OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. La expresión matemática de una onda transversal en una cuerda es
$y = 0{,}3\ \mathrm{sen}(3\pi\ t - \pi\ x)$
donde x e y están expresados en metros y t en segundos.
a) [1 PUNTO] ¿Cuál es la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda?
b) [1 PUNTO] En un instante determinado, ¿cuál es la diferencia de fase entre dos puntos separados 1 metro?

2. Un rayo de luz pasa desde un medio de índice de refracción 1.8 a otro medio de índice 1.3 a través de una superficie plana.
a) [0,75 PUNTOS] Si el ángulo de incidencia es de 30º, determina el ángulo de refracción y el de reflexión.
b) [0,75 PUNTOS] Calcula el ángulo (de incidencia) a partir del cual no se produce refracción.
c) [0,5 PUNTOS] Explica el fenómeno de la reflexión total y en qué condiciones se produce.

3. El Co^{60} es un isótopo radiactivo cuyo periodo de semidesintegración es de 5,25 años.
a) [0,5 PUNTOS] Calcula su constante de desintegración.
b) [1 PUNTO] ¿Qué masa de Co^{60} tendremos al cabo de dos años si se tiene una masa inicial de 50 g?
c) [0,5 PUNTOS] Describe brevemente el proceso de desintegración en el que se emite una partícula α.

4. El planeta Mercurio tiene una gravedad en su superficie de 0,376 veces la terrestre y su radio es 0,38 veces el radio terrestre.
a) [1 PUNTO] Obtén la masa de Mercurio.
b) [1 PUNTO] Determina la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio.

5. Dos partículas cargadas $Q_1 = Q_2 = +2\,\mu\mathrm{C}$, están situadas en los puntos Q_1: (1,0) y Q_2: (–1,0). Todas las coordenadas están expresadas en metros.
a) [0,75 PUNTOS] Expresa correctamente el valor del campo eléctrico en el punto (0,1).
b) [0,75 PUNTOS] ¿Qué valor debe tener una carga Q_3 situada en (0,2) para que una carga situada en el punto (0,1) no experimente ninguna fuerza neta?
c) [0,5 PUNTOS] En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0,1) debido a las cargas Q_1, Q_2 y Q_3?

EBAU SEPTIEMBRE 2018 FÍSICA OPCIÓN 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^{8}$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^{9}$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97{\cdot}10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- La expresión matemática de una onda transversal en una cuerda es:

$$y\,(x,t) = 3\,.\ sen\,(3\pi t - \pi x)$$

Donde x e y están expresados en metros y t en segundos.

a) **(1 p)** ¿Cuál es la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda?

La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje X es:

$$y\,(x;t) = A\,.\ sen\ (\omega\,.\ t - k\,.\ x + \varphi_0) = A\,.\ sen\left(2\pi\,.\ f\,.\ t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\ x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \pi \ \Rightarrow\ \lambda = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ m; \qquad 2\pi\,.\ f = 3\pi \ \Rightarrow\ f = \frac{3\pi}{2\pi} = 1,5\ Hz; \qquad v = \lambda\,.\ f = 2\,.\ 1,5 = 3\ m/s$$

b) **(1 p)** En un instante determinado, ¿cuál es la diferencia de fase entre dos puntos separados 1 metro?

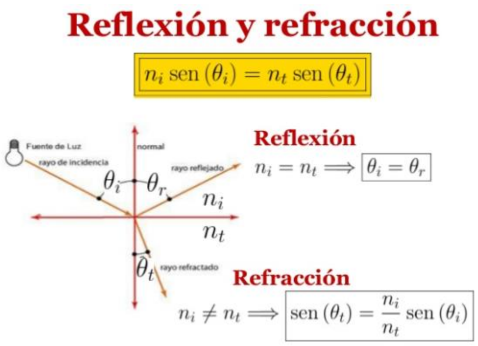
$$\Delta\varphi = (3\pi\,.\ t - \pi\,.\ x_2) - (3\pi\,.\ t - \pi\,.\ x_1) = \pi\,.\ (x_1 - x_2) = \pi\,.\ \Delta x = \pi\,.\ 1 = \pi\ rad$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \ \Rightarrow\ \Delta\varphi = \frac{2\pi\,.\ \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\,.\ 1}{2} = \pi\ rad$$

2.- Un rayo de luz pasa desde un medio de índice de refracción 1,8 a otro medio de índice 1,3 a través de una superficie plana.

a) **(0,75 p)** Si el ángulo de incidencia es de 30°, determina el ángulo de refracción y el de reflexión.



