OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

1. Galileo observó las lunas de Júpiter en 1610. Descubrió que Io, el satélite más cercano a Júpiter que pudo observar en su época, poseía un período orbital de 1.8 días y el radio de su órbita era aproximadamente 3 veces el diámetro de Júpiter. Así mismo, encontró que el período orbital de Calixto (la cuarta luna más alejada de Júpiter) era de 16.7 días. Con estos datos, suponiendo órbitas circulares y utilizando que el radio de Júpiter es de 7.15 10^7 m, calcular:

a) [1 PUNTO] La masa de Júpiter.

b) [1 PUNTO] El radio de la órbita de Calixto .

2. En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,\,t) = 0.60 \text{ sen}\left(2t - 4x + \frac{\pi}{4}\right)$$

a) [1 PUNTO] Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de esta onda.

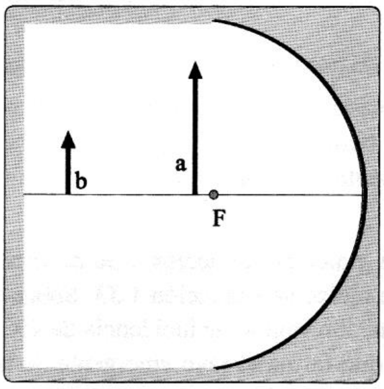
b) [1 PUNTO] Hallar la velocidad de propagación de la onda.

3. Se dispone de un espejo cóncavo de radio 1 m (ver figura). Calcular, y dibujar, aplicando el método de trazado de rayos, indicando el procedimiento seguido, si la imagen es real o virtual, derecha o invertida y su tamaño y posición, para

a) [1 PUNTO] La imagen del objeto a, de 0.80 m de altura, situado a 1.1 m del centro del espejo

b) [0,5 PUNTOS] La imagen del objeto b, de 0.35 m de altura, situado a 2,0 m del centro del espejo.

c) [0,5 PUNTOS] Póngase un ejemplo de una imagen virtual creada por una lente convergente



4. Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión $B(t)$=3.7 cos $(8t + \frac{\pi}{4})$ (en unidades del SI) atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 30 cm.

a) [1 PUNTO] Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza electromotriz inducida en la espira. En caso de que dicha fuerza electromotriz sea una función periódica, hallar su periodo.

c) [0,5 PUNTOS] Enunciar y discutir brevemente los posibles efectos de un campo magnético sobre una carga en movimiento.

5. La actividad de una muestra de una sustancia radiactiva es inicialmente de 2.718 10^{14} Bq y de 1.000 10^{14} Bq cuando han transcurrido 2000 días.

a) [1 PUNTO] Hallar la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia.

b) [1 PUNTO] Si cuando han transcurrido 1000 días, la actividad de una segunda muestra de la misma sustancia radiactiva es de 2.0 10^{14} Bq, hallar cuántos átomos radiactivos había inicialmente en esta segunda muestra.

Datos: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

FÍSICA SEPTIEMBRE 2013 OPCIÓN 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Galileo observó las lunas de Júpiter en 1610. Descubrió que Ío, el satélite más cercano a Júpiter que pudo observar en su época, poseía un período orbital de 1,8 días y el radio de su órbita era aproximadamente 3 veces el diámetro de Júpiter. Así mismo, encontró que el período orbital de Calixto (la cuarta luna más alejada de Júpiter) era de 16,7 días. Con estos datos, suponiendo órbitas circulares y utilizando que el radio de Júpiter es de 7.15 10^7 m, calcular:

a) **(1 p)** La masa de Júpiter.

La fuerza gravitatoria de Júpiter actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite Ío.

$$G\,.\,\frac{M_J\,.\,m}{R^2} = m\,.\frac{v_0^2}{R} = m\,.\,\omega^2\,.R = m\,.\frac{4\pi^2}{T^2}\,.\,R$$

$$M_J = \frac{4\pi^2\,.\,R^3}{G\,.\,T^2} = \frac{4\pi^2\,.\,(6\,.\,7,15.10^7)^3}{6,7.10^{-11}\,.\,(1,8\,.\,24\,.\,3600)^2} = 1,92.10^{27}\ kg$$

b) **(1 p)** El radio de la órbita de Calixto.

Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$\frac{T_{Ío}^2}{R_{Ío}^3} = \frac{T_{Calixto}^2}{R_{Calixto}^3} \Rightarrow R_{Calixto} = R_{Ío}\,.\sqrt[3]{\frac{T_{Calixto}^2}{T_{Ío}^2}} = (6\,.\,7,15.10^7)\,.\sqrt[3]{\frac{(16,7)^2}{(1,8)^2}} = 1,89.10^9\ m$$

2.- En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación: $y\,(x,t) = 0,60\,.\,sen\left(2t - 4x + \frac{\pi}{4}\right)$

a) **(1 p)** Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de esta onda.

