

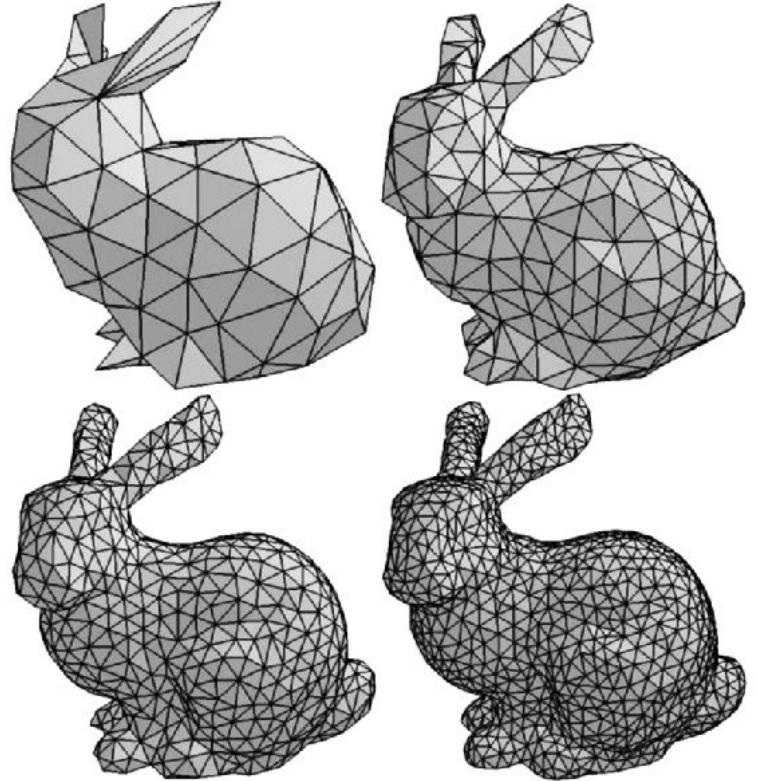
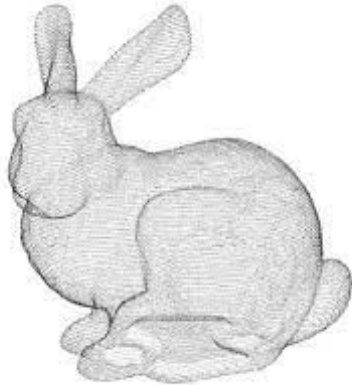


Compression des Maillages 3D

Codage et Compression
Master 1 Imagine

Maillages 3D Triangulaires

- Géométrie : un nuage des points
- Un point $v = (x, y, z)$
- Connectivité : des triangles
- Résolution peut être augmentée avec plus de points



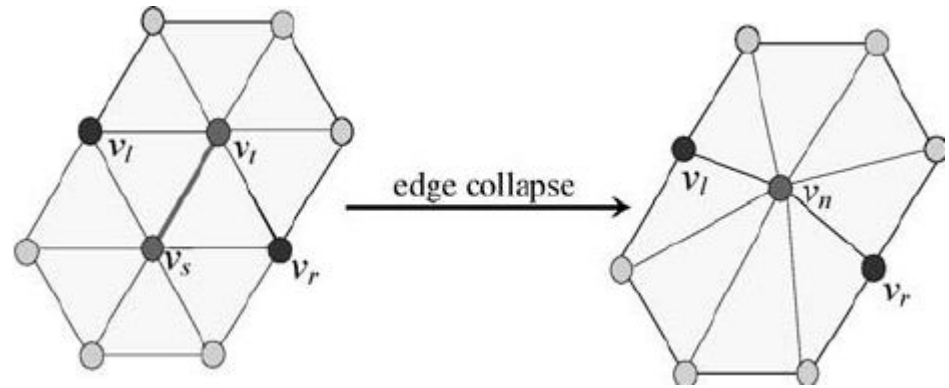
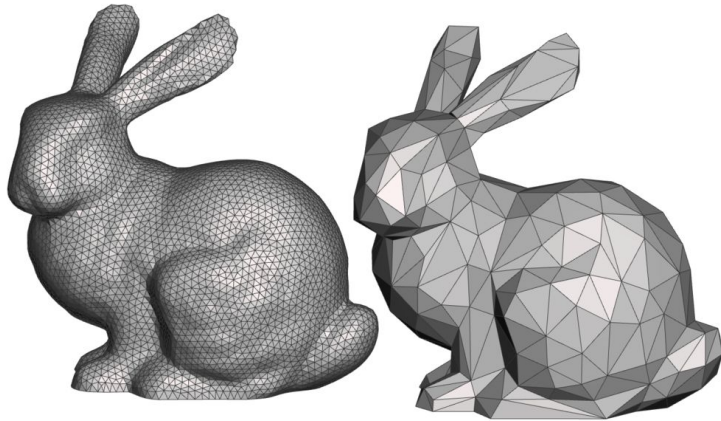
Maillages 3D Triangulaires

