Lógica – Introducción

La palabra Lógica proviene del griego antiguo (logike) que a su vez deriva de (logos) palabra, pensamiento, razón. Esta ciencia fue desarrollada por Aristóteles, y ella estudia los métodos, principios y las condiciones para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto; es una ciencia formal.-

La Lógica siempre ha sido una herramienta fundamental para el progreso de la ciencia y su desarrollo es la base para elaborar soluciones tanto en software como en hardware. En la vida cotidiana la aplicación de la lógica te da más capacidad de análisis y usar el razonamiento.

Por ejemplo, en la vida cotidiana si uno va a pintar un objeto, ese trabajo tiene una lógica de trabajo. Que sería preparar el objeto, preparar la pintura, y luego pintar. No puedo preparar la pintura y luego preparar el objeto porque la pintura se va a empezar a secar. O tampoco puedo pintar sin preparar los objetos.

La lógica es importante ya que le permite al ser humano plantearse nuevos desafíos y a través del razonamiento lógico y con algunos conocimientos se puede obtener nuevos inventos o encontrar nuevas repuestas ante nuevos problemas.

El diseño del software es un proceso netamente creativo que se basan en la capacidad de razonamiento, en el algoritmo; es por este motivo que es necesario armar este curso con una base sólida en Lógica. Y es Ella la Lógica la que nos proporciona las reglas y las técnicas para determinar si es o no válido un argumento dado.

La historia de la Lógica matemática/Computacional podemos decir que comienza con Hobbes y Leibniz en el siglo XVII, Boole y Frege en el siglo XIX, Herbrand y Gentzen en 1930 y Robinson en 1960, todos ellos la convirtieron en un instrumento conceptual muy importante para la informática; y proponen usarla como instrumento de la tarea de representación y resolución de problemas por medio de una computadora.

La Lógica es un elemento conceptual muy valioso para las ciencias informáticas. Dado que ayudan a representar y soportan los diseños de sistemas de información.

La Lógica, en la matemática estamos ante lo que se llama un lenguaje formal debido a que nos interesa la forma, y no el significado empírico e individual, lo único que cuenta es que la utilización de los símbolos, las formulas y las operaciones se ajusten a las reglas establecidas. -

Los lenguajes están construidos a partir de combinaciones de signos llamadas expresiones. Cuando estas expresiones se realizan siguiendo ciertas reglas gramaticales se las llama oraciones. Existen muchos tipos de oraciones las que nos ocupan a nosotros son aquellas oraciones que afirman o niegan algo y pueden ser verdaderas o falsas. -

Los caballos son herbívoros. Argentina es un país. A estas expresiones se las llamas atómicas, Pero a “Los caballos son herbívoros entonces Argentina es un país es una oración compleja. -

1) Lógica – Proposiciones y Funciones Proposicionales

Comencemos con una definición.

Definición 1:
Una proposición es una expresión del lenguaje a la cual le corresponde uno y solo un valor de VERDAD o valor LÓGICO, esto es VERDADERO o FALSO.

Estos valores suelen simbolizarse como "V" y "F" respectivamente o "T" Y "F" (TRUE/FALSE en inglés) o también con unos y ceros siguiendo la notación binaria.

Para denotar las proposiciones usaremos las letras p, q, r, etc.
Si p es una proposición indicaremos su valor de verdad con V(p).

Ejemplo 1: Las siguientes expresiones son proposiciones

a) p: 5 es un número entero
b) q: 3X6=18
c) r: 4 es divisible por 2

Ejemplo 2: Estas expresiones NO son proposiciones:

a) ¿Cómo te llamas?
b) ¡Qué suerte!
c) Reprobó
d) ¿Quién viene?

Las proposiciones del ejemplo 1 se llaman proposiciones simples (también atómicas o celulares) porque no están afectadas por los conectores lógicos (algo que veremos más adelante).

Aun así, podemos ver que estas proposiciones simples son, al fin de cuentas, declaraciones que hacemos sobre algo. No hay forma que estas declaraciones sean acortadas. Esto es que decimos una única cosa sobre un único objeto y esto es lo que puede ser calificado como verdadero o falso.

Podemos trabajar con expresiones que tienen la estructura de proposiciones pero que no lo son. En estas expresiones figuran variables x, y, z…. Las mismas reciben el nombre de funciones proposicionales y se convierten en proposiciones cuando se valoricen todas las variables o sea dándole valores específicos a dichas variables. Las funciones proposicionales se denotan por P(x), Q(x), …P(x,y), Q(x,y)….P(x,y,z) Q(x,y,z)……..etc.

Ejemplo 3: Los siguientes son funciones proposicionales:

a) p: X + 4 = 5
b) q: X – Y = 8
c) r: X * Y > Z
d) s: X < Y

Pero si a las variables x, y, z le asignamos los valores 1, 2 y 3 respectivamente, las funciones proposicionales se convierten en proposiciones.

De tal forma tendríamos para éstos valores que:

a) p: 1 + 4 = 5 entonces V(p) = V.
b) q: 1 – 2 = 8 entonces V(q) = F.
c) r: 1 * 2 > 3 entonces V(r) = F.
d) s: 1 < 2 entonces V(s) = V.

Así como podemos operar aritméticamente con números y obtener nuevos números (mediante operadores aritméticos como +, -, *, /) también podemos operar con proposiciones utilizando operadores lógicos. Lo que obtendremos entonces son nuevas proposiciones; proposiciones más complejas que llamaremos proposiciones compuestas.

Existen conectivos u operadores lógicos que permiten formar proposiciones compuestas. Estos conectivos son negación, conjunción, disyunción, disyunción exclusiva, condicional, bicondicional.

Conector lógico	Operación	Esquema	Significado
⌐	Negación	⌐ p	no p
^	Conjunción	p ^ q	p y q
V	Disyunción	p v q	p o q
→	Condicional	p → q	si p entonces q
↔	Bicondicional	p ↔ q	p si y solo si q
$\underline{V}$	Disyunción excluyente	p $\underline{v}$ q	o p o q

2) Tablas de Valores de Verdad

Si podemos, como veremos más adelante, componer funciones más complejas mediante la integración de proposiciones simples con conectores lógicos, entonces tendremos que la proposición resultante tendrá un valor de verdad que estará condicionado a los valores lógicos de las proposiciones simples constitutivas.

Tabla de Valores de Verdad de una proposición, es una tabla que se arma combinando todos los posibles valores de verdad de las proposiciones simples que la componen, con la finalidad de obtener el valor de verdad de la proposición dada según cada caso.

La cantidad de valores de verdad que debe llevar una tabla está dada por la siguiente expresión *Nº valores* = $2^{n^{\circ}\ de\ proposiciones}$.

Esto significa entonces que si operan 2 proposiciones "p" y "q" la tabla de verdad tendrá 4 pares de letras (V, F) y si operan 3 proposiciones "p", "q" y "r" tendremos 8 triplos de letras.

Ejemplo 4:

P
V
F

P	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

3) Operaciones con proposiciones

Las proposiciones simples pueden ser verdaderas o falsas. Como decíamos antes, son una única declaración que hacemos sobre una única cosa.

p
V
F

A continuación, definiremos las operaciones lógicas que se pueden realizar entre proposiciones mediante el uso de los conectores antes mencionados.

Definición 2: Negación

Negación de la proposición "p" es la proposición "⌐p" (no p) cuya tabla de valores de verdad es:

P	**⌐ p**
V	F
F	V

p	**⌐ p**
1	0
0	1

Ejemplo 5: La negación de *p: todo hombre es honesto* es *⌐ p: no todo hombre es honesto.*
Otro modo de expresar ⌐ p en el idioma castellano es:
⌐ p: no es cierto que todo hombre es honesto
⌐ p: hay hombres que no son honestos
⌐ p: existen hombres deshonestos

Definición 3: Conjunción

Conjunción de las proposiciones "p" y "q" es la proposición "p ^ q" cuya tabla de valores de verdad es

P	Q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	p ^ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

La tabla que define la conjunción establece que esta es verdadera sólo si las dos proposiciones componentes lo son. En otro caso la conjunción es falsa.

Ejemplo 6: “5 es número impar y 2 es número primo”

Se trata de la conjunción de las proposiciones:

P: 5 es un número impar.
q: 2 es un número primo.

El valor de verdad de cada una de ellas es verdad y de acuerdo con la definición 3 la nueva proposición que surge de la conjunción p ^ q es verdadera.

Definición 4: Disyunción

Disyunción de las proposiciones “p” y “q” es la proposición “p V q” (p ó q) cuya tabla de valores de verdad es:

P	Q	p V q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	p V q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ejemplo 7: “Juan obtuvo una nota sobresaliente ó Juan aprobó el examen” es la disyunción de las proposiciones:

p: Juan obtuvo una nota sobresaliente.
q: Juan aprobó el examen.

El sentido del ó es incluyente, pues siendo verdadero al menos alguno de los valores lógicos de ambas proposiciones constitutivas, la proposición resultante “p v q” es verdadera.

Ejemplo 8: “7 es un número impar ó 12 es un numero primo” es la disyunción de las proposiciones:

p: 7 es un número impar
q: 12 es un número primo

El valor lógico de “p” es verdadero y el de “q” es falso, por lo tanto, de acuerdo a la definición 4 de disyunción “p V q” es verdadera.

Definición 5: Condicional

Condicional de las proposiciones “p” y “q” es la proposición “$p \to q$” (si p entonces q) cuya tabla de valores de verdad es:

P	Q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$p \to q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

NOTA: “p” se suele llamar hipótesis, antecedente, premisa y “q” tesis, consecuente, conclusión

Ejemplo 9: “Si apruebo el examen entonces te presto el libro” es la construcción condicional de las proposiciones:

p: Si apruebo el examen
q: Te presto el libro

Analicemos lo anterior

Interesa deducir el valor de verdad del condicional en términos de los valores de verdad de las proposiciones p y q. El enunciado puede pensarse como un compromiso condicionado por p, y podemos asociar su verdad al cumplimiento del compromiso. Es obvio que, si p es falsa, es decir, si no apruebo el examen, queda librado el compromiso y preste o no preste el libro el condicional será verdadero.

En cambio, sí p es verdadera, en cuyo caso apruebo el examen, y no presto el libro el compromiso no se cumple y el valor de verdad de $p \to q$ según la definición 5 es falso. De la observación de la tabla dada en la definición 5 también se deduce que si p y q son verdaderas, el valor de verdad de $p \to q$ es verdad. Luego el condicional $p \to q$ es falso cuando p es verdadera y q es falsa.

Condicionales asociados

- Condicional directo $p \to q$: Si apruebo los parciales entonces regularizo.
- Condicional recíproco $q \to p$: Si regularizo entonces apruebo los parciales.
- Condicional contrario $\neg p \to \neg q$: Si no apruebo los parciales entonces no regularizo.
- Condicional contra-recíproco $\neg q \to \neg p$: Si no regularizo, entonces no apruebo los parciales.

Definición 6: Bicondicional

Bicondicional de las proposiciones “p” y “q” es la proposición “p ↔ q” (p si solo sí) cuya tabla de valores de verdad es:

P	Q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

p	q	p ↔ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Observación: El valor de verdad del bicondicional es verdad si solo si tienen el mismo valor de verdad.

“p ↔ q” equivale a decir (p → q) ^ (q → p)

Ejemplo 10: “El triángulo es equilátero si y solo si tiene tres lados iguales” es la construcción bicondicional de las proposiciones:

p: el triángulo es equilátero
q: el triángulo tiene tres lados iguales

El valor de verdad de p ↔ q es verdad porque no puede darse ninguno de los dos casos siguientes:

i. Valor de verdad de p verdad y valor de q falso.
ii. Valor de verdad de p falso y valor de verdad de q verdad.

Definición 7: Diferencia

Diferencia Simétrica o disyunción excluyente de las proposiciones “p” y “q” es la proposición “p $\underline{\vee}$ q” (p ó q) en el sentido excluyente cuya tabla de valores de verdad es:

P	Q	p $\underline{\vee}$ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

P	q	p $\underline{\vee}$ q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ejemplo 11: "4 es un número par o 4 es un número impar" es la construcción disyuntiva excluyente de:

p: 4 es un número par.
q: 4 es un número impar.

Sólo una puede ser verdadera simultáneamente. Por ello de la tabla dada en la definición 7 se deduce que p $\underline{v}$ q es verdadera sólo si p y q tienen valores de verdad distintos.

Definición 8:
Las proposiciones resultantes de la conjunción, disyunción, condicional, bicondicional, y diferencia simétrica de dos o más proposiciones simples se denominan compuestas.

Definición 9:
Dos proposiciones simples o compuestas se dicen equivalentes y se denota p Ξ q tienen la misma tabla de verdad.

Ejemplo 12: (p ↔ q) ≡ (p → q) ^ (q → p). En efecto:

P	Q	$p \to q$	$q \to p$	$p \to q \wedge q \to p$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Propiedades Importantes

a) **Involución** ⌐ (⌐ p) ≡ p

b) **Idempotencia** (p ^ p) ≡ p
(p v p) ≡ p

c) **Conmutatividad**
a.- de la disyunción: (p v q) ≡ (q v p)

b.- de la conjunción: $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

d) **Asociatividad**

a.- de la disyunción: $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

b.- de la conjunción: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

e) **Distributividad**

a.- de la conjunción respecto de la disyunción

$(p \wedge q) \vee r \equiv (p \vee r) \wedge (q \vee r)$

b.- de la disyunción respecto de la conjunción

$(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

f) **Leyes de De Morgan**

a.- $\neg (p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

b.- $\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

g) contrareciproco:

$p \Rightarrow q = \sim q \Rightarrow \sim p$

h) implicacion:

$p \Rightarrow q = \sim p \vee q$

i) ley de absorcion:

$(p \wedge q) \vee p = p$

$(p \vee q) \wedge p = p$

$p \wedge (\sim p \vee q) = p \wedge q$

$p \vee (\sim p \wedge q) = p \vee q$

$(A \vee B) \wedge (B \wedge A)$ se simplifica a $B \wedge A$

o

$(p \vee q) \wedge (q \wedge p) = q \wedge p$

j) ley de la disyinsion exclusiva:

$p \underline{\vee} q = (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) = (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

Nota: todas estas propiedades se pueden demostrar que son equivalentes, haciendo la tabla de verdad correspondiente a cada una de las mismas.

Acciones Condicionadas

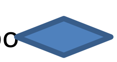
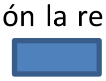
En los algoritmos a veces debemos ejecutar acciones. Muchas veces tenemos que establecer algoritmos en los que debemos ejecutar acciones condicionadas. O sea que dependiendo de una condición deberemos ejecutar una acción determinada o no.

Para esto, antes que nada, debemos aclarar que significa "condición".

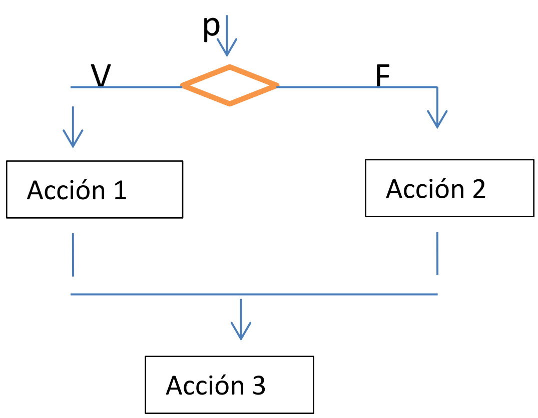
Una condición no es otra cosa que una función proposicional que dependiendo del valor de una variable o conjunto de variables puede tomar un valor de verdad.

