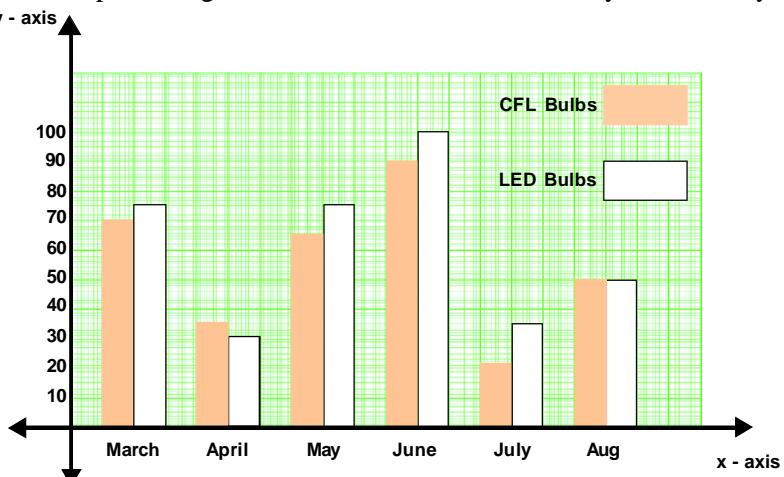
Solution: Steps in drawing a Double bar graph:

1. Draw x-axis (horizontal line) and y - axis (vertical line) on the graph paper and mark their intersection point as ‘O’.
2. Take ‘months’ on x - axis.
3. Take number of CFL and LED bulbs on y - axis.
4. Take an appropriate scale on y - axis so that number of both the bulbs can be shown easily. Here the maximum value to be plotted on y - axis as 100, so let us take 1cm = 10 bulbs on y - axis.
5. Find the length of each bar by dividing the value by 10 (as scale is 1cm = 10 bulbs).

Eg : Length of bar represents 70 CFL bulbs = $\frac{70}{10} = 7 \text{ cm}$

Length of bar represents 75 LED bulbs = $\frac{75}{10} = 7.5 \text{ cm}$

6. Draw the bars of uniform width representing ‘CFL bulb’ and ‘LED bulb’ side by side of every month.



పైన ఇవ్వబడిన రెండు వరుసల కమీచిత్రంను పరిశీలించి క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

1. ఏ సంవత్సరము లో రెండు మొబైల్ ఫోన్ కంపెనీల అమృకాలు సమానం?
2. 2017 వ సంవత్సరము లో ఏ మొబైల్ ఫోన్ కంపెనీ అమృకాలు ఎక్కువ?

కాబట్టి, రెండు విభిన్న దత్తాంశములను ఒకే గ్రాఫ్ కాగితము పై ప్రదర్శించుటకు రెండు వరుసల కమీచిత్రంను ఉపయోగిస్తాము. రెండు వరుసల కమీచిత్రంను ఉపయోగించి రెండు విభిన్న దత్తాంశములను ఒకే సారి సరిషోల్చవచ్చు.

6.4.2 రెండు వరుసల కమీచిత్రాలను నిర్మించుట :

ఉధారణ 6 : ఒక దుకాణాదారుడు మార్పి నుండి ఆఘస్తు వరకు ప్రతీ నెలలో అమీను CFL బల్బులు మరియు LED బల్బుల అమృకాల విపరాలు క్రిందివట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి అయిన క్రింది దత్తాంశమునకు రెండు వరుసల కమీచిత్రాన్ని నిర్మించండి.

నెల	CFL బల్బులు	LED బల్బులు
మార్చి	70	75
ఏప్రిల్	35	30
మే	65	75
జూన్	90	100
జూలై	22	35
ఆగస్టు	50	50

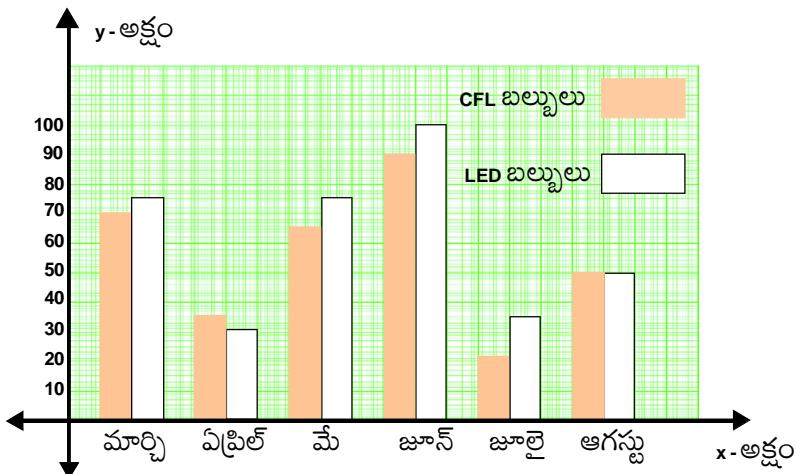
సాధన : రెండు వరుసల కమీచిత్రం నిర్మించుటకు సోపానాలు:

1. గ్రాఫ్ కాగితము పై x - అక్షం (క్లిపిజ రేఖ), y - అక్షం (నిలువు రేఖ) గేయండి. వాటి ఖండన బిందువును 'O'గా గురించండి.
2. x - అక్షంపై నెలల పేర్లు తీసుకోండి.
3. y - అక్షంపై CFL బల్బులనంఖ్య, LED బల్బులనంఖ్యను తీసుకోండి.
4. రెండు రకాల బల్బుల సంఖ్య గ్రాఫ్ కాగితముపై గుర్తించుటకు వీలుగా సరైన స్క్యూలును y - అక్షంపై తీసుకోండి. y - అక్షంపై గుర్తించవలసిన గరిష్ట విలువ 100. కాబట్టి 1 సె.మీ = 10 బల్బులుగా తీసుకోవచ్చు.
5. ఇచ్చిన విలువలను 10తో భాగించుట ద్వారా కమీచిత్రాన్ని నిర్మించండి. (సూచిక భిన్నం 1 సె.మీ = 10 బల్బులు).

ఉదా : 70 CFL బల్బులను సూచించు కమీచిత్రాన్ని పొడవు = $\frac{70}{10} = 7$ సె.మీ

75 LED బల్బులను సూచించు కమీచిత్రాన్ని పొడవు = $\frac{75}{10} = 7.5$ సె.మీ

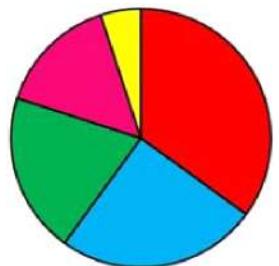
6. ప్రతీ నెలలో అమీను CFL బల్బుల మరియు LED బల్బుల సంఖ్యను సమాన వెడల్పు గల కమీచిత్రాల రూపములో ప్రక్కప్రక్కన గేయండి.



6.4.3 Pie charts :

Observe the adjacent figure :

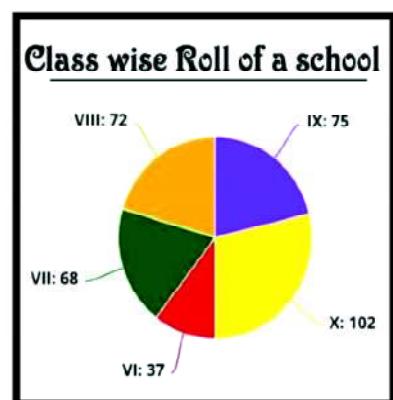
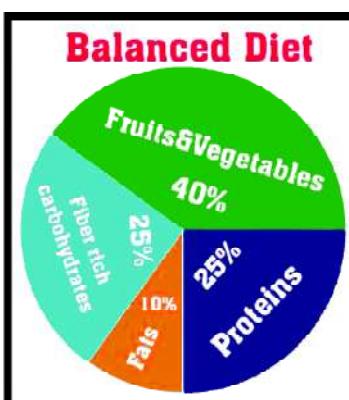
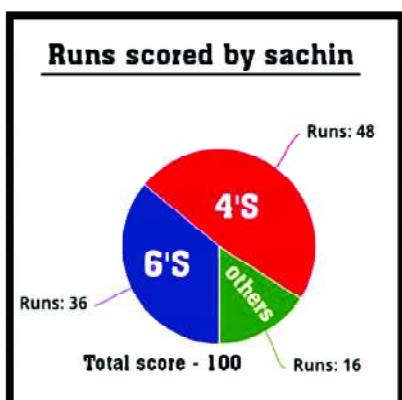
1. Largest portion of the circle is shaded by which colour?
2. Are the portions of circle shaded by blue and pink are in same size?
3. Smallest portion of the circle is shaded by which colour?



In the above figure, you can observe that the circle is divided into some component parts. Have you observed that each component part is bounded by an arc and two radii of circle?

These parts of the circle are called ‘sectors’ of the circle.

Children, observe the following figures. Have you observed data represented in the circular form?



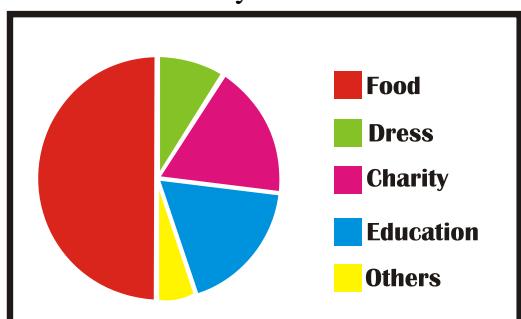
This type of chart, which displays information as parts of a circle (sector) is called a ‘Pie chart’.

The ‘Pie chart’ represents each item as a portion of the circle, as how much part of ‘the total item’ is shared by each item.

‘Pie chart’ is the visual representation of the numerical data by sectors of the circle such that angle of each sector (area of sector) is proportional to value of the data that it represents.

Observe the below picture which shows various expenses of Manasa’s family :

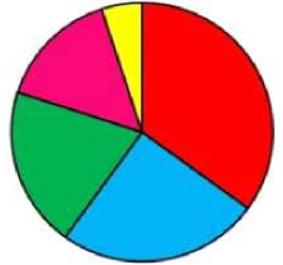
- i) For which item highest amount spent?
- ii) For which items same amount spent?
- iii) For which item least amount spent?



6.4.3 వృత్త రేఖా చిత్రము (పై చిత్రము) :

ప్రక్క పటంను గమనించండి.

