OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Dos cuerpos puntuales idénticos, de masa 10^6 kg cada uno, se encuentran fijados en los puntos (–100, 0) y (100, 0), respectivamente, de un cierto sistema de referencia (X,Y). Todas las distancias se dan en metros.

a) [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por estas dos masas en el punto (0, 100).

b) [1 PUNTO] Hallar el potencial gravitatorio, debido a las dos masas, en el punto (0, 0).

2. Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,\,t) = 6 \text{ sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{9} - \frac{x}{6}\right)\right]$$

a) [1 PUNTO] Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

b) [1 PUNTO] Hallar la distancia a la que se encuentran en un instante dado dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 3π radianes.

3. Una lámina horizontal de vidrio de índice de refracción 1.55 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de un líquido, de índice de refracción 1.25. Sobre la lámina de vidrio, incide un rayo de luz monocromática de frecuencia 5.0 10^{14} Hz, con ángulo de incidencia de 30°. Determínese:

a) [1 PUNTO] El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina de vidrio hacia el líquido con la normal a la misma.

b) [0,5 PUNTOS] La longitud de onda de la luz que atraviesa el vidrio, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente la 'ley de la reflexión'.

Datos: 1 nm = 10^{-9} m.

4. Una espira circular de sección 50 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo B = 10 T, siendo el eje perpendicular al plano de la espira y que pasa por el centro de la misma inicialmente paralelo a las líneas del campo magnético

a) [1 PUNTO] Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de 50 Hz, determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.

b) [1 PUNTO] Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme hasta hacerse nulo en 0.05 s, determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.

Datos: 1 μC = 10^{-6} C.

5. La actividad de una muestra que contiene un cierto elemento radiactivo R es de 8.0 10^{11} Bq. El período de semidesintegración del elemento R es de 1 600 días.

a) [1 PUNTO] Hallar el número de núcleos de R en la muestra.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar el número de núcleos radiactivos que quedarán en la muestra al cabo de 6 400 días.

c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente la relación entre el 'período de semidesintegración de un elemento' y su 'constante de desintegración'.

Datos: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

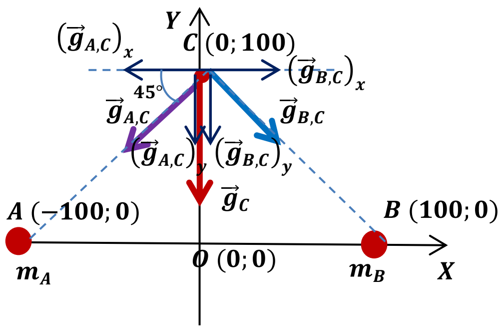
FÍSICA JUNIO 2015 OPCIÓN – 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^{8}$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^{2} kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^{9}$ N m^{2} C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Dos cuerpos idénticos de, de masa 10^{16} kg cada uno, se encuentran fijados en los puntos (-100; 0) y (100; 0), respectivamente, de un cierto sistema de referencia (X,Y). Todas las distancias se dan en metros.

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por estas dos masas en el punto (0; 100)



$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{20000}\ m$$

$$\vec{g}_C = \vec{g}_{A,C} + \vec{g}_{B,C}$$

Como ambas masas son iguales y la distancia de ambas masas al punto C también son iguales, el módulo de las intensidades de campo que crean ambas masas son iguales. Por simetría las dos componentes horizontales de ambos campos son iguales y de sentido contrario, por lo que se anulan entre sí. Las dos componentes verticales son iguales y su suma nos da el campo total en dicho punto.

$$\vec{g}_C = (\vec{g}_{A,C})_y + (\vec{g}_{B,C})_y = 2\ .\ (\vec{g}_{A,C})_y = -2\ .\ G\ .\frac{m_A}{(r_{AC})^2}\ .\ sen\ 45°\ \vec{j}$$

$$\vec{g}_C = -2\ .\ 6,7.10^{-11}\ .\frac{10^6}{20000}\ .\ sen\ 45°\ \vec{j} = -4,74.10^{-9}\ .\ \vec{j}\ \ N/kg$$

b) **(1 p)** Hallar el potencial gravitatorio debido a estas dos masas en el punto (0,0).

Por simetría, ambas masas son iguales y las distancias de ambas masas al punto O son iguales, los potenciales creados por ambas masas son iguales.

