Algoritmos e Estrutura de Dados II

Prof. Fellipe Guilherme Rey de Souza

Aula 20 – Tabela Hash

Agenda

- Introdução
- Funções de Hashing
- Hashing Universal
- Tratamento de colisões

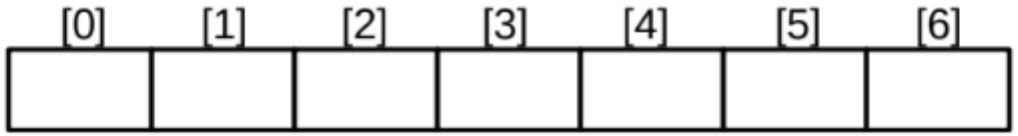
- **PS:** Parte do conteúdo retirado do material do Prof. Flávio B. Gonzaga

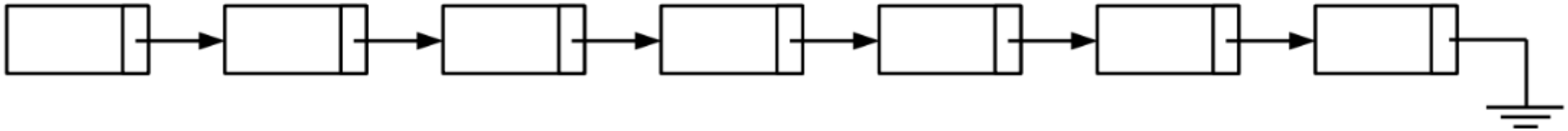
Introdução

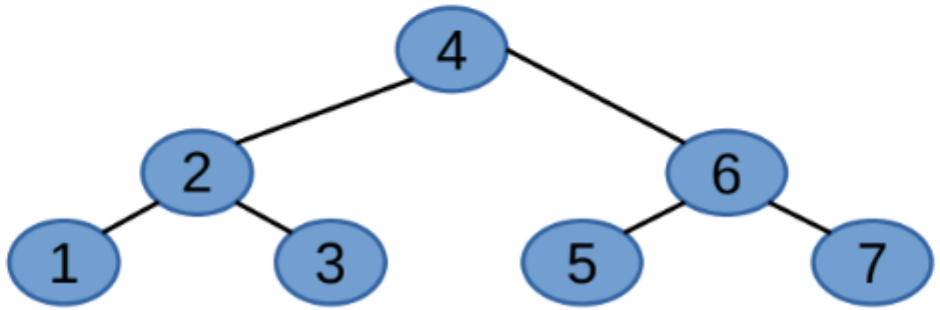
- Vimos até aqui aplicações para a busca de informações em vetores (arrays), listas encadeadas (incluindo pilha e fila) e árvores.

- Independente da estrutura escolhida, a tarefa de buscar pela informação consiste em percorrer a estrutura aonde os dados estão gravados, checando se o dado desejado está presente ou não.

Introdução







Introdução

- Arrays são estruturas que utilizam índices para armazenar informações.

  O tempo de acesso a qualquer posição possui complexidade O(1), **mas**:

  - Uma pessoa que deseje saber se uma informação está ou não presente em um array, ainda terá que percorrê-lo procurando-o.
  - Isso porque, não é possível saber, com base na informação que se busca, em que posição do array a mesma seria gravada (caso já tenha sido gravada)
  - Assim, a busca em um array não é *O(1)*, mas sim *O(n)* no pior caso