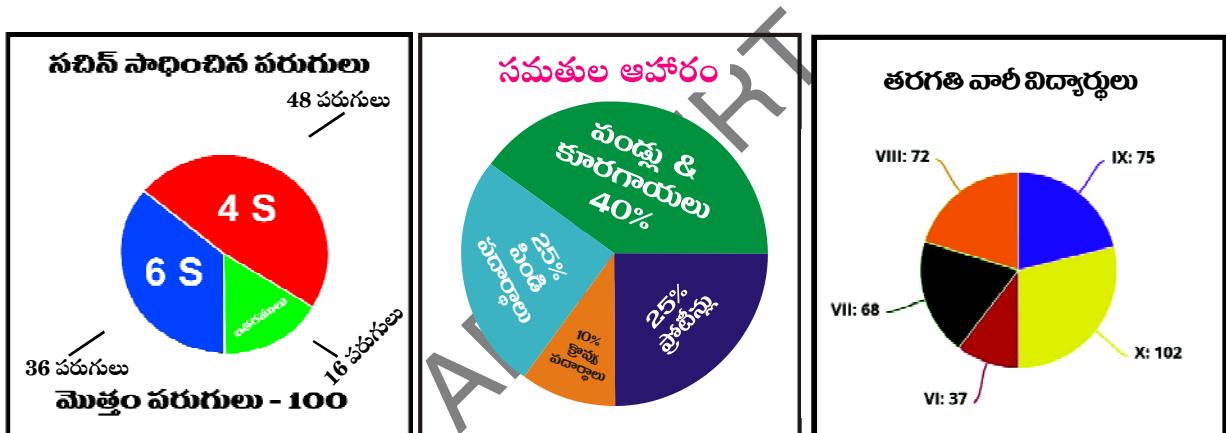
1. వృత్తములోని అధిక భాగము ఏ రంగుతో పేద్ద చేయబడినది?
2. నీలం రంగు, పింక్ రంగు భాగాలు సమాన పరిమాణములో ఉన్నాయా?
3. వృత్తము లోని అత్యల్ప భాగము ఏ రంగుతో పేద్ద చేయబడినది?



పై పటములో వృత్తం కొన్ని భాగాలుగా విభజించబడి ఉండడం మనం గమనించవచ్చు. ప్రతీ భాగము, రెండు వ్యాసార్థాలు మరియు వృత్త చాపములతో ఆవరించబడి ఉండుట గమనించారా?

వృత్తములోని ఈ భాగాలనే “సెక్టార్లు” అంటారు.

పిల్లలూ, క్రింది పటాలను పరిశీలించండి. మీరు దత్తాంశంను వృత్త రూపంలో సూచించటను గమనించారా?

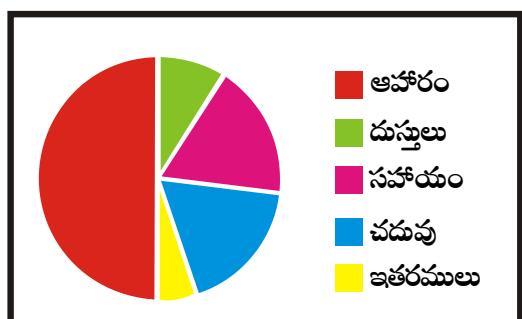


ఈ విధముగా వృత్తమును భాగాలు (సెక్టార్లు)గా విభజించుట ద్వారా దత్తాంశమును ప్రదర్శించుటనే పై చిత్రం లేదా వృత్త రేఖా చిత్రం అంటాము. పై చిత్రము వృత్తములోని ప్రతి భాగమును సూచిస్తుంది. మొత్తం అంశాలలో ప్రతి అంశము ఎంత భాగం పంచుకుంటుందో సూచిస్తుంది.

కాబట్టి ఇచ్చిన సమాచారాన్ని పృత్తమును సెక్టార్లుగా విభజించుట ద్వారా ధృత్య రూపములో ప్రదర్శించుటననే పై చిత్రం లేదా వృత్త రేఖా చిత్రం అంటాము. ప్రతి సెక్టారు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణము (సెక్టారు పైశాల్యము) అది సూచించే అంశ విలువకు అనులోపానుపాతంలో ఉంటుంది.

కింది పటములో మానస కుటుంబం యొక్క వివిధ భార్యల వివరాలు చూపబడ్డాయి.

- i) అధిక భాగం దేని కొరకు భార్య పెట్టబడింది?
- ii) సమాన మొత్తంలో భార్య చేయబడిన అంశాలు ఏవి?
- iii) అత్యల్ప భాగం దేని కొరకు భార్య పెట్టబడింది?



6.4.4 Interpretation of Pie chart :

Observe the adjacent Pie chart:

It is about the time spent by a child during a day.

The size of each sector is proportional to the information it represents and also each sector shows the relation between whole and its part.



$$\text{i) Proportion of sector for hours spent in sleeping} = \frac{\text{Number of sleeping hours}}{\text{Whole day}}$$

$$= \frac{8 \text{ hours}}{24 \text{ hours}}$$

$$= \frac{1}{3}^{\text{rd}} \text{ of circle}$$

As, total angle at the center of circle = 360°

$$\text{So, angle of the sector represents sleeping} = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$\text{ii) Proportion of sector for hours spent in playing} = \frac{\text{Number of sleeping hours}}{\text{Whole day}}$$

$$= \frac{3 \text{ hours}}{24 \text{ hours}}$$

$$= \frac{1}{8}^{\text{th}} \text{ of circle}$$

$$\text{Angle of the sector represents playing} = \frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$$

So from the above,



$$\text{Angle of sector} = \frac{\text{Value of the item}}{\text{Sum of the values of all items}} \times 360^\circ$$

6.4.5 Construction of Pie chart:

Now let us learn about how data is presented on a pie chart.

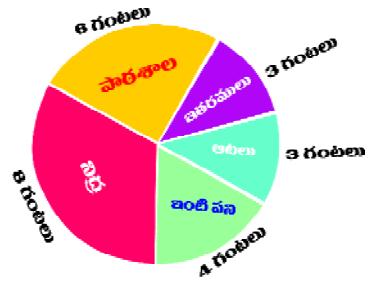
Example 7 :

In a school, there are 100 students in class VII and every student is a member of any one of the club. The following table shows the number of students in various clubs, then.

6.4.4 వృత్త రేఖా చిత్రం (పై చిత్రం) - వ్యాఖ్యానించుట :

వక్క పై చిత్రంను పరిశీలించండి. ఇది ఒక రోజులో విద్యార్థి గడిపిన సమయం గురించి తెలియచేస్తుంది. ప్రతి సెక్షారు యొక్క పరిమాణం అది ప్రాతినిధ్యం వహించే సమాచారానికి అనులోదానుపాతంలో ఉంటుంది.

ప్రతి సెక్షారు, అంశం మొత్తం మరియు అది ప్రాతినిధ్యం వహించే అంశానికి మధ్య సంబంధాన్ని చూపుతుంది.



$$\text{i) నిద్రలో గడిపిన సమయం కొరకు సెక్షారు యొక్క భాగము} = \frac{\text{నిద్రలో గడిపిన సమయం}}{\text{ఒక పూర్తి దినం}} \\ = \frac{8 \text{ గంటలు}}{24 \text{ గంటలు}} \\ = \text{వృత్తంలో } \frac{1}{3} \text{వ భాగము}$$

$$\text{వృత్త కేంద్రం వద్ద మొత్తం కోణం} = 360^{\circ}$$

$$\text{కాబట్టి, నిద్రలో గడిపిన సమయానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే సెక్షారు కోణం} = \frac{1}{3} \times 360^{\circ} = 120^{\circ}$$

$$\text{ii) ఆటలలో గడిపిన సమయం కొరకు సెక్షారు యొక్క భాగము} = \frac{\text{ఆటలలో గడిపిన సమయం}}{\text{ఒక పూర్తి దినం}} \\ = \frac{3 \text{ గంటలు}}{24 \text{ గంటలు}} \\ = \text{వృత్తంలో } \frac{1}{8} \text{వ భాగం}$$

$$\text{ఆటలలో గడిపిన సమయానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే సెక్షారు కోణం} = \frac{1}{8} \times 360^{\circ} = 45^{\circ}$$

పై వాటి నుండి



$$\text{సెక్షారు కోణం} = \frac{\text{అంశము విలువ}}{\text{అన్ని అంశముల విలువల మొత్తము}} \times 360^{\circ}$$

6.4.5 వృత్త రేఖా చిత్రము నిర్మాణము (పై చిత్రం) :

వృత్త రేఖా చిత్ర రూపములో సమాచారం ఎలా ప్రదర్శిస్తామో ఇప్పుడు నేర్చుకుండాం.

ఉండాలాలి 7:

ఒక పారశాలలోని 7వ తరగతిలో 100 మంది విద్యార్థులు కలరు. 7వ తరగతిలోని ప్రతీ విద్యార్థి ఏదో ఒక క్లబ్‌లో సభ్యులుగా ఉన్నారు. కింది పట్టిక వివిధ క్లబ్‌లలోని విద్యార్థుల సంఖ్యను చూపుతుంది, అయిన

Construct the pie chart to following data :

Club	Number of members
Mathematics	50
Science	30
Social Studies	40
English	40
Arts	20

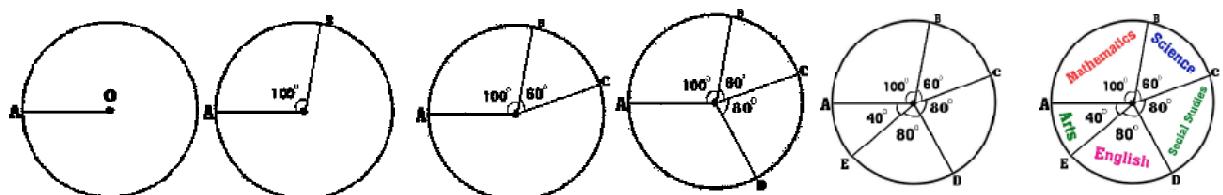
Solution: The angle of each sector will depend on the ratio between the number of students in club and total number of students.

$$\text{Angle of sector} = \frac{\text{Value of the item}}{\text{Sum of the values of all items}} \times 360^\circ$$

Clubs	Number of members	Angle of sector = $\frac{\text{Value of the item}}{\text{Sum of the values of all items}} \times 360^\circ$
Mathematics	50	$\frac{50}{180} \times 360^\circ = 100^\circ$
Science	30	$\frac{30}{180} \times 360^\circ = 60^\circ$
Social studies	40	$\frac{40}{180} \times 360^\circ = 80^\circ$
English	40	$\frac{40}{180} \times 360^\circ = 80^\circ$
Arts	20	$\frac{20}{180} \times 360^\circ = 40^\circ$
Total	180	360°

Steps of construction:

1. Draw a circle with any convenient radius and mark it's centre as 'O'.
2. Mark a point A, somewhere on the circumference and join OA.
3. Construct $\angle AOB = 100^\circ$ to represent angle of the sector for Maths club.
4. Construct $\angle BOC = 60^\circ$ to represent angle of the sector for Science club.
5. Construct $\angle COD = 80^\circ$ to represent angle of the sector for Social studies club.
6. Construct $\angle DOE = 80^\circ$ to represent angle of the sector for English club.
7. Now $\angle EOA = 40^\circ$ represents the angle of the sector for Arts club.



వట్టికలోని సమాచారానికి పై చిత్రాన్ని గీయండి.

