

Proves d'accés a la universitat

Física

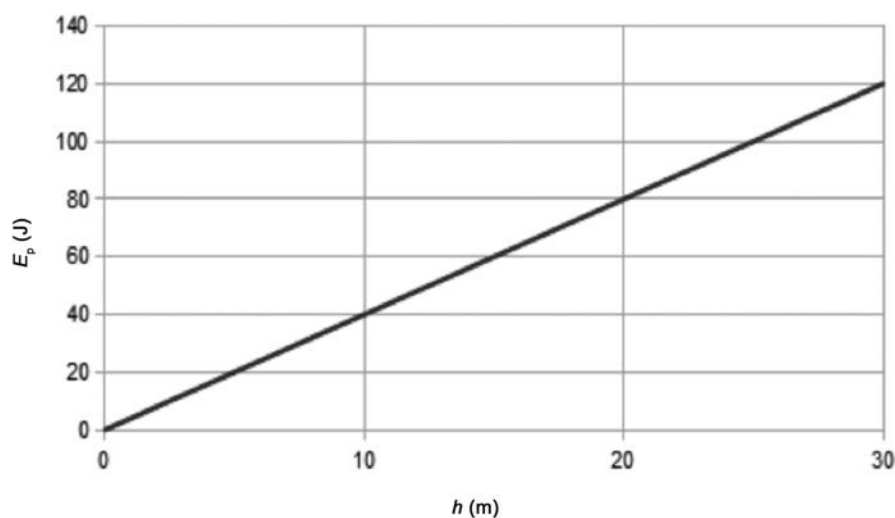
Sèrie 2

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

- P1) La gràfica següent mostra la variació de l'energia potencial en funció de l'altura d'un cos de 2,00 kg de massa a la superfície d'un planeta amb un radi de 5 000 km.



- Calculeu l'acceleració de la gravetat a la superfície del planeta i la massa d'aquest.
- Deduïu l'expressió de la velocitat d'escapament a partir del principi de conservació de l'energia i calculeu-la.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

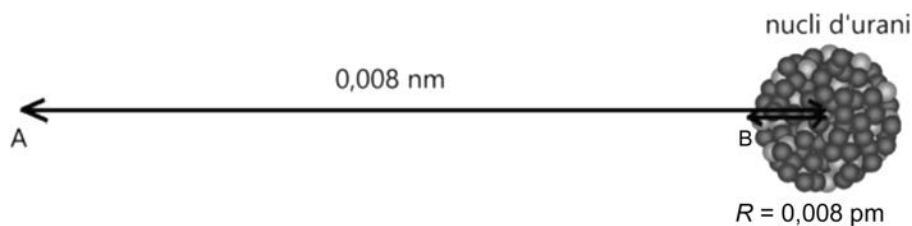
P2) En un estadi el públic fa l'onada per celebrar la bona actuació de l'equip local. L'onada és tan gran que dos espectadors de la mateixa fila separats com a mínim per 50 m es mouen igual i ho fan cada 10 s.



- a)** Si modelitzéssim aquesta onada a l'estadi com una ona, de quin tipus d'ona estariem parlant? Calculeu-ne la longitud d'ona i la pulsació (freqüència angular).
- b)** Un espectador es mou 1,0 m verticalment quan s'aixeca i s'asseu per fer passar l'onada. Escriviu l'equació del moviment d'aquest espectador considerant que descriu un moviment harmònic simple i que en l'instant inicial es troba assegut, és a dir, en la seva posició mínima.

OPCIÓ A

P3) Una partícula α (${}^4_2\text{He}$) es dirigeix directament cap al nucli d'un àtom d'urani (${}^{238}_{92}\text{U}$). El radi del nucli d'urani és, aproximadament, de 0,008 pm (picòmetres).



- a)** Compareu quantitativament els valors del mòdul de la intensitat del camp elèctric degut al nucli d'urani en dos punts, A i B, situats a 0,008 nm i 0,008 pm, respectivament, del centre d'aquest nucli.
- b)** Quanta energia cinètica ha de tenir, com a mínim, la partícula α quan passa pel punt A per arribar fins al punt B? (Ignoreu la influència que els electrons pròxims puguin tenir.)

