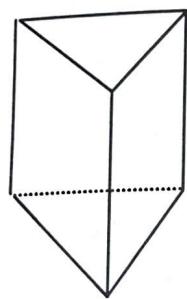


# GEOMETRIE

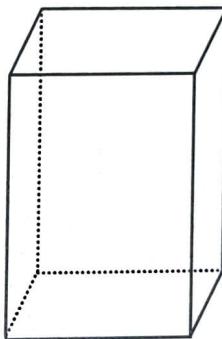
## Capitolul 3

### CALCULAREA DE ARII ȘI VOLUME

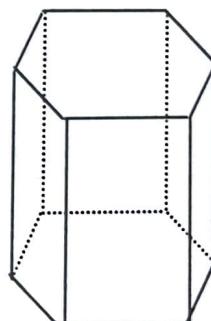
**1. Prisma dreaptă, paralelipipedul dreptunghic,  
cubul: aria laterală, aria totală, volumul**



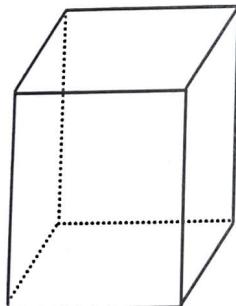
Prisma triunghiulară  
dreaptă



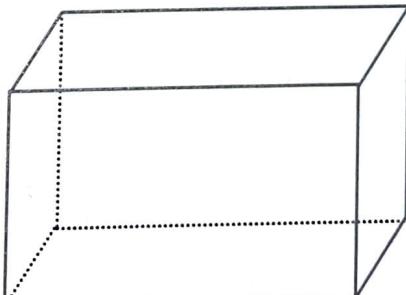
Prisma patrulateră  
dreaptă



Prisma hexagonală  
dreaptă



Cubul



Paralelipipedul dreptunghic  
(cuboidul)

- ◆ Aria laterală a prismei drepte:
- ◆ Aria totală a prismei drepte:
- ◆ Aria totală a paralelipipedului dreptunghic de dimensiuni a, b, c:

$$A_l = P_b \cdot h$$

$$A_t = A_l + 2A_b$$

$$A_t = 2ab + 2ac + 2bc$$

- ◆ Aria cubului de muchie a:
- ◆ Volumul prismei:
- ◆ Volumul paralelipipedului dreptunghic de dimensiuni a, b, c:
- ◆ Volumul cubului de muchie a:

$$A_t = 6a^2$$

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = a^3$$

### **Prisma dreaptă**

1. Desenați o prismă triunghiulară ABCA'B'C'.  
 a) Stabiliți numărul v al vârfurilor, numărul m al muchiilor și numărul f al fețelor.  
 b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .
2. Desenați o prismă patrulateră ABCDA'B'C'D'.  
 a) Stabiliți numărul v al vârfurilor, numărul m al muchiilor și numărul f al fețelor.  
 b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .
3. Desenați o prismă hexagonală ABCDEFA'B'C'D'E'F'.  
 a) Stabiliți numărul v al vârfurilor, numărul m al muchiilor și numărul f al fețelor.  
 b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .
4. Desenați desfășurarea unei prisme triunghiulare regulate având latura bazei de 5cm și muchia laterală de 8cm.
5. Desenați desfășurarea unei prisme patrulatere regulate având latura bazei de 2cm și muchia laterală de 7cm.
6. Desenați desfășurarea unei prisme hexagonale regulate având latura bazei de 1cm și muchia laterală de 3cm.

## Prisma triunghiulară regulată: arii, volum

7. O prismă triunghiulară regulată are latura bazei de 4 cm și înălțimea de 10 cm. Să se afle:

- a) aria laterală a prismei;
- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

8. O față laterală a unei prisme triunghiulare regulate are forma unui pătrat cu latura de 6 cm. Să se afle:

- a) aria laterală a prismei;
- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

9. Aria laterală a unei prisme triunghiulare regulate este de  $360 \text{ m}^2$ , iar înălțimea prismei are 12 cm. Să se afle:

- a) latura bazei;
- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

10. Suma lungimilor tuturor muchiilor unei prisme triunghiulare regulate este egală cu 90 cm. Știind că prisma are toate muchiile egale, să se afle:

- a) muchia prismei;
- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

11. Aria bazei unei prisme triunghiulare regulate este de  $\frac{49\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ , iar

înălțimea prismei are 3 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

12. Volumul unei prisme triunghiulare regulate este de  $52\sqrt{3} \text{ cm}^3$ , iar latura bazei are 4 cm. Să se afle:

- a) înălțimea prismei;
- b) aria laterală a prismei.

13. O prismă triunghiulară regulată are aria laterală egală cu  $840\sqrt{3} \text{ cm}^2$  și aria totală egală cu  $940\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) înălțimea prismei;
- c) volumul prismei.

14. Într-o prismă triunghiulară regulată, muchia bazei și înălțimea prismei au lungimile direct proporționale cu 3, respectiv 5, iar suma lor este 24 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

15. O prismă triunghiulară regulată are ca bază un triunghi echilateral cu înălțimea de 6 cm, iar înălțimea piramidei este de trei ori mai mare decât aceasta. Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

**16.** Fie  $ABCA'B'C'$  o prismă triunghiulară regulată și  $E$  mijlocul muchiei  $BC$ . Știind că triunghiul  $AEA'$  este dreptunghic isoscel și are aria egală cu  $32 \text{ cm}^2$ , să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

**17.** Fie  $ABCA'B'C'$  o prismă triunghiulară regulată și  $P$  mijlocul muchiei  $CC'$ . Știind că triunghiul  $BCP$  este dreptunghic isoscel și  $BP = 8 \text{ cm}$ , să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) volumul prismei;
- c) suma lungimilor tuturor muchiilor prismei.

**18.** Fie  $ABCA'B'C'$  o prismă triunghiulară regulată. Știind că  $m(\angle CBC') = 60^\circ$  și  $BC' = 18 \text{ cm}$ , să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

**19.** Volumul unei prisme triunghiulare regulate este egal cu  $540 \text{ cm}^3$ , iar raza cercului circumscris bazei are  $4\sqrt{3} \text{ cm}$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) aria totală a prismei.

**20.** Raportul dintre înălțimea unei prisme triunghiulare regulate și muchia bazei este  $\frac{2}{3}$ , iar suma lungimilor tuturor muchiilor prismei este egală cu  $120 \text{ cm}$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;

- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

**21.** Fie  $ABCA'B'C'$  o prismă triunghiulară regulată și  $P$  mijlocul muchiei  $CC'$ . Știind că aria triunghiului  $BPC'$  este egală cu  $15 \text{ cm}^2$ , să se afle aria laterală a prismei.

