UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2012

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. La aceleración de la gravedad en la superficie de Saturno es de 10.44 m s^{-2} y su masa es aproximadamente 100 veces la masa de la Tierra. Con estos datos y utilizando los datos del radio de la Tierra y de la gravedad en la superficie terrestre,

a) [1 PUNTO] Hallar la relación entre el radio de Saturno y el radio de la Tierra.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la velocidad de escape desde la superficie de Saturno.

c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente, desde el punto de vista de las energías implicadas, cómo se puede obtener la velocidad de escape de un planeta.

Datos: Masa de la Tierra: $M_T = 5.98\ 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra: $R_T = 6\ 370$ km. Gravedad en la superficie de la Tierra: $g = 9.80$ m s^{-2}.

2. En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\ (x,\ t) = 0.20\ \text{sen}\ (2t - 4x + \frac{\pi}{4})$$

a) [1 PUNTO] Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de esta onda.

b) [1 PUNTO] Hallar la velocidad de propagación de la onda.

3. Se dispone de una lente convergente de distancia focal 20 cm.

a) [1 PUNTO] Hallar la posición y la altura de la imagen formada por la lente si un objeto de 3 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 50 cm.

b) [1 PUNTO] Hallar la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si un objeto de 5 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 10 cm.

4. En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 9 m se sitúan dos cargas eléctricas puntuales iguales de carga 3 μC.

a) [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el vértice libre C del triángulo.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar el potencial eléctrico en dicho vértice libre C.

c) [0,5 PUNTOS] Hallar el trabajo que debe realizarse para llevar una partícula puntual de carga –2 μC desde el punto C hasta el infinito e interpretar físicamente su signo.

Datos: 1 μC = 10^{-6} C

5. La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de una lámina de plata (función trabajo) es de 7.52 10^{-19} J.

a) [1 PUNTO] Hallar la frecuencia umbral para la plata y la longitud de onda correspondiente a la misma.

b) [0,5 PUNTOS] Si se incide con una luz de longitud de onda 100 nm, ¿qué energía cinética tendrán los electrones extraídos?

c) [0,5 PUNTOS] Explique brevemente las energías que intervienen en la explicación del efecto fotoeléctrico.

Datos: 1 nm = 10^{-9} m.

SOLUCIÓN OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1 (SEPTIEMBRE 2012)

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

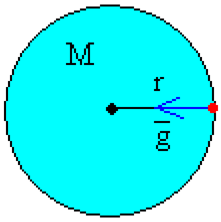
Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- La aceleración de la gravedad en la superficie de Saturno es de 10,44 m.s^{-2} y su masa es aproximadamente 100 veces la masa de la Tierra. Con estos datos y utilizando los datos del radio de la Tierra y de la gravedad en la superficie terrestre,

DATOS: Masa de la Tierra: M_T = 5,98.10^{24} kg Radio de la Tierra: 6 370 km.
Gravedad en la superficie de la Tierra: g = 9,80 m.s^{-2}

a) **(1 p)** Hallar la relación entre el radio de Saturno y el radio de la Tierra.

La intensidad de campo gravitatorio (aceleración de la gravedad) generado por un cuerpo de masa M a una distancia r de su centro es:



$$g = G\,.\,\frac{M}{r^2} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{G\,.\,M}{g}}$$

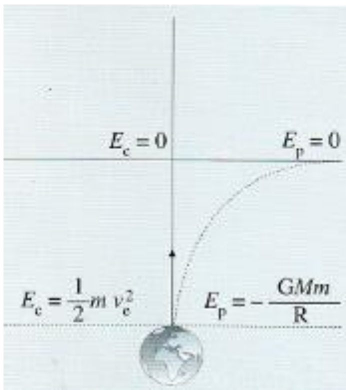
La relación de radios es:

$$\frac{R_S}{R_T} = \frac{\sqrt{\frac{G\,.\,M_S}{g_S}}}{\sqrt{\frac{G\,.\,M_T}{g_{0T}}}} = \sqrt{\frac{g_{0T}\,.\ M_S}{g_S\,.\ M_T}} = \sqrt{\frac{g_{0T}\,.\ 100\,.\,M_T}{g_S\,.\ M_T}} = \sqrt{\frac{g_{0T}\,.\ 100}{g_S}} = \sqrt{\frac{9,8\,.\ 100}{10,44}} = 9,7$$

b) **(0,5 p)** Hallar la velocidad de escape desde la superficie de Saturno.

c) **(0,5 p)** Describir brevemente, desde el punto de vista de las energías implicadas, cómo se puede obtener la velocidad de escape de un planeta.

