Universitat de les Illes Balears | Prova d'accés a la Universitat | Convocatòria 2015

Física

Model 1

Triau una de les dues opcions, A o B. Les preguntes de la 1 a la 4 valen un punt cada una. A les preguntes 5 i 6, cada apartat val un punt .

OPCIÓ A

1. Amb quina hipòtesi es va explicar la radiació del cos negre? Qui va fer la hipòtesi?

2. A la figura 1 l'esquema representa una lent prima i un objecte A. Dibuixa la lent i l'objecte en el full d'examen i traça la trajectòria dels 3 raigs principals per determinar la posició i mida de la imatge de A. Es valorarà la claredat i precisió del traçat.

3. Un electró i un protó disten 10^{-8} m. Què val el camp elèctric a $0{,}4\times10^{-8}$ m de l'electró sobre la línia electró-protó? Fes un esquema per mostrar les càrregues i el camp.

4. Amb unitats del sistema internacional, l'equació d'una ona harmònica unidimensional és $z(x,t) = 0,12\cos(5x - 3t)$. a) Determina la longitud d'ona, la freqüència i la velocitat de propagació de l'ona. b) En quin sentit es propaga l'ona? c) En quina posició de l'eix x positiu es troba el primer màxim de z a $t = 1$ s?

5. La nau espacial A, de 200 tones, té una òrbita circular a 350 km d'altura sobre la Terra. La nau B, de 250 tones, té l'òrbita circular a una altura de 400 km.

   a) Justifica com es calcula la velocitat lineal de les naus. Què val el quocient de la velocitat lineal de B dividida per la de A? ($M_\mathrm{T} = 5{,}974\times10^{24}$ kg, $R_\mathrm{T} = 6\,378$ km).

   b) Què valen les energies cinètica, potencial gravitatòria i mecànica total de la nau A?

   c) A quina distància màxima del centre de la Terra arribaria una nau de 250 tones que tingués a 400 km d'altura la velocitat lineal de mòdul com la nau B, però radial, allunyant-se de la Terra?

6. La figura 2 representa tres fils conductors paral·lels, de longitud indefinida, amb un corrent de 3 A en els sentits de les fletxes. ($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N $\cdot$ A^{-2}).

   a) Calcula el camp magnètic total en el punt P. Indica la direcció i el sentit del camp i dóna la intensitat en mT.

   b) Calcula la distància a P del lloc o els llocs sobre la línia AB on el camp és zero. Marca'ls en un esquema amb els fils i el punt P.

   c) Si només es canvia el corrent del fil esquerre, quina intensitat faria que la força magnètica total sobre el fil central fos cap a l'esquerra i de 6 mN per unitat de longitud?

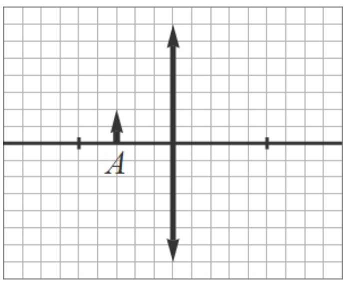

Figura 1: Per a l'exercici 2.

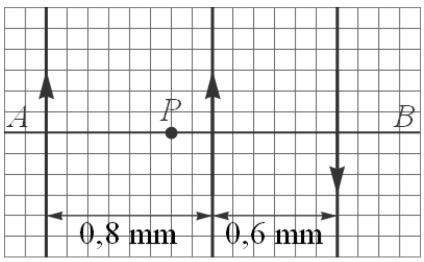

Figura 2: Per a l'exercici 6.

Universitat de les Illes Balears | Prova d'accés a la Universitat | Convocatòria 2015

Física

Model 1

OPCIÓ B

1. La velocitat màxima dels electrons extrets d'un metall per efecte fotoelèctric amb llum de $320\ \mathrm{nm}$ és de $319\ \mathrm{km/s}$. Calcula el treball d'extracció en eV. ($1\ \mathrm{eV} = 1{,}602\times10^{-19}\ \mathrm{J}$, $h = 6{,}626\times10^{-34}\ \mathrm{J/s}$, $m_\mathrm{e} = 9{,}11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$).