- Ils peuvent avoir d'autres caractéristiques aussi!
 - Texture
 - Normals
 -
- Tout peut être écrit dans le fichier



1^{re} Méthode de Compression 3D: Décimation

- Baisse de résolution
- Simplification: Edge collapse
- Lossy



Standard de Compression 3D : Draco

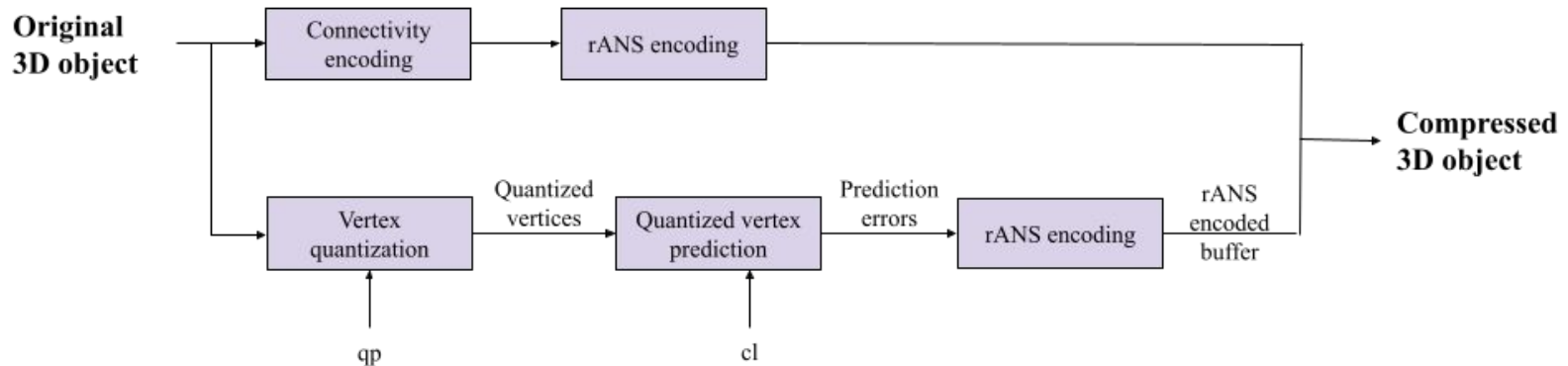
- Créé par Google
- Nouveau standard en industrie
- <https://google.github.io/draco/>



