UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – SEPTIEMBRE 2017

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes. Los dispositivos que puedan conectarse a internet, o que puedan recibir o emitir información, deben estar apagados durante la celebración del examen.

CONSTANTES FISICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^8$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

OPCIÓN DE EXAMEN N° 1

1. Se desea poner un satélite de comunicaciones de 1000 kg de masa en una órbita circular a 300 km sobre la superficie de la Tierra.

a) [1 PUNTO] ¿Qué velocidad, periodo y aceleración debe tener en esa órbita?
b) [0,5 PUNTOS] ¿Cuánto trabajo se requiere para poner el satélite en órbita ?
c) [0,5 PUNTOS] ¿Cuánto trabajo adicional se necesitaría para que el satélite escapará de la influencia de la tierra?

2. A 12 cm de una lente delgada convergente se sitúa un objeto de 2 cm de altura y produce una imagen a 14 cm a la derecha de la lente:

a) [1 PUNTO] Calcúlese, mediante las fórmulas correspondientes, la distancia focal y el tamaño de la imagen.
b) [1 PUNTO] Realizar el análisis cualitativo mediante el trazado de rayos de la naturaleza de la imagen formada.

3. Un alumno estudia la propagación de ondas transversales en una cuerda y determina que se propaga hacia su derecha con una frecuencia de 2 Hz. La Amplitud que observa es de 15 cm y la distancia que mide entre dos máximos idénticos consecutivos es de 80 cm. Suponer la elongación en la posición inicial en t = 0 nula. Se pide:

a) [1 PUNTO] La ecuación de la onda en unidades SI.
b) [0,5 PUNTOS] Distancia entre dos puntos con una diferencia de fase de $\pi/2$ radianes.
c) [0,5 PUNTOS] Explica brevemente las diferencias entre onda longitudinal y onda transversal. Pon un ejemplo representativo de cada una.

4. El período de semidesintegración de un elemento radiactivo es de 5.3 años y se desintegra emitiendo una partícula β. Calcula:

a) [1 PUNTO] El tiempo que tarda la muestra en convertirse en el 80 % de la original.
b) [0,5 PUNTOS] La actividad radiactiva de una muestra de 10^{15} átomos transcurridos 2 años.
c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente el proceso de desintegración en el que se emite una partícula β.

5. Un protón con velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^6\ \vec{i}$, en m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético $\vec{B} = 1\ \vec{j}$ T.

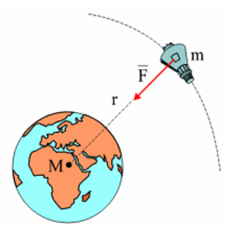
a) [0,75 PUNTOS] Obtén la fuerza que actúa sobre el protón.
b) [0,75 PUNTOS] Obtén el radio de la trayectoria.
c) [0,5 PUNTOS] Calcula el tiempo que tardaría en realizar una vuelta.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^{8}$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^{2} kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^{9}$ N m^{2} C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- Se desea poner un satélite de comunicaciones de 1000 kg de masa en una órbita circular a 300 km sobre la superficie de la Tierra.

a) **(1 p)** ¿Qué velocidad, periodo y aceleración debe tener en esa órbita?



La fuerza gravitatoria de la Tierra actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$r = R_T + h = 6,37.10^6 + 3.10^5 = 6,67.10^6\ m$$

$$G.\frac{M_T.m}{r^2} = m.\frac{v_0^2}{r} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,7.10^{-11}.5,97.10^{24}}{6,67.10^6}} = 7743,9\ m/s$$

$$T = \frac{2\pi.r}{v_0} = \frac{2\pi.6,67.10^6}{7743,9} = 5411,8\ s \cong 1,5\ h$$

$$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{(7743,9)^2}{6,67.10^6} = 9\ m/s^2$$

b) **(0,5 p)** ¿Cuánto trabajo se requiere para poner el satélite en órbita?

Antes del lanzamiento el satélite solo posee energía potencial gravitatoria, sin embargo cuando se mueve en su órbita tiene tanto energía potencial como energía cinética, cuya suma recibe el nombre de energía mecánica orbital o energía de enlace. El trabajo necesario para poner el satélite en órbita es la diferencia entre la energía de enlace y la energía potencial en la superficie.

$$W = E_{enlace} - E_{p,superficie} = -\frac{1}{2}.G.\frac{m.M_T}{r} - \left(-G.\frac{m.M_T}{R_T}\right) = G.m.M_T.\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right)$$

$$W = 6,7.10^{-11}.1000.5,97.10^{24}.\left(\frac{1}{6,37.10^6} - \frac{1}{2.6,67.10^6}\right) = 3,28.10^{10}\ J$$

c) **(0,5 p)** ¿Cuánto trabajo adicional se necesitaría para que el satélite escapara de la influencia de la Tierra?

