Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

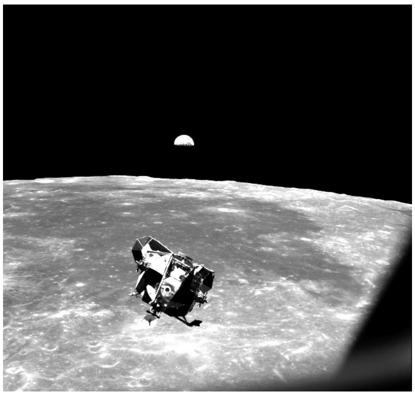
Sèrie 1

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) L'any 1969, el mòdul de comandament *Columbia*, de la missió Apollo 11, tripulada per l'astronauta Michael Collins, orbitava a 100 km d'altura sobre la superfície de la Lluna amb un període de 118 minuts. Mentrestant, Neil Armstrong i Edwin Aldrin, els altres dos tripulants, caminaven sobre la Lluna. Calculeu:

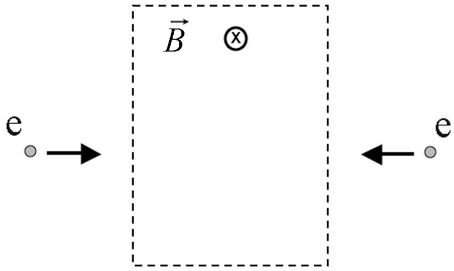


a) La massa de la Lluna i la intensitat del camp gravitatori a la superfície lunar.

b) La velocitat d'escapament des de la superfície lunar.

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$
$R_{\mathrm{Lluna}} = 1{,}74 \times 10^3\ \mathrm{km}$

P2) En una regió de l'espai hi ha un camp magnètic constant dirigit cap a l'interior del paper. En aquesta regió entren dos electrons amb la mateixa rapidesa i la mateixa direcció, però movent-se en sentits contraris, tal com indica la figura.



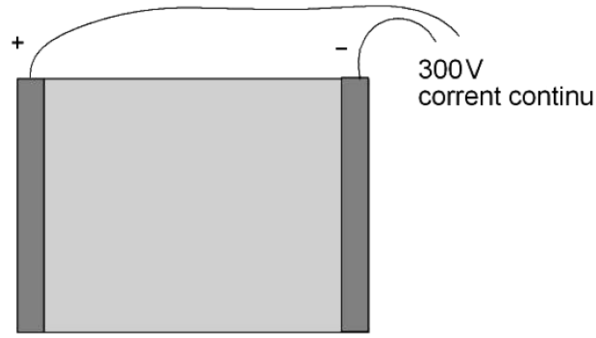
a) Dibuixeu la força magnètica que actua sobre cada electró quan entra en la regió on hi ha el camp magnètic. Justifiqueu i dibuixeu les trajectòries dels dos electrons i indiqueu el sentit de gir.

b) Eliminem aquest camp magnètic i el substituïm per un altre camp magnètic, de manera que els electrons no es desvien quan entren en aquesta regió. Dibuixeu com hauria de ser aquest nou camp magnètic. Justifiqueu la resposta.

NOTA: No és vàlida la resposta $\vec{B} = 0$.

OPCIÓ A

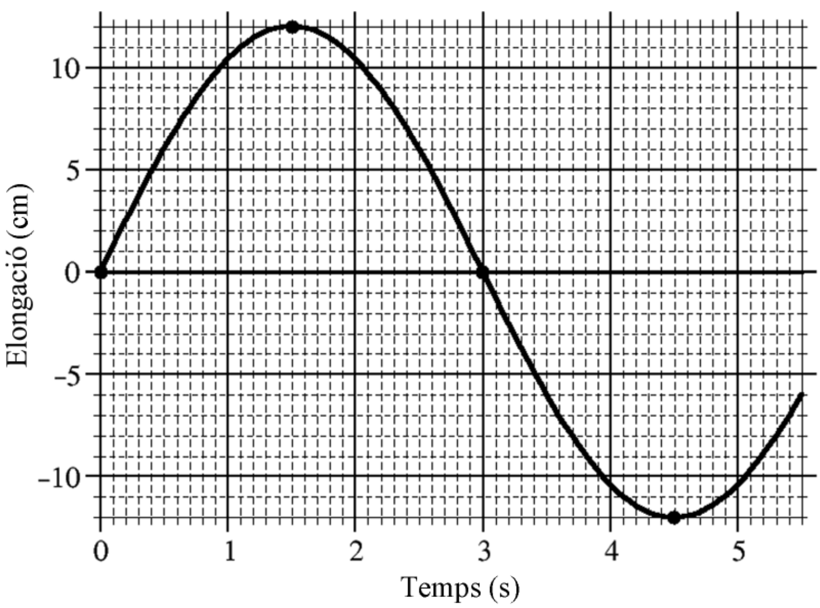
P3) L'electroforesi és un mètode per a analitzar mescles. Disposem una mostra entre dos elèctrodes connectats a una diferència de potencial de 300 V. La distància entre els elèctrodes és de 20,0 cm.