DRACO
3D DATA COMPRESSION

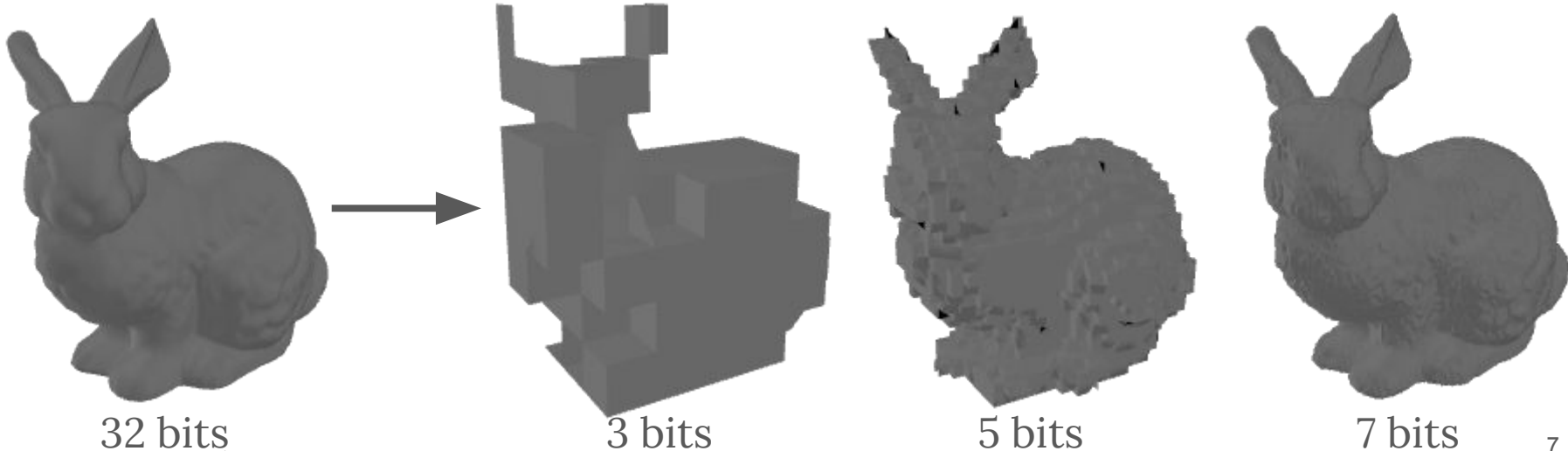
Draco Encoding : Les étapes principales

- Quantification des points
- Edgebreaker : Compression de connectivité
- Erreurs de prédiction : Compression de géométrie
- Encodage entropique (rANS)



Quantification

- Conserve uniquement certains bits par coordonnée
- Les MSB sont conservés
- Standard: 32-bits par coordonnée



Quantification

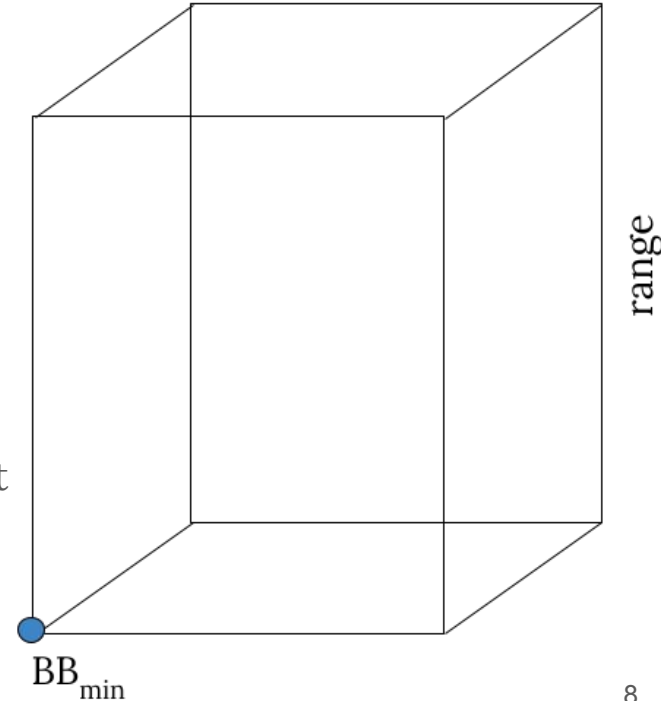
- En pratique : plusieurs façons de faire
- Le façon Draco :

Quantification : $c' = (c - BB_{\min_c}) * 2^{qp} / \text{range}$

Déquantification : $c = c' * \text{range} / 2^{qp} + BB_{\min_c}$

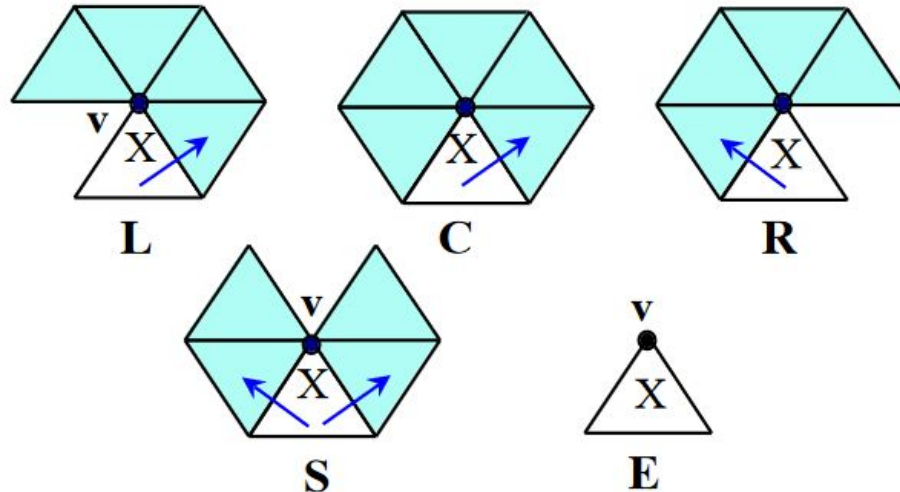
- c : coordonnée
- c' : coordonnée quantifiée
- qp : facteur de quantification
- range : le plus grand côté du boite englobant
- BB_{\min_c} : coordonnées minimums du boite englobant

