LISTA DE EXERCÍCIOS- VETORES

1º) Verifique se os conjuntos abaixo são linearmente dependente ou linearmente independentes:

a) $A = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;
b) $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -12 & -9 \end{pmatrix} \right\}$;
c) $C = \{(-1,-2,0,3), (2,-1,0,0), (1,0,0,0)\}$;
d) $D = \{(1 + 2x - x^2), (2 - x + 3x^2), (3 - 4x + 7x^2)\}$;
e) $E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;
f) $F = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \right\}$.

2º) Determinar o valor de k para o conjunto $\{(1,0,-1), (1,1,0), (k, 1, -1)\}$ seja linearmente independente.

3º) Considere $P_2 = \{at^2 + bt + c; a, b, c \in \mathbb{R}\}$ $P_1 = t^2 - 2t + 1; P_2 = t2;$ $P_3 = 2t^2 - t$.

a) Escreva $P = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear de P_1, P_2 e P_3;
b) Escreva $P = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear de P_1, P_2;
c) Escreva P_1 como combinação linear de P_2, P_3.

4º) Escreva a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ como combinação linear das matrizes $\left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

5º) Quais dos conjuntos abaixo são linearmente dependentes e quais são linearmente independentes:

a) $A = \{(2 + x - x^2), (-4 - x + 4x^2), (x + 2x^2)\}$;
b) $B = \{(1 - x + 2x^2), (x - x^2), (x^2)\}$;
c) $C = \{(1 + 3x + x^2), (2 - x - x^2), (1 + 2x - 3x^2), (-2 + x + 3x^2)\}$;
d) $D = \{(x^2 - x + 1), (x^2 + 2x)\}$.

6º) Determine o valor k para o conjuntos $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ k & 0 \end{pmatrix} \right\}$ seja linearmente dependente.

7º) Para quais valores de k o conjunto $A = \{(1, k), (k, 4)\}$ é linearmente independente?

8º) Mostre que o conjunto $A = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \right\}$ é linearmente independente.

9º) Sabendo que o vetor $\vec{v} = (2,1,-1)$ forma um ângulo de 60º com vetor $\overrightarrow{AB}$ determinado pelos pontos $A(3,1,-1)$ e $B(4,0,m)$. Determinar o valor de m.

10º) Determinar o ângulo interno ao triângulo ABC, sendo $A(3,-3,3), B(2,-1,2)$ e $C(1,0,2)$.

11º) Provar que o triângulo de vértices $A(2,3,1), B(2,1,-1)$ e $C(2,2,-2)$ é um triângulo retângulo.

12º) Determinar um vetor ortogonal aos vetores $\vec{u} = (1,-1,0)$ e $\vec{v} = (1,0,1)$.

13º) Determinar um vetor unitário simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{u} = (2,-6,3)$ e $\vec{v} = (4,3,1)$.

14º) Dados os vetores $\vec{u} = (1,2,-1)$ e $\vec{v} = (0,-1,3)$. Determinar a área do paralelogramo determinado pelos vetores $3\vec{u}$ e $\vec{v} - \vec{u}$.

15º) Sejam os vetores $\vec{u} = (3,1,-1)$ e $\vec{v} = (a,0,2)$. Calcular o valor de a para que a área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja igual a $2\sqrt{6}$.

16º) Calcular a área do triângulo de vértices $A(1,-2,1), B(2,-1,4)$ e $C(-1,-3,3)$.

17º) Calcular o produto misto dos vetores $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{w} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

18º) Determinar o valor de m para que os vetores $\vec{u} = (m,2,-1), \vec{v} = (1,-1,3)$ e $\vec{w} = (0,-2,4)$, sejam coplanares.

19º) Verifique se os pontos $A(1,2,4), B(-1,0,-2), C(0,2,2)$ e $D(-2,1,-3)$, estão no mesmo plano.

20º) Dados os vetores $\vec{u} = (x,5,0), \vec{v} = (3,-2,1)$ e $\vec{w} = (1,1,-1)$, calcular o valor de x para o volume do paralelepípedo determinado por $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, seja 24 $u.v$ (unidade de volume).

21º) Calcular o volume do tetraedro cujos vértices são $A(1,2,1), B(7,4,3), C(4,6,2)$ e $D(3,3,3)$.

22º) Dados os vetores $\vec{u} = (1,a,-2a-1), \vec{v} = (a,a-1,1)$ e $\vec{w} = (a,-1,1)$, calcular o valor de a para que se tenha $\vec{u} \cdot \vec{v} = (\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w}$.

23º) Dados os pontos $A(-1,0,2), B(-4,1,1)$ e $C(0,1,3)$.Determine o vetor $\vec{v}$ tal que $2\vec{v} - \overrightarrow{AB} = \vec{v} + \left(\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}\right)\overrightarrow{AC}$.

24º) Determine o vetor $\vec{v}$ sabendo que $(3,7,1) + 2\vec{v} = (6,10,4) - \vec{v}$.

25º) Dados os pontos $A(1,2,3), B(-6,-2,3)$ e $C(1,2,1)$. Determine o versor do vetor $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC}$.

26º) Dados os pontos $A(3, m-1, -4), B(8, 2m-1, m)$. Determine o valor de m de modo que $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{35}$.

27º) Determinar os ângulos do um triângulo de vértice $A(2,1,3), B(1,0,-1)$ e $C(-1,2,1)$.

28º) Calcular o volume do tetraedro ABCD, sendo $A(1,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1)$ e $D(4,2,7)$.

29º) Dados os pontos $A(1,-2,3), B(2,-1,-4), C(0,2,0)$ e $D(-1,m,1)$. Determine o valor de m para que seja $20\,u.v$ (unidade de volume) o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$.

30º) Sejam os vetores $\vec{u} = (1,1,0), \vec{v} = (2,0,1)$, $\vec{w}_1 = 3\vec{u} - 2\vec{v}; \vec{w}_2 = \vec{u} + 3\vec{v}$ e $\vec{w}_3 = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Determine o volume do paralelepípedo definido por $\vec{w}_1, \vec{w}_2$ e $\vec{w}_3$.

31º) Verifique se são coplanares os pontos:

a) $A(1,1,1), B(-2,-1,3), C(0,2,-2)$ e $D(-1,0,-2)$;
b) $A(1,0,2), B(-1,0,3), C(2,4,1)$ e $D(-1,-2,2)$.

32º) Calcular a área do paralelogramo que tem os vértices nos pontos $A(3,2,1), B(1,1,-1), C(0,1,2)$.

33º) Calcular a área do paralelogramo cujos lados são determinados pelos vetores $2\vec{u} - \vec{v}$. Sendo $\vec{u} = (2,-1,0), \vec{v} = (1,-3,2)$.

34º) Calcular a área do triângulo de vértice:

a) $A(-1,0,2), B(-4,1,1), C(0,1,3)$.
b) $A(1,0,1), B(4,2,1), C(1,2,0)$.

35º) Determinar um vetor unitário simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{u} = (1,1,0), \vec{v} = (2,-1,3)$.

36º) Determinar o volume do paralelepípedo, cujas arestas passam pelos pontos $A(1,0,2), B(-1,0,3), C(2,4,1)$ e $D(-1,-2,2)$.