Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Física

Sèrie 2

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

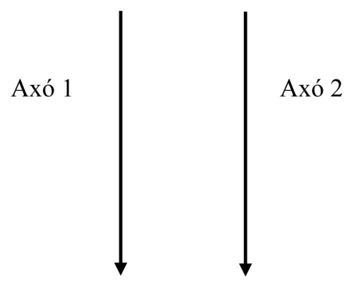
Part obligatòria

P1) La massa dels astronautes a l'espai es mesura amb un aparell que es basa en el moviment vibratori harmònic. Quan l'astronauta s'hi col·loca, l'aparell inicia un moviment vibratori i en mesura la freqüència. Sabem que per a una massa de 60 kg, la freqüència d'oscil·lació és 0,678 Hz.

a) Calculeu la velocitat màxima d'oscil·lació d'aquesta massa si sabem que l'amplitud màxima d'oscil·lació és 20 cm.

b) Si la massa d'un astronauta fa oscil·lar l'aparell a una freqüència de 0,606 4 Hz, calculeu la constant elàstica de la molla i la massa de l'astronauta.

P2) Els axons són una part de les neurones i transmeten l'impuls nerviós. El corrent elèctric que circula per l'axó produeix un camp magnètic que podem considerar igual al que produiria un fil conductor rectilini infinitament llarg. Per dos axons paral·lels, representats en la figura següent, circula un corrent de $0{,}66 \times 10^{-6}$ A en el mateix sentit:



a) Indiqueu la direcció i el sentit del camp magnètic que produeix cada axó en la posició que ocupa l'altre. Dibuixeu la força que actua sobre cada axó causada pel corrent que circula per l'altre.

b) Calculeu el mòdul de la força que actua sobre 2 cm de l'axó 2 si el mòdul del camp magnètic que produeix l'axó 1 en la posició de l'axó 2 és $1{,}1 \times 10^{-10}$ T.

Opció A

P3) La corda d'una guitarra mesura 0,65 m de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 440 Hz.

a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona de l'harmònic fonamental i digueu en quins llocs de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.

b) Dibuixeu el perfil de l'ona estacionària del segon i del quart harmònic i calculeu-ne la freqüència.

P4) Les càrregues $Q_A = -2\,\mu C$, $Q_B = -4\,\mu C$ i $Q_C = -8\,\mu C$ estan situades sobre una mateixa recta. La càrrega A és a una distància d'1 m de la càrrega B, i la càrrega C està situada entre totes dues.

a) Si la força elèctrica total sobre Q_C deguda a les altres dues càrregues és zero, calculeu la distància entre Q_C i Q_A.

b) Calculeu el treball que cal fer per a traslladar la càrrega C des del punt on es troba fins a un punt equidistant entre A i B. Interpreteu el signe del resultat.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\,N\,m^2\,C^{-2}$.

P5) El poloni 210 té un període de semidesintegració de 138,4 dies i es desintegra, per emissió de partícules alfa, en un isòtop estable del plom. El procés és el següent:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{x}_{y}Pb + {}^{4}_{2}He$$

a) Determineu els índexs x i y i el temps necessari perquè la massa del poloni es redueixi al 30 % de la massa inicial.

b) Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un nucli de poloni, expressada en J i en MeV.

DADES: $m\left({}^{210}_{84}Po\right) = 209,983\,u$;

$m\left({}^{x}_{y}Pb\right) = 205,974\,u$;

$m\left({}^{4}_{2}He\right) = 4,003\,u$;

$1\,u = 1,66 \times 10^{-27}\,kg$;
$1\,eV = 1,6 \times 10^{-19}\,J$;
$c = 3 \times 10^8\,m/s$.

Opció B

P3) Tres càrregues elèctriques puntuals de valor $Q = 10^{-5}$ C es troben, cadascuna, en un vèrtex d'un triangle equilàter de $\sqrt{3}$ m de costat. Dues són positives, mentre que la tercera és negativa.

a) Calculeu la força elèctrica total que fan la càrrega negativa i una de les positives sobre l'altra càrrega positiva. Dibuixeu un esquema de les forces que actuen sobre les càrregues.

