

# Lectii Matematica

Lectia 1 – Multimi: descriere și notații. Operații  
cu mulțimi, Mulțimi de numere.

*Ionchiș Flaviu*

Clasa 5

## ➤ MULTIMI

- **Definiție:** Prin mulțime înțelegem o colecție de obiecte bine determinate și distincte. Obiectele din care este alcătuită o mulțime se numesc **elementele** mulțimii. Mulțimile se notează cu **litere mari** din alfabet.

Exemplu : ( A,B,C,M,S...etc )

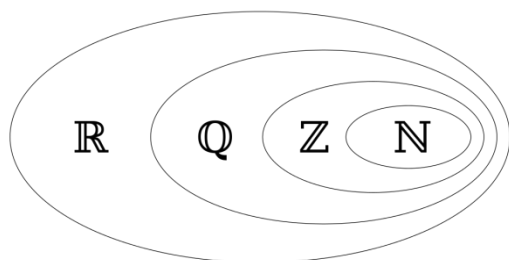
- Mulțimea care nu are nici un element se numește **mulțimea vidă** și se notează  $\phi$
- Dacă un element  $x$  **aparține** unei mulțimi  $A$  se notează cu  $x \in A$ .
- Dacă un element  $x$  **nu aparține** unei mulțimi  $A$  se notează cu  $x \notin A$ .

Exemplu:  $S = \{1, 9, 3, 7, 5\}$

Cifra 3 este un element al mulțimii  $S$ . Vom spune că 3 **aparține** mulțimii  $S$  și notăm astfel:  $3 \in A$ .

Cifra 2 nu este un element al mulțimii  $S$ . Vom spune că 2 **nu aparține** mulțimii  $S$  și notăm astfel:  $2 \notin A$ .

- $\mathbb{N} = \{0;1;2;\dots\}$  = mulțimea numerelor naturale
- $\mathbb{N}^* = \{1;2;\dots\} = \mathbb{N} - \{0\}$  = mulțimea numerelor naturale nenule
- $\mathbb{Z} = \{\dots;-2;-1;0;1;2;\dots\}$  = mulțimea numerelor întregi
- $\mathbb{Q}_+ = \{\frac{a}{b} / a,b \in \mathbb{N}^*\}$  = mulțimea numerelor raționale pozitive
- $\mathbb{R}$  = mulțimea numerelor reale



- O mulțime poate fi definită:

- **sintetic**, enumerând elementele sale:

Exemplu:  $A = \{0;1;2;3;4\}$ .

- **analitic**, punând în evidență o proprietate a elementelor mulțimii:

Exemplu:  $A = \{x / x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$ .

- Două mulțimi sunt **egale** dacă au aceleași elemente ( $A = B$ )
- Două mulțimi nu sunt egale dacă au elemente **diferite** ( $A \neq B$ )
- Dacă toate elementele unei mulțimi  $A$  se găsesc într-o altă mulțime  $B$ , atunci vom spune că  $A$  este **inclusă** în  $B$  și notăm  $A \subset B$ .

- Mulțimea  $A$  se numește **submulțime** a mulțimi  $B$ , dacă elementele mulțimi  $A$  se găsesc în mulțimea  $B$ .

Exemplu:  $A = \{\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, 5\}$

$B = \{\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, 5, 6\}$

- **Observație:** mulțimea vidă este inclusă în orice altă mulțime.
- **Cardinalul** unei mulțimi reprezintă numărul de elemente al mulțimii.

Exemple:  $\text{card } A = 4$

$\text{card } \phi = 0$

$\text{card } \mathbb{N} = \infty$

- O mulțime care are un număr **infini**t de elemente se numește mulțime infinită.
- O mulțime care are un număr **finit** de elemente se numește mulțime finită.

