

Escuela de Verano

COFM52-1 Física de partículas: Un viaje a la descripción fundamental del universo

Profesor: Luis Mora Lepin

Auxiliar: Bianca Zamora Araya



Auxiliar 1: Aplicando los fundamentos físicos del Modelo Estándar

11 de julio de 2022

Calcule lo que se pide a continuación.

Trabaje utilizando como unidad de medida eV y c , y aplicando prefijos físicos (de ser necesario).

P1. [Einstein y sus ecuaciones]

- a) Encuentre una expresión para la energía relativista de un protón cuya masa es m_p y posee momentum de $2m_p c$. Luego evalúe la expresión para obtener un resultado numérico, considerando que la masa de un protón es $\approx 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- b) Determine la masa invariante de una partícula cuya energía relativista total es $\approx 5000 \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \text{ J}$, y que posee un momentum de $\approx 4000 \cdot 5,34 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \frac{m}{s}$.

P2. [Ondas y de De Broglie]

- a) Encuentre la longitud de onda de De Broglie de un gatito de 4 kg que camina a $5 \frac{m}{s}$.
- b) Para observar objetos pequeños, se mide la difracción de las partículas cuya longitud de onda de De Broglie sea similar al tamaño del cuerpo en cuestión. Determine la energía cinética de un electrón que se necesita para observar una molécula orgánica de tamaño 10 nm . Recuerde que la masa del electrón es $\approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

P3. [Incertidumbre... Heisenberg, ¿qué es lo que realmente sabemos?]

- a) Determine la incertidumbre mínima en la energía, de una partícula que viaja a una velocidad aproximada de c y que recorre una distancia de $4,5 \cdot 10^{-17} \text{ m}$.
- b) Determine la incertidumbre mínima en la posición de un neutrón (considere que su masa es $\approx 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) y de una bola de bowling de 6 kg , que viajan a una velocidad de $1 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s}$, y responda.
 - i) ¿A qué otra partícula sería aplicable la aproximación del neutrón? Argumente.
 - ii) Explique a qué se debe la diferencia entre los resultados para la bola de bowling y para el neutrón.

Resumen

■ Sistema Internacional de Unidades:

Sistema constituido por siete unidades básicas, elegidas por convención que definen las dimensiones físicas fundamentales. El resto de unidades de medida (y de dimensiones físicas) corresponden a un conjunto de estas.

Unidad	Símbolo	Magnitud	Dimensión
Metro	m	Longitud	L
Kilogramo	kg	Masa	M
Segundo	s	Tiempo	T
Kelvin	K	Temperatura	θ
Amperio	A	Intensidad de corriente eléctrica	I
Candela	cd	Intensidad luminosa	J
mol	mol	Cantidad de sustancia	N

■ Unidades de medida:

Corresponden a una cantidad estandarizada para una magnitud física. Por ejemplo: segundos (s), para tiempo; metros (m), centímetros (cm), para longitudes; Newtons (N), dina (dyn), para fuerza; Joules (J), Electronvolts (ev), gramos (g), para energía y masa; etcétera.

■ Unidades dimensionales:

Como existen distintas unidades de medida para una misma magnitud física, estas se pueden generalizar un poco más como “unidades dimensionales”, que clasifican según si estas son de tiempo (T), de longitud (L), de fuerza (F), de energía (E), de masa (M), entre otros. Esto es útil para simplificar el **análisis dimensional**, acción permite discernir en si una cantidad numérica es o no coherente dimensionalmente.

■ Notación científica:

Manera de escribir los números según potencias de 10. Ciertas potencias de 10, dependiendo de su exponente, poseen un nombre y símbolo aceptado como convención para su uso abreviado en las unidades de medida: los prefijos.

■ Tipos de magnitud:

● Magnitud vectorial:

Cantidad que queda completamente determinada por su dirección y sentido.

● Magnitud escalar:

Cantidad que queda completamente determinada por su valor numérico y una unidad de medida.

Las cantidades físicas pueden cuantificarse como solo uno de los dos tipos de magnitudes que existen.

■ Principales prefijos físicos:

¡Son muy útiles en la física de partículas! Esto ya que las cantidades a trabajar suelen ser bastante pequeñas.

Nombre	Símbolo	Valor
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
Hecto	h	10^2
Deca	da	10^1
Deci	d	10^{-1}
Centi	c	10^{-2}
Mili	m	10^{-3}
Micro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}

■ Conceptos básicos de física, relacionados al curso:

● Vector:

Se entenderá como un *ente* geométrico dotado de magnitud, dirección y sentido.

● Sistema de referencias:

Conjunto de coordenadas (temporales y espaciales) establecidas por un observador que permiten medir el movimiento de un cuerpo, entre otras características.

