OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Marte tiene una masa de $6.42 \cdot 10^{23}$ kg es decir unas 0.107 veces la masa de la Tierra y un radio de 3400 km, es decir, unas 0.533 veces el radio terrestre.

a) [1 PUNTO] Determina el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte.

b) [1 PUNTO] Halla la velocidad de escape desde la superficie del planeta.

2. Un material de caras planas y paralelas tiene un espesor d y un índice de refracción de 1.45. Si lo colocamos entre agua (n = 1.33) y aire (n = 1) e incidimos con un rayo de luz monocromática de frecuencia $4.5\ 10^{14}$ Hz desde el agua en el material, determinar:

a) [1 PUNTO] La longitud de onda del rayo en el agua y en el material.

b) [1 PUNTO] El ángulo de incidencia a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.

3. El trabajo de extracción de un metal es 3.2 eV (1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J). Sobre él incide radiación de longitud de onda $\lambda = 340$ nm (1 nm = 10^{-9} m). Calcula:

a) [1 PUNTO] La frecuencia umbral y la velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.

b)[0,5 PUNTOS] Si la longitud de onda se reduce a la tercera parte, ¿cuál es, en su caso, la nueva velocidad máxima que adquieren los electrones?

c)[0,5 PUNTOS] Describir el concepto de frecuencia umbral y su relación con la hipótesis cuántica de Planck.

4. La función de una onda armónica transversal que se mueve sobre una cuerda viene dada por

$$y\,(x,\,t) = 0.3\text{m sen}\left(2.2^{-1}\text{m}^{-1}x - 3.5\,\text{s}^{-1}\,t\right)$$

a)[0,5 PUNTOS] ¿En qué dirección se propaga esta onda y cuál es su velocidad?

b) [1 PUNTO] Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de esta onda.

c)[0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la velocidad máxima de cualquier segmento de cuerda?

5. Dos cargas positivas idénticas de valor $q_1 = q_2 = 4.0\ \mu C$ ($1 \mu C = 10^{-9}$C) están situadas sobre el eje x en las posiciones $x_1 = -5$ cm y $x_2 = 5$ cm.

a) [1 PUNTO] Calcular el vector campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto (x = 0, y = 3 cm). Representarlo gráficamente.

b) [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la fuerza que experimentaría una carga de $2 \mu C$ colocada en las coordenadas (x = 5, y = 3) en cm.?

c) [0,5 PUNTOS] Explica brevemente el “principio de superposición”.

EBAU SEPTIEMBRE 2017 FÍSICA OPCIÓN 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^8$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97{\cdot}10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- Marte tiene una masa de $6{,}42.10^{23}$ kg es decir unas 0,107 veces la masa de la Tierra y un radio de 3400 km, es decir, unas 0,533 veces el radio terrestre.

a) **(1 p)** Determina el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte.

Teniendo en cuenta la definición de intensidad de campo gravitatorio:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -G\,.\,\frac{M}{r^2}\,\vec{u_r}$$

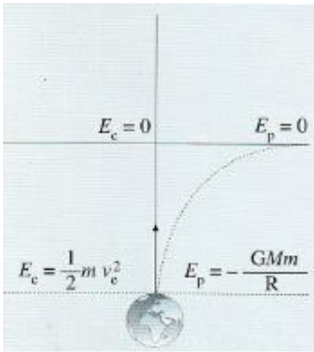
Cuyo módulo es:

$$g = \frac{F}{m} = G\,.\,\frac{M}{r^2}$$

Si llamamos $g_{0,M}$ a la intensidad de campo gravitatorio en la superficie de Marte, tenemos:

$$g_{0,M} = G\,.\,\frac{M_M}{(R_M)^2} = 6{,}67.10^{-11}\,.\,\frac{6{,}42.10^{23}}{(3{,}4.10^6)^2} = 3{,}7\ N/kg = 3{,}7\ m/s^2$$

b) **(1 p)** Halla la velocidad de escape desde la superficie del planeta.