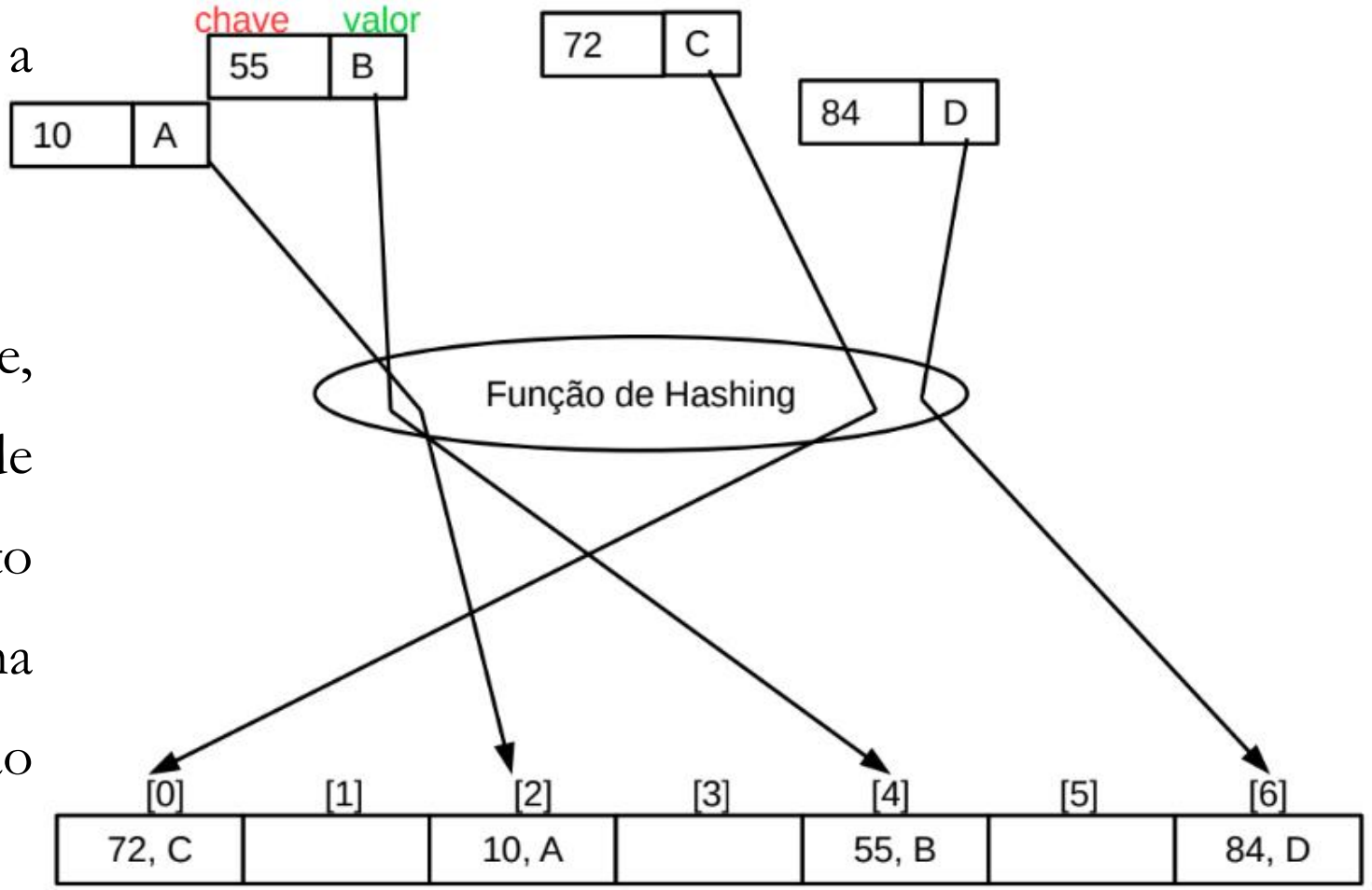
Introdução

- A proposta que "resolve" essa questão, pode ser implementada através da chamada **Tabela Hash**, também conhecida como **Tabela de Espalhamento** (ou ainda, **tabela de dispersão**)
  - A ideia é você espalhar os dados em um array, tomando como base o dado em si.
  - Esse espalhamento, definição da posição onde o dado será gravado, é dada por uma função de hashing

Introdução

- Posteriormente, a busca passa a ter em média, O(1).

- Observe no entanto que, recuperar o conteúdo do array de forma ordenada, possuirá o custo de ordenação, dado que em uma tabela Hash, os elementos não estão ordenados.



Funções de Hashing

- Uma função de hashing deve possuir as seguintes propriedades:
  - Ser simples e barata computacionalmente de se calcular
  - Garantir que valores diferentes produzam posições diferentes
  - Gerar uma distribuição equilibrada dos dados na tabela

- Importante: a implementação da função de hashing depende do conhecimento prévio da natureza dos dados a serem gravados

Funções de Hashing

- Para as funções de Hashing, serão exemplos abordados (mas não limitados a):
  i. Método da divisão
  ii. Método da multiplicação
  iii. Método da dobra

Funções de Hashing

i. Método da divisão, ou congruência linear

- Consiste em calcular o resto da divisão entre o valor, que representa o elemento a ser inserido, e o tamanho do array

```
int chave_divisao(int chave, int TABLE_SIZE){
        return chave % TABLE_SIZE;
}
```

Funções de Hashing

ii. Método da multiplicação, ou congruência linear multiplicativo

- Usa uma constante $0 < A < 1$
- A constante é multiplicada pelo valor, que representa o elemento, em seguida, a parte fracionária resultante é multiplicada pelo tamanho da tabela, resultando na posição do elemento

```
int chave_multiplicacao(int chave, int TABLE_SIZE) {
        double A = 0.7834729723;
        double val = chave * A;
        val = val - (int) val;
        return (int) (val * TABLE_SIZE);
}
```

