

# **Elementi di Informatica**

## **Tipi ed Espressioni – Logica Booleana**

**Giordano Da Lozzo e Giuseppe Sansonetti**



# Algebra di Boole

Un tipo astratto, formalizzato da George Boole.

Dominio: {True, False}

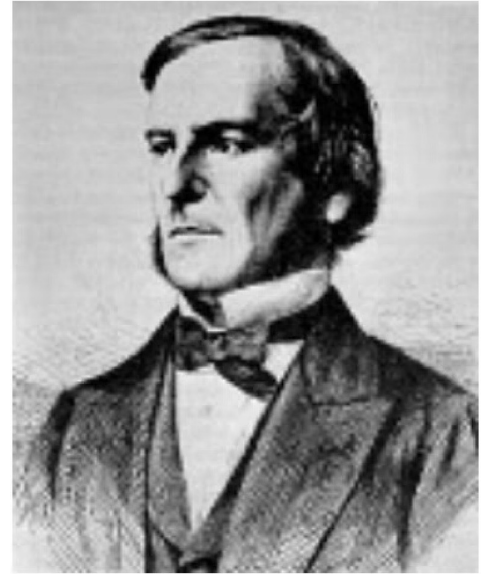
3 operatori:

! (operatore NOT o di complementazione o di negazione)

&& (operatore AND o di congiunzione)

|| (operatore OR o di disgiunzione)

!, && e || si chiamano operatori logici o booleani



# Semantica dell'Operatore NOT

Sia  $A \in \{\text{True}, \text{False}\}$

$\neg A$  vale True se  $A$  vale False

$\neg A$  vale False se  $A$  vale True

Esempi:  $\neg \text{True}$  vale False

$\neg(\neg \text{False})$  vale False

| $A$   | $\neg A$ |
|-------|----------|
| True  | False    |
| False | True     |

Tavola di verità

# Semantica dell'Operatore AND

Siano  $A, B \in \{\text{True}, \text{False}\}$

$A \ \&\& \ B$  vale True se sia  $A$  che  $B$  valgono True

$A \ \&\& \ B$  vale False altrimenti

Esempi:  $\text{True} \ \&\& \ (!\text{False})$  vale True

$!(\text{True} \ \&\& \ \text{False})$  vale True

| A     | B     | $A \ \&\& \ B$ |
|-------|-------|----------------|
| True  | True  | True           |
| True  | False | False          |
| False | True  | False          |
| False | False | False          |

Tavola di verità

# Semantica dell'Operatore OR

Siano  $A, B \in \{\text{True}, \text{False}\}$

$A \parallel B$  vale True se almeno uno fra  $A$  e  $B$  vale True

$A \parallel B$  vale False altrimenti

Esempi:  $\text{False} \parallel (!\text{False})$  vale True

$!(\text{True} \parallel \text{False})$  vale False

| A     | B     | $A \parallel B$ |
|-------|-------|-----------------|
| True  | True  | True            |
| True  | False | True            |
| False | True  | True            |
| False | False | False           |

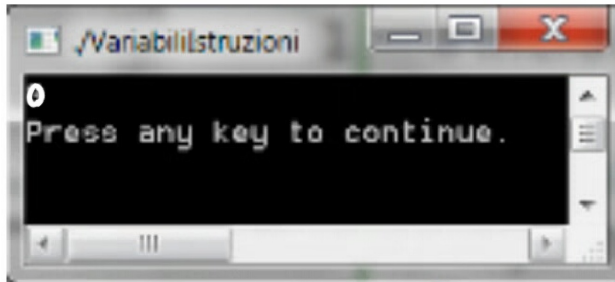
Tavola di verità

# Algebra di Boole in C

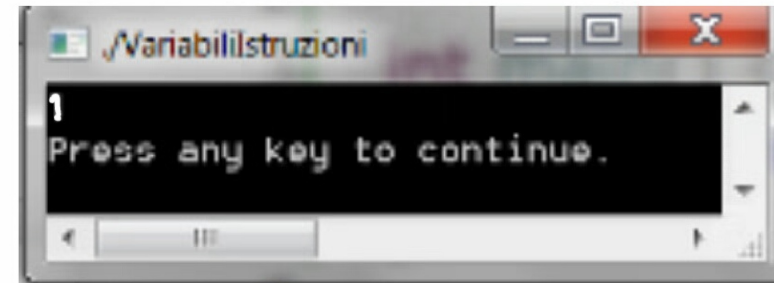
Nel **Linguaggio C** l'Algebra di Boole viene **utilizzata** nelle **istruzioni di controllo** (anche dette **istruzioni strutturate**) nella seguente maniera:

- Il valore **False** viene rappresentato da uno **0**
- Il valore **True** viene rappresentato da un **1** (e da qualsiasi **numero diverso da 0**)
- Gli operatori **!**, **&&** e **||** sono definiti nel linguaggio

```
int main() {  
    printf("%d", 1 && 0);  
}
```



```
int main() {  
    printf("%d", (1 && 0) || (1 || 0));  
}
```



# Alcune proprietà degli operatori Booleani

Idempotenza di  $\&\&$  e  $\|\|$

$$A \&\& A = A$$

$$A \|\| A = A$$

Commutatività di  $\&\&$  e  $\|\|$

$$A \&\& B = B \&\& A$$

$$A \|\| B = B \|\| A$$

Associatività di  $\&\&$  e  $\|\|$

$$A \&\& (B \&\& C) = (A \&\& B) \&\& C$$

$$A \|\| (B \|\| C) = (A \|\| B) \|\| C$$

Distributività

$$A \&\& (B \|\| C) = (A \&\& B) \|\| (A \&\& C)$$

$$A \|\| (B \&\& C) = (A \|\| B) \&\& (A \|\| C)$$

# Alcune proprietà degli operatori Booleani

Elementi neutri di  $\&\&$  e  $\|\|$

$$\text{TRUE} \&\& A = A$$

$$\text{FALSE} \|\| A = A$$

Elementi assorbenti di  $\&\&$  e  $\|\|$

$$\text{FALSE} \&\& A = \text{FALSE}$$

$$\text{TRUE} \|\| A = \text{TRUE}$$

Eliminazione della doppia negazione

$$\neg(\neg A) = A$$

Altre identità notevoli

$$A \&\& (\neg A) = \text{FALSE}$$

$$A \|\| (\neg A) = \text{TRUE}$$



# Operatori Relazionali

Operatori **binari**, che si applicano ad una **coppia di valori** dello **stesso tipo** (ad esempio due valori di tipo **int**) per verificare l'esistenza di una certa **relazione**, e forniscono il risultato della verifica come valore booleano (quindi **0** o **1**)

|            |      |          |                       |
|------------|------|----------|-----------------------|
| $3==3$     | vale | <b>1</b> | (uguale a)            |
| $4!=4$     | vale | <b>0</b> | (non uguale a)        |
| $5<(11/2)$ | vale | <b>0</b> | (minore di)           |
| $5.5>5$    | vale | <b>1</b> | (maggiore di)         |
| $-1<=0$    | vale | <b>1</b> | (minore o uguale a)   |
| $-1/2>=0$  | vale | <b>1</b> | (maggiore o uguale a) |

# Espressioni Logiche o Booleane

Anche dette **predicati** o **condizioni**, sono **espressioni** che hanno un valore **Vero** o **Falso** (in C, **1** o **0**) quando vengono valutate.

Sono composte da:

- **1**, **0** e **variabili booleane** (di tipo *int*, *short*, *long*, *float*, ...)
- **Operatori booleani** (!, && e ||)
- **Funzioni booleane**, ovvero funzioni che restituiscono un valore booleano (ad esempio gli **operatori relazionali**)

**Esempio:** `((x>10 || (y==5)) && (cond1 || cond2))`

dove *x*, *y*, *cond1* e *cond2* sono **variabili** di tipo *int*

# Precedenze

In ordine **decrescente** di precedenza

- NOT !
- Relazionali di confronto <, >, <=, >= (fra loro precedenza a sinistra)
- Relazionali di uguaglianza ==, != (fra loro precedenza a sinistra)
- AND &&
- OR ||

Le **parentesi tonde** possono fugare ogni dubbio.

$x \geq 10 \parallel 1 \ \&\& \ !cond1 \parallel x \neq 5$

è equivalente a

$((x \geq 10) \parallel (1 \&\& (!cond1))) \parallel (x \neq 5)$

# Esercizi 1

1. Quanto vale l'espressione  $1 \parallel 1 \&\& 0$ ?
2. Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $((a \parallel b) \&\& (1 \&\& b)) \parallel b \&\& 0$ ?
3. Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(a \&\& b) \parallel a$ ?
4. Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(!a \&\& b) \parallel a$ ?

