OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Un satélite natural, de masa 15 000 kg, gira en una órbita circular a una altura de 450 km sobre la superficie de un cierto planeta P (cuyos datos se proporcionan debajo).

a) [1 PUNTO] Hallar la velocidad del satélite.

b) [1 PUNTO] Hallar la energía cinética, la energía potencial gravitatoria y la energía total del satélite.

Datos: Masa de la planeta P: $M_P = 7.98\ 10^{25}$ kg; Radio del planeta P: $R_P = 670$ km.

2. Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

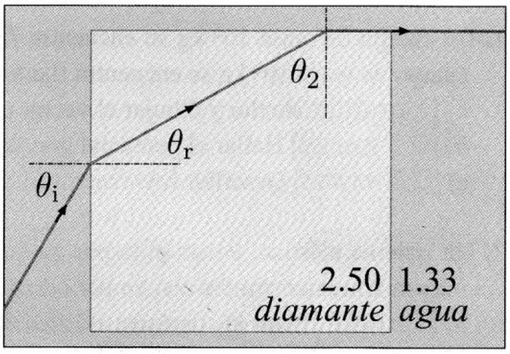
$$y\,(x,\,t) = 9 \text{ sen} \left[2\pi\left(\frac{t}{8} - \frac{x}{4}\right)\right]$$

a) [1 PUNTO] Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\frac{30\pi}{4}$ radianes.

c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente la diferencia entre ondas viajeras y ondas estacionarias.

3. Un cubo de diamante de índice de refracción 2.50 se encuentra sumergido en agua, que tiene un índice de refracción de 1.33. Un rayo incide sobre la cara lateral izquierda del cubo con un ángulo θ_i tal que se tiene el fenómeno de la reflexión total para el rayo que llega a la cara superior del cubo de diamante, saliendo este rayo justamente horizontal a la cara superior del mismo. Ver figura adjunta.



a) [1 PUNTO] Hallar el ángulo límite de incidencia θ_2 de la luz sobre la cara interna superior del cubo de diamante.

b) [1 PUNTO] Obtener el ángulo de refracción θ_r del haz de luz que penetra en el cubo por su cara lateral y el ángulo de incidencia θ_i del haz de luz que incide en la cara lateral del cubo de vidrio.

4. Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de –60 μC se fija en el punto (–6, 0).

a) [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0, 6).

b) [0,5 PUNTOS] Hallar el potencial eléctrico en el punto (0, 0).

c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

5. Una roca contiene dos tipos de átomos radioactivos, A y B, de período de semidesintegración $T_{1/2}^{(A)} = 3\ 010$ años y $T_{1/2}^{(B)} = 6\ 100$ años, respectivamente. Cuando la roca se formó, su contenido en A y en B era el mismo, con $N_0 = 10^{16}$ núcleos de cada tipo de átomo.

a) [1 PUNTO] Calcular la actividad de cada tipo de átomo en el momento de formación de la roca.

b) [1 PUNTO] ¿Cuál será el número de átomos de A y el número de átomos de B todavía existentes en la roca 12 000 años después de su formación?

FÍSICA JUNIO 2014 OPCIÓN – 2

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Un satélite natural, de masa 15 000 kg, gira en una órbita circular a una altura de 450 km sobre la superficie de un cierto planeta P.

DATOS: Masa de la planeta P: $M_p = 7.98\ 10^{25}$ kg; Radio del planeta P: R_p = 670 km.

a) **(1 p)** Hallar la velocidad del satélite.

La fuerza gravitatoria del planeta actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$R = R_p + h = 670 + 450 = 1120\ km = 1,12.10^6\ m$$

$$G\ .\ \frac{M_P\ .\ m}{R^2} = m\ .\frac{v_0^2}{R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{G\ .\ M_P}{R}} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}\ .\ 7,98.10^{25}}{1,12.10^6}} = 6,9.10^4\ m/s$$

b) **(1 p)** Hallar la energía cinética, la energía potencial gravitatoria y la energía total del satélite.

$$E_c = \frac{1}{2}.m.v_o^2 = \frac{1}{2}\ .\ 15000\ .\ (6,9.10^4)^2 = 3,56.10^{13}\ J$$

$$E_p = \frac{-G\ .\ M_p\ .\ m}{R} = \frac{-6,67.10^{-11}\ .\ 7,98.10^{25}\ .\ 15000}{1,12.10^6} = -7,13.10^{13}\ J$$

$$E_m = -\frac{1}{2}\ .\ G\ .\ \frac{M_P\ .\ m}{R} = -\frac{1}{2}\ .\ 6,67.10^{-11}\ .\ \frac{7,98.10^{25}\ .\ 15000}{1,12.10^6} = -3,56.10^{13}\ J$$

