

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Dos cuerpos, 1 y 2, de masas 7000 kg y 1000 kg, respectivamente, se encuentran fijos y situados en dos vértices contiguos de un cuadrado de lado igual a 200 m.
- a) [1 PUNTO] Hallar y dibujar el campo gravitatorio en el centro del cuadrado.
 - b) [1 PUNTO] Hallar el trabajo necesario para llevar una masa de 2 kg desde el punto anterior hasta el vértice libre del cuadrado más próximo al cuerpo 2.

2. Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y(x, t) = 2 \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2} \right) \right]$$

- a) [1 PUNTO] Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.
 - b) [1 PUNTO] Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\frac{3\pi}{2}$ radianes.
3. El índice de refracción del diamante es de 2.5 y el índice de refracción de la glicerina es de 1.47.
- a) [1 PUNTO] Hallar el ángulo límite entre el diamante y la glicerina.
 - b) [0,5 PUNTOS] Si la glicerina se sustituye por agua, con índice de refracción 1.33, hallar el nuevo ángulo límite.
 - c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.
4. Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión $B(t) = 1.8 \sin(8t)$ (en unidades del SI) atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 40 cm.
- a) [1 PUNTO] Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.
 - b) [1 PUNTO] Hallar la fuerza electromotriz máxima.
5. La actividad de una muestra de una sustancia radiactiva queda dividida por 15 cuando han transcurrido 50 días.
- a) [1 PUNTO] Hallar la constante de desintegración y el periodo de semidesintegración de dicha sustancia.
 - b) [0,5 PUNTOS] Si cuando han transcurrido 2 días, la actividad de la sustancia es de 10^{12} Bq, ¿cuántos átomos radiactivos había inicialmente?
 - c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente un proceso de desintegración en el que se emite una partícula β (beta).
- Datos:** 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Dos cuerpos, 1 y 2, de masas 7000 kg y 1000 kg, respectivamente, se encuentran fijos y situados en dos vértices contiguos de un cuadrado de lado igual a 200 m.

- a) (1 p) Hallar y dibujar el campo gravitatorio en el centro del cuadrado.

La distancia entre los vértices del cuadrado y el centro es:

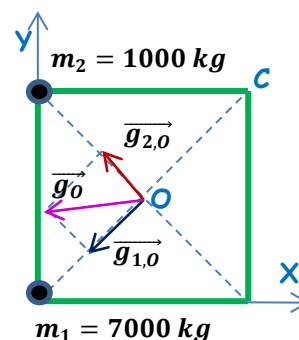
$$r = \frac{\sqrt{200^2 + 200^2}}{2} = 141,42 \text{ m}$$

$$\vec{g}_0 = \vec{g}_{1,0} + \vec{g}_{2,0} = \frac{G}{r^2} \cdot [m_1 \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + m_2 \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j})]$$

$$\vec{g}_0 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{(141,42)^2} \cdot [7000 \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + 1000 \cdot (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j})]$$

$$\vec{g}_0 = -1,89 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 1,41 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N/C}$$

$$|\vec{g}_0| = \sqrt{(-1,89 \cdot 10^{-11})^2 + (-1,41 \cdot 10^{-11})^2} = 2,36 \cdot 10^{-11} \text{ N/C}$$



NOTA: La expresión vectorial de la intensidad del campo gravitatorio depende de en qué vértice situemos cada masa y dónde tomemos el sistema de referencia. El módulo de la intensidad del campo gravitatorio no depende de estos factores.

- b) (1 p) Hallar el trabajo necesario para llevar una masa de 2 kg desde el punto anterior hasta el vértice libre del cuadrado más próximo al cuerpo 2.

$$V_o = V_{1,o} + V_{2,o} = -G \cdot \left(\frac{m_1}{r} + \frac{m_2}{r} \right) = -\frac{G}{r} \cdot (m_1 + m_2) = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{141,42} \cdot (8000) = -3,77 \cdot 10^{-9} \text{ J/kg}$$

$$V_c = V_{1,c} + V_{2,c} = -G \cdot \left(\frac{m_1}{d} + \frac{m_2}{L} \right) = -G \cdot \left(\frac{7000}{282,84} + \frac{1000}{200} \right) = -1,98 \cdot 10^{-9} \text{ J/kg}$$

$$(W_{O \rightarrow C})_{F \text{ gravitatoria}} = m' \cdot (V_o - V_c) = 2 \cdot (-3,77 \cdot 10^{-9} - (-1,98 \cdot 10^{-9})) = -3,58 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

Para trasladar la masa es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la masa trasladada en forma de energía potencial gravitatoria.

2.- Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y(x, t) = 2 \cdot \text{sen} \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2} \right) \right]$$

a) (1 p) Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y(x; t) = A \cdot \text{sen} (\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) = A \cdot \text{sen} \left(2\pi f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \varphi_0 \right)$$

Por identificación de términos:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ m} \quad \omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{(\pi/2)}{2\pi} = 0,25 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 4 \text{ s} \quad v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ m/s}$$

b) (1 p) Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\frac{3\pi}{2}$ radianes.

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta \varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda \cdot \Delta \varphi}{2\pi} = \frac{2 \cdot \frac{3\pi}{2}}{2\pi} = 1,5 \text{ m}$$

3.- El índice de refracción del diamante es de 2.5 y el índice de refracción de la glicerina es de 1.47.

a) (1 p) Hallar el ángulo límite entre el diamante y la glicerina.

Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90° . Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90° . Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total.