## Esercizi 1a

Quanto vale l'espressione `1 || 1 && 0`?

$$\begin{aligned} &1 \parallel 1 \ \&\& \ 0 \\ &= \\ &1 \parallel (1 \ \&\& \ 0) \\ &= \\ &1 \parallel 0 \\ &= \\ &1 \end{aligned}$$

## Esercizi 1b

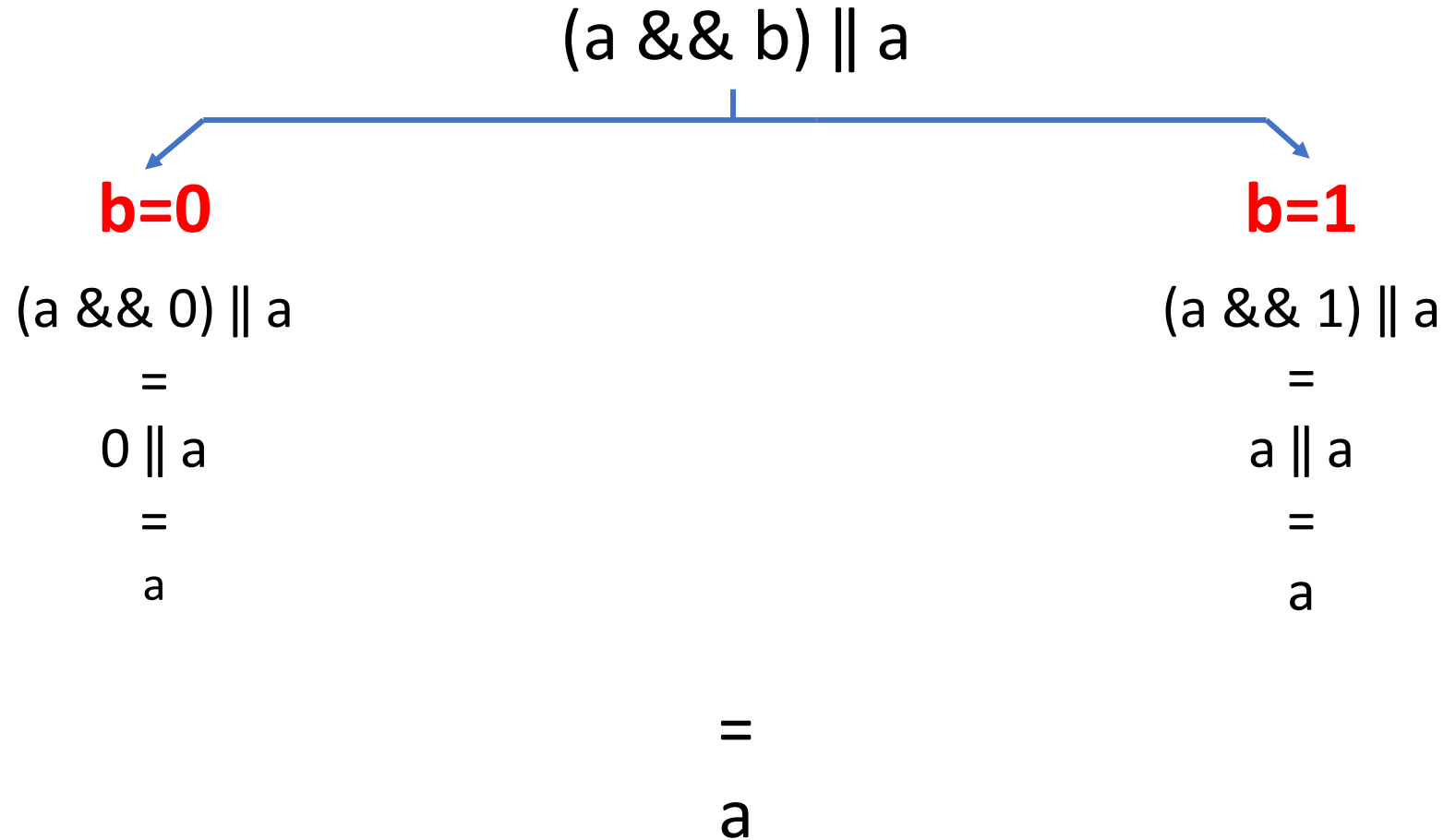
Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $((a \parallel b) \&\& (1 \&\& b)) \parallel b \&\& 0$ ?

$$((a \parallel b) \&\& (1 \&\& b)) \parallel b \&\& 0$$
$$=$$
$$X \&\& 0$$
$$\text{con } X = ((a \parallel b) \&\& (1 \&\& b)) \parallel b$$
$$=$$