Résultat : un entier non signé et arrondi

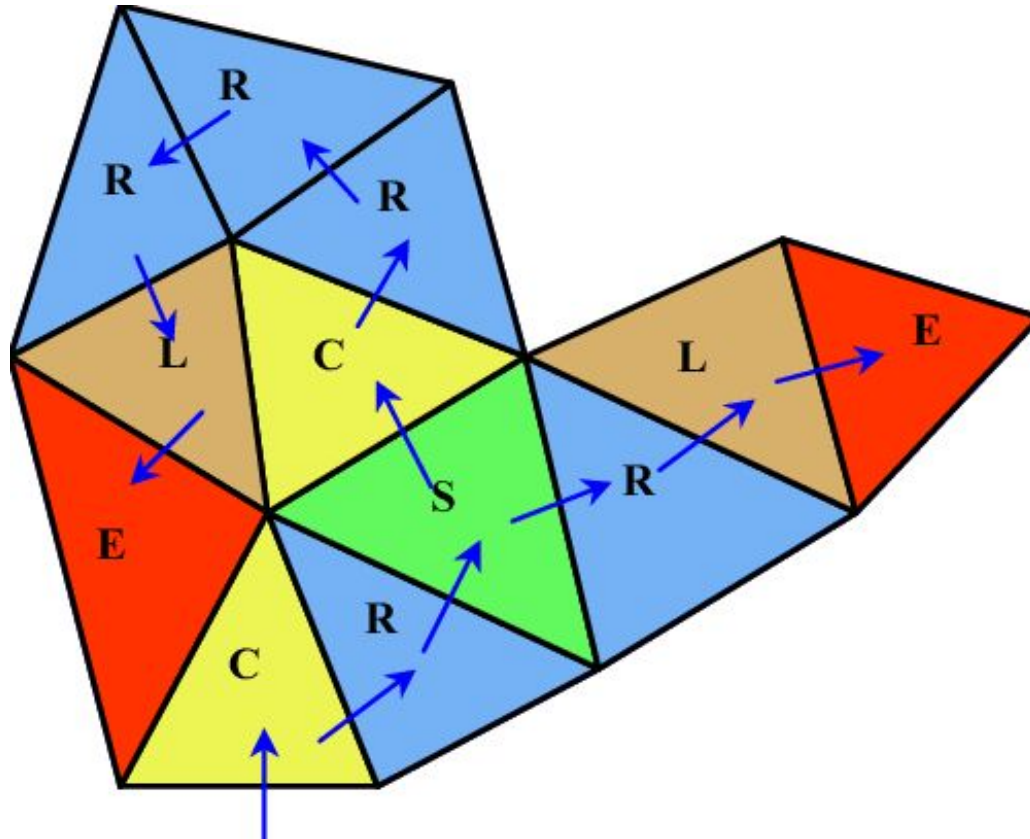


Edgebreaker : Encodage

- Encodage de connectivité
- Triangles représentés par un CLERS string
- CLERS étiquette attribuée selon le statut des triangles voisins
- 1 - 2 bits par triangle

