

Algoritmos e Estrutura de Dados II

Prof. Fellipe Guilherme Rey de Souza

Aula 18 – Árvore B

Agenda

- Introdução
- Propriedades
- Inserção
- Conclusões Gerais

• **PS:** Parte do conteúdo retirado do material do Prof. Flávio B. Gonzaga

Introdução

- A Árvore B é uma árvore de busca balanceada. Ela possui duas diferenças básicas, em relação às estudadas até aqui:
 - Um nó pode ter mais de 2 filhos.
 - Pensada para recuperar grandes blocos de informações de memória secundária.
- A Árvore B foi inventada por Rudolf Bayer e Edward Meyers McCreight em 1971, enquanto trabalhavam no Boeing Scientific Research Labs.

Introdução

- Ela é usada principalmente em sistemas de gerenciamento de banco de dados e sistemas de arquivos, onde a eficiência na busca, inserção, exclusão e manutenção de dados é crucial.
- Ela é uma árvore de busca equilibrada, auto-balanceável e multi-nível, que generaliza a árvore binária, permitindo que cada nó tenha mais de dois filhos.

Introdução

- Em uma árvore B, cada nó pode armazenar múltiplas chaves e pode ter múltiplos filhos, o que a torna ideal para uso em sistemas que exigem operações rápidas de leitura e escrita em grandes volumes de dados armazenados em discos.
- Ela mantém suas propriedades balanceadas, garantindo que as operações de busca, inserção e exclusão possam ser realizadas em $O(\log n)$, mesmo quando os dados são muito grandes.

Introdução

- Ela é especialmente eficiente para sistemas de armazenamento que lidam com grandes quantidades de dados em disco, minimizando a quantidade de leituras e gravações necessárias.

Propriedades

- A árvore B possui várias propriedades que garantem seu desempenho eficiente em operações de busca, inserção, remoção e manutenção da ordenação dos dados.
- Essas propriedades garantem que as operações de busca, inserção e exclusão em uma árvore B sejam eficientes, com complexidade $O(\log n)$, onde n é o número total de elementos na árvore, mesmo quando a árvore é muito grande.
 - Ela é ideal para sistemas de banco de dados e armazenamento de grandes volumes de dados, pois minimiza o número de operações de leitura e escrita necessárias.

Propriedades

- As propriedades da árvore B são:
 - i. Todas as folhas estão no mesmo nível.
 - ii. Uma árvore B é definida por um grau mínimo 't' (na prática, que depende do tamanho de um bloco no disco).
 - iii. O grau de um nó é dado pela quantidade de filhos que o mesmo pode ter, sendo portanto o número de chaves + 1.

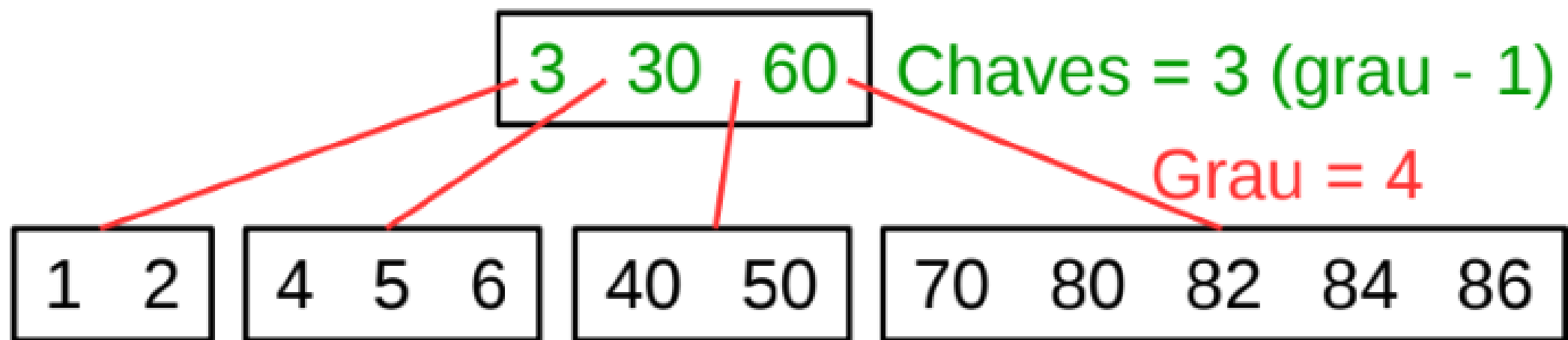
Propriedades

- As propriedades da árvore B são (*cont.*):
 - iv. O grau de todo nó, com exceção da raiz, deve ser maior ou igual a t (contendo portanto, $t - 1$ chaves).
 - v. O grau da raiz deve ser maior ou igual a 2 (contendo portanto pelo menos 1 chave).
 - vi. O grau de todos os nós (incluindo a raiz) deve ser no máximo igual a $2t$ (contendo portanto, $2t - 1$ chaves).

Propriedades

- As propriedades da árvore B são (*cont.*):
 - vii. Todas as chaves de um nó são ordenadas de maneira crescente. O filho entre duas chaves, $k1$ e $k2$, possui todas as suas chaves contidas no intervalo entre $k1$ e $k2$.
 - viii. Árvore B cresce e reduz na raiz, ao contrário das árvores binárias de busca, que crescem e reduzem nas folhas.
 - ix. A complexidade das operações de inserção, remoção e busca é de $O(\log n)$, onde n é o número de elementos da árvore.

Propriedades



Inserção

- Para a inserção em uma árvore B, vamos inserir em ordem os seguintes valores:

$5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 -$
 $10 - 13 - 11 - 26 - 30 - 24$

- Também definimos que o grau mínimo (t) é 3 e o grau máximo ($2t$) é 6.

Inserção

Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24

Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24

005

Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24

005 006

Com o intuito de diminuir a quantidade total de slides, iremos inserir os valores 7, 9 e 12 “juntos” no próximo slide.
Lembrem-se de que a inserção dos valores é feita individualmente!

Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24

005 006 007 009 012

A inserção individual seria:

t_1 : 005 006

t_2 : 005 006 007

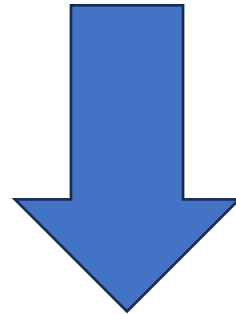
t_3 : 005 006 007 009

t_4 : 005 006 007 009 012

Inserção

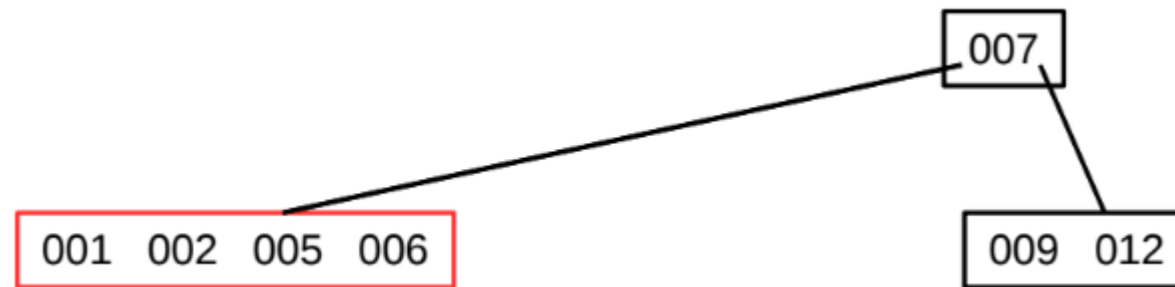
5 – 6 – 7 – 9 – 12 – **2** – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24

005 006 007 009 012



Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – **1** – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Com o intuito de diminuir a quantidade total de slides, iremos inserir os valores 16 e 18 “juntos” no próximo slide.
Lembrem-se de que a inserção dos valores é feita individualmente!

