UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MTM 131 – Geometria Analítica e Cálculo Vetorial – 2019/2

Prof. Fabiana Lopes Fernandes

Lista L2P4 – Planos

1. Determine a equação reduzida do plano nos seguintes casos:

(a) Determinado pelos pontos $A = (-2, 1, 0)$, $B = (-1, 4, 2)$ e $C = (0, -2, 2)$.

(b) Paralelo ao plano $\pi : 2x - 3y - z + 5 = 0$ e passa pelo ponto (4,-1,2).

(c) Perpendicular à reta $r : \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 5 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ e contém o ponto (-1,0,2).

(d) Determinado pelas retas $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4t \\ z = -1 + 6t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = s \\ y = 1 + 2s \\ z = -2 + 3s \end{cases}$

(e) Perpendicular ao eixo x e passa pelo ponto $(2, 7, -1)$.

(f) Determinado pelas retas $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ e $\frac{1-x}{2} = -y - 2 = \frac{z-3}{2}$

(g) Determinado pelo ponto (3,-1,2) e pela reta $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t. \end{cases}$

(h) Determinado pelo ponto $(3, -2, -1)$ e pela reta de interseção dos planos $\pi_1 : x + 2y + z - 1 = 0$ e $\pi_2 : 2x + y - z + 7 = 0$.

(i) Determinado pelo ponto $P = (1, 2, 1)$ e pela interseção dos planos $\pi_1 : x - 2y + z = 3$ e $\pi_2 : x = 0$.

(j) Determinado pelo ponto $(1, -2, 3)$ e pela reta $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

2. Determine um vetor unitário ortogonal ao plano determinado pelos pontos $A = (2, -1, 2)$, $B = (1, 0, -1)$ e $C = (3, 2, 1)$.

3. Determine a e b de modo que o plano $\pi_1 : ax + by + 4z - 1 = 0$ seja paralelo ao plano $\pi_2 : 3x - 5y - 2z + 5 = 0$.

4. Determine m de modo que os planos $\pi_1 : 2mx + 2y - z = 0$ e $\pi_2 : 3xs - my + 2z - 1 = 0$ sejam perpendiculares.

5. Determine a interseção da reta que passa pela origem e tem $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{i}} + 2\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$ como vetor diretor, com o plano $2x + y + z - 5 = 0$.

6. Dado o ponto $P = (4, 1, -1)$ e a reta $r : (x, y, z) = (2 + t, 4 - t, 1 + 2t)$, mostre que $P \notin r$ e obtenha a equação geral do plano determinado por r e P.

7. Dados os planos $\pi_1 : x - y + z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x + y - z + 1 = 0$, determine a equação do plano que contém a reta de interseção entre π_1 e π_2 e é ortogonal ao vetor $\vec{\mathbf{n}} = (-1, 1, -1)$.

8. Obtenha as equações paramétricas da reta que contém o ponto $P = (1, 0, 1)$ e é paralela aos planos $\pi_1 : 2x + 3y + z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x - y + z = 0$.

9. Mostre que a reta $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases}$ é paralela ao plano $\pi : x + 2y + z + 3 = 0$.

10. Mostre que a reta $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$ está contida no plano $\pi : 2x + y - 3z - 1 = 0$.

11. Calcule os valores de m e n para que a reta $r : \begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$ esteja contida no plano $\pi : nx + my - z - 2 = 0$.

12. Seja r a reta determinada pela interseção dos planos $\pi_1 : x+y-z = 0$ e $\pi_2 : 2x-y+3z-1 = 0$. Obtenha a equação do plano que contém o ponto $A = (1, 0, -1)$ e a reta r.

13. Determine o ponto simétrico a $P = (4, -7, 4)$ em relação ao plano $\pi : x - 3y + z + 4 = 0$.

14. Determine a equação reduzida do plano que contém os pontos $A = (2, -1, 6)$ e $B = (1, -2, 4)$ e é perpendicular ao plano $\pi : x - 2y - 2z + 9 = 0$.

