

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

MTM 131 – Geometria Analítica e Cálculo Vetorial – 2019/2  
Prof. Fabiana Lopes Fernandes

Lista L4P2 – Cônicas

**Instruções:** Utilizar apenas conceitos e fórmulas vistos em aula para resolver os exercícios. Bom trabalho!

1. Em cada item, complete os quadrados e identifique qual curva a equação representa. Esboce-a no plano cartesiano, indicando seus principais elementos, como centro, vértices, focos, assíntotas etc.

- |  |  |
|--|--|
| (a) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$          | (l) $x^2 - 2x - 3y - 5 = 0$                |
| (b) $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$         | (m) $y^2 - 4y - 2x + 2 = 0$                |
| (c) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$          | (n) $y^2 - 6y + 3x + 21 = 0$               |
| (d) $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 49 = 0$        | (o) $x^2 - 2x - 2y - 5 = 0$                |
| (e) $2x^2 + y^2 + 16x - 4y + 32 = 0$       | (p) $y^2 - 10y - 8x + 17 = 0$              |
| (f) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 8y + 29 = 0$      | (q) $4x^2 - 32x + 9y^2 - 36y + 64 = 0$     |
| (g) $3x^2 - 2y^2 - 42x - 4y + 133 = 0$     | (r) $25x^2 + 250x - 16y^2 + 32y + 209 = 0$ |
| (h) $x^2 - 3y^2 + 6x + 6y - 3 = 0$         | (s) $4x^2 + 40x + y^2 - 6y + 108 = 0$      |
| (i) $25y^2 - 16x^2 - 150y - 64x - 239 = 0$ | (t) $y^2 + 8y - 2x + 22 = 0$               |
| (j) $x^2 + 5y + 5 = 0$                     | (u) $3x^2 + 5y^2 - 6x - 12 = 0$            |
| (k) $y^2 - 2x + 6 = 0$                     |  |

2. Determine os pontos de interseção entre as curvas, cujas equações são dadas abaixo. Em seguida, esboce ambas as curvas em um mesmo sistema de coordenadas, exibindo os pontos de interseção.

- |   |   |
|---|---|
| (a) $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 20 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ | (b) $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 36 \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$ |
|---|---|

3. Identifique qual lugar geométrico que cada equação abaixo representa e esboce-o.

- |                                    |                                 |
|------------------------------------|---------------------------------|
| (a) $4y^2 + 8x - 96y - 240 = 0$    | (c) $3x^2 + 5y^2 - 6x - 12 = 0$ |
| (b) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ | (d) $x^2 - 2y^2 + 6x + 9 = 0$   |

4. Considere a parábola de equação  $y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ . Determine os valores de  $k$  para a reta  $r : x + 2y + k = 0$  seja:

- (a) secante à parábola;
- (b) tangente à parábola;
- (c) exterior à parábola.