Inserção

Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



A inserção individual seria:

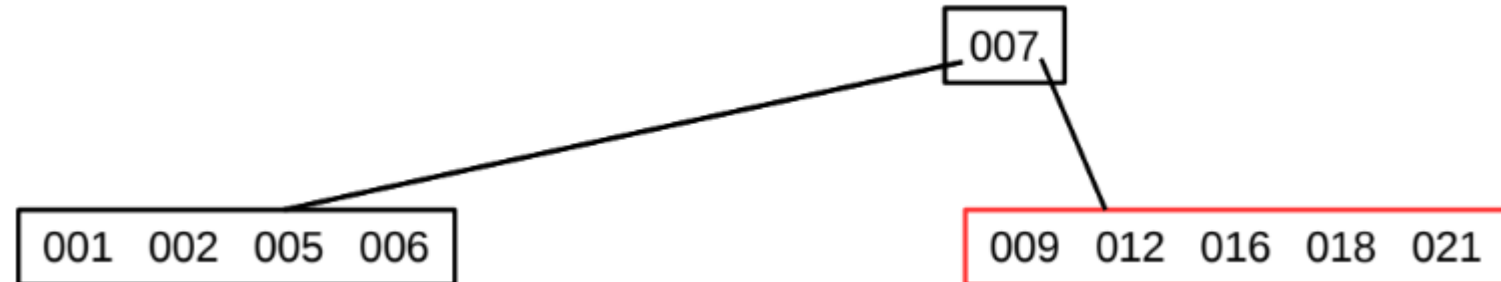
t_1 : 009 012

t_2 : 009 012 016

t_3 : 009 012 016 018

Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – **21** – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Inserção

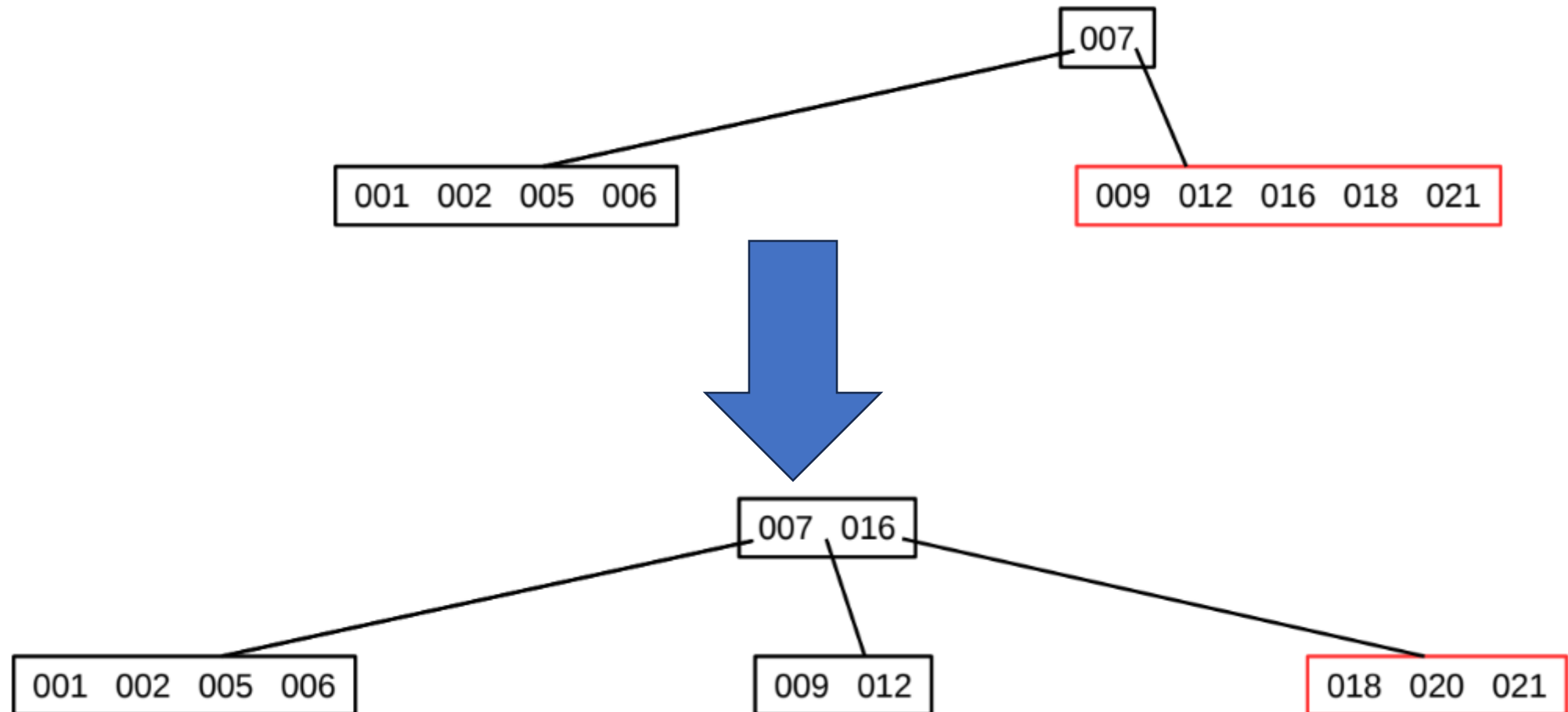
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

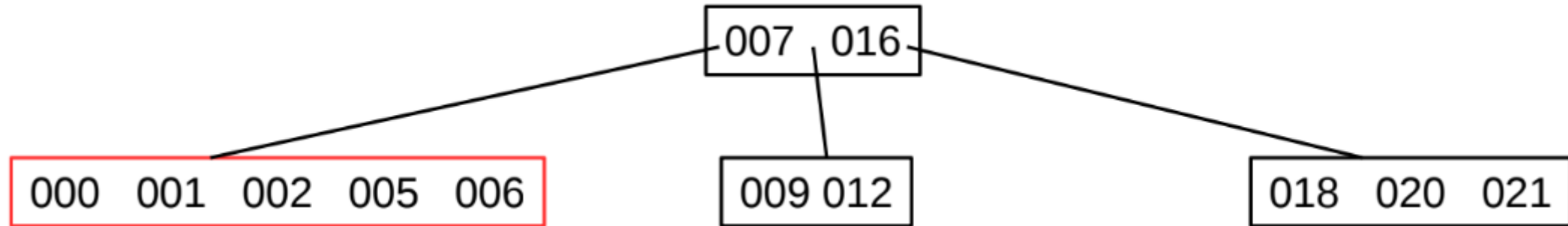
Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – ~~20~~ – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



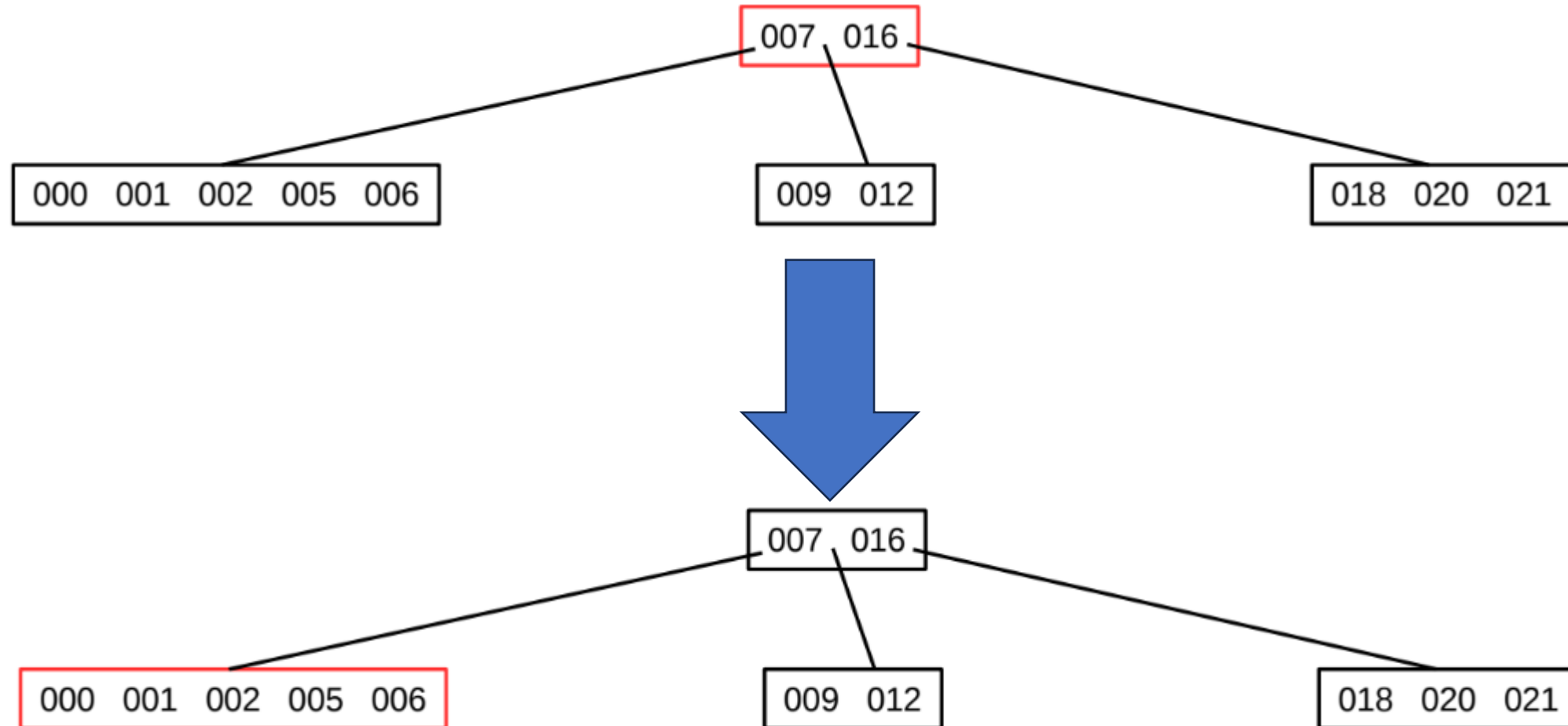
Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