DADES: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Càrrega elemental = $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Nombre atòmic de l'urani = 92.

P4) Dues mostres radioactives tenen, en un moment donat, $1,00 \times 10^{-1}$ mol cadascuna. Les mostres són de dos isòtops diferents de l'element radó (Rn): en concret, de radó 222 (^{222}Rn) i de radó 224 (^{224}Rn). Els dos isòtops són radioactius i tenen, respectivament, períodes de semidesintegració de 3,82 dies i 1,80 hores. El primer presenta una desintegració de tipus α i el nucli fill és un isòtop del poloni (Po), mentre que el segon presenta una desintegració de tipus β^- i el nucli fill és un isòtop del franci (Fr).

a) Escriviu les equacions nuclears de les dues desintegracions radioactives amb totes les partícules que hi intervenen i els seus nombres atòmics i màssics. Calculeu quants àtoms de ^{224}Rn no s'hauran desintegrat encara quan restin $9,00 \times 10^{-2}$ mol de la mostra del ^{222}Rn per desintegrar-se.

b) L'energia que es desprèn per cada desintegració d'un nucli de ^{222}Rn és de 5,590 MeV. Calculeu el defecte de massa d'aquesta reacció nuclear.

DADES: Nombre d'Avogadro, $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Nombre atòmic del radó = 86.

P5) Una bobina rectangular de $2,0 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$ té 300 espises i gira en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme de 0,4 T.

a) Escriviu l'equació de la força electromotriu induïda en funció del temps si la bobina gira a 60 rev/min.

b) Si la bobina té una resistència $R = 1,0 \Omega$, quin corrent màxim pot circular per la bobina?

OPCIÓ B

P3) El iode 131 (^{131}I), descobert per Glenn Seaborg i John Livingood el 1938, és un important radioisòtop que s'utilitza en la radioteràpia posterior a la tiroidectomia en els casos de càncer de tiroide. Té un període de semidesintegració de 8,02 dies i es transforma en xenó (Xe) mitjançant una emissió primària β^- , seguida d'una emissió γ de 364 keV.

a) Escriviu les equacions nuclears corresponents als processos esmentats i calculeu el percentatge que quedarà d'una determinada quantitat inicial de ^{131}I després de 24,06 dies.

b) Calculeu la longitud d'ona dels fotons γ .

DADES: Constant de Planck, $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

Massa de l'electró = $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Nombre atòmic del iode = 53.

- P4)** Dues càrregues de $3,0 \mu\text{C}$ estan localitzades a $x = 0 \text{ m}$, $y = 2,0 \text{ m}$ i a $x = 0 \text{ m}$, $y = -2,0 \text{ m}$. Dues càrregues més, de valor Q , estan localitzades a $x = 4,0 \text{ m}$, $y = 2,0 \text{ m}$ i a $x = 4,0 \text{ m}$, $y = -2,0 \text{ m}$.
- a)** Si a l'origen de coordenades el camp elèctric és $4,0 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$ en la direcció de l'eix x en sentit positiu, calculeu el valor de les càrregues.
- b)** Si el valor de les càrregues fos $Q = 2,0 \mu\text{C}$, calculeu la força \vec{F} que experimentaria un protó situat a l'origen de coordenades.

DADES: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Càrrega elemental = $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

- P5)** La bobina d'un transformador té 2 000 espires, una longitud de 10 cm i un nucli de ferro a l'interior. Per la bobina circula un corrent de 2 A.
- a)** Calculeu el camp i el flux magnètics a l'interior de la bobina, sabent que la secció del nucli és de 10 cm^2 .
- b)** Estimeu el nombre d'electrons que circulen pel cable en un minut.

DADES: Permeabilitat magnètica del ferro, $\mu = 5,00 \times 10^{-4} \text{ T m A}^{-1}$.
Càrrega elemental = $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per una bobina en el buit és $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$.