Funções de Hashing

ii. Método da multiplicação, ou congruência linear multiplicativo

578 **1500**

```
int chave_multiplicacao(int chave, int TABLE_SIZE) {
        double A = 0.7834729723;
        double val = chave * A;
        val = val - (int) val;
        return (int) (val * TABLE_SIZE);
}
```

578 * 0.7834729723 = **452.847377989**

452.847377989 - 452 = **0.847377989**

0,847377989 * 1500 = 1.271,0669835

Após o cast para int: **1271**

Funções de Hashing

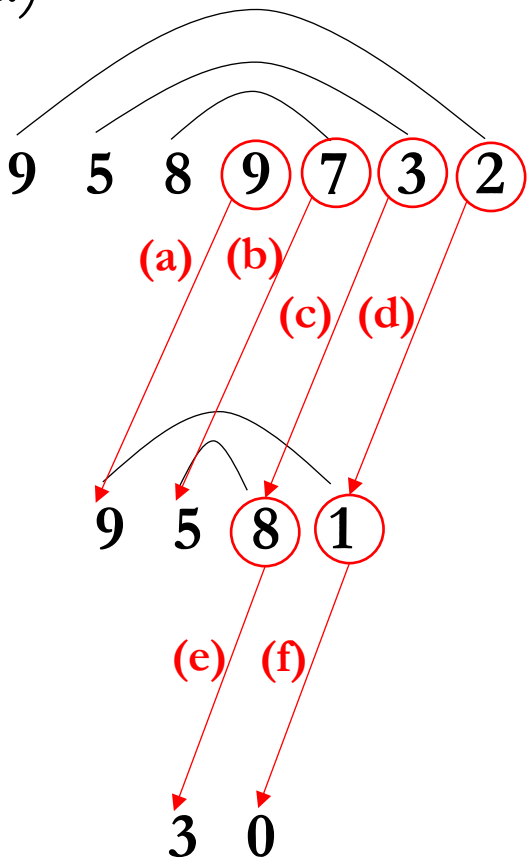
iii. Método da dobra

- Consiste em "dobrar" e somar os dígitos resultantes na dobra, para calcular a posição (desprezando-se as dezenas)
- Enquanto o valor obtido for maior que o tamanho da tabela, segue-se dobrando.

Funções de Hashing

iii. **Método da dobra** (cont.)

- Tamanho da tabela: 1000
- Chave: 9589732



(a) Desloca (número de elementos ímpar)

(b) 7 + 8 = 15
Despreza a dezena (1)
5

(c) 3 +5 = 8
8

(d) 2 + 9 = 11
Despreza a dezena (1)
1

(e) 8 + 5 = 13
Despreza a dezena (1)
3

(f) 1 + 9 = 10
Despreza a dezena (1)
0

Hashing Universal

- A função de hashing está sujeita ao problema de gerar posições iguais para chaves diferentes.

- Conhecendo a função de hashing, é possível gerar chaves de maneira tal que todas colidam, diminuindo o desempenho da tabela na busca para $O(n)$.

Hashing Universal

- Hashing universal é uma estratégia que busca minimizar o problema de colisões. A proposta original de hashing universal foi feita por Carter e Wegman, e consistia no seguinte:
  - Escolha um número primo p que seja maior do que qualquer chave k que será inserida na hash, assim: $0 \leq k < p$
  - p também é maior do que o tamanho da tabela
  - Escolha aleatoriamente duas constantes inteiras a e b, de modo que:
    - $0 < a < p$; $0 <= b < p$

Hashing Universal

- A função de hashing universal será então:
  - h(k)_{a,b} = ((ak + b) % p) % m
    - Onde m é o tamanho da tabela

Hashing Universal

- A função de hashing universal será então:
  - h(k)_{a,b} = ((ak + b) % p) % m
    - Onde m é o tamanho da tabela

- Com a hashing universal, garante-se matematicamente que a probabilidade de que dois valores diferentes caiam na mesma posição será menor ou igual a $\frac{1}{m}$, para quaisquer valores escolhidos

