Aluno: ....Nº:.........Turma: ....

1) Dados os números complexos abaixo, determine:

a) O inverso de cada um deles.
b) O oposto de cada um.
c) O conjugado desses números.
d) A multiplicação de $\mathbf{Z_1}$ por $\mathbf{Z_2}$.
e) A divisão de $\mathbf{Z_3}$ por $\mathbf{Z_2}$.
f) O resultado de $\mathbf{Z_1 + Z_2 - Z_3}$.

Dados:
$\mathbf{Z_1 = 2 - 3i}$
$\mathbf{Z_2 = i + 4}$
$\mathbf{Z_3 = 5 + 3i}$

Exemplo:

Se $C = 4 – 5i$

O ***oposto*** de C é... $-C = -4 + 5i$

O ***conjugado*** de C ... $\overline{C} = 4 + 5i$

O ***inverso*** de C ... $C^{-1} = \dfrac{1}{4 - 5i}$

$$\frac{1}{4 - 5i}\,\frac{(4 + 5i)}{(4 + 5i)}$$

$$\frac{(4 + 5i)}{(4 - 5i).(4 + 5i)}$$

$$\frac{4 + 5i}{16 + 20i - 20i - 25i^2}$$

$$\frac{4 + 5i}{16 - 25(-1)}$$

$$\frac{4}{41} + \frac{5}{41}\,.\,i$$

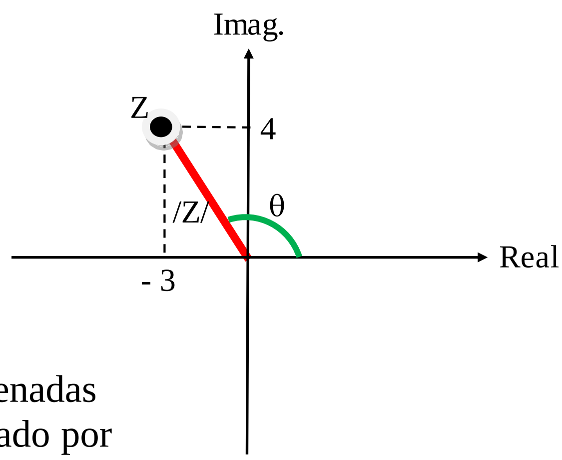
2) Represente, no plano complexo, os números dados na questão anterior.

Veja que um número $Z = a + bi$ pode ser representado, na forma trigonométrica (ou polar), por $Z = /Z/.(\cos\theta + i.\text{sen}\,\theta)$.

Mas quem são esse módulo de Z dado por /Z/ e esse argumento dado pelo ângulo θ?
Veja exemplo abaixo!

Se **Z = - 3 + 4i**

No plano de Argand-Gauss fica assim:



Observe que o número Z, que tem coordenadas "retangulares" -3 e 4, pode ser representado por coordenadas "polares" /Z/ e θ onde:

/Z/ é a "distância" entre o ponto Z e a origem dos eixos x e y (linha vermelha).

O ângulo θ, chamado *argumento*, é formado entre a parte positiva do eixo x e o módulo /Z/.

Veja, no gráfico, que o módulo de Z pode ser calculado facilmente por Pitágoras e, nesse caso, é:

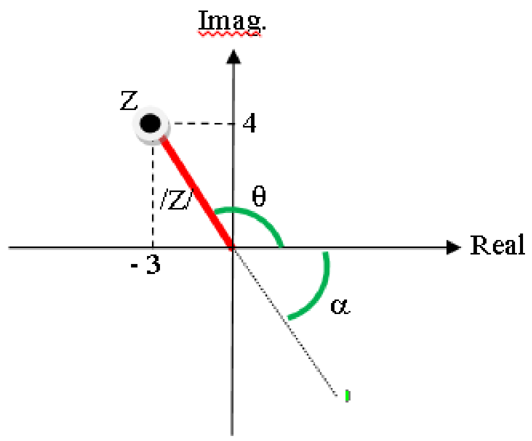
$/Z/^2 = (-3)^2 + 4^2$
$/Z/ = 5$

O ângulo θ está no segundo quadrante e tem sua tangente dada por -4/3.
Podemos dizer que ele é o arco cuja tangente é $-4/3 \approx -1{,}33$.