La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste.
La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, de modo que la energía mecánica se conserva.
Para que un cuerpo lanzado desde un punto dentro de un campo gravitatorio pueda abandonar éste, el cuerpo debe llegar a un punto suficientemente alejado con energía potencial gravitatoria nula (ya que hemos tomado como referencia potencial 0 un punto suficientemente alejado, el infinito, donde la influencia gravitatoria puede considerarse nula) y con energía cinética nula. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0, de modo que aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\frac{-G\,.\,M_M\,.\,m}{R_M} + \frac{1}{2}\,.m\,.v_e^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2\,.\,G\,.\,M_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2\,.\,6{,}7.10^{-11}\,.\,6{,}42.10^{23}}{3{,}4.10^6}} = 5030\ m/s$$

2.- Un material de caras planas y paralelas tiene un espesor d y un índice de refracción de 1,45. Si lo colocamos entre agua (n = 1,33) y aire (n = 1) e incidimos con un rayo de luz monocromática de frecuencia $4{,}5.10^{14}$ Hz desde el agua en el material, determinar:

a) **(1 p)** La longitud de onda del rayo en el agua y en el material.

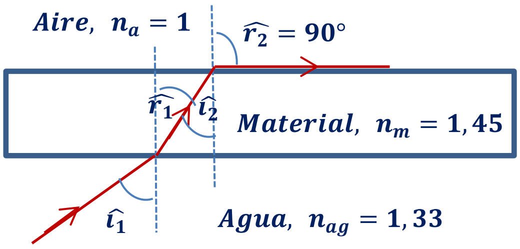
$$\lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{f_{agua}} = \frac{c/n_{agua}}{f_{agua}} = \frac{3.10^8/1,33}{4,5.10^{14}} = 5,01.10^{-7}\ m = 501\ nm$$

La frecuencia de la onda no varía al cambiar de medio de propagación:

$$f_{agua} = f_{material} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_{agua}}{\lambda_{agua}} = \frac{v_{material}}{\lambda_{material}}$$

$$\lambda_m = \lambda_{ag} \cdot \frac{v_m}{v_{ag}} = \lambda_{agua} \cdot \frac{\left(\frac{c}{n_{material}}\right)}{\left(\frac{c}{n_{agua}}\right)} = \lambda_{agua} \cdot \frac{n_{agua}}{n_{material}} = 501 \cdot \frac{1,33}{1,45} = 459,5\ nm$$

b) **(1 p)** El ángulo de incidencia a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.



Se produce una doble refracción.

Lámina - Aire (reflexión total): si aplicamos la ley de Snell de la refracción

$$n_m \cdot sen\ \widehat{\iota_2} = n_a \cdot sen\ 90° \Rightarrow 1,45 \cdot \widehat{\iota_2} = 1$$

$$\widehat{\iota_2} = 43,6°$$

Agua - Lámina: Se trata de ángulos internos alternos:

$$\widehat{r_1} = \widehat{\iota_2}$$

$$n_{ag} \cdot sen\ \widehat{\iota_1} = n_{mat} \cdot sen\ \widehat{r_2} \Rightarrow 1,33 \cdot sen\ \widehat{\iota_1} = 1,45 \cdot sen\ 43,6° \quad \Rightarrow \quad \widehat{\iota_1} = 48,75°$$

3.- El trabajo de extracción de un metal es 3,2 eV (1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J). Sobre él incide radiación de longitud de onda λ = 340 nm (1 nm = 10^{-9} m). Calcula:

a) **(1 p)** La frecuencia umbral y la velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.

$$W_0 = h \cdot f_0 \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{3,2 \cdot 1,6.10^{-19}}{6,6.10^{-34}} = 7,76.10^{14}\ Hz$$

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón\ inc.} = W_0 + \left(E_{c,máx}\right)_{electrón\ emitido} \quad \Rightarrow \quad E_{c,máx} = E_{fotón\ inc.} - W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$E_{c,máx} = 6,6.10^{-34} \cdot \frac{3.10^8}{340.10^{-9}} - (3,2 \cdot 1,6.10^{-19}) = 7,03.10^{-20}\ J$$

$$E_{c,máx} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{máx}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{máx} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c,máx}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,03.10^{-20}}{9,1.10^{-31}}} = 3,93.10^5\ m/s$$

b) **(0,5 p)** Si la longitud de onda se reduce a la tercera parte, ¿cuál es, en su caso, la nueva velocidad máxima que adquieren los electrones?