• Operații cu mulțimi:

- Reuniunea a două sau mai multe mulțimi - se aleg toate elementele din toate mulțimile, considerate o singură dată.

$$\text{Se notează } A \cup B = \{ x / x \in A \text{ sau } x \in B \}$$

Exemplu:  $A = \{0;1;7;9;10\}$   $B = \{0;2;3\}$   $C = \{1;2;3;4;5\}$

$$A \cup B \cup C = \{0;1;2;3;4;5;7;9;10\}$$

- Intersecția a două sau mai multe mulțimi - se aleg numai elementele comune ale tuturor mulțimilor.

$$\text{Se notează } A \cap B = \{ x / x \in A \text{ și } x \in B \}$$

Exemplu:  $A = \{0;1;7;9;10\}$   $B = \{0;2;3\}$

$$A \cap B = \{0\}$$

- Diferența a două mulțimi - se consideră numai elementele care sunt în prima mulțime și nu se găsesc în a doua mulțime.

$$\text{Se notează } A - B = \{ x / x \in A \text{ și } x \notin B \}$$

Exemplu:  $A = \{0;1;7;9;10\}$   $B = \{0;2;3\}$

$$A - B = \{1;7;9;10\}; B - A = \{2;3\}$$

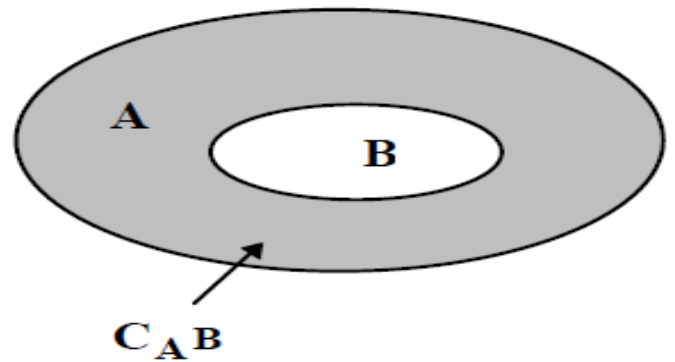
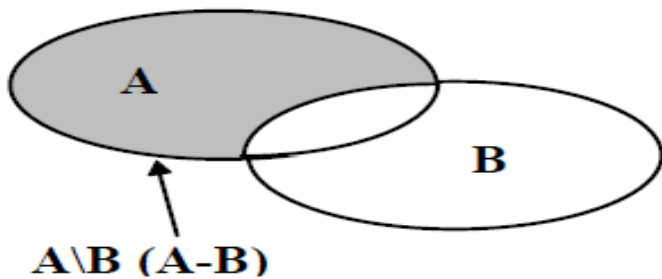
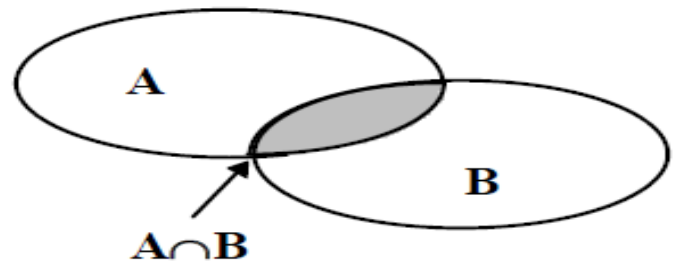
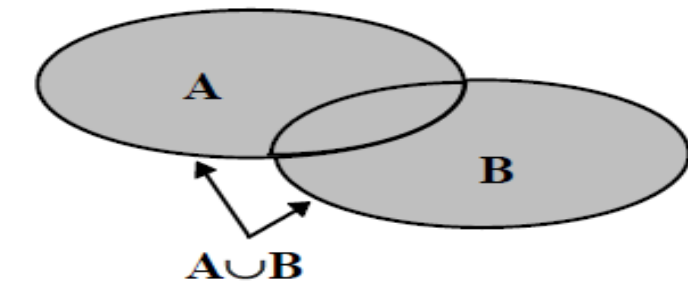
- Complementara mulțimii  $A \subset E$  față de mulțimea  $E$ : se consideră toate elementele care sunt în  $E$  și nu sunt în  $A$ . Se notează  $C_E(A) = E - A$

Exemplu:  $A = \{0;1;3;5\}$   $C_{\mathbb{N}}(A) = \{2;4;6;7;8;.....\}$

- Observații:  $A \cup B = B \cup A$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \setminus B \neq B \setminus A$$