Según la ley de Snell de la reflexión, el ángulo de incidencia con la normal es igual al ángulo de reflexión con la normal:

$$\theta_r = \theta_i = 30°$$

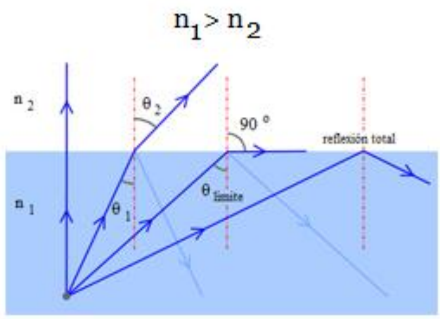
El ángulo de refracción lo obtenemos aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$n_1\,.\ sen\ \theta_i = n_2\,.\ sen\ \theta_t \ \Rightarrow\ sen\ \theta_t = \frac{n_1\,.\ sen\ \theta_i}{n_2}$$

$$sen\ \theta_t = \frac{1,8\,.\ sen\ 30°}{1,3} = 0,692 \ \Rightarrow\ \theta_t = arcsen\ 0,692 = 43,8°$$

b) **(0,75 p)** Calcula el ángulo (de incidencia) a partir del cual no se produce refracción.
c) **(0,5 p)** Explica el fenómeno de la reflexión total y en qué condiciones se produce.

Contesto los dos apartados simultáneamente.



Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90°. Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90°. Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total.

$$n_1 \,.\, sen\ \theta_1 = n_2 \,.\, sen\ \theta_t \quad \Rightarrow \quad 1,8 \,.\, sen\ \theta_l = 1,2 \,.\, sen\ 90° \quad \Rightarrow \quad \theta_l = 41,8°$$

3.- El ^{60}Co es un isótopo radiactivo cuyo periodo de semidesintegración es de 5,25 años.

a) **(0,5 p)** Calcula su constante de desintegración.

$$t_{1/2} = \frac{ln\,2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{ln\,2}{t_{1/2}} = \frac{ln\,2}{5,25} = 0,132\ año^{-1} = 4,19.10^{-9}\ s^{-1}$$

b) **(1 p)** ¿Qué masa de ^{60}Co tendremos al cabo de dos años si se tiene una masa inicial de 50 g?

$$m = m_0 \,.\, e^{-\lambda.\,t} = 50 \,.\, e^{-0,132\,.\,2} = 38,4\ g$$

c) **(0,5 p)** Describe brevemente el proceso de desintegración en el que se emite una partícula α.

La emisión α consiste en la emisión núcleos de helio, es decir, átomos de helio que han perdido sus dos electrones y tienen dos cargas eléctricas positivas. La radiación α posee un escaso poder de penetración y es frenada por unos pocos centímetros de aire, sin embargo, debido a su gran masa, es muy ionizante, arrancando electrones a otros átomos.
Según las leyes de Soddy, cuando un núcleo X emite una partícula α, se convierte en otro núcleo, Y, con cuatro unidades menos de número másico y dos unidades menos de número atómico.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow\ ^{A-4}_{Z-2}Y +\ ^{4}_{2}\alpha \qquad o \qquad ^{A}_{Z}X \rightarrow\ ^{A-4}_{Z-2}Y +\ ^{4}_{2}He$$

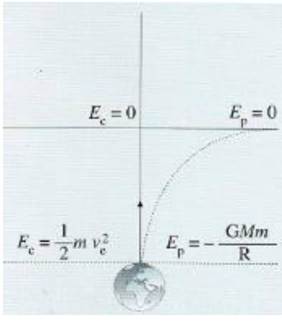
4.- El planeta Mercurio tiene una gravedad en su superficie de 0,376 veces la terrestre y su radio es 0,38 veces el radio terrestre.

a) **(1 p)** Obtén la masa de Mercurio.

$$g_{o,M} = 0,376\, g_{0,T} \quad \Rightarrow \quad G \,.\, \frac{M_M}{(R_M)^2} = 0,376 \,.\, G \,.\, \frac{M_T}{(R_T)^2} \quad \Rightarrow \quad M_M = 0,376 \,.\, \frac{M_T\,.\,(R_M)^2}{(R_T)^2}$$

$$M_M = 0,376 \,.\, \frac{M_T\,.\,(0,38R_T)^2}{(R_T)^2} = 0,376 \,.\, (0,38)^2 \,.\, M_T = 0,054 \,.\, M_T = 0,054 \,.\, 5,97.10^{24} = 3,24.10^{23}\ kg$$

b) **(1 p)** Determina la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio.



