

CLASA a VII-a - Exemple și Fișă de lucru

Probleme propuse la examenele naționale

1.(2012 - sesiunea specială) Arătați că $a = 2 \cdot (8 + \sqrt{18}) - 3 \cdot (4 + \sqrt{8})$ este număr întreg.

Rezolvare:

$$a = 2 \cdot (8 + \sqrt{18}) - 3 \cdot (4 + \sqrt{8})$$

$$a = 2 \cdot (8 + 3\sqrt{2}) - 3 \cdot (4 + 2\sqrt{2}) \text{ (am scos factorii de sub radicali)}$$

$$a = 16 + 6\sqrt{2} - 12 - 6\sqrt{2} \text{ (înmulțirea este distributivă față de adunare)}$$

$$a = 4, \text{ deci } a \text{ este număr întreg.}$$

2.(2013 - evaluare națională) Arătați că $\sqrt{2} + \sqrt{8} - 3\sqrt{2} = 0$.

Rezolvare:

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0$$

(mai întâi scoatem factorii de sub radicali și apoi calculăm radicalii asemenea)

3.(2016 - simulare) Se consideră numerele $a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{4}{\sqrt{32}}$ și $b = \frac{\sqrt{13^2-5^2}}{\sqrt{10^2-8^2}}$.

a) Arătați că $a = 2\sqrt{2}$.

b) Calculați $a^2 - b^2$.

Rezolvare:

$$\text{a) } a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{4}{\sqrt{32}}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{2}} + \frac{4}{4\sqrt{2}} \text{ (am scos factorii de sub radicali)}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (am simplificat ultime fracții cu 2, 3, respectiv 4)}$$

$$a = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{b) } b = \frac{\sqrt{13^2 - 5^2}}{\sqrt{10^2 - 8^2}} = \frac{\sqrt{169 - 25}}{\sqrt{100 - 64}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{Deci } a^2 - b^2 = (2\sqrt{2})^2 - 2^2 = 8 - 4 = 4.$$

4. (2018 - simulare) Se consideră numărul $a = \sqrt{6} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{3}}\right) - |5\sqrt{2} - 7|$. Arătați că $a = 3\sqrt{3} + 7$.

Rezolvare:

$$a = \sqrt{6} \cdot \left(\frac{\sqrt{3} \cdot 3}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2} \cdot 5}{\sqrt{3}}\right) - |5\sqrt{2} - 7| \text{ (am amplificat pentru a aduce la același numitor)}$$

$$|5\sqrt{2} - 7| = 5\sqrt{2} - 7, \text{ pentru că } 5\sqrt{2} > 7$$

$$a = \sqrt{6} \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right) - (5\sqrt{2} - 7)$$

$$a = \sqrt{6} \cdot \left(\frac{3\sqrt{3} + 5\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right) - (5\sqrt{2} - 7)$$

$$a = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7$$

$$a = 3\sqrt{3} + 7$$

5. (2018 - model) Arătați că suma numerelor $x = \left(\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{2} - \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3}$ și

$y = \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{180}}$ este pătratul unui număr natural.

Rezolvare:

$$x = \left(\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} \right) \cdot \sqrt{2} - \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{3}$$

(se poate și raționaliza, dar e mai convenabil, în acest caz, să folosim distributivitatea înmulțirii față de adunare)

$$x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

(atenție la semnul – din fața parantezei!)

$$x = 2 + 5 - 3 - 1$$

$$x = 3$$

$$y = \left(\frac{{}^3_2 3}{2\sqrt{5}} + \frac{{}^2_2 2}{3\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{180}}$$

(aducem la același numitor fracțiile și scoatem factorii de sub radicali)

$$y = \left(\frac{9}{6\sqrt{5}} + \frac{4}{6\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{6\sqrt{5}}$$

$$y = \frac{13}{6\sqrt{5}} \cdot \frac{6\sqrt{5}}{1}$$

$$y = 13$$

$$x + y = 3 + 13 = 16 = 4^2.$$

Fișă de lucru

1.(2013 - rezervă) Arătați că $\sqrt{3} + \sqrt{12} - 3\sqrt{3} = 0$.

Indicație:

- ❖ scoateți factorii de sub radicali
- ❖ calculați radicalii asemenea
- ❖ rezultatul trebuie să fie, evident, egal cu 0.

2. (2014 - rezervă) Determinați numărul real a știind că $a\sqrt{3} = \sqrt{27}$.

Indicație:

- ❖ scoateți factorii de sub radicali și rezultatul va fi evident

3. (2015 - model) Calculați media aritmetică a numerelor reale $x = 2(4 - \sqrt{7})$ și $y = 2\sqrt{7}$.

Indicație:

- ❖ determinați x , folosind distributivitatea înmulțirii față de scădere
- ❖ Media aritmetică a două numere se calculează folosind formula $m_a = (a+b):2$
- ❖ Veți obține $m_a = 4$.

4.(2016 – evaluare națională) Știind că $x = \sqrt{3}$ și $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$, arătați că $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}$

Indicație:

- ❖ arătați că $\frac{x}{y} = 3$
- ❖ arătați că $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$
- ❖ înlocuiți, apoi aduceți la același numitor fracțiile

5. (2017- sesiunea specială) Arătați că media aritmetică a numerelor $a = \sqrt{64}$ și $b = \frac{6}{\sqrt{2}} + 2 - \sqrt{18}$ este egală cu 5.

Indicație:



-
- ❖ *scoateți factorii de sub radicali*
 - ❖ *arătați că $a = 8$*
 - ❖ *arătați că $b = 2$ (raționalizați prima fracție, simplificați fracția obținută și reduceți termenii asemenea)*
 - ❖ *Media aritmetică se calculează folosind formula $m_a = (a+b):2$ și evident va trebui să obțineți 5.*