Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) El *Meteosat* és un satèl·lit meteorològic llançat per l'Agència Espacial Europea (ESA) que proporciona informació meteorològica d'Àfrica i Europa. Com que l'objectiu del *Meteosat* és oferir imatges d'una mateixa zona del planeta, el satèl·lit segueix una òrbita geostacionària: gira en el pla equatorial a la mateixa velocitat angular que la Terra.

a) A quina distància de la superfície terrestre es troba el *Meteosat*?

b) Quina és l'energia cinètica del *Meteosat*? Quina energia mínima caldria proporcionar-li perquè s'allunyés indefinidament de la Terra?

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
$R_{\mathrm{Terra}} = 6\,370\ \mathrm{km}$
$M_{\mathrm{Terra}} = 5{,}97 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$
$m_{Meteosat} = 2{,}00 \times 10^{3}\ \mathrm{kg}$

P2) Una càrrega puntual $Q_1 = +1{,}00 \times 10^{-8}$ C està situada a l'origen de coordenades. Una altra càrrega puntual $Q_2 = -2{,}00 \times 10^{-8}$ C està situada en el semieix Y positiu, a 3,00 m de l'origen. Calculeu:

a) El camp i el potencial electrostàtic en un punt A situat en el semieix X positiu, a 4,00 m de l'origen. Dibuixeu un esquema de tots els camps elèctrics que intervenen en el problema.

b) El treball fet pel camp elèctric en traslladar una càrrega puntual d'1,00 C des del punt A a un punt B de coordenades (4,00 , 3,00) m.

DADA: $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}99 \times 10^{9}\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$

OPCIÓ A

P3) A l'espectroscòpia de fotoemissió ultraviolada (UV), il·luminem les mostres amb un feix de radiació UV i analitzem l'energia dels electrons emesos.

a) Hem il·luminat una mostra amb radiació de longitud d'ona $\lambda = 23,7$ nm i els fotoelectrons analitzats tenen una energia cinètica màxima de 47,7 eV. Calculeu la funció de treball del material analitzat en J i en eV.

b) Determineu el llindar de longitud d'ona per a aquest material. Com canviaria aquest llindar de longitud d'ona si es dupliqués la potència del feix de radiació UV?

DADES: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s
$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19}$ J
$c = 3,00 \times 10^{8}$ m s^{-1}

P4) Trobem una aplicació de la inducció electromagnètica en els aparells de soldadura elèctrica. En un d'aquests aparells desmuntat veiem dues bobines com les d'un transformador.

La bobina primària té 1 000 espires i la secundària en té 20. En la bobina secundària, feta d'un fil molt més gruixut, és on va connectat l'elèctrode per a fer la soldadura.

Sabem, per les especificacions tècniques impreses en la màquina, que pel circuit secundari circula una intensitat de corrent de 100 A. Determineu:

a) La tensió del circuit secundari quan es connecta la màquina, és a dir, quan es connecta el circuit primari a una tensió alterna de 220 V.

b) La intensitat que circula pel circuit primari i la potència consumida per la màquina.

NOTA: Negligiu qualsevol tipus de dissipació d'energia.

P5) D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert.

Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses.

a) Si la longitud total del tub que representa la trompeta és $l_0 = 0,975$ m, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibració estacionaris que es poden generar a la trompeta.

b) Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota *si* de la tercera octava, de freqüència $f = 247$ Hz. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Δl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó?

DADA: Velocitat del so en l'aire, 340 m s^{-1}

OPCIÓ B

P3) En un jaciment arqueològic es troben unes restes òssies antigues d'animals. Un gram d'aquestes restes conté $9{,}5 \times 10^8$ àtoms de carboni 14. L'anàlisi d'una mostra actual, de la mateixa massa i de característiques similars, revela que, en el moment de la mort dels animals, els ossos tenien $6{,}9 \times 10^9$ àtoms de C-14/gram.

a) Determineu l'antiguitat de les restes si sabem que el període de semidesintegració del C-14 és de 5 760 anys.

b) Escriviu l'equació nuclear de la desintegració (amb emissió de β^-) del C-14 i incloeu-hi els antineutrins. Calculeu el defecte de massa per nucleó de C-14.