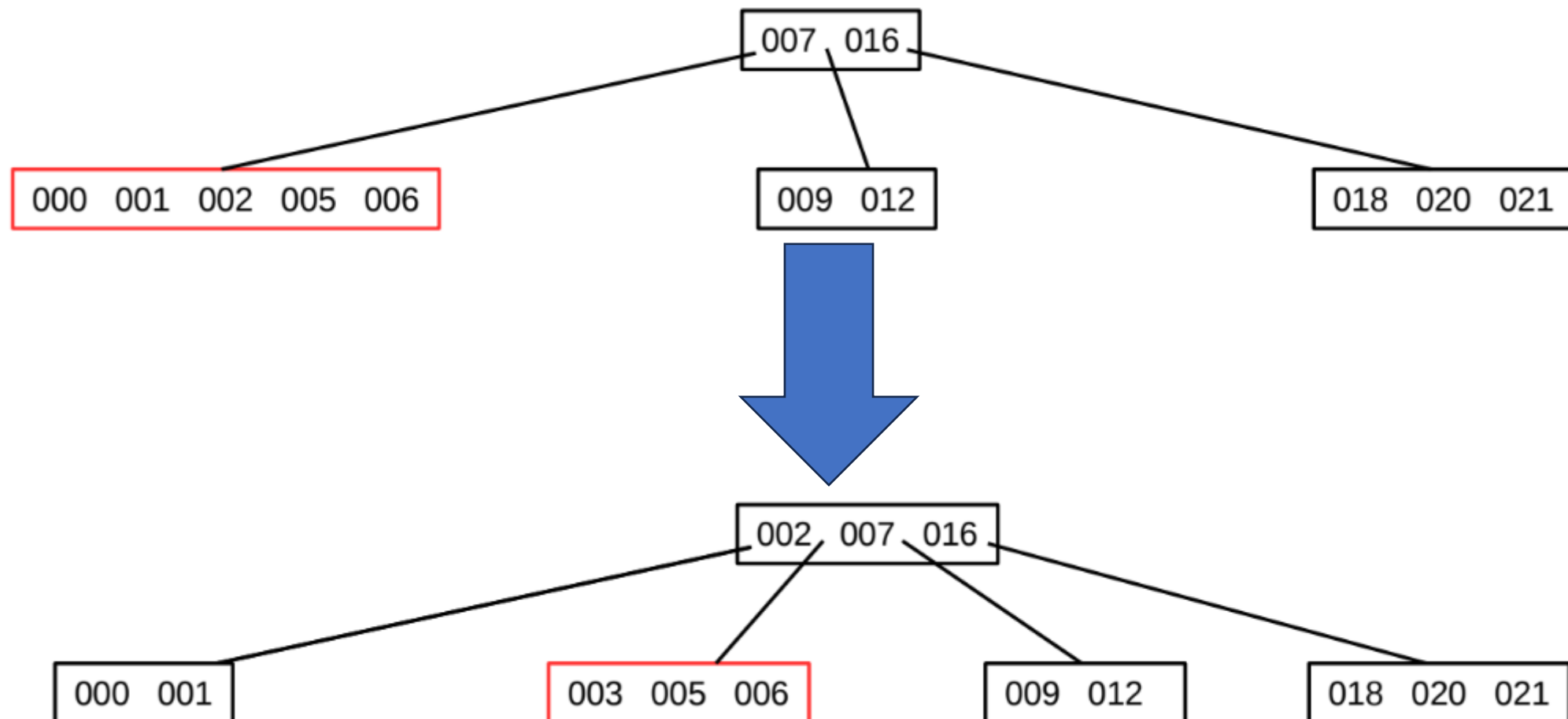
Inserção

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - **3** - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - 13 - 11 - 26 - 30 - 24



Inserção

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – **3** – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Inserção

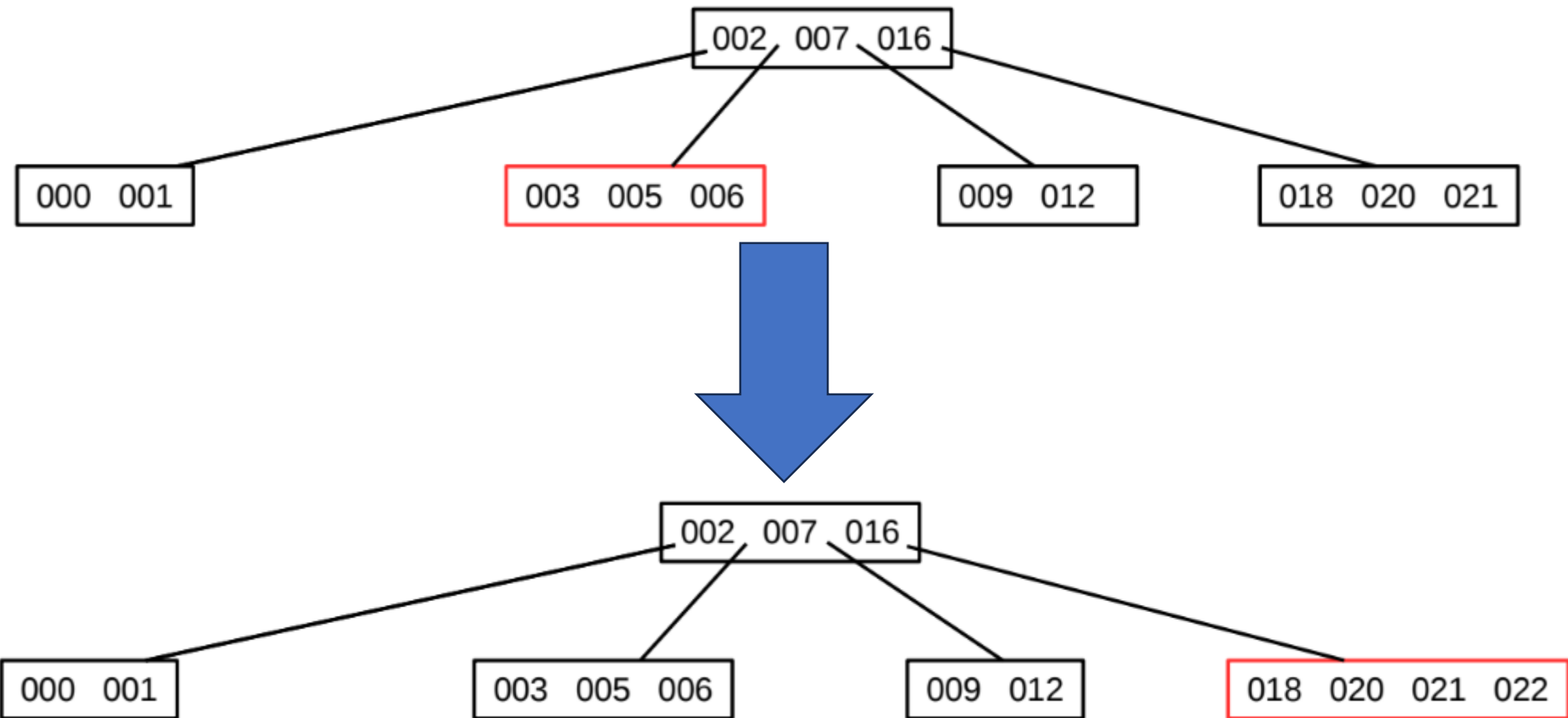
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – **22** – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Inserção

