OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Dos cuerpos, 1 y 2, de masas 2000 kg y 5000 kg, respectivamente, se encuentran fijos y situados a una distancia de 100 m uno del otro. El cuerpo 1 se encuentra en el origen de coordenadas, punto (0, 0), y el cuerpo 2 se encuentra a su derecha, punto (100, 0).

a) [1 PUNTO] Dibujar y hallar el valor del campo gravitatorio en el punto medio C entre ambos.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar el potencial gravitatorio en dicho punto C.

c) [0,5 PUNTOS] Hallar el trabajo necesario para llevar una masa de 1 kg desde el punto C hasta una distancia de 40 m a la izquierda del cuerpo 1, punto (–40, 0).

2. Un sistema elástico, constituido por un cuerpo de masa 800 g unido a un muelle, realiza un movimiento armónico simple con un periodo de 0.60 s. La energía total del sistema es de 25 J.

a) [1 PUNTO] Hallar la constante elástica del muelle.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la amplitud de esta oscilación.

c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente los intercambios de energía que tienen lugar entre muelle y masa a lo largo de una oscilación.

3. Un rayo de luz de longitud de onda 550 nm, que se mueve en un vidrio de índice de refracción 1.55 para esa longitud de onda, alcanza la superficie de separación entre el vidrio y el aire, incidiendo con un ángulo de 15º respecto a la normal a dicha superficie.

a) [1 PUNTO] Dibujar un esquema del proceso descrito y hallar el ángulo de refracción que experimenta el rayo.

b) [1 PUNTO] Hallar el ángulo límite de reflexión total en ese vidrio para este tipo de luz.

4. Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión

$$B(t) = 0.7 \text{ sen } (6t)$$

(en unidades del SI) atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 20 cm.

a) [1 PUNTO] Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza electromotriz máxima.

c) [0,5 PUNTOS] Describir los fundamentos de la obtención de energía eléctrica mediante el principio de inducción de Faraday.

5. Una roca contiene dos tipos de átomos radiactivos A (Radio 226) y B (Carbono 14) de período de semidesintegración $t_{1/2}^{(A)} = 1602$ años y $t_{1/2}^{(B)} = 5760$ años, respectivamente. Cuando la roca se formó, su contenido en A y en B era prácticamente el mismo, con $N_0 = 10^{15}$ núcleos de cada tipo de átomo.

a) [1 PUNTO] ¿Qué tipo de átomo tenía una actividad mayor en el momento de su formación?

b) [1 PUNTO] ¿Cuál será la razón entre el número de átomos A y B todavía existentes en la roca 3000 años después de su formación.

FÍSICA JUNIO 2012 OPCIÓN 2

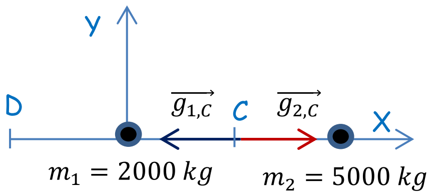
CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3\ 10^8$ m/s	Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s
Constante de gravitación universal	$G = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Dos cuerpos, 1 y 2, de masas 2000 kg y 5000 kg, respectivamente, se encuentran fijos y situados a una distancia de 100 m uno del otro. El cuerpo 1 se encuentra en el origen de coordenadas y el cuerpo 2 se encuentra a su derecha.

a) **(1 p)** Dibujar y hallar el valor del campo gravitatorio en el punto medio C entre ambos.



$$\vec{g}_C = \vec{g}_{1,C} + \vec{g}_{2,C} = G\,.\,\frac{m_1}{r^2}\,.\,(-\vec{\imath}) + G\,.\,\frac{m_2}{r^2}\,.\,(\vec{\imath})$$

$$\vec{g}_C = 6,67.10^{-11}\,.\,\frac{2000}{(50)^2}\,.\,(-\vec{\imath}) + 6,67.10^{-11}\,.\,\frac{5000}{(50)^2}\,.\,(\vec{\imath})$$

$$\vec{g}_C = 8,004.10^{-11}\ \vec{\imath}\ \ N/C \quad \Rightarrow \quad |\vec{g}_C| = 8,004.10^{-11}\ N/C$$

b) **(0,5 p)** Hallar el potencial gravitatorio en dicho punto C.

$$V_C = V_{1,C} + V_{2,C} = -G\,.\left(\frac{m_1}{r} + \frac{m_2}{r}\right) = -\frac{G}{r}\,.\,(m_1 + m_2) = -\frac{6,67.10^{-11}}{50}\,.\,(7000) = -9,338.10^{-9}\ J/kg$$

c) **(0,5 p)** Hallar el trabajo necesario para llevar una masa de 1 kg desde el punto C hasta una distancia de 40 m a la izquierda del cuerpo 1.