Voy a responder los dos apartados conjuntamente.
La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste.
La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, de modo que la energía mecánica se conserva.
Para que un cuerpo lanzado desde un punto dentro de un campo gravitatorio pueda abandonar éste, el cuerpo debe llegar a un punto suficientemente alejado con energía potencial gravitatoria nula (ya que hemos tomado como referencia potencial 0 un punto suficientemente alejado, el infinito, donde la influencia gravitatoria puede considerarse nula) y con energía cinética nula. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0, de modo que aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:



$$\frac{-G\,.\,M\,.\,m}{R} + \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,v_e^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2\,.\,G\,.\,M}{R}} = \sqrt{\frac{2\,.\,g_S\,.\,R^2}{R}} = \sqrt{2\,.\,g_S\,.\,R_S} = \sqrt{2\,.\,g_S\,.\,9,7\,.\,R_T}$$

$$v_e = \sqrt{2\,.\ 10,44\,.\ 9,7\,.\ 6,37.10^6} = 3,6.10^4\ m/s$$

2.- En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,t) = 0,2\,.\ sen\ \left(2t - 4x + \frac{\pi}{4}\right)$$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de esta onda.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\ sen\ (\omega\,.\ t - k\,.\ x\ +\ \varphi_0) = A\,.\ sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\ t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\ x + \varphi_0\right)$$

Por identificación de términos:

$$A = 0,2\ m; \qquad \frac{2\pi}{T} = 2 \ \Rightarrow\ T = \pi\ s = 3,14\ s; \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} = 0,318\ Hz$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 4 \ \Rightarrow\ \lambda = \frac{\pi}{2}\ m = 1,57\ m$$

b) **(1 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi/2}{\pi} = 0,5\ m/s$$

3.- Se dispone de una lente convergente de distancia focal 20 cm.

a) **(1 p)** Hallar la posición y la altura de la imagen formada por la lente si un objeto de 3 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 50 cm.

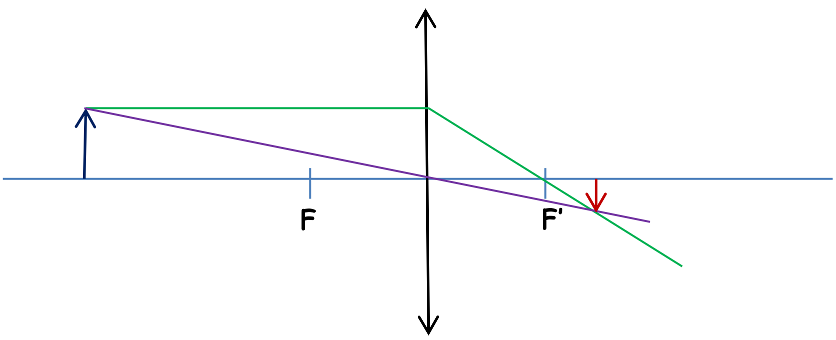
Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-50} = \frac{1}{20} \quad\Rightarrow\quad s' = 33,3\ cm \quad (imagen\,real)$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad\Rightarrow\quad y' = y\,.\left(\frac{s'}{s}\right) = 3\,.\left(\frac{33,3}{-50}\right) = -2\ cm$$

La imagen es invertida y menor.



(La imagen no está hecha a escala)

b) **(1 p)** Hallar la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si un objeto de 5 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 10 cm.

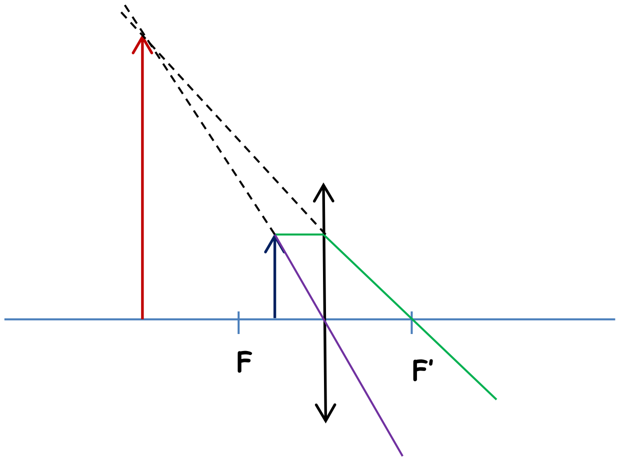
Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{20} \quad\Rightarrow\quad s' = -20\ cm \quad (imagen\,virtual)$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y' = y\,.\left(\frac{s'}{s}\right) = 5\,.\left(\frac{-20}{-10}\right) = \mathbf{10\ cm}$$

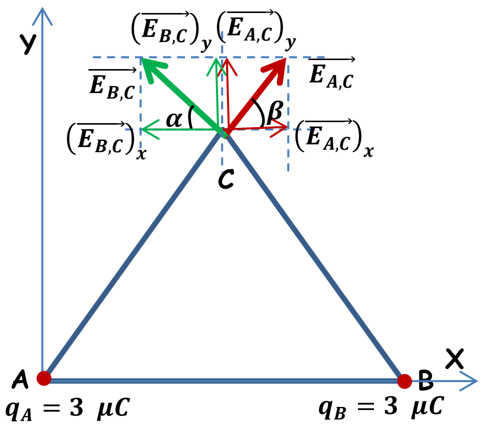
La imagen es derecha y mayor.