2. Es vol construir una lent convergent de 5 diòptries i secció simètrica (els radis de les cares són iguals en valor absolut). Quin ha de ser el radi de les cares si la lent es fabrica amb vidre d'índex de refracció $1{,}68$? Dibuixa la secció de la lent.

3. El camp magnètic al centre de dues espires circulars concèntriques de radis $1{,}2\ \mathrm{mm}$ i $1{,}6\ \mathrm{mm}$, amb corrents d'igual intensitat però sentits contraris, és de $0{,}25\ \mathrm{mT}$. Què val la intensitat del corrent? Indica el sentit del corrent en cada espira si el camp total té el sentit que mostra la figura 3. ($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$).

4. Fes una estimació en unitats astronòmiques de la longitud del semieix més gran de l'òrbita de Saturn al voltant del Sol usant la dada que el període orbital és $29,5$ anys.

5. Considerau la disposició de càrregues elèctriques representada a la figura 4.

   a) Calcula el mòdul del camp elèctric al punt A degut a tres càrregues $q_1 = q_3 = -2{,}3\ \mathrm{nC}$ i $q_2 = 3{,}9\ \mathrm{nC}$ si el rectangle dibuixat està format per dos quadrats de $8{,}0\ \mathrm{cm}$ de costat. Dibuixa el rectangle i el vector que representa el camp total en el punt A.

   b) Calcula el potencial elèctric en el punt B.

   c) La trajectòria d'un electró passa pels punts A i B. Calcula la velocitat de l'electró quan passa pel punt B usant les dades que el potencial al punt A val $72{,}82\ \mathrm{V}$ i la velocitat de l'electró és $14\,000\ \mathrm{km/s}$ quan passa per A. ($m_\mathrm{e} = 9{,}11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$).

6. Una molla s'allarga $6{,}5\ \mathrm{cm}$ quan s'usa per penjar una esfera de $260\ \mathrm{g}$. El centre de l'esfera queda a $15\ \mathrm{cm}$ del terra. L'esfera es mou $3\ \mathrm{cm}$ cap a baix i es deixa oscil·lar.

   a) Escriu l'equació que dóna la distància entre el centre de l'esfera i el terra en funció del temps.

   b) Calcula la velocitat i l'acceleració màximes de l'esfera.

   c) Quina és la longitud del pèndol simple de període igual a 7 vegades el d'oscil·lació de l'esfera?

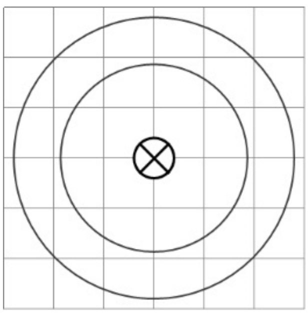

Figura 3: Per a l'exercici 3.

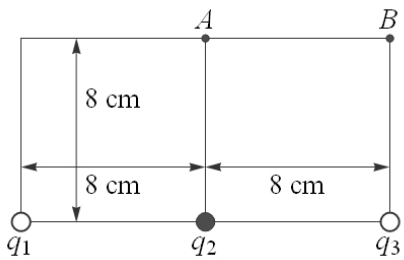

Figura 4: Per a l'exercici 5.

Física

Model 1. Solucions

Com a criteri general, les respostes s'han de justificar. El plantejament correcte de la resposta es puntua amb 0,5 punts. S'han de posar les unitats correctes a les solucions numèriques; si no són les correctes o no s'han posat, es restaran 0,25 punts, com les errades en els factors de les fórmules emprades. Cada qüestió i apartat de problema té un punt com a puntuació màxima.