**22.** Într-o prismă triunghiulară regulată, distanța dintre centrele a două fețe laterale este de  $4 \text{ cm}$ , iar distanța dintre centrele de greutate ale bazelor este  $8\text{cm}$ . Să se calculeze:

- a) diagonala unei fețe laterale;
- b) distanța de la un vârf al prismei la diagonala feței opuse;
- c) volumul prismei.

**23.** Fie  $ABCA'B'C'$  o prismă triunghiulară regulată dreaptă cu  $AA' > AB$ ,  $AB'=13\text{cm}$  și  $\sin^2(\angle AOB) = \frac{120}{169}$  unde  $\{O\} = AB' \cap A'B$ .

- a) Aflați lungimile muchiilor  $AB$ ,  $AA'$ .
- b) Aflați volumul prismei.

**24.** Într-o prismă triunghiulară dreaptă  $ABCA'B'C'$  avem  $m(\angle A) = 90^\circ$ ,  $BC=100 \text{ cm}$ ,  $AB=60 \text{ cm}$  și  $d(A',BC) = 12\sqrt{17} \text{ cm}$ . Să se calculeze:

- a) aria totală și volumul prismei;
- b) aria secțiunii determinată în prismă de planul care conține muchia  $AA'$  și este perpendicular pe muchia  $BC$ .

### **Prisma patrulateră regulată: arii, volume**

**25.** O prismă patrulateră regulată are muchia bazei de  $7 \text{ cm}$ , iar înălțimea prismei este de  $5 \text{ cm}$ . Să se afle:

- a) aria laterală a prismei;
- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

**26.** Aria laterală a unei prisme patrulatere regulate este de  $1440 \text{ cm}^2$ , iar înălțimea piramidei este de 30 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) diagonala prismei;
- c) volumul prismei.

**27.** Volumul unei prisme patrulatere regulate este de  $576 \text{ cm}^3$ , iar muchia bazei are 8 cm. Să se afle:

- a) înălțimea prismei;
- b) diagonala prismei;
- c) aria totală a prismei.

**28.** Muchia bazei și înălțimea unei prisme patrulatere regulate sunt exprimate prin două numere direct proporționale cu 2, respectiv 7, iar aria laterală a prismei este egală cu  $504 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) diagonala prismei;
- c) volumul prismei.

**29.** Aria laterală și aria totală a unei prisme patrulatere regulate sunt egale cu  $512 \text{ cm}^2$ , respectiv  $768 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) diagonala prismei;
- c) volumul prismei.

**30.** Baza unei prisme patrulatere regulate este un pătrat cu diagonala egală cu  $6\sqrt{2} \text{ cm}$ , iar diagonala unei fețe laterale are lungimea de 10 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;

- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

**31.** O prismă patrulateră regulată are diagonala cu lungimea de  $2\sqrt{17}$  cm, iar înălțimea piramidei egală cu  $3\sqrt{2}$  cm. Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) aria laterală a prismei;
- c) volumul prismei.

**32.** Secțiunea diagonală  $ACC'A'$  a unei prisme patrulaterale regulate  $ABCDA'B'C'D'$  este un pătrat cu aria egală cu  $144 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea prismei;
- b) aria totală a prismei;
- c) volumul prismei.

**33.** Într-o prismă patrulateră regulată dreaptă  $ABCDA'B'C'D'$ ,  $A[ABB'A'] = 2 \cdot A[ABCD]$ , iar diagonala  $AC' = \sqrt{96}$ . Să se calculeze:

- a) dimensiunile prismei;
- b) aria secțiunii diagonale;
- c) distanța de la  $A'$  la planul  $(AB'D')$ .

**34.** În prisma patrulateră regulată dreaptă  $ABCDA'B'C'D'$ , latura bazei este de 4 cm, iar tangenta unghiului format de diagonala prismei cu planul bazei este egală cu  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Să se calculeze:

- a) aria totală și volumul prismei;
- b) distanța dintre dreptele  $AC'$  și  $B'C$ .

### **Paralelipipedul dreptunghic**

**35.** Desenați un paralelipiped dreptunghic  $ABCDA'B'C'D'$ .

- a) Stabiliți numărul v al vârfurilor, numărul m al muchiilor și numărul f

al fețelor.

b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .

**36.** Desenați desfășurarea unui paralelipiped dreptunghic având dimensiunile de 5cm, 3cm și 7cm.

**37.** Să se calculeze aria laterală, aria totală și volumul unui paralelipiped dreptunghic  $ABCDA'B'C'D'$  știind că  $AB=a$ ,  $AA'=2a$  și  $AC'=3a$ .

**38.** Calculați lungimea diagonalei unui paralelipiped dreptunghic având lungimile muchiilor de 1cm, 2cm și 3cm.

**39.** Dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic cu diagonala de  $5\sqrt{5}$  cm, sunt direct proporționale cu numerele 3, 4, 10. Să se calculeze volumul paralelipipedului.

**40.** Un paralelipiped dreptunghic are baza un pătrat cu latura de 2cm și diagonala făcând un unghi de  $45^\circ$  cu planul bazei. Determinați volumul paralelipipedului.

**41.** Fie  $ABCDA'B'C'D'$  un paralelipiped dreptunghic în care pe laturile  $AB$ ,  $AD$ ,  $D'C'$  și  $C'B'$  se iau punctele  $M, N, P$  și  $Q$  astfel încât  $AD=PD'=4\text{cm}$ ,  $QC'=AM=2\text{cm}$ ,  $MB=B'B=6\text{cm}$  iar  $M, N, P, Q$  sunt coplanare.

a) Să se calculeze aria laterală și volumul paralelipipedului.

b) Să se determine distanța de la  $C$  la planul  $MNPQ$ .

**42.** Într-un paralelipiped dreptunghic  $ABCDA'B'C'D'$  în care  $AB = 6\sqrt{2}$  cm,  $BC=3$  cm, diagonala  $AC'$  formează cu planul bazei un unghi de  $30^\circ$ . Să se calculeze :

a) aria laterală și volumul paralelipipedului;

b) măsura unghiului diedru format de planele  $(ABC')$  și  $(ABD)$ ;

c)  $d(D,(ACD'))$ .

## **Cubul**

**43.** Desenați un cub  $ABCDA'B'C'D'$ .

- a) Stabiliți numărul  $v$  al vârfurilor, numărul  $m$  al muchiilor și numărul  $f$  al fețelor.
- b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .

**44.** Desenați desfășurarea unui cub având muchia de 5cm.

**45.** Un cub are muchia de 4 cm. Să se afle aria totală și volumul cubului.

**46.** Aria unei fețe a unui cub este egală cu  $25 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) volumul cubului.

