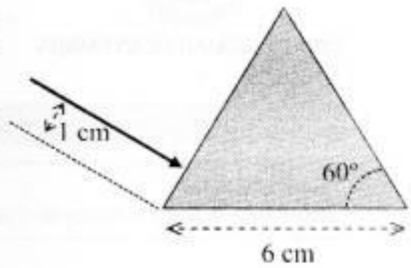
OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Un rayo de luz incide perpendicularmente sobre una de las caras de un prisma con forma de triángulo equilátero y rodeado de aire, a una distancia de 1 cm de un vértice, como indica la figura.



a) [1 PUNTO] Calcular y dibujar la trayectoria del rayo en el interior del prisma y en el aire.

b) [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es el punto por el que el rayo abandona el prisma?

c) [0,5 PUNTOS] Calcular el tiempo que viaja la luz por el interior del prisma.

Datos: índice de refracción del prisma = 1.8, índice de refracción del aire = 1.

2. Una partícula de masa 10 g describe un movimiento armónico simple sobre el eje X. El centro de oscilación se halla en el origen de coordenadas, la amplitud es 2 m y el periodo $T = \pi/5$ s. La posición en el instante inicial es ($x = 2$ m, $y = 0$ m).

a) [0,5 PUNTOS] Hallar la ecuación del movimiento (posición de la partícula en función del tiempo).

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la máxima energía cinética de la partícula.

c) [0,5 PUNTOS] Determinar en qué instantes alcanza la partícula esta energía cinética máxima.

d) [0,5 PUNTOS] Hallar la distancia de la partícula al punto ($x = 0$ m, $y = 2$ m) en función del tiempo.

3. Un planeta tiene un diámetro de 51100 km y la aceleración de la gravedad sobre su superficie tiene un valor de 8.69 m/s^2.

a) [0,5 PUNTOS] Hallar la masa del planeta.

b) [1 PUNTO] Deducir la velocidad de escape desde la superficie del planeta a partir del principio de conservación de la energía y calcular su valor.

c) [0,5 PUNTOS] Hallar el valor del campo gravitatorio a una altura de 51100 km sobre la superficie.

4. Una espira circular se conecta a un amperímetro.

a)[0,5 PUNTOS] ¿Se induce una corriente eléctrica al acercar un imán a la espira?

b)[0,5 PUNTOS] ¿Y al alejarlo?

c)[0,5 PUNTOS] ¿Influye la velocidad a la que se mueve el imán en la intensidad que marca el amperímetro?

d)[0,5 PUNTOS] Y si se mueve la espira pero permanece fijo el imán, ¿se inducirá una corriente en la espira?

Razonar las respuestas.

5. Se ilumina una lámina de platino con luz cuya frecuencia es el doble de la frecuencia umbral para producir efecto fotoeléctrico.

a) [1 PUNTO] Hallar la energía cinética máxima y la velocidad máxima de los electrones emitidos.

b) [0,5 PUNTOS] Calcular la longitud de onda asociada a un electrón emitido con la máxima velocidad.

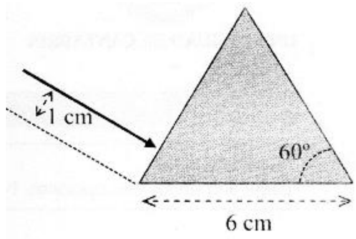
c) [0,5 PUNTOS] Si inciden sobre la lámina 10 fotones por segundo, ¿cuántos electrones por segundo se liberan como máximo?

Datos: la energía mínima necesaria para arrancar un electrón del platino es 1.016 10^{-18} J.

SOLUCIÓN OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2 (SEPTIEMBRE 2011)