Llamaremos D al punto situado a 40 m a la izquierda de la masa 1. Calculamos el potencial en este punto:

$$V_D = V_{1,D} + V_{2,D} = -G\,.\left(\frac{m_1}{r} + \frac{m_2}{r'}\right) = -6,67.10^{-11}\,.\left(\frac{2000}{40} + \frac{5000}{140}\right) = -5,717.10^{-9}\ J/kg$$

$$(W_{C\to D})_{F\ gravitatoria} = m'.\ (V_C - V_D) = 1.\ \left(-9,338.10^{-9} - (-5,717.10^{-9})\right) = -3,621.10^{-9}\ J$$

Para trasladar la masa m' es necesario una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la masa m' en forma de energía potencial gravitatoria.

2.- Un sistema elástico, constituido por un cuerpo de masa 800 g unido a un muelle, realiza un movimiento armónico simple con un periodo de 0,60 s. La energía total del sistema es de 25 J.

a) **(1 p)** Hallar la constante elástica del muelle.

La constante elástica la obtenemos de la dinámica del movimiento del oscilador:

$$\begin{cases} F = -K\,.\,x \\ F = m\,.\,a = -m\,.\,\omega^2\,.\,x \end{cases} \Rightarrow \quad K = m\,.\,\omega^2 \quad \Rightarrow \quad K = m\,.\,\frac{4\pi^2}{T^2} = 0,8\,.\,\frac{4\pi^2}{(0,6)^2} = 87,73\ N/m$$

b) **(0,5 p)** Hallar la amplitud de esta oscilación.

La energía mecánica de un oscilador armónico está dada por la expresión:

$$E_m = \frac{1}{2}\,.\,K\,.\,A^2 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2\,.\,E_m}{K}} = \sqrt{\frac{2\,.\,25}{87,73}} = 0,755\ m = 75,5\ cm$$

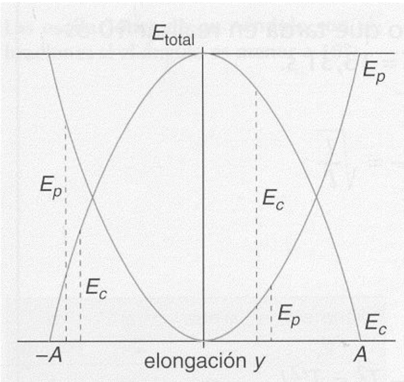
c) **(0,5 p)** Explicar brevemente los intercambios de energía que tienen lugar entre muelle y masa a lo largo de una oscilación.

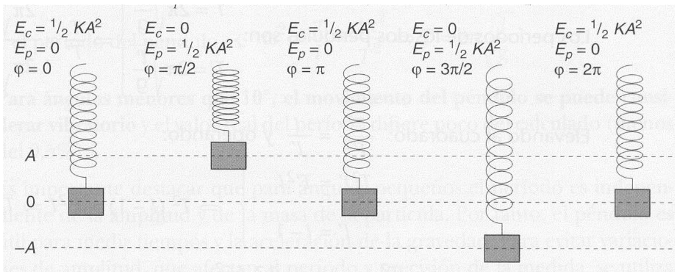
Una partícula sometida a un m.a.s. tiene dos tipos de energía: una asociada al movimiento (cinética) y otra debida al dispositivo que vibra (potencial elástica).

La energía cinética de una partícula que vibra es: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (A^2 - x^2)$
Como vemos esta energía es máxima en el centro de oscilación (x = 0) y nula en los extremos (x = ± A).

Las fuerzas elásticas son conservativas, tienen asociada una función energía potencial que depende exclusivamente de la posición. La energía elástica asociada a una partícula situada en la posición de elongación x es: $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$
Como vemos esta energía es nula en el centro de oscilación (x = 0) y máxima en los extremos (x = ± A).

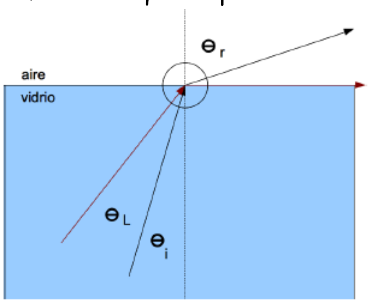
La energía total (energía mecánica del oscilador) de una partícula con m.a.s. es la suma de su energía cinética y su energía potencial elástica: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$
Mientras no haya rozamiento, la energía total permanece constante. Al vibrar la masa en uno y otro sentido, la energía se transforma de potencial a cinética y de cinética a potencial.





3.- Un rayo de luz de longitud de onda 550 nm que se mueve en un vidrio de índice de refracción 1,55 para esa longitud de onda, alcanza la superficie de separación entre el vidrio y el aire, incidiendo con un ángulo de 15° respecto a la normal a dicha superficie.

a) **(1 p)** Dibujar un esquema del proceso descrito y hallar el ángulo de refracción que experimenta el rayo.



Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot sen\ \hat{\imath} = n_2 \cdot sen\ \hat{r} \Rightarrow 1{,}55 \cdot sen\ 15° = 1 \cdot sen\ \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 23{,}65°$$

b) **(1 p)** Hallar el ángulo límite para reflexión total en ese vidrio.

Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90°. Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90°. Para ángulos de incidencia por encima del ángulo límite se produce reflexión total.
Aplicamos la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot sen\ \widehat{\imath_1} = n_2 \cdot sen\ \widehat{r_2} \Rightarrow 1{,}55 \cdot sen\ \widehat{\imath_l} = 1 \cdot sen\ 90° \Rightarrow \widehat{\imath_l} = 40{,}18°$$

4.- Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión, $\boldsymbol{B}\,(t) = \mathbf{0,7}\,.\ \boldsymbol{sen}\,(\mathbf{6}t)$ (unidades S.I.), atraviesa perpendicularmente una espira circular de radio 20 cm.

a) **(0,5 p)** Hallar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición, el flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie. En este caso el campo y la espira son perpendiculares, por lo que $\theta = 0°$.

$$\phi\,(t) = \overrightarrow{B\,(t)}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta = 0,7\ .\ sen\,(6t)\,.\,\pi\,.\,(0,2)^2\,.\,cos\,0° = 0,088\ .\ sen\,(6\,.\,t)\ \ (Wb)$$

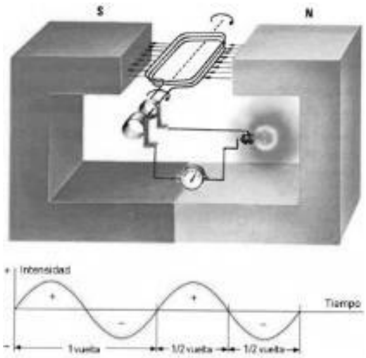
b) **(1 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima.

Para calcular la f.e.m. inducida aplicamos la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left(0,088\ .\ sen\,(6\,.\,t)\right)}{dt} = -0,528\,.\ cos\,(6\,.\,t)\ \ (V)$$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx}\ \Rightarrow\ cos\ (6\,.\,t) = \pm 1\ \ \Rightarrow\ (\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,0,528\ V$$

c) **(0,5 p)** Describa los fundamentos de la obtención de energía eléctrica mediante el principio de inducción de Faraday.



Los generadores industriales de corriente emplean bobinas que giran dentro de un campo magnético. Conforme giran, el flujo a través de dichas bobinas cambia, originándose entre ellas una corriente eléctrica. Para una bobina de N espiras que gira con velocidad angular, ω, se genera una f.e.m. instantánea:

$$\varepsilon = -N\,.\,\frac{d\emptyset}{dt} = -N\,.\frac{d(B\,.\,S\,.\cos\alpha)}{dt} = N\,.\,B\,.\,S\,.\,\omega\,.\ \mathrm{sen}\ (\omega\,.\,t)$$

Con una fuerza electromotriz máxima:

$$\varepsilon_{máx} = N\,.\,B\,.\,S\,.\,\omega\ = N\,.\,B\,.\,S\,.\,2\pi\,.\,f$$

La fuerza electromotriz inducida, de carácter sinusoidal, genera una corriente inducida de carácter alterno, puesto que el sentido de la corriente varía periódicamente con el tiempo dos veces cada período.

5.- Una roca contiene dos tipos de átomos radiactivos A (Radio 226) y B (Carbono 14) de período de semidesintegración $t_{1/2}$ (A) = 1602 años y $t_{1/2}$ (B) = 5760 años, respectivamente. Cuando la roca se formó, su contenido en A y en B era prácticamente el mismo, $N_0 = 10^{15}$ núcleos de cada tipo de átomo.

a) **(1 p)** ¿Qué tipo de átomo tenía una actividad mayor en el momento de su formación?

$$t_{1/2} = \frac{ln\,2}{\lambda}\ \Rightarrow\ \lambda = \frac{ln\,2}{t_{1/2}}\ \Rightarrow\ A_0$$

$$A_0(A) = \frac{ln\,2}{\left(t_{1/2}\right)_A}\,.\,N_0 = \frac{ln\,2}{(1602\,.365\,.24\,.3600)}\,.10^{15} = 1,37.10^4\ Bq$$

$$A_0(B) = \frac{ln\,2}{\left(t_{\frac{1}{2}}\right)_B}\,.\,N_0 = \frac{ln\,2}{(5760\,.365\,.24\,.3600)}\,.10^{15} = 3,81.10^3\ Bq$$

Al formarse la roca tenía una mayor actividad el elemento A.

b) **(1 p)** ¿Cuál será la razón entre el número de átomos A y B todavía existentes en la roca 3000 años después de su formación?

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{N_0 \cdot e^{-\lambda_A \cdot t}}{N_0 \cdot e^{-\lambda_B \cdot t}} = e^{(\lambda_B - \lambda_A) \cdot t} = e^{\left(\frac{ln\,2}{(t_{1/2})_B} - \frac{ln\,2}{(t_{1/2})_A}\right) \cdot t} = e^{(-3{,}12.10^{-4}) \cdot 3000} = \mathbf{0{,}39}$$