

FÍSICA

INDICACIONES

- **El alumno debe realizar un total de cuatro ejercicios, sin poder elegir dos ejercicios de un mismo bloque.** En caso de realizar dos ejercicios de un mismo bloque se corregirá de esos dos el que aparezca resuelto en primer lugar, sin tener en cuenta el que aparezca a continuación.
- Los dispositivos que puedan conectarse a internet, o que puedan recibir o emitir información, deben estar apagados durante la celebración del examen.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Radio de la Tierra	$R_T = 6370 \text{ km}$	Masa de la Tierra	$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

Bloque 1

Ejercicio 1. [2,5 PUNTOS] En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del S.I., viene dada por la ecuación:

$$y(x, t) = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

- [1 PUNTO] Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia y la longitud de onda.
- [0,5 PUNTOS] Calcular la velocidad de propagación de la onda, especificando dirección y sentido de propagación.
- [1 PUNTO] Determinar la velocidad transversal del punto de la cuerda situado en $x = 3 \text{ m}$, en función del tiempo.

Ejercicio 2. [2,5 PUNTOS] Un instrumento musical emite ondas sonoras de 512 Hz de frecuencia, con una potencia de 0,01 W.

- [1 PUNTO] Calcular la longitud de onda e indicar, razonadamente, si las ondas son longitudinales o transversales.
- [0,75 PUNTOS] Calcular el nivel de intensidad que percibe un oyente situado a 15 m de distancia.
- [0,75 PUNTOS] Se tienen 20 instrumentos musicales como el anterior, idénticos, situados en la misma posición, emitiendo la misma onda sonora al unísono. Calcular el nivel de intensidad que percibe el oyente situado a 15 m de distancia de todos ellos.

DATOS: La mínima intensidad que puede percibir el oído humano es $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Velocidad del sonido en el aire, $v_s = 340 \text{ m/s}$.

Bloque 2

Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS] Un vidrio de caras planas y paralelas de 5 cm de grosor, se coloca entre aire y diamante y se incide con un rayo de luz monocromática de $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ de frecuencia, desde el diamante, con un ángulo de 20° respecto a la normal, calcular:

- [1 PUNTO] La longitud de onda del rayo en los tres medios.
- [0,5 PUNTOS] El tiempo que tarda el rayo en atravesar el vidrio.
- [1 PUNTO] El ángulo de emergencia en la interfase vidrio-aire, con un dibujo explicativo.

DATOS: Índice de refracción del aire: $n_{\text{aire}} = 1$.

Índice de refracción del vidrio: $n_{\text{vidrio}} = 1,5$.

Índice de refracción del diamante: $n_{\text{diamante}} = 2,4$.

- Ejercicio 4.** [2,5 PUNTOS] Se dispone de una lente delgada convergente de 30 cm de distancia focal. Determinar, indicando la naturaleza de la imagen junto con el trazado de rayos correspondiente, las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de la lente para que la imagen formada sea:
- a) [1,25 PUNTOS] Derecha y de tamaño triple que el objeto.
 - b) [1,25 PUNTOS] Invertida y un tercio del tamaño del objeto.

Bloque 3

- Ejercicio 5.** [2,5 PUNTOS] Un cuerpo de masa 4×10^8 kg se encuentra fijado en el punto $(-200, 0)$ de un cierto sistema de referencia. Otro cuerpo de masa 2×10^8 kg se encuentra fijado en el punto $(50, 0)$. Todas las distancias se dan en metros.
- a) [1 PUNTO] Calcular y representar gráficamente el vector campo gravitatorio debido a los dos cuerpos en el punto $(0,0)$.
 - b) [1 PUNTO] Calcular el potencial gravitatorio debido a los dos cuerpos en los puntos $(0,0)$ y $(0,-100)$.
 - c) [0,5 PUNTOS] Calcular el trabajo realizado por el campo gravitatorio sobre una masa de 1000 kg cuando se desplaza desde el punto $(0,0)$ hasta el punto $(0,-100)$.

- Ejercicio 6.** [2,5 PUNTOS] Un satélite natural describe una órbita circular de 8000 km de radio alrededor de un cierto planeta P. Sabiendo que el periodo de revolución es de 32 horas, hallar:

- a) [1,25 PUNTOS] La masa del planeta P.
- b) [1,25 PUNTOS] La velocidad de escape desde la superficie del planeta P.