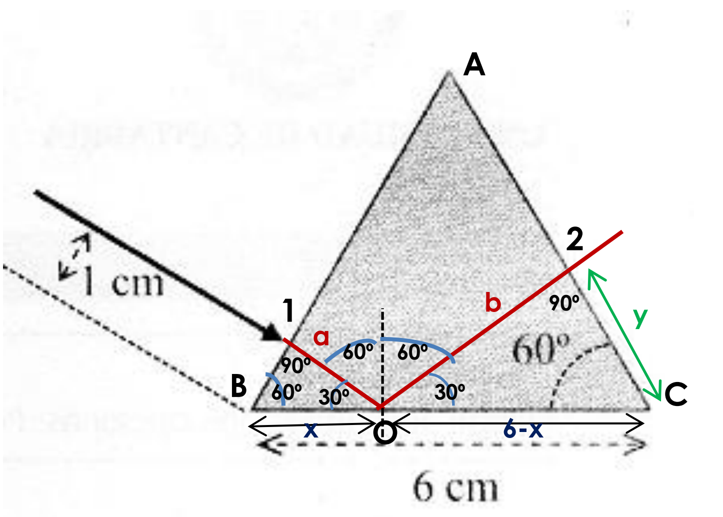
CONSTANTES FÍSICAS (en unidades del SI)			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ T m A^{-1}	Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}
Masa de la Tierra	$M_T = 6\ 10^{24}$ kg	Radio de la Tierra	$R_T = 6378$ km

1.- Un rayo de luz incide perpendicularmente sobre una de las caras de un prisma con forma de triángulo equilátero y rodeado de aire, a una distancia de 1 cm de un vértice, como indica la figura.



DATOS: índice de refracción del prisma = 1,8; índice de refracción del aire = 1.

a) **(1 p)** Calcular y dibujar la trayectoria del rayo en el interior del prisma y en el aire.



El rayo incide perpendicularmente en la cara AB por lo que no sufre refracción y sigue en línea recta hasta incidir en la cara BC. El rayo incide en el punto O formando un ángulo de 60º con la normal. Si calculamos el ángulo límite para la reflexión total en el prisma:

$$n_p\ .\ sen\ \hat{\imath}_l = n_a\ .\ sen\ 90°$$

$$\hat{\imath}_l = arcsen\ \left(\frac{n_a}{n_p}\right) = arcsen\ \left(\frac{1}{1,8}\right) = 33,75°$$

Como el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite no se refracta solo hay reflexión, de acuerdo a la ley de Snell, se refleja formando un ángulo de 60º e incide perpendicularmente en la cara AB en el punto 2, por donde abandona el prisma sin sufrir desviación.

b) **(0,5 p)** ¿Cuál es el punto por el que el rayo abandona el prisma?

Si consideramos el triángulo rectángulo 1BO, tenemos:

$$sen\ 30° = \frac{\overline{1B}}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\overline{1B}}{sen\ 30°} = \frac{1\ cm}{0,5} = 2\ cm$$

Si consideramos ahora el triángulo rectángulo O2C, tenemos:

$$\cos\ 60° = \frac{y}{6-x} \quad \Rightarrow \quad y = \cos\ 60°\ .\ (6-x) = \cos\ 60°\ .\ (6-2) = 2\ cm$$

c) **(0,5 p)** Calcular el tiempo que viaja la luz por el interior del prisma.

Calculamos la velocidad de la luz en el interior del prisma:

$$n = \frac{c}{v} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{c}{n} = \frac{3.10^8}{1,8} = 1,67.10^8\ m/s$$

La distancia total que recorre el rayo dentro del prisma es:

$$d = a + b = x\ .\cos\ 30° + (6-x)\ .\cos\ 30° = 2\ .\ cos\ 30° + (6-2)\ .\cos\ 30°$$

$$d = 1,73 + 3,46 = 5,19\ cm\ = 5,19.10^{-2}\ m$$

Por lo que el tiempo que permanece el rayo dentro del prisma es:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{5,19.10^{-2}}{1,67.10^{8}} = 3,11.10^{-10}\ s$$

2.- Una partícula de masa 10 g describe un movimiento armónico simple sobre el eje X. El centro de oscilación se halla en el origen de coordenadas, la amplitud es 2 m y el periodo T = π/5 s. La posición en el instante inicial es (x = 2 m; y = 0 m).

a) **(0,5 p)** Hallar la ecuación del movimiento (posición de la partícula en función del tiempo).

Si expresamos la posición en función del seno, tenemos:

$$x = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t + \varphi_0\right) = 2\,.\,sen\,(10\,.\,t + \varphi_0)$$

Para calcular el desfase inicial:

$$x\,(t=0) = 2\,m \ \Rightarrow\ 2 = 2\,.\,sen\,\varphi_0 \ \Rightarrow\ \varphi_0 = arcsen\ 1 \ \Rightarrow\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad$$

Por lo que la ecuación del m.a.s. es:

$$x\,(t) = 2\,.\,sen\left(10\,.\,t + \frac{\pi}{2}\right)\ \ (m)$$

b) **(0,5 p)** Hallar la máxima energía cinética de la partícula.