OPCIÓ A

1. Max Planck a principis del segle XX, per explicar la radiació del *cos negre*, va suposar que l'energia de la radiació electromagnètica és emesa o absorbida per la matèria en quantitats discretes d'energia múltiples de $E = h\,\nu$, on h és la constant de Planck i ν la freqüència de la radiació.

2. La solució és la representada a la figura 1.

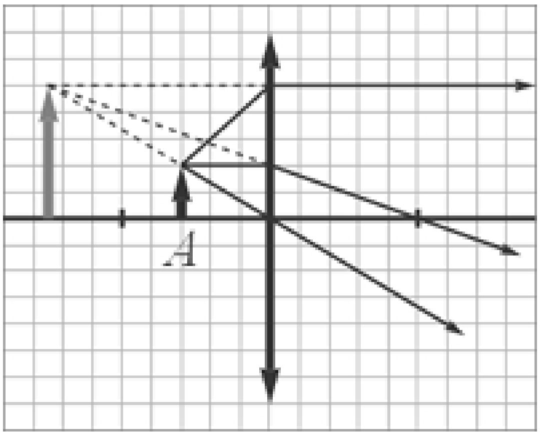

Figura 1: Solució de l'exercici 2. Representació dels tres raigs principals per determinar la imatge de l'objecte A.

3. El camp resultant és la suma vectorial dels produïts per l'electró i el protó. En aquest cas, està orientat en la direcció protó-electró apuntant cap a l'electró ja que els camps creats individualment tant per l'electró com pel protó tenen aquesta direcció i sentit. El mòdul del camp resultant val:

$$E = E_\mathrm{p} + E_\mathrm{e} = k\,e\left[\frac{1}{(0{,}4\times10^{-8})^2} + \frac{1}{(0{,}6\times10^{-8})^2}\right] = 1{,}3\times10^{8}\ \mathrm{N/C}.$$

4. Identificant k i ω a l'equació $z(x,t) = 0,12\cos(5x - 3t)$,

   a) de $k = 2\pi\,\lambda^{-1} = 5\ \mathrm{m}^{-1}$ obtenim que $\lambda = 1{,}26\ \mathrm{m}$.
   De $\omega = 2\pi\,f = 3\ \mathrm{s}^{-1}$ obtenim que $f = 0{,}48\ \mathrm{Hz}$.
   La velocitat serà $v = \lambda\,f = 0{,}6\ \mathrm{m/s}$.

   b) Es propaga en la direcció de l'eix x i en sentit positiu.

   c) A l'instant $t = 1\ \mathrm{s}$ els màxims de $z(x,t) = 0,12\cos(5x - 3t)$ estan on s'anul·la la derivada de $z(x) = 0{,}12\cos(5x - 3)$ respecte de x. El primer valor de x on s'anul·la satisfà l'equació $5x - 3 = 0$; per tant, es troba a $x = 0{,}6\ \mathrm{m}$.

5. a) Quan les naus estan en òrbita circular, l'acceleració gravitatòria és l'acceleració centrípeta necessària per mantenir-se en l'òrbita. Aquesta condició la podem expressar com

$$G\frac{M_\mathrm{T}}{R^2} = \frac{v^2}{R}$$

on M_T és la massa de la Terra, R el radi de l'òrbita i v la velocitat lineal de la nau que podem aïllar. Resulta:

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_\mathrm{T}}{R}}. \qquad (1)$$

Així el quocient de les velocitats de les naus A i B valdrà:

$$\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{R_A}{R_B}} = \sqrt{\frac{R_\mathrm{T} + 350 \text{ km}}{R_\mathrm{T} + 400 \text{ km}}} = 0,996.$$

b) L'energia cinètica de la nau A, E_{cA}, emprant l'equació (1), valdrà:

$$E_{cA} = \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}G\frac{M_T\,m_A}{R_A} = 5{,}92\times 10^{12} \text{ J}$$