Institut
d'Estudis
Catalans

SÈRIE 2

Criteris generals d'avaluació i qualificació

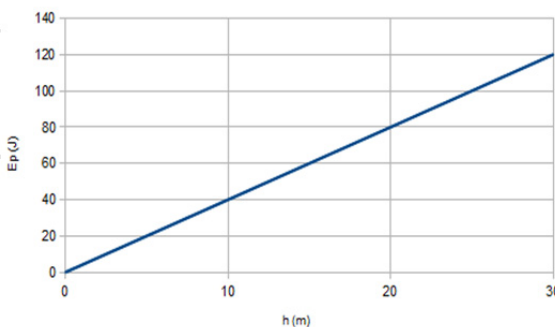
1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si l'alumne ha resolt un problema per un altre procediment vàlid diferent del descrit en aquestes pautes, la resolució es considera vàlida.
7. Els errors d'unitats o el fet de no posar-les restaran el 20 % de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: Si un apartat val 1 punt i s'ha equivocat en les unitats li haurem de puntuar 0,8 punts.
8. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions. Tanmateix, els errors en el càlcul restaran el 20% de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: Si un apartat val 1 punt i s'ha equivocat en les càlculs li haurem de puntuar 0,8 punts.
9. Cal fer la substitució numèrica a les expressions que s'usen per resoldre les preguntes.

PART COMUNA

P1)

a)

Veient que $R \gg h$ i que, tal com es mostra a la gràfica, es considera que $E_p = 0$ a la superfície del planeta. Podem expressar l'energia potencial gravitatòria com: $[E_p = mgh]$ en què g és l'acceleració de la gravetat a la superfície del planeta.



0.2 p $pendent = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta E_p}{\Delta h} = \frac{80}{20} = 4 \text{ J/m}$

$$E_p = mgh$$

0.4 p $pendent = mg \Rightarrow g = \frac{pendent}{m} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$

0.2 p $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G}$

0.2 p $M = \frac{2 \cdot (5 \times 10^6)^2}{6,67 \times 10^{-11}} = 7,50 \times 10^{23} \text{ kg}$

b)

0.2 p La deducció es basa en el principi de conservació de l'energia mecànica. L'energia mecànica a l'infinít és zero.

$$E_{\text{mecànica inicial}} = E_{\text{mecànica final}}$$

0.6 p $K_{\text{inicial}} + U_{\text{inicial}} = K_{\text{final}} + U_{\text{final}}$

$$\frac{1}{2}mv_{\text{esc}}^2 - G\frac{Mm}{R} = 0 + 0 \Rightarrow v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

0.2 p $v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \times 10^{-11} \cdot 7,50 \times 10^{23}}{5 \times 10^6}} = 4,47 \times 10^3 \text{ m/s}$

P2)

a)

L'onada a l'estadi seria una ona mecànica (0.2 p) (necessita d'un medi per propagar-se), transversal (0.2 p) (el sentit d'oscil·lació i de propagació són perpendiculars) i bidimensional (si considerem que la grada és un pla).

La longitud d'ona és $\lambda = 50 \text{ m}$ (0.2 p) (distància entre dos punts que es mouen exactament igual) i la seva pulsació és: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = 0,2\pi = 0,63 \text{ rad/s}$ (0.4 p)

b)

Si l'espectador descriu un moviment harmònic simple, l'equació del moviment es pot escriure de la forma: $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ (0.2 p) on:

- A és l'amplitud del moviment
- ω és la freqüència angular i
- φ_0 és la fase inicial

Segons les dades de l'enunciat, determinem les constants:

0.2 p $A = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}$

0.2 p $y(t=0) = -A = -0,5 \text{ m}$

0.2 p $y(t=0) = A \sin \varphi_0 = -A \Rightarrow \sin \varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

0.2 p $y(t) = 0,5 \text{ m} \cdot \sin\left(0,2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t - \frac{\pi}{2} \text{ rad}\right)$

Si escriuen l'equació com un cosinus és correcte i només canvia la fase inicial que seria $\pm \pi$