2.- Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la onda (en unidades del SI):

$$y\,(x,t) = 9\ .\ sen\left[2\pi\ .\ \left(\frac{t}{8} - \frac{x}{4}\right)\right]$$

a) **(1 p)** Hallar el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de esta onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y\,(x;t) = A\ .\ sen\ (\omega\ .\ t - k\ .\ x + \varphi_0) = A\ .\ sen\left(2\pi\ .\ f\ .\ t - \frac{2\pi}{\lambda}\ .\ x + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$2\pi\ .\ f = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow f = \frac{1}{8}\ Hz\ ;\quad T = \frac{1}{f} = 8\ s\ ;\quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \lambda = 4\ m;\quad v = \lambda\ .\ f = 4\ .\ \frac{1}{8} = 0,5\ m/s$$

b) **(0,5 p)** Hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\frac{30\pi}{4}$ radianes.

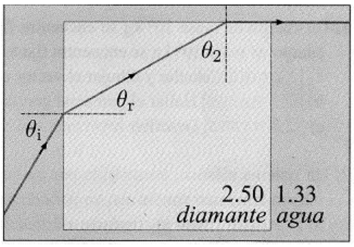
$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda\ .\ \Delta\varphi}{2\pi} = \frac{4\ .\ \frac{30\pi}{4}}{2\pi} = 15\ m$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente la diferencia entre ondas viajeras y ondas estacionarias.

Una onda es una perturbación que viaja a través del espacio y del tiempo, con transporte de energía.

Las ondas viajan y el movimiento ondulatorio transporta energía de un punto a otro, usualmente sin desplazamiento permanente de las partículas del medio y, en muchas ocasiones, sin desplazamiento de masa. Un ejemplo serían las ondas que se generan en un lago cuando tiramos una piedra.
Una onda estacionaria se forma por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.
Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Tiene puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.
Se puede considerar que las ondas estacionarias no son ondas de propagación sino los distintos modos de vibración de la cuerda, el tubo con aire, la membrana, etc.

3.- Un cubo de diamante de índice de refracción 2,50 se encuentra sumergido en agua, que tiene un índice de refracción de 1,33. Un rayo incide sobre la cara lateral izquierda del cubo con un ángulo θ_i tal que se tiene el fenómeno de la reflexión total para el rayo que llega a la cara superior del cubo de diamante, saliendo este rayo justamente horizontal a la cara superior del mismo. Ver figura adjunta.



a) **(1 p)** Hallar el ángulo límite de incidencia θ_2 de la luz sobre la cara interna superior del cubo de diamante.

Si aplicamos la ley de Snell a la cara superior del cubo:

$$n_1 \, . \, sen \ \theta_2 = n_2 \, . \, sen \ \hat{r} \quad \Rightarrow \quad 2,5 \, . \, sen \ \theta_2 = 1,33 \, . \, sen \, 90° \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 32,14°$$

b) **(1 p)** Obtener el ángulo de refracción θ_r del haz de luz que penetra en el cubo por su cara lateral y el ángulo de incidencia θ_i del haz de luz que incide en la cara lateral del cubo de diamante.

Para obtener el ángulo θ_r aplicamos la geometría:

$$\theta_r = 180 - 90 - \theta_2 = 180 - 90 - 32,14° = 57,86°$$

Para calcular el ángulo θ_i aplicamos la ley de Snell de la refracción:

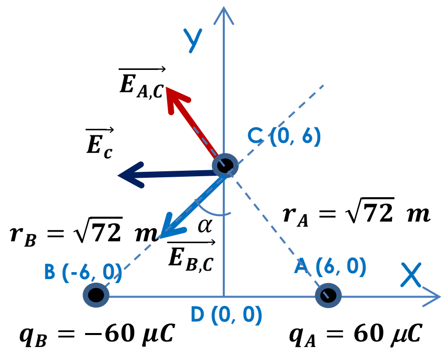
$$n_2 \, . \, sen \ \theta_i = n_1 \, . \, sen \ \theta_r \quad \Rightarrow \ 1,33 \, . \, sen \ \theta_i = 2,5 \, . \, sen \, 57,86° \quad \Rightarrow \quad sen \ \theta_i = 1,59 \qquad Imposible$$

El resultado obtenido indica que es imposible que el rayo proceda del agua. La única solución posible es que el rayo se haya generado dentro del propio cubo de diamante. Incluso aunque planteemos que el rayo se refleja totalmente y provenga de la cara inferior, se puede comprobar fácilmente que es imposible que el rayo proceda del agua.