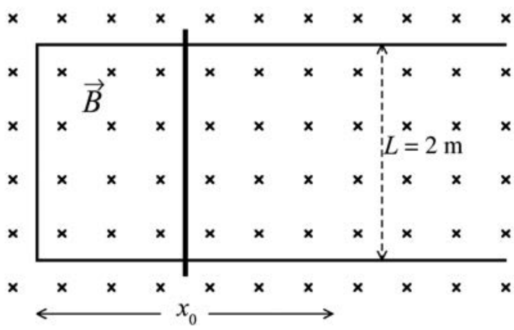
DADES: $c = 3{,}00 \times 10^8$ m s^{-1}
Nombres atòmics: Be, 4; B, 5; C, 6; N, 7; O, 8; F, 9

Masses:

Partícula	*Massa (kg)*	*Partícula*	*Massa (kg)*
protó	$1{,}672\,6 \times 10^{-27}$	electró	$9{,}109\,3 \times 10^{-31}$
neutró	$1{,}674\,9 \times 10^{-27}$	àtom de C-14	$2{,}325\,3 \times 10^{-26}$

P4) Sobre una forca conductora com la de la figura adjunta, llisca una barra metàl·lica amb un moviment vibratori harmònic simple al voltant de la posició d'equilibri $x_0 = 1$ m, segons l'equació de moviment següent (totes les magnituds estan expressades en el sistema internacional, SI):

$$x(t) = x_0 - 0{,}3 \sin(32t)$$



Tot el conjunt es troba dins un camp magnètic uniforme, perpendicular al pla de la forca i en el sentit d'entrada al pla del paper, de mòdul $B = 0{,}5$ T.

a) Quin valor té el flux de camp magnètic a través de la superfície compresa entre la barra metàl·lica i la part tancada de la forca en l'instant $t = 0$? Quina és l'expressió d'aquest flux en funció del temps?

b) Determineu la força electromotriu del corrent induït en funció del temps. Obteniu-ne el valor màxim.

P5) El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intel·ligent (*smartphone*) el nivell d'intensitat sonora a 7,0 m de distància del timbre i obtenim un valor de 50 dB. Calculeu:

***a*)** La intensitat del so en el lloc on fem la mesura.

***b*)** La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?

DADA: Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W m^{-2}. Suposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

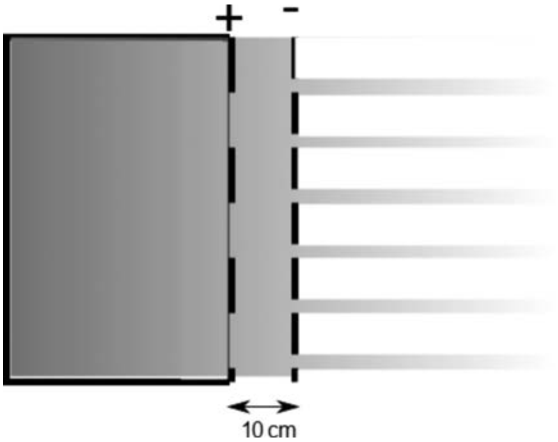
P1) Un meteorit, de 400 kg de massa, cau sobre la Lluna amb una trajectòria perpendicular a la superfície d'aquest satèl·lit. Quan es troba a 10 000 km de la superfície lunar, la velocitat del meteorit és de 15 000 km/h.

***a*)** Determineu el valor de la velocitat amb què el meteorit arriba a la superfície de la Lluna.

***b*)** Calculeu l'energia mecànica que té el meteorit a 10 000 km de la Lluna i la que té un cos de la mateixa massa situat en una òrbita a aquesta mateixa altura sobre la superfície de la Lluna. Indiqueu quina de les dues energies mecàniques és més gran.

