Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Física

Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

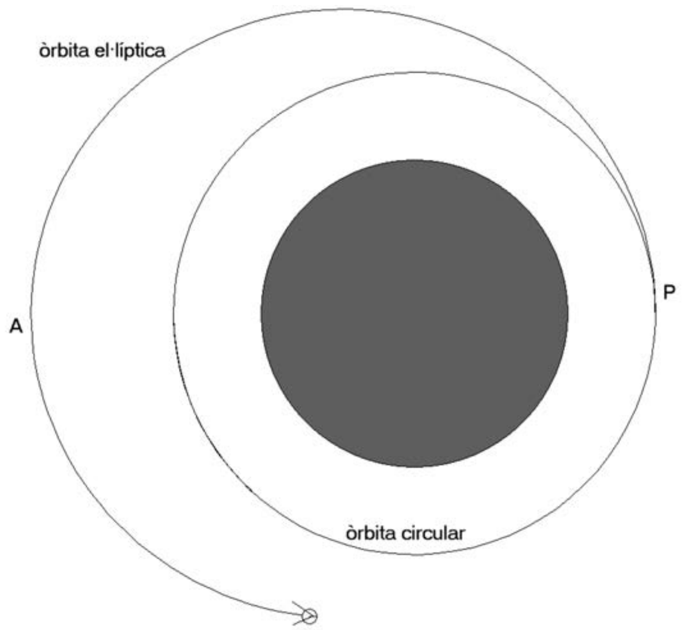
PART COMUNA

P1) Un satèl·lit de 2 000 kg de massa gira en una òrbita circular a una altura de 3 630 km sobre la superfície de la Terra.

***a*)** Calculeu el període d'aquesta òrbita circular i la velocitat del satèl·lit.

En passar pel punt P, el satèl·lit augmenta la velocitat fins a $7,00 \times 10^3$ m s^{-1} i passa a descriure una òrbita el·líptica amb una altura màxima (apogeu) en el punt A de 9 530 km.

***b*)** Calculeu l'energia cinètica, l'energia potencial gravitatòria i l'energia mecànica total en els punts P i A en la nova òrbita el·líptica.



DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24}$ kg
$G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
$R_{\text{Terra}} = 6\,370$ km

P2) L'any 2013 es va celebrar el centenari del model atòmic proposat per Niels Bohr. Segons aquest model, l'àtom de ^{1}H té un protó en el nucli i un electró que descriu una òrbita circular estable al seu voltant. El radi mínim que pot tenir aquesta òrbita, segons el model de Bohr, és de $5{,}29 \times 10^{-11}$ m. Per a aquesta òrbita calculeu:

a) La força elèctrica que actua sobre l'electró i la freqüència de gir que té.

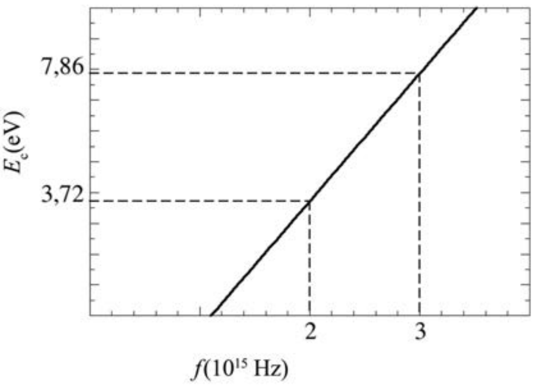
b) L'energia mecànica de l'electró en l'òrbita que descriu al voltant del protó. Considereu negligible l'energia potencial gravitatòria.

Niels Bohr

DADES: $k = 8{,}99 \times 10^{9}$ N m^{2} C^{-2}
$Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
$Q_{\text{protó}} = -Q_{\text{electró}}$
$m_{\text{protó}} = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

OPCIÓ A

P3) Il·luminem una superfície de coure amb llum de diverses freqüències i quan s'alliberen electrons del metall, en mesurem l'energia cinètica. Amb les dades obtingudes de l'experiment dibuixem la gràfica següent:



a) Expliqueu breument què és el *llindar de freqüència* de l'efecte fotoelèctric i calculeu quin valor té en aquest cas.

b) Calculeu el valor de la constant de Planck i la velocitat que assoleixen els electrons emesos quan la longitud d'ona de la llum incident és $1{,}2 \times 10^{-7}$ m.