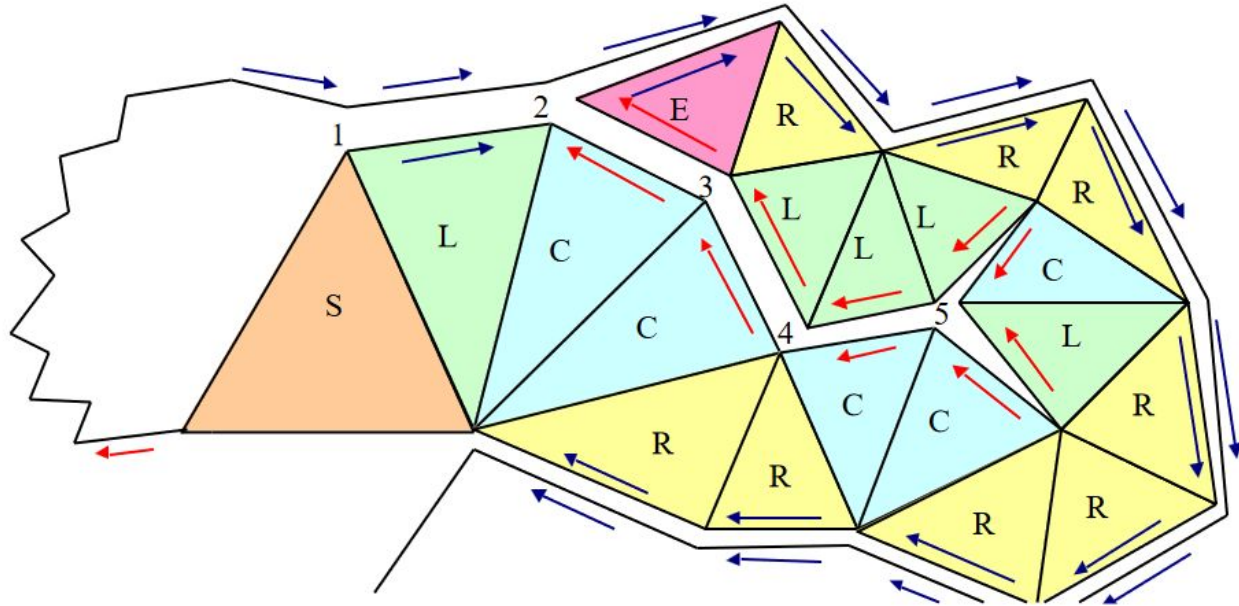


Edgebreaker : Encodage



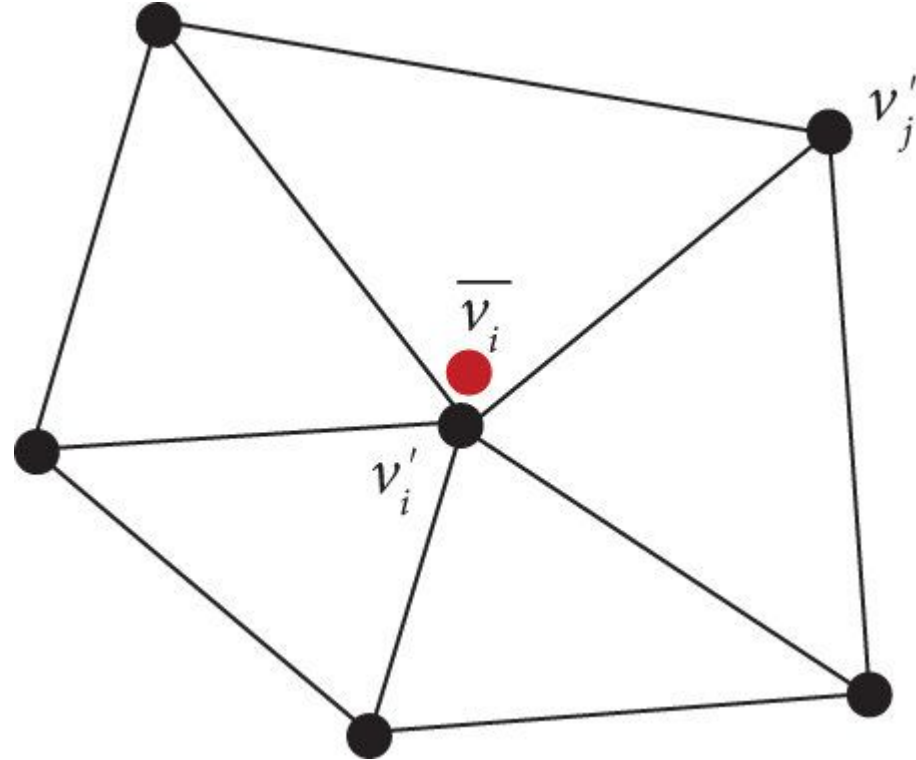
Edgebreaker : Decodage

- Reconstruire le maillage à partir de CLERS
- Chaque section est “zipped” après L ou E.