Cuando un objeto escapa de la atracción gravitatoria terrestre su energía mecánica es cero o positiva. De modo que la mínima energía necesaria para llevar el satélite desde su órbita hasta un punto donde dejaría de estar bajo la influencia gravitatoria de la Tierra, sería igual a la energía de enlace del satélite cambiada de signo.

$$W' = -E_{enlace} = \frac{1}{2}.G.\frac{m.M_T}{r} = \frac{1}{2}.6,7.10^{-11}.\frac{1000.5,97.10^{24}}{6,67.10^6} = 3.10^{10}\ J$$

2.- A 12 cm de una lente delgada convergente se sitúa un objeto de 2 cm de altura y produce una imagen a 14 cm a la derecha de la lente:

a) **(1 p)** Calcúlese, mediante las formulas correspondientes, la distancia focal y el tamaño de la imagen.

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{14} - \frac{1}{-12} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad f' = 6,46\ cm$$

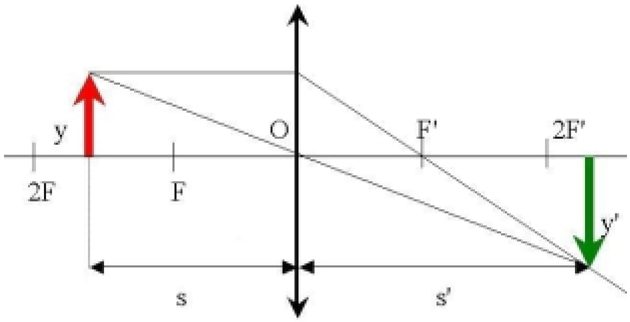
Aplicando la ecuación del aumento lateral para lentes delgadas:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y' = y \, . \left(\frac{s'}{s}\right) = 2 \, . \left(\frac{14}{-12}\right) = -2,33\ cm \quad (imagen\ invertida)$$

b) **(1 p)** Realizar el análisis cualitativo mediante el trazado de rayos de la naturaleza de la imagen formada.

Para construir gráficamente las imágenes de una lente delgada es necesario dibujar al menos la trayectoria de dos rayos y hallar su intersección después de refractarse en la lente. Existen tres rayos cuyas trayectorias pueden ser trazadas fácilmente:

- **Un rayo paralelo al eje óptico una vez refractado pasa por el foco imagen F'.**
- **Un rayo que pase por el foco objeto F se refracta paralelo al eje óptico.**
- **Un rayo que pase por el centro geométrico de la lente (centro óptico) no se desvía.**



(El diagrama no está hecho a escala)

Como podemos ver en el diagrama, la imagen es real (se forma detrás de la lente por la intersección de los rayos refractados), es invertida y de mayor tamaño que el objeto.

3.- Un alumno estudia la propagación de ondas transversales en una cuerda y determina que se propaga hacia su derecha con una frecuencia de 2 Hz. La amplitud que observa es de 15 cm y la distancia que mide entre dos máximos idénticos consecutivos es de 80 cm. Suponer la elongación en la posición inicial en t = 0 nula. Se pide:

a) **(1 p)** La ecuación de la onda en unidades SI.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido positivo del eje X:

$$y\,(x;t) = A \, . \, sen\ (\omega \, . \, t - k \, . \, x + \varphi_0) = A \, . \, sen \left(2\pi f \, . \, t - \frac{2\pi}{\lambda} \, . \, x + \varphi_0\right)$$

Por el enunciado sabemos:

$$f = 2\ Hz; \qquad A = 15\ cm = 0,15\ m\,; \qquad \lambda = 80\,cm = 0,8\ m$$

Por lo tanto:

$$y\,(x;t) = 0,15 \, . \, sen \left(2\pi \, . \, 2 \, . \, t - \frac{2\pi}{0,8} \, . \, x + \varphi_0\right) = 0,15 \, . \, sen\,(4\pi \, . \, t - 2,5\pi \, . \, x + \varphi_0)\ (m;s)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos:

$$y\,(x=0;t=0)=0 \quad\Rightarrow\quad 0=0,15\,.\,sen\,(\varphi_0) \;\Rightarrow\; sen\,(\varphi_0)=0 \quad\Rightarrow\quad \varphi_0=\begin{cases}0\ rad\\ \pi\ rad\end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad en el foco en el instante inicial, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0=0\ rad$, la ecuación de la onda es:

$$y\,(x;t)=0,15\,.\,sen\,(4\pi\,.\,t-2,5\pi\,.\,x)\ \ (m;s)$$

b) **(0,5 p)** Distancia entre dos puntos con una diferencia de fase de π/2 radianes.

$$\Delta\varphi=\,(4\pi\,.\,t+\,2,5\pi\,.\,x_2)-\,(4\pi\,.\,t+\,2,5\pi\,.\,x_1)=2,5\pi\,.\,(x_2-\,x_1)=2,5\pi\,.\,\Delta x$$

$$\Delta x=\frac{\Delta\varphi}{2,5\pi}=\frac{\pi/2}{2,5\pi}=0,2\ m$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi}=\frac{\Delta x}{\Delta\varphi}\quad\Rightarrow\quad\Delta x=\frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{0,8\,.\,\pi/2}{2\pi}=0,2\ m$$

c) **(0,5 p)** Explica brevemente las diferencias entre onda longitudinal y onda transversal. Pon un ejemplo representativo de cada una.

