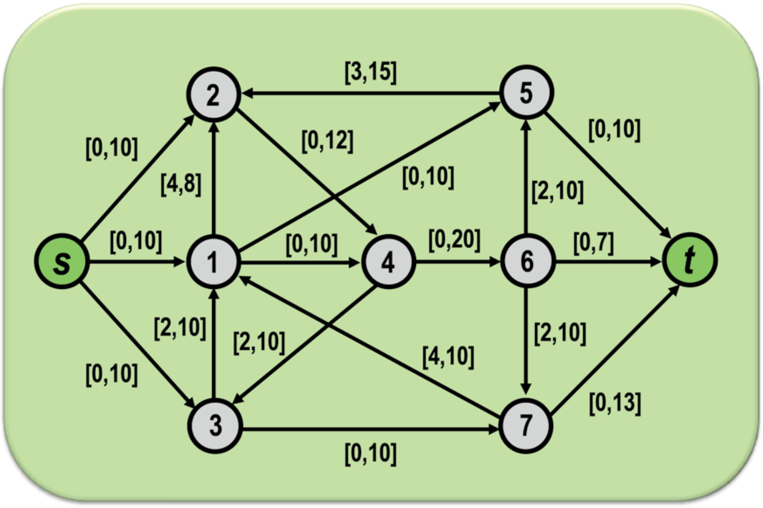
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB
Departamento de Computação – DECOM
Disciplina: Teoria dos Grafos
Professor: Marco Antonio M. Carvalho

Lista de Exercícios 01

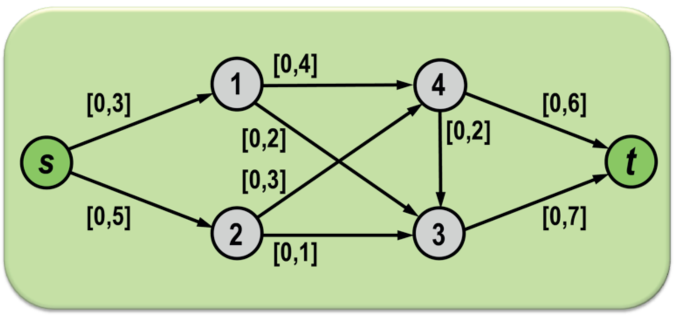
Instruções

- A resolução da lista de exercícios deve ser entregue em um arquivo formato PDF legível no *Moodle*;
- Ao final desta lista de exercícios, está disponível o padrão para as respostas;
- A resolução deve considerar estritamente a mesma numeração e ordem dos exercícios;
- A avaliação da lista de exercícios consiste de: (I) aderência ao enunciado e ao padrão das respostas; (II) verificação de plágio; (III) verificação da corretude das respostas. As três etapas da avaliação são eliminatórias;
- Somente exercícios corretos serão considerados para frequência. Cada exercício das listas e cada caso de testes do estudo dirigido possui o mesmo peso.

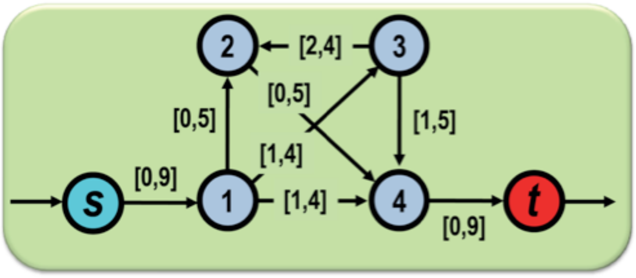
1. Para a rede abaixo, nas quais os rótulos apresentam os limites mínimos e máximos para o fluxo em cada arco, adicione (se necessário) vértices e arcos artificiais para que todo vértice possua fluxo conservativo, (a) determine um fluxo viável e (b) o valor do fluxo máximo, pela aplicação do algoritmo de *Ford & Fulkerson*. Prove que o valor do fluxo máximo é ótimo, apresentando o corte mínimo associado.