a) Dibuixeu les línies del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes i les diferents superfícies equipotencials. Indiqueu el potencial de cada una de les superfícies. Calculeu el valor del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes, i indiqueu la direcció i el sentit de les partícules positives i les negatives.

b) En les condicions adequades, les molècules adquireixen càrrega elèctrica i es desplacen en l'aparell d'electroforesi amb un moviment rectilini lent i uniforme. Calculeu la força elèctrica i la força de fricció que actuen sobre una molècula de timina amb una càrrega de $-1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

P4) La gràfica següent representa el moviment d'un cos de 250 g de massa que oscil·la, sense fregament, unit a una molla.

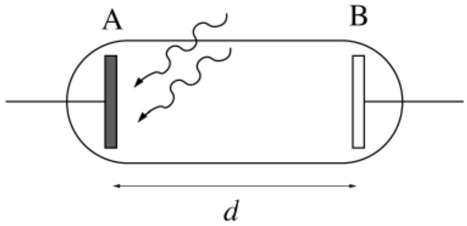


a) Calculeu l'amplitud, la freqüència angular, el període i la fase inicial d'aquest moviment.

b) Escriviu l'equació del moviment i calculeu l'energia mecànica total del sistema.

P5) Disposem d'un tub de buit com el de la figura. L'elèctrode A és fet de potassi, que té $W_0 = 2{,}29$ eV com a valor de treball d'extracció.

a) Determineu la velocitat amb què surten els electrons arrancats de l'elèctrode A quan l'il·luminem amb llum de color violat de 400 nm de longitud d'ona.



b) A continuació canviem l'elèctrode A per un altre que és fet d'un material desconegut. Per tal de determinar de quin material es tracta, l'il·luminem un altre cop amb la mateixa llum d'abans, i determinem que el potencial de frenada dels electrons de l'elèctrode A és $V_f = 0{,}17$ V. Determineu el treball d'extracció del material i indiqueu de quin element és fet a partir de la taula de valors següent:

Element	Ba	Li	Mg	As	Al	Bi	Cr	Ag	Be
W_0(eV)	2,70	2,93	3,66	3,75	4,08	4,34	4,50	4,73	4,98

DADES: Massa de l'electró, $m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
Constant de Planck, $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s
Velocitat de la llum, $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m s^{-1}
1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J

OPCIÓ B

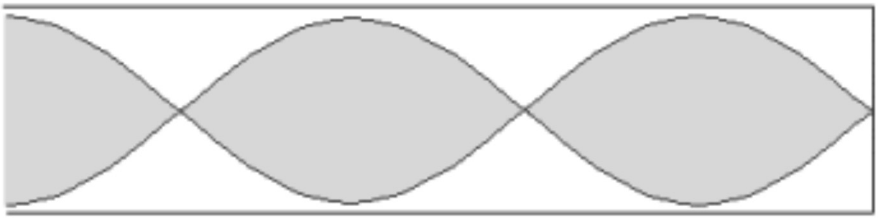
P3) El iode pot ser un radiofàrmac. L'isòtop $^{131}_{53}$I és una font de raigs gamma. S'injecta al pacient per poder obtenir imatges gammagràfiques. Aquest radioisòtop té un període de semidesintegració de 13,2 h.

a) Quina fracció de $^{131}_{53}$I resta al cos 24,0 hores després d'injectar el fàrmac?

b) En un altre procés, el $^{131}_{53}$I també pot produir $^{131}_{54}$Xe. Escriviu l'esquema del procés nuclear. Quina partícula s'emet?