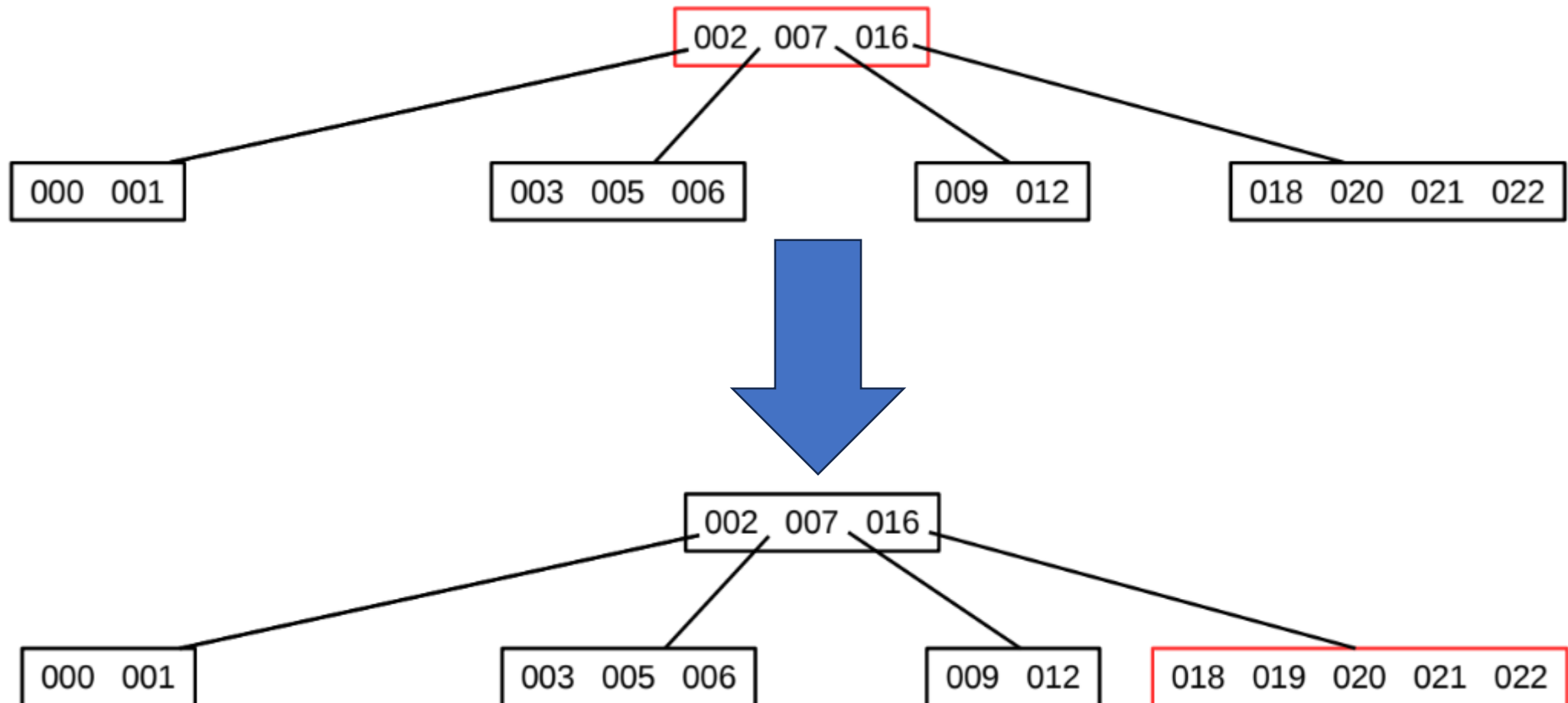
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Inserção

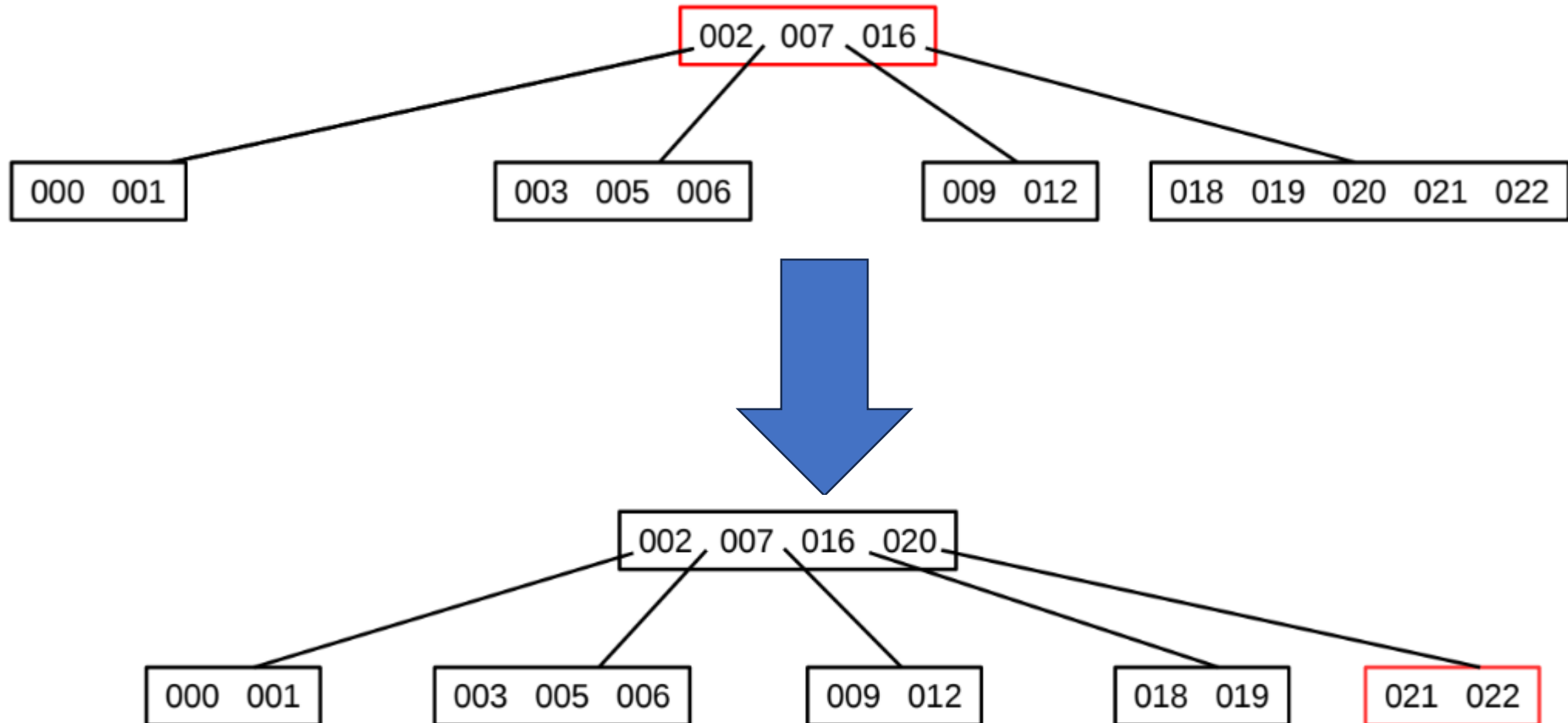
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - ~~23~~ - 8 - 10 - 13 - 11 - 26 - 30 - 24



