

## Física

### Model 2

Tria una de les dues opcions, A o B. Les preguntes de l'1 a la 4 valen un punt cada una. A les preguntes 5 i 6, cada apartat val un punt.

### OPCIÓ A

1. Considerau dues mostres de dos isòtops radioactius diferents amb el mateix nombre de nuclis inestables en un cert instant  $t_0$ . Si el període de semidesintegració del primer isòtop és el doble que el de l'altre, quina és la relació entre les activitats d'ambdues mostres a l'instant  $t_0$ ?
2. Una partícula alfa s'accelera des del repòs per l'acció d'una diferència de potencial de 5,0 kV; a continuació, entra en un camp magnètic de 0,25 T perpendicular a la velocitat de la partícula. Descriviu quantitativament la trajectòria que seguirà la partícula dins el camp magnètic. (La massa d'una partícula alfa és de  $6,64 \times 10^{-27}$  kg)
3. Dues càrregues de 2,0 nC i  $-4,0$  nC, respectivament, estan separades 8,0 mm. Determineu en quin punt de la recta que passa per les dues càrregues s'anul·la el camp elèctric. Dibuixau un esquema amb les dues càrregues i el punt que heu determinat.
4. Explicau quan es dona el fenomen de reflexió total. Quin és el valor de l'angle límit per a la llum incident sobre una superfície que separa vidre d'aire? (L'índex de refracció del vidre és  $n = 1,6$ )
5. Una de les llunes de Júpiter, Ío, segueix una òrbita de radi  $4,22 \times 10^8$  m amb un període d' $1,55 \times 10^5$  s.
  - a) Donau el radi de l'òrbita de Cal·listo, un altre satèl·lit de Júpiter, que té un període d' $1,44 \times 10^6$  s.
  - b) Calculeu la massa de Júpiter.
  - c) El radi de Júpiter és 11,2 vegades el radi terrestre, que val 6 370 km. Determineu el valor de l'acceleració de la gravetat a la superfície de Júpiter.
6. Un moviment harmònic simple de 440 Hz i 2,0 cm d'amplitud es propaga per una corda tensa a una velocitat de 1 450 m/s. Determineu:
  - a) L'equació d'aquest moviment harmònic simple.
  - b) L'equació de l'ona generada, considerant que es propaga en el sentit positiu d'un eix  $OX$ .
  - c) L'equació del moviment d'un punt de la corda que es troba a 3,0 m d'on s'origina l'ona.

## Física

### Model 2

#### OPCIÓ B

1. L'efecte fotoelèctric consisteix en l'emissió d'electrons quan s'il·luminen certs metalls. Què s'observa en l'emissió d'electrons quan augmentam la intensitat de la llum incident sense modificar-ne la freqüència? I si, mantenint la mateixa intensitat, n'augmentam la freqüència?
2. Sobre una càrrega de  $3,2 \mu\text{C}$  hi actua una força elèctrica de  $2,4 \text{ N}$ . La càrrega està situada entre dues plaques metal·liques planes i paral·leles separades  $2,0 \text{ mm}$ . Quin és el valor de la diferència de potencial que hi ha entre les plaques?
3. Un cos de  $7,0 \text{ g}$  descriu un moviment harmònic simple d'amplitud  $10,0 \text{ cm}$  i freqüència  $3,0 \text{ Hz}$ . Sense considerar altres forces que l'elàstica, per a quin valor de l'elongació s'igualen les energies potencial i cinètica d'aquest cos?
4. Per una espira circular de radi  $5,0 \text{ cm}$  hi circula un corrent d'intensitat  $10,0 \text{ A}$ . Determinau el vector camp magnètic  $\mathbf{B}$  al centre de l'espira.  
(Permeabilitat magnètica del buit:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ )
5. L'estació espacial ISS fa voltes a la Terra amb un període de  $90 \text{ minuts}$ . Considerant que segueix una òrbita aproximadament circular,
  - a) a quina altura per damunt la superfície terrestre es troba l'estació espacial ISS?  
( $R_T = 6370 \text{ km}$ )
  - b) a quina velocitat es desplaça?
  - c) Sabent que la massa de l'estació és de  $419400 \text{ kg}$  aproximadament, quin és el seu pes mentre es troba en òrbita?
6. Considerau una lent convergent de  $10 \text{ cm}$  de distància focal i dos objectes situats a  $15 \text{ cm}$  i  $5 \text{ cm}$  respectivament de la lent; per a ambdós objectes:
  - a) Determinau la distància imatge i digau si la imatge és real o virtual.
  - b) Determinau l'augment lateral i digau si la imatge és dreta o invertida.
  - c) Explicau en cada cas on hem de col·locar l'ull per observar bé la imatge directament.