**47.** Suma lungimilor tuturor muchiilor unui cub este egală cu 72 cm. Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria laterală și aria totală a cubului;
- c) volumul cubului.

**48.** Diagonala unei fețe a unui cub este de 8 cm. Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) volumul cubului.

**49.** Diagonala unui cub este de  $9\sqrt{3}$  cm. Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria laterală a cubului;
- c) volumul cubului.

**50.** Volumul unui cub este egal cu  $1000 \text{ cm}^3$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) diagonala unei fețe laterale a cubului.

**51.** Aria totală a unui cub este egală cu  $384 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria laterală a cubului;
- c) volumul cubului.

**52.** Aria laterală a unui cub este egală cu  $196 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) volumul cubului.

**53.** Distanța de la centrul unui cub la o față laterală a cubului este de 12 cm. Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) diagonala cubului.

**54.** Volumul unui cub este egal cu  $27 \text{ cm}^3$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria laterală a cubului;
- c) diagonala unei fețe laterale a cubului.

**55.** În cubul  $ABCDEFGH$  aria patrulaterului  $ABGH$  este egală cu  $64\sqrt{2} \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) diagonala cubului;

c) aria totală și volumul cubului.

56. În cubul  $ABCDEFGH$  perimetrul triunghiului  $AHC$  este egal cu 18 cm. Să se afle:

- a) diagonala unei fețe laterale;
- b) muchia cubului și aria totală;
- c) volumul cubului.

57. În cubul  $ABCDEFGH$  aria triunghiului  $BEG$  este egală cu  $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) diagonala unei fețe laterale;
- b) muchia cubului;
- c) aria totală și volumul cubului.

58. În cubul  $ABCDEFGH$  aria triunghiului  $ABH$  este egală cu  $98\sqrt{2} \text{ cm}^2$ .

Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) diagonala și volumul cubului.

59. Într-un cub distanța de la centrul unei fețe laterale la diagonala cubului are lungimea egală cu  $2\sqrt{6} \text{ cm}$ . Să se afle:

- a) muchia cubului;
- b) aria totală a cubului;
- c) volumul cubului.

60. Fie cubul  $ABCDA'B'C'D'$  cu  $AB=a$ . Considerăm mijloacele M și N ale muchiilor  $[AB]$  și  $[BB']$ .

- a) Să se afle forma secțiunii determinată în cub de planul  $(MNC')$ .
- b) Să se calculeze aria secțiunii.

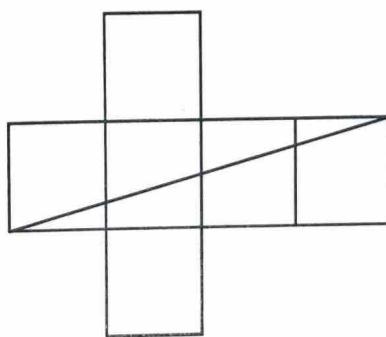
61. Se consideră cubul  $ABCDA'B'C'D'$  în care aria secțiunii diagonale este de  $36\sqrt{2} \text{ cm}^2$ . Să se calculeze:

- a) aria și volumul cubului;
- b) măsura unghiului dreptelor  $A'D$  și  $D'B$ .

62. Fie  $ABCDA'B'C'D'$  un cub astfel încât  $d(A;B'D') = 5\sqrt{6}\text{cm}$ . Aflați:

- a) aria și volumul cubului;
- b) suma distanțelor de la un punct din interiorul cubului la fețele cubului.

63. În figura de mai jos este dată desfășurarea unui cub. Știind că lungimea diagonalei dreptunghiului format din cele 4 pătrate este de  $2\sqrt{17} \text{ cm}$  să se calculeze aria și volumul acestui cub.



64. Fie  $ABCDA'B'C'D'$  și  $MNPQM'N'P'Q'$  două cuburi. Dacă  $MN - AB = \sqrt{3}$  să se afle diferența dintre  $MP'$  și  $AC'$ .

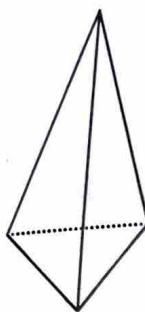
65. Dacă suma tuturor lungimilor muchiilor și diagonalelor unui cub este de  $12 + 4\sqrt{3} \text{ cm}$  să se calculeze volumul cubului.

66. Fie  $ABCDA'B'C'D'$  un cub cu latura de 10 cm.

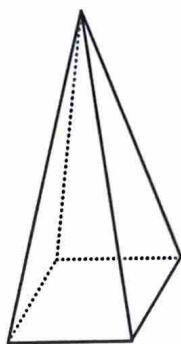
- a) Să se calculeze aria și volumul cubului.
- b) Să se calculeze distanța de la  $D$  la planul  $(D'AC)$ .

67. Fie  $ABCDA'B'C'D'$  un cub în care distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $DB$  este de  $3\sqrt{6}\text{cm}$ .

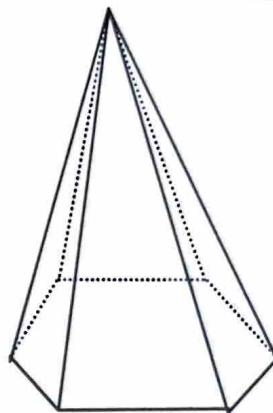
## 2. Piramida regulată, tetraedrul regulat: aria laterală, aria totală, volumul



**piramida  
triunghiulară**



**piramida  
patrulateră**



**piramida  
hexagonală**

- ◆ Aria laterală a piramidei regulate cu apotema  $a$ :  $A_l = \frac{P_b \cdot a}{2}$
- ◆ Aria totală a piramidei regulate:  $A_t = A_l + A_b$
- ◆ Volumul piramidei:  $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$

### Piramida

**1.** Desenați o piramidă triunghiulară  $VABC$ .

a) Stabiliți numărul  $v$  al vârfurilor, numărul  $m$  al muchiilor și numărul  $f$  al fețelor.

b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .

**2.** Desenați o piramidă patrulateră  $VABCD$ .

a) Stabiliți numărul  $v$  al vârfurilor, numărul  $m$  al muchiilor și numărul  $f$  al fețelor.

b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .

**3.** Desenați o piramidă hexagonală  $VABCDEF$ .

a) Stabiliți numărul  $v$  al vârfurilor, numărul  $m$  al muchiilor și numărul  $f$  al fețelor.

b) Verificați egalitatea  $v - m + f = 2$ .