DADES: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m s^{-1}
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

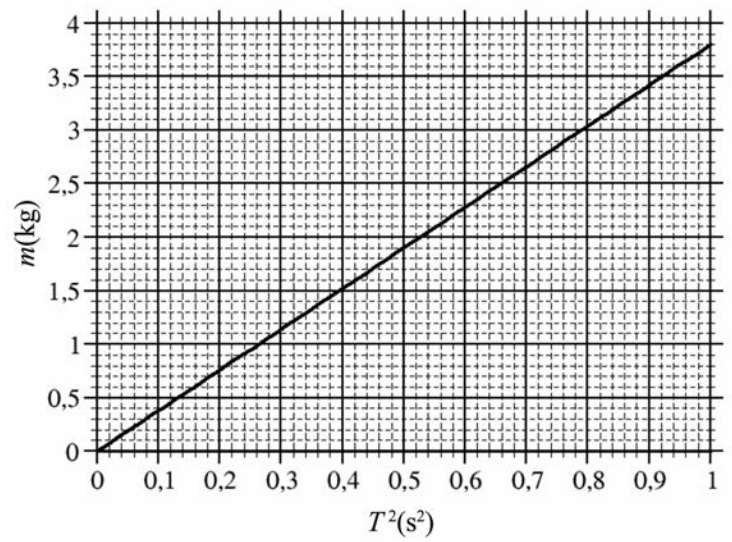
P4) Un fil conductor rectilini de longitud $l = 5$ m i massa $m = 100$ g es troba situat paral·lelament al terra (pla xy), sobre l'eix x, i sota l'acció d'un camp magnètic uniforme.

a) Determineu el mòdul, la direcció i el sentit del camp magnètic que fa que es mantingui suspès en l'aire quan un corrent $I = 0{,}3$ A circula pel fil des de les x negatives cap a les x positives.

b) Si ara enrotllem el fil per a crear una espira circular i la situem de manera que el seu pla sigui paral·lel al pla xy, calculeu la FEM que indueix sobre l'espira un camp magnètic variable $\vec{B} = 0{,}1[\cos(10\pi t)\vec{i} + \cos(10\pi t)\vec{j}]$. Justifiqueu la resposta.

DADA: L'acceleració de la gravetat és $9{,}8$ m s^{-2}

P5) Una manera d'obtenir la constant elàstica d'una molla és penjar-hi una massa i mesurar-ne el període de les petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri. En la gràfica següent hi ha representada la relació entre la massa penjada de la molla i el quadrat del període de les oscil·lacions:

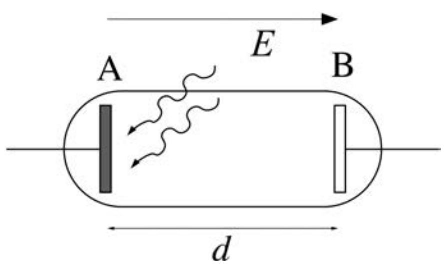


a) A partir de la gràfica, calculeu la constant elàstica de la molla. Si l'amplitud de les oscil·lacions fos de 0,10 m, quina seria l'energia cinètica màxima assolida per la massa en l'oscil·lació?

b) Suposem que la constant elàstica de la molla és de 150 N m^{-1}, hi pengem una massa d'1,5 kg i la fem oscil·lar amb una amplitud de 0,20 m. Quina és l'acceleració màxima que assoleix? Si submergim tot el conjunt en un recipient ple d'aigua de manera que la massa oscil·la fins a aturar-se a causa del fregament, quin és el treball fet per la força de fregament que ha aturat l'oscil·lació?

OPCIÓ B

P3) Un tub de buit com el de la figura adjunta té l'ànode A fet de coure i la distància entre els elèctrodes és $d = 30$ cm. Establim un camp elèctric uniforme de A a B que genera una diferència de potencial de 3 V i il·luminem l'ànode amb radiacions que tenen fotons incidents amb una energia de 10 eV. Observem que al càtode B arriben electrons amb una energia cinètica de 2,3 eV.

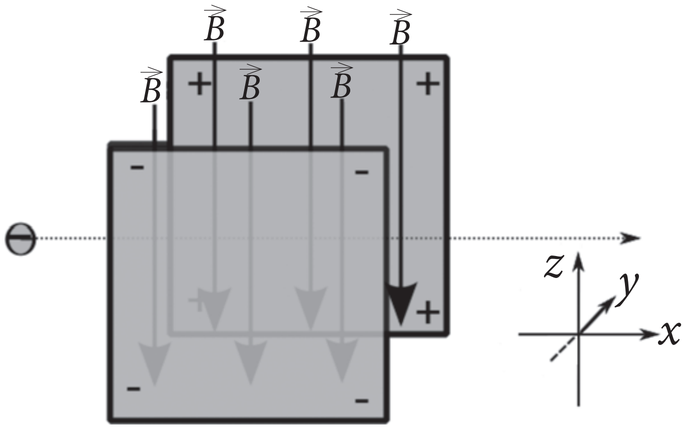


a) Quina és la freqüència i la longitud d'ona de la radiació incident (expressada en nm)? Quin és el valor del camp elèctric E?

b) Amb quina energia cinètica surten emesos els electrons arrencats de l'ànode A? Quin és el treball d'extracció del coure en eV?

