OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

1. Un satélite natural, de masa 15 000 kg, gira en una órbita circular a una altura de 450 km sobre la superficie de un cierto planeta P (cuyos datos se proporcionan debajo).

a) [1 PUNTO] Hallar el período orbital del satélite.

b) [1 PUNTO] Hallar la energía total del satélite.

Datos: Masa del planeta P: $M_p = 8.0\ 10^{25}$ kg; Radio del planeta P: $R_p = 700$ km.

2. Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

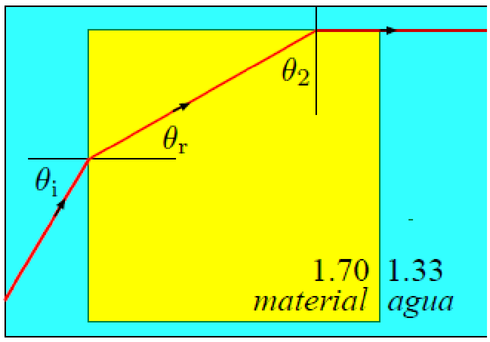
$$y\,(x,\,t) = 10\ \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2}\right)\right]$$

a) [1 PUNTO] Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 10π radianes.

c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente la diferencia entre ondas viajeras y ondas estacionarias.

3. Un cubo de un material de índice de refracción 1.70 se encuentra sumergido en agua, que tiene un índice de refracción de 1.33. Un rayo incide sobre la cara lateral izquierda del cubo con un ángulo θ_i tal que se tiene el fenómeno de la reflexión total para el rayo que llega a la cara superior del cubo, saliendo este rayo justamente horizontal a la cara superior del mismo. Ver figura que se adjunta



a) [1 PUNTO] Hallar el ángulo de incidencia θ_2 de la luz sobre la cara interna superior del cubo.

b) [1 PUNTO] Obtener el ángulo de refracción θ_r del haz de luz que penetra en el cubo por su cara lateral y el ángulo de incidencia θ_i del haz de luz que incide en la cara lateral del cubo.

4. Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de –60 μC se fija en el punto (–6, 0).

a) [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0, 0).

b) [0,5 PUNTOS] Hallar el potencial eléctrico en el punto (0, 0).

c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Datos: 1 μC = 10^{-6} C.

5. Una roca contiene dos tipos de átomos radiactivos, A y B, de período de semidesintegración $T_{1/2}^{(A)} = 1\,500$ días y $T_{1/2}^{(B)} = 4\,500$ días, respectivamente. Cuando la roca se formó, su contenido en A y en B era el mismo, con $N_0 = 10^{16}$ núcleos de cada tipo de átomo.

a) [1 PUNTO] Calcular la actividad de cada tipo de átomo en el momento de formación de la roca.

b) [1 PUNTO] ¿Cuál será el número de átomos de A y el número de átomos de B todavía existentes en la roca 9 000 días después de su formación?

FÍSICA SEPTIEMBRE 2015 OPCIÓN 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^{8}$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^{9}$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Un satélite natural, de masa 15.000 kg, gira en una órbita circular a una altura de 450 km sobre la superficie de un cierto planeta P (cuyos datos se proporcionan debajo).

DATOS: Masa del planeta P: Mp = $8{,}0.10^{25}$ kg; Radio del planeta P: Rp = 700 km.

a) **(1 p)** Hallar el período orbital del satélite.

La fuerza gravitatoria del planeta actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$R = R_p + h = 700 + 450 = 1150\ km = 1,15.10^6\ m$$

$$G\,.\,\frac{M_P\,.\,m}{R^2} = m\,.\frac{v_O^2}{R} \Rightarrow v_O = \sqrt{\frac{G\,.\,M_P}{R}} = \sqrt{\frac{6,7.10^{-11}\,.\,8.10^{25}}{1,15.10^6}} = 6,83.10^4\ m/s$$

$$T = \frac{2\pi\,.\,R}{v_0} = \frac{2\pi\,.\,1,15.10^6}{6,83.10^4} = 105,8\ s$$

b) **(1 p)** Hallar la energía total del satélite.

$$E_m = E_p + E_C = \frac{-G\,.\,M_P\,.\,m}{R} + \frac{1}{2}\,.\,m\,.\,{v_O}^2 = \frac{-G\,.\,M_P\,.\,m}{2\,.\,R}$$

$$E_m = \frac{-6,7.10^{-11}\,.\,8.10^{25}\,.\,15000}{2\,.\,1,15.10^6} = -3,5.10^{13}\ J$$

2.- Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 10\,.\,sen\left[2\pi\,.\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(\omega\,.\,t - k\,.\,x + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{T}\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = 4\ s;\quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4}\,Hz;\quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \lambda = 2\ m;\quad v = \lambda\,.\,f = 2\,.\,\frac{1}{4} = 0,5\ m/s$$

b) **(0,5 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de 10π radianes.

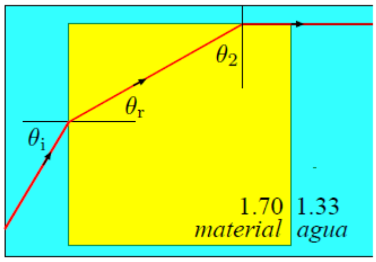
Dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{2\,.\,10\pi}{2\pi} = 10\ m$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente la diferencia entre ondas viajeras y ondas estacionarias.

Una onda es una perturbación que viaja a través del espacio y del tiempo, con transporte de energía. Las ondas viajan y el movimiento ondulatorio transporta energía de un punto a otro, usualmente sin desplazamiento permanente de las partículas del medio y, en muchas ocasiones, sin desplazamiento de masa. Un ejemplo serían las ondas que se generan en un lago cuando tiramos una piedra.
Una onda estacionaria se forma por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.
Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Tiene puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.
Se puede considerar que las ondas estacionarias no son ondas de propagación sino los distintos modos de vibración de la cuerda, el tubo con aire, la membrana, etc.