DATOS: Radio del planeta: $R_P = 5500$ km.

Bloque 4

- Ejercicio 7.** [2,5 PUNTOS] Dos cargas eléctricas puntuales de valor $Q_1 = 2 \mu\text{C}$ y $Q_2 = -4 \mu\text{C}$, se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos $(0,5)$ y $(0,-5)$ respectivamente. Todas las distancias se dan en metros.
- a) [1,5 PUNTOS] Calcular y representar gráficamente el vector campo eléctrico en el punto $(5,0)$.
 - b) [0,5 PUNTOS] Calcular el potencial eléctrico debido a las dos cargas en el punto $(5,0)$.
 - c) [0,5 PUNTOS] Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga de $1 \mu\text{C}$ cuando se desplaza desde un punto infinitamente alejado de Q_1 y Q_2 hasta el punto $(5,0)$.

- Ejercicio 8.** [2,5 PUNTOS] Un electrón es acelerado mediante una diferencia de potencial ΔV , y posteriormente se introduce en una región donde hay un campo magnético de 0,5 mT, perpendicular al vector velocidad del electrón. La órbita del electrón cuando entra en la región de campo magnético es de 5 cm. Hallar:

- a) [1,5 PUNTOS] El valor de la diferencia de potencial ΔV utilizada para acelerar el electrón.
- b) [1 PUNTO] La frecuencia de giro del electrón en dicha órbita.

Bloque 5

- Ejercicio 9.** [2,5 PUNTOS] Al iluminar un metal con luz de longitud de onda en el vacío $\lambda = 680$ nm, se observa que emite electrones con una energía cinética máxima de 0,9 eV. Se cambia la longitud de onda de la luz incidente y se mide de nuevo la energía cinética máxima, obteniéndose un valor de 1.80 eV. Calcular:

- a) [1,5 PUNTOS] La frecuencia de la luz en la segunda medida.
- b) [1 PUNTO] La frecuencia umbral del metal.

DATOS: $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

- Ejercicio 10.** [2,5 PUNTOS] Se dispone de una muestra de 200 g de ^{60}Co , cuyo periodo de semidesintegración es de 5,27 años y su masa atómica es 60 u. Este radioisótopo se utiliza como fuente de rayos gamma en tratamientos de radioterapia.

- a) [1,25 PUNTOS] Calcular la constante de desintegración y la actividad inicial de la muestra.
- b) [1,25 PUNTOS] Si la muestra debe ser reemplazada cuando la actividad haya descendido a la mitad de la actividad inicial, ¿cuál es la vida útil de una muestra destinada a este uso médico?

DATOS: Número de Avogadro: $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

BLOQUE 1

Ejercicio 1. [2,5 PUNTOS] En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del S.I., viene dada por la ecuación:

$$y(x, t) = 0,2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

- a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda.

La ecuación general de una onda armónica unidimensional es:

$$y(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x \pm \varphi_0) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t \pm \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \pm \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$A = 0,2m; \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = \frac{12\pi}{\pi} = 12s; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12} = 0,083 \text{ Hz}; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{6\pi}{\pi} = 6m$$

- b) **(0,5 p)** Calcular la velocidad de propagación de la onda, especificando dirección y sentido de propagación.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ m/s}$$

La onda se desplaza en el sentido negativo del eje OX, ya que en la fase de la onda los términos espacial y temporal tienen el mismo signo.

Otra forma de razonar el sentido de propagación es el siguiente, cada frente de onda tiene una fase distinta, pero todos los pertenecientes a mismo frente de onda tienen la misma fase:

$$\omega t + kx + \varphi_0 = cte.$$

Si derivamos esta fase respecto de t para hallar la velocidad de propagación:

$$\frac{d(kx + \omega t + \varphi_0)}{dt} = k \cdot v_x + \omega = 0 \Rightarrow v_x = -\frac{\omega}{k} = -\left(\frac{\pi/6}{\pi/3}\right) = -0,5 \text{ m/s}$$

La velocidad negativa indica que la onda se propaga en sentido negativo del eje OX.

- c) **(1 p)** Determinar la velocidad transversal del punto de la cuerda situado en $x = 3 \text{ m}$, en función del tiempo.