L'energia potencial de la nau A és

$$E_{pA} = -G\frac{M_T\,m_A}{R_A} = -1{,}18\times 10^{13} \text{ J}$$

L'energia total serà

$$E_A = E_{cA} + E_{pA} = -5{,}92\times 10^{12} \text{ J}$$

c) Una tercera nau de massa $m_C = 250$ tones, inicialment a una distància del centre de la Terra $d_{Ci} = R_\mathrm{T} + 400$ km amb una velocitat lineal com la que té la nau B en òrbita, podria arribar a una distància màxima d_{Cf} on l'energia cinètica seria zero però la total seria la mateixa que a la distància d_{Ci}. De les expressions de l'energia total

$$\begin{aligned} E_{Ci} &= \frac{1}{2}m_C\,v_{Ci}^2 - G\frac{M_\mathrm{T}\,m_C}{d_{Ci}} \\ E_{Cf} &= -G\frac{M_\mathrm{T}\,m_C}{d_{Cf}} \end{aligned}$$

i la condició $E_{Cf} = E_{Ci}$ s'obté la relació:

$$\frac{1}{d_{Cf}} = \frac{1}{d_{Ci}} - \frac{1}{2}\frac{v_{Ci}^2}{G\,M_\mathrm{T}}.$$

Fent servir que $v_{Ci} = v_B$, $d_{Ci} = R_B$ i l'equació (1), podem reescriure la darrera relació com

$$\frac{1}{d_{Cf}} = \frac{1}{R_B} - \frac{1}{2}\frac{1}{R_B} = \frac{1}{2R_B}.$$

Per tant, $d_{Cf} = 2\,R_B = 2\,R_\mathrm{T} + 800 \text{ km} = 13\,556 \text{ km}.$

6. El camp magnètic a una distància d d'un corrent rectilini indefinit I val

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d},$$

és perpendicular al pla que conté el corrent I amb el sentit donat per la *regla de la mà dreta*. Així al punt P de la figura el camp creat pel conductor de l'esquerra és perpendicular al paper i hi entra.

a) Si numeram els tres conductors d'esquerra a dreta –1, 2 i 3– el camp magnètic al punt P valdrà:

$$B_P = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0\, I}{2\pi}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3}\right).$$

Substituint els valors $d_1 = 0{,}6\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$, $d_2 = 0{,}2\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ i $d_3 = 0{,}8\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ obtenim que $B_P = -1{,}25\ \mathrm{mT}$. El signe menys indica que el camp total surt del paper.

b) Si el primer conductor és a $x_1 = 0$, el segon a $x_2 = 0{,}8\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ i el tercer a $x_3 = 1{,}4\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$, el camp s'anul·larà en els punts situats a $x = d$ que satisfan la relació:

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{d - x_1} + \frac{1}{d - x_2} - \frac{1}{d - x_3}\right) = 0.$$

El signe menys del tercer terme indica que el corrent del tercer conductor és de sentit contrari als altres. Els valors de d per als quals es satisfà la relació anterior són les solucions de l'equació:

$$d^2 - 2{,}8\times 10^{-3} d + 1{,}12\times 10^{-6} = 0$$

que són $d_1 = 0{,}48\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ i $d_2 = 2{,}32\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$, posicions respecte del primer conductor de l'esquerra. Respecte del punt P, el primer lloc és a $0{,}11\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ a la seva esquerra i el segon a $1{,}72\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$ a la dreta.

c) La força per unitat de longitud entre dos conductors rectilinis i paral·lels separats una distància d, recorreguts per corrents del mateix sentit I i I', és atractiva i val:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I\, I'}{d}.$$

Així, si la força que han d'exercir el primer i tercer conductors conjuntament sobre el segon i central ha de valer $6\ \mathrm{mN}$, s'ha de satisfer:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{3 I_1}{0{,}8\times 10^{-3}} + \frac{3^2}{0{,}6\times 10^{-3}}\right) = 6\ \mathrm{mN}$$

que té per solució $I_1 = 4\ \mathrm{A}$.