4.- En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 9 m se sitúan dos cargas eléctricas puntuales iguales de carga 3 μC.

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el vértice libre C del triángulo.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = 9\ m$$

$$\alpha = \beta = 60°$$

Por simetría el campo tendrá solo componente $\vec{j}$, ya que las componentes $\vec{i}$ se anulan entre sí. Además las componentes $\vec{j}$ de los campos creados por ambas cargas serán iguales.

Por lo tanto:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C,A} + \vec{E}_{C,B} = 2\,.\,K.\frac{q}{r^2}\,.\,(sen\,60°\,\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 2\,.\,9.10^9.\frac{3.10^{-6}}{9^2}\,.0,87\,\vec{j} = 577,35\ \vec{j}\ \frac{N}{C} \quad \Rightarrow \quad |\vec{E}_C| = 577,35\ \frac{N}{C}$$

Las componentes del vector cambian según el vértice elegido, pero el módulo no.

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en dicho vértice libre C.

El potencial creado por ambas cargas es igual, ya que ambas son del mismo valor y se encuentran a la misma distancia.

$$V_C = V_{C,A} + V_{C,B} = 2\,.\,K\,.\,\frac{q}{r} = 2\,.9.10^9\,.\frac{3.10^{-6}}{9} = 6.10^3\ V$$

El valor del potencial es el mismo sea cual sea el vértice elegido.

c) **(0,5 p)** Hallar el trabajo que debe realizarse para llevar una partícula puntual de carga -2 μC desde el punto C hasta el infinito e interpretar físicamente su signo.

Teniendo en cuenta que el potencial eléctrico en el infinito es cero, el trabajo necesario es:

$$(W_{A\to\infty})_{F\ eléctrica} = q'.\,(V_A - V_\infty) = -2.10^{-6}\,.\,(6.10^3 - 0) = -0,012\ J$$

El signo negativo indica que el proceso no es espontáneo, es necesaria una fuerza externa para trasladar la carga. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

5.- La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de una lámina de plata (función trabajo) es de $7{,}52.10^{-19}$ J.

DATOS: 1 nm = 10^{-9} m.

a) **(1 p)** Hallar la frecuencia umbral para la plata y la longitud de onda correspondiente a la misma.

Un electrón necesita una energía mínima para escapar de la superficie del metal. Esta energía mínima recibe el nombre de trabajo de extracción o función trabajo (W_e)
Si la energía del fotón es igual al trabajo de extracción, estamos ante la frecuencia umbral, cumpliéndose:

$$W_e = h\,.\,f_0 \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{7,52.10^{-19}}{6,6.10^{-34}} = 1,14.10^{15}\ Hz; \qquad \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3.10^8}{1,14.10^{15}} = 2,63.10^{-7}\ m$$

b) **(0,5 p)** Si se incide con una luz de longitud de onda 100 nm, ¿qué energía cinética tendrán los electrones extraídos?

Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón\ inc.} = W_{ext} + E_C \quad \Rightarrow \quad E_C = E_{fotón\ inc.} - W_{ext} = h\,.\frac{c}{\lambda} - W_{ext}$$

$$E_C = 6,6.10^{-34}\,.\frac{3.10^8}{10^{-7}} - 7,52.10^{-19} = 1,228.10^{-18}\ J$$

c) **(0,5 p)** Explique brevemente las energías que intervienen en la explicación del efecto fotoeléctrico.

- **La luz incidente está formada por un conjunto de partículas, denominadas fotones, sin masa y sin carga eléctrica, que transportan una energía $E = h\,.\,f$, conforme a la hipótesis de Planck.**
- **Toda la energía de un fotón se transmite a un electrón del metal, y cuando este salta de la superficie posee una energía cinética.**
- **Un electrón necesita una energía mínima para escapar de la superficie del metal. Esta energía mínima recibe el nombre de trabajo de extracción o función trabajo (W_e).**
- **Si la energía del fotón incidente es menor que el trabajo de extracción, no se produce efecto fotoeléctrico.**
- **Si la energía del fotón es igual al trabajo de extracción, estamos ante la frecuencia umbral, cumpliéndose: $W_e = h\,.\,f_0$. El trabajo de extracción, y la frecuencia umbral, son distintos para cada metal.**
- **Si la energía del fotón incidente es mayor que el trabajo de extracción, el electrón escapa del metal con una determinada velocidad, es decir, con una determinada energía cinética, cumpliéndose:**

$$E_{fotón\ incidente} = W_e + E_c \quad \Rightarrow \quad h\,.\,f = h\,.\,f_0 + \frac{1}{2}\,.\,m_{e^-}\,.\,v^2$$