

Determinantes

torrefor básica 3

01- Calcule os determinantes das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ det. = $10 - 9 = 1$

b) $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ det. = $-32 - (-12) = 0$

c) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ det. = $3 - (-4) = 7$

d) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ det. = $36 - 16 = 20$

02- (MACK) Se $A = (a_{ij})$ é uma matriz quadrada de terceira ordem tal que $a_{ij} = \begin{cases} -3, & \text{se } i=j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ então o determinante de A vale:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \det. = -27$$

03- (FVEST) Resolver a equação

$$\begin{bmatrix} x & 3 & x & x & 1 \\ 3 & x & 4 & 3 & x \end{bmatrix} = -3 \quad \begin{aligned} 3x^2 + 4 + 9x \\ - x^2 + 9 + 12x \\ \hline 2x^2 - 5 - 3x \end{aligned}$$

$$2x^2 - 5 - 3x = -3 \quad \text{Resposta: (E)}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -2$$

$$\Delta = 9 + 32$$

$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} \quad x_1 = \frac{+3 + 5}{4} = 2$$

$$x = \frac{3 - 5}{4} = -\frac{1}{2}$$

04- (MACK) A soma das raízes da equação é:

$$\begin{bmatrix} x-3 & -1 & 0 & x-3 & -1 \\ 0 & x+1 & -1 & 0 & x+1 \\ 2 & -1 & x+1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$0 + x-3 = 0 \quad (x-3)(x+1+2) = 0$$

$$x^3 + x^2 - 2x + 2 = 2 - 2$$

$$x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0 \quad x = 0$$

$$x(x-3)(x+2) = 0 \quad x = 3$$

$$0 \quad x = 3 \quad x = -2 \quad x = -2$$

$$0 + 3 - 2 = -1 \quad (\text{C})$$

05- (UEL) Sejam as matrizes $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$, tal que, $a_{ij} = 2i - 3j$ e $B = (b_{jk})_{2 \times 3}$, tal que $b_{jk} = k - j$. O determinante da matriz $A \cdot B$ é igual a:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -6 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -12 & -24 & 0 + 36 \end{bmatrix} \quad \det = 32 - (-12) = 24$$

06- Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

o determinante de $A \cdot B$ é igual a:

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 2 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} \quad \det = 4 - 8 = -4 \quad (\text{D})$$