*0 (indipendentemente dal valore di  $a$  e  $b$ )*

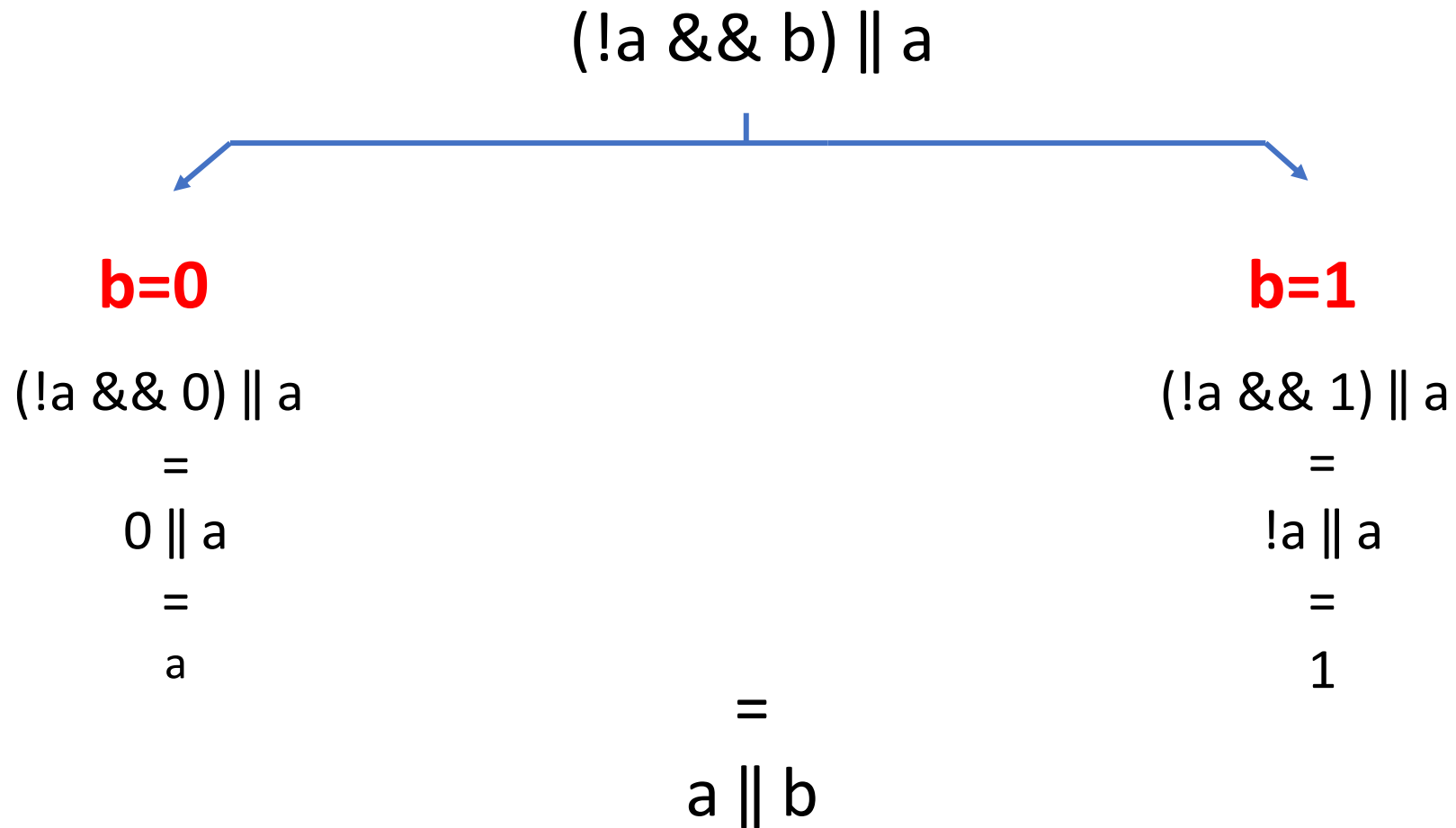
## Esercizi 1c

Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(a \ \&\& \ b) \ || \ a$ ?



## Esercizi 1d

Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(!a \ \&\& \ b) \ || \ a$ ?





# Esercizi 1s

1. Quanto vale l'espressione  $1 \parallel 1 \ \&\& \ 0$ ?

$\Rightarrow$  vale 1

2. Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $((a \parallel b) \ \&\& \ (1 \ \&\& \ b)) \parallel b \ \&\& \ 0$ ?

