

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MTM 131 – Geometria Analítica e Cálculo Vetorial – 2019/2
Prof. Fabiana Lopes Fernandes

Lista L1P4 – Retas no \mathbb{R}^3

1. Verifique se os pontos dados pertencem à reta $r : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 5t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$
- (a) $(2, 17, 7)$ (b) $(5, 18, 11)$ (c) $(-1, 2, -2)$ (d) $(1, -2, 2)$
2. Determine m e n para que o ponto $P = (3, m, n)$ pertença à reta $r : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 - t \\ z = -4 + t \end{cases}$
3. Determine as equações paramétricas das retas nos seguintes casos:
- (a) Passa pelo ponto $(-1, 5, 3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (-1, 2, -7)$.
- (b) Passa pelos pontos $A = (1, -2, 3)$ e $B = (0, 3, -1)$.
- (c) Passa pelo ponto $(1, -2, 3)$ e é paralela à reta $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$
- (d) Passa pelo ponto $(2, 3, 1)$ e é simultaneamente ortogonal às retas
- $$r_1 : \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = s \\ y = 1 - 2s \\ z = -3 - s \end{cases}$$
- (e) Passa pelo ponto $(-1, 2, -5)$ e é paralela à reta que passa pelos pontos $A = (1, 0, 2)$ e $B = (5, -3, -1)$.
- (f) Passa pelo ponto $(-1, -3, 7)$ e é paralela à reta $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-7}{4}$.
- (g) Passa pelo ponto $(-5, 3, 2)$ e é paralela ao eixo x .
4. Qual deve ser o valor de m para que os pontos $A = (3, m, 1)$, $B = (1, 1, -1)$ e $C = (-2, 10, -4)$ pertençam à mesma reta?
5. Sabendo que a reta $r : \begin{cases} y = 3 + mx \\ z = -1 + x \end{cases}$ é ortogonal à reta determinada pelos pontos $A = (1, 0, m)$ e $B = (-2, 2m, 2m)$, calcule m .
6. Considere o triângulo de vértices $A = (1, 0, -2)$, $B = (0, 1, 3)$ e $C = (6, 15, -3)$. Determine as equações paramétricas da reta suporte:
- (a) da mediana relativa ao lado BC ; (b) da altura relativa ao lado BC .
7. Determine o ponto simétrico a $P = (1, 2, 1)$ em relação à reta $r : \begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$

8. Determine a projeção ortogonal do ponto $P = (2, -1, 3)$ sobre a reta

$$r : \begin{cases} x = & + 3t \\ y = -7 + 5t \\ z = 2 + 2t \end{cases}.$$

9. Determine, se existir, o ponto de interseção entre cada par de retas dado.

(a) $r_1 : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = s \\ y = -2 + 4s \\ z = 3s \end{cases}$

(b) $r_1 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5 + s \\ y = 2 - s \\ z = 7 - 2s \end{cases}$

(c) $r_1 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 7 - 5t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 1 - s \\ y = 2 - 7s \\ z = -s \end{cases}$

(d) $r_1 : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 3 + s \\ y = 1 - 3s \\ z = s \end{cases}$

10. Determine, se existirem, os pontos de interseção da reta que passa pelos pontos $A = (-1, 1, 3)$ e $B = (4, -2, 1)$ com os planos coordenados.

11. Determine a posição relativa entre os pares de retas dados a seguir.

(a) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 5 - 2s \\ y = 2 + 4s \\ z = 1 + 2s \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$ e $\frac{2x-1}{3} = y+1 = 3z$

(c) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = -1 + 4s \\ y = 3 - s \\ z = 2 + 2s \end{cases}$

12. A reta r passa pelo ponto $A = (1, -2, 1)$ e é paralela à reta $r' : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \\ z = -t \end{cases}$

Determine m e n para que o ponto $P = (-3, m, n)$ pertença à reta r .

13. Calcule m para que o par de retas dado em cada item a seguir seja coplanar.

(a) $r : \begin{cases} x = t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ e $r' : \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = -s \\ z = ms \end{cases}$

(b) $r : \begin{cases} x = m + mt \\ y = 4 - 3t \\ z = 6 \end{cases}$ e $r' : \begin{cases} x = s \\ y = 4 - 3s \\ z = -2s \end{cases}$

14. Calcule a distância do ponto $P = (-2, 1, 2)$ à reta determinada pelos pontos $A = (1, 2, 1)$ e $B = (0, -1, 3)$.

15. Calcule a medida da projeção ortogonal de $\vec{v} = (1, 2, 2)$ sobre a reta

$$r : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}.$$

RESPOSTAS

1. (a) Sim (c) Sim
(b) Não (d) Não
2. $m = -2$ e $n = -5$.
3. (a) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$
(b) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 5t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$
(c) $\begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = -2 - s \\ z = 3 + 3s \end{cases}$
(d) $\begin{cases} x = 2 + 2u \\ y = 3 + u \\ z = 1 \end{cases}$
(e) $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = -5 - 3t \end{cases}$
(f) $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$
(g) $\begin{cases} x = -5 + t \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$
4. $m = -5$
5. $m = 1$ ou $-\frac{3}{2}$
6. (a) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t \\ z = -2 \end{cases}$
(b) $\begin{cases} x = 3s \\ y = 1 - s \\ z = 3 \end{cases}$
7. $(-\frac{1}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{2}{3})$
8. $(3, -2, 4)$
9. (a) $(1, 2, 3)$ (c) \nexists
(b) $(4, 3, 9)$ (d) $(2, 4, -1)$
10. $(\frac{13}{2}, -\frac{7}{2}, 0), (\frac{2}{3}, 0, \frac{7}{3})$ e $(0, \frac{2}{5}, \frac{13}{5})$.
11. (a) Paralelas (c) Concorrentes
(b) Reversas
12. $m = 10$ e $n = 5$
13. (a) $m = 4$ (b) $m = \frac{3}{2}$
14. $\frac{3\sqrt{35}}{7}$
15. $\frac{4}{3}$