Inserção

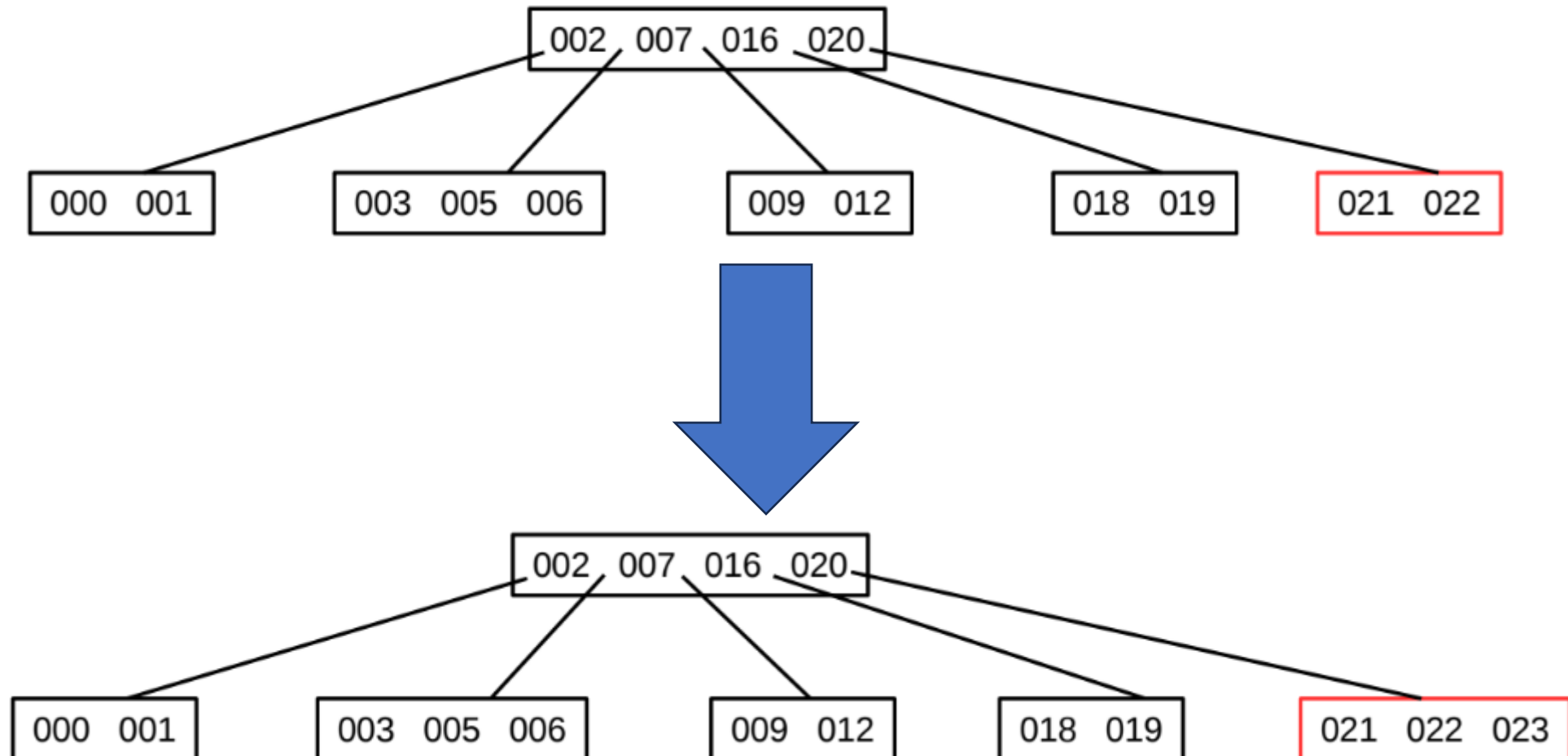
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – **23** – 8 – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Inserção

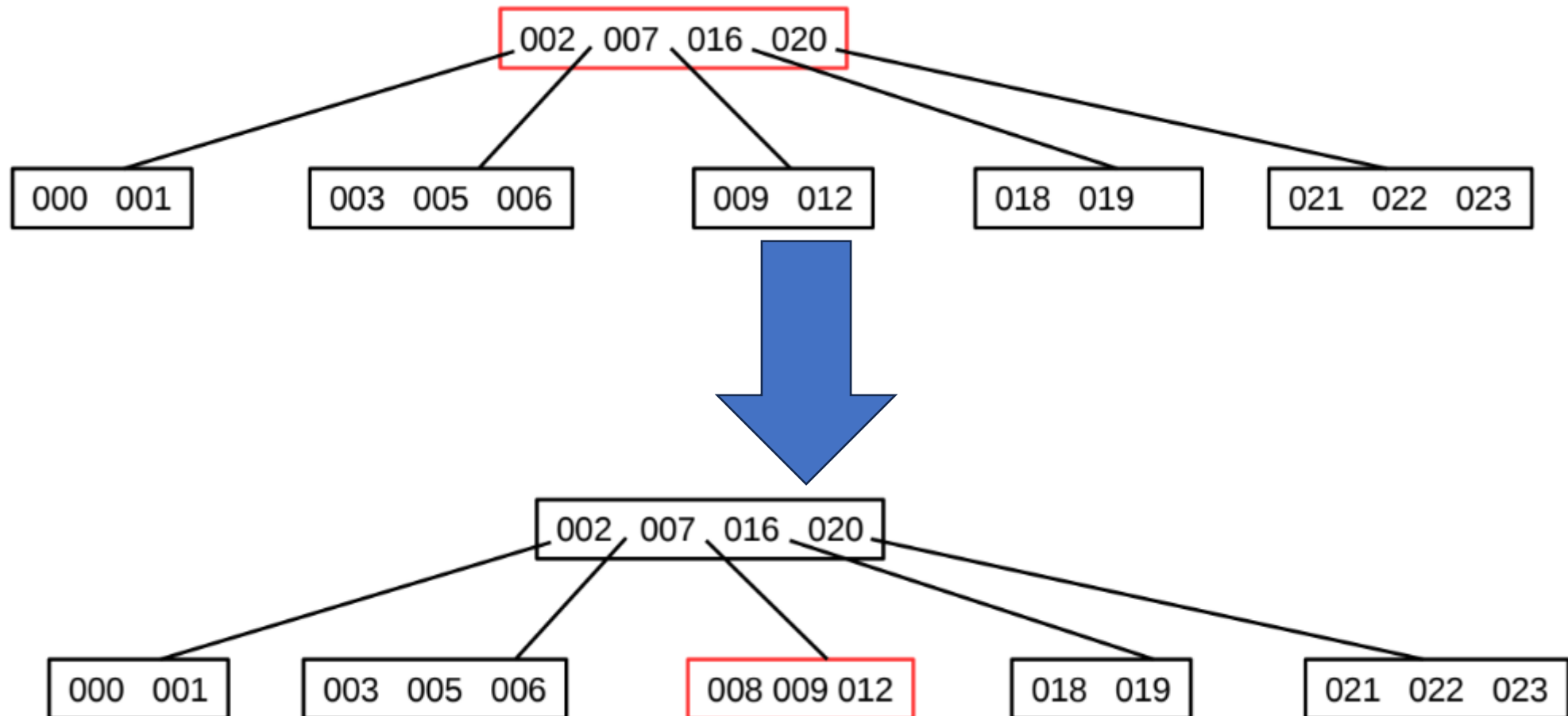
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 – 6 – 7 – 9 – 12 – 2 – 1 – 16 – 18 – 21 – 20 – 0 – 3 – 22 – 19 – 23 – **8** – 10 – 13 – 11 – 26 – 30 – 24