Por lo general, se utiliza el sistema ortogonal (perpendicular) común, de ejes x , y , z . Para denotar la dirección en el plano de un cuerpo, se utilizan los **vectores unitarios** \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} (que van en la dirección x , y , z , respectivamente; y se antepone un signo – cuando van en el sentido contrario).

● Posición:

Cantidad vectorial que cuantifica la ubicación de un cuerpo con respecto a un punto en el sistema de referencias. Posee dimensiones de longitud (S).

● Desplazamiento:

Cantidad vectorial que consiste en el cambio de posición. Posee dimensiones de longitud (L).

● Trayectoria:

Se puede pensar como la línea imaginaria que grafica todas las posiciones de un cuerpo, durante un movimiento.

- **Distancia:**

Cantidad escalar; corresponde a la longitud total de la trayectoria realizada por un cuerpo. Posee dimensiones de longitud (L). Notar que el desplazamiento es, generalmente, distinto a la distancia.

- **Velocidad:**

Cantidad vectorial dada por la variación de la posición de un objeto en un intervalo de tiempo. Posee dimensiones de longitud sobre unidades de tiempo ($\frac{L}{T}$).

$$c \approx 300000 \left(\frac{km}{s} \right) = 3 \cdot 10^5 \left(\frac{km}{s} \right)$$

Importante: la velocidad de la luz es el límite cosmológico; ningún cuerpo (partícula) puede tener una rapidez mayor.

- **Rapidez:**

Cantidad escalar que corresponde a la magnitud de la velocidad, de dimensiones de longitud sobre unidades de tiempo ($\frac{L}{T}$).

- **Aceleración:**

Cantidad vectorial dada por la variación de velocidad de un cuerpo, durante el tiempo. Posee dimensiones de longitud sobre unidades de tiempo al cuadrado ($\frac{L}{T^2}$).

- **Masa:**

Cantidad escalar que se define clásicamente como la cantidad de materia que posee un objeto. También se define como una propiedad inherente a los cuerpos, que cuantifica su resistencia al cambio de velocidad. Posee dimensiones de masa (M). (¡¡No confundir con el *peso*!! Aunque coloquialmente se usan como sinónimos, en física no representan lo mismo).

- **Fuerza:**

Cantidad vectorial que provoca un cambio en el movimiento de un cuerpo (importante notar que: la fuerza no *causa* movimiento, sino un cambio en él). Posee dimensiones de masa por longitud, sobre tiempo al cuadrado, es decir, de fuerza ($\frac{M \cdot L}{T^2} = F$).

- **1º Ley de Newton:**

Establece el **principio de inercia**, que indica que, en ausencia de fuerzas, los cuerpos tienden a permanecer en su estado de movimiento, es decir, en reposo o con velocidad constante, en consecuencia, sin aceleración.

$$\sum \vec{F} = 0 \implies \vec{a} = 0$$

- **2º Ley de Newton:**

Establece la **definición de fuerza**.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- **3º Ley de Newton:**

Cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el otro cuerpo ejerce una fuerza con igual magnitud, pero sentido opuesto; se conoce como el **acción y reacción**.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- **Energía:**

La energía es la capacidad de un cuerpo de realizar un trabajo, es decir, de transformar su entorno. Existen distintos tipos de energía, que sumadas componen a la **energía mecánica** de un sistema.

- **Energía cinética:**

Asociada al movimiento de un cuerpo.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- **Energía potencial elástica:**

Asociada a un cuerpo bajo una fuerza elástica.

$$U_e = \frac{1}{2}k\delta^2 = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$$

- **Energía potencial gravitatoria:**

Asociada a un cuerpo en altura.

$$U_g = mgh$$

- **Energía mecánica:**

$$EM_{total} = \sum K + \sum U$$

- **Momentum lineal:**

También denominado **momento lineal** o solo **momento**, corresponde a la cantidad vectorial que corresponde a la velocidad de un cuerpo ponderada por su masa. Posee dimensiones de masa por longitud, sobre tiempo ($\frac{M \cdot L}{T}$).

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Por consecuencia directa de las leyes de Newton, cuando no actúan fuerzas externas, el momentum se conserva:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \implies \Delta \vec{p} = 0$$

Es decir

$$\vec{p}_{final} - \vec{p}_{inicial} = 0 \iff \vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

- **Colisión:**

Evento breve en que no hay fuerzas en el sistema a analizar (o sea... ¡la situación ideal para que se conserve el momentum!).

Existen distintos tipos de colisiones.