**Ex 1.**  $A = \{ x / x \in \mathbb{N}^*, 2x + 3 \leq 9 \}$

a) Aflați elementele mulțimii A.

b) Dacă  $B = \{ 0; 3; 6; 9 \}$  aflați  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$

Rezolvare:

a)  $2x + 3 \leq 9 \Rightarrow 2x \leq 9 - 3 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 6 : 2 \Rightarrow x \leq 3; x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow A = \{1; 2; 3\}$

b)  $A \cap B = \{3\}$

$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 6; 9\}$

$A - B = \{1; 2\}$

$B - A = \{0; 6; 9\}$

**Ex 2.** Se consideră două mulțimi care verifică condițiile:

$$A \cap B = \{5;6\}; \quad A \cup B = \{1;2;5;6;7\}; \quad B - A = \{7\}.$$

Aflați elementele fiecărei mulțimi.

Rezolvare:

$$A \cap B = \{5;6\} \Rightarrow 5 \in A \text{ și } 5 \in B, \quad 6 \in A \text{ și } 6 \in B$$

$$B - A = \{7\} \Rightarrow 7 \in B \text{ și } 7 \notin A.$$

$$A \cup B = \{1;2;5;6;7\} \Rightarrow A = \{1;2;5;6\}; \quad B = \{5;6;7\}$$

### ➤ Exerciții cu mulțimi:

1. Fie mulțimea  $M = \{3, 5, 7, 11, 12, 13\}$ . Scrieți în dreptul fiecărei propoziții de mai jos valoarea de adevăr (adevărat sau fals).
  - a)  $3 \in M$
  - b)  $8 \in M$
  - c)  $5 \in M$
  - d)  $11 \notin M$
  - e)  $13 \in M$
2. Fie mulțimea  $A = \{x / x \text{ este cifră}\}$ . Enumerați elementele mulțimii  $A$ .
3. Enumerați elementele mulțimii  $B = \{x / x \in \mathbb{N}, 183 < x < 190\}$ .
4. Fie mulțimea  $C = \{x / x \text{ este ultima cifră a numărului } 6^{2015}\}$ . Enumerați elementele mulțimii  $C$ .
5. Fie mulțimea  $S = \{x / x \text{ este un număr natural și } 14 < x \leq 26\}$ . Scrieți în dreptul fiecărei propoziții de mai jos valoarea de adevăr (adevărat sau fals).
  - a)  $14 \in S$
  - b)  $15 \in S$
  - c)  $26 \in S$

- d)  $20 \notin S$   
 e)  $28 \notin S$
6. Stabiliți cardinalul mulțimi  $A = \{ x / x \text{ este literă din cuvântul 'caiet' } \}$ .
7. Stabiliți cardinalul mulțimi  $B = \{ x / x \in \mathbb{N}^*, x < 2015 \}$ .
8. Fie mulțimea  $M = \{ x / x \in \mathbb{N}, x \leq 2016 \}$ . Scriți în dreptul fiecărei propoziții de mai jos valoarea de adevăr ( adevărat sau fals) .
- a)  $\text{card } M = 2017$   
 b)  $\text{card } M = 2016$   
 c)  $M$  este o mulțime finită  
 d)  $2016 \in M$   
 e)  $0 \notin M$
9. Aflați cardinalul mulțimii  $S = \{ x / x \in \mathbb{N}^*, x < 35, x \text{ este divizibil cu } 5 \}$ .
10. Stabiliți care dintre mulțimile de mai jos sunt mulțimi infinite și care sunt finite :
- a)  $\mathbb{N}$   
 b)  $A = \{ x / x \text{ este elev în clasa a V a și trăiește în România } \}$   
 c)  $\mathbb{N}^*$   
 d)  $B = \{ x / x \in \mathbb{N}, x > 15 \}$   
 e)  $\phi$
11. Fie mulțimile  $A = \{5,6,7,8\}$ ,  $B = \{7,8,9,10\}$ . Aflați  $A \cup B$ .
12. Fie mulțimile  $A = \{10,11,12,13,14\}$ ,  $B = \{11,13,15,16\}$ . Aflați  $A \cap B$ .
13. Fie mulțimile  $A = \{10,20,30,40\}$ ,  $B = \{20,25,30,35\}$ . Aflați  $A - B$ .
14. Fie mulțimile  $A = \{9,6,8,3\}$ ,  $B = \{8,5,7,9\}$ ,  $C = \{2,3,4,5\}$ . Aflați  $A \cup B \cap C$ .
15. Fie mulțimile  $A = \{2,4,5,7,8,9\}$ ,  $B = \{1,2,4,6,7\}$ ,  $C = \{1,5,7,10\}$ . Aflați:
- a)  $A \setminus (B \cap C)$   
 b)  $C \setminus (A \cap B)$   
 c)  $A \setminus (B \cup C)$