Inserção

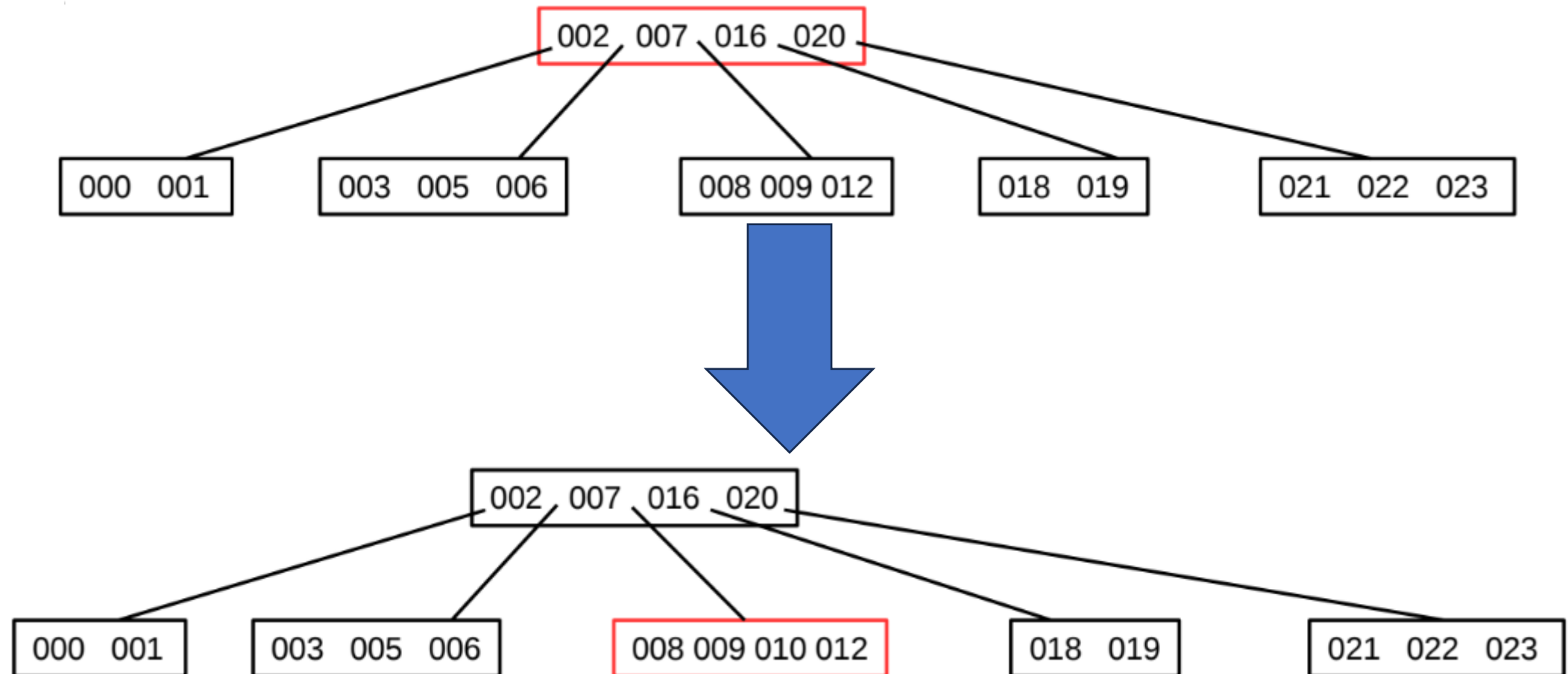
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - ~~10~~ - 13 - 11 - 26 - 30 - 24



Inserção

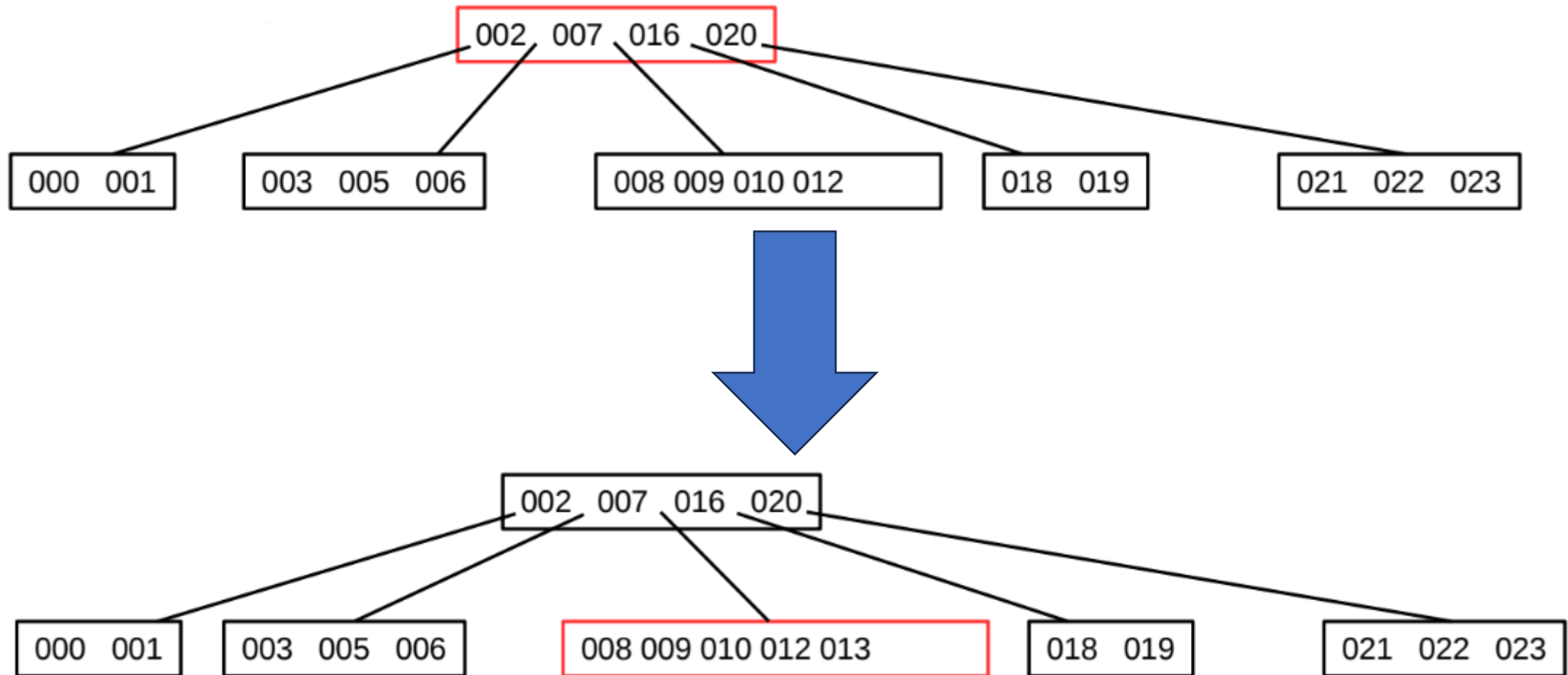
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - **13** - 11 - 26 - 30 - 24