Exemple de gammagrafia

P4) El clarinet és un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionàries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz.



a) Quina és la llargària del clarinet?

b) Si la nota es toca amb una intensitat d'$1{,}00 \times 10^{-5}$ W m^{-2} i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?

DADA: $v_{\text{so}} = 340$ m s^{-1}

P5) Quatre càrregues elèctriques positives, d'$1{,}00 \times 10^{-5}$ C cadascuna, es troben als vèrtexs respectius d'un quadrat de $\sqrt{2}$ m de costat. Calculeu:

a) L'energia necessària per a la formació del sistema de càrregues.

b) El valor de la càrrega elèctrica negativa que hem de situar al centre del quadrat perquè la força electrostàtica sobre cadascuna de les càrregues sigui nul·la.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^{9}$ N m^2 C^{-2}

Física curs 2012-2013

Sèrie 1

P1)

a)

$$G\frac{M_L}{(R_L + h)^2} = (R_L + h)\,\omega^2 \;\boxed{\mathbf{0.4}} \;\Rightarrow M_L = \frac{(R_L + h)^3}{G}\,\omega^2 \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$M_L = \frac{\left(1.74\times 10^6 + 10^5\right)^3}{6,67\times 10^{-11}}\left(\frac{2\pi}{1,18\times 10^2\cdot 60}\right)^2 = 7,36\times 10^{22}\ \mathrm{kg}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$g_L = G\frac{M_L}{R_L^2} = 1,62\ \mathrm{m/s^2}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

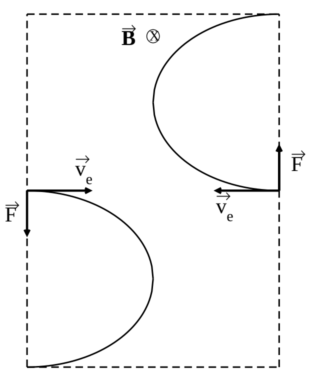
b)

$$E_{mecànica\,superfície\,Lluna} = -G\,\frac{M_L\,m}{R_L} + \frac{1}{2}m\,v^2\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

Un objecte es podrà escapar de la superfície de la Lluna si la seva energia mecànica és zero $\boxed{\mathbf{0.25}}$ $\Rightarrow$

$$-G\,\frac{M_L\,\cancel{m}}{R_L} + \frac{1}{2}\,\cancel{m}\,v^2 = 0 \;\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2G\,M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2\times 6.67\times 10^{-11}\;7,36\times 10^{22}}{1,74\times 10^6}} = 2,38\times 10^3\ \mathrm{m/s}\;\boxed{\mathbf{0.25}}$$

P2)

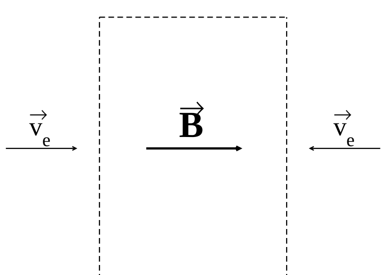
a) 

$\boxed{\mathbf{0.2}} + \boxed{\mathbf{0.2}}$

Els dos electrons segueixen una trajectòria circular, ja que la força que hi actua és perpendicular a la seva velocitat, $\boxed{\mathbf{0.2}}$ els dos electrons gira'n en sentit horari $\boxed{\mathbf{0.1}}$

$$q\;v\;B = m\;\frac{v^2}{R}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Els electrons descriuen circumferències del mateix radi, ja que les forçes tenen el mateix mòdul i els dos electrons tenen la mateixa massa i porten la mateixa velocitat. $\boxed{\mathbf{0.1}}$

b) 