d)  $C \setminus (B \setminus A)$

e)  $B \setminus (A \cap C)$

16. Fie mulțimile :  $A = \{x + 7, 2x + 3, 3x - 5\}$   
 $B = \{2x + 1, x + 9, 4x + 5\}$  , determinați pe  $x$  astfel încât  $A = B$ .

17. Se dau mulțimile :  $A = \{0, 2, 4, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$

Calculați :  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A \cap \emptyset$ ;  $B \cup \mathbb{N}$

18. Enumerați elementele mulțimii  $A$  și  $B$  știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

b)  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

c)  $A \setminus B = \{0\}$

19. Se dau mulțimile  $A = \{\text{urs, cal, lup, vulpe}\}$  și  $B = \{\text{capră, lup, oaie, urs, castor, jder}\}$ . Aflați:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$

20. Într-o clasă sunt 29 elevi. Dintre aceștia, 23 au acasă catel, iar 21 au acasă pisica. În clasă sunt 4 elevi care nu au acasă nici catel, nici pisica.  
Câți elevi din clasă au acasă și catel și pisica ?

21. Se dau mulțimile  $E = \{x \in \mathbb{N} / x < 10 \text{ și } x \text{ nu este pătrat perfect}\}$  și  $F = \{x \in \mathbb{N}^* / 2^x < 11^2\}$ .

a) Enumerați elementele mulțimilor  $E$  și  $F$ ;

b) Desenați diagrame cu mulțimile  $E$  și  $F$ ;

c) Aflați  $E \cap F$ ,  $E \cup F$ ,  $(E - F) \cap (F - E)$ ;

22. Aflați mulțimile  $X$  și  $Y$  știind că acestea verifică simultan condițiile:

a)  $X \cap Y = \{\text{crin, lalea, garoafă}\}$

b)  $X \cup Y = \{\text{zambilă, lalea, narcisă, crin, ghiocel, garoafă, trandafir, orhidee}\}$

c)  $Y - X = \{\text{ghiocel, zambilă}\}$

23. Ordonați crescător elementele mulțimii  $M = \{103, 210, 36, 55\}$



24. Se dau mulțimile  $A = \{\text{zambilă, lelea, narcisă, crin, garoafă, orhidee}\}$  și  $B = \{\text{crin, lelea, trandafir}\}$ .

Aflați:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$

25. Într-o clasă sunt 28 elevi. Dintre aceștia, 19 au acasă acvariu, iar 17 au acasă hamster. Sunt 6 elevi în clasă care nu au acasă nici acvariu, nici hamster. Câți elevi au acasă și acvariu și hamster ?

26. Se dau mulțimile  $E = \{x \in \mathbb{N}^* / x < 8 \text{ și } x \text{ nu este divizibil cu } 3\}$  și

$$F = \{x \in \mathbb{N} / 3^x < 5^3\}.$$

a) Enumerați elementele mulțimilor  $E$  și  $F$ ;

b) Desenați diagrame cu mulțimile  $E$  și  $F$ ;

c) Aflați  $E \cap F$ ,  $E \cup F$ ,  $(E - F) \cap (F - E)$ ;

27. Aflați mulțimile  $X$  și  $Y$  știind că acestea îndeplinesc simultan condițiile:

a)  $X \cap Y = \{\text{lup, urs, castor}\}$

b)  $X \cup Y = \{\text{urs, cal, lup, vulpe, capră, oaie, castor, jder}\}$

c)  $Y - X = \{\text{vulpe, cal}\}$