La velocidad de un m.a.s. puede expresarse en función de la posición:

$$\mathrm{v} = \pm\,\omega\,.\,\sqrt{A^2 - x^2}$$

De modo que la energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,v^2 = \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,\omega^2\,.\,(A^2 - x^2)$$

La energía cinética máxima se produce cuando x = 0, es decir, cuando el objeto pasa por el punto de equilibrio.

$$(\mathrm{E_c})_{\text{máx}} = \frac{1}{2}\,.\,\mathrm{m}\,.\,\omega^2\,.\,\mathrm{A}^2 = \frac{1}{2}\,.\,\mathrm{m}\,.\,\frac{(2\pi)^2}{\mathrm{T}^2}\,.\,\mathrm{A}^2 = \frac{1}{2}\,.\,10^{-2}\,.\frac{(2\pi)^2}{\left(\frac{\pi}{5}\right)^2}\,.\,2^2 = 2\ \mathrm{J}$$

c) **(0,5 p)** Determinar en qué instantes alcanza la partícula esta energía cinética máxima.

La energía cinética máxima se produce cuando la masa oscilante pasa por el punto de equilibrio en ambos sentidos del movimiento. La primera vez que pasa por el punto de equilibrio es cuando ha transcurrido un tiempo igual a T/4, ya que inicialmente se encontraba en su máxima amplitud. Luego vuelve a pasar por el centro de oscilación cada vez que transcurre un intervalo de tiempo igual a T/2.

d) **(0,5 p)** Hallar la distancia de la partícula al punto (x = 0 m, y = 2 m) en función del tiempo.

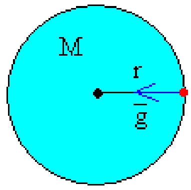
La distancia al punto (x = 0; y = 2) la obtenemos aplicando el teorema de Pitágoras:

$$d = \sqrt{2^2 + \left(2\,.\,sen\left(10\,.\,t + \frac{\pi}{2}\right)\right)^2} = 2\,.\,\sqrt{1 + sen^2\left(10\,.\,t + \frac{\pi}{2}\right)}\ \ (m)$$

3.- Un planeta tiene un diámetro de 51100 km y la aceleración de la gravedad sobre su superficie tiene un valor de 8,69 m/s^2.

DATOS: constante de gravitación universal G = 6.67 10^{-11} N m^2 kg^{-2}

a) **(0,5 p)** Hallar la masa del planeta.



La intensidad de campo gravitatorio (aceleración de la gravedad) generado por un cuerpo de masa M a una distancia r de su centro es:

$$g = G\,.\,\frac{M}{r^2} \;\Rightarrow M = \frac{g\,.\,r^2}{G} = \frac{8,69\,.\;(2,555.10^7)^2}{6,67.10^{-11}} = 8,5.10^{25}\ kg$$

b) **(1 p)** Deducir la velocidad de escape desde la superficie del planeta a partir del principio de conservación de la energía y calcular su valor.

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0.

$$\frac{-G\,.\,M\,.\,m}{R} + \frac{1}{2}\,.m\,.v_e^2 = 0 \;\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2\,.\,G\,.\,M}{R}} = \sqrt{\frac{2\,.\,6,67.10^{-11}\,.\,8,5.10^{25}}{2,555.10^7}} = 2,1.10^4\ m/s$$

c) **(0,5 p)** Hallar el valor del campo gravitatorio a una altura de 51100 km sobre su superficie.

$$g = G\,.\,\frac{M}{r^2} = 6,67.10^{-11}\,.\,\frac{8,5.10^{25}}{(7,665.10^7)^2} = 0,96\ \frac{N}{kg}\ \ o\ \ m/s^2$$

4.- Una espira circular se conecta a un amperímetro.
Razonar las respuestas.

a) **(0,5 p)** ¿Se induce una corriente eléctrica al acercar un imán a la espira?