క్లబ్	సభ్యుల సంఖ్య
గణితం	50
సామాన్య శాస్త్రం	30
సాంఘిక శాస్త్రం	40
ఇంగ్లీషు	40
కళలు	20

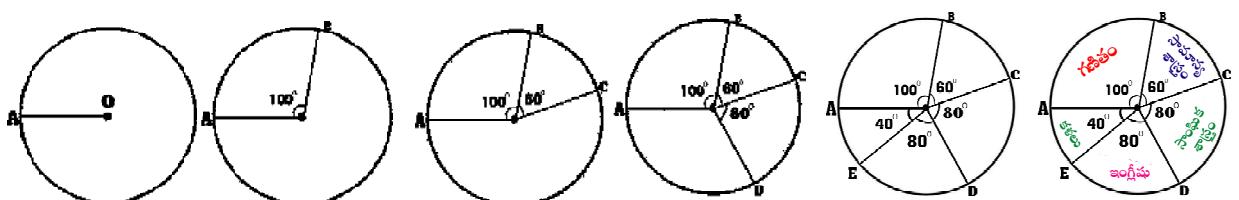
సాధన: సెక్టారు యొక్క కోణం క్లబ్లోని విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తిపై ఆధారపడును.

$$\text{సెక్టారు కోణం} = \frac{\text{అంశము విలువ}}{\text{అన్ని అంశముల విలువల మొత్తము}} \times 360^{\circ}$$

క్లబ్	సభ్యుల సంఖ్య	$\text{సెక్టారు కోణం} = \frac{\text{అంశము విలువ}}{\text{అన్ని అంశముల విలువల మొత్తము}} \times 360^{\circ}$
గణితం	50	$\frac{50}{180} \times 360^{\circ} = 100^{\circ}$
సామాన్య శాస్త్రం	30	$\frac{30}{180} \times 360^{\circ} = 60^{\circ}$
సాంఘిక శాస్త్రం	40	$\frac{40}{180} \times 360^{\circ} = 80^{\circ}$
ఇంగ్లీషు	40	$\frac{40}{180} \times 360^{\circ} = 80^{\circ}$
కళలు	20	$\frac{20}{180} \times 360^{\circ} = 40^{\circ}$
మొత్తము	180	360°

నిర్మాణ సోపానాలు:

1. ఏదేని వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని గీచి, దాని కేంద్రాన్ని ‘O’ గా గుర్తించండి.
2. వృత్త పరిధి పై ఏదైనా ఒక బిందువును ‘A’ గా గుర్తించండి. OAను కలపండి.
3. గణిత క్లబ్ సెక్టారును సూచించునట్లు $\angle AOB = 100^{\circ}$ ని నిర్మించండి.
4. సామాన్య శాస్త్రం క్లబ్ సెక్టారును సూచించునట్లు $\angle BOC = 60^{\circ}$ ని నిర్మించండి.
5. సాంఘిక శాస్త్రం క్లబ్ సెక్టారును సూచించునట్లు $\angle COD = 80^{\circ}$ ని నిర్మించండి.
6. ఇంగ్లీషు క్లబ్ సెక్టారును సూచించునట్లు $\angle DOE = 80^{\circ}$ ని నిర్మించండి.
7. $\angle EOA = 40^{\circ}$ అనే సెక్టారు కోణం కళల క్లబ్ను సూచిస్తుంది.



Exercise - 6.4

1. In the adjacent Double bar graph, number of students of a class are shown according to academic year.

Answer the following questions on the basis of this Double bar graph.

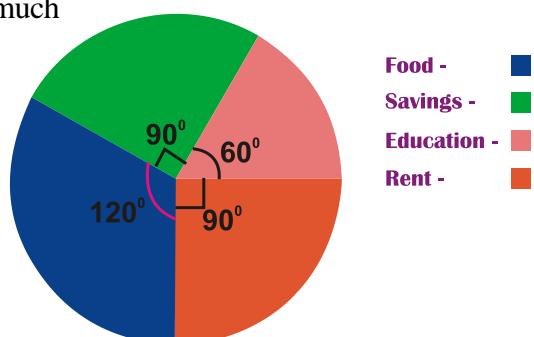
- In which academic year, number of girls were more than number of boys in the school?
- In which academic year, number of both girls and boys in the school were equal?
- What was the total number of students in the school in the academic year 2013-14 ?

2. The marks in the Mathematics and Science of five students of class 7 are given in the table. Exhibit these by the vertical Double bar graph by given information.

Name of student	Mathematics	Science
Praveena	50	60
Venkat	80	75
Uzma	75	70
Joseph	65	75
Ramya	75	60

3. The adjacent Pie chart gives the expenditure on various items during a month for a family. In the figure angles made by each sector at the center are given then answer the following:

- if the expenditure on rent is ` 3000 then how much amount they saved?
- on which item the expenditure is minimum?
- on which item the expenditure is maximum?



4. The following data shows the number of students opting different subjects in college.

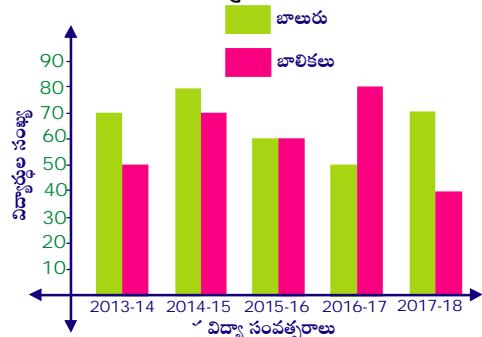
Subjects	Botany	Mathematics	Physics	Chemistry	Economics	Commerce
Number of students	45	60	20	30	10	15

Construct a Pie diagram to represent the above data.

అభ్యర్థి-6.4

1. ప్రక్క రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రంలో వివిధ విద్యా సంవత్సరాలలో పారశాలలోని ఒక తరగతిలోని విద్యార్థుల సంఖ్య ఇవ్వబడినది. ఈ రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రంలోని దత్తాంశము ఉపయోగించి క్రింది వాటికి సమాధానాలు రాయండి.

- ఏ విద్యా సంవత్సరంలో పారశాలలో బాలుర సంఖ్య కంటే బాలికలు సంఖ్య అధికముగా కలదు.
- ఏ విద్యా సంవత్సరంలో పారశాలలో బాలుర సంఖ్య, బాలికల సంఖ్యకు సమానము?
- 2013-14 విద్యా సంవత్సరంలో పారశాలలో మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

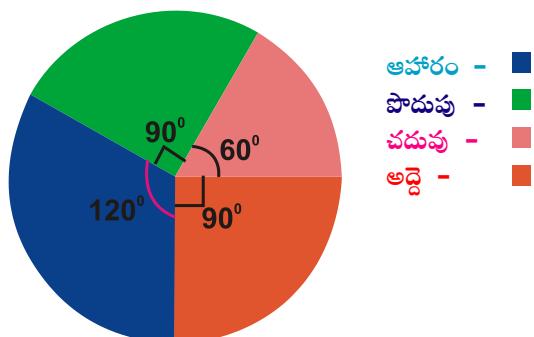


2. 7వ తరగతిలోని ఐదుగురు విద్యార్థులు గణితం మరియు సామాన్యశాస్త్రంలో సాధించిన మార్గులు క్రింద పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి. ఇచ్చిన సమాచారాన్ని వినియోగించి రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం గేరుండి.

విద్యార్థి పేరు	గణితం	సామాన్య శాస్త్రం
ప్రవీణ	50	60
వెంకట్	80	75
ఉజ్జ్వల	75	70
జోనప్ప	65	75
రమ్య	75	60

3. ఒక కుటుంబము, నెలలో వివిధ అంశాలపై చేసిన ఖర్చులు వివరాలు ప్రక్కన ఇవ్వబడిన పై చిత్రంలో ఇవ్వబడినవి. పటంలో ప్రతీ సెక్టారు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణం ఇవ్వబడినది అయిన కింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయండి.

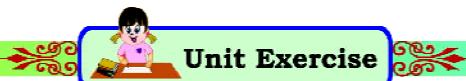
- అద్దె కొరకు పెట్టిన ఖర్చు రూ.3000, అయిన ఆ నెలలో పొదుపు ఎంత?
- తక్కువ ఖర్చు చేయబడిన అంశం ఏది?
- అధిక ఖర్చు చేయబడిన అంశం ఏది?



4. ఒక కళాశాలలో విభిన్న సంస్కరణలు ఎంచుకున్న విద్యార్థుల వివరాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి

సంస్కరణ	బోటనీ	గణితం	ఫిజిక్స్	కెమిష్ట్రీ	ఎకనామిక్స్	కామర్స్
విద్యార్థుల సంఖ్య	45	60	20	30	10	15

పైన ఇవ్వబడిన సమాచారానికి ఉపయోగించి పై చిత్రాన్ని నిర్మించండి.



Unit Exercise

- Runs made by two batsmen in 3 matches are given below.
Kohli : 49, 98, 72
Rohit : 64, 45, 83 then find average of runs scored by Kohli and Rohit. Whose average is higher?
- Find mode of 38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38 and 47? Verify whether it is Unimodel or Bimodal data?
- The temperature in different places are 0, -5, 7, 10, 13, -1 and 41 in degree celsius. Find the Median? If another observation, '4°C' is added to the given data, is there any change in value of Median? Explain?
- If the range of observation $7x, 5x, 3x, 2x, x$ ($x > 0$) is 12, then find value of 'x' and express all the observations in numerical form?
- Birth and death rates of different states in 2015 are given below. Approximately Draw a double bar graph for the given data.

State	Birth rate (per 1000)	Death rate (per 1000)
Andhra Pradesh	17	7
Arunachal Pradesh	19	6
Tamilnadu	15	7
Jharkhand	24	6
Gujarath	20	6
Odisha	19	8

- The following data relates to the cost of construction of a house.

Items	Cement	Steel	Bricks	Timber	Labour	Miscellaneous
Expenditure (%)	30	10	10	15	20	15

Draw a Pie diagram to represent the above data.



Project Work

Collect the data presented in the form of Bar graph, Double bar graph and Pie charts in magazines, newspapers etc. paste them on wall magazine present in your class.



Points to Remember

- The information either in form of pictures, numbers or words is called 'Data'.
- Based on the method of collecting information the data is divided into two different types namely 'Primary data' and 'Secondary data'.
- The difference between maximum and minimum values of data is its 'Range'.



- 3 మ్యాచ్లలో కోప్టా మరియు రోహిత్లు చేసిన పరుగులు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి.
కోప్టా : 49, 98, 72
రోహిత్ : 64, 45, 83. కోప్టా మరియు రోహిత్లు చేసిన పరుగుల సగటు కనుగొనుము. ఎవరి సగటు ఎక్కువ?
- 38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38 మరియు 47ల బాహుళకము కనుగొనుము?
ఇది ఏక బాహుళక దత్తాంశమా లేక ద్విభాహుళక దత్తాంశమా?
- విభిన్న ప్రాంతాలలో ఉప్పీగ్రతలు 0, -5, 7, 10, 13, -1 మరియు 41 డిగ్రీ సెల్సియస్ ($^{\circ}\text{C}$)లలో గలవు. అయిన ఇచ్చిన రాశుల మధ్యగతము కనుగొనుము? ఇచ్చిన దత్తాంశమునకు మరియుక రాశి ' 40°C ' ని చేర్చగా మధ్యగత విలువ మారుతుందా? వివరించండి?
- $7x, 5x, 3x, 2x, x$ ($x > 0$) రాశుల వ్యాపి 12 అయిన 'x' విలువ కనుగొనుము? ఇచ్చిన రాశులను సంఖ్యా రూపంలో వ్యక్తపరచుము.
- 2015 లో వివిధ రాష్ట్రాల జనన, మరణ రేటు (సుమారుగా) ఇవ్వబడినది. కింది సమాచారానికి రెండు వరుసల కమ్మి చిత్రాన్ని గీయండి.

రాష్ట్రము	జననాల రేటు (ప్రతీ 1000కి)	మరణాల రేటు (ప్రతీ 1000కి)
ఆంధ్రప్రదేశ్	17	7
అరుణాచల్ ప్రదేశ్	19	6
తమిళనాడు	15	7
రూఘ్రండ్	24	6
గుజరాత్	20	6
ఒడిస్సు	19	8

- క్రింద పట్టికలో ఇంటి నిర్మాణము ఖర్చుకు సంబంధించిన వివరాలు ఇవ్వబడ్డాయి.