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
$M_{\text{Lluna}} = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg
$R_{\text{Lluna}} = 1{,}74 \times 10^{6}$ m

P2) En algunes missions espacials s'han utilitzat motors iònics. En aquests motors es produeixen ions positius que s'envien a una cambra on un camp elèctric constant els impulsa. El motor expulsa ions positius a gran velocitat i la nau adquireix impuls en sentit contrari. Considereu un motor iònic en què ions Xe^{+}, inicialment en un estat de repòs, s'acceleren entre dues plaques separades 10 cm fins a adquirir una velocitat de $3{,}0 \times 10^{5}$ m/s.



a) Calculeu l'acceleració dels ions i el camp elèctric (que podeu considerar constant) a la cambra d'acceleració.

b) Calculeu la diferència de potencial entre les dues plaques amb les dades de la figura. Indiqueu també el valor que hauria de tenir aquesta diferència de potencial si les dues plaques estiguessin separades només 6 cm per a aconseguir la mateixa velocitat de sortida dels ions.

DADES: $Q(\text{ions } Xe^{+}) = +1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$m(\text{ions } Xe^{+}) = 132$ u
$1\ \text{u} = 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg

OPCIÓ A

P3) L'any 2006, l'exespia rus del KGB Aleksandr Litvinenko va ser víctima d'un enverinament amb poloni 210 i es va convertir en la primera víctima confirmada que moria per la síndrome de radiació aguda.

El poloni 210 és un emissor de partícules α que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears.

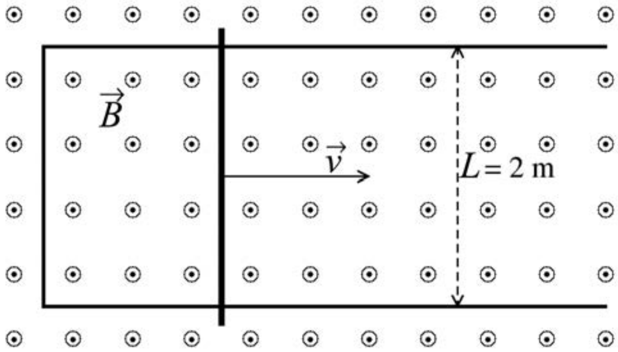
a) Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210, si sabem que en desintegrar-se produeix un isòtop del plom.

b) El període de semidesintegració efectiu en el cos humà del poloni 210 és de 37 dies. Si suposem que la dosi que van subministrar a Litvinenko va ser de 5 mg, quina quantitat de poloni 210 hi havia en el seu organisme quan va morir, vint dies després de l'enverinament?

Aleksandr Litvinenko

DADA: Símbols químics i nombres atòmics del poloni $Z(\text{Po}) = 84$ i del plom $Z(\text{Pb}) = 82$

P4) Una vareta metàl·lica es desplaça a una velocitat constant $v = 6$ m/s sobre una forca conductora dins un camp magnètic uniforme, $\vec{B} = 0{,}25$ T, perpendicular al pla i en sentit sortint:



Si suposem que la resistència de la vareta és de 30 Ω i que la de la forca és negligible, calculeu:

***a*)** La força electromotriu del corrent induït en el circuit i expliqueu raonadament el sentit de la circulació del corrent.

***b*)** La intensitat del corrent que circula pel circuit i la força que cal fer sobre la vareta, en mòdul, direcció i sentit, per a mantenir la velocitat constant sobre la forca.

NOTA: Llei d'Ohm, $I = V/R$.

P5) L'agulla d'una màquina de cosir oscil·la verticalment entre dos punts separats per una distància de 20 mm. En les especificacions del fabricant s'indica que l'agulla pot fer 1 800 puntades per minut. Si sabem que l'agulla descriu un moviment harmònic simple:

***a*)** Determineu la freqüència en Hz i escriviu l'equació del moviment suposant que en el moment inicial l'agulla es troba en la posició de màxima altura.

***b*)** Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla.

OPCIÓ B

P3) Una porta s'obre i es tanca mitjançant un dispositiu fotoelèctric. La longitud d'ona de la radiació electromagnètica utilitzada és de 850 nm i l'energia mínima d'extracció del material fotodetector és d'1,20 eV. Calculeu:

***a*)** L'energia cinètica dels fotoelectrons emesos i la longitud d'ona de De Broglie associada a aquests electrons.

***b*)** La longitud d'ona que hauria de tenir una radiació electromagnètica incident per a duplicar l'energia cinètica dels fotoelectrons emesos de l'apartat *a*.