Inserção

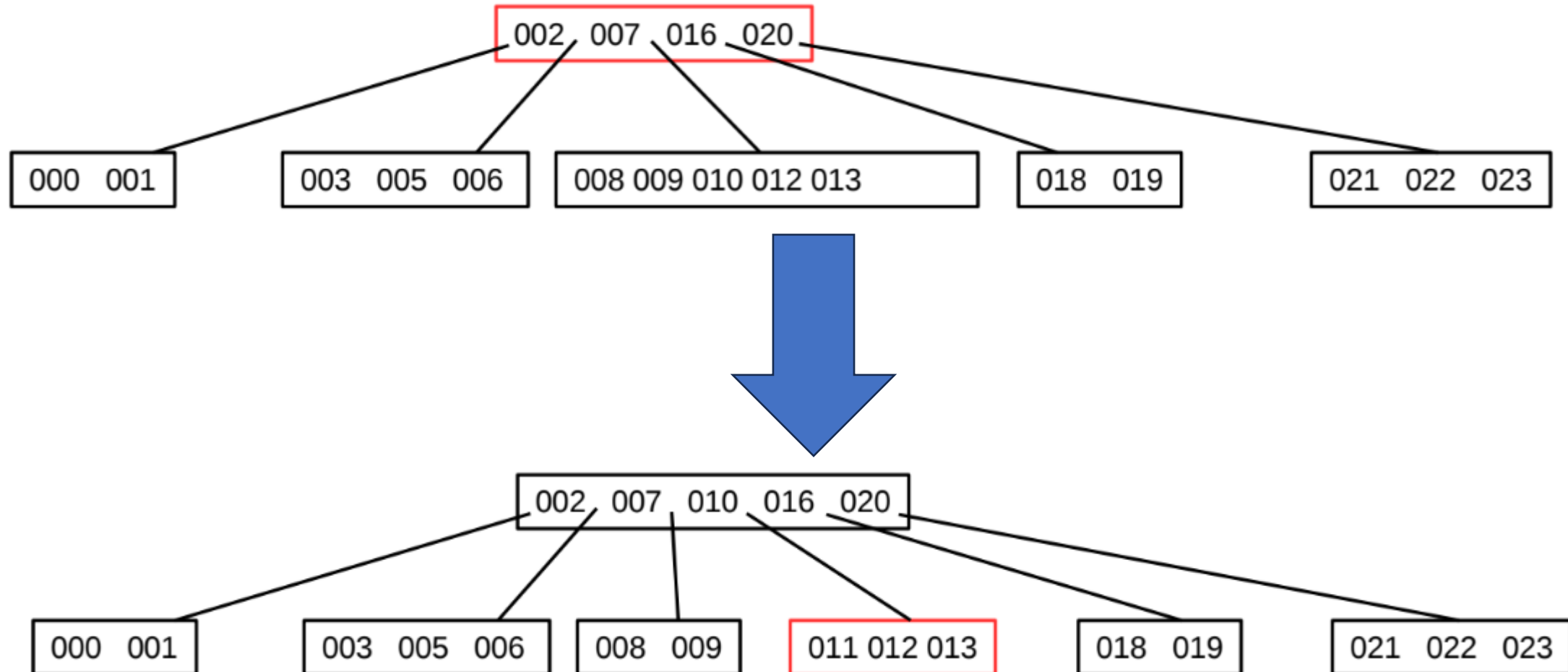
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - 13 - **11** - 26 - 30 - 24



Inserção

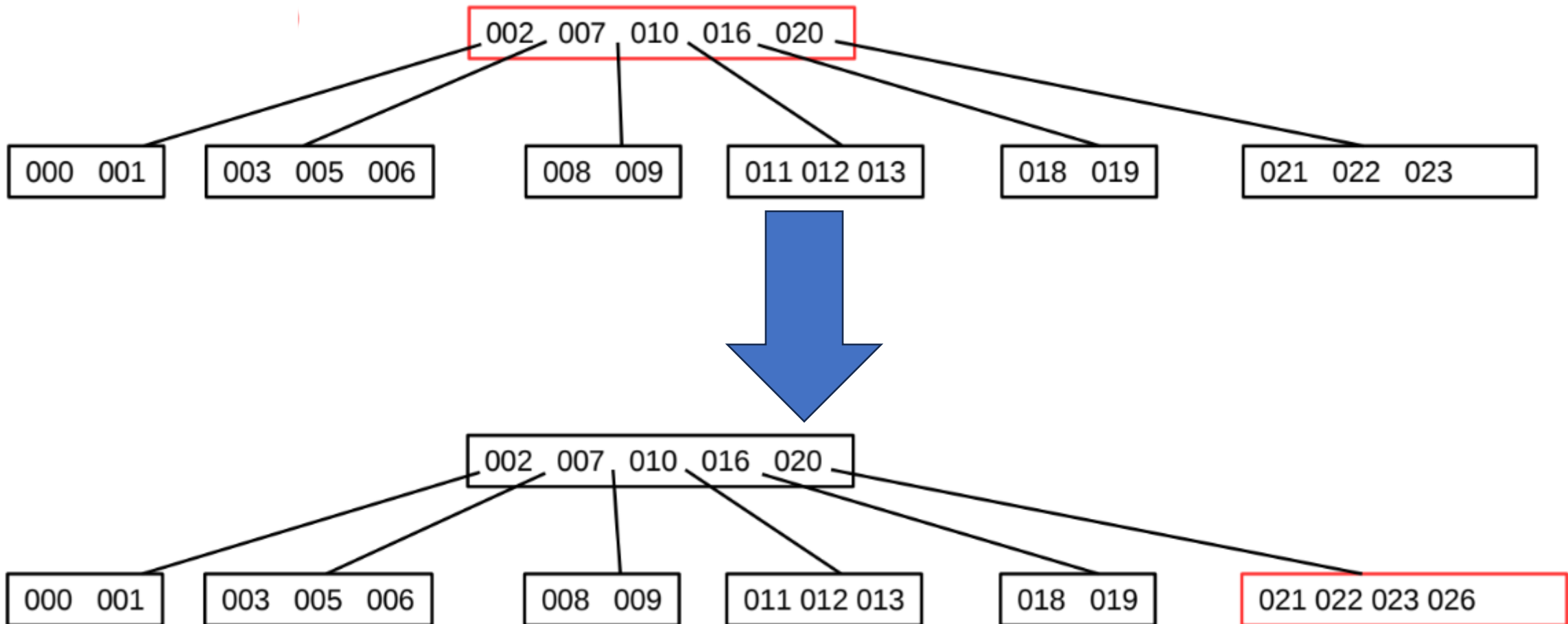
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - 13 - 11 - **26** - 30 - 24



Inserção

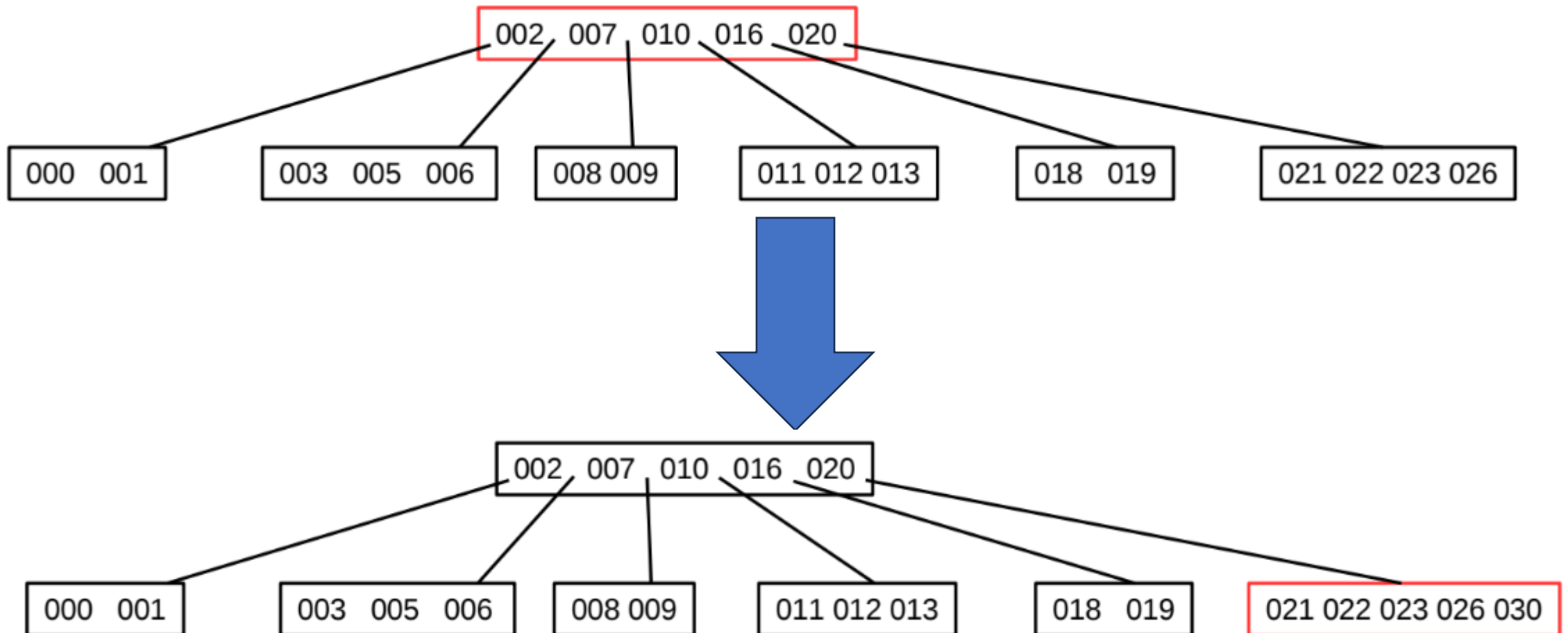
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - 13 - 11 - 26 - ~~30~~ - 24