DADES: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J s
$Q_{\text{electró}} = -1{,}602 \times 10^{-19}$ C
$c = 3 \times 10^{8}$ m s^{-1}
1 eV $= 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

P4) Uns electrons que es mouen horitzontalment travessen un selector de velocitats format per un camp magnètic de 0,040 T dirigit cap avall i un camp elèctric de 250 V/m perpendicular al camp magnètic i a la direcció de moviment dels electrons.



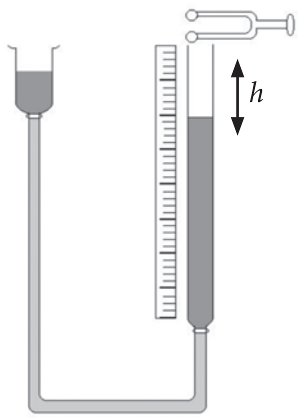
a) Dibuixeu i anomeneu les forces que actuen damunt l'electró quan és dins del selector de velocitats. Calculeu la velocitat dels electrons que travessaran el selector sense desviar-se.

b) Dins del selector un electró té una velocitat $\vec{v} = 1{,}25 \times 10^4 \vec{i}$ m s^{-1} en el moment en què es desactiva el camp elèctric sense modificar el camp magnètic. Indiqueu la freqüència de rotació, el radi, el pla de gir i el sentit de gir del moviment circular uniforme d'aquest electró.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

NOTA: Considereu negligible l'efecte de la força gravitatòria.

P5) Per a mesurar la velocitat del so en l'aire podem fer servir un tub de ressonància. Regulant el nivell de l'aigua, es poden produir situacions de ressonància quan l'ona estacionària té un ventre a l'extrem obert del tub. Quan el diapasó vibra amb una freqüència de 440 Hz, fem baixar el nivell de l'aigua fins que observem la primera situació de ressonància per a $h = 19$ cm, que es reconeix perquè es produeix una intensificació nítida del so, i també observem una segona situació de ressonància per a $h = 57$ cm.



a) Dibuixeu l'esquema de l'ona estacionària per a cadascuna de les situacions de ressonància descrites i determineu la velocitat del so en l'aire.

b) Si el diapasó emet ones sonores amb una potència de 0,01 W, calculeu els decibels que percebrà una persona situada a 3 m.

DADA: Intensitat del llindar d'audició: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}

SÈRIE 5

P1)

a)

$$\frac{mv^2}{R_T+h} = G\frac{M_T m}{(R_T+h)^2}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}} = 6,31\cdot 10^3\,\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$v = \omega\,(R_T+h) = \frac{2\pi}{T}\,(R_T+h)\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 9,96\cdot 10^3\,\mathrm{s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) En el punt P tindrem:

$$\left.\begin{array}{lll} E_c & = \frac{1}{2}mv^2 & = 4,9\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.1}} \\ E_p & = -\frac{GM_T m}{R_T+h_P} & = -7,96\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \end{array}\right\} E_T = E_c + E_p = -3,06\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

En el punt A, degut a que l'energia total es conserva al llarg de la trajectòria, tindrem:

$$\left.\begin{array}{lll} E_T & & = -3,06\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \\ E_p & = -\frac{GM_T m}{R_T+h_A} & = -5,01\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \end{array}\right\} E_c = E_T - E_p = 1,95\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P2)

a)

$$|\vec{F}_E| = k\frac{q_e^2}{r^2} = 8,99\cdot 10^9\,\frac{(1,6\cdot 10^{-19})^2}{(5,29\cdot 10^{-11})^2} = 8,22\cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

Al ser un moviment circular uniforme, aquesta força elèctrica es la que proporciona l'acceleració centrípeta:

$$ma_n = m\omega^2 r = m4\pi^2\,\nu^2\,r = F_E \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{F_E}{m4\pi^2 r}} == 6,57\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

b)