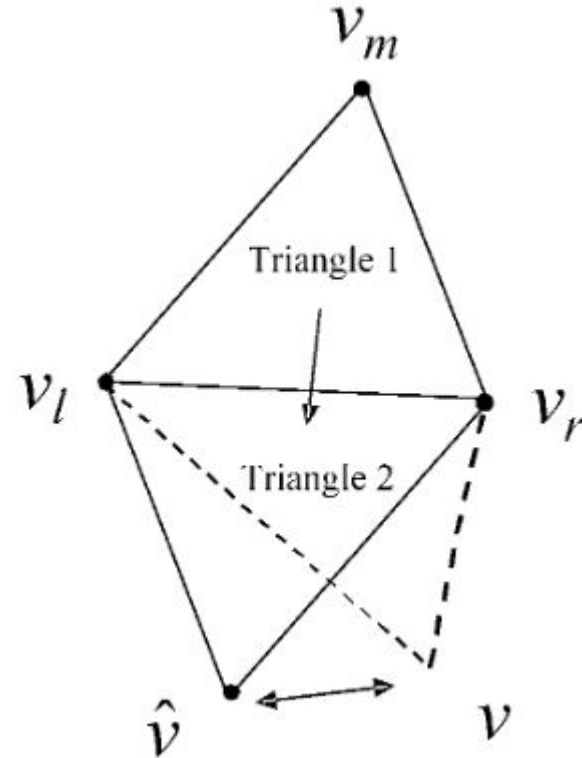
Erreurs de prédiction : Compression des points 3D

- Les points sont prédits
- Uniquement des erreurs de prédiction sont écrits
- Des grandes valeurs \rightarrow des petites valeurs sans perte d'information



Prédiction d'un Parallélogramme

- Règle d'un parallélogramme
- Prédiction $\hat{v} = v_l + v_r - v_m$



Encodage Entropique - range Asymetrical Numeral Systems (rANS)

- Utilisé par : Google, Facebook, Apple, Linux...
- Taux de compression arithmétique avec un temps de compression de Huffman

rANS : L'idée

- Alphabet $A : [0, \dots, 9]$
- Séquence $S = \{3, 2, 0, 8, 9, 1\}$
- On veut représenter S avec un seul entier : $X_6 = 320891$

$$X_0 = 0$$

$$X_1 = X_0 * 10 + 3$$

$$X_2 = X_1 * 10 + 2$$

...

$$X_6 = X_5 * 10 + 1$$

rANS : L'idée

- Alphabet $A : [0, \dots, 9]$
- Séquence $S = \{3, 2, 0, 8, 9, 1\}$
- On veut représenter S avec un seul entier : $X_6 = 320891$

$$X_6 = 320891$$

$$X_5 = \lfloor X_6 / 10 \rfloor, s_6 = \text{mod}(X_6, 10)$$

$$X_4 = \lfloor X_5 / 10 \rfloor, s_5 = \text{mod}(X_5, 10)$$

...

$$X_0 = 0, s_1 = 3$$

rANS : L'idée

- Alphabet $A = \{0, \dots, 9\}$
- Séquence $S = (3, 2, 0, 8, 9, 1)$
- On veut représenter S avec un seul entier : $X_6 = 320891$

- X_6 est converti en binaire : $\log_2 10$ bits/symbole
- Optimal uniquement si chaque symbole est **équiprobable**.
- Est-ce qu'on peut représenter la même séquence avec moins de bits/symbole?
- rANS : les symboles les plus fréquents \rightarrow plus petit changement d'échelle.

rANS : Notation

- Alphabet $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$
- Séquence $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$
- Fréquence $F = \{F_{a_1}, F_{a_2}, \dots, F_{a_k}\}$ proportionnelle aux probabilités
 $p = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$
- La taille de fréquence $M = \sum_{i=1}^k F_i \longrightarrow p_i = \frac{F_{a_i}}{M}$
- Fréquence cumulative $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

rANS : Etats

- Un état de rANS est noté X_t où t = numéro d'état.
- Initialisation : $X_0 = 0$
- X_t basé sur l'état X_{t-1} précédent et le symbole courant s_t : $X_t = C_{rANS}(X_{t-1}, s_t)$
- s_t et X_t récupérer lors du décodage : $s_t, X_{t-1} = D_{rANS}(X_t)$