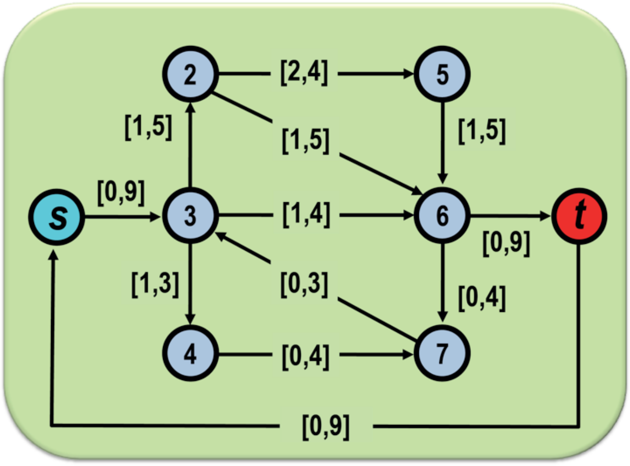
2. Para a rede abaixo, nas quais os rótulos apresentam os limites mínimos e máximos para o fluxo em cada arco, adicione (se necessário) vértices e arcos artificiais para que todo vértice possua fluxo conservativo, (a) determine um fluxo viável e (b) o valor do fluxo máximo, pela aplicação do algoritmo de *Ford & Fulkerson*. Prove que o valor do fluxo máximo é ótimo, apresentando o corte mínimo associado.



3. Para a rede abaixo, nas quais os rótulos apresentam os limites mínimos e máximos para o fluxo em cada arco, adicione (se necessário) vértices e arcos artificiais para que todo vértice possua fluxo conservativo, (a) determine um fluxo viável e (b) o valor do fluxo máximo, pela aplicação do algoritmo de *Ford & Fulkerson*. Prove que o valor do fluxo máximo é ótimo, apresentando o corte mínimo associado.



4. Para a rede abaixo, nas quais os rótulos apresentam os limites mínimos e máximos para o fluxo em cada arco, adicione (se necessário) vértices e arcos artificiais para que todo vértice possua fluxo conservativo, (a) determine um fluxo viável e (b) o valor do fluxo máximo, pela aplicação do algoritmo de *Ford & Fulkerson*. Prove que o valor do fluxo máximo é ótimo, apresentando o corte mínimo associado.



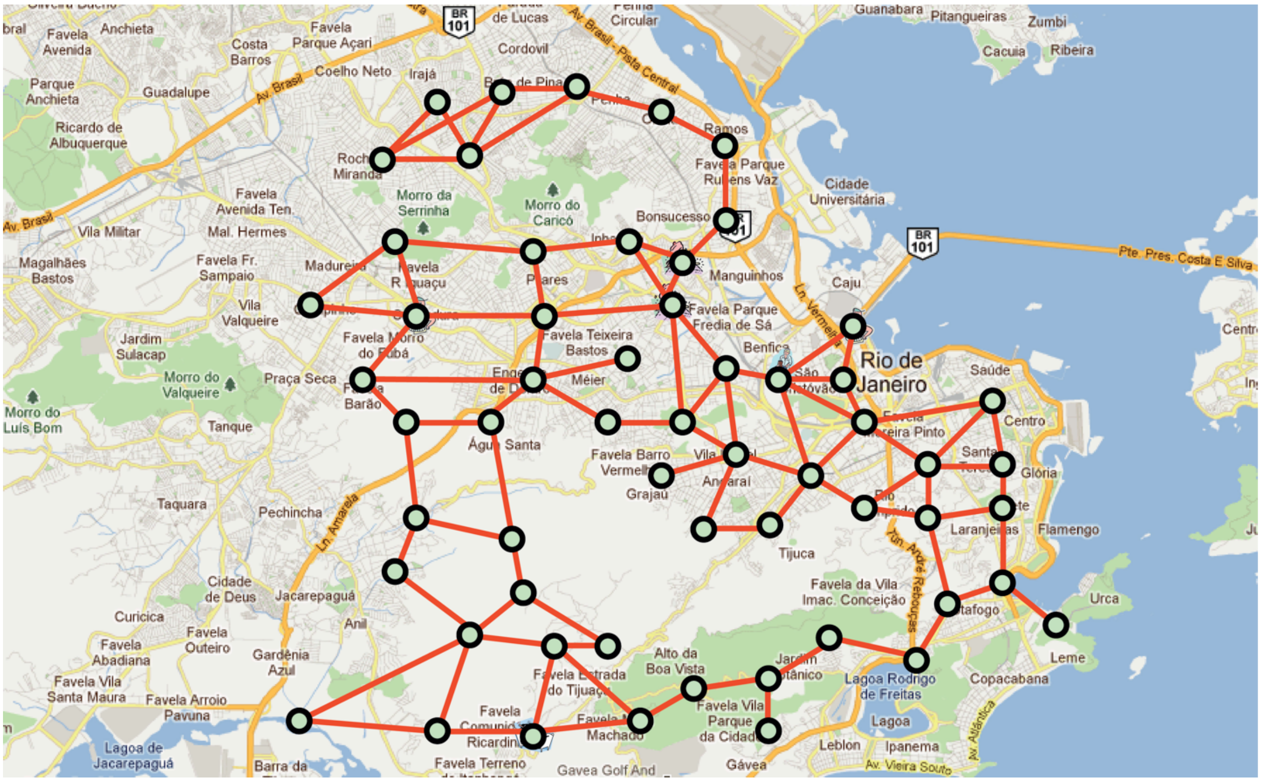
5. Para a tabela abaixo, determine a atribuição ótima de atividades usando o *método húngaro*. Caso a matriz não seja quadrada, insira linhas com conteúdo zero.

