



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2013

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

- Dos cuerpos, A y B, cada uno de ellos de masa $2 \cdot 10^5 \text{ kg}$, se encuentran fijos en dos puntos del eje de abscisas X, el cuerpo A en el punto $(-30, 0)$ y el cuerpo B en el punto $(+20, 0)$, con las distancias dadas en metros. En el punto $(0, -15)$ se encuentra una pequeña esfera de masa 0.200 kg , que puede moverse libremente.
 - [1 PUNTO] Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial.
 - [0,5 PUNTOS] Hallar la aceleración que experimentará la esfera justo cuando se encuentre en el punto medio $(0, 0)$ entre las esferas A y B.
 - [0,5 PUNTOS] Enunciar y explicar brevemente el principio de superposición de fuerzas.
- Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $1.40 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1}$ y un cuerpo sólido de masa 2 kg .
 - [1 PUNTO] Si el desplazamiento de cuerpo viene descrito por la ecuación $x(t) = 0.50 \sin(2\pi \frac{t}{T} + \varphi)$ hallar los valores de T y φ , sabiendo que en el instante inicial su posición es nula.
 - [0,5 PUNTOS] La velocidad que tiene la masa en el punto central de la oscilación.
 - [0,5 PUNTOS] Describir brevemente los intercambios de energía entre muelle y cuerpo que tienen lugar a lo largo de la oscilación.
- Una lámina horizontal de vidrio de índice de refracción 1.66 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de agua, de índice de refracción 1.33. Sobre la lámina, incide un rayo de luz monocromática de longitud de onda 760 nm , con ángulo de incidencia de 45° . Determínese:
 - [1 PUNTO] El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina hacia el agua con la normal a la misma.
 - [1 PUNTO] La longitud de onda de la luz que atraviesa el vidrio, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

Datos: $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

- Tres cargas iguales, de $9 \mu\text{C}$ cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm .
 - [1 PUNTO] Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.
 - [1 PUNTO] Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.

Datos: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$.

- Un fotón incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 2.0 eV . La energía cinética máxima de los electrones emitidos por ese metal es 0.47 eV .
 - [1 PUNTO] Calcular la energía del fotón incidente y la frecuencia umbral de efecto fotoeléctrico del metal.
 - [1 PUNTO] Calcular cuál sería la velocidad máxima de los electrones emitidos si la longitud de onda del fotón incidente fuera 16 veces menor que la longitud de onda del fotón anterior.

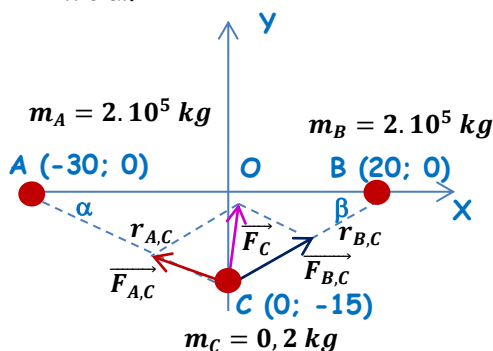
Datos: $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Dos cuerpos, A y B, cada uno de ellos de masa $2 \cdot 10^5 \text{ kg}$, se encuentran fijos en dos puntos del eje de abscisas X, el cuerpo A en el punto $(-30, 0)$ y el cuerpo B en el punto $(+20, 0)$, con las distancias dadas en metros. En el punto $(0, -15)$ se encuentra una pequeña esfera de masa $0,200 \text{ kg}$, que puede moverse libremente.

- a) (1 p) Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial.



$$r_{A,C} = \sqrt{30^2 + 15^2} = 33,54 \text{ m}$$

$$r_{B,C} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ m}$$

$$\alpha = \arctg \frac{15}{30} = 26,56^\circ$$

$$\beta = \arctg \frac{15}{20} = 36,87^\circ$$

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{A,C} + \vec{F}_{B,C}$$

$$\vec{F}_C = G \cdot m_C \cdot \left[\frac{m_A}{(r_{A,C})^2} \cdot (-\cos 26,56^\circ \vec{i} + \sin 26,56^\circ \vec{j}) + \frac{m_B}{(r_{B,C})^2} \cdot (\cos 36,87^\circ \vec{i} + \sin 36,87^\circ \vec{j}) \right]$$

$$\vec{F}_C = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 10^5}{(33,54)^2} \cdot (-\cos 26,56^\circ \vec{i} + \sin 26,56^\circ \vec{j}) + \frac{2 \cdot 10^5}{(25)^2} \cdot (\cos 36,87^\circ \vec{i} + \sin 36,87^\circ \vec{j}) \right]$$

$$\vec{F}_C = +1,29 \cdot 10^{-9} \vec{i} + 3,62 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_C| = \sqrt{(1,29 \cdot 10^{-9})^2 + (3,62 \cdot 10^{-9})^2} = 3,84 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