Teniendo en cuenta que la ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\ (\omega\,.\,t\ -\ k\,.\,x\ +\ \varphi_0) = A\,.\,sen\left(2\pi f\,.\,t - \frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x\ +\ \varphi_0\right)$$

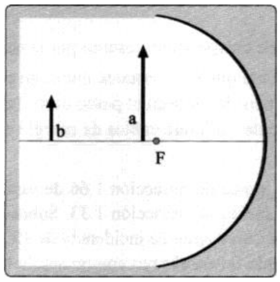
$$A = 0,60\,m; \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4} = 1,57\,m; \qquad \omega = 2\pi.f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = 0,318\,Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = 3,14\,s$$

b) **(1 p)** Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = 0,5\ m/s$$

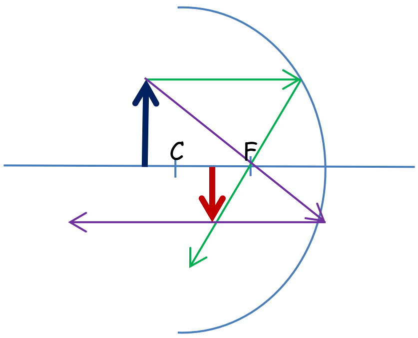
3.- Se dispone de un espejo cóncavo de radio 1 m (ver figura). Calcular, y dibujar, aplicando el método de trazado de rayos, indicando el procedimiento seguido, si la imagen es real o virtual, derecha o invertida y su tamaño y posición, para



a) **(1 p)** La imagen del objeto a, de 0,80 m de altura, situado a 1,1 m del centro del espejo

La construcción gráfica de las imágenes que crea un espejo curvo se puede realizar dibujando al menos dos rayos de trayectorias conocidas y hallando su intersección después de reflejarse en el espejo. Existen tres rayos cuyas trayectorias pueden ser trazadas fácilmente:

- **Un rayo paralelo al eje óptico al reflejarse pasa por el foco si el espejo es cóncavo y parece provenir del foco si el espejo es convexo**
- **Un rayo que pasa por el centro de curvatura del espejo, se refleja en la misma trayectoria original**
- **Un rayo que pasa por el foco de un espejo cóncavo, o que se dirige al foco en un espejo convexo, se refleja paralelamente al eje óptico**



La ecuación fundamental de los espejos esféricos es:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'}+\frac{1}{-1,1}=\frac{2}{-1} \quad \Rightarrow \quad s' = -0,92 \ m$$

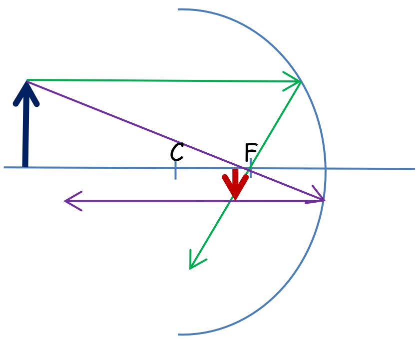
Se forma una imagen real 0,92 m por delante del centro del espejo.

Para un espejo esférico, el aumento lateral es:

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y'=y.\left(-\frac{s'}{s}\right)=0,8\,.\left(-\frac{-0,92}{-1,1}\right)=-0,67 \ m$$

La imagen es invertida (M_L < 0) y de menor tamaño

b) **(0,5 p)** La imagen del objeto b, de 0,35 m de altura, situado a 2,0 m del centro del espejo.



La ecuación fundamental de los espejos esféricos es:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'}+\frac{1}{-2}=\frac{2}{-1} \quad \Rightarrow \quad s' = -0,67 \ m$$

Se forma una imagen real 0,67 m por delante del centro del espejo.

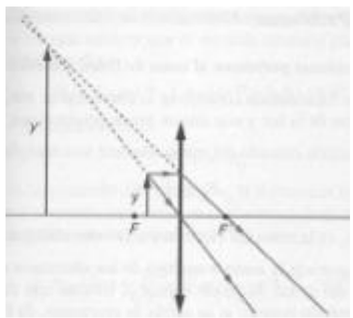
Para un espejo esférico, el aumento lateral es:

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y'=y.\left(-\frac{s'}{s}\right)=0,35\,.\left(-\frac{-0,67}{-2}\right)=-0,117 \ m$$

La imagen es invertida (M_L < 0) y de menor tamaño

c) **(0,5 p)** Póngase un ejemplo de una imagen virtual creada por una lente convergente

Cuando el objeto se sitúa entre el foco y la lente, la imagen formada es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto. En esta situación la lente convergente actúa como una lupa.