$$E_{fotón\ inc.} = W_0 + \left(E_{c,máx}\right)_{electrón\ emitido} \quad \Rightarrow \quad E'_{c,máx} = E'_{fotón\ inc.} - W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda'} - W_0$$

$$E_{c,máx} = 6,6.10^{-34} \cdot \frac{3.10^{8}}{113,33.10^{-9}} - (3,2 \cdot 1,6.10^{-19}) = 1,23.10^{-18}\ J$$

$$E_{c,máx} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{máx}^{2} \quad \Rightarrow \quad v_{máx} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c,máx}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,23.10^{-18}}{9,1.10^{-31}}} = 1,64.10^{6}\ m/s$$

c) **(0,5 p)** Describir el concepto de frecuencia umbral y su relación con la hipótesis cuántica de Planck.

En el efecto fotoeléctrico, para cada metal existe una frecuencia luminosa umbral, f_0, por debajo de la cual no se produce la emisión fotoeléctrica, sea cual sea la intensidad de la luz o radiación incidente. Einstein propuso que en el efecto fotoeléctrico la radiación electromagnética en su interacción con los electrones de la materia se comporta en la forma propuesta por Planck para los osciladores atómicos en relación con la radiación del cuerpo negro, de tal manera que la energía no se absorbe de forma uniforme sino de forma cuantizada.
Para un cierto metal, su función trabajo es:

$$W_0 = h \cdot f_0$$

En esta expresión, f_0 es la frecuencia umbral del metal. Cuando el metal es iluminado con luz de menor frecuencia, no surgen electrones del metal, con independencia de la intensidad de la luz incidente. A partir de esa frecuencia de iluminación, surgen electrones con velocidad al cuadrado proporcional a la diferencia entre la frecuencia de iluminación y la frecuencia umbral. Se trata de un fenómeno cuántico (relacionado con la hipótesis de Planck); es decir, los electrones en la materia, como si fueran osciladores cuánticos, no pueden acumular energía de forma continua, sólo discreta.

4.- La función de una onda armónica transversal que se mueve sobre una cuerda viene dada por:

$$y\ (x,t) = 3 \cdot sen\ (2,2x - 3,5t)\ \ (m; s)$$

a) **(0,5 p)** ¿En qué dirección se propaga esta onda y cuál es su velocidad?

Sería suficiente con decir que la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X debido al signo (-) en la fase de la onda entre el término espacial y el temporal.

Otra forma de razonar el sentido de propagación es el siguiente, cada frente de onda tiene una fase distinta pero todos los pertenecientes a mismo frente de onda tienen la misma fase (kx - ωt + φ_0 = cte). Si derivamos esta fase respecto de t:

$$\frac{d\ (kx - \omega t + \varphi_0)}{dt} = k \cdot v_x - \omega = 0 \ \Rightarrow v_x = \frac{\omega}{k} > 0 \ \Rightarrow \textit{propagación en el sentido positivo del eje X}$$

b) **(1 p)** Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de esta onda.

La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje X es:

$$y\ (x;t) = A \cdot sen\ (k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi_0) = A \cdot sen\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - 2\pi \cdot f \cdot t + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$2\pi \cdot f = 3,5 \ \Rightarrow \ f = \frac{3,5}{2\pi} = 0,56\ Hz; \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,56} = 1,78\ s; \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = 2,2 \ \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{2,2} = 2,85\ m$$

c) **(0,5 p)** ¿Cuál es la velocidad máxima de cualquier segmento de cuerda?