## RESPOSTAS

- 1
  - (a) Circunferência:  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ ,  $C = (1, 3)$ ,  $R = 2$ .
  - (b) Circunferência:  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$ ,  $C = (-3, 2)$ ,  $R = 5$
  - (c) Ponto  $(-1, 2)$
  - (d) Conjunto vazio
  - (e) Elipse:  $\frac{(x+4)^2}{2} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ ,  $C = (-4, 2)$ ,  $V = (\pm 4, 4)$ ,  $F = (-4, 2 \pm \sqrt{6})$
  - (f) Elipse:  $\frac{(x+3)^2}{2} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$ ,  $C = (-3, 2)$ ,  $V = (-3, 2 \pm \sqrt{3})$ ,  $F_1 = (-3, 1)$ ,  $F_2 = (-3, 3)$
  - (g) Hipérbole:  $\frac{(x-7)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{6} = 1$ ,  $C = (7, -1)$ ,  $F = (7 \pm \sqrt{10}, -1)$ ,  $V_1 = (5, -1)$ ,  $V_2 = (9, -1)$ ,  
assíntotas  $y + 1 = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}(x - 7)$
  - (h) Hipérbole:  $\frac{(x-3)^2}{3} - (y-1)^2 = 1$ ,  $C = (-3, 1)$ ,  $V = (-3 \pm \sqrt{3}, 1)$ ,  $F_1 = (-1, 1)$ ,  $F_2 = (-5, 1)$ ,  
assíntotas  $y - 1 = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}(x + 3)$
  - (i) Hipérbole:  $\frac{(y-3)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{25} = 1$ ,  $C = (-2, 3)$ ,  $V_1 = -2, 7$ ,  $V_2 = (-2, -1)$ ,  $F = (-2, 3 \pm \sqrt{41})$ ,  
assíntotas  $y + 2 = \pm \frac{4}{5}(x - 3)$
  - (j) Parábola:  $x^2 = -5(y+1)$ ,  $V = (0, -1)$ ,  $p = \frac{5}{4}$ ,  $F = (0, -\frac{9}{4})$ ,  $d: y = \frac{1}{4}$
  - (k) Parábola:  $y^2 = 2(x-3)$ ,  $V = (3, 0)$ ,  $p = 1/2$ ,  $F = (\frac{7}{2}, 0)$ ,  $d: x = 1/2$
  - (l) Parábola:  $(x-1)^2 = 3(y+2)$ ,  $V = (1, -2)$ ,  $p = 3/4$ ,  $F = (1, -\frac{5}{4})$ ,  $d: y = -\frac{11}{4}$
  - (m) Parábola:  $(y-2)^2 = 2(x-1)$ ,  $V = (1, 2)$ ,  $p = 1/2$ ,  $F = (\frac{3}{2}, 2)$ ,  $d: x = \frac{1}{2}$
  - (n) Parábola:  $(y-3)^2 = -3(x+4)$ ,  $V = (-4, 3)$ ,  $p = 3/4$ ,  $F = (-4, \frac{12}{4})$ ,  $d: x = 1/2$
  - (o) Parábola:  $(x-1)^2 = 2(y+3)$ ,  $V = (1, -3)$ ,  $p = 1/2$ ,  $F = (1, -\frac{5}{2})$ ,  $d: y = -\frac{7}{2}$
  - (p) Parábola:  $(y-5)^2 = -8(x+1)$ ,  $V = (-1, 5)$ ,  $p = 2$ ,  $F = (-3, 5)$ ,  $d: x = 1$
  - (q) Elipse:  $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ ,  $C = (4, 2)$ ,  $V_1 = (7, 2)$ ,  $V_2 = (1, 2)$ ,  $F = (4 \pm \sqrt{5}, 2)$
  - (r) Hipérbole:  $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ ,  $C = (-5, 1)$ ,  $V_1 = (-9, 1)$ ,  $V_2 = (-1, 1)$ ,  $F = (-5 \pm \sqrt{41}, 1)$ ,  
 $y - 1 = \pm \frac{5}{4}(x + 5)$
  - (s) Elipse:  $4(x+5)^2 + (y-3)^2 = 1$ ,  $C = (-5, 3)$ ,  $V_1 = (-5, 2)$ ,  $V_2 = (-5, 4)$ ,  $F = (-5, 3 \pm \frac{\sqrt{3}}{2})$
  - (t) Parábola:  $(y+4)^2 = 2(x-3)$ ,  $V = (3, -4)$ ,  $F = (\frac{7}{2}, 4)$ ,  $d: x = 5/2$
  - (u) Elipse:  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ ,  $C = (1, 0)$ ,  $V = (1 \pm \sqrt{5}, 0)$ ,  $F = (1 \pm \sqrt{2}, 0)$
- 2
  - (a)  $(2, 2)$  e  $(4, 1)$
  - (b)  $(2, 2\sqrt{2})$  e  $(-2, -2\sqrt{2})$
- 3
  - (a) Parábola:  $(y-2)^2 = -2(x-102)$ ,  $V = (102, 12)$ ,  $p = 1/2$ ,  $F = (\frac{203}{2})$ ,  $d: x = \frac{205}{2}$
  - (b) Circunferência:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ ,  $C = (-1, 2)$ ,  $R = 5$
  - (c) Elipse:  $\frac{(x-1)^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ ,  $C = (1, 0)$ ,  $F = (1 \pm \sqrt{2}, 0)$ ,  $V = (1 \pm 5, 0)$
  - (d) Par de retas:  $y = \pm \frac{x+3}{z\sqrt{2}}$
- 4
  - (a)  $k < 8$ , (b)  $k = 8$ , (c)  $k > 8$