విషయము	సిమెంట్	స్టీల్	ఇటుకలు	ఇంటి కలప	కూలి	ఇతరములు
ఖర్చు(%)	30	10	10	15	20	15

పైన ఇవ్వబడిన సమాచారాన్ని ఉపయోగించి పై - చిత్రాన్ని గీయండి.

ప్రాజెక్టు పని

మ్యాగజైన్లు, దినపత్రికలలో కమ్మి చిత్రాలు, పై చిత్రాల రూపంలో ఉన్న సమాచారాన్ని సేకరించండి. మీ తరగతి గోడపత్రికపై ప్రదర్శించండి.

గుర్తుంచుకోవలసిద్ధ పథయాలు

- సంఖ్యలు, పదాలు లేదా చిత్రాల రూపంలో సేకరించిన సమాచారమే “దత్తాంశము”.
- సమాచారాన్ని సేకరించే పద్ధతిని బట్టి దత్తాంశాన్ని “ప్రాధమిక దత్తాంశము” మరియు “గౌణ (ద్వీతీయ) దత్తాంశము” అనే రెండు రకాలుగా విభజించవచ్చు.
- ఇచ్చిన దత్తాంశములోని గరిష్ట మరియు కనిష్ట విలువల మధ్య భేదాన్ని ‘వ్యాపి’ అంటారు.



4. The most common representative or Central Tendency Value of a grouped data is average or Arithmetic Mean

$$5. \text{ Arithmetic Mean} = \frac{\text{Sum of observations}}{\text{Number of observations}}$$

6. Arithmetic Mean of given data always lies between the lowest and highest observations in the data.
7. The observation which occurs most frequently in the given data is ‘Mode’.
8. Data having only one mode is Unimodal data and data having two modes is Bimodal data.
9. The middle most value of the data when the observations are arranged in either ascending or descending order is called Median.

10. If number of observations(n) is odd then Median is $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$ observations.

11. If number of observations(n) is even then median is average of $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$ and $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{th}}$ observations.

12. Representation of numerical data by using bars of uniform width is Bar graph.
13. Representation of two sets of numerical data on the same graph by using bars of uniform width is Double bar graph.
14. A Pie chart is the representation of the numerical data by sectors of the circle such that angle of each sector (area of sector) is proportional to value of the given data.

$$15. \text{ Angle of sector} = \frac{\text{Value of the item}}{\text{Sum of the values of all items}} \times 360^{\circ}.$$



Letter Series

Letter series is a logical arrangement of English alphabetical letters arranged in a specific pattern. In this series of letters, groups of letters, *combination of letters and numbers* are given. Each letter or group is called term. The terms of a series are arranged in a particular order or pattern. We have to identify the pattern, and find the missing term (next term) from the alternatives, which will satisfy the pattern. Assigning numbers to the alphabets is very useful to practice letter series.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Example 1: B, D, F, H, ---

- 1) I 2) K 3) J 4) L

B D F H J
↑ ↑ ↑ ↑ ↑
2 4 6 8 10

Answer : J

4. సర్వసాధారణంగా ప్రాతినిధ్య విలువ లేదా కేంద్రియ స్థాన విలువగా “సగటు” లేదా “అంకగణిత సగటు” ను ఉపయోగిస్తారు.
5. అంకగణిత సగటు = $\frac{\text{రాశుల మొత్తము}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$
6. అంకగణిత సగటు ఎల్లప్పుడూ అత్యుల్ప మరియు అత్యధిక పరిశీలనా విలువల మధ్య ఉంటుంది.
7. దత్తాంశములో ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయ్యే రాశిని “బాహుళకం” అంటారు.
8. ఒకే ఒక రాశి బాహుళకముగా గల దత్తాంశమును “ఏక బాహుళక దత్తాంశము” అని మరియు రెండు రాశులు బాహుళకముగా గల దత్తాంశమును “ద్వి బాహుళక దత్తాంశము” అంటారు.
9. దత్తాంశములోని రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమములో అమర్ఖగా, ఆ అమరికలోని మధ్యమ విలువను “మధ్యగతం” అంటారు.
10. దత్తాంశములో రాశుల సంఖ్య(n) బేసి సంఖ్య అయిన మధ్యగతము $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ వ పదము అగును.
11. ఇచ్చిన దత్తాంశములో రాశుల సంఖ్య(n) సరి సంఖ్య అయిన మధ్యగతము, $\left(\frac{n}{2}\right)$ వ మరియు $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ వ పదాల సరాసరి.
12. దత్తాంశమును సమాన వెడల్పుగల ఉన్న కమ్మీల రూపములో ప్రదర్శించుటనే కమ్మీ చిత్రం అంటారు.
13. ఏకరీతి వెడల్పు కలిగిన కమ్మీలను ఉపయోగించుడం ద్వారా ఒకే గ్రాఫ్ మీద రెండు విభిన్న దత్తాంశములను ప్రదర్శించుటను డబల్ బార్ గ్రాఫ్ లేదా రెండు వరుసల కమ్మీ చిత్రం అంటారు.
14. వృత్తంను సెక్షార్లుగా విభజించుట ద్వారా దత్తాంశమును ప్రదర్శించుటనే వృత్తరేఖా చిత్రము లేదా పై చిత్రము అంటాము. పై చిత్రంలో ప్రతీ సెక్షారు వృత్త కేంద్రం వద్ద చేసే కోణము (సెక్షారు వైశాల్యము) అది సూచించే అంశ విలువకు అనులోపానుపాతంలో ఉంటుంది.
15. సెక్షారు కోణం = $\frac{\text{ఆంశము విలువ}}{\text{అన్ని ఆంశముల విలువ మొత్తము}} \times 360^0$

అక్షర శ్రేణి



అక్షరశ్రేణి అనేది ఒక నిర్దిష్ట క్రమంలో అమర్ఖబడ్డ ఇంగ్లీష్ అక్షరమాల యొక్క తార్కిక అమరిక వీటిలో అక్షరాలశ్రేణి (అక్షరాలు), అక్షరాల సమూహాలు లేదా అక్షరాలు మరియు సంఖ్యల కలయిక ఇవ్వబడింది. ప్రతి అక్షరం లేదా అక్షరాల సమూహంను పదం అని అంటారు. శ్రేణిలోని పదాలు ఒక నిర్దిష్ట క్రమంలో లేదా సమూనాలో అమర్ఖబడ్డాయి. మనం శ్రేణిని గుర్తించి ఖాళీలో, ఆ శ్రేణిని సంతృప్త పరచే పదము (తరువాత పదం) ఆ ప్రత్యేకమ్మాయాల నుండి కనుగొనాలి. అక్షరాలశ్రేణిని సాధన చేయడానికి అక్షరాలకు నెంబర్లు కేటాయించడం ఎంతో ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

ఉదాహరణ 1: B, D, F, H, ---

1) I 2) K 3) J 4) L

B D F H J
2 4 6 8 10

జవాబు 'J'

Example 2: A, B, D, E, G, ...

- 1) H 2) I 3) K 4) F

A	B	D	E	G	H
1	2	4	5	7	8
+1	+2	+1	+2	+1	

Answer : H

Example 3: Z, X, U, Q

- 1) M 2) K 3) N 4) L

Z	X	U	Q	L
26	24	21	17	12
-2	-3	-4	-5	

Answer : L

Example 4: QPO, NML, KJI, ... EDC

- 1) KL 2) GHI 3) CAB 4) HGF

This series consists of letters in a reverse alphabetical order so, answer should be 'HGF'.

AB C DE FG HI JK L MN OP QR ST
1 2 3 4

So, in the series next word is 'ST'

Example 5: AB, DE, HI, MN, ...

- 1) TV 2) TU 3) ST 4) RS

AB CD EF GH IJ KL MN OP QR
1 2 3 4

So, in the series next word is 'QR'

Example 7: B2, D4, F6, H8, J10,.....

- 1) L12 2) K11 3) N14 4) M13

Alternate letters with their assigned numbers. So, answer is L12

Example 8: AFK, BGL, CHM, DIN

- 1) GJO 2) FIO 3) EJO 4) GIN

Each group next letter is forwarding 5th letter.

So, answer is 'EJO'

Practice Questions :

In the following alphabetical series, a term (next term) is missing. Choose the missing term from the options.

1. B, F, J, N, R, V, ...

- a) Z b) W c) X d) W

2. A, C, E, G, I, K, ...

- a) P b) O c) N d) M

3. M, O, R, T, ..

- a) W b) U c) V d) Q

4. U, S, P, L,

- a) F b) G c) H d) I

ఉదాహరణ 2: A, B, D, E, G, ---

- 1) H 2) I 3) K 4) F

A B D E G H
1 2 4 5 7 8
+1 +2 +1 +2 +1

జవాబు 'H'

ఉదాహరణ 3: Z, X, U, Q

- 1) M 2) K 3) N 4) L

Z X U Q L
26 24 21 17 12
-2 -3 -4 -5

జవాబు 'L'

ఉదాహరణ 4: QPO, NML, KJI, ... EDC

- 1) KL 2) GHI 3) CAB 4) HGF

ఇచ్చిన ట్రేఫిలోని అక్షరాలు ఇంగ్లీష్ అక్షరమాల యొక్క వ్యతిరేక (అపస్వ్య) దిశ రాయబడ్డాయి కాబట్టి జవాబు 'HGF' అగును.

ఉదాహరణ 5: AB, DE, HI, MN, ...

- 1) TV 2) TU 3) ST 4) RS

AB CD EF GH IJ KL MN OP QR
1 2 3 4

కాబట్టి, ట్రేఫిలోని తరువాత వచ్చే పదం 'ST'

ఉదాహరణ 6: AB, EF, IJ, MN, ...

- 1) QR 2) OP 3) XY 4) PQ

AB CD EF GH IJ KL MN OP QR
1 2 3 4

కాబట్టి, ట్రేఫిలోని తరువాత వచ్చే పదం 'QR'

ఉదాహరణ 7: B2, D4, F6, H8, J10,.....

- 1) L12 2) K11 3) N14 4) M13

అక్షరాలు మరియు వాటికి కేటాయించిన సంఖ్యలు (ఒకటి విడిచి ఒకటి) కాబట్టి జవాబు 'L12'

ఉదాహరణ 8: AFK, BGL, CHM, DIN

- 1) GJO 2) FIO 3) EJO 4) GIN

ప్రతీ సమూహంలో అక్షరం మరియు దాని తరువాత వచ్చే యొక్క 5 వ అక్షరం కాబట్టి జవాబు 'EJO'

సాధనా ప్రశ్నలు :

దిగువ అక్షరట్రేఫిలో, ఖాళీలలో ఉండవలసిన పదం (తరువాతపదం)ను ఇచ్చిన ఐచ్చికాలనుండిఎంచుకొని పూరించండి.