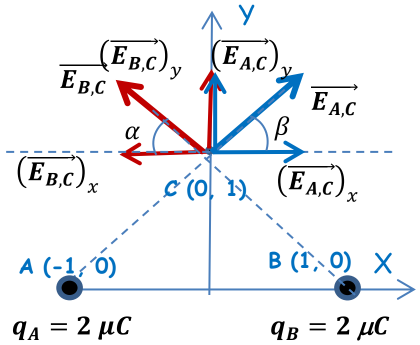
La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste.
La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, de modo que la energía mecánica se conserva.
Para que un cuerpo lanzado desde un punto dentro de un campo gravitatorio pueda abandonar éste, el cuerpo debe llegar a un punto suficientemente alejado con energía potencial gravitatoria nula (ya que hemos tomado como referencia potencial 0 un punto suficientemente alejado, el infinito, donde la influencia gravitatoria puede considerarse nula)

y con energía cinética nula. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0, de modo que aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\frac{-G\,.\,M_M\,.\,m}{R_M} + \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,v_e^2 = 0 \;\Rightarrow\; v_e = \sqrt{\frac{2\,.\,G\,.\,M_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2\,.\,6{,}7.10^{-11}\,.\,3{,}24.10^{23}}{(0{,}38\,.\,6{,}37.10^{6})}} = 4235\ m/s$$

5.- Dos partículas cargadas $Q_1 = Q_2 = +2\mu C$, están situadas en los puntos Q_1: (1,0) y Q_2: (–1,0). Todas las coordenadas están expresadas en metros.

a) **(0,75 p)** Expresa correctamente el valor del campo eléctrico en el punto (0,1).



$$r_A = r_B = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ m$$

$$\alpha = \beta = arctg\,\frac{1}{1} = 45°$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes horizontales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes verticales que son iguales entre sí.

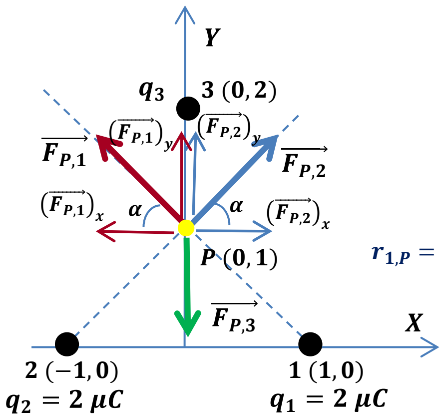
$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\,.\,(\vec{E}_{A,C})_y = 2\,.\,K.\,\frac{q}{(r_{A,C})^2}\,.(sen\,\alpha\,.\,\vec{j})$$

$$\vec{E}_C = 2\,.\,9.10^9.\,\frac{2.10^{-6}}{(\sqrt{2})^2}\,.\,(sen\,45°\,.\,\vec{j}) = 1{,}27.10^4\,\vec{j}\ \ N/C$$

b) **(0,75 p)** ¿Qué valor debe tener una carga Q_3 situada en (0,2) para que una carga situada en el punto (0,1) no experimente ninguna fuerza neta?

La condición pedida es:

$$\vec{F}_P = \vec{F}_{P,1} + \vec{F}_{P,2} + \vec{F}_{P,3} = 0$$



$$\alpha = arctg\,\frac{1}{1} = 45°$$

$$r_{1,P} = r_{2,P} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ m$$

Vamos a suponer que la carga (q) situada en el punto P es positiva (el resultado es el mismo si suponemos que la carga es negativa). Las intensidades de las fuerzas creadas por las cargas 1 y 2 son iguales (misma carga y misma distancia). Al descomponer estas dos fuerzas, las componentes horizontales se anulan entre sí, quedando como resultante la suma de las componentes verticales (en sentido Y positivo). Por lo tanto la carga 3 tiene que realizar una fuerza en el sentido Y negativo, que compense la resultante de las fuerzas 1 y 2, por lo que la carga 3 tiene que ser positiva. A la misma conclusión hubiésemos llegado si la carga situada en P fuese negativa (solo cambiarían los sentidos de las fuerzas).

$$|\vec{F}_3| = \left|(\vec{F}_1)_y\right| + \left|(\vec{F}_2)_y\right| = 2\,.\,\left|(\vec{F}_1)_y\right|$$

$$K\,.\,\frac{Q_3\,.\,q}{(r_{3,P})^2} = 2\,.K\,.\,\frac{Q_1\,.\,q}{(r_{1,P})^2}\,.\,cos\,\alpha \;\Rightarrow\; \frac{Q_3}{1} = 2\,.\,\frac{2.10^{-6}}{(\sqrt{2})^2}\,.\,sen\,45° \;\Rightarrow\; Q_3 = 1{,}41.10^{-6}\,C$$

c) **(0,5 p)** En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0,1) debido a las cargas Q_1, Q_2 y Q_3?

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} + V_{3,P} = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_{1,P}} + \frac{q_2}{r_{2,P}} + \frac{q_3}{r_{3,P}} \right) = 9.10^9 \cdot \left(\frac{2.10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{2.10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{1,41.10^{-6}}{1} \right) = 38146\ V$$