	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4
Filho 1	$1	$4	$6	$3
Filho 2	$9	$7	$10	$9
Filho 3	$4	$5	$11	$7
Filho 4	$8	$7	$8	$5

6. Para a tabela abaixo, determine a atribuição ótima de atividades usando o *método húngaro*. Caso a matriz não seja quadrada, insira linhas com conteúdo zero.

	Saúde	Moradia	Educação	Alimentação	Segurança
Alegrete	$10000	$37000	$15000	$18000	$11000
Uruguaiana	$8000	$30000	$119000	$21000	$9000
Bagé	$12000	$32000	$14000	$20000	$9000
Rosário do Sul	$15000	$35000	$4000	$22000	$10000

7. O Rio de Janeiro está preparando uma campanha de vacinação. O mapa abaixo mostra uma suposta localização de postos de vacinação. Cada posto de vacinação pode ser transformado em um posto de coordenação e distribuição de vacinas. Para facilitar a logística, um ponto de coordenação não deve atender mais do que quatro postos de vacinação. Modele o problema utilizando a teoria dos grafos e determine a quantidade mínima de postos de coordenação necessários para que todos os postos de vacina sejam apoiados por pelo menos um posto de coordenação.



8. Uma escola deve programar a distribuição dos exames especiais de forma que os alunos não tenham que fazer mais do que um exame por dia. Existem oito disciplinas no curso e a secretaria organizou um quadro que marca com um asterisco as disciplinas que possuem alunos em comum. Utilizando a teoria dos grafos, responda quantos dias de exame serão necessários.

	Português	Matemática	História	Geografia	Inglês	Biologia	Química	Física
Português	-	*	-	*	-	*	*	*
Matemática		-	*	-	-	-	*	*
História			-	*	-	-	-	*
Geografia				-	*	*	-	*
Inglês					-	*	-	-
Biologia						-	*	-
Química							-	*
Física								-

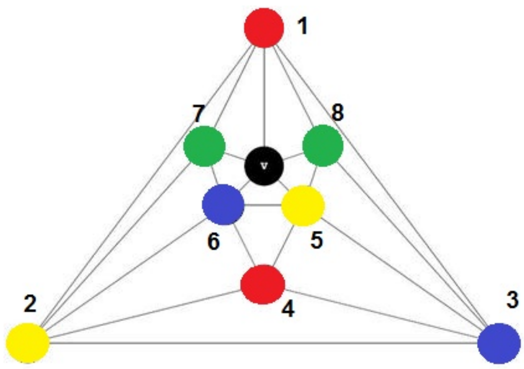
9. Em uma creche há 10 crianças matriculadas, porém, nunca estão todas ao mesmo tempo na creche. É necessário planejar os escaninhos em que os pais deixam as refeições das crianças. A tabela abaixo apresenta a permanência de cada criança (enumeradas de 1 a 10) na creche nos horários entre 7:00 e 12:00 – o horário em que a creche funciona. Um asterisco indica que uma determinada criança está na creche no horário indicado, e deve ter um escaninho reservado para sua refeição. Modele o problema utilizando a teoria de grafos e determine o número mínimo de escaninhos necessários para que cada criança tenha um escaninho individual.