DADES: $m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
$Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s
$c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m s^{-1}

P4) Per la paret que teniu al darrere de l'aula on feu l'examen, entren protons amb una trajectòria horitzontal i a una velocitat $\vec{v}_{p+} = 2{,}00 \times 10^{6}\,\vec{i}$ m/s. Dins l'aula hi ha un camp magnètic també horitzontal el valor del qual és $\vec{B} = 0{,}500\,\vec{j}$ T. Determineu:

a) La força causada pel camp magnètic que actua sobre els protons quan entren en la zona on hi ha aquest camp magnètic.

b) El radi de la trajectòria circular dels protons dins l'aula i indiqueu si aquests protons impactaran contra les persones que estan assegudes a l'aula.

DADES: Càrrega del protó: $1{,}60 \times 10^{-19}$ C
Massa del protó: $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

NOTA: Negligiu el pes del protó.

P5) La corda d'un violí fa 32 cm de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 196 Hz.

a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona del mode fonamental i digueu en quins punts de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.

b) Dibuixeu, de manera esquemàtica, el perfil de l'ona estacionària del tercer i del cinquè modes de vibració i calculeu-ne les freqüències.

Institut d'Estudis Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

SÈRIE 3

P1)

a)

$$m\omega^2(R_T+d) = \frac{GM_Tm}{(R_T+d)^2}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow (R_T+d)^3 = \frac{GM_TT^2}{4\pi^2} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{GM_TT^2}{4\pi^2}} - R_T\ \boxed{\mathbf{0.6}} = 3,59\cdot 10^4 km\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Si deixen de restar el radi de la Terra se'ls resta **0.2** punts

b)

$$E_c = \frac{1}{2}m\omega^2(R_T+d)^2 = \frac{1}{2}\frac{GM_Tm}{R_T+d} = 9,42\cdot 10^9\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tal que el satèl $\cdot$ lit s'allunyi de l'atracció de la Terra, la seva energia mecànica ha de ser 0 $\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$

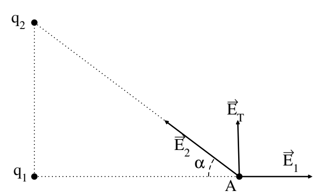
$$E_m = E_c + E_p = -\frac{1}{2}\frac{GM_Tm}{R_T+d} = -E_c\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant caldrà subministrar-li una energia igual a $E_c = 9,42\cdot 10^9\mathrm{J}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P2)

a)

Esquema dels camps elèctrics:



$\boxed{\mathbf{0.1}}$

$$d(q_1,A) = 4\,\mathrm{m},\quad d(q_2,A) = \sqrt{3^2+4^4} = 5\,\mathrm{m}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{5},\quad \sin(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Calculem el camp elèctric:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1|}{d(q_1,A)^2}\vec{i}\ \boxed{0.1} = 5,62\,\vec{i}\,\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2|}{d(q_2,A)^2} = 7.19\,\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$\vec{E}_2 = |\vec{E}_2|(-\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j})\ \boxed{0.1} = 7,19\,(-\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}) = (-5.75\vec{i} + 4,31\vec{j})\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$\vec{E}_T = (-0,14\vec{i} + 4,31\vec{j})\,\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Ara calculem el potencial elèctric:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{q_1}{d(q_1,A)} + \frac{q_2}{d(q_2,A)}\right\}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 8,99\cdot 10^9\left\{\frac{1\cdot 10^{-8}}{4} + \frac{-2\cdot 10^{-8}}{5}\right\} = -13,5\,\mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) Calculem el potencial en el punt B:

$$d(q_1,B) = \sqrt{3^2+4^4} = 5\,\mathrm{m},\quad d(q_2,B) = 4\,\mathrm{m}$$

$$V_B = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{q_1}{d(q_1,B)} + \frac{q_2}{d(q_2,B)}\right\}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 8,99\cdot 10^9\left\{\frac{1\cdot 10^{-8}}{5} + \frac{-2\cdot 10^{-8}}{4}\right\} = -27\,\mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