4.- Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión: $\boldsymbol{B}\,(\boldsymbol{t}) = \mathbf{3{,}7}\,.\cos\left(\mathbf{8}\boldsymbol{t} + \frac{\pi}{4}\right)$ (en unidades del SI), atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 30 cm.

a) **(1 p)** Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que $\theta = 0°$.

$$\phi(t) = \overrightarrow{B\,(t)}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 3{,}7\,.\cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right).\,(0{,}3)^2\,.\,\cos 0° = 0{,}333\,.\,\cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)\ (Wb)$$

b) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz inducida en la espira. En caso de que dicha fuerza electromotriz sea una función periódica, hallar su periodo.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{0{,}333\,.\,\cos\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)}{dt} = 2{,}664\,.\,sen\left(8t + \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

La f.e.m. inducida es periódica, con un período:

$$\omega = 8\ rad/s \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 8 \quad \Rightarrow T = \frac{\pi}{4}\ s = 0{,}785\ s$$

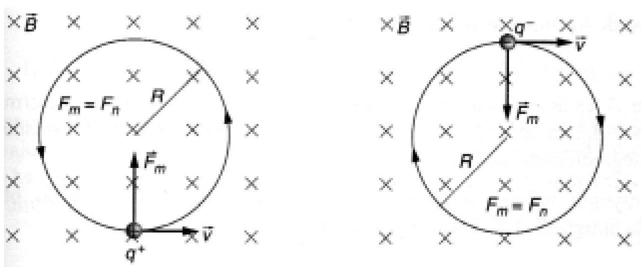
c) **(0,5 p)** Enunciar y discutir brevemente los posibles efectos de un campo magnético sobre una carga en movimiento.

Las cargas eléctricas que se mueven dentro de campos magnéticos experimentan la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q\,.\,(\vec{v}\,x\,\vec{B})$$

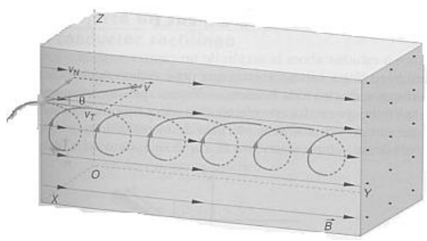
Según la orientación relativa de los vectores $\vec{B}$ y $\vec{v}$ pueden presentarse los siguientes casos:

- **Velocidad paralela a $\vec{B}$: Sobre la partícula cargada no aparece ninguna fuerza, por lo que la partícula cargada se moverá con movimiento rectilíneo uniforme de velocidad $\vec{v}$**
- **Velocidad perpendicular a $\vec{B}$: Sobre la partícula actúa una fuerza de módulo constante ($F = q\,.\,v\,.\,B$) y de dirección perpendicular a $\vec{B}$ y $\vec{v}$ en todo momento (el sentido viene dado por la regla del sacacorchos si la carga es positiva, y de sentido contrario a la regla del sacacorchos si la carga es negativa). La partícula efectúa un movimiento circular uniforme donde la fuerza magnética (fuerza de Lorentz) es la fuerza centrípeta:**



$$F_C = m\,.\,a_n \quad \Rightarrow \quad q\,.\,v\,.\,B = m\,.\,\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\,.\,v}{q\,.\,B}$$

- **Velocidad que forma un ángulo θ con $\vec{B}$: En este caso sobre la partícula actúa una fuerza $F = q\,.\,v\,.\,B\,.\,sen\,\theta$. La velocidad se descompone en una componente paralela a $\vec{B}$ responsable del avance de la partícula ($v_T = v\,.\cos\theta$), no afectada por la fuerza magnética y una componente perpendicular a $\vec{B}$ responsable del giro de la misma ($v_N = v\,.\,sen\,\theta$). La partícula seguirá una trayectoria helicoidal.**



5.- La actividad de una muestra de una sustancia radiactiva es inicialmente de $2{,}718.10^{14}$ Bq y de $1{,}000.10^{14}$ Bq cuando han transcurrido 2000 días.

DATO: 1 Bq = 1 desintegración por segundo

a) **(1 p)** Hallar la constante de desintegración y el período de semidesintegración de dicha sustancia.

$$A = A_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \quad \Rightarrow \quad 1.10^{14} = 2{,}718.10^{14} \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \quad \Rightarrow \quad ln \; 0{,}368 = -\lambda . \, t$$

$$\lambda = -\frac{ln \; 0{,}368}{t} = -\frac{ln \; 0{,}368}{(2000 \; . \; 24 \; . \; 3600)} = 5{,}785.10^{-9} \; s^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5{,}785.10^{-9}} = 1{,}2.10^{8} \; s = 3{,}8 \; años$$

b) **(1 p)** Si cuando han transcurrido 1000 días, la actividad de una segunda muestra de la misma sustancia radiactiva es de $2{,}0.10^{14}$ Bq, hallar cuántos átomos radiactivos había inicialmente en esta segunda muestra.

$$A = \lambda . \, N \quad \Rightarrow \quad N = \frac{A}{\lambda} = \frac{2.10^{14}}{5{,}785.10^{-9}} = 3{,}46.10^{22} \; núcleos$$

$$N = N_0 \, . \, e^{-\lambda \, . \, t} \quad \Rightarrow \quad N_0 = \frac{N}{e^{-\lambda \, . \, t}} = \frac{3{,}46.10^{22}}{e^{-(5{,}785.10^{-9} \, . \, 1000 \, . \, 24 \, . \, 3600)}} = 5{,}7.10^{22} \; núcleos$$