OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Un planeta tiene un diámetro de 6800 km y la aceleración de la gravedad en su superficie alcanza un valor de 3.7 m/s^2.

a) [0,5 PUNTOS] Hallar la masa del planeta.

b) [1 PUNTO] Deducir la velocidad de escape desde su superficie a partir del principio de conservación de la energía y calcular su valor.

c) [0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza que el planeta ejerce sobre un satélite de 200 kg que se encuentra a una altura de 2000 km sobre su superficie.

2. La hoja de una sierra de calar mide 8 cm de altura y realiza un movimiento armónico simple en dirección vertical (eje Y), con un periodo de 0.2 s y una amplitud de 12 mm. Se toma como origen de coordenadas el centro de oscilación del punto central de la hoja de sierra, y se consideran positivas las posiciones que quedan más arriba que el origen. En el instante inicial, el punto central pasa por el origen de coordenadas y se mueve hacia arriba.

a) [0,5 PUNTOS] Escribir la ecuación del movimiento del punto central de la hoja de sierra.

b) [0,5 PUNTOS] Escribir la ecuación del movimiento del punto superior de la hoja de sierra.

c) [0,5 PUNTOS] Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde el origen hasta un punto cuya posición es $y = 6$ mm.

d) [0,5 PUNTOS] Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde $y = 6$ mm hasta $y = 12$ mm.

3. Un sistema óptico centrado está compuesto por dos lentes delgadas (inmersas en aire) separadas 20 cm. La primera lente es convergente de focal 10 cm y la segunda divergente de focal –10 cm.

a) [1 PUNTO] Hallar gráficamente el foco objeto del sistema.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar gráficamente el foco imagen del sistema.

c) [0,5 PUNTOS] Calcular numéricamente el foco imagen del sistema.

Nota: explicar el procedimiento seguido para trazar los rayos.

4. Una carga puntual de 9 nC se sitúa fija en el punto (0,4) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de 16 nC se sitúa fija en el punto (3,0).

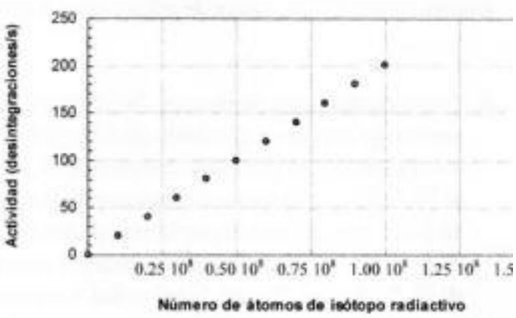
a)[1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (3,4).

b)[0,5 PUNTOS] Hallar el potencial eléctrico en el punto (3,4)

c)[0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga q = -10 nC situada en el punto (3,4).

Datos: 1 nC = 10^{-9} C. Considerar el origen de potenciales en el infinito.

5. La siguiente gráfica recoge las medidas de la actividad de una muestra en función del número de átomos de un isótopo radiactivo presente en la misma.



a) [1 PUNTO] Hallar el periodo de semidesintegración del isótopo radiactivo.

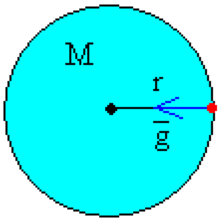
b) [1 PUNTO] Representar en una gráfica cómo varía con el tiempo el número de átomos de isótopo radiactivo en la muestra. Nota: explicar el procedimiento seguido para realizar la gráfica.

SOLUCIÓN OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2 (JUNIO 2011)

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^{8}$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^{9}$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C

1.- Un planeta tiene un diámetro de 6800 km y la aceleración de la gravedad en su superficie alcanza un valor de 3,7 m/s^2.

a) **(0,5 p)** Hallar la masa del planeta.



La intensidad de campo gravitatorio (aceleración de la gravedad) generado por un cuerpo de masa M a una distancia r de su centro es:

$$g = G\,.\,\frac{M}{r^2} \;\Rightarrow M = \frac{g\,.\,r^2}{G} = \frac{3,7\,.\,(3,4.10^6)^2}{6,67.10^{-11}} = 6,4.10^{23}\ kg$$

b) **(1 p)** Deducir la velocidad de escape desde su superficie a partir del principio de conservación de la energía y calcular su valor.

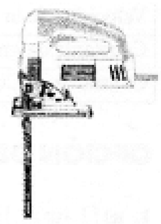
La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0.

$$\frac{-G\,.\,M\,.\,m}{R} + \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,v_e^2 = 0 \;\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2\,.\,G\,.\,M}{R}} = \sqrt{\frac{2\,.\,6,67.10^{-11}\,.\,6,4.10^{23}}{3,4.10^6}} = 5011\ m/s$$

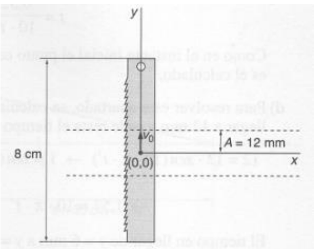
c) **(0,5 p)** Hallar la fuerza que el planeta ejerce sobre un satélite de 200 kg que se encuentra a una altura de 2000 km sobre su superficie.

$$F_G = G\,.\,\frac{M\,.\,m}{r^2} = 6,67.10^{-11}\,.\,\frac{6,4.10^{23}\,.\,200}{(5,4.10^6)^2} = 292,8\ N$$

2.- La hoja de una sierra de calar mide 8 cm de altura y realiza un movimiento armónico simple en dirección vertical (eje Y), con un periodo de 0,2 s y una amplitud de 12 mm. Se toma como origen de coordenadas el centro de oscilación del punto central de la hoja de sierra, y se consideran positivas las posiciones que quedan más arriba que el origen. En el inicial, el punto central pasa por el origen de coordenadas y se mueve hacia arriba.



a) **(0,5 p)** Escribir la ecuación del movimiento del punto central de la hoja de sierra.



Del enunciado extraemos que el período es T = 0,2 s, que la amplitud es A = 1,2 cm, que $x\,(t = 0) = 0\,m$ y que en ese momento la velocidad es positiva.

Si expresamos la posición en función del seno, tenemos:

$$x = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t + \varphi_0\right) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{0,2}\,.\,t + \varphi_0\right) = 1,2\,.\,sen\,(10\pi\,.\,t + \varphi_0)$$

Para calcular el desfase inicial:

$$x\,(t = 0) = 0\ cm \;\Rightarrow\; 0 = 1,2\,.\,sen\ \varphi_0 \;\Rightarrow\; \varphi_0 = arcsen\ 0 \;\Rightarrow\; \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Para discriminar entre los dos posibles valores de φ_0, tendremos en cuenta que la velocidad para t = 0 tiene que ser positiva. La velocidad para t = 0 sería:

$$v = 12\pi \,.\, cos\ \varphi_0$$

Por lo tanto:

$$cos\ \varphi_0 > 0 \ \Rightarrow \ \varphi_0 = 0\, rad$$

La ecuación del movimiento es:

$$x\,(t) = 1,2\,.\ sen\,(10\pi\,.\ t\,)\ \ (cm)$$

b) **(0,5 p)** Escribir la ecuación del movimiento del punto superior de la hoja de sierra.

El punto superior de la hoja de la sierra, vibra igual que el punto central de la sierra, pero a una distancia de 4 cm más lejos del origen de coordenadas:

$$x\,(t) = 4 + 1,2\,.\ sen\,(10\pi\,.\ t\,)\ \ (cm)$$

c) **(0,5 p)** Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde el origen hasta un punto cuya posición es y = 6 mm.

$$x\,(t) = 1,2\,.\ sen\,(10\pi\,.\ t\,) \Rightarrow \ 0,6 = 1,2\,.\ sen\,(10\pi\,.\ t\,) \ \Rightarrow \ sen\,(10\pi\,.\ t\,) = 0,5$$

$$10\pi\,.\ t = \frac{\pi}{6} \ \Rightarrow t = 0,017\ s$$

d) **(0,5 p)** Calcular el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde y = 6 mm hasta y = 12 mm.

$$x\,(t) = 1,2\,.\ sen\,(10\pi\,.\ t'\,) \Rightarrow \ 1,2 = 1,2\,.\ sen\,(10\pi\,.\ t'\,) \ \Rightarrow \ sen\,(10\pi\,.\ t'\,) = 1$$

$$10\pi\,.\ t' = \frac{\pi}{2} \ \Rightarrow t' = 0,05\ s$$

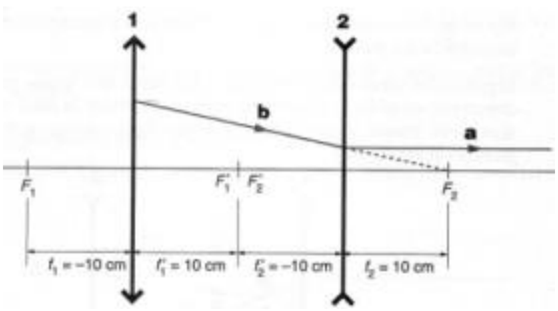
$$\Delta t = 0,05 - 0,017 = 0,033\ \ s$$

3.- Un sistema óptico centrado está compuesto por dos lentes delgadas (inmersas en aire) separadas 20 cm. La primera lente es convergente de focal 10 cm y la segunda divergente de focal -10 cm.

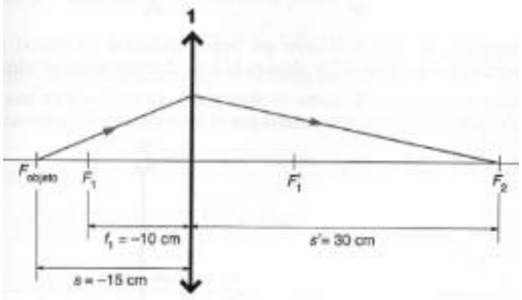
NOTA: explicar el procedimiento seguido para trazar los rayos.

a) **(1 p)** Hallar gráficamente el foco objeto del sistema.

Según la definición de foco objeto, los rayos que parten de él salen paralelos al eje óptico después de atravesar la lente o, en este caso, el sistema de lentes.
Vamos a buscar, en primer lugar, de dónde viene el rayo que sale paralelo después de atravesar el sistema:
Con respecto a la lente divergente 2, el rayo que sale paralelo (tramo a), traía al llegar a la lente la dirección del foco objeto F_2, (tramo b).



Con respecto a la lente convergente 1, el rayo hubiera llegado a cortar al eje en el punto óptico F_2, 30 cm a la derecha de la lente 1.



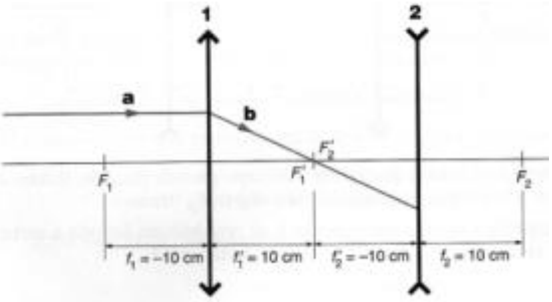
Gráficamente no podemos saber exactamente de qué punto proviene el rayo, peo podemos afirmar que está más allá del foco F_1 de la lente 1, entre F_1 y el infinito, ya que su imagen es real. Si el rayo viniera de un punto entre el foco y la lente, la imagen sería virtual, y se formaría a la izquierda de la lente 1.
Se puede calcular, utilizando la ecuación fundamental de las lentes delgadas la posición de ese punto, que sería el F_{objeto} del sistema:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{30} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad s = -15\ cm$$

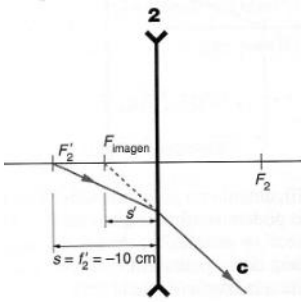
Por lo tanto, el F_{objeto} está situado 15 cm a la izquierda de la lente 1.

b) **(0,5 p)** Hallar gráficamente el foco imagen del sistema.

Según la definición de foco imagen, los rayos que llegan paralelos a la lente convergen en el foco imagen después de atravesar la lente o, en este caso, el sistema de lentes.
Vamos a buscar dónde llega ese rayo que llega a la lente 1 paralelo al eje óptico.
Con respecto a la lente 1, el rayo que llega paralelo al eje óptico, (tramo a), pasa por su foco imagen F'_1 y alcanza la lente 2 recorriendo el tramo b.



Con respecto a la lente 2, como es divergente, el rayo sale en una dirección (tramo c), cuya prolongación pasaría por el foco imagen del sistema, F_{imagen}.



Gráficamente no se puede calcular con exactitud la posición del foco imagen, pero podemos afirmar que está entre F'_2 y la lente 2.

c) **(0,5 p)** Calcular numéricamente el foco imagen del sistema.