Aplicamos la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow 2,5 \cdot \text{sen } \hat{i}_l = 1,47 \cdot \text{sen } 90^\circ \Rightarrow \hat{i}_l = 36^\circ$$

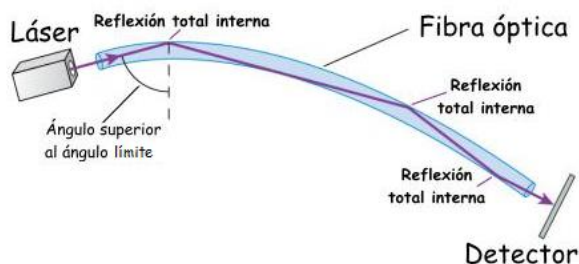
b) (0,5 p) Si la glicerina se sustituye por agua, con índice de refracción 1.33, hallar el nuevo ángulo límite.

$$n_1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow 2,5 \cdot \text{sen } \hat{i}_l = 1,33 \cdot \text{sen } 90^\circ \Rightarrow \hat{i}_l = 32,14^\circ$$

c) (0,5 p) Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.

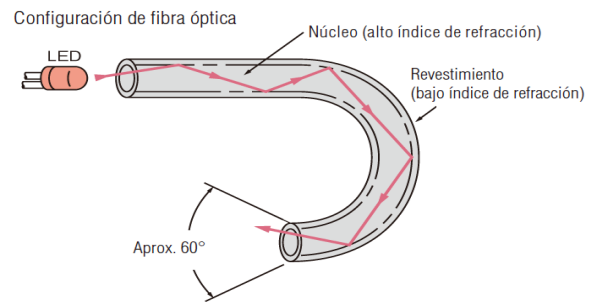
Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90° . Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90° . Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total.

La fibra óptica es un medio de transmisión empleado habitualmente en redes de datos; un hilo muy fino de material transparente, vidrio o materiales plásticos, con un índice de refracción mayor que el del aire o del recubrimiento, por el que se envían pulsos de luz que representan los datos a transmitir. El haz de luz queda completamente confinado y se propaga por el



interior de la fibra con un ángulo de reflexión por encima del ángulo límite de reflexión total, en función de la ley de Snell. La fuente de luz puede ser láser o un LED. Entre las ventajas de la fibra óptica podemos destacar:

- La velocidad de transmisión de datos por fibra óptica es mucho más rápida. Si en un sistema normal podemos alcanzar una velocidad máxima de apenas 100 Mb/s, en uno de fibra óptica se ha llegado tradicionalmente a 10 Gb/s.
- Mejor ancho de banda (cantidad de información que se puede enviar en una misma unidad de tiempo). Si conectas muchos equipos a la vez a una red inalámbrica o red por cable, obtendrías mucha menor velocidad para cada uno, mientras que con la fibra podrías conectar más equipos sin ver limitadas tus opciones.
- Las redes por fibra óptica evitan las interferencias electromagnéticas, lo que evitará problemas de bajada de la velocidad, cortes de la conexión, etc.
- Más seguridad de red: en una de fibra óptica el intrusismo se detecta con mucha facilidad, por el debilitamiento de la energía lumínica en recepción, de modo que no resulta nada sencillo el robo o intervención en las transmisiones de datos.



4.- Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $B(t) = 1,8 \cdot \sin(8t)$ (en unidades del SI), atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 40 cm.

- a) (1 p) Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que $\theta = 0^\circ$.

$$\phi(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = 1,8 \cdot \sin(8t) \cdot \pi \cdot (0,4)^2 \cdot \cos 0^\circ = 0,9 \cdot \sin(8 \cdot t) \text{ (Wb)}$$

- b) (1 p) Hallar la fuerza electromotriz máxima.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d(0,9 \cdot \sin(8 \cdot t))}{dt} = -7,2 \cdot \cos(8 \cdot t) \text{ (V)}$$

$$(\varepsilon_{ind})_{m\acute{a}x} \Rightarrow \cos(8 \cdot t) = -1 \Rightarrow (\varepsilon_{ind})_{m\acute{a}x} = 7,2 \text{ V}$$

5.- La actividad de una muestra de una sustancia radiactiva queda dividida por 15 cuando han transcurrido 50 días.

DATOS: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

- a) (1 p) Hallar la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia.

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{A_0}{15} = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{15}\right) = -\lambda \cdot t$$

$$\lambda = - \frac{\ln\left(\frac{1}{15}\right)}{t} = - \frac{\ln\left(\frac{1}{15}\right)}{(50 \cdot 24 \cdot 3600)} = 6,27 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{6,27 \cdot 10^{-7}} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ s} = 12,73 \text{ días}$$

- b) **(0,5 p)** Si cuando han transcurrido 2 días, la actividad de la sustancia es de 10^{12} Bq, ¿cuántos átomos radiactivos había inicialmente?

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = \frac{10^{12}}{6,27 \cdot 10^{-7}} = 1,59 \cdot 10^{18} \text{ núcleos}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow N_0 = \frac{N}{e^{-\lambda \cdot t}} = \frac{1,59 \cdot 10^{18}}{e^{-(6,27 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 24 \cdot 3600)}} = 1,77 \cdot 10^{18} \text{ núcleos}$$

- c) **(0,5 p)** Describir brevemente un proceso de desintegración en el que se emite una partícula β (beta).

La desintegración beta, emisión beta o decaimiento beta es un proceso mediante el cual un nucleido o núclido inestable emite una partícula beta (un electrón o positrón) para compensar la relación de neutrones y protones del núcleo atómico.

Cuando esta relación es inestable, algunos neutrones se convierten en protones. Como resultado de esta mutación, cada neutrón emite una partícula beta y un antineutrino electrónico o un neutrino electrónico.



Según las reglas de Sody cuando un núcleo emite radiación beta se convierte en otro núcleo con el mismo número másico pero cuyo número atómico es una unidad menor:

