Relaciones - Ejercicios:

1. Sean: A = {2,4,6,8}, B = {a, b, c}, C = {1,3,6}. Se pide:
   a) Defina dos relaciones distintas de A en B
   b) Defina una relación de B en C
   c) Defina una relación de C en B y otra de C en A
   d) Dé el dominio y el rango de cada una de las relaciones definidas antes.

2. Sea R la relación de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{N}$ definida por: $xRy \leftrightarrow y = |x| + 3$
   Se pide:
   a) Dar por lo menos tres elementos de esa relación
   b) Dar dominio y rango de R.

3. a) Calcular la relación inversa de cada una de las relaciones definidas en el ejercicio 1.
   b) Dar el dominio y rango de la relación.

4. Sean A = {1, 2, 3, 4} B = $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ C=$\{*, \uparrow\}$ y sean las relaciones:

   R1 = {(1,*),(2, ↑),(4,*)}

   R2 = $\{(*, \alpha), (*, \beta), (*, \gamma)\}$

   R3 = $\{(1, \alpha), (1, \beta), (3, \gamma)\}$

   R4 = $\{(\beta, *), (\gamma, \uparrow), (\alpha, \uparrow)\}$

   a. Completar los siguientes enunciados
      1. R1 es una relación de …en … es decir R1⊆
      2. R2 es una relación de … en….es decir R2 ⊆
      3. R3 es una relación de … en….es decir R3 ⊆
      4. R4 es una relación de … en …es decir R4 ⊆
   b. En caso de ser posible, calcular las composiciones que se piden, en caso contrario explicar por qué no se puede efectuarse el cálculo
      1. $R_1 \circ {R_1}^{-1}$
      2. $R_1 \circ R_2$
      3. $R_2 \circ R_1$
      4. $(R_2 \circ R_4) \circ R_2$
      5. $R_3 \circ {R_2}^{-1}$
      6. $R_1 \circ ({R_4}^{-1} \circ {R_2}^{-1})$

5. Dadas R y S dos relaciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ definidas por:
   $x \, R \, y \leftrightarrow y = 5x$
   $x \, S \, y \leftrightarrow y = x + 2$. Hallar R∘S y S∘R.

6. Para cada uno de los siguientes casos se pide:

   1. Verificar las propiedades que cumple la relación R

   2. Verificar si define o no un orden parcial o total sobre el conjunto en cuestión.

   a. E= {1, 2, 3} R =E x E

   b. A = $\{a_1, a_2, a_3\}$, R =$\{<a_1, a_1>, <a_2, a_2>, <a_3, a_3>, <a_1, a_2>, <a_2, a_1>, <a_3, a_1>, <a_3, a_2>\}$

   c. B = {1, 2, 3, 4} R ⊆ B x B definido por s R b ↔ s es múltiplo de b

   d. B = {x∈ $\mathbb{Z}$/ |x|≤ 3}, R ⊆ $B \; x \; B$ definida por: x R y ↔ x < y

   e. R ⊆ $\mathbb{N}$ x $\mathbb{N}$ definido por: x R y ↔ x + y = 10

   f. R ⊆ $\mathbb{Z}$ x $\mathbb{Z}$ definida por: x R y ↔ x – y es par

7. Sea A = {1,2,3,4} y R = {<1, 1>, <2, 2>, <1, 2>, <3, 4>, <2, 3>, <1, 4>} agregar los pares necesarios para que sea reflexiva y simétrica.-

8. Sea E = {a, b} y S = {<a, b>, <b, a>, <b, b>} quitar los pares necesarios para que sea irreflexiva y antisimétrica.

9. Sea A = {a, b, c, d} y R = {<a, a>, <a, b>, <b, c>, <c, d>, <a, c>, <d, d>} agregar los pares necesarios para que R sea reflexiva y completa.

10. Sea B = {1, 2, 3, 4}, determinar si las siguientes relaciones son reflexivas simétricas o transitivas.

$$R_1 = \{<1,2>, <4,3>, <2,2>, <2,1>, <3,1>\}$$

$$R_2 = \{<2,2>, <2,3>, <3,2>\}$$

$$R_3 = \{<1,3>\}$$

11. Encontrar

    a. Una relación que sea simétrica y transitiva pero no reflexiva

    b. Una relación que sea reflexiva y transitiva pero no simétrica

    c. Una relación que sea reflexiva y simétrica pero no transitiva.

12. Probar

    a. Si R es una relación reflexiva definida sobre un conjunto A entonces R^{-1} es reflexiva.

b. Si R es una relación definida sobre un conjunto A, R es simétrica si y solo si R=R^{-1}.

c. Sea R una relación sobre un conjunto A. Si R es transitiva entonces R^{-1}también lo es.-

13. Sea A = {1, 2, 3} definimos sobre A la siguiente relación

x R y ↔ x = y V x + y =4

a. Definir R por extensión.
b. Probar que es de equivalencia
c. ~~Hallar la partición asociada a R.~~

14. Sea R la relación definida sobre ℤ por x R y ↔ x≠ y

¿La relación es de equivalencia? Si la respuesta es afirmativa, ~~demostrarlo y dar la partición que induce R sobre ℤ~~

15. Sea R la relación definida sobre ℤ x ℤ de la siguiente manera:

R = {<<a, b>,<c, d>> / a + d = b + c}

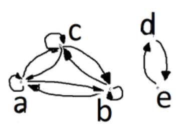
¿Es una relación de equivalencia? si

16. Sea R una relación definida sobre ℕ x ℕ por <a, b> R <c, d> ↔ a d = b c

Probar que R es una relación de equivalencia.

Encontrar la clase del <2, 5>

17. Sea A = {a, b, c, d, e} y R



18. Sea A = {a1, a2, a3} R={ <a1, a1>, <a1, a2>, <a2, a1>, <a2, a2>, <a3, a2>, <a3, a1>, <a3, a3>}

a) Representar R gráficamente.
b) Investigar qué propiedades cumple.

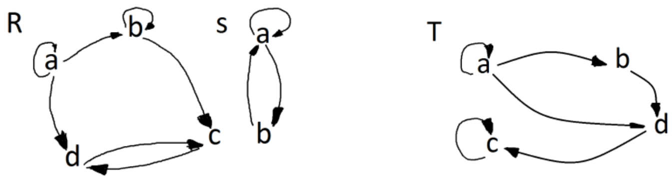
19. Sea A = {1, 2, 3, 4} y R ⊆ $A \ x \ A$

a R b ↔ a es múltiplo de b

a) Escribir R por extensión
b) Representar R gráficamente

c) Define R un orden parcial sobre A
d) Define R un orden total sobre A

20. Dadas las relaciones.



a) Agregar los arcos necesarios para que R sea reflexiva y simétrica
b) Quitar los arcos necesarios para que S sea irreflexiva y antisimétrica
c) Agregar los arcos necesarios para que T sea reflexiva y completa
d) Construir gráficamente una relación para que no cumpla ninguna propiedad.-

21. Sea R una relación reflexiva sobre A. Probar:

a) S⊆ RS para cualquier relación S.
b) Si S es reflexiva entonces RS también lo es.
c) R es transitiva ↔ R^2⊆R.-

22. Sea A{1,2,3,4,5} y sea la relación <x,y> ∈ R ↔ |x -1| = |y-1|.
Probar que R es de equivalencia.