

## Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB Departamento de Computação – DECOM Disciplina: Teoria dos Grafos Professor: Marco Antonio M. Carvalho

ICEB

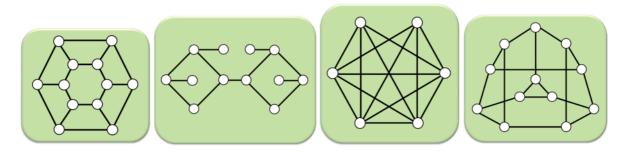
decom

departamento
de computação

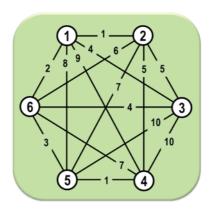
## Lista de Exercícios 02

## Instruções

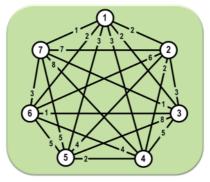
- A resolução da lista de exercícios deve ser entregue em um arquivo formato PDF legível no *Moodle*;
- Ao final desta lista de exercícios, está disponível o padrão para as respostas;
- A resolução deve considerar estritamente a mesma numeração e ordem dos exercícios;
- A avaliação da lista de exercícios consiste de: (I) aderência ao enunciado e ao padrão das respostas; (II) verificação de plágio; (III) verificação da corretude das respostas. As três etapas da avaliação são eliminatórias;
- Somente exercícios corretos serão considerados para frequência. Cada exercício das listas e cada caso de testes do estudo dirigido possui o mesmo peso.
- 1. O grafo de Petersen é planar? Prove utilizando a versão correta da fórmula derivada da fórmula de Euler.
- 2. Prove que o complemento de um circuito de comprimento 6 é planar.
- 3. Prove que toda árvore é planar.
- 4. Mostre que se um grafo G não é 2-conexo, então G não é hamiltoniano.



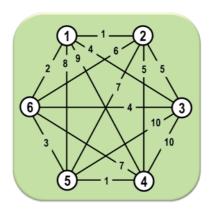
- 5. Considerando os grafos acima, determine se cada um é hamiltoniano.
- 6. Considerando os grafos acima, determine se cada um é Euleriano.
- 7. Considerando os grafos acima, determine se cada um é semi-hamiltoniano.
- 8. Considerando os grafos acima, determine se cada um é semi-euleriano.
- 9. Execute o algoritmo de Fleury para os grafos acima que estão de acordo com o teorema de Euler.
- 10. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do caixeiro viajante utilizando o algoritmo visto em aula.



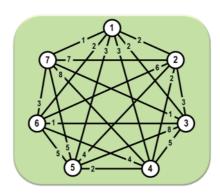
11. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do caixeiro viajante utilizando o algoritmo visto em aula.



12. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do carteiro chinês utilizando o algoritmo visto em aula.



13. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do carteiro chinês utilizando o algoritmo visto em aula.



14. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.

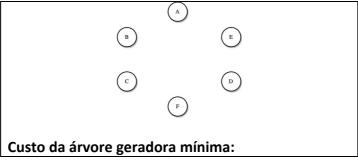
- "Um veículo deve atender a uma determinada região, fazendo entregas pré-definidas. É necessário determinar a rota de menor comprimento para tanto."
- 15. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.
  - "A prefeitura de uma cidade está recadastrando todos os imóveis de uma cidade para o cálculo do IPTU. Os funcionários fazem este serviço a pé, já que precisam visitar todas as casas de todas as ruas. É necessário determinar a rota que os funcionários caminharão, havendo preferência pelas rotas mais curtas."
- 16. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.
  - "Durante o projeto de um chip, você deve minimizar o uso do material utilizado para fazer as conexões entre os componentes, dado que a localização dos componentes é pré-definida."
- 17. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.
  - "Voluntários de um órgão de proteção à natureza planejam limpar as margens de todos rios de uma região. No entanto, há vários cruzamentos entre diferentes rios. Como os voluntários farão o serviço a pé, eles estão interessados em obter a menor rota única para que o serviço seja realizado. Considere que as duas margens de cada rio são limpas ao mesmo tempo."

## **Gabarito Exemplo**

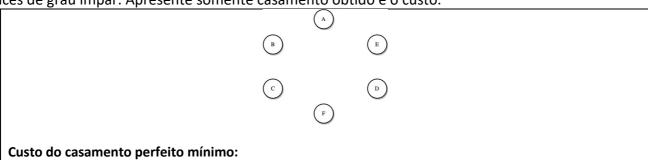
- 1. Esta resposta é dissertativa e deve apresentar também a aplicação da fórmula indicada no enunciado.
- 2. Esta resposta é dissertativa e deve apresentar também a aplicação da fórmula indicada no enunciado.
- 3. Esta resposta é puramente dissertativa.
- 4. Esta é uma questão dissertativa.
- 5. Indique as respostas para cada grafo, enumerando-os de 1 a 4, da esquerda para a direita.
- 6. Idem ao anterior.
- 7. Idem ao anterior.
- 8. Idem ao anterior.
- 9. Indique a ordem dos vértices nos ciclos eulerianos encontrados, por exemplo [1, 2, 3, 4].
- 10-11. Apresente o passo a passo conforme indicado abaixo.

Apresente o diagrama das etapas da aplicação do algoritmo de Christofides para o caixeiro viajante conforme exemplificado abaixo para um grafo hipotético de seis vértices. Preencha as arestas de acordo com o desenvolvimento do exercício e adeque o número de vértices para cada grafo tratado no exercício.

Determine a árvore geradora mínima:



Considerando a árvore geradora mínima, determine o casamento perfeito de custo mínimo entre os vértices de grau ímpar. Apresente somente casamento obtido e o custo.



Apresente o grafo resultante da união da árvore geradora mínima e do casamento perfeito de custo mínimo e determine um ciclo Euleriano bem como seu custo.

		A			
	В		E		
	С		D		
		F			
Custo do ciclo Euleriano:					

Determine um ciclo Hamiltoniano no grafo original a partir do ciclo Euleriano obtido no passo anterior.

Ciclo:

Custo do ciclo Hamiltoniano:

12-13. Apresente as arestas adicionadas para solução do problema do carteiro chinês, bem como o ciclo Euleriano obtido e o custo associado. Adeque para cada grafo tratado no exercício.

Arestas adicionadas: {a, b}, {b, c}

Ciclo Euleriano: [a, b, c, a, b, c]

Custo do ciclo Euleriano: 32

- 14. Estas é uma questão dissertativa. Modele genericamente cada problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.
- 15. Idem ao anterior.
- 16. Idem ao anterior.
- 17. Idem ao anterior.