De esta forma si la condición $v(p) = V$ entonces se debe ejecutar una acción, mientras que si es falso se ejecutará otra acción.

De tener que describir un algoritmo acordamos este esquema sencillo que sirve para diagramar acciones y condiciones.

Convenimos que una condición la representamos con un rombo  y la acción a ejecutarse con un rectángulo 

De esta forma podremos construir diagramas de flujo con los que el estudiante se familiarizará más tarde.



En el ejemplo vemos que dado un valor lógico para la proposición "p" se ejecutará una y sólo una de las acciones numeradas 1(uno) o 2(dos).
En cambio, no importa el valor de p, siempre se ejecutará la acción 3.

Ejemplo 13:

Sea p: 3 > 1 ^ 4^2 = 16, ejecutar la siguiente acción condicionada para p: Sí p <u>entonces</u> calcular $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ <u>sino</u> calcular el área de cuadrado de lado 2.

Como V(p) = v tenemos que ejecutar la acción que sigue de la palabra "entonces", luego: $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$

Condición Necesaria y Suficiente

Definición 10:
Diremos que el condicional p → q es una implicación o que p implica q si el valor de verdad de dicho condicional, debido a la naturaleza de p y q, es siempre verdad. Es decir, la tabla de verdad no presenta la fila v - f (la segunda fila).- En otras palabras, no puede darse el caso que V(p) =V y la V(q)=F.

Ejemplo 14: El condicional: "Si hoy es lunes entonces mañana es martes".
Por lo visto antes es una implicación puesto que no puede darse en la tabla de verdad la fila V – F (no puede ser que simultáneamente sea verdad que hoy es lunes y falso que mañana es martes).
El condicional: "si ABCD es un cuadrado entonces ABCD es un rectángulo", es una implicación puesto que no puede darse que V(p)= V y V(q)= F.

Definición 11:
Cuando el condicional p → q es una implicación, se dice que p es condición suficiente para q o bien que q se cumple si se cumple p. En la misma situación se dice que q es condición necesaria para p o bien que se cumple p solo si se cumple q.

Definición 12:
Diremos que el bicondicional p ↔ q es una doble implicación si el valor de verdad del mismo es siempre verdad.

Nota: De la observación de la tabla que define a p ↔ q se observa que para que sea doble implicación no se deben presentar las filas V – F y F – V, esto quiere decir que p implica q y que q implica p.

Definición 13:
Si p ↔ q es una doble implicación se dice que p es condición necesaria y suficiente para q o se cumple q si y solo si se cumple p.

Ejemplo 15: si puede volar entonces tiene alas.
Aplicando la tabla correspondiente puede verse que la segunda fila (V - F) debe ser eliminada, pues es evidente que si puede volar no cabe la posibilidad de que no tenga alas.
Luego el condicional es una implicación, entonces decimos que poder volar es condición suficiente para decir que tiene alas y es necesario tener alas para decir que puede volar.

Ejemplo 16: Si T es triángulo equilátero entonces T es triángulo isósceles.
Aplicando nuevamente la tabla correspondiente al condicional, vemos que no puede darse la fila V –F., si t es triángulo equilátero no cabe la posibilidad de que no sea isósceles.
De este modo el condicional es una implicación, entonces decimos que "T es triángulo equilátero" es condición suficiente para que T sea isósceles y que "T es triángulo isósceles" es condición necesaria para que T sea equilátero.

Ejemplo 17: T es triángulo equilátero si y solo si T es equiángulo (ángulos iguales).
En la tabla correspondiente al bicondicional, quedan eliminadas las filas segunda y tercera, luego es una doble implicación, por lo tanto, que T sea equilátero es condición necesaria y suficiente para que T sea equiángulo.
Analizar si los ejemplos 15 y 16 son doble implicación.

Tautología y Contradicción

Definición 14: Tautología
Son tautologías aquellas proposiciones compuestas, siempre verdaderas sin importar el valor lógico que tomen las proposiciones que la integran.

Ejemplo 18: Consideremos la proposición: [(p → q) ^ p] → q, cuya tabla de valores de verdad es:

P	Q	$p \to q$	$(p \to q \wedge p)$	$[(p \to q) \wedge p] \to q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Es una tautología.

Definición 15: Contradicción
Son contradicciones aquellas siempre falsas sin importar el valor lógico que tomen las proposiciones que la integran.

Ejemplo 19: p ^ ¬q es una contradicción pues:

P	Q	$p \wedge -p$
V	V	F
F	F	F

Equivalencias Importantes

Las siguientes equivalencias se pueden comprobar mediante las tablas de verdad

- p → q Ξ ⌐ p v q
- p ↔ q Ξ p → q ^ q → p Ξ (⌐p V q) Λ (⌐q V p)
- p v̲ q Ξ (p V q) ^ (⌐ p V ⌐ q)

Nota: si dos proposiciones son equivalentes, tienen la misma tabla de valores de verdad, es decir ambas proposiciones tienen simultáneamente los mismos valores de verdad.

Dato Importante
Cualquier proposición puede expresarse por medio de los conectivos lógicos "^" "v" y "⌐"

4) Circuitos Lógicos

Un circuito lógico es aquel que manipula información y hace operaciones en base a la circulación o no de electrones. Estos circuitos integrados ejecutan una variedad de funciones lógicas a través de las llamadas puertas lógicas OR, AND, NOT. Los circuitos lógicos se pueden utilizar para representar problemas reales. De esta forma representamos la condición de "verdadero" como el paso de electrones y la condición de "falso" como la interrupción al paso de electrones. Así es como tenemos que Verdadero ≡ 1 (paso de electrones) y Falso ≡ 0 (interrupción al paso de electrones)

Gráficamente:

p: proposición verdadera Ξ 1 (paso de electrones) supone que existe una compuerta cerrada por la que es posible la transferencia del flujo de electrones.

p

De ser así, ⌐p tiene el valor inverso de p y por lo tanto es una proposición falsa. A los efectos de la gráfica nos resulta indiferente. Aún así sabemos que si por "p" pasan electrones entonces por "⌐p" el circuito estará interrumpido.

⌐p

Las operaciones entre proposiciones pueden representarse mediante circuitos con tantos interruptores como proposiciones componentes. Estos circuitos podrán estar en serio o en paralelo.

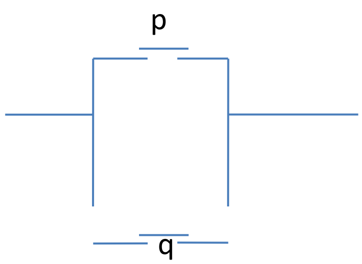
El circuito que da la tabla de verdad de p ^ q es

p q

La corriente circulará por el circuito si ambos están cerrados o sea si ambas proposiciones son verdaderas.

Se puede apreciar que basta que una de las proposiciones sea falsa para que el flujo de electrones se vea interrumpido.

El circuito de la tabla de verdad se representa "p v q" es

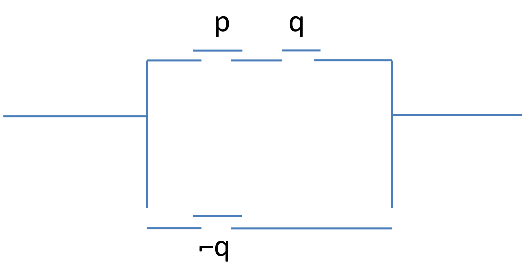


La corriente circulará por el circuito si alguno de los dos está cerrado, pero no es necesario que ambos estén cerrados. Para que no circule ningún electrón ambos deben estar abiertos.