rANS : Encodage

Alphabet A, Séquence S, Fréquence F, probabilités $p=\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$, taille M, fréquence cumulative C

$$X_t = \left\lfloor \frac{X_{t-1}}{F_{s_t}} \right\rfloor * M + C_{s_t} + \text{mod}(X_{t-1}, F_{s_t})$$

rANS : Décodage

Alphabet A, Séquence S, Fréquence F, probabilités $p=\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$, taille M, fréquence cumulative C

$$\begin{aligned} slot &= \text{mod}(X_t, M) \\ s_t &= C_{\text{inv}}(slot) \\ X_{t-1} &= \left\lfloor \frac{X_t}{M} \right\rfloor * F_{s_t} + slot - C_{s_t} \end{aligned}$$

rANS : Example

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Fréquence $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

rANS : Example

$$X_t = \left\lfloor \frac{X_{t-1}}{F_{st}} \right\rfloor * M + C_{st} + \text{mod}(X_{t-1}, F_{st})$$

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Frequency $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$X_0 = 0$$

$$\begin{aligned} X_1 &= \left\lfloor \frac{0}{3} \right\rfloor * 6 + 0 + \text{mod}(0, 3) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 &= \left\lfloor \frac{0}{1} \right\rfloor * 6 + \underline{3} + \text{mod}(0, 1) \\ &= 3 \end{aligned}$$

s_t	F_{st}	C_{st}
-------	----------	----------

0	3	0
---	---	---

1	1	3
---	---	---

rANS : Example

$$X_t = \left\lfloor \frac{X_{t-1}}{F_{st}} \right\rfloor * M + C_{st} + \text{mod}(X_{t-1}, F_{st})$$

$$X_0 = 0$$

$$\begin{aligned} X_1 &= \left\lfloor \frac{0}{3} \right\rfloor * 6 + 0 + \text{mod}(0, 3) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Alphabet: $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Frequency $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

S_t	F_{st}	C_{st}
-------	----------	----------

0	3	0
---	---	---

rANS : Example

$$X_t = \left\lfloor \frac{X_{t-1}}{F_{st}} \right\rfloor * M + C_{st} + \text{mod}(X_{t-1}, F_{st})$$

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Fréquence $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$X_0 = 0$$

$$\begin{aligned} X_1 &= \left\lfloor \frac{0}{3} \right\rfloor * 6 + 0 + \text{mod}(0, 3) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 &= \left\lfloor \frac{0}{1} \right\rfloor * 6 + \underline{3} + \text{mod}(0, 1) \\ &= 3 \end{aligned}$$

S_t	F_{st}	C_{st}
-------	----------	----------

0	3	0
---	---	---

1	1	3
---	---	---

rANS : Example

$$X_t = \left\lfloor \frac{X_{t-1}}{F_{st}} \right\rfloor * M + C_{st} + \text{mod}(X_{t-1}, F_{st})$$

$$X_4 = \left\lfloor \frac{6}{2} \right\rfloor * 6 + 4 + \text{mod}(6, 2) \quad 2 \quad 2 \quad 4$$
$$= 22$$

$$X_5 = \left\lfloor \frac{22}{2} \right\rfloor * 6 + 4 + \text{mod}(22, 2) \quad 2 \quad 2 \quad 4$$
$$= 70$$

Alphabet: $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Frequency $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

rANS : Example

$$X_t = \left\lfloor \frac{X_{t-1}}{F_{st}} \right\rfloor * M + C_{st} + \text{mod}(X_{t-1}, F_{st})$$

$$X_6 = \left\lfloor \frac{70}{3} \right\rfloor * 6 + 0 + \text{mod}(70, 3) \quad 0 \quad 3 \quad 0$$

$$= 23 * 6 + 1$$

$$= \boxed{139}$$

- 8 bits

- 1.333... bits/symbol

Alphabet: $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Frequency $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

rANS : Example

Alphabet: $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Fréquence $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$X_{t-1} = \left\lfloor \frac{X_t}{M} \right\rfloor * F_{s_t} + m - C_{s_t}$$