1. B, F, J, N, R, V, ...

- a) Z b) W c) X d) W

2. A, C, E, G, I, K, ...

- a) P b) O c) N d) M

3. M, O, R, T, ..

- a) W b) U c) V d) Q

4. U, S, P, L,

- a) F b) G c) H d) I

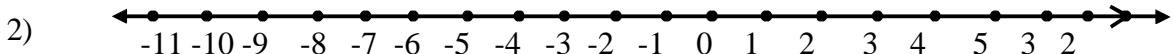
5. ZA, YB, XC, WD, ...
a) UE b) EV c) VE d) SH
6. AM, BO, CQ, DS, EU, ...
a) WF b) FU c) GV d) FW
7. ZY, XV, UR, QM, ...
a) LG b) LI c) LH d) KJ
8. AC, DF, GI, JL, ...
a) NO b) MO c) MN d) NP
9. DN, EM, FL, GK, HJ, ...
a) IK b) GI c) II d) II
10. CBA, STU, FED, VWX, ...
a) IHG b) GHI c) IJK d) YZA
11. AZC, DYF, GXI, JWL, ...
a) OVM b) UNV c) MVO d) MNO
12. ABK, CDL, EFM, GHN, ...
a) JIO b) IJO c) MNO d) ONM
13. A2C, D5F, G8I, J11L, ...
a) M14O b) M12O c) N15P d) N12P
14. A, CD, HIJ, PQRS, ...
a) ZABCD b) ZYXW c) ABCDE d) RSTUV
15. A, BC, DEF, GHIJ, ...
a) KLMNP b) LMNOP c) KLMNO d) JKLMN

5. ZA, YB, XC, WD, ...
a) UE b) EV c) VE d) SH
6. AM, BO, CQ, DS, EU, ...
a) WF b) FU c) GV d) FW
7. ZY, XV, UR, QM, ...
a) LG b) LI c) LH d) KJ
8. AC, DF, GI, JL, ...
a) NO b) MO c) MN d) NP
9. DN, EM, FL, GK, HJ, ...
a) IK b) GI c) IJ d) II
10. CBA, STU, FED, VWX, ...
a) IHG b) GHI c) IJK d) YZA
11. AZC, DYF, GXI, JWL, ...
a) OVM b) UNV c) MVO d) MNO
12. ABK, CDL, EFM, GHN, ...
a) JIO b) IJO c) MNO d) ONM
13. A2C, D5F, G8I, J11L, ...
a) M14O b) M12O c) N15P d) N12P
14. A, CD, HIJ, PQRS, ...
a) ZABCD b) ZYXW c) ABCDE d) RSTUV
15. A, BC, DEF, GHIJ, ...
a) KLMNP b) LMNOP c) KLMNO d) JKLMN

CHAPTER - 1

Review Exercise :

- 1) i) $+^{\circ} 2000$ ii) -350 ft. iii) $+ 8848 \text{ m}$ iv) -14°C



- 3) i) Descending order : $0, -1, -6, -9, -10$ Ascending order : $-10, -9, -6, -1, -0$
 ii) Descending order : $10, 6, 5, -3, -6, -9$ Ascending order : $-9, -6, -3, 5, 6, 10$
 iii) Descending order : $2, 0, -15, -20, -35$ Ascending order : $-35, -20, -15, 0, 2$
- 4) i) 1 ii) -8 iii) 14 iv) -5
 v) 7 vi) -103 vii) 53 viii) -10
- 5) 4°C 6) -33 ft 7) Loss, $^{\circ}50$

Exercise 1.1

- 1) i) 35 ii) -54 iii) -36 iv) -56
 v) 124 vi) 84 vii) -441 viii) -105
- 2) i) $2 \times (-5)$ ii) $(-6) \times (-7)$ iii) $(-3) \times (-21)$ iv) $6 \times (-16)$
 v) $(-8) \times (-5)$
- 4) -15m 5) -30 inches 6) Profit, $^{\circ}3000$ 7) Loss, $^{\circ}2000$
- 8) i) 5 ii) -7 iii) -8 iv) -5
 v) -6 vi) -1

Exercise 1.2

- 1) i) -6 ii) -2 iii) -3 iv) -2
 v) -4 vi) 6 vii) -10 viii) -6
 ix) 2 x) 1
- 2) 11 3) $^{\circ}22,000$ 4) 9PM, -14°C 5) 119 Kgs.
- 6) i) 10 ii) 20

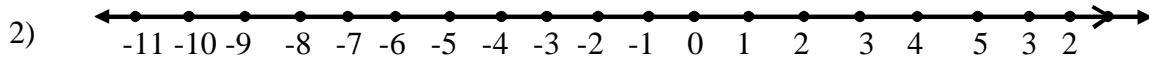
Exercise 1.3

- 1) i) Additive commutative property ii) Multiplicative identity property
 iii) Multiplicative Associative property iv) Distributive over addition
 v) Multiplicative Closure property vi) Additive Identity property

అధ్యాయం - 1

పునర్వ్యవస్థల అభ్యాసం:

- 1) i) $+^{\circ}2000$ ii) -350 అడుగులు iii) $+8848$ మీ. iv) -14°C



- 3) i) అవరోహణ క్రమం: $0, -1, -6, -9, -10$ ఆరోహణ క్రమం: $-10, -9, -6, -1, -0$
 ii) అవరోహణ క్రమం: $10, 6, 5, -3, -6, -9$ ఆరోహణ క్రమం: $-9, -6, -3, 5, 6, 10$
 iii) అవరోహణ క్రమం: $2, 0, -15, -20, -35$ ఆరోహణ క్రమం: $-35, -20, -15, 0, 2$
- 4) i) 1 ii) -8 iii) 14 iv) -5
 v) 7 vi) -103 vii) 53 viii) -10
- 5) 4°C 6) -33 అడుగులు 7) నష్టం, $^{\circ}50$

అభ్యాసం - 1.1

- 1) i) 35 ii) -54 iii) -36 iv) -56
 v) 124 vi) 84 vii) -441 viii) -105
- 2) i) $2 \times (-5)$ ii) $(-6) \times (-7)$ iii) $(-3) \times (-21)$ iv) $6 \times (-16)$
 v) $(-8) \times (-5)$
- 4) -15 మీ. 5) -30 అంగుళాలు 6) లాభం, $^{\circ}3000$ 7) నష్టం, $^{\circ}2000$
- 8) i) 5 ii) -7 iii) -8 iv) -5
 v) -6 vi) -1

అభ్యాసం - 1.2

- 1) i) -6 ii) -2 iii) -3 iv) -2
 v) -4 vi) 6 vii) -10 viii) -6
 ix) 2 x) 1
- 2) 11 3) $^{\circ}22,000$ 4) 9PM, -14°C 5) 119 సి.ఎస్.
- 6) i) 10 ii) 20

అభ్యాసం - 1.3

- 1) i) సంకలన స్థిత్యంతర ధర్మం ii) గుణకార తత్వమాంసం
 iii) గుణకార సహాచర ధర్మం iv) సంకలనం పై విభాగధర్మం
 v) గుణకార సంవృత ధర్మం vi) సంకలన తత్వమాంసం

Exercise 1.4

- 1) i) 52 ii) 0 iii) 17 iv) -10
v) 8

2) i) 18 ii) -2 iii) -9 iv) 7
v) 71

3) i) False ii) True iii) False iv) True

4) i) $9 \div 3 - 6$ ii) $-6 + 12 \div 6$ iii) $-15 \div 3 \times 6$

Unit Exercise

- APG

1) i) -8	ii) -350	iii) +120	iv) 168
v) 7	vi) -2	vii) 7	viii) -7
2) i) -3	ii) -6	iii) 8	iv) -12
v) -25	vi) -7	vii) -90	viii) -144
4) Profit, ` 25	5) 190 calories	6) -3125	
7) i) 0	ii) -43	iii) 42	
8) i) 700	ii) 150	iii) 150	iv) 35
v) $10 - p$	vi) $y - 7$		

1. Integers (Number Series - 1)														
Practical Questions														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	c	d	a	c	b	d	b	a	d	c	c	c	b	b

అభ్యర్థి - 1.4

ಯುನಿಟ್ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ

1. పూర్ణ సంఖ్యలు (సంఖ్యకేణలు - 1)														
సాధనా ప్రశ్నలు														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	c	d	a	c	b	d	b	a	d	c	c	c	b	b

CHAPTER - 2

Review Exercise :

- 1) i) Ascending order $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{17}{2}$ ii) Ascending order $\frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{11}{10}, \frac{6}{5}, \frac{19}{5}$
- iii) Ascending order $\frac{7}{6}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{11}{4}, 3\frac{1}{4}$
- 2) i) $\frac{5}{2}$ ii) $1\frac{5}{12}$ iii) $1\frac{27}{40}$ iv) $1\frac{1}{6}$
- 3) i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{5}{12}$ iii) $8\frac{1}{28}$ iv) 8
- 4) i) $\frac{1}{4}$ ii) $3\frac{11}{15}$ iii) 6 iv) $1\frac{59}{62}$

Exercise - 2.1

- 1) 9kg. 2) $15\frac{9}{10}$ cm. 3) 9 km. 4) $101\frac{1}{4}$ sq.m.
- 5) `24 6) 50 km. 7) $\frac{1}{5}$ kg or 200gm. 8) 60

Exercise - 2.2

- 1) i) 140.4 ii) 6131.25 iii) 746.06 iv) 20.16
v) 50.325
- 2) 2310.4, 1000, 0.02105, 923.4, 1000, 5.9001
- 3) i) 41.31 ii) 17.06535 iii) 1.1889 iv) 6.4449
v) 5.0256
- 4) 17.5 hours 5) 14.31 Sq.cm. 6) `7836 7) `213.50 8) `68

Exercise - 2.3

- 1) ii) 56.361 iii) 1000 iv) 2016.4 v) 1.23 vi) 1000
vii) 590.01
- 2) i) 2.755 ii) 12.8 iii) 9.565 iv) 51.1 v) 0.1401
vi) 3.33 vii) 2 viii) 0.91 ix) 25 x) 9.7
- 3) i) 391.2 ii) 3.23 iii) 0.41 iv) 256 v) 0.2
vi) 48.3 vii) 30 viii) 25.4 ix) 4 x) 270.5
- 4) i) 6.59 ii) 0.72 iii) 4
- 5) 30.9 Km. 6) 8 hours 7) `5.15 8) `2.65

అధ్యాయం - 2

పునర్విషాద అభ్యాసం:

- 1) i) అరోహణ క్రమం $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{17}{2}$ ii) అరోహణ క్రమం $\frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{11}{10}, \frac{6}{5}, \frac{19}{5}$
- iii) అరోహణ క్రమం $\frac{7}{6}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{11}{4}, 3\frac{1}{4}$
- 2) i) $\frac{5}{2}$ ii) $1\frac{5}{12}$ iii) $1\frac{27}{40}$ iv) $1\frac{1}{6}$
- 3) i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{5}{12}$ iii) $8\frac{1}{28}$ iv) 8
- 4) i) $\frac{1}{4}$ ii) $3\frac{11}{15}$ iii) 6 iv) $1\frac{59}{62}$

అభ్యాసం - 2.1

- 1) 9క్క.గ్రా. 2) $15\frac{9}{10}$ సెం.మీ. 3) 9 క్క.మీ. 4) $101\frac{1}{4}$ చ.సెం.మీ.
- 5) `24 6) 50 క్క.మీ. 7) $\frac{1}{5}$ క్క.గ్రా. లేదా 200గ్రా. 8) 60