## Física

### Model 2. Solucions

Com a criteri general, les respostes s'han de justificar. El plantejament correcte de la resposta es puntea amb 0,5 punts. S'han de posar les unitats correctes a les solucions numèriques; si no són les correctes o no s'han posat, es restaran 0,25 punts, com les errades en els factors de les fórmules emprades. Cada qüestió i apartat de problema té un punt com a puntuació màxima.

### OPCIÓ A

1. L'activitat d'una mostra amb  $N(t)$  nuclis inestables és  $A(t) = \lambda N(t)$ , on  $\lambda$  és la constant radioactiva que depèn del núclid en qüestió. La relació entre la constant radioactiva i el període de semidesintegració,  $T_{1/2}$ , és

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Atès que  $N_1(t_0) = N_2(t_0)$ , la relació de les activitats de les dues mostres a l'instant  $t_0$  serà:

$$\frac{A_1(t_0)}{A_2(t_0)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{T_{1/2,2}}{T_{1/2,1}} = \frac{1}{2}.$$

És a dir, l'activitat de la mostra amb el núclid de període de semidesintegració més baix duplica l'activitat de l'altra mostra.

2. La partícula  $\alpha$ , que té una càrrega  $2e$ , arribarà al camp magnètic amb una energia cinètica  $K = 2e \times 5,0 \text{ kV}$ . Per tant, la seva velocitat serà:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_\alpha}} = 694682 \text{ m/s}.$$

Com que la força magnètica,  $F_m = 2evB$ , és l'única força i és perpendicular a la velocitat, serà la força centrípeta,  $F_c = m_\alpha v^2/r$ . De l'equació  $F_m = F_c$  podem aïllar el radi, que és

$$r = \frac{m_\alpha v}{2eB} = 0,0576 \text{ m}.$$

És a dir, descriurà una circumferència, continguda en un pla perpendicular al camp magnètic de radi 57,6 mm.

3. Si  $\mathbf{E}_1$  és el camp elèctric creat per la càrrega  $Q_1 = -4,0 \text{ nC}$  i  $\mathbf{E}_2$  el creat per la càrrega  $Q_2 = 2,0 \text{ nC}$ , el camp elèctric s'anul·larà on  $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0$ . Si  $Q_1$  es troba a  $x = 0$  i  $Q_2$  a  $x \equiv D = 8,0 \text{ mm}$ , el camp sols es pot anul·lar per a  $x > D$ , a una distància  $d$  de  $Q_2$  i  $D + d$  de  $Q_1$ , es satisfà:

$$\frac{|Q_1|}{(D+d)^2} = \frac{|Q_2|}{d^2} \rightarrow \frac{|Q_1|}{|Q_2|} = \left(\frac{D+d}{d}\right)^2$$

Substituint valors i resolent per  $d$  obtenim:

$$d = (\sqrt{2} + 1)D.$$

El camp elèctric s'anul·la a 19,3 mm de  $Q_2$  i 27,3 mm de  $Q_1$ .

## Física

### Model 2. Solucions

4. La reflexió total és un fenomen que es produeix quan una ona, en particular llum, incideix sobre una superfície que separa dos medis amb un angle d'incidència més gran que l'angle límit  $\theta_c$ . L'angle límit és l'angle per al qual l'ona es refractaria amb un angle més gran o igual a  $\pi/2$ , d'acord amb la llei d'Snell, atès que això no és possible l'ona es reflecteix completament. Tractant-se de llum, l'angle límit ve determinat per la relació  $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$ , on  $n_1$  és l'índex de refracció del medi incident i  $n_2$  l'índex de refracció del segon medi. Per al cas d'incidència sobre aire des de vidre, l'angle límit serà

$$\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \frac{1,0}{1,6} \approx 39^\circ$$

5. La tercera llei de Kepler relaciona els períodes  $T$  amb els respectius radis  $R$  de les òrbites de cada un dels satèl·lits de Júpiter. Si  $M_J$  és la massa de Júpiter, aquesta relació és:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J}. \quad (1)$$

- a) Així relacionam  $T$  i  $R$  d'Ió i Cal·listo,

$$\frac{T_I^2}{R_I^3} = \frac{T_C^2}{R_C^3} \rightarrow R_C = \left(\frac{T_C}{T_I}\right)^{2/3} R_I = 1,84 \times 10^9 \text{ m}$$

