

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

MTM 131 – Geometria Analítica e Cálculo Vetorial – 2019/2  
Prof. Fabiana Lopes Fernandes

Lista L1P3 – Vetores

1. Dados os vetores  $\vec{u} = (1, 2)$  e  $\vec{v} = (3, -1)$ , determine:

- (a)  $\|\vec{u}\|$                       (b)  $\vec{u} + \vec{v}$                       (c)  $2\vec{u}$                       (d)  $3\vec{u} + 2\vec{v}$

2. Dados  $\vec{u} = (1, -1)$ ,  $\vec{v} = (2, 0)$  e  $\vec{w} = (3, -2)$ , calcule:

- (a)  $\|\vec{u} + \vec{v}\|$                       (d)  $\|3\vec{u}\| + 5\|\vec{v}\|$   
(b)  $\|\vec{u} - \vec{v}\|$                       (e)  $\|\vec{u}\| + \|-2\vec{v}\| + \|\vec{w}\|$   
(c)  $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$                       (f)  $\|\vec{u}\| - 2\|\vec{v}\|$

3. Determine o versor de cada vetor dado.

- (a)  $\vec{u} = (3, 4)$                       (b)  $\vec{v} = (-1, -3)$

4. Reescreva cada vetor  $\vec{v}$  dado na forma  $\vec{v} = \|\vec{v}\|\vec{v}_u$ , em que  $\vec{v}_u$  é o versor de  $\vec{v}$ .

- (a)  $\vec{v} = (3, 4)$                       (b)  $\vec{v} = (5, -2)$

5. Represente no sistema de coordenadas cartesianas no plano o vetor com origem no ponto  $A$  e extremidade em  $B$ . Em seguida, determine seu módulo e versor.

- (a)  $A = (2, 3)$ ,  $B = (-1, 0)$                       (c)  $A = (3, -5)$ ,  $B = (0, 0)$   
(b)  $A = (5, -2)$ ,  $B = (-2, 1)$

6. Dado o vetor  $\vec{v} = (1, 2)$ , determine  $k$ , tal que  $\|k\vec{v}\| = 5$ .

7. Determine escalares  $a$  e  $b$ , tais que  $a(2, -1) + b(-1, -1) = (5, -1)$ .

8. Dados os vetores  $\vec{u} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{v} = (2, -3, 1)$  e  $\vec{w} = (3, 2, -1)$ , determine:

- (a)  $\vec{u} - \vec{w}$                       (d)  $3(\vec{u} - 7\vec{v})$   
(b)  $7\vec{v} + 3\vec{w}$                       (e)  $-3\vec{v} - 8\vec{w}$   
(c)  $-\vec{w} + \vec{v}$                       (f)  $2\vec{v} - (\vec{u} + \vec{w})$

9. Determine as componentes do vetor  $\overrightarrow{PQ}$  em cada caso.

- (a)  $P = (1, 2, 3)$ ,  $Q = (3, 5, 8)$                       (c)  $P = (0, 0, 2)$ ,  $Q = (2, -2, 5)$   
(b)  $P = (2, 4, 3)$ ,  $Q = (1, -2, -2)$

10. Determine o módulo dos vetores a seguir.

- (a)  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$   
(b)  $\vec{v} = (2, 3, 1)$   
(c) O vetor  $\vec{w}$  que tem origem no ponto  $(2, 1, 1)$  e extremidade no ponto  $(0, 0, 3)$ .  
(d)  $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{k}$

11. Determine o versor de cada vetor dado.

(a)  $\vec{a} = (-2, 1, 2)$

(c)  $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

(b)  $\vec{b} = 6\vec{j} - 8\vec{k}$

(d)  $\vec{v} = (0, -3, -4)$

12. Determine o escalar  $\alpha$  para que o vetor  $\vec{v} = (0, 3\alpha, 4\alpha)$  seja unitário.

13. Determine um ponto  $C$  do plano, tal que  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ , que  $A = (0, -2)$  e  $B = (1, 0)$ .

14. Determine um vetor paralelo à reta  $r : y = 2x + 1$  no plano.

15. Determine uma equação para a reta no plano que é paralela ao vetor  $\vec{v} = (2, 3)$  e passa pelo ponto  $A = (1, 2)$ .