- b) (0,5 p) Hallar la aceleración que experimentará la esfera justo cuando se encuentre en el punto medio $(0, 0)$ entre las esferas A y B.

$$\vec{F}_O = \vec{F}_{A,O} + \vec{F}_{B,O} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_C}{(r_{A,O})^2} \cdot \vec{i} + G \cdot \frac{m_B \cdot m_C}{(r_{B,O})^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{F}_O = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{(30)^2} \cdot \vec{i} + 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{(20)^2} \cdot \vec{i} = 3,7 \cdot 10^{-9} \vec{i} \text{ N}$$

Aplicando la 2ª ley de Newton:

$$\vec{a}_O = \frac{\vec{F}_O}{m} = \frac{3,7 \cdot 10^{-9} \vec{i}}{0,2} = 1,85 \cdot 10^{-8} \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad ; \quad |\vec{a}_O| = 1,85 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$$

- c) (0,5 p) Enunciar y explicar brevemente el principio de superposición de fuerzas.

Aplicado al campo gravitatorio, el principio de superposición dice que la fuerza gravitatoria que experimenta una masa m en un punto del espacio debido a un sistema de masas puntuales es igual

a la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las cargas m_i del sistema. Además, la fuerza realizada por cada una de las masas m_i es el misma que si las demás masas del sistema no existieran:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i$$

2.- Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $1,40 \cdot 10^3 \text{ N.m}^{-1}$ y un cuerpo sólido de masa 2 kg.

- a) (1 p) Si el desplazamiento de cuerpo viene descrito por la ecuación, $x(t) = 0,50 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_0\right)$, hallar los valores de T y φ_0 , sabiendo que en el instante inicial su posición es nula.

El período lo obtenemos de la dinámica del movimiento del oscilador:

$$\begin{cases} F = -K \cdot x \\ F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot x \end{cases} \Rightarrow K = m \cdot \omega^2 \Rightarrow K = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2}{1,40 \cdot 10^3}} = 0,237 \text{ s}$$

Para calcular el desfase inicial:

$$x(t=0) = 0 \text{ m} \Rightarrow 0 = 0,50 \cdot \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsen 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$$

- b) (0,5 p) La velocidad que tiene la masa en el punto central de la oscilación.

La variación de la velocidad con la posición en un m.a.s. está dada por la expresión:

$$v(x) = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v(x=0) = \pm \omega \cdot A = \pm \frac{2\pi}{T} \cdot A = \pm \frac{2\pi}{0,237} \cdot 0,5 = \pm 13,25 \text{ m/s}$$

- c) (0,5 p) Describir brevemente los intercambios de energía entre muelle y cuerpo que tienen lugar a lo largo de la oscilación.

Una partícula sometida a un m.a.s. tiene dos tipos de energía: una asociada al movimiento (cinética) y otra debida al dispositivo que vibra (potencial elástica).

La energía cinética de una partícula que vibra es: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (A^2 - x^2)$

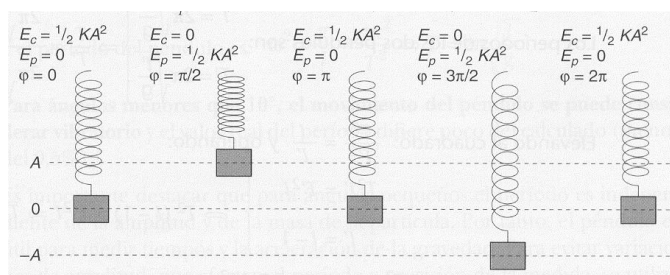
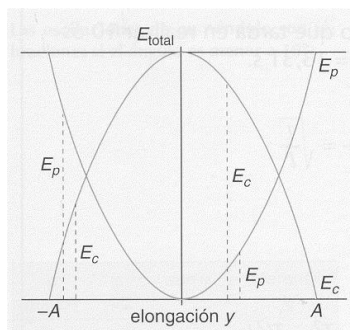
Esta energía es máxima en el centro de oscilación ($x = 0$) y nula en los extremos ($x = \pm A$).

Las fuerzas elásticas son conservativas, tienen asociada una función energía potencial que depende exclusivamente de la posición. La energía elástica asociada a una partícula situada en la posición de elongación x es: $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$

Esta energía es nula en el centro de oscilación ($x = 0$) y máxima en los extremos ($x = \pm A$).