4. Desenați desfășurarea unei piramide triunghiulare regulate având latura bazei de 4cm și muchia laterală de 5cm.

5. Desenați desfășurarea unei piramide patrulatere regulate având toate muchiile de lungime 3cm.

### **Piramida triunghiulară regulată**

6. O piramidă triunghiulară regulată are muchia bazei de 6 cm, iar apotema piramidei este de 8 cm. Să se afle:

- a) aria laterală și aria bazei;
- b) înălțimea piramidei;
- c) volumul piramidei.

7. O piramidă triunghiulară regulată are apotema de 5 cm, iar apotema bazei de 3 cm. Să se afle:

- a) înălțimea piramidei și muchia bazei;
- b) aria laterală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

8. Aria laterală a unei piramide triunghiulare regulate este de  $72\sqrt{3} \text{ cm}^2$ , iar latura bazei este de 12 cm. Să se afle:

- a) înălțimea piramidei;
- b) aria totală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

9. Muchia laterală a unei piramide triunghiulare regulate este de 3 cm, iar muchia bazei este de 2 cm. Să se afle:

- a) apotema și înălțimea piramidei;
- b) aria laterală a piramidei;

c) volumul piramidei.

- 10.** Volumul unei piramide triunghiulare regulate este de  $150\sqrt{3} \text{ cm}^3$ , iar aria bazei este egală cu  $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Să se afle:
- a) muchia bazei și înălțimea piramidei;
  - b) apotema piramidei;
  - c) aria laterală a piramidei.

- 11.** O piramidă triunghiulară regulată are aria laterală egală cu  $288\sqrt{3} \text{ cm}^2$  și aria totală egală cu  $432\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Să se afle:
- a) muchia bazei;
  - b) apotema și înălțimea piramidei;
  - c) volumul piramidei.

- 12.** O piramidă triunghiulară regulată  $VABC$  are perimetrul bazei egal cu  $54 \text{ cm}$ , iar perimetrul triunghiului  $SAB$  este de  $40 \text{ cm}$ . Să se afle:
- a) muchia bazei și muchia laterală;
  - b) apotema și înălțimea piramidei;
  - c) aria laterală și volumul piramidei.

- 13.** O piramidă triunghiulară regulată are înălțimea de  $18 \text{ cm}$  și muchia bazei de  $12 \text{ cm}$ . Să se calculeze:
- a) apotema piramidei;
  - b) aria laterală a piramidei;
  - c) volumul piramidei.

- 14.** În piramida triunghiulară regulată  $SABC$ , triunghiul  $SBC$  este dreptunghic, iar muchia bazei este de  $36 \text{ cm}$ . Să se afle:
- a) muchia laterală și apotema piramidei;
  - b) aria laterală a piramidei;

c) înălțimea și volumul piramidei.

15. Raza cercului circumscris bazei unei piramide triunghiulare regulate este de 4 cm, iar înălțimea piramidei este de 8 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei și apotema piramidei;
- b) aria laterală și aria totală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

16. O piramidă triunghiulară regulată are perimetrul bazei egal cu 12 cm, iar volumul piramidei este de  $12\sqrt{3} \text{ cm}^3$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea piramidei;
- b) aria laterală a piramidei.

17. O piramidă triunghiulară regulată are aria bazei  $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$  și aria unei fețe laterale egală cu  $60 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) aria totală a piramidei;
- b) muchia bazei și apotema piramidei;
- c) volumul piramidei.

18. Într-o piramidă triunghiulară regulată înălțimea formează cu muchia laterală un unghi de  $45^\circ$ , iar apotema bazei este de 12 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) înălțimea și volumul piramidei;
- c) apotema piramidei și aria laterală.

19. Aria laterală a unei piramide triunghiulare regulate este de  $900\sqrt{5} \text{ cm}^2$ , iar apotema piramidei este egală cu  $10\sqrt{5} \text{ cm}$ . Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) înălțimea piramidei;

c) volumul piramidei.

**20.** Într-o piramidă triunghiulară regulată, raportul dintre aria laterală și aria bazei este egal cu  $\frac{6\sqrt{3}}{5}$ , iar apotema piramidei este de 12 cm.

Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) aria laterală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

**21.** Într-o piramidă triunghiulară regulată se cunosc latura bazei egală cu  $8\sqrt{3}$  cm și înălțimea  $h = 6$  cm. Să se afle aria laterală, aria totală și volumul piramidei.

**22.** Într-o piramidă triunghiulară regulată se cunosc înălțimea  $h = 15$  cm și apotema de 25 cm. Să se afle aria laterală, aria totală și volumul piramidei.

**23.** Fie ABCD o piramidă triunghiulară regulată cu latura bazei  $BC = \sqrt{3}$  cm și muchia laterală  $AB = \sqrt{2}$  cm. Să se arate calculeze volumul piramidei ABCD.

**24.** O piramidă triunghiulară regulată are înălțimea de 36 cm. La ce distanță față de vârf trebuie dusă o secțiune paralelă cu baza pentru ca aria secțiunii să fie egală cu  $\frac{1}{2}$  din aria bazei.

**25.** Fie SABC o piramidă triunghiulară regulată cu  $AB = 6$  cm și  $d(C, (SAB)) = \frac{3\sqrt{39}}{4}$ . Să se calculeze:

- a) aria totală și volumul piramidei;
- b) tangenta unghiului determinat de apotemă cu planul bazei.

**26.** O piramidă triunghiulară regulată VABC are înălțimea de 8cm, iar raza cercului înscris în triunghiul de la bază este de 6cm. Să se determine:

- a) lungimea apotemei piramidei și a laturii bazei;
- b) aria laterală și volumul piramidei;
- c) distanța de la punctul A la planul (VBC).

**27.** O piramidă triunghiulară regulată are latura bazei și muchia laterală 2a. Să se afle volumul și aria laterală a piramidei.

**28.** Fie ABCD un tetraedru în care fețele laterale ABC, ABD și ACD au aceeași arie. Să se arate că suma distanțelor unui punct oarecare de pe fața BCD la fețele laterale este constantă.

### **Tetraedrul regulat**

**29.** Desenați desfășurarea unui tetraedru regulat având lungimea muchiei de 2cm.

**30.** a) Un tetraedru regulat ABCD are lungimea muchiei  $m = 8m$ . Determinați înălțimea  $h$ , apotema  $a_p$ , ariile fețelor, aria laterală, aria totală și volumul tetraedrului.

b) Un tetraedru regulat ABCD are lungimea muchiei  $m = 6m$ . Determinați înălțimea  $h$ , apotema  $a_p$ , ariile fețelor, aria laterală, aria totală și volumul tetraedrului.

c) Un tetraedru regulat ABCD are lungimea muchiei  $a$ . Determinați înălțimea  $h$ , apotema  $a_p$ , ariile fețelor, aria laterală, aria totală și volumul tetraedrului în funcție de  $m$ .