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
07:00	*	-	-	-	*	-	-	*	-	-

08:00	*	*	*	-	*	-	-	*	-	-
09:00	*	*	*	-	-	*	-	*	-	*
10:00	*	*	-	-	-	*	*	-	*	*
11:00	*	-	-	*	-	-	*	-	*	*
12:00	-	-	-	*	-	-	-	-	*	*

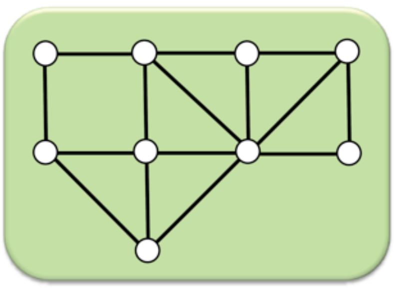
10. Existem *n* experimentos biológicos sendo processados *e*1, *e*2,..., *ei* em determinado laboratório. Cada um desses experimentos possui várias lâminas de ensaio que devem ser mantidas refrigeradas segundo uma temperatura constante em um intervalo de temperatura [*li*, *hi*] . A temperatura pode ser fixada livremente dentro do intervalo, contudo, uma vez fixada, não mais poderá ser alterada, sob pena de destruir os elementos biológicos. Dados os intervalos e sabendo-se que cada refrigerador é grande o suficiente para preservar todas as lâminas de todos os experimentos, cada refrigerador deverá funcionar em apenas uma temperatura. Modele o problema utilizando a teoria de grafos e determine o menor número possível de refrigeradores capazes de atender ao laboratório.

11. Determine a cor do vértice *v* no grafo abaixo dentre verde, vermelho, amarelo e azul, utilizando operações de troca em cadeias Kempe.

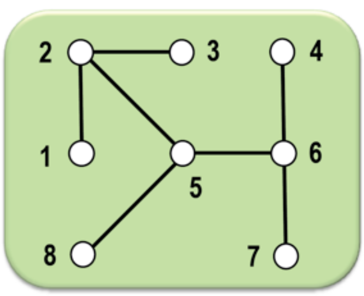


12. Justifique: O número cromático é invariante sob isomorfismo. Em outras palavras, se G e H são grafos isomorfos então $\chi(G) = \chi(H)$.

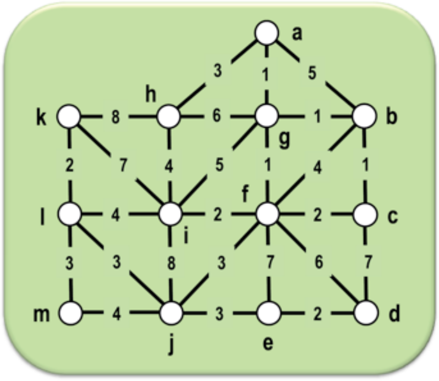
13. Identifique 3 das árvores geradoras do grafo abaixo.



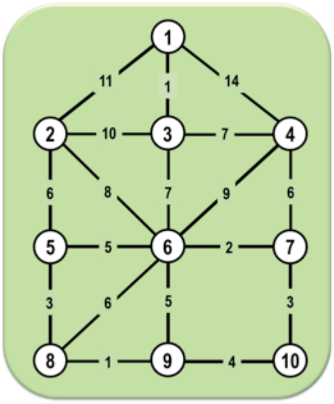
14. Identifique todas árvores geradoras do grafo abaixo.



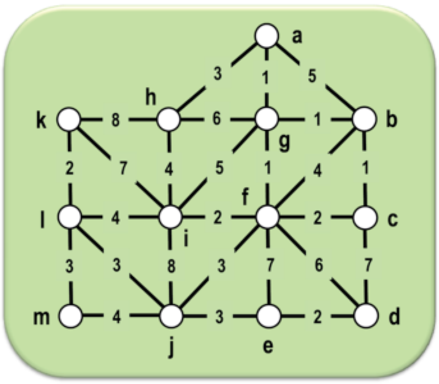
15. Execute o algoritmo de Prim para o grafo abaixo.