En una onda longitudinal los puntos del medio alcanzados por la onda vibran en la misma dirección en la que se propaga la onda, es lo que ocurre, por ejemplo, con las ondas sonoras en el aire.
En una onda transversal los puntos del medio alcanzados por la onda vibran en dirección perpendicular a la que se propaga la onda, es lo que ocurre, por ejemplo, con las ondas generadas en la superficie de un estanque al lanzar una piedra.

4.- El periodo de semidesintegración de un elemento radiactivo es de 5,3 años y se desintegra emitiendo una partícula β. Calcula:

a) **(1 p)** El tiempo que tarda la muestra en convertirse en el 80 % de la original.

$$t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}\quad\Rightarrow\quad\lambda=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}=\frac{\ln 2}{5,3}=0,131\ \ año^{-1}=4,15.10^{-9}\ \ s^{-1}$$

$$m=m_0\,.\,e^{-\lambda\,.\,t}\ \ \Rightarrow\ 0,8m_0=\ m_0\,.\,e^{-\lambda\,.\,t}\quad\Rightarrow\quad t=-\frac{\ln 0,8}{\lambda}=\,-\frac{\ln 0,8}{0,131}=1,84\ \ años$$

b) **(0,5 p)** La actividad radiactiva de una muestra de 10^{15} átomos transcurridos 2 años.

$$A_0=\,N_0\,.\,\lambda=\,10^{15}\,.\,4,15.10^{-9}=4,15.10^{6}\ \ Bq$$

$$A=A_0\,.\,e^{-\lambda\,.\,t}=4,15.10^{6}\,.\,e^{-(0,131\,.\,2)}=3,19.10^{6}\ \ Bq$$

c) **(0,5 p)** Describir brevemente el proceso de desintegración en el que se emite una partícula β.

La desintegración beta, emisión beta o decaimiento beta es un proceso mediante el cual un nucleído o núclido inestable emite una partícula beta (un electrón o positrón) para compensar la relación de neutrones y protones del núcleo atómico.
Cuando esta relación es inestable, algunos neutrones se convierten en protones. Como resultado de esta mutación, cada neutrón emite una partícula beta y un antineutrino electrónico o un neutrino electrónico.

$$n\ \rightarrow\ p^{+}+\,e^{-}+\,\overline{\upsilon}_e$$

Según las reglas de Sody cuando un núcleo emite radiación beta se convierte en otro núcleo con el mismo número másico pero cuyo número atómico es una unidad menor:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}\beta $$

5.- Un protón con velocidad $\vec{v} = \mathbf{5.10^6}\ \vec{\imath}$, en m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético $\vec{B} = \mathbf{1}\ \vec{\jmath}\ T$.

a) **(0,75 p)** Obtén la fuerza que actúa sobre el protón.

La fuerza de Lorentz ejercida sobre el protón es:

$$ \vec{F} = q\ .\ (\vec{v}\,x\,\vec{B}) = 1,6.10^{-19}\ .\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 5.10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1,6.10^{-19}\ .\ (5.10^6\ \vec{k}\,) = 8.10^{-13}\ \vec{k}\ \ N $$

b) **(0,75 p)** Obtén el radio de la trayectoria.

El protón es sometido a la fuerza de Lorentz. Esta fuerza constante es perpendicular en todo momento a la intensidad del campo magnético y a la velocidad del protón. Debido a esto último, la fuerza de Lorentz actúa como fuerza centrípeta, obligando al protón a seguir una trayectoria circular.

$$ \vec{F} = q\ .\ (\vec{v}\,x\,\vec{B}) \quad \Rightarrow \quad F = q\ .\ v\ .\ B\ .\ sen\ \alpha $$

$$ F_{centrípeta} = m\ .\ a_n \quad \Rightarrow \quad q\ .\ v\ .\ B\ .\ sen\ \alpha = m\ .\ \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\ .\ v}{q\ .\ B\ .\ sen\ \alpha} $$

$$ R = \frac{1,7.10^{-27}\ .\ 5.10^6}{1,6,10^{-19}\ .\ 1\ .\ sen\ 90°} = 0,053\ \ m = 5,3\ \ cm $$

c) **(0,5 p)** Calcula el tiempo que tardaría en realizar una vuelta.

El tiempo que tarda el electrón en describir una órbita completa, con velocidad constante, es el período.

$$ v = \frac{2\pi\ .\ R}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi\ .\ R}{v} = \frac{2\pi\ .\ 0,053}{5.10^6} = 6,66.10^{-8}\ \ s $$