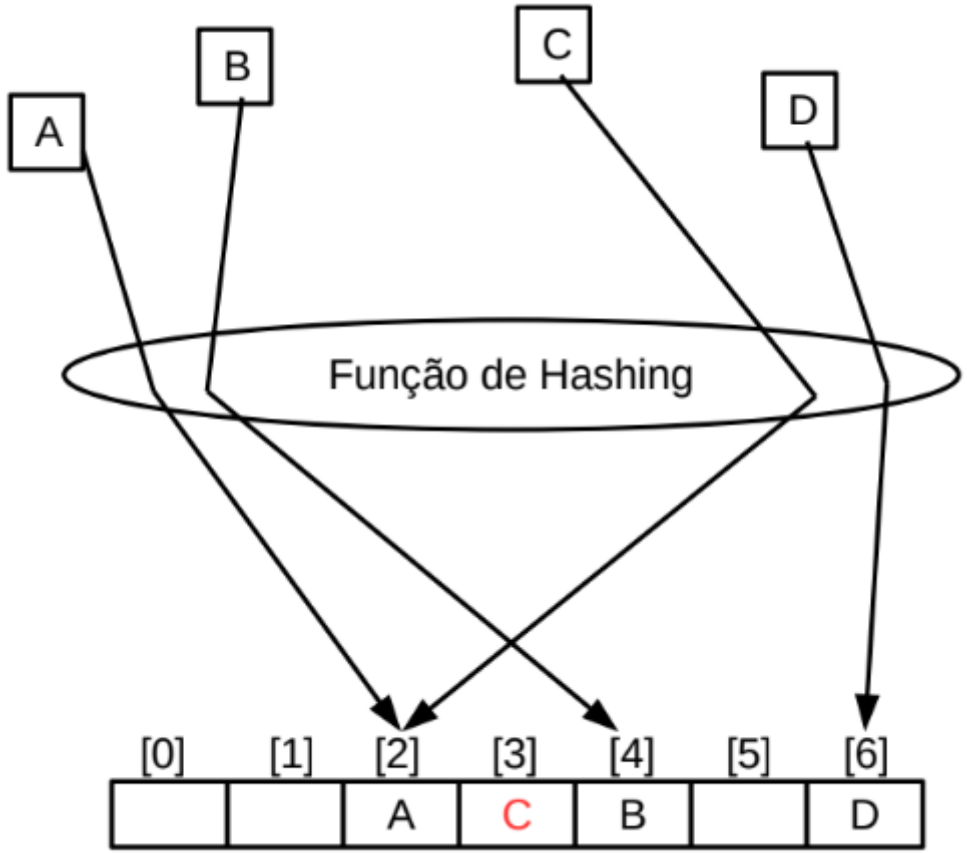
Hashing Universal

- Endereçamento aberto (ou rehash):
  - No caso de haver colisão, percorre-se a tabela procurando por outra posição disponível.

- Encadeamento separado:
  - Dentro de cada posição da tabela existe uma lista encadeada, de modo que, caso haja colisão, o elemento é simplesmente inserido na lista

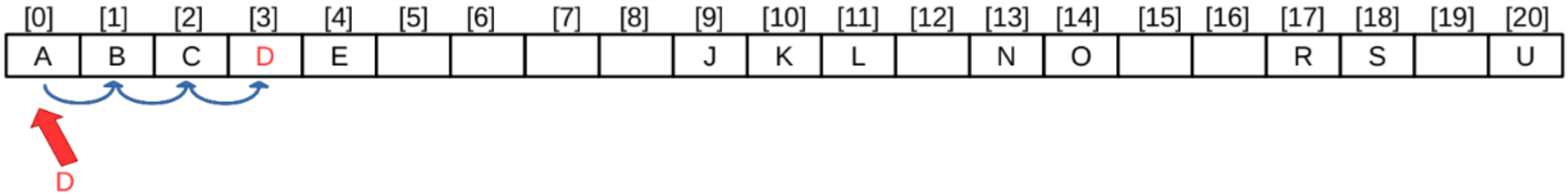
Hashing Universal

- **Endereçamento aberto (ou rehash):**



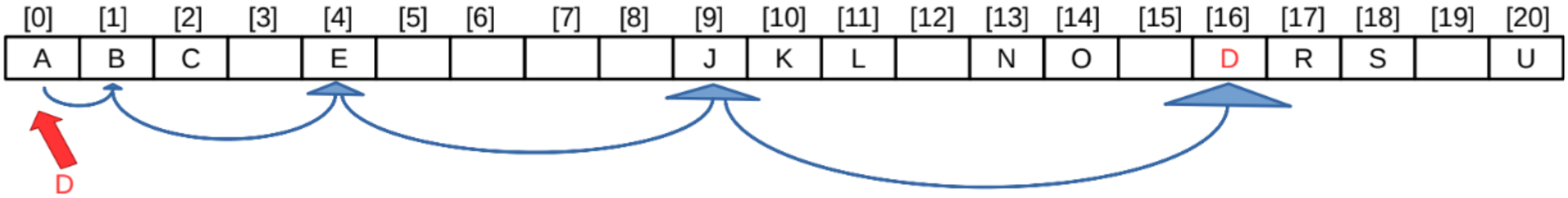
Hashing Universal

- **Sondagem Linear**
  - Procura-se pela próxima posição livre na tabela, saltando-se de 1 em 1