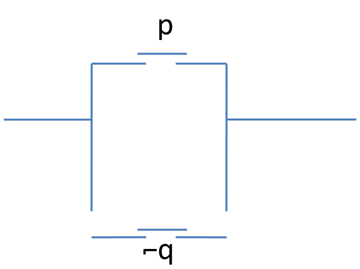
Notar que p → q Ξ (⌐ p v q)

Ejemplo 20:

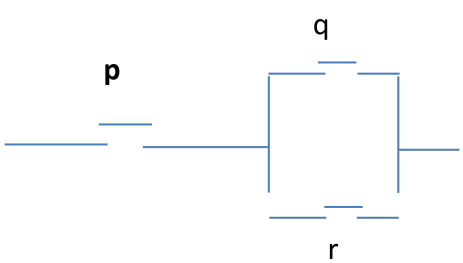
a) Circuito lógico (p ^ q) v (⌐q)



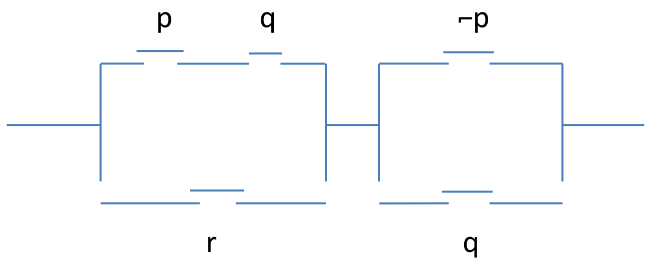
b) p v ⌐q



c) P ^ (q v r)



d) [(p ^ q) v r] ^ [⌐p v q]



5) Cuantificadores

Dado un marco referencial en el cual hay elementos individualizables, algunas veces queremos referirnos a todos o a algunos de esos individuos.
Para poder hacer esto necesitamos de los cuantificadores.
Los cuantificadores nos permiten referirnos a esa población en forma genérica a partir de sus atributos estableciendo una función proposicional.
Esto significa que formarán parte de los elementos referenciados aquellos individuos que satisfagan la condición o, lo que es lo mismo, hagan que la función proposicional sea verdadera.
La utilización de estos cuantificadores nos será de extrema utilidad en el capítulo de conjuntos.

Los símbolos

El símbolo ∀ se describe como "para todo" y es conocido como "cuantificador universal"

El símbolo ∃ se describe como "existe" y es conocido como "cuantificador existencial"

Veamos algunos ejemplos de uso.

- $(\forall x \epsilon U) p(x), o\ bien\ \forall x \epsilon U: p(x)$
  Todos los alumnos de la universidad aprobaron el colegio secundario.
  ∀ x / x es alumno de la universidad: p(x)

- $(\exists\ x \in U)\ p(x)\ o\ bien\ \exists\ x\ \in U: p\ (x)$
  Existen alumnos de la universidad que aprobaron matemática aplicada 1
  ∃ x / x es alumno de la universidad: q(x)

Otros ejemplos

Todas las hormigas son insectos.
Para toda x, si x es una hormiga entonces x es un insecto.
Hay animales carnívoros
Existe al menos un x, tal que x es un animal y x es carnívoro.

Negación de proposiciones con cuantificadores

Sea p(x) una función proposicional con extensión A, entonces:

- Para negar una función proporcional cuantificada universalmente, se cambia el cuantificador en existencial y se niega la función proposicional.-

$$\neg(\forall x \epsilon A)p(x) \equiv (\exists x \epsilon A)\neg p(x)$$

- Para negar una función proposicional cuantificada existencialmente, se cambia el cuantificador en universal y se niega la función proposicional.-

$$\neg(\exists x \epsilon A)p(x) \equiv (\forall x \epsilon A)\neg p(x)$$

Veamos algún ejemplo…

Hay alumnos que estudian y trabajan. “p(x): x estudian q(x): x trabajan”

$$\exists \ x \in Alumnos \ / \ p(x) \wedge q(x)$$

Su negación es $\forall x\colon \neg(\ p(x) \wedge q(x) \ )$

Aplicando las leyes de De Morgan

$$\forall x\colon (\neg \ p(x) \vee (\neg \ q(x))$$