Se induce corriente en un conductor siempre que se produce una variación del flujo magnético que lo atraviesa con el tiempo. El flujo magnético se define como:

$$\emptyset = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\,\theta$$

En este caso si se produce corriente inducida ya que al acercar el imán aumenta el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (aumenta la intensidad de campo), con lo que aumenta el flujo con el tiempo.

b) **(0,5 p)** ¿Y al alejarlo?

En este caso también se produce corriente inducida ya que al alejar el imán disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (disminuye la intensidad de campo), con lo que disminuye el flujo con el tiempo. La corriente inducida tiene sentido contrario al del caso anterior.

c) **(0,5 p)** ¿Influye la velocidad a la que se mueve el imán en la intensidad que marca el amperímetro?

Sí, ya que según la ley de Faraday-Henry, la f.e.m. inducida, y por lo tanto la intensidad de la corriente inducida, depende del ritmo al que varía el flujo magnético:

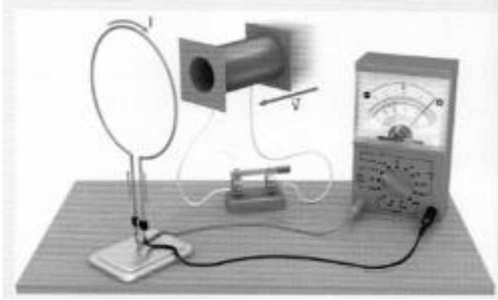
$$\varepsilon = -\frac{d\emptyset}{dt}$$

El signo negativo indica que La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina.

d) **(0,5 p)** Y si se mueve la espira pero permanece fijo el imán, ¿se inducirá una corriente en la espira?

En este caso también se produce corriente inducida ya que al acercar o alejar la espira del imán aumenta o disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira (aumenta o disminuye la intensidad de campo), con lo que se produce una variación del flujo con el tiempo.

Si se mantiene fijo el imán y se mueve la espira, el resultado es el mismo: aparece una corriente inducida mientras haya un movimiento relativo entre la espira y el imán. Si se sustituye el imán por un **solenoide**, se obtienen los mismos resultados.



5.- Se ilumina una lámina de platino con luz cuya frecuencia es el doble de la frecuencia umbral para producir efecto fotoeléctrico.

DATOS: la energía mínima necesaria para arrancar un electrón del platino es 1,016 10^{-18} J.

a) **(1 p)** Hallar la energía cinética máxima y la velocidad máxima de los electrones emitidos.

La energía mínima para arrancar un electrón de un metal por efecto fotoeléctrico recibe el nombre de trabajo de extracción. Este trabajo de extracción se puede relacionar con una frecuencia mínima de los fotones incidentes, conocida como frecuencia umbral (f_0):

$$W_{ext} = h \,.\, f_0$$

Como los fotones incidentes tienen una frecuencia doble de la frecuencia umbral su energía es el doble del trabajo de extracción:

$$E_{fotón\ incidente} = 2 \,.\, W_{ext}$$

Si aplicamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón\ incidente} = W_{ext} + E_C$$

$$E_C = E_{fotón\ incidente} - W_{ext} = 2 \,.\, W_{ext} - W_{ext} = W_{ext} = 1,016 .\, 10^{-18}\ J$$

b) **(0,5 p)** Calcular la longitud de onda asociada a un electrón emitido con la máxima velocidad.

Calculamos la máxima velocidad de los electrones emitidos:

$$E_C = \frac{1}{2} \,.\, m \,.\, v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \,.\, E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \,.\, 1,016 .\, 10^{-18}}{9,1 .\, 10^{-31}}} = 1,49 .\, 10^{6}\ m/s$$

Para calcular la longitud de onda asociada, aplicamos la ecuación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \,.\, v} = \frac{6,6 .\, 10^{-34}}{9,1 .\, 10^{-31} \,.\, 1,49 .\, 10^{6}} = 4,87 .\, 10^{-10}\ m$$

c) **(0,5 p)** Si inciden sobre la lámina 10 fotones por segundo, ¿cuántos electrones por segundo se liberan como máximo?

De acuerdo a la interpretación de Einstein del efecto del electrón, toda la energía de un fotón incidente con energía suficiente es transferida a u único electrón, por lo que se liberarían 10 electrones por segundo.