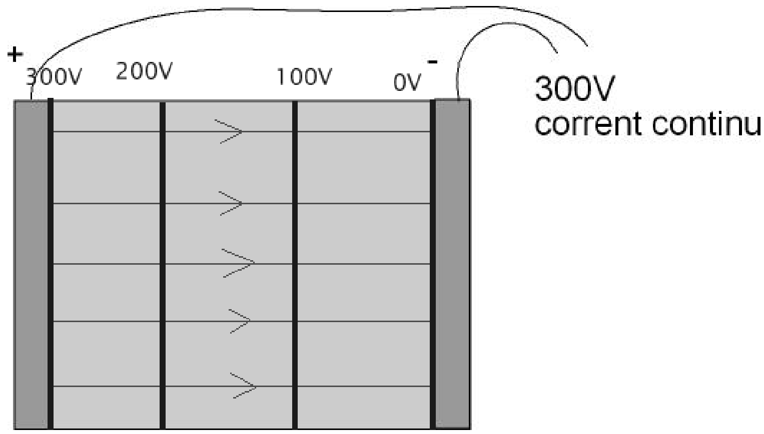
$\boxed{\mathbf{0.4}}$

(el camp magnètic també pot anar en sentit contrari). $\vec{\mathrm{B}}$ ha de ser paral·lel a la velocitat dels electrons $\boxed{\mathbf{0.4}}$, ja que la força serà: $|\vec{F}| = qvB\sin(\phi)$ com que $\phi = 0 \rightarrow \vec{F} = 0$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Opció A

P3)

a) És important que les línies de camp indiquin el sentit $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i que les superfícies equipotencials indiquin els valors dels seus potencials. [**0.2**] No és necessari que el 0 correspongui a l'elèctrode negatiu.



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

El valor del camp serà:

$$E = \frac{\Delta V}{x} = \frac{300V}{0,2m} = 1,50 \times 10^3 \mathrm{V/m} \text{ ó } 1,50 \times 10^3 \mathrm{N/C} \; \boxed{\mathbf{0.2}}$$

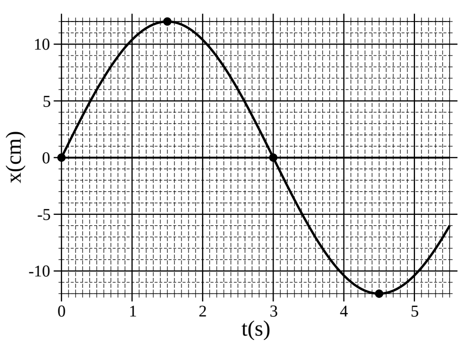
Les partícules negatives dipositades es mouran cap al pol positiu i les positives cap al pol negatiu. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

b) La força elèctrica ha de ser: $\vec{F} = q\,\vec{E} = -1,6 \times 10^{-19} C \;\, 1500 N/C\, \vec{i} = -2,40 \times 10^{-16} N\, \vec{i}$ o bé $2,40 \times 10^{-16} N\, \vec{i}$ si el signe de la càrrega és positiu. $\boxed{\mathbf{0.5}}$

Com que es mou amb un moviment rectilini i uniforme $\Rightarrow \Sigma\vec{F} = 0$, per tant la força de fricció ha de ser igual i de sentit contrari a la força elèctrica, o sigui el seu modul val: $2,40 \times 10^{-16} N$ $\boxed{\mathbf{0.5}}$.

P4)

a) A partir de la gràfica:



es pot concloure que:

1- L'amplitud és: $A = 12$ cm $\boxed{\mathbf{0.2}}$

2- El període és: $T = 2 \times 3 = 6,0$ s $\boxed{\mathbf{0.2}}$
i la freqüència angular és: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} = 1.0$ rad/s $\boxed{\mathbf{0.2}}$

3- La fase inicial és:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0) \;\Rightarrow 0 = 12 \sin(\phi_0) \;\Rightarrow\; \sin(\phi_0) = 0.0 \;\Rightarrow\; \phi_0 = 0.0 \boxed{\mathbf{0.4}}$$

(en el cas que facin servir la funció cosinus, la fase inicial ha de ser: $\frac{\pi}{2}$)

b) L'equació del moviment serà:

$$x(t) \,=\, 12\,\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)\ \text{cm}\boxed{\mathbf{0.4}}\ (\text{ó}\ x(t) \,=\, 12\ \cos(\frac{\pi}{3}t \,+\, \frac{\pi}{2}))$$

La constant de la molla ve donada per l'expressió:

$$K \,=\, m\,\omega^2 \,=\, 0.25\times\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \,=\, 2,7\cdot 10^{-1}\,\text{N/m}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

L'energia mecànica del cos és:

$$E \,=\, \frac{1}{2}\,K\,A^2 \,=\, 1.9\times 10^{-3}\ \text{J}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