Inserção

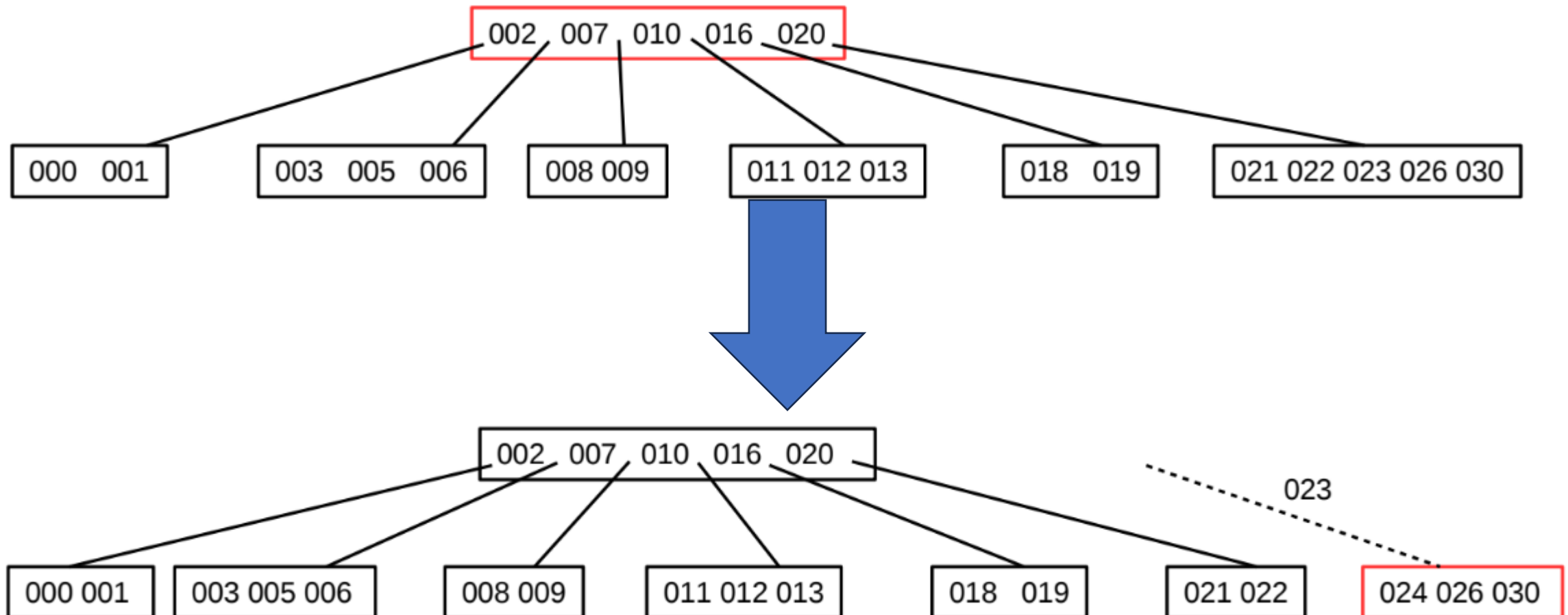
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - 13 - 11 - 26 - 30 - **24**



Inserção

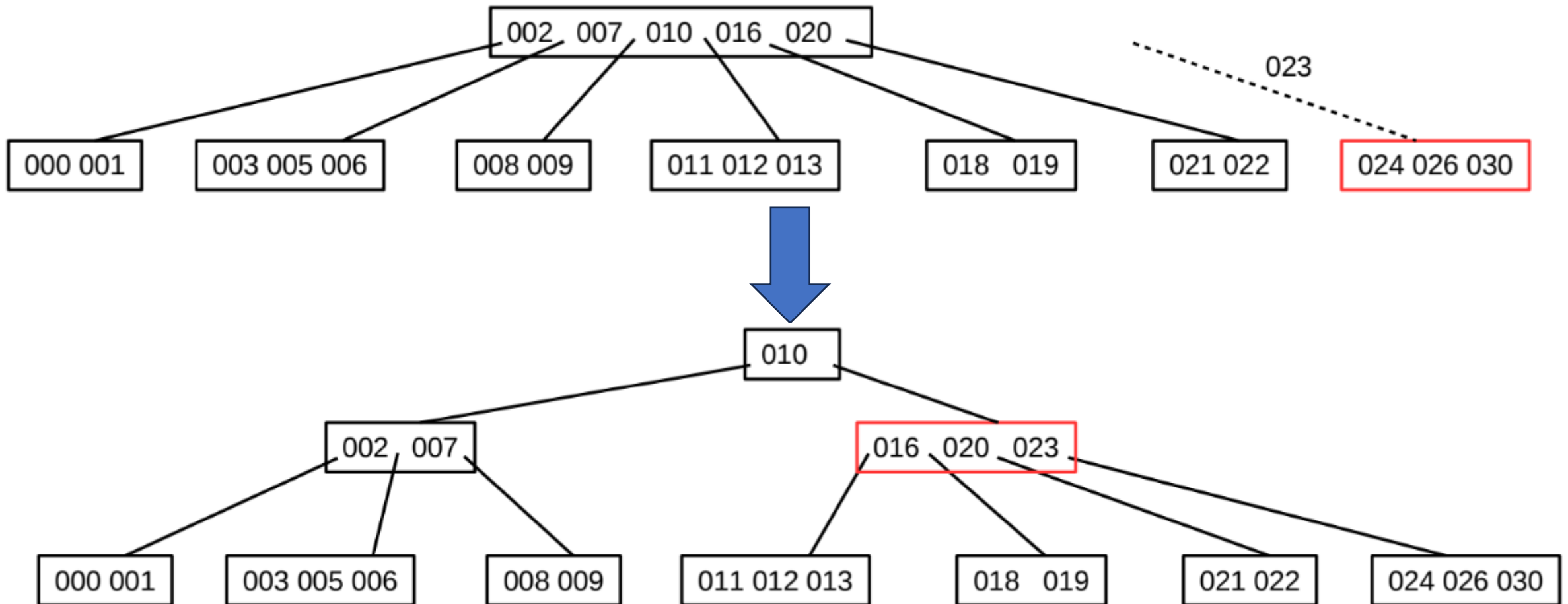
Introdução

Propriedades

→ **Inserção**

Conclusões Gerais

5 - 6 - 7 - 9 - 12 - 2 - 1 - 16 - 18 - 21 - 20 - 0 - 3 - 22 - 19 - 23 - 8 - 10 - 13 - 11 - 26 - 30 - **24**



Conclusões Gerais

- A remoção de um elemento em uma árvore B é um processo mais complexo que envolve várias etapas para garantir que as propriedades da árvore B sejam mantidas.
- A remoção pode envolver rearranjos de chaves e fusões ou transferências de chaves entre nós, dependendo da situação em que a chave a ser removida está.

Conclusões Gerais

- Para remover um elemento de uma árvore B, precisamos seguir dois passos. São eles:
 - Localizar a chave a ser removida
 - Remover a chave do nó

Conclusões Gerais

- Para a remoção da chave do nó, temos três possibilidades:
 1. A chave está em um nó folha e o nó não está abaixo do número mínimo de chaves
 2. A chave está em um nó folha e o nó fica abaixo do número mínimo de chaves após a remoção
 3. A chave está em um nó interno (não é uma folha)

Conclusões Gerais

- Como o caso de remoção da Árvore B é bem complexo, também não abordaremos ela em nível de graduação.
- Devido à alta complexidade, também não será mostrada a implementação da árvore B.

Algoritmos e Estrutura de Dados II

Prof. Fellipe Guilherme Rey de Souza

Aula 18 – Árvore B