La energía total (energía mecánica del oscilador) de una partícula con m.a.s. es la suma de su energía cinética y su energía potencial elástica: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$

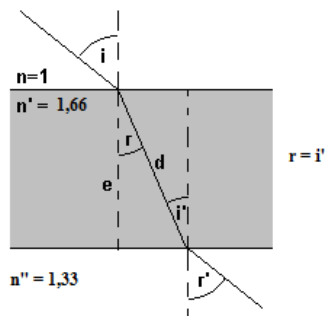
Mientras no haya rozamiento, la energía total permanece constante. Al vibrar la masa en uno y otro sentido, la energía se transforma de potencial a cinética y de cinética a potencial.



3.- Una lámina horizontal de vidrio de índice de refracción 1,66 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de agua, de índice de refracción 1,33. Sobre la lámina, incide un rayo de luz monocromática de longitud de onda 760 nm, con ángulo de incidencia de 45°. Determinése:

DATOS: 1 nm = 10⁻⁹ m.

- a) (1 p) El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina hacia el agua con la normal a la misma.



Aplicando la ley de Snell de la refracción:

1ª cara:

$$n \cdot \sin i = n' \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow 1 \cdot \sin 45^\circ = 1,66 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 25,2^\circ$$

2ª cara:

$$n' \cdot \sin \hat{r} = n'' \cdot \sin \hat{r}' \Rightarrow 1,66 \cdot \sin 25,2^\circ = 1,33 \cdot \sin \hat{r}' \Rightarrow \hat{r}' = 32,1^\circ$$

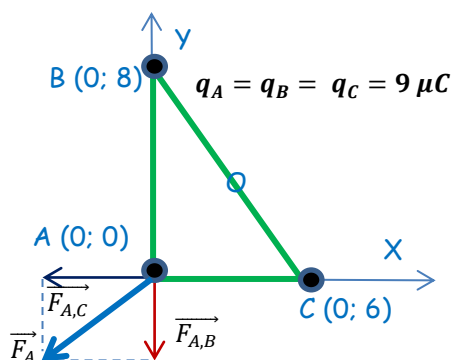
- b) (1 p) La longitud de onda de la luz que atraviesa el vidrio, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

$$f = f' \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2 \cdot \lambda_1}{v_1} = \frac{\left(\frac{c}{n'}\right) \cdot \lambda_1}{c} = \frac{\lambda_1}{n'} = \frac{760}{1,66} = 457,8 \text{ nm}$$

4.- Tres cargas iguales, de 9 μC cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm.

DATO: 1 μC = 10⁻⁶ C

- a) (1 p) Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.



$$\vec{F}_A = \vec{F}_{A,C} + \vec{F}_{A,B} = K \cdot \frac{q_C \cdot q_A}{(r)^2} \cdot (-\vec{i}) + K \cdot \frac{q_B \cdot q_A}{(r')^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(9 \cdot 10^{-6})^2}{(0,06)^2} \cdot (-\vec{i}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(9 \cdot 10^{-6})^2}{(0,08)^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_A = -202,5 \vec{i} - 113,9 \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_A| = \sqrt{(202,5)^2 + (-113,9)^2} = 232,3 \text{ N}$$

- b) (1 p) Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.

$$(E_p)_A = (E_p)_{A,C} + (E_p) = K \cdot q_A \cdot \left(\frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,06} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,08}\right) = 21,26 \text{ J}$$

$$(E_p)_O = (E_p)_{O,C} + (E_p)_{O,B} = K \cdot q_A \cdot \left(\frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,05} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,05}\right) = 29,16 \text{ J}$$

$$(W_{A \rightarrow O})_{F \text{ eléctrica}} = -\Delta E_p = (E_p)_A - (E_p)_O = 21,26 - 29,16 = -7,9 \text{ J}$$

Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

5.- Un fotón incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 2,0 eV. La energía cinética máxima de los electrones emitidos por ese metal es 0,47 eV.

DATO: 1 eV= 1,602 10^{-19} J

- a) (1 p) Calcular la energía del fotón incidente y la frecuencia umbral de efecto fotoeléctrico del metal.

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_{\text{ext}} + E_c = 2 + 0,47 = 2,47 \text{ eV} = 3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{\text{ext}} = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 4,83 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

- b) (1 p) Calcular cuál sería la velocidad máxima de los electrones emitidos si la longitud de onda del fotón incidente fuera 16 veces menor que la longitud de onda del fotón anterior.

Teniendo en cuenta la relación:

$$c = \lambda \cdot f$$

La frecuencia del fotón incidente será ahora 16 veces mayor que la del primer fotón, y por lo tanto será también 16 veces mayor su energía.

Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_{\text{ext}} + E_c \Rightarrow E_c = E_{\text{fotón inc.}} - W_{\text{ext}} = (16 \cdot 2,47) - 2 = 37,52 \text{ eV}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 37,52 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,09 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$