P5)

a) A partir de $\lambda = 400\,\text{nm}$ obtenim la freqüència dels fotons incidents

$$\lambda = \frac{c}{f}\ \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \rightarrow \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^{8}}{4\cdot 10^{-7}} = 7.50\cdot 10^{14}\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

i la seva energia

$$h\,f\ \boxed{\mathbf{0.1}} = (6.63\cdot 10^{-34})(7.5\cdot 10^{14}) \equiv 4.97\cdot 10^{-19}\,\text{J}\,\boxed{\mathbf{0.2}}.$$

El treball d'extracció del Potassi és

$$2.29\,\text{eV}\,\frac{1.60\cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}} = 3.66\cdot 10^{-19}\,\text{J}\ .$$

i la energia cinètica amb la que surten els electrons arrancats de l'elèctrode A és per tant

$$E_c^A = h\,f - W_0 = 4.97\cdot 10^{-19} - 3.66\cdot 10^{-19} = 1.31\cdot 10^{-19}\,\text{J}\,\boxed{\mathbf{0.2}}.$$

Finalment, com que $E_c = mv^2/2$, obtenim

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\,(1.31\cdot 10^{-19})}{9.11\cdot 10^{-31}}} = 5.36\cdot 10^{5}\,\text{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}.$$

b) El potencial de frenada és el valor mínim de tensió que fa que els electrons que surten d'un dels elèctrodes no arribin a l'altre. Per tal d'aconseguir això, l'elèctrode B ha d'estar a un potencial menor que l'elèctrode A. Així doncs, quan incideixen fotons de freqüència f sobre A, s'arranquen electrons amb energia cinètica E_c^A d'acord a l'expressió

$$h\,f = W_0 + E_c^A\ ,\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

mentre que l'equació del balanç d'energia dels electrons que surten de A i van a B ens diu que

$$E_c^A + E_p^A = E_c^B + E_p^B\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

sent E_c i E_p les energies cinètica i potencial elèctrica, respectivament. En el nostre cas haurà de ser $E_c^B = 0$ i per tant

$$E_c^A = E_p^B - E_p^A = q(V_B - V_A) \equiv -q\,V_f\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

on, al ser $q < 0$, veiem que $V_A > V_B$ com era d'esperar. A l'anterior expressió, V_f és el valor del potencial de frenada. Juntant les expressions anteriors trobem

$$h\,f - W_0 = -q\,V_f\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

i per tant

$$W_0 = h\,f + q\,V_f\ .$$

A partir dels resultat d'abans per a la llum de longitud d'ona $\lambda = 400\,\text{nm}$ obtinguts abans

$$h\,f = 4.97\cdot 10^{-19}\text{J}\,\frac{1\,\text{eV}}{1.60\cdot 10^{-19}\,\text{J}} = 3.11\,\text{eV}\ .$$

obtenim

$$W_0 = h\,f + q\,V_f = 3.11 - 0.17 = 2.94\ \text{eV}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

de forma que el material desconegut és Liti. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Opció B
P3)

a)

$$N(t) \;=\; N_0\;\mathrm{e}^{-\frac{t\ln 2}{t_{1/2}}}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$N(t=24\mathrm{h}) \;=\; N_0\;\mathrm{e}^{-\frac{24\mathrm{h}\ln 2}{13.2\mathrm{h}}}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La fracció restant serà:

$$\frac{N(t=24\mathrm{h})}{N_0} \;=\; \mathrm{e}^{-\frac{24\mathrm{h}\ln 2}{13.2\mathrm{h}}} \;=\; 0.28 \text{ ó } 28\% \;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) La reacció serà la següent:

$$^{131}_{53}\mathbf{I} \;\rightarrow\; {}^{0}_{-1}\beta \;+\; {}^{131}_{54}\mathbf{Xe}\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

Veiem que es tracta d'una partícula β (o electró) $\boxed{\mathbf{0.5}}$

P4)

a) De l'esquema veiem que la llargada del clarinet (L) és:

$$L \;=\; \lambda_3 \;+\; \frac{\lambda_3}{4} \;=\; \frac{5\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 \;=\; \frac{4L}{5}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Per altre banda:

$$v_{so} \;=\; \lambda_3\;\nu_3 \;=\; \boxed{\mathbf{0.2}}\;\frac{4L}{5}\;\nu_3$$