OPCIÓ A

P3)

a)

$$0.2 \text{ p} \quad E = k \frac{q}{r^2}$$

$$0.4 \text{ p} \quad \frac{E_B}{E_A} = \frac{k \frac{q_U}{r_B^2}}{k \frac{q_U}{r_A^2}} = \frac{r_A^2}{r_B^2}$$

$$0.4 \text{ p} \quad \frac{E_B}{E_A} = \frac{(0,008 \times 10^{-9})^2}{(0,008 \times 10^{-12})^2} = 10^6$$

És a dir, el mòdul del camp elèctric en B es un milió de vegades més gran que el mòdul del camp elèctric en A.

b)

0.2 p Cal que es conservi l'energia mecànica: $K_A + U_A = K_B + U_B$. Com a mínim $K_B = 0 \rightarrow K_A + U_A \geq U_B \rightarrow K_A \geq U_B - U_A$.

Podria negligir-se la U_A i obtenir legítimament el mateix resultat, però caldria incloure alguna justificació explícita (per exemple "tenint present que $|U_A| \ll |U_B| \dots$ ")

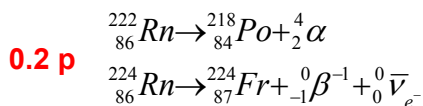
$$0.4 \text{ p} \quad K_A \geq k \frac{q_\alpha q_U}{r_B} - k \frac{q_\alpha q_U}{r_A} = k q_\alpha q_U \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$0.4 \text{ p} \quad K_A \geq 8,99 \cdot 10^9 \cdot \underbrace{2 \cdot 1,6 \times 10^{-19}}_{q_\alpha} \cdot \underbrace{92 \cdot 1,6 \times 10^{-19}}_{q_U} \cdot \left(\frac{1}{0,008 \times 10^{-12}} - \frac{1}{0,008 \times 10^{-9}} \right)$$

$$K_A \geq 5,29 \times 10^{-12} \text{ J}$$

P4)

a)



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

0.2 p $\lambda_{{}_{86}^{222}\text{Ra}} = \frac{\ln 2}{3,82 \cdot 24} = 7,56 \times 10^{-3} \text{ h}^{-1}$

$$\lambda_{{}_{86}^{224}\text{Ra}} = \frac{\ln 2}{1,80} = 3,85 \times 10^{-1} \text{ h}^{-1}$$

Per al ${}_{86}^{222}\text{Rn}$:

$$9,00 \times 10^{-2} = 1,00 \times 10^{-1} e^{-7,56 \times 10^{-3} t} \Rightarrow \ln\left(\frac{9,00 \times 10^{-2}}{1,00 \times 10^{-1}}\right) = 7,56 \times 10^{-3} t \Rightarrow t = 13,9 \text{ h} \quad \textbf{0.2 p}$$

Per al ${}_{86}^{224}\text{Rn}$: $N(t = 13,9 \text{ h}) = 1,00 \times 10^{-1} e^{-3,85 \times 10^{-1} \cdot 13,9} = 4,67 \times 10^{-4} \text{ mol} \quad \textbf{0.2 p}$

0.2 p $4,67 \times 10^{-4} \text{ mol} \times \frac{6,022 \times 10^{23} \text{ àtoms}}{1 \text{ mol}} = 2,81 \times 10^{20} \text{ àtoms}$

b)

0.4 p $E = 5,590 \text{ MeV} \times \frac{1,60 \times 10^{-13} \text{ J}}{1 \text{ MeV}} = 8,94 \times 10^{-13} \text{ J}$

0.2 p $E = \Delta m \cdot c^2$

0.4 p $\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{8,94 \times 10^{-13}}{(3,00 \times 10^8)^2} = 9,93 \times 10^{-30} \text{ kg}$