- b) De l'equació (1) podem obtenir la massa de Júpiter

$$M_J = \frac{4\pi^2 R^3}{G T^2} = 1,85 \times 10^{27} \text{ kg}$$

- c) L'acceleració de la gravetat a la superfície de Júpiter és

$$g_J = G \frac{M_J}{R_J^2} = 24,1 \text{ m/s}^2$$

6. a) L'equació d'un m.h.s. es pot escriure com

$$y(t) = A \sin(2\pi f t + \varphi)$$

Podem fer que  $\varphi = 0$  fixant un origen de temps tal que  $y(0) = 0$ . Així l'equació que ens donarà la posició  $y(t)$  en metres serà

$$y(t) = 2,0 \times 10^{-2} \sin(880 \pi t).$$

- b) L'equació d'una ona que es propaga en el sentit positiu d'un eix  $x$  és

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} + \varphi \right)$$

Si feim que  $\varphi = 0$  amb la condició  $y(0, 0) = 0$ , l'equació queda

$$y(x, t) = 2,0 \times 10^{-2} \sin(1,9 x - 2764,6 t)$$

- c) L'equació que es demana serà  $y(3, t) = 2,0 \times 10^{-2} \sin(5,7 - 2764,6 t)$ .

## Física

### Model 2. Solucions

#### OPCIÓ B

1. Si la freqüència  $\nu$  era suficient per aconseguir l'emissió d'electrons, és a dir,  $h\nu \geq W_0$  on  $h$  és la constant de Plank i  $W_0$  és el treball d'extracció, en augmentar la intensitat de la llum incident augmentarà el nombre d'electrons emesos, però no la seva energia. Si augmentam la freqüència  $\nu$  de la llum incident, augmentarà l'energia dels electrons emesos,  $h\nu - W_0$ .
2. El camp  $E$  entre les plaques és uniforme i val  $V/d$ , on  $V$  és la diferència de potencial entre les plaques i  $d$  la seva separació.

$$\text{De } F = QE = \frac{QV}{d}, \text{ aïllant } V, \text{ obtenim } V = \frac{Fd}{Q} = 1,5 \text{ kV.}$$

3. En un m.h.s. l'energia potencial en funció de l'elongació  $x$  és  $U(x) = 1/2 kx^2$ , l'energia total serà  $E = 1/2 kA^2$  on  $k$  és la constant de la força recuperadora i  $A$  l'amplitud de les oscil·lacions. L'energia cinètica serà  $K(x) = E - U(x) = 1/2 k(A^2 - x^2)$ . De la condició  $U(x) = K(x)$  resulta l'equació  $x^2 = A^2 - x^2$  que té per solució  $x = A/\sqrt{2} = \pm 7,1 \text{ cm}$ .
4. La magnitud del camp magnètic  $B$  al centre de l'espira serà:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = 1,26 \times 10^{-4} \text{ T.}$$

La direcció de  $B$  és perpendicular al pla que conté l'espira, i el sentit apunta cap on es veu el corrent girant en sentit positiu (antihorari).

5. a) Aplicant la tercera llei de Kepler a l'òrbita de l'estació ISS obtenim

$$(R_T + h)^3 = \frac{GM_T}{4\pi^2} T^2$$

on substituint  $GM_T = g_0 R_T^2$  i aïllant  $h$  obtenim:

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2}} - R_T = 277 \text{ km}$$

- b) Es desplaça a una velocitat  $v$  donada per

$$v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T} = 7,7 \times 10^3 \text{ m/s} = 28000 \text{ km/h.}$$

- c) El pes és  $mg$ , on  $m$  és la massa de l'estació i  $g$  l'acceleració de la gravetat a l'òrbita, que val:

$$g = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = g_0 \left( \frac{R_T}{R_T + h} \right)^2 = 8,99 \text{ m/s}^2$$

Per tant, el pes de l'estació ISS estan en òrbita és de  $3,77 \times 10^6 \text{ N}$ , un 92 % del que pesaria a la superfície de la Terra.

**Física**

## Model 2. Solucions

6. a) Per a lents primes la relació entre les posicions de l'objecte  $s$  i de la imatge  $s'$  és:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Aïllant  $s'$  obtenim

$$s' = \frac{sf}{s - f}.$$

Així per a  $s = 15$  cm la posició de la imatge és  $s' = 30$  cm, és a dir, la imatge és real. Mentre que per a  $s = 5$  cm la posició de la imatge és  $s' = -10$  cm, la imatge és virtual.

- b) L'augment lateral  $m$  ve donat per:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}.$$

Per l'objecte situat a  $s = 15$  cm l'augment lateral val  $m = -2$ , la imatge és invertida i per l'objecte situat a  $s = 5$  cm l'augment lateral és  $m = 2$ , l'imatge és dreta.

- c) Ambdues imatges es poden observar a ull nu, sense necessitat de cap altre instrument, sempre que la imatge se situï més enfora que el punt pròxim de l'ull, que es considera situat a 25 cm de l'ull. És a dir, hem de situar l'ull, com a mínim, a 55 cm de la lent en el primer cas i a 15 cm en el segon cas.