Per tan:

$$L \;=\; \frac{5v_{so}}{4\nu_3} \;=\; \frac{5\;.\;340}{4\;.\;637} \;=\; 6,67\cdot 10^{-1}\ \mathrm{m}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) Si la intensitat del so augmenta el doble: $I_1\;\rightarrow 2\;I_1$ Nivell de sensació sonor inicial:

$$\beta_1 \;=\; 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\;dB\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Nou nivell de sensació sonor, al augmentar la intensitat en un factor 2:

$$\beta_2 \;=\; 10\log\left(\frac{2I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\log 2 \;+\; 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;= 10\log 2 + \beta_1\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$\Delta\beta \;= \beta_2 \;-\; \beta_1 \;=\; 10\log 2 = \;3.01\;dB$$

Per tan el nivell de sensació sonor augmenta en $3,01\;dB$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P5)

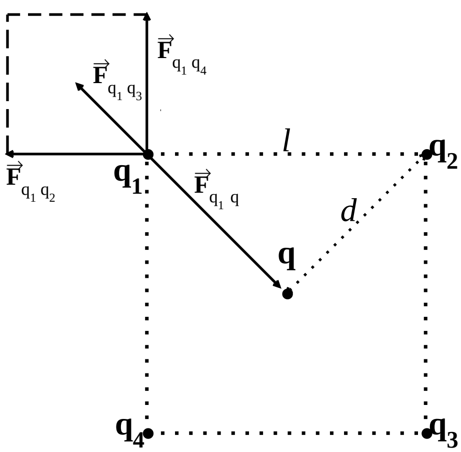
a) L'energia de formació del sistema de càrregues la podem obtenir a partir de l'energia potencial de les diferents parelles presents. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$E_{formació} \;=\; K\left\{\frac{q_1\;q_2}{r_{12}} \;+\; \frac{q_1\;q_3}{r_{13}} \;+\; \frac{q_1\;q_4}{r_{14}} \;+\; \frac{q_2\;q_3}{r_{23}} \;+\; \frac{q_2\;q_4}{r_{2_4}} \;+\; \frac{q_3\;q_4}{r_{34}}\right\} \;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Per altre banda: $r_{12} \;=\; r_{14} \;=\; r_{23} \;=\; r_{34} \;=\; \sqrt{2}$ m i $r_{13} \;=\; r_{24} \;=\; 2$ m; per tan:

$$E_{formació} \;=\; 9{\times}10^{9}{\cdot}10^{-10}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}} \;+\; \frac{1}{2} \;+\; \frac{1}{\sqrt{2}} \;+\; \frac{1}{\sqrt{2}} \;+\; \frac{1}{2} \;+\; \frac{1}{\sqrt{2}}\right\} \;=\; 0.9\left\{\frac{4}{\sqrt{2}} \;+\; 1\right\} \;=\; 3,45\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) Les quatre càrregues son iguals, per tant si trobem la càrrega que compensi la força d'una de les càrregues, per raons de simetria, quedaran compensades totes les forces del reste de càrregues. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ Ho farem per la càrrega q_1:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

A partir del gràfic veiem que, $l = \sqrt{2}$ m i $d = 1$ m i que:

$$\vec{F}_{q_1 q_2} \;+\; \vec{F}_{q_1 q_3} \;+\; \vec{F}_{q_1 q_4} \;=\; \vec{F}_{q_1 q} \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Igualem les diferents components dels vectors i tindrem:

$$|\vec{F}_{q_1 q_4}| \;+|\vec{F}_{q_1 q_3}|\;\cos(45^o) \;=\; |\vec{F}_{q_1 q}|\;\cos(45^o) \text{ o també } |\vec{F}_{q_1 q_2}| \;+|\vec{F}_{q_1 q_3}|\;\sin(45^o) \;=\; |\vec{F}_{q_1 q}|\;\sin(45^o)\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

per tan:

$$K\frac{10^{-10}}{2} \;+\; K\frac{10^{-10}}{4}\;\frac{1}{\sqrt{2}} \;=\; K\frac{|q|\cdot 10^{-5}}{1}\;\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$|q| \;=\; 10^{-5}\;\sqrt{2}\;\left\{\frac{1}{2} \;+\; \frac{1}{4\sqrt{2}}\right\} \;=\; 9.57\times 10^{-6}\ \mathrm{C} \;=\; 9.57\mu C\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$