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - k\frac{q_e^2}{r} = \frac{1}{2}k\frac{q_e^2}{r} - k\frac{q_e^2}{r} = -\frac{1}{2}k\frac{q_e^2}{r}\,\boxed{\mathbf{0.5}} = -2,18\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

Opció A
P3)

a) La freqüència llindar d'un metall és la freqüència mínima que ha de tenir una radiació electromagnètica, per a què els seus fotons puguin arrencar electrons d'aquest metall, per efecte fotoelèctric. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

A partir de la gràfica veiem que l'energia cinètica en funció de la freqüència ve donada per la recta:

$$E_c = 3,72 + \frac{7,86 - 3,72}{3-2}\left(\frac{f}{10^{15}} - 2\right)\,\mathrm{eV}\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

A partir de l'expressió anterior obtindrem la freqüència llindar fent que l'energia cinètica sigui zero: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$0 = 3,72 + 4,14\left(\frac{f_{llindar}}{10^{15}} - 2\right)\boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow f_{llindar} = \left(-\frac{3.72}{4,14} + 2\right)\cdot 10^{15} = 1,10\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La constant de Planck la podem trobar a partir del pendent de la recta representada: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$h = \frac{(7,86 - 3,72)\,\mathrm{eV}}{(3-2)\,\mathrm{s}^{-1}} \times \frac{1,6\cdot 10^{-19}}{1\mathrm{eV}} = 6,62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{hc}{\lambda} - h\,f_{llindar}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}\left\{\frac{hc}{\lambda} - h\,f_{llindar}\right\}}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{9,11\cdot 10^{-31}\mathrm{kg}}\left\{\frac{6,62\cdot 10^{-34}\mathrm{J\cdot s}\times 3\cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{1,2\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}} - 4,56\,\mathrm{eV}\frac{1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1\mathrm{eV}}\right\}} = 1,43\cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a) Per tal que el fil es trobi suspés a l'aire, cal que hi hagi una força que compensi la força de gravetat. Per tant, el camp magnètic ha de fer una força sobre el fil cap amunt, és a dir, en la direcció positiva de l'eix Z. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ Partint de l'expressió $\vec{F} = I\vec{L}\wedge\vec{B}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ amb $\vec{F}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ apuntant cap a les z's positives, i el vector $\vec{L}$ cap a les x's positives, el camp $\vec{B}$ necessàriament ha d'apuntar en la direcció positiva de l'eix Y.

Pel que fa al seu mòdul, cal que compensi el de la força de gravetat, i per tant

$$ILB = mg\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

d'on resulta

$$B = \frac{mg}{IL} = \frac{0,1\times 9,8}{0,3\times 5} = 0,65\,\mathrm{T}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) Amb el fil rectilini fem una espira circular que situem al pla XY, i el camp magnètic també es troba situat al pla XY, de forma que el flux del camp és $\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = 0$, en cada instant, ja que els vectors camp magnètic i superfície de l'espira són perpendiculars. $\boxed{\mathbf{1}}$

P5)

a) El període d'oscil·lació d'una molla ve donat per l'expressió:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ \boxed{\mathbf{0.2}}\ \Rightarrow\ m = \frac{k}{4\pi^2}\,T^2\ \Rightarrow\ k = \frac{4\pi^2\,m}{T^2}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant si llegim un valor de m i el seu valor corresponent de T^2 sobre la recta, obtindrem el valor de k:

$$k = \frac{4\pi^2\,1,9\,\mathrm{kg}}{0,5\,\mathrm{s}^2} = 150\,\mathrm{N/m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

L'energia total és:

$$E_T = \frac{1}{2}\,k\,A^2\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 0,75\,\mathrm{J}$$

L'energia cinètica màxima l'obtindrem quan la seva energia potencial sigui zero i en aquest cas serà igual a l'energia total: $\Rightarrow$

$$E_{c_{màxima}} = 0,75\,\mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 10\,\mathrm{rad/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_{maàxima} = A\,\omega^2 = 20\,\mathrm{m/s^2}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

En aquest cas l'energia total de la oscil·lació és:

$$E_T = \frac{1}{2}\,k\,A^2 = 3\,\mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per parar la oscil·lació la força de fregament farà un treball igual a l'energia total de la oscil·lació:

$$W_{fregament} = 3\,\mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Opció B
P3)

a) Calculem la freqüència:

$$f = \frac{E}{h} \boxed{\mathbf{0.2}} = 10\,\text{eV}\,\frac{1.602 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}} \times \frac{1}{6,626 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}} \boxed{\mathbf{0.1}} = 2,418 \cdot 10^{15}\,\text{Hz} \boxed{\mathbf{0.1}}$$