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = 2\ .\ V_{A,O} = 2\ .\ \left(-\ G\ .\ \frac{m_A}{r_{AO}}\right) = 2\ .\ \left(-6,67.10^{-11}\ .\ \frac{10^6}{100}\right) = -1,34.10^{-6}\ J/kg$$

2.- Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\ (x,t) = 6\ .\ sen\ \left[2\pi\ .\ \left(\frac{t}{9} - \frac{x}{6}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\ (x;t) = A\ .\ sen\ (\omega\ .\ t - k\ .\ x + \varphi_0) = A\ .\ sen\ \left(\frac{2\pi}{T}\ .\ t - \frac{2\pi}{\lambda}\ .\ x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$A = 6\ m; \qquad \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow T = 9\ s; \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{9}\ Hz; \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \lambda = 6\ m$$

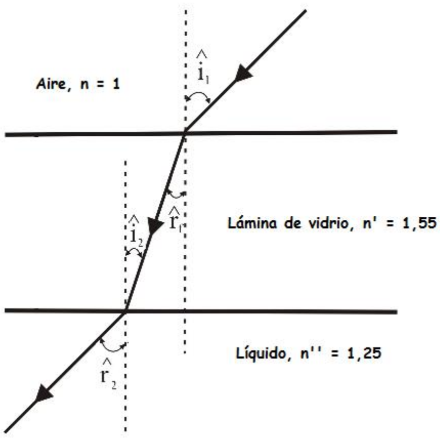
$$v = \lambda\ .\ f = 6\ .\ \frac{1}{9} = 0,67\ m/s$$

b) **(1 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 3π radianes.

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta \varphi} \quad \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda \, . \, \Delta\varphi}{2\pi} = \frac{6 \, . \, 3\pi}{2\pi} = 9 \ m$$

3.- Una lámina horizontal de vidrio de índice de refracción 1,55 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de líquido, de índice de refracción 1,25. Sobre la lámina de vidrio, incide un rayo de luz monocromática de frecuencia $5{,}0.10^{14}$ Hz, con un ángulo de incidencia de 30°. Determínese:

a) **(1 p)** El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina de vidrio hacia el líquido con la normal a la misma.



Se produce una doble refracción.

Aire – Lámina: si aplicamos la ley de Snell de la refracción

$$n \, . \, sen \ \hat{\imath_1} = n' . \ sen \ \widehat{r_1} \Rightarrow 1 \, . \ sen \ 30° = 1{,}55 \, . \ sen \, \widehat{r_1} \Rightarrow \widehat{r_1} = 18{,}8°$$

Lámina – Líquido: $\widehat{r_1} = \hat{\imath_2}$, ya que se trata de ángulos internos alternos.

$$n' . \ sen \ \hat{\imath_2} = n'' . \ sen \ \widehat{r_2} \Rightarrow 1{,}55 \, . \ sen \ 18{,}8° = 1{,}25 \, . \ sen \, \widehat{r_2}$$

$$\widehat{r_2} = 23{,}5°$$

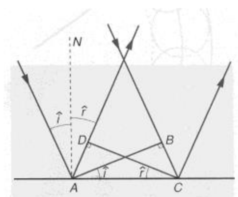
b) **(0,5 p)** La longitud de onda de la luz que atraviesa el vidrio, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

$$v = \lambda . \ f \ \Rightarrow \frac{c}{n} = \lambda . \ f \ \Rightarrow \lambda = \frac{c}{n \, . \, f} = \frac{3.10^8}{1{,}55 \, . \ 5.10^{14}} = 3{,}87.10^{-7} \, m = 387 \ nm$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la "ley de la reflexión".

La reflexión es el cambio que se produce en la dirección de propagación de una onda dentro de un medio. Este fenómeno se presenta cuando una onda incide sobre la superficie que separa el medio por el que se propaga de otro medio de propiedades elásticas distintas.
Al estudiar experimentalmente estos fenómenos, Snell observó que se cumplían las siguientes relaciones:

- **El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano**
- **Los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales**



Se llama reflexión especular a la reflexión de la luz sobre una superficie pulida, un espejo. Si la superficie es irregular, también se produce reflexión, pero los rayos reflejados salen en todas direcciones, es lo que se conoce como reflexión difusa. La luz difusa ilumina la superficie y hace visibles los objetos no luminosos.