- **Colisión elástica:**

Durante esta interacción se conserva la energía cinética, los cuerpos sí recuperan su forma, y cada uno sigue de forma independiente al otro.

$$\Delta K = 0 = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\iff m_1 \vec{v}_{1_i} + m_2 \vec{v}_{2_i} = m_1 \vec{v}_{1_f} + m_2 \vec{v}_{2_f}$$

- **Colisión inelástica:**

Durante esta interacción la energía cinética no se conserva y los cuerpos no recuperan su forma.

- **Colisión inelástica perfecta:**

Durante esta interacción la energía cinética no se conserva, y los cuerpos mantienen su camino “juntos” (¡Este caso suele ser el más interesante!).

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\iff m_1 \vec{v}_{1_i} + m_2 \vec{v}_{2_i} = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

- **Onda:**

Corresponde a una propagación de una perturbación de alguna propiedad del espacio.

- **Longitud de onda:**

Es la longitud de un pulso o solo de una onda, correspondiente a la distancia entre dos puntos equivalentes y consecutivos, pudiendo ser la distancia de tres nodos, dos montes o dos valles. Posee dimensiones de longitud (L).

- **Período y frecuencia:**

El período corresponde al tiempo que demora una onda en realizar una oscilación completa; sus dimensiones son de tiempo (T). Este valor es constante.

La frecuencia corresponde a la cantidad de oscilaciones que realiza una partícula, por unidad de tiempo; sus dimensiones son $\frac{1}{T}$.

Ambas cantidades son inversamente proporcionales:

$$f \cdot T = 1$$

- **Rapidez de propagación de ondas:**

Corresponde a la distancia por unidad de tiempo que se recorre.

$$V = \lambda f \iff V = \lambda \frac{1}{T}$$

- **Conceptos importantes para el Modelo Estándar:**

Si bien es importante tener en cuenta las nociones básicas de física, estas son aplicables para situaciones “clásicas”, vale decir, en que no se trabaja con velocidades que son fracciones de la velocidad de la luz c .

- **El electronvolt:**

Se define como la energía cinética de un electrón que es acelerado en una diferencia de potencial de 1 *volt* en el vacío.

$$1 [eV] \approx 1,602 \cdot 10^{-19} [J]$$

En física de partículas las cantidades a trabajar son muy pequeñas: es impráctico trabajar con las unidades de medida ofrecidas por $[J]$ o $[kg]$, por ello, se realiza esta conversión de unidades.

- **Relación de Einstein:**

Establece la energía total relativista.

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

Notemos que cuando una partícula está en reposo ($\vec{v} = 0$),

$$\vec{p} = 0 \implies E^2 = m^2 c^4 \iff E = mc^2$$

(¡La versión más popular! ¿O no?).

A partir del $[eV]$ y de esta relación, las unidades de medida de masa se pueden expresar en $1 \left[\frac{eV}{c^2} \right]$, y las de momentum en $1 \left[\frac{eV}{c} \right]$, donde c es la velocidad de la luz.

$$1 \left[\frac{eV}{c^2} \right] \approx 1,78 \cdot 10^{-36} [kg]$$

$$1 \left[\frac{eV}{c} \right] \approx 5,34 \cdot 10^{-28} \left[\frac{kgm}{s} \right]$$

- **Hipótesis de Louis de Broglie:**

De Broglie postula que las partículas (cuánticas) tienen una longitud de onda asociada a su momentum lineal:

$$\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|},$$

donde h es la constante de Planck

$$h \approx 6,63 \cdot 10^{-34} [J \cdot s] = 4,135 \cdot 10^{-15} [eV \cdot s]$$

- **Principio de Incertidumbre de Heisenberg:**

Este principio relaciona la incertidumbre en la posición con la incertidumbre en el momentum de una partícula.

$$\Delta \vec{x} \Delta \vec{p} \geq \frac{\hbar}{2} \iff \Delta \vec{x} \Delta \vec{p} \geq \frac{h}{4\pi},$$

También, existe una versión de este principio que relaciona la incertidumbre en la energía con la incertidumbre en el tiempo.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \iff \Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi},$$

donde h es la constante de Planck

$$h \approx 6,62 \cdot 10^{-34} [J \cdot s]$$

y se cumple que

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,054 \cdot 10^{-34} [J \cdot s]$$

El principio de Incertidumbre no se debe a un error experimental, sino que es una propiedad fundamental e inherente de las partículas cuánticas: mientras mayor precisión existe sobre su posición, menor precisión se puede tener sobre su momentum (y viceversa).

- **Partícula fundamental:**

Una partícula se dice *fundamental* si es que se conoce que no posee estructura interna, es decir, no tiene un volumen asociado ni está formado por otras partículas. Cada partícula se caracteriza según su masa, energía, cargas y spin.