El treball fet pel camp serà:

$$W = -(V_B - V_A)q\ \boxed{\mathbf{0.5}} = -(-27+13,5)1 = 13,5\,\mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Opció A
P3)

a) En el balanç energètic de l'efecte fotoelèctric tenim:

$$h\frac{c}{\lambda} - W = E_C \boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow$$

$$W = h\frac{c}{\lambda} - E_c = 6,63 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{23,7 \cdot 10^{-9}} - 47,7\frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1\text{eV}} = 7,60 \cdot 10^{-19}\,\text{J}\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,75\,\text{eV}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La longitud d'ona llindar la obtindrem fent que l'energia cinètica dels electrons emesos sigui zero. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\lambda_L = h\frac{c}{W} = 2,62 \cdot 10^{-7}\,\text{m}\boxed{\mathbf{0.5}}$$

La longitud d'ona llindar no depèn de la potencia de la radiació incident, per tant si dupliquem aquesta potència la longitud d'ona llindar no variarà $\boxed{\mathbf{0.3}}$

P4)

a) Si analitzem la tensió de les bobines del primari i del secundari tindrem:

$$\left.\begin{array}{ll} V_p & = N_p \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \\ V_s & = N_s \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}\boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow$$

$$V_s = 4,4\,\text{V}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La relació de potències la podem escriure com:

$$P = P_p = I_p V_p = I_s V_s \boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow$$

$$I_p = I_s\frac{V_s}{V_p} = 2\text{A}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

$$P = I_p V_p = 2\text{A} \times 220\,\text{V} = 440\,\text{W}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

P5)

a) Com que la trompeta conté un extrem tancat i un altre obert, la condició per les possibles ones estacionàries dins de la seva cavitat és

$$l_0 = \frac{\lambda_n}{4} + \frac{\lambda_n}{2} n = \frac{\lambda_n}{4}(2n+1) \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

D'aquesta relació obtenim que les possibles ones estacionaries a la trompeta tenen longituds d'ona

$$\lambda_n = \frac{4l_0}{2n+1} \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Tanmateix, essent $\lambda = v/f$ on v és la velocitat del so al medi i f la freqüència de l'ona, resulta

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l_0}(2n+1) \ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Això doncs, amb n=0, 1 i 2 obtenim els valors

$$\left.\begin{array}{c} n=0 \\ \lambda_0 = \frac{4\times 0{,}975}{1} = 3{,}90\,\mathrm{m} \\ f_0 = \frac{340}{4\times 0{,}975} = 87.2\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \left.\begin{array}{c} n=1 \\ \lambda_1 = \frac{4\times 0{,}975}{3} = 1{,}30\,\mathrm{m} \\ f_1 = \frac{340}{4\times 0{,}975}3 = 262\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \left.\begin{array}{c} n=2 \\ \lambda_2 = \frac{4\times 0{,}975}{5} = 0{,}78\,\mathrm{m} \\ f_2 = \frac{340}{4\times 0{,}975}5 = 436\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) L'ona ressonant dins de la cavitat de la trompeta correspon al segon mode de vibració, es a dir, al mode $n = 1$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ de les expressions anteriors. Això doncs hauria de ser $l = 3\lambda/4$. Com que $\lambda = v/f$, resulta

$$l = \frac{3}{4}\lambda = \frac{3}{4}\left(\frac{v}{f}\right) = \frac{3\times 340}{4\times 247} = 1{,}03\,\mathrm{m}\ . \boxed{\mathbf{0.4}}$$