$$s_t = C^{-1}(m)$$

$$m = \text{mod}(X_t, M)$$

$$C^{-1}(y) = a_i$$

$$\text{si } C_{a_i} \leq y < C_{a_{i+1}}$$

rANS : Example

$$X_{t-1} = \left\lfloor \frac{X_t}{M} \right\rfloor * F_{st} + m - C_{st}$$

$$s_t = C^{-1}(m)$$

$$m = \text{mod}(X_t, M)$$

$$C^{-1}(y) = a_i$$

$$\text{si } C_{a_i} \leq y < C_{a_{i+1}}$$

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Frequency $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$X_6 = 139$$

$$m = \text{mod}(139, 6) \\ = 1$$

$$s_5 = C^{-1}(1) = \underline{0}$$

$$X_5 = \left\lfloor \frac{139}{6} \right\rfloor * 3 + 1 - 0 \\ = 23 * 3 + 1 \\ = 70$$

F_{st}

3

C_{st}

0

rANS : Example

$$X_{t-1} = \left\lfloor \frac{X_t}{M} \right\rfloor * F_{st} + m - C_{st}$$

$$s_t = C^{-1}(m)$$

$$m = \text{mod}(X_t, M)$$

$$C^{-1}(y) = a_i$$

$$\text{si } C_{a_i} \leq y < C_{a_{i+1}}$$

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Fréquence $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$m = \text{mod}(70, 6) \\ = 4$$

$$s_4 = C^{-1}(4) = \underline{2}$$

$$X_4 = \left\lfloor \frac{70}{6} \right\rfloor * 2 + 4 - 4 \\ = 22$$

2

4

$$m = \text{mod}(22, 6) \\ = 4$$

$$s_3 = C^{-1}(4) = \underline{2}$$

$$X_3 = \left\lfloor \frac{22}{6} \right\rfloor * 2 + 4 - 4 \\ = 6$$

2

4

rANS : Example

$$X_{t-1} = \left\lfloor \frac{X_t}{M} \right\rfloor * F_{st} + m - C_{st}$$

$$s_t = C^{-1}(m)$$

$$m = \text{mod}(X_t, M)$$

$$C^{-1}(y) = a_i$$

$$\text{si } C_{a_i} \leq y < C_{a_{i+1}}$$

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Frequency $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$m = \text{mod}(6, 6)$$

$$= 0$$

$$s_2 = C^{-1}(0) = \underline{0}$$

$$X_2 = \left\lfloor \frac{6}{6} \right\rfloor * 3 + 0 - 0$$

$$= 3$$

3

0

$$m = \text{mod}(3, 6)$$

$$= 3$$

$$s_1 = C^{-1}(3) = \underline{1}$$

$$X_1 = \left\lfloor \frac{3}{6} \right\rfloor * 1 + 3 - 3$$

$$= 0$$

1

3

rANS : Example

$$X_{t-1} = \left\lfloor \frac{X_t}{M} \right\rfloor * F_{st} + m - C_{st}$$

$$s_t = C^{-1}(m)$$

$$m = \text{mod}(X_t, M)$$

$$C^{-1}(y) = a_i$$

$$\text{si } C_{a_i} \leq y < C_{a_{i+1}}$$

Alphabet $A = \{0, 1, 2\}$

Sequence $S = \{0, 1, 0, 2, 2, 0\}$

Fréquence $F = \{3, 1, 2\}$, $M=6$

Cumulative $C = \{0, 3, 4\}$, $C_{a_i} = \sum_{j=1}^{i-1} F_{a_j}$

$$m = \text{mod}(0, 6) \\ = 0$$

$$s_0 = C^{-1}(0) = \underline{0}$$

$$X_0 = \left\lfloor \frac{0}{6} \right\rfloor * 3 + 0 - 0 \\ = 0$$

3

0

Mesures de Distortion

- A quel point les maillages sont déformés?
- On compare avec le maillage original :
 - Root Mean Squared Error (RMSE)
 - Distance de Hausdorff

Mesures de Distortion : RMSE

- Root mean squared error
- Le correspondant entre deux maillages est connu

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

Mesures de Distortion : Distance de Hausdorff

- Le correspondant entre deux maillages est inconnu
- La plus grande distance au point le plus proche
- Plus coûteux que le RMSE

$$d_H(X, Y) = \max \left\{ \sup_{x \in X} \inf_{y \in Y} d(x, y), \sup_{y \in Y} \inf_{x \in X} d(x, y) \right\}.$$