4.- Una espira circular de sección 50 cm^2 se encuentra situada en un campo magnético uniforme de módulo B = 10 T, siendo el eje perpendicular a la espira, y que pasa por el centro de la misma, paralelo a las líneas del campo magnético.

a) **(1 p)** Si la espira gira alrededor de su diámetro con una frecuencia de 50 Hz, determínese la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B} \, . \, \vec{S} = B \, . \, S \, . \cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. Como la espira está girando con movimiento circular uniforme, este ángulo va variando a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \theta_0 + \omega \, . \, t = 0 + 2\pi \, . f \, . \, t = 100\pi \, . \, t \quad (rad/s)$$

Por lo que el flujo que atraviesa la espira será:

$$\phi = \vec{B} \, . \, \vec{S} = B \, . \, S \, . \cos\theta = 10 \, . \, 5.10^{-3} \, . \, cos\,(100\pi \, . \, t) = 0,05 \, . \, cos\,(100\pi \, . \, t) \;\; (Wb)$$

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N \, . \, \frac{d\phi}{dt} = -N \, . \frac{d\left(0,05 \; . \; cos\,(100\pi \, . \, t)\right)}{dt} = -1\,(0,05 \, . \, 100\pi \, . -sen\;(100\pi \, . \, t)$$

$$\varepsilon_{ind} = 5\pi \, . \, sen\,(100\pi \, . \, t) \;\; (V)$$

b) **(1 p)** Si la espira está inmóvil, con su sección perpendicular al campo, y el campo magnético disminuye de forma uniforme, hasta hacerse nulo, en 0,05 s, determínese la fuerza electromotriz de la corriente inducida en la espira.

Al inicio el flujo es máximo y cuando se anula el campo el flujo es cero.

$$\varepsilon_{ind} = -N \, . \, \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \, . \frac{(0 - B \, . \, S \, . \, cos\,0°)}{\Delta t} = -1. \left[\frac{0 - (10 \, . \, 5.10^{-3})}{0,05}\right] = 1 \;\; V$$

5.- La actividad de una muestra que contiene un cierto elemento radiactivo R es de 8,0.10^{11} Bq. El período de semidesintegración del elemento R es de 1600 días.

DATO: 1 Bq = 1 desintegración por segundo

a) **(1 p)** Hallar el número de núcleos de R en la muestra

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1600} = 4,33.10^{-4} \;\; día^{-1} = 5,01.10^{-9} \;\; s^{-1}$$

$$A_0 = \lambda \, . \, N_0 \quad \Rightarrow \quad N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{8.10^{11}}{5,01.10^{-9}} = 1,6.10^{20} \; núcleos$$

b) **(0,5 p)** Hallar el número de núcleos radiactivos que quedarán en la muestra al cabo de 6400 días.

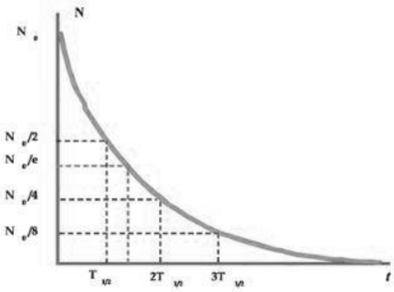
$$N = N_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \quad \Rightarrow \quad N_A = 1,6.10^{20} \, . \, e^{-4,33.10^{-4} \, . \, 6400} = 1.10^{19} \;\; núcleos$$

c) **(0,5 p)** Explica brevemente la relación entre el "período de semidesintegración de un elemento" y su "constante de desintegración".

En una muestra de material radiactivo compuesta inicialmente por N_0 núcleos, la cantidad de núcleos va disminuyendo con el tiempo debido a que parte de ellos se van desintegrando. En un instante posterior, la cantidad que queda sin desintegrar es N, demostrándose que en un intervalo Δt, se desintegran un número de núcleos ΔN, que es proporcional al número N de átomos existentes:

$$\Delta N = -\lambda \, . \, N \, . \, \Delta t$$

La constante de proporcionalidad, λ, se denomina constante de desintegración o constante radiactiva. Representa la probabilidad por unidad de tiempo de que se desintegre un núcleo. Tiene un valor característico para cada núcleo radiactivo. El signo (-) de la ecuación significa que el número de núcleos N disminuye con el tiempo.



Si tomamos un intervalo de tiempo infinitesimal e integramos, obtenemos que:

$$N = N_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t}$$

Expresión que permite calcular el número de núcleos radiactivos que quedan sin desintegrar en cada instante, que como observamos disminuye de manera exponencial con el tiempo.

El período de semidesintegración ($T_{1/2}$) es el tiempo que tarda una muestra radiactiva de N_0 núcleos en reducirse a la mitad:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, T_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{ln\ 2}{\lambda}$$

Como observamos en esta expresión, ambas magnitudes son inversamente proporcionales.