Teste pentru cuadraturi Gauss

Radu T. Trîmbiţaş

21 mai 2023

Problema 1 Calculați integralele

$$\int_0^{\pi} \sin t^2 \, \mathrm{d}t \, \, \sin t^2 \, \mathrm{d}t$$

folosind o cuadratură de tip Gauss cu 10 noduri. Cât este eroarea comisă.

Problema 2 Calculați

$$\int_{-2}^{2} \frac{1}{\sqrt{4-t^2}} \cos t \, \mathrm{d}t$$

cu o precizie de $\varepsilon = 1e - 10$ folosind o cuadratură de tip Gauss-Cebîşev #1.

Problema 3 Calculați

$$\int_{1}^{2} \sqrt{3t - t^2 - 2} \sin t \, \mathrm{d}t$$

cu o precizie de $\varepsilon = 1e - 10$ folosind o cuadratură de tip Gauss-Cebîşev #2.

Problema 4 Calculați integrala

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2 - t} t^2 \cos t \, \mathrm{d}t$$

cu o precizie de 1e-7.

Problema 5 Calculati

$$\int_0^\infty \frac{e^{-xt}}{y+t} \, \mathrm{d}t, \ x > 0, y > 0$$

folosind o formulă Gauss-Laguerre cu 8 noduri, x și y fiind parametrii. (Se va scrie o rutină în care x și y sunt parametrii de intrare). Testați rutina pentru $x=2,\ y=5$.

Problema 6 Fie f o funcție netedă pe $[0,2\pi]$. Explicați care este cel mai bun mod de a calcula

$$\int_0^\pi f(t) \left(\cos\frac{t}{2}\right)^\alpha \left(\sin\frac{t}{2}\right)^\beta \, \mathrm{d}t, \ \alpha,\beta > -1.$$

Aplicație pentru $f(t) = \frac{\cos t}{2 + \cos t}$, $\alpha = \beta = 2$.