అభ్యాసం - 2.2

- 1) i) 140.4 ii) 6131.25 iii) 746.06 iv) 20.16
v) 50.325
- 2) 2310.4, 1000, 0.02105, 923.4, 1000, 5.9001
- 3) i) 41.31 ii) 17.06535 iii) 1.1889 iv) 6.4449
v) 5.0256
- 4) 17.5 గంటలు 5) 14.31వ.సెం.మీ. 6) `7836 7) `213.50 8) `68

అభ్యాసం - 2.3

- 1) ii) 56.361 iii) 1000 iv) 2016.4 v) 1.23 vi) 1000
vii) 590.01
- 2) i) 2.755 ii) 12.8 iii) 9.565 iv) 51.1 v) 0.1401
vi) 3.33 vii) 2 viii) 0.91 ix) 25 x) 9.7
- 3) i) 391.2 ii) 3.23 iii) 0.41 iv) 256 v) 0.2
vi) 48.3 vii) 30 viii) 25.4 ix) 4 x) 270.5
- 4) i) 6.59 ii) 0.72 iii) 4
- 5) 30.9 క్క.మీ 6) 8 గంటలు 7) `5.15 8) `2.65

Unit Exercise

- 1) i) c ii) b iii) b iv) d
- 2) i) 0.0121 ii) $-\frac{5}{2}$ iii) $-\frac{4}{6}$ or $-\frac{6}{9}$ etc.
- 3) i) 13.23 ii) 54.87035 iii) 26.7435 iv) 5.1876
- 4) i) 153.1 ii) 15.6333333 iii) -0.52 iv) 14.63636363
- 5) -0.02 6) $-\frac{3}{7}$ 7) 40 Km. 8) `150 9) `1058.125

2. Fractions, Decimals and Rational Numbers (Number Series - 2)

Practice Questions

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	c	d	a	c	a	b	a	d	c	c	a	b	d	a

CHAPTER - 3

Exercise - 3.1

- 1) i) $x - 5 = 14$ ii) $8y + 3 = -5$ iii) $\frac{3x}{4} + 3 = 7$ iv) $3m - 5 = 11$
 v) $3x = 120$ vi) $4a = 14$
- 2) i) A number 'm' is decreased by 5 is 12 ii) one third of 'a' is 4
 iii) 7 is added to 4 times of 'x' is 15 iv) three times of 'y' is subtracted from 2 is 11
- 3) i) Yes ii) No iii) Yes iv) No
- 4) i) $x = 4$ ii) $y = 6$

Exercise - 3.2

- 1) i) $m = 6$ ii) $n = 9$ iii) $x = 7$ iv) $y = 5$
 2) i) $x = 6$ ii) $b = -14$ iii) $x = 5$ iv) $a = 5$
 v) $m = -3$ vi) $p = -7$ vii) $x = \frac{16}{9}$ viii) $n = 3$
 ix) $k = 3$ x) $a = 0$

Exercise - 3.3

- 1) i) $x = 7$ ii) $y = 4$ iii) $a = 3.8$ iv) $b = -\frac{7}{4}$
 v) $p = \frac{60}{7}$ vi) $q = 12$ vii) $m = -9$ viii) $n = 30$

యూనిట్ అభ్యాసం

- 1) i) c ii) b iii) b iv) d

2) i) 0.0121 ii) $-\frac{5}{2}$ iii) $-\frac{4}{6}$ ತೇವಾ $-\frac{6}{9}$ etc.

3) i) 13.23 ii) 54.87035 iii) 26.7435 iv) 5.1876

4) i) 153.1 ii) 15.6333333 iii) - 0.52 iv) 14.63636363

5) -0.02 6) $-\frac{3}{7}$ 7) 40 ಕ್ರ.ಶ್ಲ್. 8) `150 9) `1058.125

2. భిన్నాలు, దశాంశాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు (సంఖ్యాత్రణలు - 2)														
సాధనా ప్రపాతాలు														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	c	d	a	c	a	b	a	d	c	c	a	b	d	a

ଅଧ୍ୟାତ୍ମିକ - ୩

అభ్యర్థనO - 3.1

- 1) i) $x - 5 = 14$ ii) $8y + 3 = -5$ iii) $\frac{3z}{4} + 3 = 7$ iv) $3m - 5 = 11$
 v) $3x = 120$ vi) $4a = 14$

2) i) ‘ m ’ నుండి 5 తీసివేసిన ఫలితం 12. ii) ‘ a ’ లో మూడవ భాగం 4 వస్తుంది.
 iii) ‘ x ’ యొక్క 4 రెట్లుకి 7 కలిపితే 15 వస్తుంది. iv) 2 నుండి ‘ y ’ యొక్క 3 రెట్లును తగ్గించగా 11 వస్తుంది.

3) i) అవును ii) కాదు iii) అవును iv) కాదు

4) i) $x = 4$ ii) $y = 6$

అభ్యర్థన 0 - 3.2

- 1) i) $m = 6$ ii) $n = 9$ iii) $x = 7$ iv) $y = 5$
2) i) $x = 6$ ii) $b = -14$ iii) $x = 5$ iv) $a = 5$

v) $m = -3$ vi) $p = -7$ vii) $x = \frac{16}{9}$ viii) $n = 3$

ix) $k = 3$ x) $a = 0$

అభ్యర్థి - 3.3

- 1) i) $x = 7$ ii) $y = 4$ iii) $a = 3.8$ iv) $b = -\frac{7}{4}$

v) $p = \frac{60}{7}$ vi) $q = 12$ vii) $m = -9$ viii) $n = 30$

- 2) i) $p = 10$ ii) $q = \frac{9}{2}$ iii) $x = 18$ iv) $y = -0.7$ v) $r = 0$
 vi) $t = 4$ vii) $k = 2$ viii) $m = -3$ ix) $n = 2$ x) $x = 1$

Exercise - 3.4

- 1) $x = 1.7m$ 2) 38 3) 32 4) $x = 7\text{cm.}$ 5) -40°F
 6) $\text{`}49$ 7) smaller 10, larger 17 8) 16, 18, 20 9) girls 12
 10) Mary age 20 years, Joseph age 12 years
 11) $\text{'}5$ notes 80, $\text{'}10$ notes 10 12) $\text{'}1305, \text{'}2695$
 13) length 11m, breadth 5m
 14) White balls 3, Blue balls 6, Red balls 18
 15) Cuboid = 54, Cube = 45

Unit Exercise

- 1) i) c ii) b iii) a iv) c v) d
 2) i) 18 ii) transposition iii) $4x = 60$ iv) No solution v) 8
 3) i) Yes ii) No 4) $k = 4$
 5) i) 7 more than 2 times of 'm' is 21 ii) one seventh of 'n' is 4
 6) i) $x = 7$ ii) $m = 3$ 7) i) $a = -\frac{4}{9}$ ii) $y = 5$
 8) 7 9) 4 10) 10m 11) 11years, 8 years
 12) length 35m, breadth 15m 13) rice 24kg, wheat 6kg.
 14) 43 15) 280 Km.

3. Simple Equations (Arithmetic Operations)									
Practice Questions									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	d	d	c	b	a	a	b	c

CHAPTER - 4

Review Exercise :

- 1) Points A, B, C, D, E and Line segments $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AB}, \overline{BD}, \overline{DE}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BE}$
 Rays $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{EA}$ and Lines \overleftrightarrow{AE}
 2) l, p and l, m, n 4) $\angle POQ, \angle POR, \angle POS, \angle QOR, \angle QOS, \angle ROS$

- 2) i) $p = 10$ ii) $q = \frac{9}{2}$ iii) $x = 18$ iv) $y = -0.7$ v) $r = 0$
 vi) $t = 4$ vii) $k = 2$ viii) $m = -3$ ix) $n = 2$ x) $x = 1$

అభ్యర్థితం - 3.4

- 1) $x = 1.7$ మీ 2) 38 3) 32 4) $x = 7$ సెం.మీ. 5) -40°F
 6) ~ 49 7) చిన్నది 10, పెద్దది 17 8) 16, 18, 20 9) 12 మంది బాలికలు
 10) మేరీ వయస్సు 20 సం, జోస్ఫ్ వయస్సు 12 సం
 11) ~ 5 నోట్ల సంఖ్య 80, ~ 10 నోట్ల సంఖ్య 10 12) $\sim 1305, \sim 2695$
 13) పొడవు 11 మీ. వెడల్పు 5 మీ.
 14) తెల్ల బంతుల సంఖ్య 3, నీలం బంతుల సంఖ్య 6, ఎరువు బంతుల సంఖ్య 18
 15) దీర్ఘ ఘనం = 54, ఘనం = 45

యూనిట్ అభ్యర్థితం

- 1) i) c ii) b iii) a iv) c v) d
 2) i) 18 ii) పక్కాంతరం iii) $4x = 60$ iv) సాధన లేదు. v) 8
 3) i) Yes ii) No 4) $k = 4$
 5) i) 'm' యొక్క 2 రెట్లుకు 7 కలిపిన ఫలితం 21 అవుతుంది.
 ii) 'n' లో 7 భాగం 4 అవుతుంది.
 6) i) $x = 7$ ii) $m = 3$
 7) i) $a = -\frac{4}{9}$ ii) $y = 5$
 8) 7 9) 4 10) 10 మీ 11) 11 సంవత్సరాలు, 8 సంవత్సరాలు
 12) పొడవు 35 మీ. వెడల్పు 15 మీ. 13) బియ్య 24 కె.జి.లు, గోధుమలు 6 కె.జి.లు
 14) 43 15) 280 కి.మీ.

3. సామాన్య సమీకరణాలు (అంకగణిత పరిక్రియలు)									
సాధనా ప్రశ్నలు									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	d	d	c	b	a	a	b	c

అధ్యాయం - 4

పునర్విషాద అభ్యర్థితం:

- 1) బిందువులు A, B, C, D, E మరియు రేఖలు ఖండాలు $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AB}, \overline{BD}, \overline{DE}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BE}$
 కిరణాలు $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{EA}$ మరియు రేఖలు \overleftrightarrow{AE}
 2) l, p మరియు l, m, n 4) $\angle POQ, \angle POR, \angle POS, \angle QOR, \angle QOS, \angle ROS$

- 5) Acute angle, Right angle, Obtuse angle, Straight angle and Reflex angle
 6) 90° 8) $l \parallel m$ and $l \perp n, m \perp n$ 9) $\angle AOB = 40^\circ$

Exercise - 4.1

- 1) Complementary angles (ii) ; Supplementary angles (iv), (v)
 2) $36^\circ, 54^\circ$ 3) 6° 4) $180^\circ, 180^\circ$ 6) Sujatha 7) 30°
 8) No, one angle need not be obtuse angle 9) 70°
 10) Yes, sum of two obtuse angles are greater than 180°

Exercise - 4.2

- 1) $\angle KOQ, \angle QOP; \angle QOP, \angle POM; \angle MOL, \angle LOK; \angle LOK, \angle KOQ$
 5) $\angle AOC, \angle COD; \angle COD, \angle DOB; \angle AOC, \angle COB; \angle AOD, \angle DOB$
 6) i) Yes ii) No, the sum of angles $98^\circ + 102^\circ = 200^\circ$
 8) 50° 9) Rositha

Exercise - 4.3

- 1) $\angle AOB, \angle DOE; \angle BOC, \angle EOF; \angle COD, \angle AOF; \angle DOE = 45^\circ$
 2) No, $\angle SOR$ is not a straight angle 4) $160^\circ, 20^\circ, 160^\circ$
 5) $\angle AOE, \angle COD; \angle AOC, \angle DOE$ 6) 65°

Exercise - 4.4

- 1) $\angle 1 = 135^\circ, \angle 2 = 45^\circ, \angle 4 = 45^\circ, \angle 5 = 135^\circ, \angle 6 = 45^\circ, \angle 7 = 45^\circ, \angle 8 = 135^\circ$
 2) 65° 3) $120^\circ, 75^\circ$ 4) $20^\circ, 33^\circ$; $\angle AEC = 53^\circ$ 5) Yes
 6) $60^\circ, 80^\circ, 40^\circ$ 7) $100^\circ, 80^\circ, 80^\circ$ 8) 360°
 9) $AL \parallel EH; BK \parallel DI$ and $CJ \parallel FG$

Unit Exercise

- 1) $54^\circ, 144^\circ, 324^\circ$
 2) $\angle AOB, \angle BOC; \angle BOC, \angle COD; \angle COD, \angle DOE$ and $\angle DOE, \angle EOF$
 3) 80° 4) $18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ$
 6) I don't agree, sum of two obtuse angles is less than 360° .