La longitud d'ona serà:

$$\lambda = \frac{\text{c}}{f} \boxed{\mathbf{0.2}} = 1,241 \cdot 10^{-7}\,\text{m} \times \frac{1\text{nm}}{10^{-9}\text{m}} = 124,1\,\text{nm} \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Com que el camp elèctric és constant tindrem:

$$E = \frac{\Delta\text{V}}{d} \boxed{\mathbf{0.2}} = 10\,\text{N/C} \boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) Per trobar l'energia cinètica amb què surten els electrons des de l'ànode A, farem servir el principi de conservació de l'energia total:

$$E_c^A + E_p^A = E_c^B + E_p^B \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

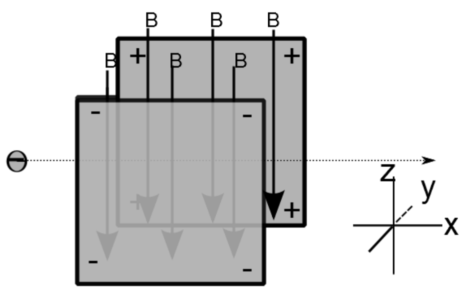
$$E_c^A = E_c^B + E_p^B - E_p^A = E_c^B + q_e(V_B - V_A) \boxed{\mathbf{0.2}} = 2.3\,\text{eV} - 1\text{e}\,(-3\text{V}) \boxed{\mathbf{0.2}} = 5,3\,\text{eV} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

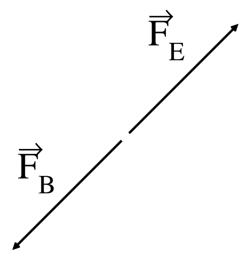
Per trobar el treball d'extracció només caldrà que restem a l'energia dels fotons, la energia cinètica dels electrons emesos:

$$W = hf - E_c = 10 - 5.3 = 4.7\,\text{eV} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a) El diagrama de forces serà el següent:





$\boxed{\mathbf{0.3}}$

Per fer el dibuix cal tenir en compte que la càrrega del electró és negativa. $\vec{F}_E$, és la força deguda al camp elèctric i $\vec{F}_B$ és la deguda al camp magnètic.

Per tal que els electrons no es desviïn al travessar aquesta regió les dues forces han de ser iguals:

$$\left.\begin{aligned} F_E &= q_e\,E \\ F_B &= v\,q_e\,B \end{aligned}\right\} \Rightarrow\ q_e\,E = v\,q_e\,B\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow\ v = \frac{E}{B}\boxed{\mathbf{0.2}} = \frac{250}{0.04} = 6,25\cdot 10^3\,\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

Tal com es pot veure del gràfic anterior la força deguda al camp magnètic es paral·lela al pla XY, per tan l'electró farà un moviment circular en un pla paral·lel al XY $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i en el sentit horari. $\boxed{\mathbf{0.1}}$

La força $\vec{F}_B$ és la que proporcionarà l'acceleració centrípeta per fer girar l'electró, per trobar el radi de gir tindrem:

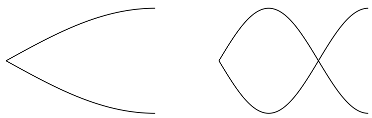
$$m\,\frac{v^2}{r} = v\,q_e\,B \Rightarrow r = \frac{mv}{q_e B} = 1.78\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La freqüència angular de rotació és:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q_e B}{m}\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q_e B}{2\pi m} = 1,12\cdot 10^9\,\mathrm{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P5)

a) De forma esquemàtica podem representar les situacions de ressonància en les gràfiques següents:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

La relació entre la longitud d'un tub sonor i la longitud d'ona en condició de ressonància és:

$$L_n = \frac{\lambda}{4}(1+2n)\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$L_n - L_{n-1} = \frac{\lambda}{4}(1+2n) - \frac{\lambda}{4}\left(1+2(n-1)\right) = \frac{\lambda}{2}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0,57\,\mathrm{m} - 0,19\,\mathrm{m} = 0,38\,\mathrm{m} \Rightarrow \lambda = 0,76\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La velocitat del so serà:

$$v_{so} = \lambda\nu = 334\,\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La intensitat de so rebuda serà:

$$I = \frac{P_T}{4\pi d^2}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 8,84\cdot 10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant el nivell de só en dB serà:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = \boxed{\mathbf{0.3}} = 79\,\mathrm{dB}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$