Hashing Universal

- **Sondagem Quadrática**
  - Procura-se pela próxima posição livre na tabela, a ser definida através de alguma função quadrática



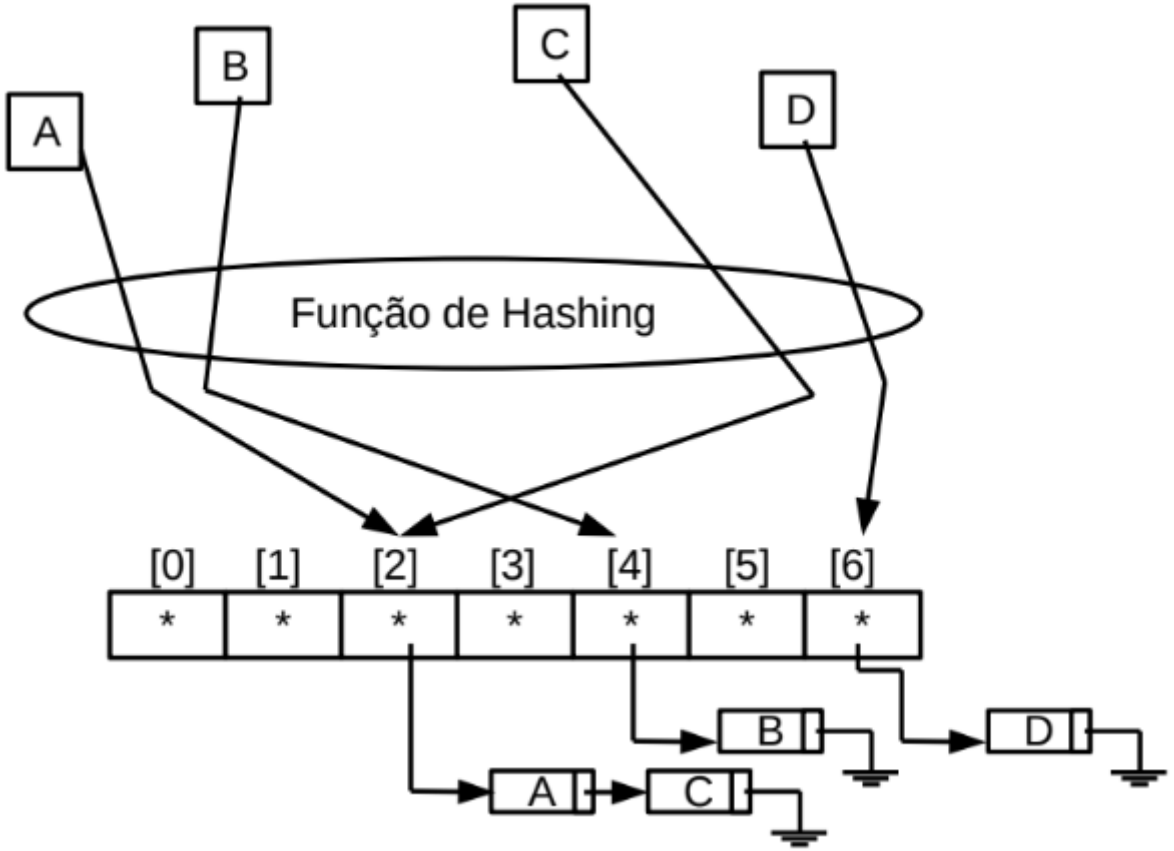
Hashing Universal

- Duplo Hash: Tenta espalhar os elementos usando duas funções de hash:
  - ***H1 + i * H2***
    - Onde, usa-se a primeira função de hashing (H1) para calcular a posição inicial do elemento
    - Caso haja colisão, H2 é usada para calcular o deslocamento, em função da posição inicialmente definida por H1.

```
int duplo_hash(int H1, int chave, int i, int TABLE_SIZE) {
        //garantindo que a funcao chave_divisao nao retorne 0
        int H2 = chave_divisao(chave, TABLE_SIZE - 1) + 1;
        return ((H1 + i * H2) % TABLE_SIZE);
}
```

Hashing Universal

- Encadeamento separado:



Algoritmos e Estrutura de Dados II

Prof. Fellipe Guilherme Rey de Souza

Aula 20 – Tabela Hash