4.- Una carga puntual de 60 μC se sitúa en el punto (6, 0) de un sistema de referencia (todas las distancias se dan en metros). Otra carga de -60 μC se fija en el punto (-6,0).

a) **(1 p)** Dibujar y calcular el vector campo eléctrico creado por ese sistema de cargas en el punto (0,6).

$$\alpha = arctg \, \frac{6}{6} = 45°$$



Por simetría, las cargas son iguales (en módulo) y las distancias son iguales, las componentes verticales son iguales y de sentido contrario, anulándose entre sí, quedando como campo resultante la suma de las dos componentes horizontales que son iguales entre sí.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \vec{E}_{B,C} = 2\,.\,\left(\vec{E}_{A,C}\right)_x = -2\,K.\frac{q}{(5)^2}\,.\,(\cos\alpha\,.\,\vec{\imath})$$

$$\vec{E}_C = -2\,.\,9.10^9.\frac{6.10^{-5}}{\left(\sqrt{72}\right)^2}\,.\,(sen\,45\,.\,\vec{\imath}) = -1,06.10^4\,\vec{\imath}\ \ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,0).

$$V_D = V_{A,D} + V_{B,D} = \frac{K}{r}\,.\,(q_A + q_B) = \frac{9.10^9}{6}\,.\left(6.10^{-5} + \left(-6.10^{-5}\right)\right) = 0\ \ V$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente la acción de un campo eléctrico sobre una carga eléctrica.

Se define el vector campo eléctrico, $\vec{E}$, o intensidad de campo eléctrico en cualquier punto como la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Toda carga situada dentro de un campo eléctrico es sometida a una fuerza:

$$\vec{F} = q\,.\,\vec{E}$$

De modo que si la carga es positiva la fuerza y el campo son de la misma dirección y sentido, y si a carga es negativa, la fuerza y el campo son de la misma dirección pero de sentidos contrario. Si el campo es constante, la fuerza a la que se ve sometida la carga q es constante, por lo que ésta se mueve con m.r.u.a.

5.- Una roca contiene dos tipos de átomos radioactivos, A y B, de período de semidesintegración $\left(T_{1/2}\right)_A = 3010\ años$ y $\left(T_{1/2}\right)_B = 6100\ años$ respectivamente. Cuando la roca se formó, su contenido en A y en B era el mismo, con $N_0 = 10^{16}$ núcleos de cada tipo de átomo.

a) **(1 p)** Calcular la actividad de cada tipo de átomo en el momento de formación de la roca.

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{\left(T_{1/2}\right)_A} = \frac{\ln 2}{3010} = 2,3.10^{-4}\ \ año^{-1} = 7,3.10^{-12}\ \ s^{-1}$$

$$A_A = \lambda_A\,.\,N_0 = 7,3.10^{-12}\,.\,10^{16} = 73000\ Bq$$

$$\lambda_B = \frac{\ln 2}{\left(T_{1/2}\right)_B} = \frac{\ln 2}{6100} = 1,14.10^{-4}\ \ año^{-1} = 3,6.10^{-12}\ \ s^{-1}$$

$$A_B = \lambda_B\,.\,N_0 = 3,6.10^{-12}\,.\,10^{16} = 36000\ Bq$$

b) **(1 p)** ¿Cuál será el número de átomos de A y el número de átomos de B todavía existentes en la roca 12 000 años después de su formación?

$$N_A = N_0\,.\,e^{-\lambda_A\,.\,t} \quad\Rightarrow\quad N_A = 10^{16}\,.\,e^{-2,3.10^{-4}\,.\,12000} = 6,3.10^{14}\ \ núcleos$$

$$N_B = N_0\,.\,e^{-\lambda_B\,.\,t} \quad\Rightarrow\quad N_A = 10^{16}\,.\,e^{-1,14.10^{-4}\,.\,12000} = 2,55.10^{15}\ \ núcleos$$