Então, $\theta = \text{arc tg}\,(-1{,}33)$

Usando uma calculadora, clicando na tecla INV (ou 2nd), depois TANG, e escrevendo -1,33 e,depois, clicando em "=" teremos o ângulo cuja tangente é igual a – 1,33. A resposta deve ser, aproximadamente: - 53,13.

Veja, no gráfico abaixo, que esse ângulo dado pela calculadora é α, que tem a mesma tangente de θ. Então θ é igual a $180^o + \alpha \approx 126{,}87^o$



Se temos /Z/ e θ, podemos escrever o número Z = -3 + 4i na forma:

Z = /Z/.(cos θ + i.sen θ) = 5.(cos 126,87º + i.sen 126,87º)

---

3) Dados os números complexos abaixo, encontre o valor de **X** para que eles sejam Reais (para cada caso).

Exemplos:

a) **Z = 2 + 3i - 5x + 4xi**

Resposta:
Será real se sumir o "i"

3 + 4x = 0 .... x = -3/4

b) **K = (2-x)i + 5 - x**

2 – x = 0 .... x = 2

Resolva:

c) Z_1 = 2i – 4 + 3x – 2xi

d) Z_2 = (4 – x) + (2 – 2x)i – 7i + 8

---

4) Determine o valor de **m** para que os complexos sejam imaginários puros:

Exemplo:

a) $\mathbf{W = 2 + i - 3m + 5mi}$

Sumir parte real: $2 - 3m = 0$ … $3m = 2$
… $m = 2/3$

Observar: sumiu "i" com esse valor de m? Não!
Então, ok.

b) $\mathbf{Z = 2m + 3mi}$

Sumir parte real: $2m = 0$ … $m = 0$.
Mas, se $m = 0$, some tudo e o Z fica sendo $Z = 0$ (real!)
Esse número Z nunca será imaginário puro!

Responda aos próximos: quanto vale m para que K e Z sejam imaginários puros?

c) $\mathbf{K = 2 + mi - 4m + 5i}$

d) $\mathbf{Z = 2m - 6i + 8 + 3mi}$

---

5) Prove que um número complexo multiplicado pelo seu inverso é igual a um.

---

6) Sabendo que um número complexo **Z**, ao ser multiplicado pelo seu conjugado, deu como resultado o número Real 10, então, esse número pode ser:

( ) $5 + 5i$ ( ) $6 - 4i$ ( ) $1 + 3i$ ( ) $5i - 2$ ( ) $2 + 5i$

Obs.: Justifique sua resposta.

---

7) Sabendo que a multiplicação abaixo tem como resultado um número Real, determine o valor de **s.**

$$\mathbf{Z \cdot K = [1 + (2s - 3s)i] \cdot (4 - 5i)}$$

8) É verdade que:

( ) A multiplicação de um número pelo seu conjugado dá como resultado um número real.

( ) Todo número complexo pode ser escrito na forma **a + bi,** onde **a** e **b** são números Reais. A unidade imaginária ao quadrado tem valor igual a -1.

( ) No plano complexo, a localização de um número qualquer e a de seu conjugado, são “espelhadas” com relação ao eixo dos Reais.

( ) O inverso de um número é aquele que, multiplicado por ele mesmo, dá resultado nulo.

( ) O plano de Argand-Gauss é bastante semelhante ao plano Cartesiano, onde o eixo dos reais equivale ao eixo das abscissas e o eixo dos imaginários equivale ao das ordenadas.

( ) Equações, sistemas lineares e raízes de radicandos negativos são alguns tipos de problemas que, quando não tem solução em **R,** podem chegar a ser resolvidos dentro do conjunto dos números complexos.

---

9) Qual é o número cujo quadrado somado a seis vezes o seu valor e acrescido de dez unidades tem resultado nulo?

---

10) Resolva as equações: (Encontre as raízes...)

a) $2x^2 + 8 = 0$

b) $x^3 + 4x = 0$

c) $(x - 1).(x^2 + 9).(x^2 + 2x + 3) = 0$

d) $(3x – 6) . 5x . (2x^2 – 72) = 0$