La velocidad de vibración de los puntos del medio es:

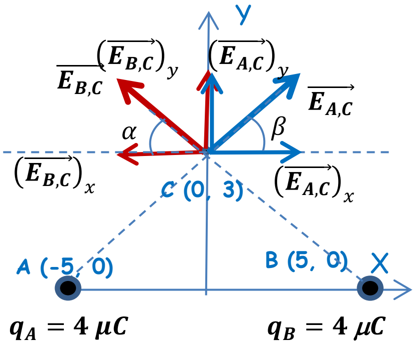
$$v = \frac{dy}{dt} = -10,5 \cdot cos\ (2,2x - 3,5t)$$

La máxima velocidad de vibración se consigue cuando:

$$\cos\ (2,2x - 3,5t) = \pm\ 1 \quad \Rightarrow \quad v_{máx} = \pm\ 10,5\ m/s$$

5.- Dos cargas positivas idénticas de valor $q_1 = q_2 = 4,0\ \mu C$ ($1\ \mu C = 10^{-6}\ C$) están situadas sobre el eje X en las posiciones $x_1 = -5$ cm y $x_2 = 5$ cm.

a) **(1 p)** Calcular el vector campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto (x = 0, y = 3 cm). Representarlo gráficamente.



$$r_A = r_B = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}\ cm$$

$$\alpha = \beta = arctg\ \frac{3}{5} = 31°$$

Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes horizontales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes verticales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\ .\ (\vec{E}_{A,C})_y = 2\,K.\ \frac{q}{(5)^2}\ .(sen\,\alpha\ .\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_C = 2\ .\ 9.10^9.\ \frac{4.10^{-6}}{(\sqrt{34}.10^{-2})^2}\ .(sen\,31°\ .\ \vec{\jmath}) = 1,09.10^7\,\vec{\jmath}\ \ N/C$$

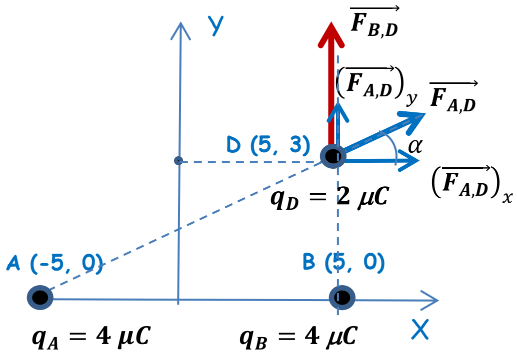
b) **(0,5 p)** ¿Cuál es la fuerza que experimentaría una carga de 2 μC colocada en las coordenadas (x = 5, y = 3) en cm?

$$r_{A,D} = \sqrt{10^2 + 3^2} = \sqrt{109}\ cm$$

$$r_{B,D} = 3\ \ cm$$

$$\alpha = \beta = arctg\ \frac{3}{10} = 16,7°$$

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{A,D} + \vec{F}_{B,D}$$



$$\vec{F}_D = K\,.\frac{q_D\,.\ q_A}{(r_{A,D})^2}\ .(\cos 16,7°\,\vec{\imath}\ + sen\,17,6°\,\vec{\jmath})\ +\ K\,.\frac{q_D\ .\ q_B}{(r_{B,D})^2}\ .(\vec{\jmath}\,)$$

$$\vec{F}_D = 9.10^9\,.\frac{4.10^{-6}\ .\ 2.10^{-6}}{(\sqrt{109}.10^{-2})^2}\ .(\cos 16,7°\,\vec{\imath}\ + sen\,17,6°\,\vec{\jmath})\ +\ 9.10^9\,.\frac{4.10^{-6}\ .\ 2.10^{-6}}{(3.10^{-2})^2}\ .(\vec{\jmath}\,)$$

$$\vec{F}_D = 6,3\ \vec{\imath}\ +\ 81,9\ \vec{\jmath}\ \ \ N$$

c) **(0,5 p)** Explica brevemente el "principio de superposición".

Aplicado al campo eléctrico, el principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico, $\vec{E}$, en un punto debido a un sistema de cargas puntuales es igual a la suma de las intensidades de campo debidos a cada una de las cargas q_i del sistema. Además, el campo creado en dicho punto por cada carga q_i es el mismo que si las demás cargas del sistema no existieran:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E_i}$$

Este principio puede ser aplicado también a la fuerza electrostática, al potencial electrostático y a la energía potencial electrostática, siendo en estos últimos dos casos una suma escalar.