La velocidad de vibración de los puntos del medio es:

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -0,2 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{4}\right) = \left[-\frac{\pi}{30} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{4}\right)\right] \text{ m/s}$$

$$v(x = 3, t) = -\frac{\pi}{30} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3} \cdot 3 + \frac{\pi}{4}\right) = \left[-\frac{\pi}{30} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{4}\right)\right] \text{ m/s}$$

Ejercicio 2. [2,5 PUNTOS] Un instrumento musical emite ondas sonoras de 512 Hz de frecuencia, con una potencia de 0,01 W.

DATOS: La mínima intensidad que puede percibir el oído humano es $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.
Velocidad del sonido en el aire, $v_s = 340 \text{ m/s}$.

- a) **(1 p)** Calcular la longitud de onda e indicar, razonadamente, si las ondas son longitudinales o transversales.

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{512} = 0,66 \text{ m}$$

Si un cuerpo vibra en el seno del aire, las moléculas de los distintos gases que lo componen experimentan una perturbación que se transmite de unas a otras, en forma de compresiones (aumentos de presión) y enrarecimientos (disminuciones de presión), en dirección paralela a la

velocidad de propagación a lo largo de la dirección de propagación, dando lugar a un **movimiento ondulatorio longitudinal** que llamamos sonido.

- b) **(0,75 p)** Calcular el nivel de intensidad que percibe un oyente situado a 15 m de distancia.

Calculamos la intensidad de la onda sonora a 15 m del foco teniendo en cuenta que el sonido se propaga en forma de frentes de onda esféricos.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0,01}{4\pi \cdot (15)^2} = 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

De acuerdo a la Ley de Weber – Fechner, el nivel de intensidad sonora, sensación sonora o sonoridad, S, es proporcional a los logaritmos de las intensidades de los estímulos que las provocan:

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{3,54 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 65,5 \text{ dB}$$

- c) **(0,75 p)** Se tienen 20 instrumentos musicales como el anterior, idénticos, situados en la misma posición, emitiendo la misma onda sonora al unísono. Calcular el nivel de intensidad que percibe el oyente situado a 15 m de distancia de todos ellos.

Todos los instrumentos generan a la misma distancia la misma intensidad sonora, por lo que la intensidad se multiplica por 20.

$$S' = 10 \cdot \log \frac{I'}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{(20 \cdot 3,54 \cdot 10^{-6})}{10^{-12}} = 78,5 \text{ dB}$$

BLOQUE 2

Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS] Un vidrio de caras planas y paralelas de 5 cm de grosor, se coloca entre aire y diamante y se incide con un rayo de luz monocromática de $6 \cdot 10^{14}$ Hz de frecuencia, desde el diamante, con un ángulo de 20° respecto a la normal, calcular:

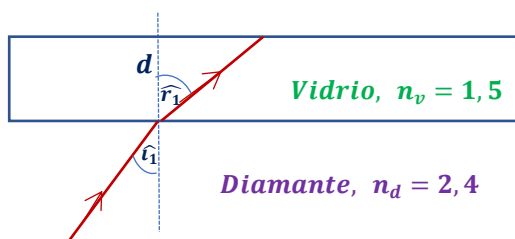
DATOS: Índice de refracción del aire: $n_{\text{aire}} = 1$.
Índice de refracción del vidrio: $n_{\text{vidrio}} = 1,5$.
Índice de refracción del diamante: $n_{\text{diamante}} = 2,4$.

- a) **(1 p)** La longitud de onda del rayo en los tres medios.

La frecuencia del rayo luminoso no cambia al cambiar el medio de propagación, pero si se produce un cambio en la longitud de onda, ya que la velocidad de propagación es diferente.

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n \cdot f} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{\text{aire}} = \frac{c}{n_{\text{aire}} \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1 \cdot 6 \cdot 10^{14}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}} \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 6 \cdot 10^{14}} = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 333 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{diamante}} = \frac{c}{n_{\text{diamante}} \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4 \cdot 6 \cdot 10^{14}} = 2,08 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 208 \text{ nm} \end{cases}$$

- b) **(0,5 p)** El tiempo que tarda el rayo en atravesar el vidrio.



Diamante - Vidrio: si aplicamos la ley de Snell de la refracción

$$n_d \cdot \sin i_1 = n_v \cdot \sin r_1$$

$$2,4 \cdot \sin 20^\circ = 1,5 \cdot \sin r_1 \Rightarrow r_1 = 33,2^\circ$$

Calculamos por trigonometría la distancia recorrida por el rayo dentro del vidrio:

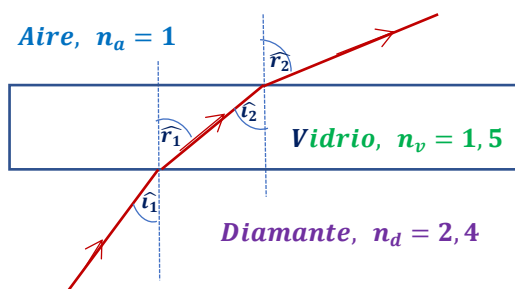
$$l = \frac{d}{\cos 33,2^\circ} = \frac{5}{\cos 33,2^\circ} = 5,98 \text{ cm}$$

De modo que el tiempo que tarda el rayo en atravesar el vidrio es:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l \cdot n_v}{c} = \frac{5,98 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5}{3 \cdot 10^8} \cong 3 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

- c) (1 p) El ángulo de emergencia en la interfase vidrio-aire, con un dibujo explicativo.

Se produce una doble refracción.



Diamante - Vidrio: si aplicamos la ley de Snell de la refracción

$$n_d \cdot \sin \hat{i}_1 = n_v \cdot \sin \hat{r}_1$$

$$2,4 \cdot \sin 20^\circ = 1,5 \cdot \sin \hat{r}_1 \Rightarrow \hat{r}_1 = 33,2^\circ$$

Vidrio - Aire: por tratarse de ángulos internos alternos

$$\hat{r}_1 = \hat{i}_2$$

$$n_v \cdot \sin \hat{i}_2 = n_a \cdot \sin \hat{r}_2 \Rightarrow 1,5 \cdot \sin 33,2^\circ = 1 \cdot \sin \hat{r}_2 \Rightarrow \hat{r}_2 = 55,2^\circ$$

En ambas refracciones, al pasar el rayo de un medio más refringente a uno menos refringente, se aleja de la normal.

Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS] Se dispone de una lente delgada convergente de 30 cm de distancia focal. Determinar, indicando la naturaleza de la imagen junto con el trazado de rayos correspondiente, las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de la lente para que la imagen formada sea:

- a) (1,25 p) Derecha y de tamaño triple que el objeto.

Por tratarse de una lente convergente, de acuerdo con las normas DIN, la distancia focal imagen es positiva.

$$f' = 30 \text{ cm}$$

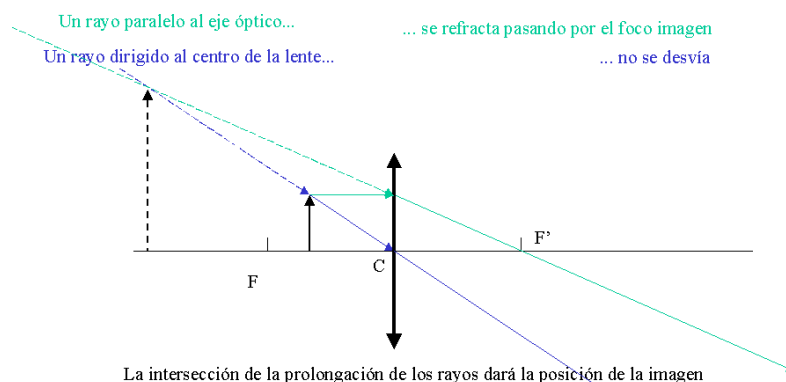
Cuando las lentes convergentes forman imágenes virtuales, estas son derechas, por lo que el aumento lateral es positivo. Para una lente delgada, el aumento lateral es:

$$M_L = \frac{s'}{s} = 3 \Rightarrow s' = 3s$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \frac{-2f'}{3} = \frac{-2 \cdot 30}{3} = -20 \text{ cm}; \quad s' = 3s = -60 \text{ cm}$$

El objeto debe colocarse 20 cm por delante de la lente, formándose una imagen virtual 60 cm por delante de la lente. Las lentes convergentes forman imágenes virtuales, derechas y de mayor tamaño que el objeto cuando este se sitúa entre el foco objeto y la lente. Lo podemos ver en este trazado de rayos.



- b) (1,25 p) Invertida y un tercio del tamaño del objeto.

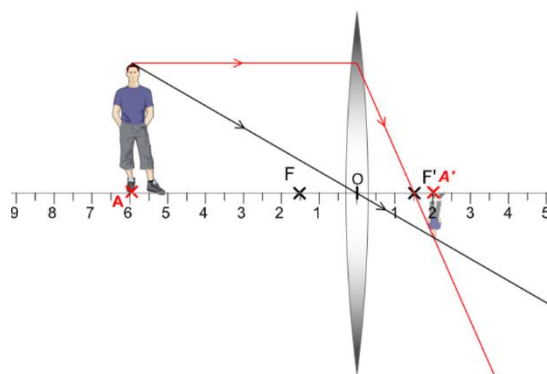
Cuando las lentes convergentes forman imágenes reales, estas son invertidas, por lo que el aumento lateral es negativo. Para una lente delgada, el aumento lateral es:

$$M_L = \frac{s'}{s} = -\frac{1}{3} \Rightarrow s' = -\frac{s}{3}$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{3}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = -4f' = -4 \cdot 30 = -120 \text{ cm}; \quad s' = -\frac{s}{3} = 40 \text{ cm}$$

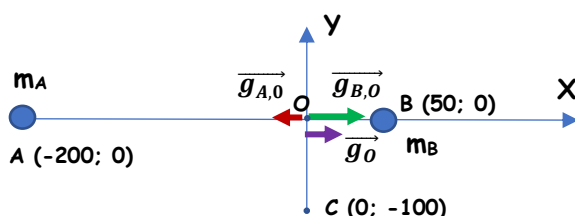
El objeto debe colocarse 120 cm por delante de la lente, formándose una imagen real 40 cm por detrás de la lente. Las lentes convergentes forman imágenes reales, invertidas y de menor tamaño que el objeto cuando este se sitúa más lejos que el foco objeto de la lente. Lo podemos ver en este trazado de rayos (no se mantienen las distancias en el diagrama, pero sí las proporciones).



BLOQUE 3

Ejercicio 5. [2,5 PUNTOS] Un cuerpo de masa $4 \cdot 10^8 \text{ kg}$ se encuentra fijado en el punto $(-200, 0)$ de un cierto sistema de referencia. Otro cuerpo de masa $2 \cdot 10^8 \text{ kg}$ se encuentra fijado en el punto $(50, 0)$. Todas las distancias se dan en metros.

- a) **(1 p)** Calcular y representar gráficamente el vector campo gravitatorio debido a los dos cuerpos en el punto $(0,0)$.



$$r_{A,O} = 200 \text{ m}; \quad r_{B,O} = 50 \text{ m}$$

$$r_{A,C} = \sqrt{50000} \text{ m}; \quad r_{B,C} = \sqrt{12500} \text{ m}$$

$$\vec{g}_O = \vec{g}_{A,O} + \vec{g}_{B,O} = G \cdot \left[-\frac{m_A}{(r_{A,O})^2} + \frac{m_B}{(r_{B,O})^2} \right] \cdot \vec{i} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \left[-\frac{4 \cdot 10^8}{(200)^2} + \frac{2 \cdot 10^8}{(50)^2} \right] \cdot \vec{i} = (4,67 \cdot 10^{-6} \vec{i}) \text{ N/kg}$$

- b) **(1 p)** Calcular el potencial gravitatorio debido a los dos cuerpos en los puntos $(0,0)$ y $(0,-100)$.

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = -G \cdot \left[\frac{m_A}{r_{A,O}} + \frac{m_B}{r_{B,O}} \right] = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \left[\frac{4 \cdot 10^8}{200} + \frac{2 \cdot 10^8}{50} \right] = -4,002 \cdot 10^{-4} \text{ J/kg}$$

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = -G \cdot \left[\frac{m_A}{r_{A,C}} + \frac{m_B}{r_{B,C}} \right] = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \left[\frac{4 \cdot 10^8}{\sqrt{50000}} + \frac{2 \cdot 10^8}{\sqrt{12500}} \right] = -2,386 \cdot 10^{-4} \text{ J/kg}$$

- c) **(0,5 p)** Calcular el trabajo realizado por el campo gravitatorio sobre una masa de 1000 kg cuando se desplaza desde el punto $(0,0)$ hasta el punto $(0,-100)$.

$$W_{O \rightarrow C} = -\Delta E_p = -m \cdot (V_C - V_O) = m \cdot (V_O - V_C) = 1000 \cdot [-4,002 \cdot 10^{-4} - (-2,386 \cdot 10^{-4})] = -0,162 \text{ J}$$

El trabajo negativo significa que el proceso no es espontáneo, es necesaria una fuerza externa para realizar el traslado, lo que supone un aumento equivalente de la energía potencial gravitatoria de la masa trasladada. El resultado es lógico, ya que la fuerza gravitatoria es atractiva y al trasladar la masa m del punto O al punto C la estamos alejando de las masas A y B.