La variació en la longitud de la cavitat recorreguda per l'aire quan es prem el segon pistó és, per tant,

$$l_1 = l - l_0 = 1{,}03 - 0{,}975 = 5{,}5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \ \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Opció B
P3)

a)

$$N(t) \,=\, N_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t\,\ln 2}{t_{1/2}}} \,=\, \boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow\, t \,=\, -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\frac{N(t)}{N_0}\,\boxed{\mathbf{0.4}} \,=\, -\frac{5760}{\ln 2}\,\ln\frac{9,5\cdot 10^8}{6,9\cdot 10^9} \,=\, 1,65\cdot 10^4\,\text{anys}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$${}^{14}_{6}C \,\rightarrow \beta^- \,+^{14}_{a} X \,+\, {}^{0}_{0}\overline{\nu}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \,\Rightarrow\, a \,=\, 7\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

Per tant ${}^{14}_{a}X \,=\, {}^{14}_{7}N$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Si es deixen l'antineutrí i/o el col·loquen malament, descomptarem **0.1** punts.

$$|\Delta m| \,=\, |m({}^{14}_{6}C) \,-\, 8\,m({}^{1}_{0}n) \,-6\,m({}^{1}_{1}p) \,-\, 6\,m(e^-)|\,\boxed{\mathbf{0.2}} \,=\, 1.873\cdot 10^{-28}\,\text{kg}\,\boxed{\mathbf{0.1}} \,\Rightarrow$$

$$\text{Defecte de massa del } {}^{14}_{6}\text{C} \,=\, \frac{|\Delta m|}{14} \,=\, 1.338\cdot 10^{-29}\,\text{kg}\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

P4)

a) Al ser el camp magnètic perpendicular al pla de la forca tindrem:

$$\Phi(t=0) \,=\, B\,\grave{A}rea(t=0) \,=\, B\,x_0\,L\,\boxed{\mathbf{0.3}} \,=\, 0,5\,\text{T}\times 1\text{m}\times 2\text{m} \,=\, 1\text{Wb}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\grave{A}rea(t) \,=\, L\,x(t) \,=\, L\,(x_0 \,-\, 0,3\sin(32\,t)) \,\Rightarrow\, \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\Phi(t) \,=\, B\,L\,(x_0 \,-0.3\sin(32\,t)) \,=\, 0,5\times 2\times(1 \,-\, 0,3\sin(32\,t))\,\text{Wb}\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b)

$$\varepsilon \,=\, |\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}|\,\boxed{\mathbf{0.2}} \,=\, 0,5\times 2\times 0,3\times 32\,\cos(32\,t) \,=\, 9,6\,\cos(32t)\,\text{V}\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

El seu valor màxim serà:

$$\varepsilon_{m\grave{a}xim} \,=\, 9,6\,\text{V}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

P5)

a) El nivell d'intensitat β mesurat en dB es defineix com:

$$\beta \,=\, 10\log\frac{I}{I_0}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \,\Rightarrow\, 50 \,=\, 10\log\frac{I}{10^{-12}}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \,\Rightarrow\, \frac{I}{10^{-12}} \,=\, 10^5\,\boxed{\mathbf{0.2}} \,\Rightarrow\, I \,=\, 10^{-7}\,\text{W/m}^2\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La intensitat en funció de la potència ve donada per l'expressió:

$$I \,=\, \frac{P}{4\pi r^2}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \,\Rightarrow\, P \,=\, 10^{-7}\,4\pi\,7^2 \,=\, 6,2\cdot 10^{-5}\text{W}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Deixàrem de percebre el so quan la seva intensitat sigui igual a la del llindar:

$$I \,=\, I_0\,\boxed{\mathbf{0.3}} \,\Rightarrow\, \frac{6,2\cdot 10^{-5}}{4\pi r^2} \,=\, 10^{-12} \,\Rightarrow\, r \,=\, 2,2\cdot 10^3\text{m}$$

Per tant deixarem de percebre el so a partir d'una distància de $2,2\cdot 10^3$ m $\boxed{\mathbf{0.2}}$