3.- Un cubo de un material de índice de refracción 1,70 se encuentra sumergido en agua, que tiene un índice de refracción de 1,33. Un rayo incide sobre la cara lateral izquierda del cubo con un ángulo θ_i tal que se tiene el fenómeno de la reflexión total para el rayo que llega a la cara superior del cubo, saliendo este rayo justamente horizontal a la cara superior del mismo. Ver figura que se adjunta.



a) **(1 p)** Hallar el ángulo de incidencia θ_2 de la luz sobre la cara interna superior del cubo.

Si aplicamos la ley de Snell a la cara superior del cubo, teniendo en cuenta que se produce reflexión total:

$$n_m \cdot sen\ \theta_2 = n_a \cdot sen\ \hat{r} \quad \Rightarrow \quad 1{,}7 \cdot sen\ \theta_2 = 1{,}33 \cdot sen\ 90° \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 51{,}48°$$

b) **(1 p)** Obtener el ángulo de refracción θ_r del haz de luz que penetra en el cubo por su cara lateral y el ángulo de incidencia θ_i del haz de luz que incide en la cara lateral del cubo.

Para obtener el ángulo θ_r aplicamos la geometría:

$$\theta_r = 180 - 90 - \theta_2 = 180 - 90 - 51{,}48° = 38{,}52°$$

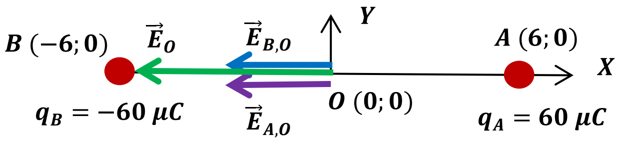
Para calcular el ángulo θ_i aplicamos la ley de Snell de la refracción:

$$n_a \cdot sen\ \theta_i = n_m \cdot sen\ \theta_r \quad \Rightarrow \quad 1{,}33 \cdot sen\ \theta_i = 1{,}7 \cdot sen\ 38{,}52° \quad \Rightarrow \quad \theta_i = 52{,}75°$$

4.- Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de –60 μC se fija en el punto (–6, 0).

DATOS: 1 μC = 10^{-6} C.

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0, 0).



$$r_{AO} = r_{BO} = r = 6\ m$$

El campo solo tiene componente horizontal negativa y además, los campos creados por ambas cargas son iguales ya que las dos cargas tienen el mismo valor absoluto y están a la misma distancia del punto O.

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A,O} + \vec{E}_{B,O} = -2 \, . \, K \, . \, \frac{|q|}{r^2} \, . \, \vec{\imath} = -2 \, . \, 9.10^9 \, . \, \frac{|60.10^{-6}|}{6^2} \, . \, \vec{\imath} = -3.10^5 \; \vec{\imath} \quad N/_C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0, 0).

$$V_O = V_{A,O} + V_{B,O} = \frac{K}{r} \, . \, (q_A + q_B) = \frac{9.10^9}{6} \, . \, \left(60.10^{-6} + (-60.10^{-6})\right) = 0 \;\; V$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Se define el vector campo eléctrico (o intensidad de campo eléctrico), $\vec{E}$, en cualquier punto del espacio como la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Toda carga situada dentro de un campo eléctrico es sometida a una fuerza:

$$\vec{F} = q \, . \, \vec{E}$$

De modo que si la carga es positiva la fuerza y el campo son de la misma dirección y sentido, y si a carga es negativa, la fuerza y el campo son de la misma dirección pero de sentidos contrario. Si el campo es constante, la fuerza a la que se ve sometida la carga q es constante, por lo que ésta se mueve con m.r.u.a.

5.- Una roca contiene dos tipos de átomos radiactivos, A y B, de período de semidesintegración $T_{1/2}$ (A) = 1 500 días y $T_{1/2}$ (B) = 4 500 días, respectivamente. Cuando la roca se formó, su contenido en A y en B era el mismo, con $N_0 = 10^{16}$ núcleos de cada tipo de átomo.

a) **(1 p)** Calcular la actividad de cada tipo de átomo en el momento de formación de la roca.

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{\left(T_{1/2}\right)_A} = \frac{\ln 2}{1500} = 4,62.10^{-4} \;\; día^{-1} = 5,35.10^{-9} \;\; s^{-1}$$

$$A_A = \lambda_A \, . \, N_0 = 5,35.10^{-9} \, . \, 10^{16} = 5,35.10^7 \; Bq$$

$$\lambda_B = \frac{\ln 2}{\left(T_{1/2}\right)_B} = \frac{\ln 2}{4500} = 1,54.10^{-4} \;\; día^{-1} = 1,78.10^{-9} \;\; s^{-1}$$

$$A_B = \lambda_B \, . \, N_0 = 1,78.10^{-9} \, . \, 10^{16} = 1,79.10^6 \; Bq$$

b) **(1 p)** ¿Cuál será el número de átomos de A y el número de átomos de B todavía existentes en la roca 9 000 días después de su formación?

$$N_A = N_0 \, . \, e^{-\lambda_A \, . \, t} \;\; \Rightarrow \;\; N_A = 10^{16} \, . \, e^{-4,62.10^{-4} \, . \, 9000} = 1,56.10^{14} \;\; núcleos$$

$$N_B = N_0 \, . \, e^{-\lambda_B \, . \, t} \;\; \Rightarrow \;\; N_B = 10^{16} \, . \, e^{-1,54.10^{-4} \, . \, 9000} = 2,5.10^{15} \;\; núcleos$$