Ejercicio 6. [2,5 PUNTOS] Un satélite natural describe una órbita circular de 8000 km de radio alrededor de un cierto planeta P. Sabiendo que el periodo de revolución es de 32 horas, hallar:

DATOS: Radio del planeta: $R_P = 5500$ km.

a) **(1,25 p)** La masa del planeta P.

La fuerza gravitatoria del planeta actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$G \cdot \frac{M_P \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{(v_0)^2}{r} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_P}{r}}$$

Por otro lado, el período es:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_0} \Rightarrow v_0 = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

De donde igualando obtenemos que:

$$M_P = \frac{4\pi \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi \cdot (8 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (32 \cdot 3600)^2} = 7,27 \cdot 10^{21} \text{ kg}$$

b) **(1,25 p)** La velocidad de escape desde la superficie del planeta P.

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste.

La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, de modo que la energía mecánica se conserva.

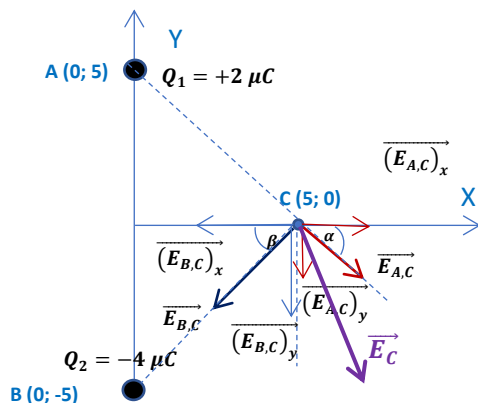
Para que un cuerpo lanzado desde un punto dentro de un campo gravitatorio pueda abandonar éste, el cuerpo debe llegar a un punto suficientemente alejado con energía potencial gravitatoria nula (ya que hemos tomado como referencia potencial 0 un punto suficientemente alejado, el infinito, donde la influencia gravitatoria puede considerarse nula) y con energía cinética nula. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0, de modo que aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\frac{-G \cdot M_P \cdot m}{R_P} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_e)^2 = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_P}{R_P}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,27 \cdot 10^{21}}{5,5 \cdot 10^6}} \cong 420 \text{ m/s}$$

BLOQUE 4

Ejercicio 7. [2,5 PUNTOS] Dos cargas eléctricas puntuales de valor $Q_1 = 2 \mu\text{C}$ y $Q_2 = -4 \mu\text{C}$, se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (0,5) y (0,-5) respectivamente. Todas las distancias se dan en metros.

a) **(1,5 p)** Calcular y representar gráficamente el vector campo eléctrico en el punto (5,0).



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = \sqrt{(5)^2 + (5)^2} = \sqrt{50} \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = \arctg\left(\frac{5}{5}\right) = 45^\circ$$

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C}$$

$$\vec{E}_C = \frac{K}{r^2} \cdot [Q_1 \cdot (\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + |Q_2| \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j})]$$

$$\vec{E}_C = \frac{9 \cdot 10^9}{50} \cdot [2 \cdot 10^{-6} \cdot (\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j})]$$

$$\vec{E}_C = (254,6 \vec{i} - 763,7 \vec{j}) \text{ N/C}$$

- b) **(0,5 p)** Calcular el potencial eléctrico debido a las dos cargas en el punto (5,0).

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = K \cdot \left(\frac{Q_1}{r_{A,C}} + \frac{Q_2}{r_{B,C}} \right) = \frac{K}{r} \cdot (Q_1 + Q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{\sqrt{50}} \cdot [2 \cdot 10^{-6} + (-4 \cdot 10^{-6})] = -2,55 \cdot 10^3 \text{ J/C}$$

- c) **(0,5 p)** Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga de 1 μC cuando se desplaza desde un punto infinitamente alejado de Q_1 y Q_2 hasta el punto (5,0).

$$(W_{\infty \rightarrow C})_{F \text{ eléctrica}} = q \cdot (V_{\infty} - V_C) = 10^{-6} \cdot [0 - (-2,55 \cdot 10^3)] = 2,55 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Se trata de un proceso espontáneo, para trasladar la carga no es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es a costa de una disminución equivalente de la energía potencial electrostática de la carga trasladada.

