Teoria para o cálculo da curva

Fernando Pujaico Rivera

November 9, 2018

Abstract

1 least-squares fitting of cubic splines (Method 1)

Este trabalho mostra como calcular o encaixe de uma curva $y = f(x)$ mediante mínimos quadrados sobre um conjunto de N pontos (x_n, y_n); $\forall n \in \mathtt{Z},\ 0 \leq n < N$; tendo cada ponto uma importância de w_n. Onde a curva $y = f(x)$ esta composta de um grupo de M splines cúbicos, como o exemplo da Figura 1.

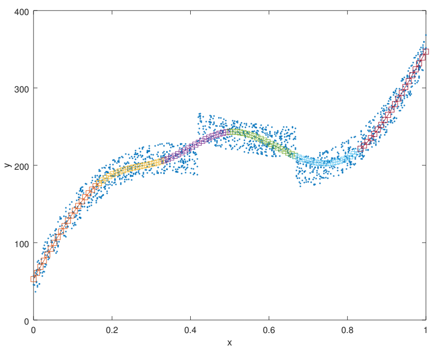

Figure 1: Fitting of $M = 6$ cubic splines in a set of $N = 500$ pontos (x_n, y_n).

Os splines tem seus limites de domínio, nas posições onde x tem valores $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_M$.

Assim, usando as variáveis $\mathbf{E} = \begin{pmatrix}\varepsilon_0 & \varepsilon_1 & ... & \varepsilon_M\end{pmatrix}^T$ e $\mathbf{P} = \begin{pmatrix}P_0 & P_1 & ... & P_{4M-1}\end{pmatrix}^T$, podemos definir as seguintes funções,

$$G(x, a, b) = \begin{cases} 1 & if \quad a \leq x \leq b \\ 0 & if \quad other\ case \end{cases} \tag{1}$$

$$S_k(x, \mathbf{P}) = P_{4k} + P_{1+4k}\ x + P_{2+4k}\ x^2 + P_{3+4k}\ x^3, \tag{2}$$

de modo que

$$f(x, \mathbf{P}, \mathbf{E}) = \sum_{k=0}^{M-1} S_k(x, \mathbf{P}) G(x, \varepsilon_k, \varepsilon_{k+1}) \tag{3}$$

1.1 Calculando os parâmetros P_j

Para poder calcular o vetor $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & ... & P_{4M-1} \end{pmatrix}^T$, do problema spline descrito na Seção 1, podemos definir as seguintes equações:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{P} \tag{4}$$