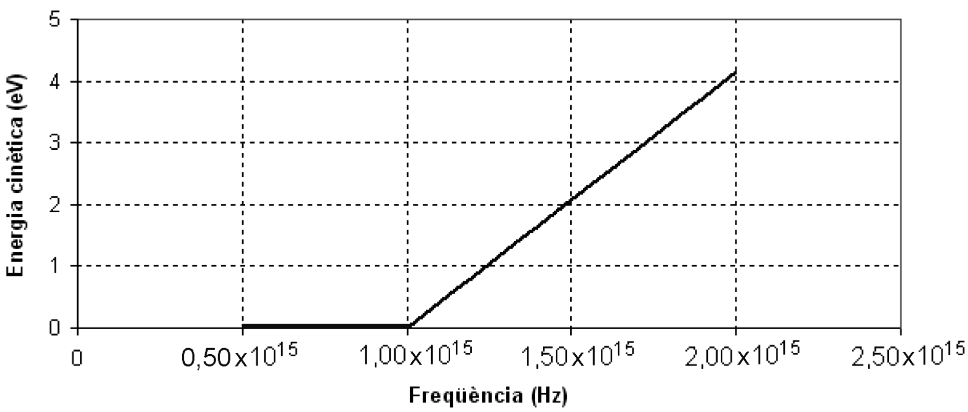
b) Calculeu l'energia potencial elèctrica emmagatzemada en el sistema de càrregues. Traslladem una de les càrregues positives al centre del costat que uneix les altres dues càrregues. Determineu el treball fet per la força elèctrica que actua sobre la càrrega que hem traslladat.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-2}$.

P4) En una experiència de laboratori, es mesura l'energia cinètica màxima dels electrons que salten quan es fan incidir radiacions de freqüència diferent sobre una placa d'un material. Els resultats obtinguts es mostren en la taula següent, en què E_c representa l'energia cinètica, i ν, la freqüència:

E_c (eV)	0	0	2,07	4,14
ν (PHz)	0,500	1,00	1,50	2,00

La representació gràfica dels resultats és la següent:



Determineu:

a) El valor de la constant de Planck a partir de les dades d'aquest experiment.

b) La funció de treball; és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons.

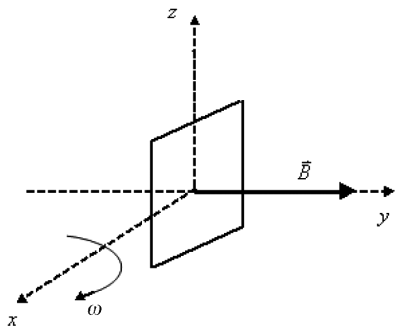
Expresseu els resultats en unitats del sistema internacional (SI).

DADES: $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J; $1\ \text{PHz} = 10^{15}$ Hz.

P5) Calculeu, dins d'un camp magnètic $\vec{B} = 0{,}2\vec{j}$, expressat en T:

***a*)** La força (mòdul, direcció i sentit) que actua sobre una càrrega positiva $Q = 3{,}2 \times 10^{-19}$ C que es mou a una velocitat $\vec{v} = 2\vec{k}$, expressada en m/s.

***b*)** La força electromotriu induïda en funció del temps quan una espira quadrada de 0,01 m^2 de superfície gira, a una velocitat angular constant de 30 rad/s, al voltant d'un eix fix (l'eix *x* de la figura) que passa per la meitat de dos dels seus costats oposats, tal com s'indica en la figura.



L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

Física curs 2010-2011

Sèrie 2

P1)

a) Moviment oscilatori hàrmonic:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)\ [\mathbf{0{,}5}]$$

$$v_{max} = A\omega = 0{,}2 \times 2\,\pi \times 0{,}678 = 0{,}852\ m/s\ [\mathbf{0{,}5}]$$

b) Un moviment vibratori hàrmonic sempre està associat a una força recuperadora que en aquest cas la podem interpretar com la d'una molla:

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2\,x(t)$$

$$m\,a\ =\ -m\,\omega^2\,x\ =\ -k\,x\ \Rightarrow\ k\ =\ m\,\omega^2\ [\mathbf{0{,}5}]$$

on aquesta constant k depend de les característiques de l'aparell (BMMD), per tant podem escriure:

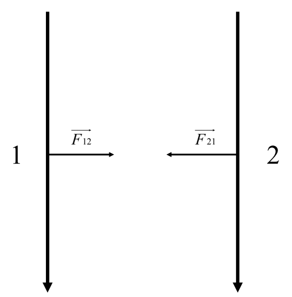
$$k\ = 60\,(2\,\pi\,0,678)^2\ =\ 1{,}089 \times 10^3 N\,m\ [\mathbf{0{,}25}]$$

$$m\ =\ \frac{k}{(2\,\pi\,0,6064)^2}\ =\ 75kg\ [\mathbf{0{,}25}]$$

P2)

a) A partir del camp produït per un fil recte molt llarg i tinguen en compte la regla de la ma dreta per trobar el sentit del camp magnèic, tindrem:

L'axó 2 produeix sobre l'1 un camp magnètic cap dins del paper i perpendicular a aquest. [**0.25**] L'axó 1 produeix sobre el 2 un camp magnètic que surt del paper i perpendicular a aquest. [**0.25**]



$\overrightarrow{F}_{12}$ és la força que fa l'axó 2 sobre el 1
$\overrightarrow{F}_{21}$ és la força que fa l'axó 1 sobre el 2 [**0.5**]

b) $F\ =\ I\,L\,B$ [$\mathbf{0{,}5}$] $=\ 6,6 \times 10^{-7} \times 0,02 \times 1,1 \times 10^{-10}\ =\ 1,5 \times 10^{-18} N$ [**0.5**]

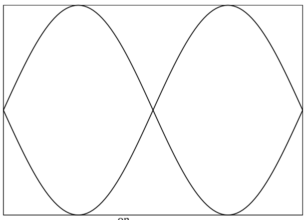
OPCIÓ A
P3)

a) Una corda de guitarra té 2 nodes en cadascun dels seus extrems, en l'hàrmonic fonamental tindrà un ventre en el punt del mig de la corda. **[0.25]** La λ serà $2L \Rightarrow \lambda = 1,3m$ **[0.25]**

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = 1,3 \times 440 = 572 m/s \ [\mathbf{0{,}5}]$$

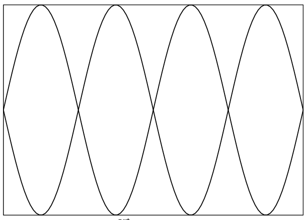
b)

$$\lambda_2 = L = 0{,}65m; \quad \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{572}{0{,}65} = 880Hz \ [\mathbf{0{,}5}]$$



2[on] hàrmonic

$$\lambda_4 = \frac{L}{2} = 0{,}325m; \quad \nu_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{572}{0{,}325} = 1760Hz \ [\mathbf{0{,}5}]$$



4[art] hàrmonic

P4)

a) En aquest apartat l'alumne ha de fer un esquema de les forces que actuen sobre la càrrega C. Distància A-C: x, Distància C-B: $1 - x$, per tan tindrem:

$$\Sigma \vec{F}_C = 0 \Rightarrow$$
$$\vec{F}_{AC} = -\vec{F}_{BC} \Rightarrow$$
$$K\frac{q_A\ q_C}{x^2} = K\frac{q_B\ q_C}{(1-x)^2} \ [\mathbf{0{,}5}] \Rightarrow$$
$$\left(\frac{1-x}{x}\right)^2 = \frac{q_B}{q_A} \Rightarrow x = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{q_B}{q_A}}} = 0{,}41m \ [\mathbf{0{,}5}]$$

b) Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el punt on es troba actualment la carrega C:

$$V(i) = k\frac{q_A}{|x|} + k\frac{q_B}{|1-x|} \ [\mathbf{0{,}2}] = -1{,}05 \times 10^5 V \ [\mathbf{0{,}1}]$$

Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el seu punt mig:

$$V(f) = k\frac{q_A}{0{,}5} + k\frac{q_B}{0{,}5} = -1{,}08 \times 10^5 V \ [\mathbf{0{,}1}]$$

Diferència de potencial elèctric entre el punt final i el punt de partida:

$$\Delta V = V(f) - V(i) = -1{,}08 \times 10^5 + 1{,}05 \times 10^5 = -3 \times 10^3 V \ [\mathbf{0{,}2}]$$

Treball fet per les forces elèctriques: $-\Delta V\, q_C = -0{,}024J$ [**0.2**] Com que el treball fet per les forces elèctriques és negatiu, vol dir que aquest treball l'hem de fer nosaltres externament en contra del camp elèctric. [**0.2**]

P5)

a) La conservació del nombre màssic ens imposa: $210 = x + 4 \Rightarrow x = 206$ [**0.25**], la conservació del nombre de protons ens dona: $84 = y + 2 \Rightarrow y = 82$ [**0.25**]

La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N = N_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{\tau}} \ [\mathbf{0{,}25}]$$

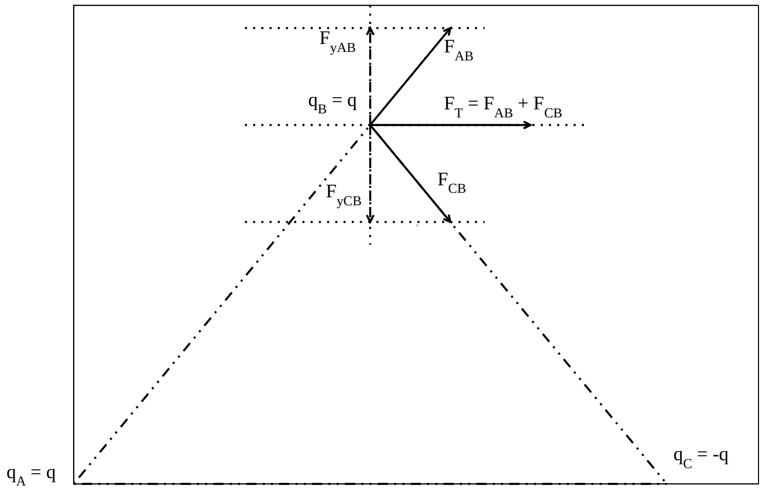
on τ és el temps de semidesintegració

$$N = 0{,}3N_0 = N_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t\ ln2}{\tau}} \Rightarrow 0,3 = \mathrm{e}^{-\frac{t\ ln2}{\tau}} \Rightarrow$$
$$\ln(0,3) = -\frac{t\ \ln 2}{\tau} \Rightarrow t = -\frac{\ln(0{,}3)\ \tau}{\ln 2} = 240,4\, dies \ [\mathbf{0{,}25}]$$

b) L'energia produida en la reacció es deguda a la transformació de massa en energia a partir de l'equació: $\Delta E = \Delta m\ c^2$, on Δm és la diferència de massa entre el radinucli inicial i els productes finals de la desintegació, [**0.5**] per tan: $\Delta m = (209,983 - 205,974 - 4,003)\, u = 6\times 10^{-3}\, \cancel{u}\, \frac{1{,}66\times 10^{-27}\ kg}{\cancel{u}} = 9,96\times 10^{-30}\ kg$ per tant: $\Delta E = 9,96\times 10^{-30}\ kg\ (3\times 10^{8}\ m/s)^2 = 8{,}964\times 10^{-13}\ \cancel{J}$ [**0,25**] $\frac{1\ \cancel{eV}}{1{,}6\times 10^{-19}\ \cancel{J}}\ \frac{1\ MeV}{10^6\ \cancel{eV}} = 5,6\ MeV$ [**0.25**]

OPCIÓ B
P3)

a) La gràfica de les forces que intervenen és:



[0.5]

Els components verticals de $\vec{F}_{AB}$ i $\vec{F}_{CB}$ són iguals i de sentit contrari, per tant al sumar les forces $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB}$ ens quedarà un vector que només tindrà component horitzontal, per tant tindrem:

$$|F_{AB}| \ = \ |F_{CB}| \ = \ k\frac{q^2}{l^2} \ = 0{,}3N \ [\mathbf{0{,}25}]$$

L'angle que formen els vectors F_{AB} i F_{CB} és de 120^o per tant:

$$F_{xAB} \ = \ F_{xCB} \ = \ |F_{AB}|\cos(60^o) \ = 0{,}15N$$

en conclusió:

$$\vec{F}_T = 0{,}3\,\vec{i}\,N \ [\mathbf{0{,}25}]$$

b) Cada parella de càrregues emmagatzema una certa energia potencial elèctrica. Al ser una magnitud escalar, l'energia potencial total emmagatzemada serà la suma algebraica de les energies potencials respectives, per tant:

$$E_{Pot.Tot.} \ = \ E_{Pot.}(AB) \ + \ E_{Pot.}(AC) \ + \ E_{Pot.}(BC) \ =$$
$$K\frac{q^2}{l} \ - \ K\frac{q^2}{l} \ - \ K\frac{q^2}{l} \ = \ - \ \frac{9\times10^9 \ 10^{-10}}{\sqrt{3}} \ = \ -\ 0,3\sqrt{3}J \ = \ -\ 0{,}52J \ [\mathbf{0{,}5}]$$

El treball realitzat per la força elèctrica total el podem calcular de manera senzilla a partir del potencial elèctric generat per les altres dues càrregues:

$$W \ = \ q\ (\ V_{final} \ - \ V_{inical}\ ) \ [\mathbf{0{,}25}]$$

$$V_{final} \ = K\frac{q}{l/2} \ - \ K\frac{q}{l/2} \ = \ 0$$
$$V_{inicial} \ = K\frac{q}{l} \ - \ K\frac{q}{l} \ = \ 0$$

Per tant el treball per moure la càrrega positiva del vertex superior al centre del costat que uneix les altres dues càrregues serà 0 [**0.25**].

Una altre manera de veure-ho, es mitjançant l'esquema de l'apartat a), on veiem que el component vertical de la força que actua sobre la càrrega B és zero, per tant el treball generat per aquesta força quan ens movem verticalment serà també zero.

P4)

a)

A partir de la gràfica es pot veure que la freqüència llindar per que es produeixi efecte fotoelèctric és: $\nu_0 = 10^{15} Hz$ [**0.2**]

$$E = W + E_c \Rightarrow h\nu = h\nu_0 + E_c \ [\mathbf{0{,}2}] \Rightarrow$$

$$h = \frac{E_c}{\nu - \nu_0} \ [\mathbf{0{,}2}] = \frac{2,07 \ eV}{(1{,}5 \times 10^{15} - 10^{15}) \ s^{-1}} = 4,14 \times 10^{-15} \ eV \ s \ \frac{1,6 \times 10^{-19} J}{1 \ eV} = 6,62 \times 10^{-34} \ J \ s \ [\mathbf{0{,}4}]$$

b) A partir de la gràfica podem veure que l'energia mínima per extreure un electró és:

$$W = h\nu_0 \ [\mathbf{0{,}5}] = 6,62 \times 10^{-19} \ J \ [\mathbf{0{,}5}]$$

P5)

a) La força que fa el camp magnètic sobre una càrrega que es mou ve donada per l'expressió:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \ [\mathbf{0{,}5}]$$

per tant:

$$\vec{F}_m = 3,2 \times 10^{-19} (2 \ \vec{k} \wedge 0,2 \ \vec{j}) = -1,28 \times 10^{-19} \ \vec{i} \ N \ [\mathbf{0{,}5}]$$

cal tenir en compte que: $\vec{k} \wedge \vec{j} = -\vec{i}$

b)

La força electromotriu ve donada per la llei de Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

on Φ és el flux de camp magnètic que atravessa l'espira [**0.2**].
En aquest cas veiem que el camp magnètic és constant i l'espira gira amb una velocitat angular $\omega = 30$ rad/s, on l'eix de rotació és l'eix z. [**0.2**]
La superficie aparent que atravessa el camp magnètic ve donada per l'expressió:

$$S(t) = 0{,}01 \ \cos(\omega t) \ [\mathbf{0{,}2}]$$

per tant el fluxe de camp magnètic que atravessa l'espira en funció del temps serà:

$$\Phi(t) = B \ S(t) = 0{,}2 \times 0{,}01 \ \cos(30 \ t) \ [\mathbf{0{,}2}]$$

en conclusió:

$$\varepsilon(t) = 0{,}2 \times 0{,}01 \times 30 \sin(30t) = 0,06 \ \sin(30t) V \ [\mathbf{0{,}2}]$$