Ejercicio 8. [2,5 PUNTOS] Un electrón es acelerado mediante una diferencia de potencial ΔV , y posteriormente se introduce en una región donde hay un campo magnético de 0,5 mT, perpendicular al vector velocidad del electrón. La órbita del electrón cuando entra en la región de campo magnético es de 5 cm. Hallar:

- a) **(1,5 p)** El valor de la diferencia de potencial ΔV utilizada para acelerar el electrón.

El electrón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del electrón. Debido a esto último, la fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al electrón a seguir una trayectoria circular.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{centrípeta}} = m \cdot a_n \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \frac{q \cdot B \cdot \sin \alpha \cdot r}{m}$$

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 90^\circ \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 4,4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Si aplicamos el principio de conservación de la energía:

$$W_{F \text{ eléctrica}} = \Delta E_c \Rightarrow |q| \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \Delta V = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot |q|} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (4,4 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 55,06 \text{ V}$$

- b) **(1 p)** La frecuencia de giro del electrón en dicha órbita.

Al tratarse de un movimiento circular uniforme:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi \cdot r}{v} \Rightarrow f = \frac{v}{2\pi \cdot r} = \frac{4,4 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1,4 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

BLOQUE 5

Ejercicio 9. [2,5 PUNTOS] Al iluminar un metal con luz de longitud de onda en el vacío $\lambda = 680 \text{ nm}$, se observa que emite electrones con una energía cinética máxima de 0,9 eV. Se cambia la longitud de onda de la luz incidente y se mide de nuevo la energía cinética máxima, obteniéndose un valor de 1,80 eV. Calcular:

DATOS: 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- a) **(1,5 p)** La frecuencia de la luz en la segunda medida.

Aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico a la radiación de 680 nm para calcular el trabajo de extracción del metal:

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_0 + (E_{c,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow W_0 = E_{\text{fotón inc.}} - E_{c,\text{máx}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - E_{c,\text{máx}}$$

$$W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - E_{c,\text{máx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6,8 \cdot 10^{-7}} - (0,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) = 1,485 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Si volvemos a aplicar la ecuación de Einstein a la segunda longitud de onda:

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_0 + (E_{c,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda'} = W_0 + (E_{c,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow \lambda' = \frac{h \cdot c}{W_0 + (E_{c,\text{máx}})_e}$$

$$\lambda' = \frac{h \cdot c}{W_0 + (E_{c,m\acute{a}x})_e} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,485 \cdot 10^{-19} + (1,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})} = 4,56 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 456 \text{ nm}$$

- b) (1 p) La frecuencia umbral del metal.

En el efecto fotoeléctrico, para cada metal existe una frecuencia luminosa umbral, f_0 , por debajo de la cual no se produce la emisión fotoeléctrica, sea cual sea la intensidad de la luz o radiación incidente. Esta frecuencia umbral se corresponde con la de un fotón cuya energía es igual al trabajo de extracción de dicho metal.

$$W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{1,485 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 2,24 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Ejercicio 10. [2,5 PUNTOS] Se dispone de una muestra de 200 g de ^{60}Co , cuyo periodo de semidesintegración es de 5,27 años y su masa atómica es 60 u. Este radioisótopo se utiliza como fuente de rayos gamma en tratamientos de radioterapia.

DATOS: Número de Avogadro: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

- a) (1,25 p) Calcular la constante de desintegración y la actividad inicial de la muestra.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5,27} = 0,132 \text{ año}^{-1} = 4,17 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 4,17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{200}{60} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 8,37 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$$

- b) (1,25 p) Si la muestra debe ser reemplazada cuando la actividad haya descendido a la mitad de la actividad inicial,  cu l es la vida útil de una muestra destinada a este uso médico?

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot t \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,132} = 5,27 \text{ años}$$

Este apartado podría haberse resuelto sin hacer ningún c culo, ya que por definición el período de semidesintegración es el tiempo que tiene que transcurrir para que la actividad de una muestra radiactiva se reduzca a la mitad.