**31.** a) Un tetraedru regulat ABCD are înălțimea  $h = 3cm$ . Determinați muchia  $m$ , apotema  $a_p$ , ariile fețelor, aria totală și volumul tetraedrului.

b) Un tetraedru regulat ABCD are înălțimea  $h = 1m$ . Determinați muchia  $m$ , apotema  $a_p$ , ariile fețelor, aria totală și volumul tetraedrului.

c) Un tetraedru regulat ABCD are înălțimea  $h$ . Determinați muchia  $m$ , apotema  $a_p$ , ariile fețelor, aria totală și volumul tetraedrului în funcție de  $h$ .

**32.** a) Determinați volumul unui tetraedru regulat care are aria totală  $\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .

b) Determinați volumul unui tetraedru regulat care are aria totală  $4\sqrt{3} \text{ m}^2$ .

**33.** Suma muchiilor unui tetraedru regulat este egală cu  $6\text{cm}$ . Determinați înălțimea, raza cercului circumscris bazei, aria totală și volumul tetraedrului.

**34.** Distanța dintre mijloacele a două muchii alăturate ale unui tetraedru regulat este de  $2\text{cm}$ . Aflați volumul tetraedrului.

**35.** Fie tetraedrul regulat ABCD și M, N, P mijloacele muchiilor AB, AC și AD. Aflați raportul dintre volumele tetraedrelor AMNP și ABCD.

**36.** Demonstrați că într-un tetraedru regulat muchiile opuse sunt perpendiculare.

**37.** Determinați cosinusul unghiului dintre planul unei fețe laterale și planul bazei unui tetraedru regulat.

**38.** Demonstrați că suma distanțelor unui punct din interiorul unui tetraedru regulat la fețele tetraedrului este constantă.

### **Piramida patrulateră regulată**

**39.** O piramidă patrulateră regulată are latura bazei cu lungimea de  $12 \text{ cm}$  și înălțimea piramidei de  $8 \text{ cm}$ . Să se calculeze aria laterală, aria totală și volumul piramidei.

**40.** O piramidă patrulateră regulată are apotema cu lungimea de 20 cm și apotema bazei de 16 cm. Să se afle:

- a) înălțimea piramidei;
- b) aria laterală și aria totală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

**41.** Muchia laterală a unei piramide patrulatere regulate este de 5 cm, iar înălțimea piramidei este de 4 cm. Să se calculeze:

- a) muchia bazei;
- b) apotema piramidei;
- c) aria laterală și volumul piramidei.

**42.** Apotema unei piramide patrulatere regulate are lungimea de 6 cm, iar muchia laterală este de 8 cm. Să se calculeze:

- a) muchia bazei și înălțimea piramidei;
- b) aria laterală și aria totală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

**43.** O piramidă patrulateră regulată are aria laterală egală cu  $260 \text{ cm}^2$ , iar muchia bazei este de 10 cm. Să se afle:

- a) apotema și înălțimea piramidei;
- b) aria totală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

**44.** Volumul unei piramide patrulatere regulate este de  $96 \text{ cm}^3$ , iar muchia bazei este de 6 cm. Să se afle:

- a) înălțimea și apotema piramidei;
- b) aria laterală și aria totală a piramidei.

**45.** Aria bazei unei piramide patrulaterale regulate este de  $100 \text{ cm}^2$ , iar volumul este egal cu  $300 \text{ cm}^3$ . Să se afle:

- a) înălțimea piramidei și muchia bazei;
- b) apotema piramidei și aria laterală;
- c) aria totală a piramidei.

**46.** În piramida patrulateră regulată  $VABCD$  triunghiul  $VAC$  este echilateral, cu latura de 12 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea piramidei;
- b) apotema piramidei și aria laterală;
- c) aria totală și volumul piramidei.

**47.** În piramida patrulateră regulată  $SABCD$ , triunghiul  $SBC$  este echilateral, cu latura de 20 cm. Să se afle:

- a) apotema și înălțimea piramidei;
- b) aria laterală și aria totală a piramidei;
- c) volumul piramidei.

**48.** În piramida patrulateră regulată  $VABCD$  triunghiul  $VBD$  este dreptunghic, iar muchia laterală a piramidei este de 8 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei și apotema piramidei;
- b) aria totală și volumul piramidei.

**49.** O piramidă patrulateră regulată are aria laterală egală cu  $1500 \text{ cm}^2$ , iar aria totală egală cu  $2400 \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și apotema piramidei;
- b) înălțimea piramidei;
- c) volumul piramidei.

**50.** Muchia laterală a unei piramide patrulaterere regulate este 7 cm, iar raza cercului circumscris bazei este de 5 cm. Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea piramidei;
- b) volumul piramidei.

**51.** Într-o piramidă patrulateră regulată muchia bazei este o treime din înălțimea piramidei, iar volumul piramidei este de  $64 \text{ cm}^3$ . Să se afle:

- a) muchia bazei și înălțimea piramidei;
- b) apotema piramidei și aria laterală;
- c) aria totală a piramidei.

**52.** O piramidă patrulateră regulată are aria laterală egală cu  $200 \text{ cm}^2$ . Știind că înălțimea și apotema piramidei formează un unghi de  $30^\circ$ , să se afle:

- a) muchia bazei și apotema piramidei;
- b) aria laterală și aria totală a piramidei;
- c) înălțimea și volumul piramidei.

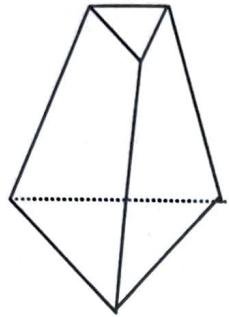
**53.** Într-o piramidă patrulateră regulată apotema piramidei formează cu apotema bazei un unghi de  $45^\circ$ , iar înălțimea piramidei este de  $3\sqrt{2} \text{ cm}$ . Să se afle:

- a) muchia bazei;
- b) apotema piramidei și aria laterală;
- c) volumul piramidei.

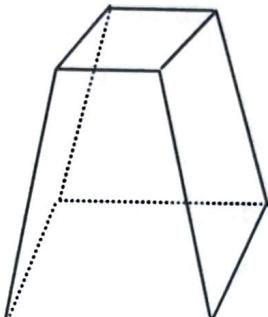
**54.** Într-o piramidă patrulateră regulată se cunosc latura bazei  $l = 10\text{cm}$  și apotema piramidei  $a_p = 13\text{cm}$ . Să se afle aria laterală, aria totală și volumul piramidei.

**55.** Într-o piramidă patrulateră regulată se cunosc latura bazei  $l = 12\text{cm}$  și  $V = 384\text{cm}^3$ . Aflați aria laterală și aria totală.