Física

Model 1. Solucions

OPCIÓ B

1. L'energia cinètica dels electrons extrets per la radiació de freqüència $f = c/\lambda = 9{,}37\times 10^{14}$ Hz és:

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = 4{,}63\times 10^{-20}\ \mathrm{J} = 0{,}289\ \mathrm{eV}$$

El treball d'extracció W és:

$$W = h\,f - E_c = 3{,}59\ \mathrm{eV}.$$

2. La fórmula del constructor de lents, per al cas d'una lent simètrica, és

$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{R}.$$

Si la focal desitjada és $f = 1/5$ m, el valor del radi R serà:

$$R = 2(n-1)f = 0{,}27\ \mathrm{m}.$$

3. El camp magnètic al centre de les dues espires val

$$B = \frac{\mu_0\, I}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

on $r_1 = 1{,}2$ mm i $r_2 = 1{,}6$ mm. Si el camp ha de valer $B = 0{,}25$ mT, resolvent per al valor de I s'obté $I = 1{,}9$ A. Aquest corrent ha de circular en sentit horari per l'espira petita i antihorari per la grossa.

4. D'acord amb la tercera llei de Kepler $T^2/R^3 = k$, si T es dóna en anys i R en unitats astronòmiques, resulta $k = 1$ per a la Terra i, per tant, per a tots els planetes del sistema solar. Llavors el semieix de l'òrbita de Saturn valdrà $R = T^{2/3} = (29{,}5)^{2/3} = 9{,}55$ ua.

5. a) El camp elèctric resultant al punt A serà vertical i de valor:

$$E_A = E_2 - 2E_1 \cos 45^\circ = k\frac{q_2}{(0,08)^2} - 2k\frac{q_1}{(0,113)^2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\,197\ \mathrm{N/C}.$$

El sentit és el de E_2, és a dir, vertical i cap amunt.

b) El potencial al punt B, V_B, valdrà:

$$V_B = \sum_i k\frac{q_i}{d_i} = -64{,}22\ \mathrm{V}$$

on les distàncies d_i són $d_1 = 17{,}9\times 10^{-2}$ m, $d_2 = 11{,}3\times 10^{-2}$ m i $d_3 = 8{,}0\times 10^{-2}$ m.

c) L'energia es conserva; per tant, $E_A = E_B$. Substituint les expressions per a l'energia total,

$$\begin{aligned} E_A &= \frac{1}{2} m_e v_A^2 + q_e V_A \\ E_B &= \frac{1}{2} m_e v_B^2 + q_e V_B \end{aligned}$$

a la relació $E_A = E_B$ i aïllant v_B obtenim:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2\frac{q_e}{m_e}(V_A - V_B)} = 1{,}22\times 10^7\ \mathrm{m/s}.$$

6. a) La constant de la molla és

$$k = \frac{mg}{\Delta x} = 39{,}2\ \mathrm{N/m}.$$

L'amplitud de les oscil·lacions és de 3×10^{-2} m i la freqüència angular ω és

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 12{,}3\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Amb tot, l'equació que descriu el moviment de l'esfera respecte del terra serà:

$$y(t) = 0{,}15 - 0{,}03\cos(12{,}3\,t)$$

en unitats del SI.

b) La velocitat màxima és $v_{\max} = A\,\omega = 0{,}37\ \mathrm{m/s}$.
L'acceleració màxima és $a_{\max} = A\,\omega^2 = 4{,}52\ \mathrm{m/s^2}$.

c) El període del pèndol, T_p, ha de ser 7 vegades el període de l'esfera T_e. Com que

$$T_e = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}51\ \mathrm{s}$$

el període del pèndol val $T_p = 3{,}58$ s. La longitud L del pèndol serà

$$T_p = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad\longrightarrow\quad L = \frac{g\,T_p^2}{4\pi^2} = 3{,}18\ \mathrm{m}.$$