

12-1 INTEGRALA NEDEFINITA

Dan Dumitrescu - profesor ICHB

1 PROBLEME

1. Calculați $\int x^n e^x dx$, $x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$.

2. Să se determine primitivele funcției

$$f(x) = \frac{x^5 + 10x^4 + 44x^3 + 104x^2 + 134x + 76}{(x^2 + 4x + 6)^n}, n \in \mathbb{N}^*$$

3. Să se calculeze

$$\int \frac{(\sin x)^2 - \sin x - 1}{e^{\sin x} + \cos x} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Să se determine :

a)

$$\int \frac{x}{1 + x + e^x} dx, x \in (0, \infty)$$

b)

$$\int \frac{1}{x^3 + x^7} dx, x \in (0, \infty)$$

5. Să se arate că nu există funcții strict crescătoare $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care admite o primitivă F pentru care $F(1-x)F(x) = F(x^2), \forall x \in \mathbb{R}$.

6. Să se calculeze

$$\int \frac{x^2(\ln x - 1)}{x^4 - \ln x^4} dx, x \in (1; \infty).$$

7. Să se calculeze integrala

$$\int (2x^{10} + 3x^5) \sqrt[5]{x^5 + 3} dx$$

8. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție care admite o primitivă $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât $F(x) \sin x \leq f(x) \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Să se arate că $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

2 TEMĂ

1. Determinați funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care admit o primitivă $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea

$$f(x) \cos x \geq F(x) \sin x + \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}.$$

2. Fie $f : (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ și F o primitivă a lui f cu proprietatea

$$F(x) - f(x) = \arcsin(e^x), \forall x \in (-\infty, 0].$$

Determinați funcția f știind că $F(0) = \frac{\pi}{2}$