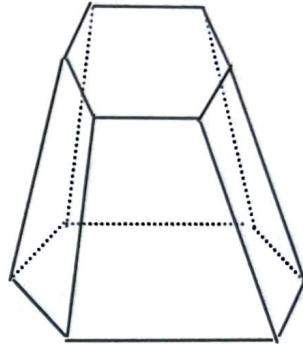
### 3. Trunchiului de piramidă regulată: aria laterală, aria totală, volumul



Trunchi de piramidă triunghiulară



Trunchi de piramidă patrulateră



Trunchi de piramidă hexagonală

- ◆ Aria laterală a trunchiului de piramidă regulată:

$$A_l = \frac{(P_B + P_b) \cdot a_p}{2}$$

- ◆ Aria totală a trunchiului de piramidă regulată:

$$A_t = A_l + A_B + A_b$$

- ◆ Volumul trunchiului de piramidă:

$$V = \frac{h(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})}{3}$$

#### Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată

1. Știind că într-un trunchi de piramidă triunghiulară regulată avem latura bazei mari  $L = 10\text{cm}$ , latura bazei mici  $l = 2\text{cm}$  și apotema trunchiului  $a_p = 3\text{cm}$ , calculați muchia laterală a trunchiului.

2. Știind că într-un trunchi de piramidă triunghiulară regulată avem latura bazei mici  $l = 4\text{cm}$ , apotema trunchiului  $a_p = 5\text{cm}$  și muchia laterală  $m = \sqrt{34}\text{ cm}$ , calculați muchia bazei mari  $L$  a trunchiului.

3. Calculați aria laterală și aria totală a unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată având latura bazei mici  $l = 12\text{cm}$ , latura bazei mari  $L = 18\text{cm}$  și muchia laterală  $m = 4\sqrt{3}\text{ cm}$ .

4. Calculați înălțimea unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată având latura bazei mici  $l = 6\text{cm}$ , latura bazei mari  $L = 12\text{cm}$  și volumul  $V = 63\sqrt{3}\text{ cm}^3$ .

5. Calculați aria laterală și aria totală a unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată având ariile bazelor de  $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$  și  $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$ .

6. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are  $L = 12\sqrt{3}\text{ cm}$ ,  $l = 6\sqrt{3}\text{ cm}$  și  $h = 6\text{cm}$ . Determinați:

- aria laterală și volumul trunchiului;
- cât la sută este volumul trunchiului din volumul piramidei din care provine trunchiul?

7. Într-un trunchi de piramidă triunghiulară regulată se cunosc latura bazei mari  $L = 8\text{cm}$ , latura bazei mici  $l = 2\text{cm}$  și volumul de  $7\sqrt{39}\text{ cm}^3$ . Să se afle aria laterală și aria totală.

8. a) Se consideră trunchiul de piramidă triunghiulară regulată  $\text{ABC}\text{A}'\text{B}'\text{C}'$ . Să se arate că dacă  $\text{tg}(\angle[\text{AA}', (\text{ABC})]) = 1$  atunci  $\text{tg}(\angle[(\text{B}'\text{C}'\text{CB}), (\text{ABC})]) = 2$ .

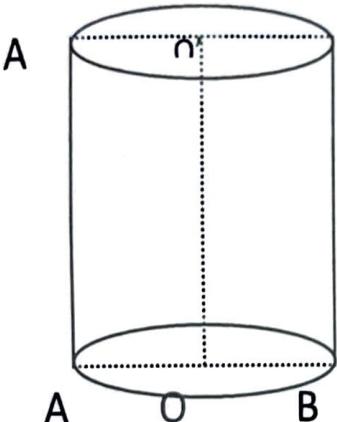
b) Să se calculeze volumul trunchiului de piramidă cu proprietatea de la punctul a) știind că  $\text{AB} = 12\text{cm}$  și  $\text{AA}' = 2\sqrt{6}\text{ cm}$ .

9. Fie  $\text{VABC}$  o piramidă triunghiulară regulată de înălțime  $\text{VO} = h$ .

Considerăm  $\text{M} \in [\text{VO}]$  astfel încât  $\text{VM} = \frac{h}{2}$  și  $\text{N} \in [\text{VM}]$ . Prin  $\text{N}$  și  $\text{M}$  se duc planele  $(\text{A}''\text{B}''\text{C}'')$  și  $(\text{A}'\text{B}'\text{C}')$  paralele cu  $(\text{ABC})$ . Știind că

$$\frac{V_{\text{ABC}\text{A}'\text{B}'\text{C}'}}{V_{\text{A}''\text{B}''\text{C}''\text{A}'\text{B}'\text{C}'}} = \frac{208}{19} \text{ să se determine lungimea segmentului VN.}$$

## 4. Cilindrul circular drept: aria laterală, aria totală, volumul



Formule utile :  $A_{\text{lat}} = 2\pi rh$

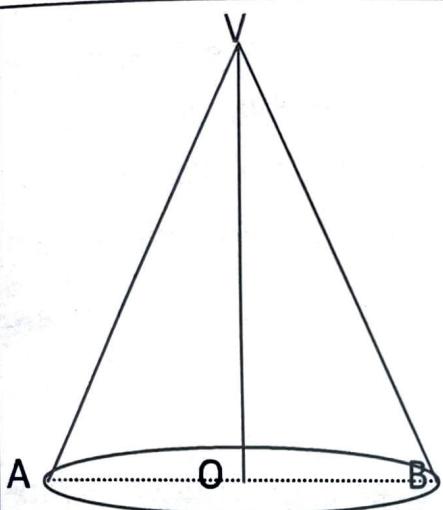
$$= 2\pi r^2$$

- ◆ Aria laterală a cilindrului circular drept:  $A_l = 2\pi rh$
- ◆ Aria totală a cilindrului circular drept:  $A_t = 2\pi rh + 2\pi r^2$
- ◆ Volumul cilindrului circular drept:  $V = \pi r^2 h$

1. Desenați un cilindru circular drept având raza de 3cm și generațoarea de 4cm. Desenați desfășurarea laterală a cilindrului.
2. Desenați dreptunghiul ABCD având AB = 10cm și BC = 5cm. Desenați cilindrii obținuți prin rotirea dreptunghiului în jurul laturii AB, respectiv BC.
3. Desenați pătratul ABCD având AB = 4cm. Desenați cilindrul obținut prin rotirea pătratului în jurul laturii AB.
4. Desenați dreptunghiul ABCD având AB = 8cm și BC = 6cm. Dacă E și F sunt mijloacele laturilor AB și respectiv CD, desenați cilindrul obținut prin rotirea dreptunghiului în jurul dreptei EF.
5. Un cilindru circular drept are R = 8cm și G = 10cm. Să se afle aria laterală, aria totală și volumul cilindrului.