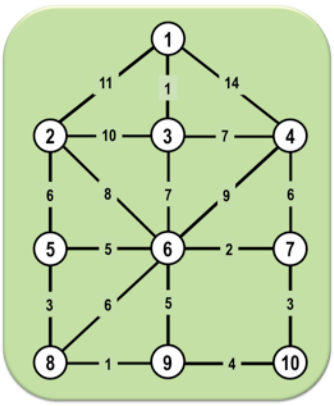
16. Execute o algoritmo de Prim para o grafo abaixo.



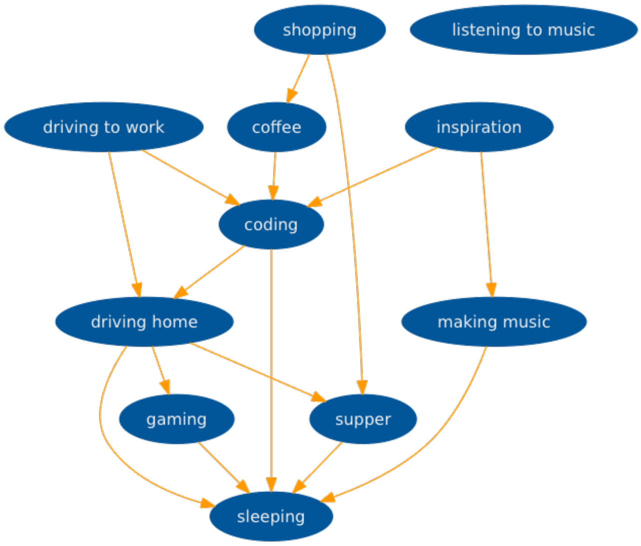
17. Execute o algoritmo de Kruskal para o grafo abaixo.



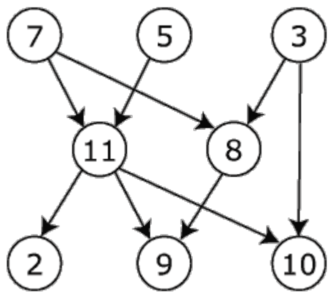
18. Execute o algoritmo de Kruskal para o grafo abaixo.



19. Execute o algoritmo de Kahn para obtenção de ordenações topológicas para o grafo abaixo.



20. Execute o algoritmo baseado em DFS para obtenção de ordenações topológicas para o grafo abaixo.



Gabarito Exemplo

As questões 1-4 devem ser respondida por meio de tabelas. Adeque a quantidade de linhas de acordo com cada rede.

a. Indique na tabela cada arco da rede e o fluxo viável associado.

Fluxo viável	
Arco	Fluxo
(vértice s, vértice 1)	X
(vértice 1, vértice 2)	Y
(vértice 2, vértice 3)	Z
(vértice 3, vértice t)	A

b. Semelhante à letra (a), porém, agora relacionado ao fluxo máximo. Preencha também a segunda tabela referente ao corte mínimo.

Fluxo máximo	
Arco	Fluxo
(vértice s, vértice 1)	X
(vértice 1, vértice 2)	Y
(vértice 2, vértice 3)	Z
(vértice 3, vértice t)	A

Capacidade do corte mínimo:
X = { }
X' = { }

5. Esta resposta deve indicar as transformações realizadas nas matrizes pelo algoritmo Húngaro em cada operação realizada. Ao final, apresente a solução e o valor associado. Adeque as dimensões das matrizes aos problemas tratados.

-x

-y

*			
	*		
		*	
			*

Valor da solução: XYZ

6. Idem ao anterior.

7. Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.

8. Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.

9. Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.

10. Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.

11. Apresente textualmente as cadeias Kempe utilizadas para eliminar a cor preta, indicando as novas cores dos vértices envolvidos. Alternativamente, o diagrama do grafo também pode ser apresentado.

12. Esta é uma questão dissertativa.

13. Esta resposta deve conter os diagramas das árvores geradoras do grafo.

14. Esta resposta deve conter os diagramas das árvores geradoras do grafo.

15. Esta resposta deve conter apenas a árvore geradoras mínima geradas pelo algoritmo.

16. Idem ao anterior.

17. Idem ao anterior.

18. Idem ao anterior.

19. Esta resposta deve conter apenas a ordenação topológica gerada: *L={a, b, c, d, e}.*

20. Idem ao anterior.