SÈRIE 4

P1)

a) La força gravitatòria és conservativa, per tant l'energia total d'un cos es conserva al llarg de la seva trajectòria: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_0^2 - G\,\frac{\cancel{m}M_L}{h_0+R_L} = \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_1^2 - G\,\frac{\cancel{m}M_l}{R_L}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{1}{2}\,v_1^2 = \frac{1}{2}\,v_0^2 + G\,M_L\left\{\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L+h_0}\right\} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2GM_L\,\frac{h_0}{R_L(R_L+h_0)}}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,71\cdot 10^3\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) L'energia mecànica del meteorit serà:

$$E_m = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 - G\,\frac{mM_L}{R_L+h_0}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 3.31\cdot 10^9\,\mathrm{J}\,\boxed{0.2}$$

Per un cos de la mateixa massa, però en òrbita a la mateixa distància, l'energia mecànica és:

$$E_o = -\,\frac{1}{2}\,G\,\frac{mM_L}{R_L+h_0}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = -8,35\cdot 10^7\,\mathrm{J}\,\boxed{0.2}$$

Com es pot comprovar: $E_m > E_o$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P2)

a) El treball fet per la força provinent del camp elèctric serà igual a la variació de l'energia cinètica dels ions de Xe^+ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ $\Rightarrow$

$$F\,d = E\,q\,d = \frac{1}{2}\,m\,v^2\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{d} = m\,a \Rightarrow a = \frac{1}{2}\,\frac{v^2}{d} = 4,5\cdot 10^{11}\,\mathrm{m/s^2}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$E = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{qd}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = \frac{1}{2}\,132\,\mathrm{u}\times\frac{1,66\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{1u}\times\frac{(3\cdot 10^5)^2\,\mathrm{m^2/s^2}}{1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\times 0,1\,\mathrm{m}} = 6,16\cdot 10^5\,\mathrm{N/C}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

Al ser un camp elèctric constant tindrem:

$$E = -\,\frac{\Delta V}{\Delta x}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \Delta V = -\,\Delta x\,E = -\,\frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{q}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow V_+ - V_- = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{q} = 6,16\cdot 10^4\,\mathrm{V}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Si la velocitat de sortida dels ions és la mateixa encara que la separació entre plaques sigui més petita, de la última expressió veiem que la diferència de potencial entre les plaques és independent de la seva separació, per tant la diferència de potencial serà la mateixa tant si $d = 10\,\mathrm{cm}$ com si és $d = 6\,\mathrm{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Opció A

P3)

a) Podem plantejar l'equació de la desintegració del poloni-210 com:

$$ {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{x}_{82}\mathrm{Pb}\ \boxed{\mathbf{0.5}} \Rightarrow $$

$$ x + 4 = 210\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow x = 206\ \boxed{0.2} $$

b)

$$ m = m_0\,\mathrm{e}^{-\frac{\ln 2\,t}{t_{1/2}}}\ \boxed{0.5} \Rightarrow m = (5\,\mathrm{mg})\,\mathrm{e}^{-\frac{(\ln 2)\,20\,\mathrm{dies}}{37\,\mathrm{dies}}} = 3,4\,\mathrm{mg}\ \boxed{0.5} $$

P4)

a) L'àrea del circuit tancat que formen la forca i la vareta en funció del temps és:

$$ \grave{\mathrm{A}}\mathrm{rea} = L\,v\,t\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

El flux del camp magnètic que passa per aquesta àrea serà:

$$ \Phi = B\,L\,v\,t\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

La força electromotriu generada en el circuït serà:

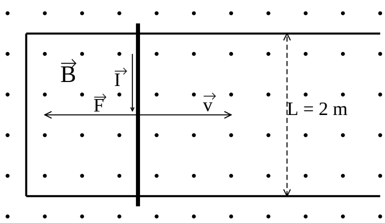
$$ \epsilon = \left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = B\,L\,v\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 3\,\mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

El sentit de la circulació del corrent serà el contrari que tindria si el mateix corrent hagués de crear el camp magnètic, per tant serà en sentit horari $\boxed{\mathbf{0.2}}$

b) A partir de la llei de Ohm tindrem:

$$ I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{3\mathrm{V}}{30\Omega} = 0,1\,\mathrm{A}\ \boxed{0.2} $$