- 6.** Aria laterală a unui cilindru este  $80\pi \text{ cm}^2$  și generatoarea cilindrului este de 8cm. Să se afle raza cercului de la bază, aria totală și volumul cilindrului.
- 7.** Volumul unui cilindru este  $768\pi \text{ cm}^3$  și raza cercului de la bază este de 8cm. Să se afle generatoarea, aria laterală și aria totală a cilindrului.
- 8.** Generatoarea unui cilindru este de 4 ori mai mare decât raza cercului de la bază. Știind că aria laterală este  $72\pi \text{ cm}^2$ , să se afle raza, generatoarea, aria totală și volumul cilindrului.
- 9.** Secțiunea axială a unui cilindru este un pătrat cu latura de 6cm. Să se afle raza, aria laterală, aria totală și volumul cilindrului.
- 10.** Aria secțiunii axiale a unui cilindru este  $54\text{cm}^2$ . Știind că generatoarea este de 3 ori mai mare decât raza, să se afle raza, generatoarea, aria totală și volumul cilindrului.
- 11.** Aria bazei unui cilindru este  $49\pi \text{ cm}^2$ , iar generatoarea 9cm. Să se afle raza, volumul și aria secțiunii axiale a cilindrului.
- 12.** Raza și generatoarea unui cilindru circular drept sunt direct proporționale cu 4 și 7, iar aria laterală este  $504\pi \text{ cm}^2$ . Să se afle aria totală și volumul cilindrului.
- 13.** Într-un cilindru circular drept lungimea diagonalei secțiunii axiale este  $14\sqrt{2} \text{ cm}$  și face cu planul bazei un unghi de  $30^\circ$ . Să se afle raza, înălțimea și volumul cilindrului.
- 14.** Într-un cilindru circular drept diagonalele secțiunii axiale au lungimea de 16cm și formează un unghi de  $60^\circ$ . Să se afle aria totală și volumul cilindrului.
- 15.** Raportul dintre aria laterală și aria totală a unui cilindru este  $\frac{2}{5}$ .

## 5. Conul circular drept: aria laterală, aria totală, volumul



$OA = r$  = raza cercului de la bază       $VA=G$ =generatoarea conului

$VO = h$  = înălțimea conului       $A_{lat}$  = aria laterală

$A_{tot} =$  aria totală       $V =$  volumul

Formule utile:       $A_{lat} = \pi r G$

$$A_{tot} = A_{lat} + A_b = \pi r(r+G)$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

**1.** Desenați un con circular drept având raza de 4cm și generatoarea de 5cm. Desenați desfășurarea laterală a conului.

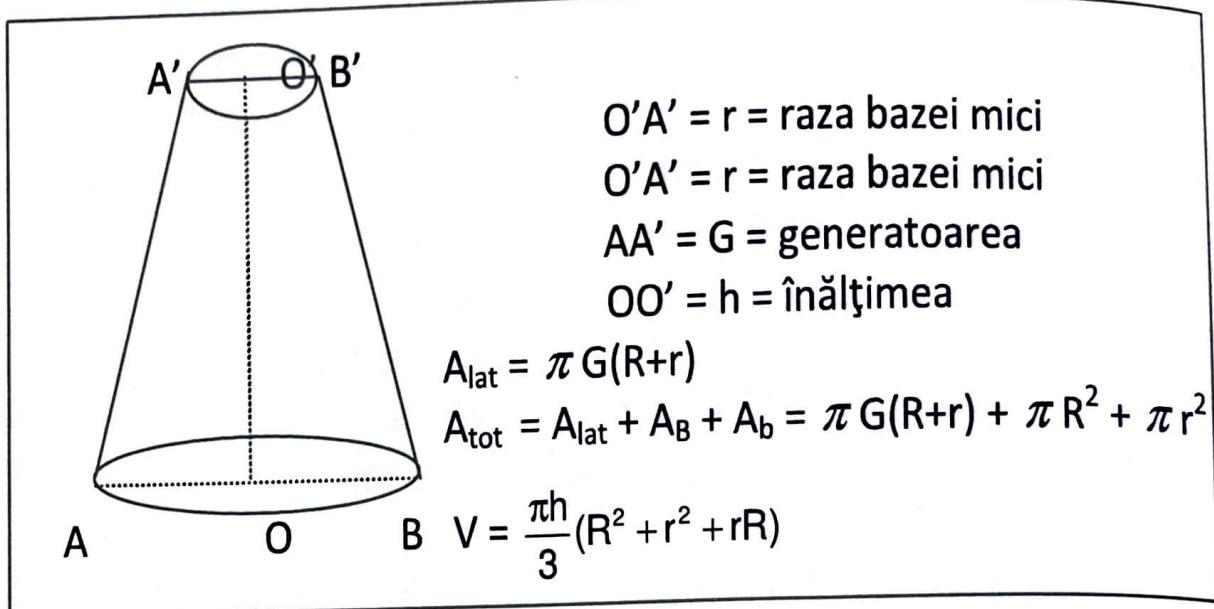
**2.** Fie triunghiul ABC dreptunghic în A având lungimile catetelor  $AB = 3\text{cm}$  și  $AC = 4\text{cm}$ . Desenați conurile obținute prin rotirea dreptunghiului în jurul catetei AB, respectiv AC.

**3.** Desenați un triunghiul isoscel ABC ( $AB = AC$ ) și duceți înălțimea AD. Desenați apoi conul obținut prin rotirea triunghiului în jurul dreptei AD.

**4.** Desenați un con circular drept. Puneți în evidență, pe desen, înălțimea, generatoarea și raza conului. Stabiliți ce relație există între ele.

5. Un con circular drept are raza  $R$  și înălțimea  $H$ . Un plan paralel cu baza dus la distanța  $h$  față de vârful conului determină în con un cerc de rază  $r$ . Stabiliți o relație între  $r$ ,  $R$ ,  $h$  și  $H$ .
6. Secțiunea axială a unui con circular drept este triunghi echilateral de latură 6cm. Aflați raza, generatoarea și înălțimea conului.
7. Un con circular drept are raza de 12cm. La  $\frac{1}{3}$ , respectiv  $\frac{2}{3}$  din înălțimea conului se duce câte un plan paralel cu baza. Efectuați desenul. Aflați razele cercurilor de secțiune.
8. Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi dreptunghic isoscel cu ipotenuza de 24cm. Aflați raza, înălțimea și generatoarea conului.
9. Un con circular drept are aria bazei  $25\pi \text{ cm}^2$  și volumul  $50\pi \text{ cm}^3$ . Aflați înălțimea conului.
10. Un con circular drept are raza de 8cm și înălțimea de 6cm. Aflați generatoarea și volumul conului.
11. Un con circular drept are raza bazei egală cu 12 cm, iar înălțimea  $12\sqrt{2}$  cm. Să se afle aria laterală, aria totală și volumul conului.
12. Un con circular drept are raza bazei egală cu 6cm și generatoarea 10cm. Să se afle aria laterală, aria totală și volumul conului.
13. Un con circular drept are generatoarea egală cu 8cm și aria laterală  $32\pi \text{ cm}^2$ . Să se afle:
- raza și înălțimea conului;
  - aria totală și volumul conului.
14. Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi echilateral de latură 24cm. Să se afle:

## 6. Trunchiul de con circular drept: aria laterală, aria totală, volumul



1. Desenați un trunchi de con circular drept și reprezentați pe desen înălțimea , razele și generatoarea trunchiului.
2. Un trunchi de con circular drept are razele bazelor de 6cm, respectiv 8cm. Prin mijlocul înălțimii se duce un plan paralel cu bazele. Să se afle raza cercului de secțiune.
3. Secțiunea axială a unui trunchi de con circular drept este un trapez isoscel cu laturile neparalele egale cu baza mică, iar unghiurile alăturate bazei mari sunt de  $60^\circ$ . Aflați razele și generatoarea trunchiului știind că perimetrul trapezului este 20cm.
4. Un con circular drept are raza bazei egală cu 20cm și înălțimea 60cm. Se secționează conul cu un plan paralel cu baza dus la  $\frac{3}{4}$  din înălțime față de vârful acestuia. Să se afle:
  - a) generatoarea și volumul conului;
  - b) generatoarea și volumul trunchiului de con obținut prin secționare.

**5.** Un trunchi de con circular drept are razele bazelor egale cu 12cm, respectiv 8cm și înălțimea de 8cm. Să se afle generatoarea, aria laterală, aria totală și volumul trunchiului.

**6.** Secțiunea axială a unui trunchi de con circular drept este un trapez isoscel cu laturile neparalele egale cu baza mică și unghiurile alăturate bazei mici de  $120^\circ$ . Aria laterală a trunchiului este egală cu  $294\pi \text{ cm}^2$ . Să se afle:

- a) razele, înălțimea și generatoarea trunchiului;
- b) aria totală și volumul trunchiului.

**7.** Un con circular drept are volumul egal cu  $1080\pi \text{ cm}^3$ . La  $\frac{2}{3}$  din înălțime față de vârf se duce un plan paralel cu baza. Să se afle volumul trunchiului de con obținut.

**8.** Un trunchi de con circular drept are volumul egal cu  $350\pi \text{ cm}^3$ , iar raportul razelor este  $\frac{1}{2}$ . Să se afle volumul conului din care provine trunchiul.

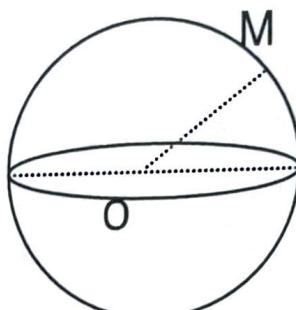
**9.** Un trunchi de con circular drept are razele invers proporționale cu 3 și 5, volumul egal cu  $784\pi \text{ cm}^3$ , iar înălțimea egală cu 12cm. Să se afle:  
a) razele și generatoarea trunchiului;  
b) înălțimea conului din care provine trunchiul.

**10.** Un con circular drept are volumul egal cu  $16200\pi \text{ cm}^3$ . La  $\frac{1}{3}$ , respectiv  $\frac{2}{3}$  din înălțime, față de vârf, se duce câte un plan paralel cu baza. Să se afle volumul trunchiului de con cuprins între cele două plane de secțiune.

**11.** Un con circular drept are generatoarea egală cu 15cm, iar desfășurarea laterală a conului este un sector de cerc cu unghiul la

## 7. Sferă

- ◆ Definiție: Fie  $O$  un punct fix și  $R$  un număr real pozitiv. Se numește sferă de centru  $O$  și rază  $R$  locul geometric al punctelor  $M$  din spațiu pentru care  $OM = R$ .



$$A = 4\pi R^2$$
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

1. Desenați sferă obținută prin rotirea unui cerc în jurul unui diametru.
2. Desenați o sferă și trei puncte  $A, B, C$  pe ea. Puneți în evidență secțiunea determinată în sferă de cele trei puncte.
3. O sferă este secționată de două plane paralele. Puneți în evidență pe desen razele cercurilor de secțiune și raza sferei.
4. Dintr-un cub cu latura de 12 cm se confeționează o sferă de rază maximă. Efectuați desenul și determinați raza sferei.
5. O sferă de rază  $R$  este intersectată de un plan dus la distanță  $h$  față de centrul sferei. Dacă  $r$  este raza cercului de secțiune, stabiliți ce relație există între  $r, R$  și  $h$ .
6. Dintr-un tetraedru regulat se confeționează o sferă de rază maximă. Efectuați desenul.
7. Patru globulete sferice cu razele de 6cm sunt ambalate într-o cutie paralelipipedică. Știind că centrele sferelor formează un pătrat, aflați dimensiunile minime ale cutiei de ambalaj.

- 8.** Să se afle aria și volumul unei sfere cu raza de 4cm.
- 9.** Aria unei sfere este egală cu  $100\pi \text{ cm}^2$ . Să se afle raza și volumul sferei.
- 10.** Volumul unei sfere este egal cu  $4500\pi \text{ cm}^3$ . Să se afle raza și aria sferei.
- 11.** O sferă are aria egală cu  $144\pi \text{ cm}^2$ . Să se afle raza sferei.
- 12.** Raportul dintre aria și volumul unei sfere este  $\frac{1}{9}$ . Să se afle raza sferei.
- 13.** Raportul ariilor a două sfere este  $\frac{4}{9}$ . Să se afle raportul razelor celor două sfere.
- 14.** Raportul volumelor a două sfere este  $\frac{64}{343}$ . Să se afle raportul razelor celor două sfere.
- 15.** O sferă cu raza de 8cm este introdusă într-un cub de dimensiuni minime. Aflați volumul sferei și volumul cubului.
- 16.** Un cub cu muchia de 2cm este introdus într-o sferă de dimensiuni minime. Aflați raza, aria și volumul sferei.
- 17.** Aria maximă a unei secțiuni într-o sferă este egală cu  $144\pi \text{ cm}^2$ . Să se afle raza și aria sferei.
- 18.** O sferă cu raza de 10cm este intersectată de un plan situat la distanță de 8cm de centrul sferei. Să se afle raza cercului de secțiune și aria unui pătrat înscris în cercul de secțiune.