16. Determine o vetor  $\vec{x}$ , tal que  $3\vec{x} - 2\vec{v} = 15(\vec{x} - \vec{u})$ .

17. Determine os vetores  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ , tais que 
$$\begin{cases} 6\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{u} \\ 3\vec{x} + \vec{y} = \vec{u} + \vec{v} \end{cases}$$

18. Determine as coordenadas da extremidade do segmento orientado que representa o vetor  $\vec{v} = (3, 0, -3)$ , cuja origem está no ponto  $P = (2, 3, -5)$ .

19. Determine as coordenadas do ponto simétrico ao ponto  $P = (1, 0, 3)$ , em relação ao ponto  $M = (1, 2, -1)$ .

20. Verifique se os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  são colineares.

(a)  $A = (5, 1, -3)$ ,  $B = (0, 3, 4)$ ,  $C = (0, 3, -5)$

(b)  $A = (-1, 1, 3)$ ,  $B = (4, 2, -3)$ ,  $C = (14, 4, -15)$

21. Dados os pontos  $A = (1, -2, -3)$ ,  $B = (-5, 2, -1)$  e  $C = (4, 0, -1)$ , determine o ponto  $D$ , tal que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  sejam vértices consecutivos de um paralelogramo.

22. Verifique se o vetor  $\vec{u}$  é combinação linear de  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ .

(a)  $\vec{v} = (9, -12, -6)$ ,  $\vec{w} = (-1, 7, 1)$ ,  $\vec{u} = (-4, -6, 2)$

(b)  $\vec{v} = (5, 4, -3)$ ,  $\vec{w} = (2, 1, 1)$ ,  $\vec{u} = (-3, -4, 1)$

23. Verifique se os quatro pontos dados determinam um paralelogramo.

(a)  $A = (4, -1, 1)$ ,  $B = (9, -4, 2)$ ,  $C = (4, 3, 4)$ ,  $D = (4, -21, -14)$

(b)  $A = (4, -1, 1)$ ,  $B = (9, -4, 2)$ ,  $C = (4, 3, 4)$ ,  $D = (9, 0, 5)$

24. Determine quais dos seguintes vetores são paralelos:

$$\vec{u} = (6, -4, 2), \vec{v} = (-9, 6, 3), \vec{w} = (15, -10, 5).$$

25. Considere os pontos  $A = (-3, 0, 4)$ ,  $B = (-3, -1, 0)$  e  $C = (-1, -4, 3)$ .

(a) Determine os pontos médios,  $M$  e  $N$ , dos segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$ , respectivamente.

(b) Verifique que  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .

(c) Determine o ponto  $D$  de forma que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  sejam vértices consecutivos de um paralelogramo.

## RESPOSTAS

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1    (a) $\sqrt{5}$<br>(b) $(4, 1)$   | (c) $(2, 4)$<br>(d) $(9, 4)$   | 7 $c_1 = 2$ e $c_2 = -1$   |
| 2    (a) $\sqrt{10}$<br>(b) $\sqrt{2}$<br>(c) $\sqrt{2} + 2$  | (d) $3\sqrt{2} + 10$<br>(e) $\sqrt{2} + 4 + \sqrt{13}$<br>(f) Impossível | 8    (a) $(-2, 0, 4)$<br>(b) $(23 - 15, 4)$<br>(c) $(-1, -5, 2)$   |
| 3    (a) $\left(\frac{2}{\sqrt{13}}, 3\sqrt{13}\right)$   | (b) $\left(-\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$            | 9    (a) $(2, 3, 5)$<br>(b) $(-1, -6, -5)$   |
| 4    (a) $\vec{v} = 5\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$<br>(b) $\vec{v} = \left(\frac{5}{\sqrt{29}}, -\frac{2}{\sqrt{29}}\right)$                                       |  | 10    (a) $\sqrt{14}$<br>(b) $\sqrt{14}$   |
| 5    (a) $3\sqrt{2}$ e $-\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$<br>(b) $\sqrt{58}$ e $\left(-\frac{7}{58}, \frac{3}{\sqrt{58}}\right)$<br>(c) $\sqrt{34}$ e $\frac{1}{\sqrt{34}}(-3, 5)$ |  | 11    (a) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$<br>(b) $\left(0, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ |
| 6 $k = \pm 5$   |  | 12 $\alpha = \pm \frac{1}{5}$  |
| (d) $(-39, 69, -12)$<br>(e) $(-30, -7, 5)$<br>(f) $(0, -10, 0)$   |  | (c) $(2, -2, 3)$   |
|   |  | (c) $3$<br>(d) $\sqrt{2}$  |
|   |  | (c) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$<br>(d) $\left(0, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$      |