$\Rightarrow$  vale 0, qualsiasi sia il valore di  $a$  e  $b$

3. Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(a \ \&\& \ b) \parallel a$ ?

$\Rightarrow$  vale 1 se e solo se  $a$  vale 1

4. Siano  $a$  e  $b$  variabili di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(!a \ \&\& \ b) \parallel a$ ?

$\Rightarrow$  vale 1 se e solo se almeno uno fra  $a$  e  $b$  vale 1

## Esercizi 2

5. Sia  $x$  una variabile di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(x \leq 10) \parallel (x > 9)$ ?
6. Siano  $b$  e  $x$  variabili di tipo *int*.  
Scrivere un'istruzione di assegnazione  $b = \dots$ ; tale che  $b$  vale 1 se e solo se  $x$  è positivo.

## Esercizi 2s

5. Sia  $x$  una variabile di tipo *int*. Quanto vale l'espressione  $(x \leq 10) \parallel (x > 9)$ ?

$\Rightarrow$  vale 1, qualsiasi sia il valore di  $x$

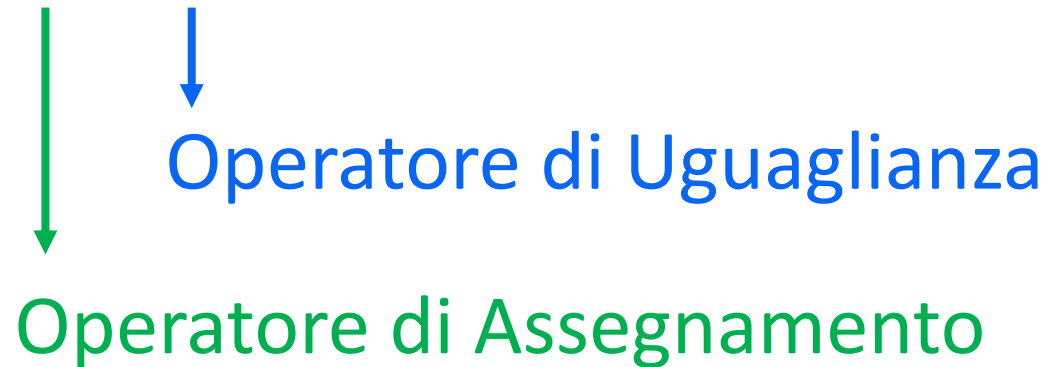
6. Siano  $b$  e  $x$  variabili di tipo *int*.

Scrivere un'istruzione di assegnazione  $b = \dots$ ; tale che  $b$  vale 1 se e solo se  $x$  è positivo.

$\Rightarrow b = (x > 0);$

# Espressioni Booleane: Ulteriori Considerazioni

- Si può **assegnare** ad una variabile il risultato di una espressione booleana. **Es:** *int* numero = (x>0) || (!1);
- **Attenzione** alla differenza fra = e ==



# Leggi di De Morgan

Siano  $b_1, b_2, \dots, b_n$  espressioni di tipo *boolean*.

Allora:

1)  $!(b_1 \&\& b_2 \&\& \dots \&\& b_n)$  equivale a  $!b_1 \parallel !b_2 \parallel \dots \parallel !b_n$

La negazione di una congiunzione di termini equivale alla disgiunzione della negazione dei termini

2)  $!(b_1 \parallel b_2 \parallel \dots \parallel b_n)$  equivale a  $!b_1 \&\& !b_2 \&\& \dots \&\& !b_n$

La negazione di una disgiunzione di termini equivale alla congiunzione della negazione dei termini

Esempio:  $!((a \geq 0) \&\& (a < b))$  equivale a  $!(a \geq 0) \parallel !(a < b)$   
che è anche equivalente a  $(a < 0) \parallel (a \geq b)$



# Esercizio per casa

Sia **anno** una **variabile intera** che rappresenta un anno. Scrivere una **espressione booleana**, in cui compare la variabile **anno**, che è vera se e solo se **anno** è **bisestile**.

- normalmente, **anno** è bisestile se è divisibile per 4 → cioè la divisione da resto 0
- ma se è anche divisibile per 100 allora non è bisestile → come nel caso dell'anno 1900
- nonostante le condizioni precedenti, se **anno** è divisibile per 400 allora è bisestile → come nel caso dell'anno 2000

## Altre Risorse

- Bellini, Guidi: [Linguaggio C](#) — Capitoli 6.1 - 6.4, 8.1 - 8.2  
Appendice D.5 - D.6, Appendice E