La força que fa el camp magnètic sobre la vareta serà:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$ \vec{F} = L\,\vec{I} \wedge \vec{B}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow |\vec{F}| = L\,I\,B = 0.05\,\mathrm{N}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per tant, per tal que la vareta segueixi amb velocitat constant, haurem de fer una força igual i de sentit contrari a la trobada anteriorment. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P5)

a) Per fer cada punt la màquina de cosir ha de fer una oscil·lació completa, per tant tindrem:

$$\nu = \frac{1800\text{punts}}{60\text{s}} = 30\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.3}}$$

Dues vegades l'amplitud del moviment serà igual a 20 mm $\Rightarrow$ A = 10 mm = 0,01 m $\boxed{\mathbf{0.3}}$ L'equació del moviment serà:

$$y(t) = A\,\cos(2\pi\nu t)\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0.01\,\cos(1,88\cdot 10^2 t)\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

En el cas de que fessin servir la funció sinus enlloc del cosinus haurien de posar-hi una fase addicional de $\frac{\pi}{2}$

b)

$$v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t)\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow v_y(\text{màxima}) = 2\pi\nu A = 1,88\,\text{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_y(t) = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -4\pi^2\nu^2 A\cos(2\pi\nu t)\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow a_y(\text{màxima}) = 4\pi^2\nu^2 A = 3,55\cdot 10^2\,\text{m/s}^2\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Opció B
P3)

a)

$$E_c = \frac{\text{hc}}{\lambda} - W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{850 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} - 1,2\,\text{eV}\,\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} = 4,2 \cdot 10^{-20}\,\text{J}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

$$\left.\begin{array}{rl} \lambda_e = & \frac{h}{mv} \\ v = & \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_e = \frac{\text{h}}{\sqrt{2mE_c}} = 2,40 \cdot 10^{-9}\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

b)

$$\lambda = \frac{\text{hc}}{E_c + W}\,\boxed{\mathbf{0.4}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{2 \times 4,2 \cdot 10^{-20}\,\text{J} + 1,2\,\text{eV}\,\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}}}\,\boxed{\mathbf{0.4}} = 7,21 \cdot 10^{-7}\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a)

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{6} \times 0,5\,(\vec{i} \wedge \vec{j})\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 1,6 \cdot 10^{-13}\,\vec{k}\,\text{N}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant la força va dirigida en sentit vertical $\boxed{\mathbf{0.2}}$

En el cas en que no donin correctament la direcció de la força, restarem **0.2** punts.

b)

Al ser la força perpendicular a la velocitat, el moviment serà el d'un moviment circular uniforme $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La força que fa el camp magnètic sobre els protons es la que proporciona l'acceleració centrípeta que farà girar els protons, per trobar el radi de la trajectòria circular tindrem:

$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{r}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow r = \frac{m\,v}{q\,B}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,18 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Els protons no impactaran ningú, ja que només d'entrar l'aula fan la trajectòria circular de radi $4.18 \cdot 10^{-2}$ m $\boxed{\mathbf{0.1}}$

P5)

a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

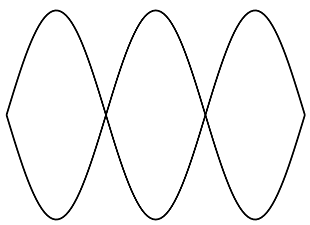
$$n\,\frac{\lambda}{2} = L\,(n = 1, 2, 3...)\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda = 2\,L = 64\text{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La velocitat de propagació serà:

$$v_p = \lambda\,\nu\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0,64\,\text{m}\,196\,\text{Hz} = 125\text{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

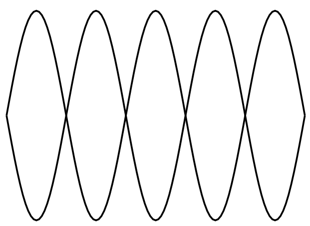
b) Tercer harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}\,L\,\boxed{\mathbf{0.1}} = 21,3\,\text{cm} \Rightarrow \nu_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = 587\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

Cinqué harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_5 = \frac{2}{5}\,L\,\boxed{\mathbf{0.1}} = 12,8\,\text{cm} \Rightarrow \nu_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = 977\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$