15. Considere os vetores $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} + 2\vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{b}} = 2\vec{\mathbf{i}} - \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$ e $\vec{\mathbf{c}} = \vec{\mathbf{i}} - 2\vec{\mathbf{j}}$. Seja π o plano paralelo aos vetores $\vec{\mathbf{b}}$ e $\vec{\mathbf{c}}$ e r uma reta ortogonal a π. Determine o comprimento da projeção ortogonal do vetor $\vec{\mathbf{a}}$ sobre a reta r.

16. Determine as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto dado e é paralela à reta de interseção dos planos π_1 e π_2.

(a) $(1, 2, 0)$; $\pi_1 : 2x - y - z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x + 3y + 2z = 4$

(b) $(4, -1, 3)$; $\pi_1 : 2x - y - z + 3 = 0$ e $\pi_2 : 17x + 9y + 3z + 3 = 0$

17. Determine, se existir, o ponto de interseção e o plano determinado pelas retas $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 4 + 2s \\ z = -1 - 4s \end{cases}$

18. Para o plano de equação reduzida

(a) $\pi_1 : 5x + 4y + 10z - 20 = 0$ **(b)** $\pi_2 : 3x + 2z = 12$,

determine:

(i) o ponto de interseção com o eixo x;

(ii) o ponto de interseção com o eixo y;

(iii) o ponto de interseção com o eixo z;

(iv) a reta de interseção com o plano xy;

(v) a reta de interseção com o plano xz;

(vi) a reta de interseção com o plano yz;

(vii) faça um esboço do plano.

RESPOSTAS

1. **(a)** $12x + 2y - 9z + 22 = 0$

(b) $2x - 3y - z + 1 = 0$

(c) $3x - 2y + z + 1 = 0$

(d) $5x + 2y - 3z = 2$

(e) $y = 7$

(f) $5x - 2y + 4z = 21$

(g) $x + y - 2 = 0$

(h) $2x + 3y + z + 1 = 0$

(i) $6x - 2y + z = 3$

(j) $3x + 2y + 1 = 0$

2. $\pm\frac{\sqrt{6}}{3}(1, -1, -1)$

3. $a = -6$ e $b = 10$

4. $m = \frac{1}{2}$

5. $(1, 2, 1)$

6. $8x + 6y - z - 39 = 0$

7. $x - y + z + 1 = 0$

8. $r : \left\{ \begin{array}{rcrcr} x & = & 1 & + & 4t \\ y & = & & - & t \\ z & = & 1 & - & 5t \end{array} \right.$

11. $m = -2$ e $n = 3$

12. $3x + 2z - 1 = 0$

13. $(-2, 11, -2)$

14. $2x + 4y - 3z + 18 = 0$

15. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

16. **(a)** $\left\{ \begin{array}{rcrcr} x & = & 1 & + & t \\ y & = & 2 & - & s \\ z & = & t & & \end{array} \right.$

(b) $\left\{ \begin{array}{rcrcr} x & = & 4 & - & 6t \\ y & = & -1 & + & 23t \\ z & = & 3 & - & 35t \end{array} \right.$

17. $(1, 2, 3)$ e $20x - 12y - z = 7$

18. **(a)** (i) $(4, 0, 0)$

(ii) $(0, 5, 0)$

(iii) $(0, 0, 2)$

(iv) $\left\{ \begin{array}{l} 5x + 4y = 20 \\ z = 0 \end{array} \right.$

(v) $\left\{ \begin{array}{l} x + 2z = 4 \\ y = 0 \end{array} \right.$

(vi) $\left\{ \begin{array}{l} 2y + 5z = 10 \\ x = 0 \end{array} \right.$

(b) (i) $(4, 0, 0)$

(ii) $\nexists$

(iii) $(0, 0, 6)$

(iv) $\left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array} \right.$

(v) $\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2z = 12 \\ y = 0 \end{array} \right.$

(vi) $\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 6 \end{array} \right.$