అభ్యర్థనO - 4.1

- 1) పూరక కోణాలు (ii) సంపూర్ణారకాలు (iv), (v)

2) $36^\circ, 54^\circ$ 3) 6° 4) $45^\circ, 45^\circ$ 6) నుజాత 7) 30°

8) కాదు, ఒక కోణం అధికకోణం కానవసరంలేదు. 9) 70°

10) అప్పను, రెండు అధిక కోణాలు మొత్తం 180° కంటే ఎక్కువ

అభ్యర్థినం - 4.2

- 1) $\angle KOQ, \angle QOP; \quad \angle QOP, \angle POM; \quad \angle MOL, \angle LOK; \quad \angle LOK, \angle KOQ$
 5) $\angle AOC, \angle COD; \quad \angle COD, \angle DOB; \quad \angle AOC, \angle COB; \quad \angle AOD, \angle DOB$
 6) i) అవును ii) కాదు, కొణాలు మొత్తం $98^\circ + 102^\circ = 200^\circ$ 8) 50° 9) రోష్ట

అభ్యర్థం - 4.3

- 1) $\angle AOB, \angle DOE; \angle BOC, \angle EOF; \angle COD, \angle AOF;$ $\angle DOE = 45^\circ$

2) ಕಾದು, $\angle SOR$ ಸರಳಕೋಣಂ ಕಾದು 4) $160^\circ, 20^\circ, 160^\circ$

5) $\angle AOE, \angle COD; \angle AOC, \angle DOE$ 6) 65°

అభ్యర్థనO - 4.4

- 1) $\angle 1 = 135^\circ, \angle 2 = 45^\circ, \angle 4 = 45^\circ, \angle 5 = 135^\circ, \angle 6 = 45^\circ, \angle 7 = 45^\circ, \angle 8 = 135^\circ$

2) 65° 3) $120^\circ, 75^\circ$ 4) $20^\circ, 33^\circ$; $\angle AEC = 53^\circ$ 5) అవును

6) $60^\circ, 80^\circ, 40^\circ$ 7) $100^\circ, 80^\circ, 80^\circ$ 8) 360°

9) AL||EH; BK||DI మరియు CJ||FG

ಯුගඩ් අභාස්

- 8) $110^\circ, 70^\circ$
 9) i) transversal ii) corresponding iii) alternate interior iv) co-interior
 10) 45°

4. Lines and angles (Logical Venn Diagrams)									
Practice Questions									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	d	b	d	f	e	d	b	g	g
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
d	g	f	h	g	h	g	c	b	g
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	f	e	a	f	b	f	g	f	e

CHAPTER - 5

Review Exercise :

- 2) i) J, D, C, A ii) P, Q, R, B, G, E iii) F, H, I
- 3) X, Y, Z ; \overline{XY} , \overline{YZ} , \overline{ZX} ; $\angle X$, $\angle Y$, $\angle Z$
- 4) i) \overline{KM} , ii) \overline{LM} , iii) $\angle M$ iv) K
- 6) Acute angles : $20^\circ, 36^\circ, 47^\circ, 50^\circ, 65^\circ$
 Obtuse angles : $95^\circ, 102^\circ, 110^\circ, 125^\circ$
 Right angle : 90°
- 7) Intersecting points P, Q; concurrent point Q.

Exercise - 5.1

- 1) (i) and (vi) are scalene triangles
 (ii) and (v) are equilateral triangles.
 (iii) and (iv) are isosceles triangles.
- 2) fig (a) right angled triangle.
 fig (b) obtuse angled triangle.
 fig (c) acute angled triangle.
- 3) fig (a) scalene obtuse angled triangle.
 fig (b) scalene right angled triangle.
 fig (c) equilateral acute angled triangle.

- 8) $110^\circ, 70^\circ$
 9) i) తిర్యగ్రీభ ii) అనురూప iii) ఏకాంతర కోణాలు iv) సహా అంతర కోణాలు
 10) 45°

4. రేఖలు మరియు కోణాలు (తార్కిక వెన్ చిత్రాలు)									
సాధనా ప్రశ్నలు									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	d	b	d	f	e	d	b	g	g
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
d	g	f	h	g	h	g	c	b	g
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	f	e	a	f	b	f	g	f	e

అధ్యాయం - 5

పుస్తకముర్దు అభ్యాసం:

- 2) i) J, D, C, A ii) P, Q, R, B, G, E iii) F, H, I
 3) X, Y, Z ; \overline{XY} , \overline{YZ} , \overline{ZX} ; $\angle X$, $\angle Y$, $\angle Z$
 4) i) \overline{KM} , ii) \overline{LM} , iii) $\angle M$ iv) K
 6) అల్పకోణాలు : $20^\circ, 36^\circ, 47^\circ, 50^\circ, 65^\circ$
 అధిక కోణాలు : $95^\circ, 102^\circ, 110^\circ, 125^\circ$
 లంబకోణం : 90°
 7) ఖండన బిందువులు P, Q, మిళిత బిందువు Q,

అభ్యాసం - 5.1

- 1) (i) మరియు (vi) లు విషమబాహు త్రిభుజాలు
 (ii) మరియు (v) లు సమబాహు త్రిభుజాలు
 (iii) మరియు (iv) లు సమద్విబాహు త్రిభుజాలు
- 2) పటం (a) లంబకోణ త్రిభుజం.
 పటం (b) అధికకోణ త్రిభుజం.
 పటం (c) అల్పకోణ త్రిభుజం.
- 3) పటం (a) విషమబాహు అధికకోణ త్రిభుజం.
 పటం (b) విషమబాహు లంబకోణ త్రిభుజం.
 పటం (c) సమబాహు అల్పకోణ త్రిభుజం.

Exercise - 5.2

- 1) b, d and e measurements forms triangles 2) 75° 3) 65°
4) a) $\angle S = 50^\circ$, b) $\angle N = 20^\circ$, c) $\angle P = 52^\circ$ 5) a) $x = 110^\circ$ b) $x = 51^\circ$
6) a) $x = 68^\circ$ and $y = 52^\circ$ b) $x = 36^\circ$ and $y = 144^\circ$ 7) 53° 8) $80^\circ, 30^\circ, 70^\circ$
9) $50^\circ, 50^\circ$ 10) i) False ii) True iii) False 11) $40^\circ, 80^\circ, 60^\circ$

Exercise - 5.3

- 1) $\angle YXP, \angle ZYQ$ and $\angle XZR$ 2) $\angle ACD = 133^\circ$ and $\angle DAR = 120^\circ$
3) a) 35° b) 17° 4) 50°
5) a) $x = 100^\circ, y = 145^\circ$; b) $x = 130^\circ, y = 50^\circ$

Exercise - 5.4

- 2) i) 3, 5, 6, and 5, 6, 9 groups forms triangles. Because sum of any two sides is greater than the third side in this group.
ii) 3, 6, 9 does not form a triangle . Because sum of 3cm and 6cm is not greater than 9 cm.
3) a) 65° , b) 68° 4) $50^\circ, 50^\circ$ 5) $74^\circ, 55^\circ$ 6) (i) and (iii) are true

Unit Exercise

- 1) Only one right angle 2) XY
3) No, it is possible only in acute angle triangle
4) i) 3cm, 7cm, 5cm ii) 3 cm, 9 cm, 11 cm iii) 3cm, 7cm, 9cm
5) i) Right angle triangle : $90^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ and $90^\circ, 35^\circ, 55^\circ$
ii) Obtuse angle triangle : $120^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ and $100^\circ, 30^\circ, 50^\circ$
iii) Acute angle triangle : $55^\circ, 65^\circ, 60^\circ$ and $85^\circ, 55^\circ, 40^\circ$
6) $x = 62^\circ, y = 118^\circ$ 7) $72^\circ, 18^\circ, 90^\circ$ 8) 20°
9)

	Scalene triangle	Isosceles triangle	Equilateral triangle
Acute triangle	$40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$	$50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$	$60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$
Right triangle	$90^\circ, 40^\circ, 50^\circ$	$90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$	—
Obtuse triangle	$110^\circ, 40^\circ, 30^\circ$	$100^\circ, 40^\circ, 40^\circ$	—

CHAPTER - 6

Exercise - 6.1

- 1) i) 7 ii) 15 iii) $\frac{17}{20}$ 2) `625
3) 38 4) 7.5 5) $x + 1$

అభ్యర్థం - 5.2

- 1) b, d మరియు e కొలతల త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. 2) 75° 3) 65°
 4) a) $\angle S = 50^\circ$, b) $\angle N = 20^\circ$, c) $\angle P = 52^\circ$ 5) a) $x = 110^\circ$ b) $x = 51^\circ$
 6) a) $x = 68^\circ$ మరియు $y = 52^\circ$ b) $x = 36^\circ$ మరియు $y = 144^\circ$
 7) 53° 8) $80^\circ, 30^\circ, 70^\circ$ 9) $50^\circ, 50^\circ$ 10) i) తప్పు ii) ఒప్పు iii) తప్పు
 11) $40^\circ, 80^\circ, 60^\circ$

అభ్యర్థం - 5.3

- 1) $\angle YXP, \angle ZYQ$ and $\angle XZR$ 2) $\angle ACD = 133^\circ$ మరియు $\angle DAR = 120^\circ$
 3) a) 35° , b) 17° 4) 50° 5) a) $x = 100^\circ, y = 145^\circ$; b) $x = 130^\circ, y = 50^\circ$

అభ్యర్థం - 5.4

- 2) i) 3, 5, 6, మరియు 5, 6, 9 సమూహాల త్రిభుజాలని ఏర్పరుస్తాయి. ఎందుకనగా రెండు భుజాల మొత్తం మూడవ భుజం కంటే ఎక్కువ.
 ii) 3, 6, 9 త్రిభుజాన్ని ఏర్పరచదు. ఎందుకనగా రెండు భుజాలు 3సె.మీ., 6సె.మీల మొత్తం 9కి సమానం అయినది.
 3) i) 65° , ii) 68° 4) $50^\circ, 50^\circ$ 5) $74^\circ, 55^\circ$ 6) (i) మరియు (iii) లు సత్యం

