

Condiționarea unei probleme

Radu Trîmbițaș

29 martie 2023

Testul 1

1. Să se studieze condiționarea rădăcinilor polinomului

$$p(x) = \prod_{k=-n}^n (x - k)$$

unde n este un număr natural dat. Testați pentru $n = 20$.

2. Fie p polinomul din problema precedentă. Să se perturbe coeficienții lui p cu numere aleatoare având distribuția $N(0, 10^{-5})$ și să se reprezinte grafic rădăcinile. Repetați de un număr mare de ori (de exemplu, $m = 1000$) și păstrați pe ecran punctele reprezentate la fiecare repetare.

Testul 2

1. Să se studieze condiționarea rădăcinilor ecuației de gradul al doilea $ax^2 + bx + c = 0$ în funcție de a , b , c .
2. Implementați o rutină de rezolvare a ecuației de gradul al doilea, când se dau coeficienții. Se vor trata și cazurile $b \gg 4ac$, $b^2 \approx 4ac$ și se va evita depășirea la calculul discriminantului. Testați pentru o situație normală și pentru cele două anulări și depășire.

Testul 3

1. Fie polinomul $f(x) = x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{8}{27}$. Acest polinom are rădăcina triplă $\frac{2}{3}$. Determinați condiționarea acestei rădăcini.
2. Să se perturbe coeficienții lui f cu numere aleatoare având distribuția $N(0, 10^{-5})$ și să se reprezinte grafic rădăcinile. Repetați de un număr mare de ori (de exemplu, $n = 1000$) și păstrați pe ecran punctele reprezentate la fiecare repetare.

Testul 4

1. (a) Presupunem că r este o rădăcina a lui $f(x)$ și $r + \Delta r$ este o rădăcină a lui $f(x) + \varepsilon g(x)$. Atunci

$$\Delta r \approx -\frac{\varepsilon g(r)}{f'(r)}$$

dacă $\varepsilon \ll f(x)$.

- (b) Estimați cea mai apropiată de 6 și cea mai mare rădăcină a polinomului $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6) - 10^{-6}x^7$.
2. Estimați numerele de condiționare ale rădăcinilor polinomului $P(x) = x^{20} - (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)$. Realizați un experiment grafic perturbând coeficienții cu valori aleatoare de forma $(1 + \delta_i)$, unde δ_i sunt variabile aleatoare normale cu media 0 și dispersia $1e-2$.