P5)

$$0.2 \text{ p} \left\{ \begin{array}{l} A = 0,02 \cdot 0,015 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ \omega = 60 \frac{\text{revol.}}{\text{min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ revol.}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2\pi \text{ rad / s} \end{array} \right.$$

$$0.1 \text{ p} \quad \phi = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

$$0.1 \text{ p} \quad \varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$0.1 \text{ p} \quad \varepsilon = -N\omega B A \sin \omega t$$

$$\varepsilon = 300 \cdot 2\pi \cdot 0,4 \cdot 3 \times 10^{-4} \sin(2\pi t) =$$

$$0.5 \text{ p} \quad = 0,226 \text{ V} \sin\left(2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$$

b)

$$0.4 \text{ p} \quad I = \frac{\varepsilon}{R}$$

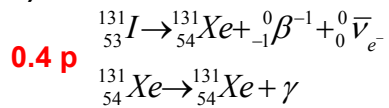
$$0.2 \text{ p} \quad I = \frac{0,226 \cdot \sin(2\pi t)}{1,0} = 0,226 A \sin(2\pi t)$$

$$0.4 \text{ p} \quad I \text{ és màxim quan } \sin(2\pi t) = 1 \\ I_{\max} = 0,226 A$$

OPCIÓ B

P3)

a)



0.2 p $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8,02} = 0,0864 \text{ dies}^{-1}$

0.4 p $\frac{N_f}{N_i} = e^{-\lambda t} = e^{-0,0864 \cdot 24,06} = 0,125 = 12,5\%$

b)

0.4 p $E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \frac{c}{E}$
 $E = 364 \times 10^3 \text{ eV} \times \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 5,824 \times 10^{-14} \text{ J}$ $\left. \vphantom{\begin{array}{l} E = hf = h \frac{c}{\lambda} \\ E = 364 \times 10^3 \text{ eV} \times \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \end{array}} \right\} \lambda = 3,41 \times 10^{-12} \text{ m}$ **0.6 p**

P4)

a)

$$E = k \frac{q}{r^2}; \vec{E}_x = (4000 \text{ N/C}) \vec{i}$$

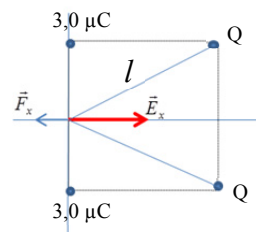
A l'eix vertical el camp elèctric s'anul·la per simetria.

$$0.4 \text{ p} \quad E_x = 2k \frac{Q}{l^2} \cos \theta \rightarrow Q = \frac{E_x l^2}{2k \cos \theta}$$

$$0.2 \text{ p} \quad \cos \theta = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{20}}$$

$$0.2 \text{ p} \quad Q = \frac{4 \times 10^3 \cdot 20}{2 \cdot 8,99 \times 10^9 \cdot \frac{4}{\sqrt{20}}} = 4,97 \times 10^{-6} \text{ C} = 4,97 \mu\text{C} \text{ i és } \underline{\text{negativa}} \text{ (0.2 p) perquè el}$$

camp elèctric total va dirigit en el sentit positiu de l'eix X.



b)

$$0.2 \text{ p} \quad F_y = 0 \text{ per simetria.}$$

$$\left. \begin{array}{l} F_x = q_p E_x \\ E_x = 2k \frac{Q}{l^2} \cos \theta \\ Q = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \end{array} \right\} \rightarrow F_x = 2k \frac{Q q_p}{l^2} \cos \theta \quad 0,4 \text{ p}$$

$$F_x = 2 \cdot 8,99 \times 10^9 \cdot \frac{2 \times 10^{-6} \cdot 1,6 \times 10^{-19}}{20} \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} = 2,57 \times 10^{-16} \text{ N}$$

En aquest cas, la càrrega Q (protó) és positiva, el camp elèctric total va dirigit en el sentit negatiu de l'eix X i la força sobre un protó també.

$$0.4 \text{ p} \quad \vec{F} = (-2,57 \times 10^{-16} \text{ N}) \vec{i}$$

P5)

a) $B = \frac{\mu NI}{L}$

0.5 p $B = \frac{5 \times 10^{-4} \cdot 2000 \cdot 2}{10 \times 10^{-2}} = 20T$

0.5 p $\phi = BA$

$$\phi = 20 \cdot 10 \times 10^{-4} = 0,02 Wb$$

b)

0.5 p $I = \frac{q}{t} = \frac{N \cdot e}{t}$ en què e és la càrrega elemental

$$N = \frac{I \cdot t}{e}$$

0.5 p $N = \frac{2 \cdot 60}{1,6 \times 10^{-19}} = 7,5 \times 10^{20} \text{ electrons}$