యూనిట్ అభ్యర్థం

- 1) ఒక లంబ కోణం 2) XY
 3) కాదు, అల్పకోణ త్రిభుజంలో మాత్రమే ఏర్పడుతుంది
 4) i) 3సె.మీ., 7సె.మీ., 5సె.మీ. ii) 3సె.మీ., 9సె.మీ., 11సె.మీ. iii) 3సె.మీ., 7సె.మీ., 9సె.మీ.
 5) i) లంబకోణ త్రిభుజం : $90^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ మరియు $90^\circ, 35^\circ, 55^\circ$
 ii) అధిక కోణ త్రిభుజం : $120^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ మరియు $100^\circ, 30^\circ, 50^\circ$
 iii) అల్పకోణ త్రిభుజం : $55^\circ, 65^\circ, 60^\circ$ మరియు $85^\circ, 55^\circ, 40^\circ$
 6) $62^\circ, 118^\circ$ 7) $72^\circ, 18^\circ, 90^\circ$ 8) 20°

9)	విషపు బాహు త్రిభుజం	సమద్విబాహు త్రిభుజం	సమబాహు త్రిభుజం
అల్పకోణ త్రిభుజం	$40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$	$50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$	$60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$
లంబకోణ త్రిభుజం	$90^\circ, 40^\circ, 50^\circ$	$90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$	—
అధిక కోణ త్రిభుజం	$110^\circ, 40^\circ, 30^\circ$	$100^\circ, 40^\circ, 40^\circ$	—

అధ్యాయం - 6

అభ్యర్థం - 6.1

- 1) i) 7 ii) 15 iii) $\frac{17}{20}$ 2) ` 625
 3) 38 4) 7.5 5) $x + 1$

Exercise - 6.2

Exercise - 6.3

- | | | | |
|---------|--------|--------|------|
| 1. i) 7 | ii) 19 | 2) 146 | 3) 7 |
| 4) 0.25 | 5) 7 | | |

Exercise - 6.4

- 1) i) 2016-17 ii) 2015-16 iii) 120
3) i) Education ii) food iii) `3000 +

Unit Exercise

- 1) 73, 64 Kohli has better average than Rohit 2) 38 and 43 3) 7, 5.5

4) $x = 2$ and the observations are 14, 10, 6, 4, 2

6. Data Handling (Letter Series)														
Practice Questions														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	c	d	a	c	a	b	a	d	c	c	a	b	d	a

అభ్యర్థి - 6.2

అభ్యర్థనం - 6.3

అభ్యర్థనO - 6.4

యూనిట్ అభ్యాసం

- 1) 73, 64 రోహిత్ కంటే కోప్పా సరానరి ఎక్కువ
 - 2) 38 మరియు 43
 - 3) 7, 5.5
 - 4) $x = 2$ మరియు పరిశీలనలు 14, 10, 6, 4, 2

6. దత్తాంశ నిర్వహణ (అక్షర ప్రేణి)														
సాధనా ప్రశ్నలు														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	c	d	a	c	a	b	a	d	c	c	a	b	d	a

Academic Standards

Academic standards are clear statements about what students must know and be able to do. The following are categories on the basis of which we lay down academic standards .

1. Problem Solving

Using concepts and procedures to solve mathematical problems

Kinds of problems

Problems can take various forms- puzzles, word problems, pictorial problems, procedural problems, reading data, tables, graphs etc.

Problem Solving – Steps :

- ❖ Reads problems
- ❖ Identifies all pieces of information/data
- ❖ Separates relevant pieces of information
- ❖ Understands the concept involved
- ❖ Selection of procedure
- ❖ Solving the problem

Complexity :

The complexity of a problem is dependent on

- ❖ Making connections
(as defined in the connections section)
- ❖ Number of steps
- ❖ Number of operations
- ❖ Context unraveling
- ❖ Nature of procedures

2. Reasoning and Proof

- ❖ Reasoning between various steps involved invariably conjuncture.
- ❖ Understanding and making mathematical generalizations and conjectures
- ❖ Understands and justifies procedures by examining logical arguments.
- ❖ Uses inductive and deductive logic
- ❖ Testing mathematical conjectures

విద్యా ప్రమాణాలు

విద్యార్థులు ఒక తరగతిలో ఏమి చేయగలగాలి, ఏం తెలిసియుండాలో స్పష్టంగా వివరించే ప్రవచనాలను ఆ తరగతి యొక్క ‘విద్యాప్రమాణాలు’ అంటాము. ఈ విద్యాప్రమాణాలను కింది విభాగాలుగా వర్గీకరించడమైనది.

1. సమస్యాసాధన

గణితభావనలు, పద్ధతులను ఉపయోగించడం ద్వారా గణిత సమస్యలను సాధించడం.

సమస్యలలో రకాలు :

పజిల్స్, పదనమస్యలు, పటనమస్యలు, దత్తాంశు అవగాహన - విశ్లేషణ - పద్ధీకలు - గ్రాఫ్, పద్ధతి ప్రకారం చేయు సమస్యలు, మొదలగు రకరకాలుగా గణిత సమస్యలుంటాయి.

సమస్యా సాధన - సోపానాలు :

- ❖ సమస్యలను చదవడం
- ❖ దత్తాంశంలోని సమాచారం మొత్తాన్ని విడిభాగాలుగా గుర్తించడం.
- ❖ అనుబంధ విడిభాగాలను వేరుచేయడం.
- ❖ సమస్యలో ఇమిడియస్ గణిత భావనలను అవగాహన చేసుకోవడం.
- ❖ లెక్కచేయు పద్ధతి విధానాన్ని ఎంపిక చేయడం.
- ❖ ఎంపిక చేసిన పద్ధతి ప్రకారం సమస్యను సాధించడం

సంక్లిష్టత :

- సమస్య యొక్క సంక్లిష్టత అనునది కింది అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
 - ❖ అనుసంధానం చేయడం (ఇదిఅనుసంధానం విభాగంలో నిర్వచించవేసినది).
 - ❖ సమస్యలో ఉన్న సోపానాల సంఖ్య.
 - ❖ సమస్యలో ఉన్న ప్రక్రియల సంఖ్య.
 - ❖ సందర్భ విపుతీకరణ
 - ❖ సమస్య సాధించే పద్ధతి యొక్క సహజత్వం

2. కారణాలు చెప్పడం - నిరూపణ చేయడం

- ❖ దశల వారీగా ఉన్న సోపానాలకు కారణాలు వివరించడం.
- ❖ గణిత సాధారణీకరణలను మరియు ప్రకల్పనలను అర్థం చేసుకోవడం మరియు చేయగలగడం.
- ❖ పద్ధతిని అర్థం చేసుకోవడం మరియు సరిచూడడం. తార్కిక చర్చలను పరీక్షించడం.
- ❖ ఆగమన, నిగమన పద్ధతులలో తార్కికతను వినియోగించడం.
- ❖ గణిత ప్రకల్పనలను పరీక్షించడం.

3. Communication

- ❖ Writing and reading, expressing mathematical notations
- ❖ Creating mathematical expressions
- ❖ Explaining mathematical ideas in her own words like a square is closed figure having four equal sides and all equal angles
- ❖ Explaining mathematical procedures
- ❖ Explaining mathematical logic

4. Connections

- ❖ Connecting concepts within the mathematical domain
- ❖ Making connections with daily life
- ❖ Connecting mathematics to different subjects
- ❖ Connecting different mathematical concepts. ex. data handling and arithmetic or arithmetic and space
- ❖ Connecting concepts to multiple procedures

5. Visualization & Representation

- ❖ Interprets and reads data in a table, number line, pictograph, bar graph, 2-D figures, 3-D figures, pictures
- ❖ Making tables, number line, pictograph, bar graph, pictures.

3. వ్యక్తపరచడం

- ❖ గణిత భావనలను, వాక్యాలను చదవగలగడం - రాయగలగడం.
- ❖ గణిత వ్యక్తికరణలను రూపొందించడం
- ❖ గణితపరమైన ఆలోచనలను తన స్ఫూంత మాటల్లో వివరించడం. ఉదా: చతురస్రం అనునది నాలుగు సమాన భజాలు మరియు నాలుగు సమాన కోణాలు గల సంవృతపటం.
- ❖ గణిత సాధనా పద్ధతిని వివరించడం.
- ❖ గణిత తార్మికతను వివరించడం.

4. అనుసంధానం

- ❖ అనుబంధ గణిత పార్యవిభాగాలను భావనలను అనుసంధానం చేయడం.
- ❖ దైనందిన జీవితానికి గణితాన్ని అనుసంధానం చేయడం.
- ❖ వేర్పేరు సబ్జక్టులతో గణితాన్ని అనుసంధానం చేయడం.
- ❖ గణితంలోనే వేర్పేరు పార్యాంశాలకు సంబంధించిన భావనలను అనుసంధానం చేయడం, ఉదా: దత్తాంశ సేకరణ మరియు అంకగణితం: అంకగణితం మరియు ప్రదేశం.
- ❖ భావనలను, బహుళ పద్ధతులకు అనుసంధానం చేయడం.

5. దృశ్యకరణ మరియు ప్రాతినిధ్య పరచడం

- ❖ పట్టికలోని సమాచారం, సంభాయేఖ, పటుచిత్రం, దిమ్మిచిత్రం, 2-D-పట్లాలు, 3-D- పట్లాలు మరియు చిత్రాలను చదవడం.
- ❖ పట్టికలను, సంభాయేఖపై చూపడం, ఏటుచిత్రములు, దిమ్మిచిత్రములు, పట్లాలను రూపొందించడం.

గణిత సంఖలు		MATHEMATICS SYMBOLS	
1.	+	<i>Plus</i>	కూడిక
2.	-	<i>Minus</i>	తీసేత
3.	×	<i>Into</i>	గుణకారం
4.	÷	<i>Divided by</i>	భాగపోరం
5.	:	<i>Is to</i>	నిష్టుతి
6.	::	<i>Is as</i>	ఆనుపాతము
7.	∴	<i>Therefore</i>	ఆందువలన
8.	∵	<i>Since</i>	ఎందుకనగా
9.	≠	<i>Is not equal to</i>	సమానము కాదు
10.	≡	<i>Identically equal to</i>	సర్వ సమానము
11.	<	<i>Is Less than</i>	చిన్నది
12.	≤	<i>Is Less than or equal to</i>	చిన్నది లేక సమానము
13.	>	<i>Is greater than</i>	పెద్దది
14.	≥	<i>Is greater than or equal to</i>	పెద్దది లేక సమానము
15.	√	<i>Square root</i>	వర్గమూలము
16.	³√	<i>Cube root</i>	ఘనమూలము
17.	°	<i>Degree</i>	డిగ్రీ
18.	∠	<i>Angle</i>	కోణము
19.	Δ	<i>Triangle</i>	త్రిభుజము
20.		<i>Is Parallel to</i>	సమాంతరము
21.	⊥	<i>Is Perpendicular to</i>	లంబము
22.	⇒	<i>Implies</i>	అయినచో
23.	∀	<i>For all values of</i>	అన్ని విలువలకు
24.	∃	<i>There exist</i>	వ్యవస్థితం ఆవుతుంది
25.	T	<i>True</i>	సత్యము
26.	F	<i>False</i>	అసత్యము
27.	≈	<i>Approximately</i>	ఇంచుమించు సమానము
28.	∞	<i>Infinity</i>	అనంతము
29.	∈	<i>Belongs to</i>	చెందియుండును
30.	∉	<i>Does not belongs to</i>	చెందియుండదు