Por lo expuesto en el apartado b) sólo se ha de hallar la imagen a través de la segunda lente de un objeto situado 10 cm a su izquierda. Según la ecuación de las lentes delgadas:

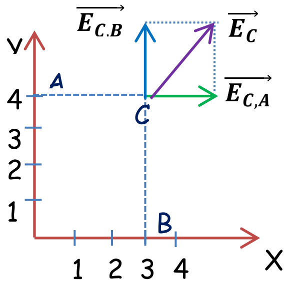
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{-10} \quad \Rightarrow \quad s' = -5\ cm$$

Es decir, el F_{imagen} se sitúa 5 cm, a la izquierda de la segunda lente.

4.- Una carga puntual de 9 nC se sitúa fija en el punto (0,4) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de 16 nC se sitúa fija en el punto (3,0).

DATOS: **K** = 9 10^9 N m^2 C^{-2} 1 nC = 10^{-9} C

Considerar el origen de potenciales en el infinito.



a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por este sistema de cargas en el punto (3,4).

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = K.\frac{q_1}{(r_{AC})^2}.(\vec{\imath}) + K.\frac{q_2}{(r_{BC})^2}.(\vec{\jmath})$$

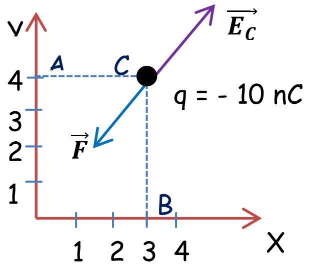
$$\vec{E}_C = 9.10^9.\frac{9.10^{-9}}{(3)^2}.(\vec{\imath}) + 9.10^9.\frac{16.10^{-9}}{(4)^2}.(\vec{\jmath}) = 9\ \vec{\imath} + 9\ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (4,3).

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = K.\left(\frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}}\right) = 9.10^9.\left(\frac{9.10^{-9}}{3} + \frac{16.10^{-9}}{4}\right) = 63\ V$$

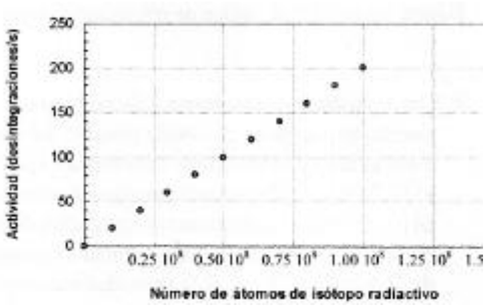
c) **(0,5 p)** Hallar la fuerza que sufriría una partícula de carga q = -10 nC situada en el punto (4,3).

$$\vec{F} = q.\vec{E} = -10^{-8}.(9\ \vec{\imath} + 9\ \vec{\jmath}) = -9.10^{-8}\ \vec{\imath} - 9.10^{-8}\ \vec{\jmath}\quad N$$



5.- La siguiente gráfica recoge las medidas de la actividad de una muestra en función del número de átomos de un isótopo radiactivo presente en la misma.

a) **(1 p)** Hallar el periodo de semidesintegración del isótopo radiactivo.



Se llama actividad o velocidad de desintegración (A) de una sustancia radiactiva al número de desintegraciones que se producen en la unidad de tiempo:

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda.N_0.e^{-\lambda.t} = \lambda.N$$

Donde λ es la constante radiactiva o constante de desintegración. El valor de esta constante la podemos obtener a partir de la pendiente de la gráfica:

$$\lambda = \frac{\Delta A}{\Delta N} = \frac{200}{1.10^8} = 2.10^{-6}\ s^{-1}$$

El período de semidesintegración ($t_{1/2}$) es el tiempo que tarda una muestra radiactiva de N_0 núcleos en reducirse a la mitad:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \,.\, e^{-\lambda \,.\, t_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{ln\ 2}{\lambda} = \frac{ln\ 2}{2.10^{-6}} = 3{,}47.10^5\ s \cong 96{,}25\ h$$

b) **(1 p)** Representar en una gráfica cómo varía con el tiempo el número de átomos de isótopo radiactivo en la muestra.

NOTA: explicar el procedimiento seguido para realizar la gráfica.

Para realizar la gráfica tendremos en cuenta el concepto de período de vida media. Cada vez que transcurre un período de tiempo igual al período de semidesintegración (96,25 h), el número de átomos de la muestra radiactiva. Si partimos de N_0 átomos, después de un período de semidesintegración quedarán $N_0/2$ átomos, después de dos períodos de semidesintegración quedarán $N_0/4$; y así sucesivamente.
Por lo tanto, partiendo, según la gráfica, de un número de átomos inicial de 1.10^8, tenemos: